

**ANALISIS DINAMIK MODIFIKASI MODEL
*SUSCEPTIBLE, EXPOSED, ADDICTED, DEPRESSED,
RECOVERED, QUITTER PERMANENT* (SEADRQ)
PADA KECANDUAN MEDIA SOSIAL DAN DEPRESI**

SKRIPSI

**OLEH
MARISKA AULIA NADHIFA NURHAFIZA
NIM. 220601110064**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2026**

**ANALISIS DINAMIK MODIFIKASI MODEL
*SUSCEPTIBLE, EXPOSED, ADDICTED, DEPRESSED,
RECOVERED, QUITTER PERMANENT* (SEADRQ)
PADA KECANDUAN MEDIA SOSIAL DAN DEPRESI**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
NIM. 220601110064**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2026**

**ANALISIS DINAMIK MODIFIKASI MODEL
*SUSCEPTIBLE, EXPOSED, ADDICTED, DEPRESSED,
RECOVERED, QUITTER PERMANENT (SEADRQ)*
PADA KECANDUAN MEDIA SOSIAL DAN DEPRESI**

SKRIPSI

Oleh
Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
NIM. 220601110064

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 22 Mei 2026

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II



Dr. Heni Widayani, M.Si.
NIPPPK. 19901006 202521 2 056



Dr. Ach. Nashiehuddin, M.A.
NIP. 19730705 200003 1 002



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIPK 19800527 20081 1 012

**ANALISIS DINAMIK MODIFIKASI MODEL
SUSCEPTIBLE, EXPOSED, ADDICTED, DEPRESSED,
RECOVERED, QUITTER PERMANENT (SEADRQ)
PADA KECANDUAN MEDIA SOSIAL DAN DEPRESI**

SKRIPSI

**Oleh
Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
NIM. 220601110064**

**Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

Tanggal 17 Juni 2026

Ketua Penguji : Dr. Usman Pagalay, M.Si

Anggota Penguji 1 : Juhari, M.Si

Anggota Penguji 2 : Dr. Heni Widayani, M.Si

Anggota Penguji 3 : Dr. Ach. Nasichuddin, M.A

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrud Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 20081 1 012

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
NIM : 220601110064
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Analisis Dinamik Modifikasi Model *Susceptible, Exposed, Addicted, Depressed, Recovered, Quitter Permanent* (SEADRQ) pada Kecanduan Media Sosial

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri. Bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 17 Juni 2026

Yang membuat pernyataan,



Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
220601110076

MOTO

“Apa yang ditakdirkan untuk kita tidak akan tertukar, dan apa yang pergi sering kali sedang mengantar kita menuju sesuatu yang lebih baik”

-Umar bin Khattab-

“Life can be heavy, especially if you try to carry it all at once. Part of growing up and moving into new chapter of your life is about catch and release”

-Taylor Swift-

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur, karya ini penulis persembahkan kepada:

Kedua orang tua dan keluarga tercinta, yang tidak pernah berhenti memberikan doa, dukungan, kepercayaan, serta kasih sayang tanpa syarat. Terima kasih atas setiap pengorbanan dan kesabaran yang menjadi kekuatan bagi penulis untuk terus melangkah hingga mencapai titik ini.

Sahabat, teman-teman terdekat, dan teman seperjuangan, yang telah hadir dan menjadi bagian dari perjalanan penulis selama masa perkuliahan. Terima kasih atas kebersamaan, perhatian, dukungan, bantuan, serta semangat yang diberikan dalam menghadapi berbagai tantangan hingga karya ini dapat terselesaikan. Setiap cerita, tawa, dan pengalaman yang dibagikan bersama menjadi kenangan berharga serta salah satu kekuatan yang membantu penulis bertahan dan terus berkembang hingga mencapai titik ini.

Diri sendiri, terima kasih karena telah bertahan dan tidak menyerah. Terima kasih atas keberanian untuk terus melangkah melewati berbagai kesulitan, kehilangan, ketidakpastian, kegagalan, dan kekecewaan. Perjalanan ini tidak selalu mudah, tetapi setiap usaha, sekecil apa pun, telah mengantarkan penulis sampai pada pencapaian hari ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya, sebagai penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial dan Depresi” dengan lancar. Sholawat serta salam tak lupa tercurah kepada Nabi besar kita Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing seluruh umatnya dari jaman jahiliyah menuju ke jaman yang terang benderang.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu tahapan dalam proses penyelesaian studi untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunan proposal ini, penulis juga menyadari adanya dukungan dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan terimakasih sebanyak-banyaknya kepada:

1. Prof. Dr. Hj. Ilfi Nur Diana, M.Si., CAHRM., CRMP selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Agus Mulyono, M.Kes, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Fachrur Rozi, M.Si, selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan pengetahuan arahan, masukan serta motivasi dalam penyusunan skripsi ini.
5. Dr. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan pengetahuan arahan, masukan serta motivasi dalam penyusunan skripsi ini.
6. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku Ketua Penguji yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang sangat berharga demi perbaikan dan penyempurnaan skripsi ini.

7. Bapak Juhari, M.Si, selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang sangat berharga demi perbaikan dan penyempurnaan skripsi ini.
8. Ibu Intan Nisfulaila, M.Si, selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan akademik, dukungan, serta pendampingan dalam menjalani proses studi.
9. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, atas ilmu dan bimbingan yang telah diberikan selama masa perkuliahan.
10. Orang tua dan seluruh keluarga yang senantiasa memberikan do'a, dukungan, serta kasih sayang yang menjadi sumber kekuatan bagi penulis dalam proses penyusunan skripsi ini.
11. Seluruh mahasiswa angkatan 2022 yang telah bersedia membantu, memberikan informasi, dan memberikan semangat kepada penulis.

Penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya apabila masih terdapat banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Adapun kritik dan saran sangat diharapkan oleh penulis agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik lagi.

Wassalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 17 Juni 2026

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO.....	vi
PERSEMBAHAN.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
مستخلص البحث.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	8
1.3 Tujuan Penelitian	8
1.4 Manfaat Penelitian.....	8
1.5 Batasan Masalah	9
1.6 Definisi Istilah	10
BAB II KAJIAN TEORI	13
2.1 Teori Pendukung.....	13
2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear.....	13
2.1.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	13
2.1.3 Sistem Dinamik.....	14
2.1.4 Titik Kesetimbangan	15
2.1.5 Linearisasi	15
2.1.6 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	16
2.1.7 Bilangan Reproduksi Dasar.....	17
2.1.8 Kriteria Routh-Hurwitz	18
2.1.9 Metode Runge Kutta Orde-4.....	19
2.2 Al-Qur'an sebagai Syifa' bagi Umat Islam	20
2.3 Kecanduan Media Sosial	22
2.4 Model SMAD (<i>Social Media Addiction and Depression</i>).....	25
BAB III METODE PENELITIAN	29
3.1 Jenis Penelitian	29
3.2 Diagram Alir.....	29
3.3 Tahapan Penelitian.....	31
BAB IV PEMBAHASAN.....	32
4.1 Modifikasi Model Matematika	32
4.1.1 Membentuk Diagram Kompartemen berdasarkan Rujukan dari Ali dkk. (2024).....	32
4.1.2 Mendefinisikan Variabel dan Nilai Parameter.....	33

4.1.3 Menyusun Persamaan Diferensial pada Model Kecanduan Sosial Media dan Depresi Modifikasi	35
4.2 Penyederhanaan Sistem Persamaan Diferensial Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi Modifikasi	40
4.3 Titik Keseimbangan.....	41
4.3.1 Titik Keseimbangan Bebas Kecanduan	42
4.3.2 Titik Keseimbangan Endemik.....	44
4.4 Analisis Kestabilan Model Matematika Kecanduan Media Sosial dan Depresi	48
4.4.1 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Kecanduan ...	48
4.4.2 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik	54
4.5 Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$	60
4.6 Simulasi Numerik Model Matematika Kecanduan Sosial Media dan Depresi.....	70
4.7 Analisis Dinamik Model S, E, A, D, R, Q dalam Pandangan Islam	78
BAB V PENUTUP	81
5.1 Kesimpulan.....	81
5.2 Saran	83
DAFTAR PUSTAKA	84
LAMPIRAN.....	87
RIWAYAT HIDUP	88

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Routh Array	18
Tabel 2.2	Kriteria Status Kesehatan Mental berdasarkan Durasi Akumulatif Harian dan Pemetaan Kompartemen Model	23
Tabel 4.1	Definisi Variabel Model Kecanduan Sosial Media dan Depresi.....	33
Tabel 4.2	Definisi dan Nilai Parameter Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi Modifikasi	34
Tabel 4.3	Pembentukan Koefisien Persamaan Karakteristik dan Perkalian Dua Polinomial.....	52
Tabel 4.4	Kriteria Routh-Hurwitz Bebas Kecanduan.....	53
Tabel 4.5	Pembentukan Koefisien Persamaan Karakteristik dan Perkalian Dua Polinomial.....	57
Tabel 4.6	Kriteria Routh Hurwitz Endemik	59
Tabel 4.7	Tabel Titik Keseimbangan	63
Tabel 4.8	Nilai $\mathcal{R}_0(\gamma)$ sebagai Fungsi Laju <i>Relapse</i>	64

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Kompartemen Model Matematika Ali dkk. (2024)	27
Gambar 4.1	Diagram Kompartemen Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi	33
Gambar 4.2	Grafik Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$ sebagai Fungsi Laju <i>Relapse</i> γ	66
Gambar 4.3	Grafik Titik Kesetimbangan Endemik A^* sebagai Fungsi Laju <i>Relapse</i> γ	67
Gambar 4.4	Perbandingan Dinamika Populasi $S(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	70
Gambar 4.5	Perbandingan Dinamika Populasi $E(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	72
Gambar 4.6	Perbandingan Dinamika Populasi $A(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	73
Gambar 4.7	Perbandingan Dinamika Populasi $D(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	74
Gambar 4.8	Perbandingan Dinamika Populasi $R(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	75
Gambar 4.9	Perbandingan Dinamika Populasi $Q(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024).....	77

DAFTAR SIMBOL

Λ	: Laju kelahiran alami
λ	: Laju individu yang berpindah keluar dari kelas pemulihan (R)
ζ	: Proporsi individu berpindah dari kelas pemulihan (R) ke kelas rentan (S) terhadap kecanduan media sosial
$1 - \zeta$	: Proporsi individu pada kelas pemulihan (R) yang berpindah ke kelas berhenti (Q) menggunakan media sosial
τ	: Laju kematian alami
α	: Laju timbulnya depresi dipicu oleh pengaruh media sosial
β	: Laju Individu rentan (S) yang berhenti menggunakan media sosial
χ	: Laju kontak penularan kecanduan saat terjadi kontak antara individu rentan (S) dengan individu yang kecanduan (A)
ν	: Laju individu depresi yang pulih melalui penanganan profesional
ς	: Laju individu yang meninggalkan kelas pengguna sesekali (E)
ω	: Proporsi keberhasilan perawatan individu kecanduan (A) yang pulih
ψ	: Laju individu kecanduan yang meninggalkan kelas A melalui perawatan
Φ	: Proporsi individu pengguna sesekali (E) yang berpindah ke kelas kecanduan (A)
$1 - \Phi$	: Proporsi individu pada kelas pengguna sesekali (E) yang berpindah ke kelas pemulihan (R)
ρ	: Laju individu yang meninggal akibat bunuh diri karena depresi
ϕ	: Laju penularan kecanduan pada populasi rentan melalui kontak sosial
γ	: Laju individu pulih (R) yang kembali ke kelas kecanduan (A)

ABSTRAK

Nurhafiza, Mariska Aulia Nadhifa. 2026. **Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika pada Kecanduan Media Sosial dan Depresi.** Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si. (II) Dr. Ach. Nashichuddin, M.A.

Kata Kunci: Kecanduan Media Sosial, Depresi, *Relapse*, Model SMAD, Bilangan Reproduksi Dasar, Analisis Kestabilan

Penggunaan media sosial yang berlebihan telah menjadi permasalahan kesehatan mental global, khususnya kecanduan dan depresi. Penelitian ini memodifikasi model matematika SMAD (*Social Media Addiction and Depression*) yang dikembangkan oleh Ali dkk. (2024) dengan menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) menuju kompartemen *Addicted* ($A(t)$), serta menganalisis dinamik model hasil modifikasi tersebut. Model modifikasi terdiri dari enam kompartemen yaitu *Susceptible* ($S(t)$), *Exposed* ($E(t)$), *Addicted* ($A(t)$), *Depressed* ($D(t)$), *Recovered* ($R(t)$), dan *Quitters Permanent* ($Q(t)$). Hasil analisis dinamik menunjukkan bahwa model modifikasi memiliki dua titik kesetimbangan. Titik kesetimbangan bebas kecanduan P_0 selalu ada untuk nilai parameter positif, namun bersifat tidak stabil. Titik kesetimbangan endemik P^* terbukti stabil secara asimtotik lokal ketika syarat eksistensi terpenuhi. Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh dari *Next Generation Matrix* pada nilai parameter yang diberikan adalah $R_0 = 1,096649437 > 1$, yang berarti kecanduan media sosial bersifat endemik dan akan menetap dalam populasi. Hasil ini berbeda dengan model Ali dkk. (2024) yang menghasilkan $R_0 = 0,2063593684 < 1$, sehingga penambahan jalur *relapse* terbukti meningkatkan nilai R_0 dan mengubah kondisi sistem dari bebas kecanduan menjadi endemik. Nilai ambang $\gamma^* = 0,2987$ sebagai nilai maksimum laju *relapse* yang masih menjamin kondisi bebas kecanduan. Simulasi numerik mengonfirmasi hasil analitik dan menunjukkan bahwa nilai kesetimbangan populasi kecanduan ($A(t)$) pada model modifikasi lebih tinggi dan bertahan lebih lama dibandingkan model Ali dkk. (2024).

ABSTRACT

Nurhafiza, Mariska Aulia Nadhifa. 2026. **Dynamic Analysis of a Modified Mathematical Model of Social Media Addiction and Depression.** Undergraduate Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors I: Dr. Heni Widayani, M.Si. Advisors II: Dr. Ach. Nashichuddin, M.A.

Keywords: Social Media Addiction, Depression, Relapse, SMAD Model, Basic Reproduction Number, Stability Analysis

Excessive use of social media has become a global mental health problem, especially addiction and depression. This study modifies the SMAD (Social Media Addiction and Depression) mathematical model developed by Ali et al. (2024) by adding a new transmission path in the form of a relapse rate from the Recovered ($R(t)$) compartment to the Addicted ($A(t)$) compartment, and analyzing the dynamics of the modified model. The modified model consists of six compartments, namely Susceptible ($S(t)$), Exposed ($E(t)$), Addicted ($A(t)$), Depressed ($D(t)$), Recovered ($R(t)$), and Quitters Permanent ($Q(t)$). The results of the dynamic analysis show that the modified model has two equilibrium points. The addiction-free equilibrium point P_0 always present for positive parameter values, but it is unstable. The endemic equilibrium point of P^* is shown to be locally asymptotically stable when the conditions of existence are met. The basic reproduction number obtained from the Next Generation Matrix at the given parameter value is $R_0 = 1.096649437 > 1$, which means that social media addiction is endemic and will settle in the population. This result is different from the model of Ali et al. (2024) which produces $R_0 = 0.2063593684 < 1$, so that the addition of relapse pathways has been shown to increase R_0 values and change the system condition from addiction-free to endemic. The threshold value is $\gamma^* = 0.2987$ as the maximum value of the relapse rate that still guarantees addiction-free conditions. Numerical simulations confirm the analytical results and show that the equilibrium value of the addicted population ($A(t)$) in the modified model is higher and lasts longer than the model of Ali et al. (2024).

مستخلص البحث

نورحافطة، مارييسكا أوليا نظيفة . ٢٠٢٦. تحليل الديناميكي لتعديل النماذج الرياضية في إدمان وسائل التواصل الاجتماعي والاكتئاب. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية ملانج. المشرف: (١) الدكتورة هيني ويداياني، الماجستير في العلوم. (٢) الدكتور أحمد نا صبح الدين، ماجستير في التربية.

الكلمات المفتاحية: إدمان وسائل التواصل الاجتماعي، الاكتئاب، الانتكاس، نموذج $SMAD$ ، أرقام الإنجاب الأساسية، تحليل الاستقرار

أصبح الاستخدام المفرط لوسائل التواصل الاجتماعي مشكلة صحية نفسية عالمية، خاصة الإدمان والاكتئاب. تقوم هذه الدراسة بتعديل نموذج $SMAD$ الرياضي ($SMAD$) الذي طوره علي وآخرون (٢٠٢٤) من خلال إضافة مسار انتقال جديد على شكل معدل انتكاسة من قسم التعافي ($R(t)$) إلى قسم المدمنين ($A(t)$)، وتحليل ديناميكيات النموذج المعدل. يتكون النموذج المعدل من ست أقسام هي: المعرض ($S(t)$)، المكتشف ($E(t)$)، المدمن ($A(t)$)، المكتئب ($D(t)$)، التعافي ($R(t)$)، والدائم ($Q(t)$). تظهر نتائج التحليل الديناميكي أن النموذج المعدل يحتوي على نقطتي توازن. P_0 تكون نقطة التوازن الخالية من الإدمان موجودة دائما لقيم المعلمات الإيجابية، لكنها غير مستقرة. يظهر أن نقطة التوازن المتوطنة ل P^* مستقرة محليا تقريبا عندما تتحقق شروط الوجود. رقم التكاثر الأساسي المستخرج من مصفوفة الجيل القادم عند قيمة المعامل المعطاة هو $1.096649437 > \mathcal{R}_0$ ، مما يعني أن إدمان وسائل التواصل الاجتماعي متوطن وسيستقر في السكان. تختلف هذه النتيجة عن نموذج علي وآخرون (٢٠٢٤) الذي ينتج $\mathcal{R}_0 = 0.2063593684 < 1$ ، بحيث أظهر إضافة مسارات الانتكاس زيادة قيم $\mathcal{R}_0$ وتغيير حالة النظام من الحالي من الإدمان إلى التعبية. القيمة العتبية هي $\gamma^* = 0.2987$ كقيمة قصوى لمعدل الانتكاس التي لا تزال تضمن حالة خالية من الإدمان. تؤكد المحاكاة العددية النتائج التحليلية وتظهر أن قيمة التوازن للسكان المدمنين ($A(t)$) في النموذج المعدل أعلى وتدوم لفترة أطول من نموذج علي وآخرون (٢٠٢٤).

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Era digitalisasi telah menjadikan internet sebagai bagian dari kehidupan manusia, termasuk dalam mengubah pola interaksi sosial masyarakat. Interaksi yang sebelumnya didominasi oleh tatap muka (*face to face*), kini berlangsung melalui platform digital seperti media sosial. Berdasarkan laporan *Digital 2025* yang dirilis oleh DataReportal, jumlah pengguna media sosial di Indonesia per Oktober 2025 mencapai 62,3% dari seluruh populasi dunia atau setara dengan 5,24 miliar jiwa merupakan pengguna aktif media sosial dengan rata-rata waktu penggunaan sekitar 2 jam 23 menit per hari. Di Indonesia, data per Oktober 2025 menunjukkan lebih dari separuh penduduk Indonesia yaitu 62,9% atau sekitar 180 juta individu merupakan pengguna media sosial aktif, dengan durasi penggunaan yang cukup tinggi yakni mencapai 3 jam 6 menit setiap harinya (Kemp, 2025)

Selain membawa dampak positif, perubahan pola interaksi ini juga memunculkan masalah baru terkait perilaku penggunaan media sosial secara intensif dan terus menerus tanpa memperhatikan durasi waktu pemakaian yang disebut kecanduan (Haziq dkk. 2024). Para ahli menggunakan durasi penggunaan harian sebagai salah satu indikator klasifikasi. Hal ini diperkuat oleh penelitian Riehm dkk. (2019) yang menunjukkan bahwa remaja yang menggunakan media sosial lebih dari tiga jam per hari berisiko tinggi mengalami masalah kesehatan mental. Risiko tersebut meningkat dua kali lipat pada penggunaan lebih dari 6 jam per hari, yang mengarah pada gejala kecemasan berat dan depresi.

Hubungan antara penggunaan media sosial dengan depresi tidak terjadi secara langsung, melainkan dipengaruhi oleh beberapa faktor psikologis. Penggunaan media sosial secara berlebihan mendorong berkurangnya interaksi tatap muka yang menimbulkan rasa isolasi sosial, gangguan pola tidur akibat paparan layar yang berkepanjangan, serta penurunan harga diri akibat perbandingan sosial yang terus-menerus dengan representasi kehidupan orang lain yang tampak ideal (Azem dkk., 2023). Kondisi-kondisi ini secara kumulatif menciptakan tekanan psikologis yang berkelanjutan dan menjadi jalur terbentuknya gejala depresi klinis. Mekanisme lain yang paling sering ditemukan adalah kecenderungan individu untuk membandingkan kondisi dirinya dengan kehidupan orang lain yang tampak lebih baik, lebih bahagia, atau lebih sukses di media sosial yang dikenal sebagai perbandingan sosial ke atas (*upward social comparison*). Ketika seseorang terus-menerus terpapar konten yang menampilkan versi terbaik kehidupan orang lain, ia cenderung merasa dirinya kurang berharga atau tertinggal, yang lama-kelamaan dapat memicu tekanan emosional yang menetap. Berdasarkan survei oleh Pew Research Center yang dianalisis Richter (2025), media sosial dinilai sebagai faktor dengan dampak negatif terbesar terhadap kesehatan mental remaja, dengan 44% orang tua dan 22% remaja menempatkan media sosial sebagai ancaman utama, bahkan melampaui faktor perundungan dan tekanan akademik.

Merespons kondisi ini, berbagai negara mulai mengambil langkah regulatif yang tegas. Australia menjadi negara pertama di dunia yang mengesahkan pelarangan media sosial bagi anak di bawah 16 tahun melalui *Online Safety Amendment (Social Media Minimum Age) Act 2024* yang mulai berlaku efektif pada 10 Desember 2025. Keputusan ini didasarkan pada bukti ilmiah yang mengaitkan

penggunaan media sosial berlebihan dengan peningkatan angka depresi dan bunuh diri remaja secara signifikan, dan mendapat dukungan dari lebih dari 127.000 petisi warga serta kalangan ahli kesehatan mental. Di Indonesia, pemerintah mengambil langkah serupa melalui Peraturan Pemerintah Nomor 17 Tahun 2025 tentang Tata Kelola Penyelenggaraan Sistem Elektronik dalam Pelindungan Anak (PP TUNAS) beserta aturan turunannya, yaitu Peraturan Menteri Komunikasi dan Digital Nomor 9 Tahun 2026, yang membatasi anak di bawah usia 16 tahun untuk memiliki akun pada platform digital berisiko tinggi seperti TikTok, Instagram, YouTube, dan Facebook. Kebijakan yang mulai diimplementasikan secara bertahap sejak 28 Maret 2026 ini menjadikan Indonesia sebagai negara non-Barat pertama yang menerapkan pembatasan serupa dalam skala besar. Kehadiran kebijakan ini sekaligus menegaskan bahwa pemodelan matematika terhadap dinamika kecanduan media sosial dan depresi memiliki relevansi langsung sebagai landasan ilmiah untuk merancang dan mengevaluasi efektivitas kebijakan perlindungan digital.

Tingginya tingkat kecanduan media sosial pada remaja di Indonesia telah dibuktikan secara empiris melalui berbagai penelitian. Aprilia dkk. (2020) menemukan bahwa sebanyak 48,6% remaja di SMAS Plus Al-Falah Jatinangor mengalami kecanduan media sosial tingkat tinggi, dengan komponen dominan berupa *virtual information* yang menunjukkan dorongan obsesif untuk selalu terhubung dengan media sosial guna mendapatkan informasi terbaru. Fenomena ini tidak berdiri sendiri, kecanduan media sosial terbukti berkontribusi terhadap munculnya berbagai dampak negatif pada remaja, termasuk penurunan prestasi akademik, gangguan pola tidur, hingga depresi. Individu yang telah berhasil

mengurangi penggunaan media sosial pun tidak serta merta terbebas dari risiko. Dorongan psikologis yang kuat dapat menyebabkan mereka kembali kecanduan atau mengalami *relapse*.

Salah satu aspek yang sering diabaikan dalam dinamika kecanduan media sosial adalah fenomena *relapse* atau kekambuhan. *Relapse* didefinisikan sebagai kembalinya perilaku penggunaan media sosial secara berlebihan setelah individu berhasil melewati periode pemulihan. Secara empiris, Carbonell-Colomer dkk. (2025) menemukan bahwa dari 326 mahasiswa Spanyol yang berupaya menghapus atau menonaktifkan aplikasi media sosial, sebanyak 43,4% atau 230 individu mengalami *relapse*. Studi terbaru oleh Cao dkk. (2025) mengidentifikasi dua pemicu psikologis utama *relapse*, yakni *approach urge* yang artinya dorongan kuat untuk kembali mendapatkan kepuasan instan dari interaksi digital, dan yang kedua adalah *avoidance urge*, yaitu keinginan menghilangkan kecemasan atau *Fear of Missing Out* (FOMO). Fenomena *relapse* ini semakin memperkuat perlunya memasukkan jalur *Recovered* ke *Addicted* dalam model matematika kecanduan media sosial, seperti yang dilakukan dalam penelitian ini.

Individu yang mengalami kecanduan media sosial cenderung mengalami perasaan tidak berharga, isolasi sosial, kecemasan, serta tekanan emosional akibat paparan konten yang bersifat kompetitif dan mendorong perbandingan diri (Andreassen dkk. 2017). Kondisi ini mengindikasikan bahwa kecanduan media sosial tidak hanya berdampak pada kebiasaan pengguna, tetapi juga memengaruhi kondisi psikologis secara signifikan. Dengan demikian, penting untuk mengkaji secara mendalam bagaimana kecanduan muncul, berkembang, berulang (*relapse*),

dan berdampak terhadap kesehatan mental melalui pendekatan yang terstruktur dan sistematis, salah satunya melalui pemodelan matematika.

Seiring dengan urgensi tersebut, beberapa penelitian telah berupaya memodelkan fenomena kecanduan media sosial melalui pendekatan matematika. Penelitian oleh Alemneh & Alemu (2021) mengembangkan model kompartemen SEARQ (*Susceptible–Exposed–Addicted–Recovery–Quit*) untuk mengkaji dinamika perpindahan individu dari keadaan rentan hingga berhenti permanen dengan strategi kontrol optimal. Model ini berhasil menunjukkan kondisi kestabilan titik bebas dan endemik kecanduan. Namun, model SEARQ tidak mencakup dampak psikologis kecanduan terhadap kesehatan mental, khususnya depresi.

Penelitian selanjutnya oleh Ali dkk. (2024) mengembangkan model SMAD (*Social Media Addiction and Depression*) yang secara eksplisit menghubungkan perilaku kecanduan media sosial dengan timbulnya depresi dalam enam kompartemen: *Susceptible* ($S(t)$), *Exposed* ($E(t)$), *Addicted* ($A(t)$), *Depressed* ($D(t)$), *Recovered* ($R(t)$), dan *Permanent Quitters* ($Q(t)$). Hasil simulasi numerik model tersebut menunjukkan bahwa peningkatan jumlah individu yang kecanduan berbanding lurus dengan peningkatan jumlah penderita depresi. Namun, model SMAD belum memasukkan kemungkinan individu yang telah pulih dapat kembali mengalami kecanduan (*relapse*) ke kompartemen *Addicted*.

Pada tahun 2024, Juhari dkk. mengembangkan modifikasi model kecanduan media sosial dengan membedakan dua tingkat keparahan: kecanduan ringan dan kecanduan berat. Penelitian ini memperkaya kajian dinamika penyebaran kecanduan, namun demikian model tersebut belum mencakup dampak psikologis

berupa depresi maupun kemungkinan terjadinya *relapse* pada individu yang telah pulih.

Dengan demikian, terdapat celah penelitian dalam kajian-kajian terdahulu: belum ada model yang secara bersamaan mengintegrasikan dinamika kecanduan media sosial, dampak depresi, dan kemungkinan terjadinya *relapse*. Dalam model SMAD milik Ali dkk. (2024), kompartemen *Recovered* ($R(t)$) hanya diasumsikan berkurang akibat kematian alami dan keluar permanen, tanpa mempertimbangkan adanya kemungkinan individu yang telah pulih tetapi kembali mengalami kecanduan. Padahal, seperti yang telah dipaparkan sebelumnya, tingkat *relapse* pada kecanduan media sosial sangat mungkin terjadi. Mengabaikan jalur *relapse* ini akan mengurangi keakuratan model dalam merepresentasikan dinamika nyata penyebaran kecanduan di masyarakat, sehingga juga akan mengurangi validitas prediksi model untuk keperluan perencanaan intervensi kebijakan.

Dalam pandangan Islam, segala bentuk tantangan atau permasalahan yang dihadapi umat manusia, termasuk perilaku kecanduan dan depresi telah disediakan kerangka solusinya. Oleh karena itu, Allah SWT menurunkan Al-Qur'an sebagai pedoman utama untuk mencegah kesesatan dan berfungsi sebagai sumber penawar (*syifa'*) bagi kaum Muslimin. Sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Al-Isra ayat 82 (Kementrian Agama RI, 2025) Allah SWT berfirman yang artinya:

“Dan kami turunkan dari Al-Qur'an suatu yang menjadi penawar dan rahmat bagi orang-orang yang beriman dan Al-Qur'an itu tidaklah menambah kepada orang-orang yang zalim selain kerugian“ (QS. Al-Isra:82)

Ayat ini menegaskan bahwa Al-Qur'an berfungsi sebagai obat hati dari penyakit seperti kesyirikan, kekafiran, dan kemunafikan. Selain itu, Al-Qur'an menjadi rahmat yang memberi petunjuk kepada kaum Muslimin. Menurut (Shihab,

2002), dalam Tafsir Al-Misbah menegaskan bahwa Al-Qur'an menggunakan kata *syifa'*, bukan *dawa'* untuk menunjukkan kepastian kesembuhan. Jika *dawa'* masih terdapat kemungkinan menyembuhkan penyakit atau gagal. Sedangkan *syifa'* bermakna kesembuhan yang pasti. Sebagai *syifa'*, Al-Qur'an berfungsi membersihkan segala penyakit pada hati manusia.

Ayat di atas memberikan dua fungsi utama Al-Qur'an yang relevan dengan dinamika model kecanduan media sosial dan depresi. Pertama, Al-Qur'an berfungsi sebagai penawar (*syifa'*) bagi penyakit hati dan mental. Dalam model ini, *syifa'* dapat diinterpretasikan sebagai mekanisme pemulihan yang merujuk pada perpindahan individu yang sakit menuju pemulihan. Hal ini sejalan dengan laju perpindahan individu dari kompartemen *Addicted* ($A(t)$) atau *Depressed* ($D(t)$) menuju *Recovered* ($R(t)$).

Adapun fungsi yang kedua adalah sebagai rahmat yang berfungsi sebagai petunjuk dan mekanisme pencegahan. Hal ini mencakup kontrol diri untuk menjaga individu pada kompartemen *Susceptible* ($S(t)$) agar tidak terpapar dan upaya meminimalisir risiko *relapse*. Secara matematis, rahmat dapat diinterpretasikan sebagai parameter yang dapat mengurangi laju transmisi dan kestabilan populasi pemulihan. Adapun bagi orang yang mengingkari, keberadaan Al-Qur'an tidak memberikan manfaat, melainkan menambah kerugian. Hal ini mencerminkan kondisi populasi yang terjebak di dalam lingkaran kecanduan, depresi bahkan rentan terhadap *relapse* karena mengabaikan petunjuk dan kontrol diri.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk memodifikasi model SMAD yang dikembangkan oleh Ali dkk. (2024) dengan menambahkan satu jalur transmisi baru, yaitu dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) kembali ke

kompartemen *Addicted* ($A(t)$) dengan laju γ (laju *relapse*). Melalui modifikasi ini, diharapkan model mampu merepresentasikan dinamika penyebaran kecanduan media sosial secara lebih akurat, termasuk dampaknya terhadap depresi dan pola kekambuhan yang terjadi di masyarakat serta dapat menjadi landasan ilmiah bagi evaluasi kebijakan intervensi kontribusi ilmiah sebagai landasan evaluasi kebijakan pengendalian dampak digital.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian yang telah disampaikan pada latar belakang, maka rumusan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Bagaimana modifikasi model matematika Ali dkk. (2024) dengan penambahan parameter *relapse*?
2. Bagaimana analisis dinamik modifikasi model kecanduan media sosial dan depresi dengan adanya parameter *relapse*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disusun, penelitian ini bertujuan untuk sebagai berikut

1. Mengetahui persamaan diferensial modifikasi modifikasi model matematika Ali dkk. (2024) dengan penambahan parameter *relapse*
2. Mengetahui hasil analisis dinamik modifikasi model kecanduan media sosial dan depresi dengan adanya parameter *relapse*

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian, maka manfaat adanya penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini dapat digunakan untuk memahami bagaimana penyebaran perilaku kecanduan media sosial pada masyarakat, serta dapat digunakan sebagai rujukan untuk penelitian selanjutnya.
2. Hasil analisis dinamik yang diperoleh dari penelitian ini dapat memberikan wawasan terkait upaya pencegahan dan penanganan kecanduan media sosial
3. Hasil dari penelitian ini dapat membantu individu untuk memahami dan mengendalikan perilaku penggunaan media sosial, sehingga dapat mengontrol diri mereka dengan baik dan mencegah *relapse*

1.5 Batasan Masalah

1. Penelitian ini menggunakan model matematika kecanduan media sosial dan depresi yang dikemukakan oleh Ali dkk. (2024), yaitu:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda + \zeta\lambda R - \phi\chi AS - (\beta + \tau)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \phi\chi AS - (\varsigma + \tau)E$$

$$\frac{dA}{dt} = \Phi\varsigma E - (\tau + \psi + \alpha)A$$

$$\frac{dD}{dt} = \alpha A + \psi(1 - \omega)A - (v + \rho + \tau)D$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \Phi)\varsigma E + vD + \psi\omega A - (\tau + \lambda)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q$$

2. Modifikasi model hanya dilakukan dengan menambahkan satu jalur transmisi baru, yaitu dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) lalu kembali ke kompartemen *Addicted* ($A(t)$) atau disebut dengan *relapse* dengan laju γ

3. Penelitian ini membatasi lingkup media sosial pada platform berbasis konten video pendek (*short-form video*) dengan fitur *infinite scroll*, seperti TikTok, Instagram (Reels), dan YouTube (Shorts). Platform komunikasi seperti WhatsApp dan platform teks seperti X (Twitter) tidak termasuk dalam lingkup penelitian ini karena sifatnya yang lebih komunikatif. Dengan demikian, penelitian ini berfokus pada dampak negatif penggunaan media sosial, khususnya potensi kecanduan dan depresi yang ditimbulkan.
4. Depresi dalam penelitian ini didefinisikan sebagai kondisi yang disebabkan karena akses penggunaan media sosial yang berlebihan sehingga memengaruhi aktivitas sehari-hari, ditandai dengan gejala yang menetap selama minimal 14 hari.
5. Durasi penggunaan media sosial yang menjadi dasar pengklasifikasian kompartemen diukur secara akumulatif harian, yaitu total waktu penggunaan dalam satu hari (24 jam), bukan penggunaan terus menerus tanpa henti. Artinya, seseorang yang menggunakan media sosial selama 2 jam di pagi hari dan 3 jam di malam hari dihitung memiliki durasi akumulatif 5 jam per hari.
6. Nilai parameter yang digunakan, selain laju *relapse* yang diasumsikan, merujuk pada parameter yang didefinisikan dalam model SMAD Model oleh (Ali dkk. 2024)

1.6 Definisi Istilah

Tujuan dari dibuatnya definisi istilah pada penelitian ini adalah menghindari perbedaan pengertian istilah yang digunakan pada penelitian ini. Berikut adalah beberapa definisi istilah yang digunakan dalam penelitian ini

1. Media sosial : Seperangkat alat yang mentransformasi komunikasi dan kolaborasi, memungkinkan terjadinya interaksi yang sebelumnya tidak terjangkau oleh masyarakat luas. (Brogan, 2010)
2. Kecanduan media sosial : Penggunaan yang berlebihan dan tak terkendali sehingga mengganggu aktivitas sehari-hari dan kesehatan mental. Lebih dari sekadar menghabiskan banyak waktu di dunia maya, perilaku ini mencakup kebiasaan mengecek notifikasi secara obsesif, perasaan cemas saat *offline*, serta dampak negatif yang nyata terhadap kewajiban dan hubungan sosial penggunanya. (Amirthalingam & Khera, 2024)
3. *Relapse* : Kecenderungan terulangnya kembali kecanduan setelah adanya kontrol diri. (Cao dkk. 2025)
4. Depresi : Gangguan kesehatan mental yang memengaruhi perasaan, pola pikir dan perilaku seseorang yang umumnya ditandai dengan perasaan sedih terus-menerus serta hilangnya minat terhadap berbagai aktivitas. (Chan & Arif, 2023)
5. Kelas/Subpopulasi : Kelompok individu dalam populasi yang memiliki karakteristik serupa dalam konteks penggunaan media sosial dan kondisi kesehatan mental. Istilah “kelas”, “subpopulasi”, dan “kompartemen” dalam

penelitian ini merujuk pada konsep yang sama, sehingga penggunaannya dapat saling menggantikan.

6. Durasi akumulatif : Total waktu penggunaan media sosial dalam satu harian hari (24 jam) yang dihitung secara kumulatif dari semua sesi penggunaan, tanpa disyaratkan penggunaan secara terus menerus.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear

Persamaan diferensial tak linear merupakan istilah lain dari persamaan diferensial nonlinear. Persamaan diferensial diklasifikasikan sebagai linear apabila memenuhi seluruh syarat berikut, dan disebut nonlinear apabila melanggar salah satu atau lebih dari syarat tersebut:

1. Variabel terikat dan semua turunannya berderajat paling tinggi satu.
2. Tidak terdapat perkalian antara variabel terikat, antara turunan-turunannya, maupun antara variabel terikat dengan turunannya.
3. Variabel terikat dan turunannya tidak boleh menjadi bagian dari fungsi transenden (seperti fungsi trigonometri, logaritma, atau eksponensial) (Sumardi, 2022).

Perhatikan contoh dibawah ini:

$$\frac{dX}{dt} = \lambda - \mu X(t) - \beta X(t)M(t) \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) diklasifikasikan sebagai persamaan diferensial nonlinear karena memuat suku $\beta X(t) M(t)$, yaitu perkalian antara dua variabel terikat $X(t)$ dan $M(t)$, sehingga melanggar syarat kedua di atas.

2.1.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial terdiri dari n persamaan diferensial, dengan n fungsi yang belum diketahui, di mana $n \geq 2$. Bentuk umumnya sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (2.2)$$

dengan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel terikat, sedangkan t merupakan variabel bebas, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$.

2.1.3 Sistem Dinamik

Sistem dinamik didefinisikan sebagai suatu sistem yang mengalami perubahan keadaan dari waktu ke waktu, dan perubahan tersebut dipengaruhi oleh kondisi sistem sebelumnya. Keadaan sistem pada masa mendatang dapat diprediksi, apabila keadaan sistem pada waktu sekarang diketahui. Menurut Arrowsmith & Place (1990), sistem dinamik dibagi menjadi dua jenis, yaitu:

1. Sistem Dinamik Diskret

Perubahannya terjadi pada titik-titik waktu tertentu yang terpisah, misalnya per hari atau per tahun. Bentuk umumnya:

$$x_{t+1} = f(x_t), \text{ dimana } t \in \mathbb{Z} \text{ atau } \mathbb{N}$$

dengan x_t adalah keadaan sistem pada waktu ke- t , x_{t+1} adalah keadaan sistem pada waktu berikutnya, dan f adalah fungsi yang menentukan bagaimana keadaan sistem berubah dari satu waktu ke waktu berikutnya. Artinya keadaan sistem di waktu berikutnya ditentukan oleh keadaan di masa sekarang.

2. Sistem Dinamik Kontinu

Berbeda dengan diskret, perubahan pada sistem dinamik kontinu berlangsung terus menerus di setiap saat. Bentuk umumnya:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (2.3)$$

Artinya perubahan keadaan sistem dinyatakan dalam bentuk turunan terhadap waktu.

2.1.4 Titik Keseimbangan

Titik ekuilibrium merupakan istilah yang juga sering disebut titik keseimbangan, titik kritis, atau titik tetap. Pada titik ini, nilai variabel sistem tidak berubah lagi karena laju perubahannya sama dengan nol, yaitu

$$\frac{dx^*}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

pada kondisi ini, sistem tidak mengalami perubahan dari waktu ke waktu, sehingga disebut keadaan setimbang. Kestabilan suatu titik keseimbangan ditentukan melalui analisis lanjutan, misalnya menggunakan matriks Jacobian (Boyce dkk. 2011).

2.1.5 Linearisasi

Linearisasi merupakan metode yang digunakan untuk mengaproksimasi sistem persamaan diferensial nonlinear menjadi sistem persamaan diferensial linear di sekitar titik keseimbangan. Metode ini dilakukan dengan menggunakan ekspansi Deret Taylor disekitar titik keseimbangan (x^*, y^*) . Fungsi nonlinear $F(x, y)$ dan $G(x, y)$ dapat dicari solusinya menggunakan Deret Taylor sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= F(x^*, y^*) + \frac{\partial F}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial F}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x^*, y^*) + \frac{\partial G}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial G}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Pada kondisi setimbang berlaku $F(x^*, y^*) = G(x^*, y^*) = 0$, sehingga ekspansi Deret Taylor tersebut hanya menyisakan komponen turunan parsialnya.

Berdasarkan persamaan (2.5), apabila variabel $a = (x - x^*)$ dan $b = (y - y^*)$ disubstitusikan ke dalam persamaan (2.5), maka diperoleh $\frac{dx}{dt} = \frac{da}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt} = \frac{db}{dt}$, dalam keadaan setimbang dihasilkan suatu sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial x}(x^*, y^*)a + \frac{\partial F}{\partial y}(x^*, y^*)b \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{\partial G}{\partial x}(x^*, y^*)a + \frac{\partial G}{\partial y}(x^*, y^*)b\end{aligned}\tag{2.6}$$

Sistem persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{X} = \mathbf{A}_0\mathbf{X}\tag{2.7}$$

dimana

$$\mathbf{X} = (a, b)^T\tag{2.8}$$

sehingga

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x}(x^*, y^*) & \frac{\partial F}{\partial y}(x^*, y^*) \\ \frac{\partial G}{\partial x}(x^*, y^*) & \frac{\partial G}{\partial y}(x^*, y^*) \end{bmatrix}\tag{2.9}$$

2.1.6 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Misalkan $\mathbf{A}_{n \times n}$ dan $\mathbf{x} \in R^n$, apabila $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ maka λ disebut nilai eigen dari $\mathbf{A}$ dan $\mathbf{x}$ disebut vektor eigen. Dari persamaan $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ diperoleh:

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{x} = 0\tag{2.10}$$

Persamaan (2.10) mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$ atau $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$ yang disebut persamaan karakteristik dari matriks $\mathbf{A}$. Karena persamaan ini merupakan polinomial derajat n , maka matriks $\mathbf{A}$ memiliki tepat sebanyak n nilai eigen (Andari, 2017).

2.1.7 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar disimbolkan dengan $\mathcal{R}_0$ merupakan parameter yang menunjukkan rata-rata jumlah individu rentan yang akan tertular oleh satu individu selama periode penularan. Nilai ini sangat menentukan menyebarnya penyakit atau tidak. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, hal ini menunjukkan bahwa rata-rata penularan berjumlah kurang dari satu orang, sehingga penyakit tidak akan menyebar dan diprediksi akan menghilang. Namun, apabila $\mathcal{R}_0 > 1$, menunjukkan bahwa rata-rata penularan berjumlah lebih dari satu orang, sehingga infeksi dapat menyebar dan berpotensi menjadi wabah.

Bilangan reproduksi dasar dapat diperoleh melalui penggunaan Matriks Generasi Selanjutnya (*Next Generation Matrix*). Pada metode ini, perlu dilakukan pemisahan antara kompartemen terinfeksi dan kompartemen tidak terinfeksi. Langkah awal yang perlu dilakukan untuk solusi persamaan kompartemen terinfeksi. Didefinisikan $\mathcal{F}$ dan $\mathcal{V}$ matriks berukuran $m \times m$ yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathcal{F} = \frac{\partial F_i(E^0)}{\partial x_j} \text{ dan } \mathcal{V} = \frac{\partial V_i(E^0)}{\partial x_j}, i, j = 1, 2, \dots, m \quad (2.11)$$

Dengan E^0 adalah titik keseimbangan bebas infeksi. Matriks Generasi Selanjutnya didefinisikan menjadi $K = \mathcal{F}\mathcal{V}^{-1}$ dan $\mathcal{R}_0$ diperoleh dari $\mathcal{R}_0 = \rho(K)$, dengan $\rho(K)$ adalah nilai eigen terbesar (Brauer & Castillo Chavez, 2011).

Giesecke (2002) mengklasifikasikan nilai $\mathcal{R}_0$ ke dalam tiga kategori, yaitu:

1. $\mathcal{R}_0 < 1$ artinya penyakit yang terjadi mulai menurun sehingga penularan akan hilang dari waktu ke waktu.

2. $\mathcal{R}_0 = 1$ artinya jumlah kasus baru yang terjadi berada dalam kondisi stabil atau konstan.
3. $\mathcal{R}_0 > 1$ artinya penyakit yang terjadi akan menyebar menjadi wabah. Jumlah kasus baru bertambah secara terus menerus.

2.1.8 Kriteria Routh-Hurwitz

Dalam beberapa kasus tertentu, terdapat persamaan karakteristik yang sulit di evaluasi akar-akar atau nilai eigennya. Terdapat cara untuk menentukan kestabilan titik kesetimbangan tanpa harus melakukan perhitungan akar-akar karakteristik terlebih dahulu yaitu dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Menurut Hasnawati dkk. (2017) misalkan diberikan persamaan karakteristik orde- n sebagai berikut

$$P(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 \quad (2.12)$$

Semua koefisien a_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ harus berupa bilangan real dan $a_n \neq 0$. Definisikan n matriks Routh-Hurwitz dengan menggunakan koefisien a_i dari persamaan karakteristik (2.11)

Tabel 2.1 Routh Array

λ^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...
λ^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...	...
λ^{n-2}	b_1	b_2	b_3	...	...
λ^{n-3}	c_1	c_2	c_3	...	...
λ^{n-4}	d_1	d_2	d_3	...	...
	$\vdots$	$\vdots$			
λ^2	e_1	a_n	...	...	...
λ	f_1	...	...	...	...
λ^0	a_n	...	...	...	...

Koefisien untuk dua baris pertama dari Tabel Routh diambil langsung dari koefisien persamaan karakteristik ($P(\lambda)$). Sementara itu, koefisien untuk

baris-baris berikutnya dihitung menggunakan determinan matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}; b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}; \\
 b_3 &= \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}; b_i = \frac{a_{n-1}(a_{n-2i}) - a_n(a_{n-(2i+1)})}{a_{n-1}} \\
 c_1 &= \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}; c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}; c_i = \frac{b_1(a_{n-(2i+1)}) - a_{n-1}(b_{i+1})}{b_1} \\
 d_1 &= \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}; d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Dan seterusnya hingga semua koefisien yang diperoleh membentuk matriks setengah piramida terbalik. Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz, sistem dikatakan stabil jika semua angka di kolom pertama bernilai positif dan tidak ada yang nol atau negatif. Apabila terdapat satu atau lebih angka negatif pada kolom pertama, maka sistem menjadi tidak stabil. Selain itu, jumlah perubahan tanda yang ditemukan saat menghitung kolom pertama Tabel Routh menunjukkan jumlah akar positif dari persamaan karakteristik yang menyebabkan ketidakstabilan.

2.1.9 Metode Runge Kutta Orde-4

Menurut (Loklomin & Rumlawang, 2014), metode Runge Kutta Orde 4 merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa yang menghasilkan ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode yang lainnya dengan *error* (h^4). Bentuk umum dari metode ini adalah

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{2.14}$$

dengan

$$\begin{aligned}k_1 &= f(x_i, y_i) \\k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3h)\end{aligned}\tag{2.15}$$

2.2 Al-Qur'an sebagai Syifa' bagi Umat Islam

Bagi umat islam, Al-Qur'an berfungsi sebagai pedoman hidup utama yang memberikan petunjuk serta solusi atas berbagai problematika kehidupan, baik yang bersifat fisik maupun spiritual. Allah SWT menurunkan Al-Qur'an sebagai sarana penyembuhan bagi hamba-hamba-Nya. Oleh karena itu, Allah SWT menurunkan Al-Qur'an yang memberikan banyak pembelajaran tentang kesehatan serta sebagai sumber penawar (*syifa'*) (Badrudin, 2019).

Islam sangat menekankan umatnya untuk merawat kesehatan dan berusaha mendapatkan pengobatan ketika sakit. Dalam pandangan Islam, penyakit merupakan bentuk ujian dari Allah SWT yang perlu dihadapi dengan sabar serta usaha. Segala bentuk penyakit pasti ada obatnya. Pengobatan tidak hanya melibatkan tindakan medis, namun bisa juga dengan aspek rohani.

Islam mengajarkan bahwa setiap kesulitan pasti disertai dengan kemudahan, dan Allah SWT selalu menjadi penyembuh segala penyakit yang menimpa manusia. Dalam Surat Asy-Syu'ara ayat 80, Allah SWT berfirman:

"Dan apabila aku sakit, Dialah Yang menyembuhkan aku." (QS. Asy-Syu'ara: 80)

Ayat tersebut menyatakan bahwa Allah-lah yang memberikan kesembuhan kepada manusia ketika mereka sakit, dengan kekuasaan-Nya yang mampu

mengatasi segala jenis penyakit. Namun, manusia tetap diharapkan untuk berusaha mencari jalan menuju penyembuhan. Dalam tafsirnya, Imam Jamāluddīn al-Qāsimī menjelaskan bahwa ayat ini mencerminkan etika seorang hamba terhadap Penciptanya. Pasalnya, penyakit sering kali timbul akibat ulah manusia sendiri, seperti melanggar aturan kesehatan atau pola hidup yang tidak sehat, sehingga serangan penyakit pada tubuh sulit dihindari. Di sisi lain, hanya Allah yang benar-benar berwenang menyembuhkan penyakit. Jika seseorang yang sakit menyadari hal ini selama menderita, ia akan lebih mendalam menghargai segala nikmat Allah setelah pulih dari penyakitnya. Faktanya, sebagian besar kasus penyakit manusia terjadi karena kurangnya perhatian terhadap standar kesehatan yang berlaku. (Kementrian Agama RI, 2025)

Dalam hadist, juga terdapat anjuran dari nabi Muhammad SAW sebagaimana berikut:

Dari Abu Hurairah R.A, dari Nabi SAW beliau bersabda, “Tidaklah Allah menurunkan penyakit melainkan obat penyembuh untuknya.”

Hadist tersebut memiliki dua makna, yaitu segala penyakit memiliki obat dan mencari obat termasuk bagian dari ikhtiar. Dalam tafsir kitab Fathul Baari karya (Abdullah, n.d.), Ibnu Hajar menyatakan hadist tersebut tidak sekedar mewajibkan Islam untuk berusaha mendapatkan pengobatan, akan tetapi juga menetapkan hukum sebab akibat dalam ciptaanNya. Menurut Ibnu Hajar sabda Rasulullah SAW mengisyaratkan bahwa obat-obatan yang diciptakan Allah dapat ditemukan melalui kajian ilmiah, praktik kedokteran, atau pengobatan tradisional yang terdapat pada zaman Rasul. Selain itu Ibnu Hajar menjelaskan bahwa hadist tersebut memberikan peluang untuk kemajuan ilmu Kesehatan. Islam bersikap terbuka terhadap

kemajuan teknologi medis, asalkan tidak bertentangan dengan syariat. (Abdullah, n.d.)

2.3 Kecanduan Media Sosial

Kecanduan media sosial dapat didefinisikan sebagai gangguan kontrol perilaku terhadap penggunaan media digital yang ditandai dengan durasi penggunaan yang berlebihan serta munculnya dampak negatif pada kondisi psikologis individu. Menurut Andreassen dkk. (2017) kecanduan media sosial merupakan kondisi di mana individu menjadi sangat terpaku pada aktivitas media sosial dan didorong oleh motivasi yang tidak terkendali untuk mengakses platform tersebut secara terus-menerus hingga mengabaikan aktivitas penting lainnya. Fenomena ini melibatkan komponen utama seperti dominasi aktivitas digital dalam pikiran, kebutuhan untuk meningkatkan durasi penggunaan guna mendapatkan kepuasan, serta munculnya perasaan gelisah atau gejala penarikan diri ketika akses dibatasi.

Platform berbasis konten video pendek seperti TikTok, Instagram Reels, dan YouTube Shorts memiliki tingkat adiksi yang lebih tinggi dibandingkan platform media sosial lainnya karena tiga karakteristik teknologi yang menjadi penyebab utamanya, yaitu: (1) *effortlessness*, yakni kemudahan akses konten yang memungkinkan pengguna terus menggulir layar tanpa hambatan; (2) *recommendation accuracy*, yakni kemampuan algoritma dalam menyajikan konten yang sesuai dengan minat pengguna; dan (3) *serendipity*, yakni munculnya konten tak terduga yang tetap relevan sehingga mempertahankan ketertarikan pengguna. Di antara ketiga platform tersebut, TikTok dinilai paling kuat mengintegrasikan

ketiga karakteristik ini, sehingga pengguna dapat menunjukkan pola penggunaan yang mengarah pada kecanduan hanya dalam satu jam pertama penggunaan.

Dari sisi biologis, Cao dkk. (2025) menemukan bahwa penggunaan platform video pendek secara intensif berkaitan dengan perubahan pada struktur otak, khususnya pada bagian yang berperan dalam pengambilan keputusan dan pengendalian diri. Perubahan serupa juga ditemukan pada individu yang mengalami ketergantungan terhadap zat adiktif seperti alkohol dan narkoba. Mekanismenya bekerja melalui fitur-fitur seperti notifikasi, tanda suka (*likes*), dan rekomendasi konten otomatis yang secara berulang memicu respons kesenangan di otak, sehingga lama-kelamaan menimbulkan ketergantungan yang sulit dikendalikan meskipun pengguna telah menyadari dampak negatifnya.

Berdasarkan penelitian Twenge & Martin (2020) dalam *Journal of Adolescence*, tingkat kesejahteraan psikologis remaja mulai menunjukkan penurunan yang konsisten setelah penggunaan media digital melewati ambang batas tertentu. Durasi akumulatif harian penggunaan sosial media menjadi indikator utama untuk mengklasifikasikan status kesehatan mental individu sebagai berikut:

Tabel 2.2 Kriteria Status Kesehatan Mental berdasarkan Durasi Akumulatif Harian dan Pemetaan Kompartemen Model

Durasi (jam)	Kategori Status	Karakteristik Psikologis dan Catatan	Sumber
$2 < h < 5$	<i>Addicted</i>	1. Memenuhi minimal 4 dari 6 kriteria BSMAS dengan skor ≥ 4 : a. <i>Salience</i> (dominasi aktivitas) b. <i>Mood modification</i> (perubahan suasana hati)	(Andreassen dkk., 2016; Riehm dkk., 2019)

Durasi (jam)	Kategori Status	Karakteristik Psikologis dan Catatan	Sumber
		c. <i>Tolerance</i> (peningkatan kebutuhan) d. <i>Withdrawal</i> (gejala penarikan diri) e. <i>Conflict</i> (konflik dengan aktivitas lain) f. Kecenderungan kambuh 2. Kriteria-kriteria tersebut dialami secara konsisten selama ≥ 14 hari	
$h \geq 5$	<i>Depressed</i>	1. Salah satu gejala utama hadir: suasana hati depresif atau hilang minat 2. Minimal ≥ 5 dari 9 gejala depresi, berlangsung ≥ 14 hari 3. Menyebabkan gangguan fungsi sosial, akademik, dan sehari-hari	(Kelly dkk., 2018)
$h \leq 2$	<i>Recovered</i>	1. Penggunaan ≤ 2 jam/hari 2. Kelas <i>Exposed</i> : pemulihan mandiri 3. Kelas <i>Addicted & Depressed</i> : pemulihan dengan bantuan profesional	(Twenge & Martin, 2020)

Perbedaan mendasar antara individu pada kompartemen *Addicted* (A(t)) dan *Depressed* (D(t)) terletak pada ada atau tidaknya gejala depresi klinis yang memenuhi kriteria DSM-5. Individu yang tergolong *Addicted* berada dalam fase penggunaan tinggi antara 3 hingga 4 jam per hari dan memenuhi minimal 4 dari 6 kriteria BSMAS, namun belum tentu menunjukkan gejala depresi. Sebaliknya,

individu akan berpindah ke kompartemen *Depressed* apabila durasi penggunaan harian mencapai ≥ 5 jam yang terjadi secara berkelanjutan selama minimal 14 hari, yang sering kali disertai dengan terpenuhinya minimal 5 dari 9 gejala depresi DSM-5 (APA, 2013) yang mengganggu fungsi kehidupan sehari-hari.

Individu yang sudah terjebak dalam tahap kecanduan atau depresi umumnya memerlukan pendampingan dari tenaga profesional agar bisa mencapai status *Recovered* ($R(t)$), yaitu ketika individu berhasil mengurangi penggunaan media sosial ke bawah ambang kecanduan yakni ≤ 2 jam per hari. Namun, individu yang masih berada di tahap *Exposed* ($E(t)$) dapat pulih secara mandiri melalui kesadaran diri atau intervensi dini dari lingkungan sekitar. Bantuan dari psikolog atau ahli sangat diperlukan untuk membenahi pola pikir dan cara berinteraksi yang sudah telanjur terganggu, seperti kebiasaan membandingkan diri dengan orang lain secara berlebihan atau rusaknya pola tidur akibat gadget (Twenge & Martin, 2020). Lewat pendampingan ahli, individu dibimbing untuk kembali mampu mengelola emosinya sehingga keseimbangan hidupnya bisa pulih seperti sedia kala. Meski demikian, status *Recovered* tidak bersifat permanen karena individu yang telah pulih tetap rentan untuk kembali ke kompartemen *Addicted* ($A(t)$) dengan laju *relapse* γ , sebagaimana direpresentasikan oleh jalur transmisi baru yang ditambahkan pada model modifikasi penelitian ini.

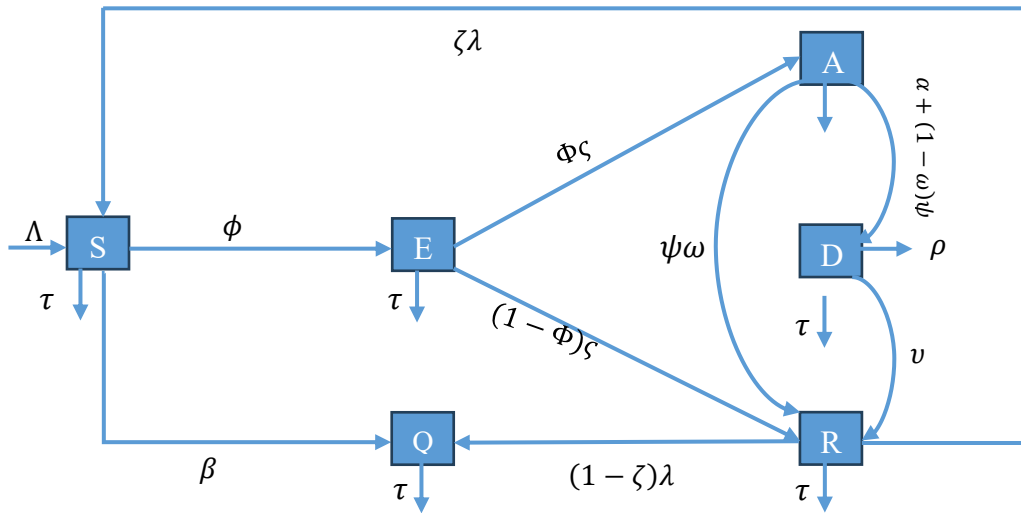
2.4 Model SMAD (*Social Media Addiction and Depression*)

Model matematika SMAD (*Social Media Addiction and Depression*) yang dikembangkan oleh Ali dkk. (2024) membahas tentang penyebaran kecanduan media sosial dan dampaknya terhadap kesehatan mental, khususnya depresi. Dalam model ini, populasi dibagi menjadi enam kompartemen. Pertama, kompartemen

Susceptible ($S(t)$) merupakan individu yang belum kecanduan namun berpotensi terpapar. Kedua, kompartemen *Exposed* ($E(t)$) yaitu pengguna media sosial dengan intensitas ringan yang berisiko menuju kecanduan. Jika intensitas penggunaan meningkat drastis, individu berpindah ke kompartemen *Addiction* ($A(t)$). Dampak psikologis lanjutan dari kondisi ini direpresentasikan oleh kompartemen *Depressed* ($D(t)$). Individu yang berhasil menjalani pengobatan akan masuk ke kompartemen *Recovered* ($R(t)$), sedangkan individu yang memutuskan untuk tidak lagi menggunakan media sosial dikategorikan dalam kompartemen *Permanent Quitters* ($Q(t)$). Berikut diagram kompartemen model matematika SMAD oleh Ali dkk. (2024)

Model SMAD dibangun berdasarkan beberapa asumsi: (1) populasi bersifat homogen dan tidak dibedakan berdasarkan jenis kelamin atau usia; (2) laju kelahiran (Λ) bersifat konstan dan semua individu yang baru lahir masuk ke kelas S ; (3) terdapat laju kematian alami (τ) yang berlaku di semua kelas; (4) individu dari kelas D memiliki risiko bunuh diri dengan laju ρ ; (5) kecanduan bersifat menular secara sosial, artinya kontak antara individu S dengan individu A dapat memindahkan S ke E ; (6) proses pemulihan pada model bersifat ganda: individu pada kelas E dapat pulih secara mandiri (*self recovery*), sedangkan individu pada kelas A dan D memerlukan bantuan tenaga profesional.

Berdasarkan asumsi dan deskripsi di atas, Ali dkk. (2024) membangun diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Kompartemen Model Matematika Ali dkk. (2024)

Berdasarkan diagram kompartemen di atas, diperoleh persamaan diferensial dibawah ini:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda + \zeta\lambda R - \phi\chi AS - (\beta + \tau)S \quad (2.15)$$

$$\frac{dE}{dt} = \phi\chi AS - (\xi + \tau)E$$

$$\frac{dA}{dt} = \Phi\xi E - (\tau + \psi + \alpha)A$$

$$\frac{dD}{dt} = \alpha A + \psi(1 - \omega)A - (v + \rho + \tau)D$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \Phi)\xi E + vD + \psi\omega A - (\tau + \lambda)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q$$

Ali dkk. (2024) melakukan analisis terhadap model SMAD ini dengan menentukan dua jenis titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan (*Disease-Free Equilibrium/DFE*) dan titik kesetimbangan endemik (*Disease-Endemic Equilibrium/DEE*). Bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ dihitung menggunakan metode Matriks Generasi Selanjutnya (*Next Generation Matrix/NGM*). Hasil analisis menunjukkan bahwa jika $\mathcal{R}_0 < 1$, titik kesetimbangan

bebas kecanduan (DFE) bersifat stabil secara asimtotik lokal, yang berarti kecanduan media sosial tidak akan menyebar di populasi. Sebaliknya, jika $R_0 > 1$, titik kesetimbangan endemik (DEE) eksis dan stabil, yang berarti kecanduan akan menetap di populasi. Simulasi numerik dengan metode Runge Kutta Orde-4 juga memperlihatkan korelasi positif antara jumlah individu kecanduan ($A(t)$) dengan jumlah penderita depresi ($D(t)$), yang dikonfirmasi secara empiris oleh berbagai penelitian (Riehm, dkk. 2019; Twenge & Martin, 2020).

Namun, model SMAD oleh Ali dkk. (2024) memiliki satu keterbatasan utama yang menjadi dasar penelitian ini yakni model tersebut mengasumsikan bahwa individu yang telah pulih ($R(t)$) kemungkinan mengalami *relapse* ke kelas kecanduan ($A(t)$). Padahal, sebagaimana dijelaskan pada subbab 2.3, fenomena *relapse* pada kecanduan media sosial sangat umum terjadi (Cao dkk. 2025). Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan modifikasi terhadap model SMAD dengan menambahkan jalur transmisi baru dari kompartemen R kembali ke A dengan laju γ , menghasilkan model SMAD yang dimodifikasi sebagaimana dibahas pada Bab IV.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

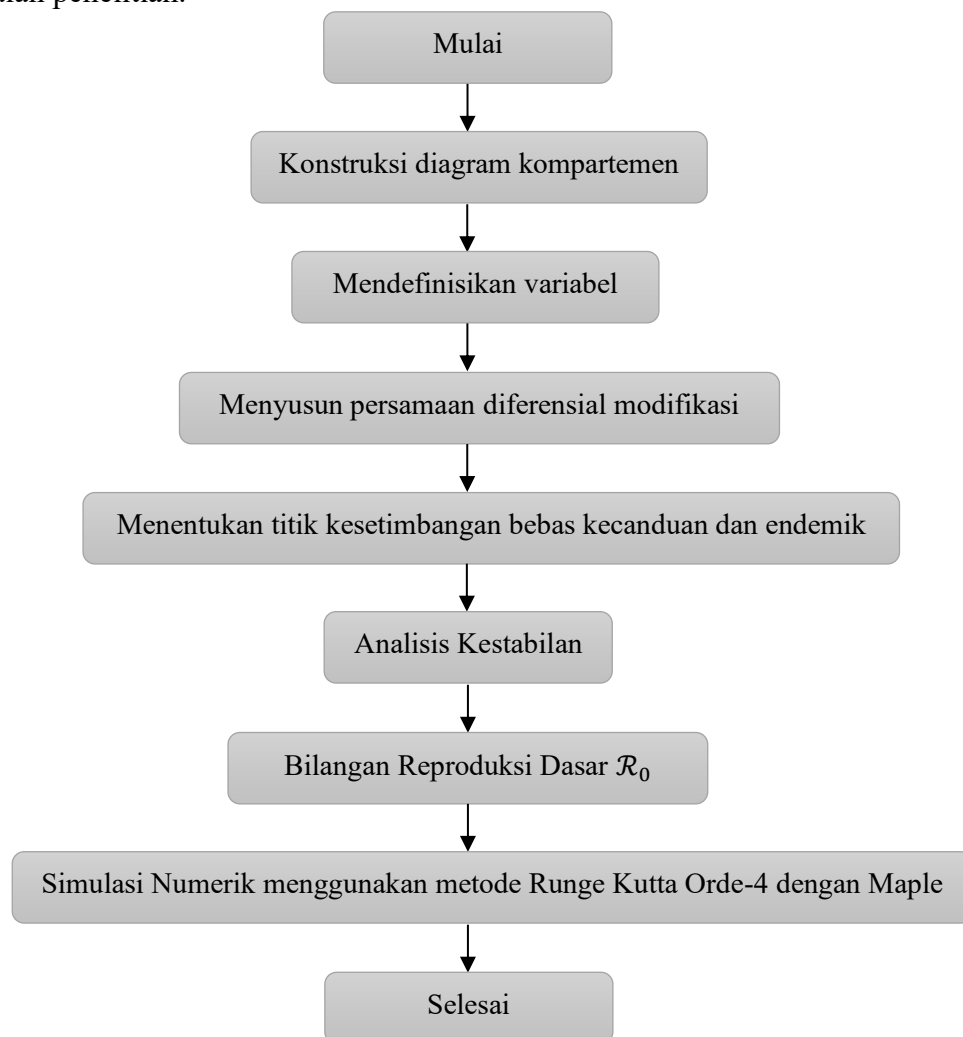
Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan melakukan kajian teori atau kajian literatur tentang dampak kecanduan media sosial terhadap kesehatan mental, khususnya depresi yang diperoleh dari referensi-referensi terkait, seperti artikel maupun buku.

3.2 Diagram Alir

Penelitian ini dilaksanakan menggunakan alur kerja sistematis yang digambarkan dalam diagram alir sebagai berikut. Langkah pertama adalah studi literatur, yaitu mengkaji penelitian-penelitian terdahulu yang berkaitan dengan pemodelan matematika kecanduan media sosial dan depresi, khususnya model SMAD Ali dkk. (2024) sebagai model dasar yang digunakan dalam penelitian ini. Selanjutnya dilakukan identifikasi permasalahan, yaitu mengidentifikasi gap penelitian berupa belum dimodelkannya jalur *relapse* dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) kembali ke kompartemen *Addicted* ($A(t)$) pada model SMAD yang ada.

Berdasarkan identifikasi tersebut, dilakukan modifikasi model dengan menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* γ dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) menuju kompartemen *Addicted* ($A(t)$), sehingga menghasilkan sistem persamaan diferensial biasa yang baru. Sistem persamaan tersebut kemudian dianalisis secara dinamik meliputi penentuan titik kesetimbangan bebas kecanduan dan titik kesetimbangan endemik, analisis kestabilan lokal masing-masing titik kesetimbangan menggunakan linearisasi matriks Jacobian, serta perhitungan bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ menggunakan metode *Next Generation Matrix*

(NGM). Setelah analisis analitik selesai dilakukan, tahap selanjutnya adalah simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde-4 untuk memvisualisasikan dinamika setiap kompartemen terhadap waktu dan membandingkan perilaku model modifikasi dengan model dasar Ali dkk. (2024). Terakhir, hasil analisis dan simulasi disimpulkan untuk menjawab rumusan masalah penelitian.



Gambar 3.1 Diagram Alir Tahapan Penelitian

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian ini disusun berdasarkan dua rumusan masalah sebagai berikut.:

1. Modifikasi model matematika Ali dkk. (2024) dengan penambahan jalur *relapse* dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) ke kompartemen *Addicted* (A).
 - a. Mengonstruksi diagram kompartemen modifikasi berdasarkan model SMAD Ali dkk. (2024) dengan menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* γ , yaitu perpindahan individu dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) kembali ke kompartemen *Addicted* ($A(t)$).
 - b. Mendefinisikan variabel dan nilai parameter yang digunakan dalam model modifikasi.
 - c. Menyusun sistem persamaan diferensial yang sesuai dengan diagram kompartemen model modifikasi.
2. Analisis dinamik modifikasi model kecanduan media sosial dan depresi yang memuat jalur *relapse*.
 - a. Menentukan titik kesetimbangan model, meliputi titik kesetimbangan bebas kecanduan (*Disease Free Equilibrium*/DFE) dan titik kesetimbangan endemik (*Disease Endemic Equilibrium*/DEE)
 - b. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan menggunakan matriks Jacobian dan kriteria Routh-Hurwitz.
 - c. Menghitung bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ menggunakan metode Matriks Generasi Selanjutnya (*Next Generation Matrix*/NGM).
 - d. Melakukan simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde-4 dengan *software* Maple

BAB IV

PEMBAHASAN

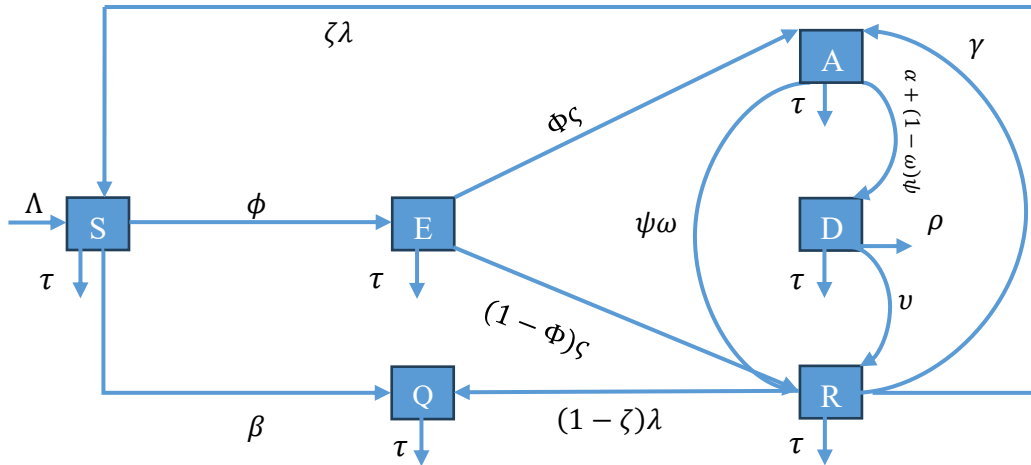
4.1 Modifikasi Model Matematika

Pada bagian ini dilakukan modifikasi terhadap model SMAD (*Social Media Addiction and Depression*) yang dikemukakan oleh Ali dkk. (2024) Modifikasi dilakukan dengan menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* (γ), yaitu perpindahan individu dari kelas *Recovered* ($R(t)$) kembali ke kelas *Addicted* ($A(t)$). Penambahan jalur ini didasarkan pada temuan empiris bahwa individu yang telah pulih dari kecanduan media sosial memiliki kecenderungan biologis dan psikologis untuk kembali ke pola kecanduan (Cao dkk. 2025)

4.1.1 Membentuk Diagram Kompartemen berdasarkan Rujukan dari Ali dkk. (2024)

Model SMAD yang dikembangkan oleh Ali dkk. (2024) membagi populasi menjadi enam kompartemen, yaitu: *Susceptible* ($S(t)$), *Exposed* ($E(t)$), *Addicted* ($A(t)$), *Depressed* ($D(t)$), *Recovered* ($R(t)$), dan *Permanent Quitters* ($Q(t)$). Keenam kelas tersebut dihubungkan oleh laju-laju perpindahan antar kelas yang merepresentasikan dinamika perilaku kecanduan media sosial beserta dampaknya terhadap kesehatan mental.

Modifikasi yang dilakukan pada penelitian ini adalah menambahkan satu laju transmisi baru pada diagram kompartemen, yaitu kelas *Recovered* ($R(t)$) kembali ke kelas *Addicted* ($A(t)$) dengan laju γ (laju *relapse*) yang dapat dilihat pada Gambar 4.1



Gambar 4.1 Diagram Kompartemen Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi

4.1.2 Mendefinisikan Variabel dan Nilai Parameter

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model ini disajikan pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 berikut. Nilai parameter merujuk pada Ali dkk. (2024) kecuali laju *relapse* γ yang diasumsikan berdasarkan kajian literatur.

Tabel 4.1 Definisi Variabel Model Kecanduan Sosial Media dan Depresi

Variabel	Nama	Keterangan
$S(t)$	<i>Susceptible</i>	Populasi individu yang rentan terhadap kecanduan media sosial pada waktu t
$E(t)$	<i>Exposed</i>	Populasi individu yang menggunakan media sosial sesekali dan berisiko menjadi kecanduan pada waktu t
$A(t)$	<i>Addicted</i>	Populasi individu yang sering menggunakan media sosial dan menjadi kecanduan pada waktu t
$D(t)$	<i>Depressed</i>	Populasi individu yang menjadi depresi karena efek kecanduan media sosial pada waktu t
$R(t)$	<i>Recovered</i>	Populasi individu yang menjalani perawatan dari kecanduan media sosial
$Q(t)$	<i>Permanent Quitters</i>	Populasi individu yang berhenti menggunakan media sosial

Tabel 4.2 Definisi dan Nilai Parameter Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi Modifikasi

Parameter	Definisi	Nilai	Satuan
Λ	Laju kelahiran alami	$0,5 \times 10^4$	Per hari
λ	Laju individu yang berpindah keluar dari kelas pemulihan ($R(t)$)	0,4	Per hari
ζ	Proporsi individu berpindah dari kelas pemulihan ($R(t)$) ke kelas rentan ($S(t)$) terhadap kecanduan media sosial	0,35	—
τ	Laju kematian alami	0,09	Per hari
α	Laju timbulnya depresi dipicu oleh pengaruh media sosial	0,5	Per hari
β	Laju individu rentan ($S(t)$) yang berhenti menggunakan media sosial	0,01	Per hari
χ	Laju kontak penularan kecanduan saat terjadi kontak antara individu rentan ($S(t)$) dengan individu yang kecanduan ($A(t)$)	0,00068	Per hari
ν	Laju individu depresi yang pulih melalui penanganan profesional	0,1	Per hari
ς	Laju individu yang meninggalkan kelas pengguna sesekali ($E(t)$)	0,036	Per hari
ω	Proporsi keberhasilan perawatan individu kecanduan ($A(t)$) yang pulih	0,8	—
ψ	Laju individu kecanduan yang meninggalkan kelas $A(t)$ melalui perawatan	0,0027	Per hari
Φ	Proporsi individu pengguna sesekali ($E(t)$) yang berpindah ke kelas kecanduan ($A(t)$)	0,11	—
ρ	Laju individu yang meninggal akibat bunuh diri karena depresi	0,01	Per hari
ϕ	Laju penularan kecanduan pada populasi rentan melalui kontak sosial	0,11	Per hari
γ	Laju individu pulih ($R(t)$) yang kembali ke kelas kecanduan ($A(t)$)	0,35	Per hari

Sumber: Ali dkk. (2024) untuk $\mathcal{R}_0 < 1$, kecuali γ yang diasumsikan. Laju kelahiran alami merupakan asumsi untuk tujuan eksplorasi simulasi dinamika populasi model. Nilai tersebut tidak berdasarkan pada data populasi. Untuk parameter ϕ, χ, ν , dan ς disesuaikan dengan nilai dari Ali dkk. (2024) disesuaikan dengan dimensi satuan per hari

4.1.3 Menyusun Persamaan Diferensial pada Model Kecanduan Sosial Media dan Depresi Modifikasi

Berdasarkan diagram kompartemen dan alur perpindahan yang telah didefinisikan pada subbab sebelumnya, berikut disusun sistem persamaan diferensial dari model kecanduan media sosial dan depresi yang telah dimodifikasi:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda + \zeta\lambda R - \phi\chi AS - (\beta + \tau)S \quad (4.1)$$

Jumlah populasi rentan terhadap kecanduan media sosial mulai masuk ke dalam variabel *Susceptible* ($S(t)$) dari kelahiran alami dengan parameter Λ , karena semua individu yang baru lahir diasumsikan belum memiliki media sosial sehingga langsung masuk ke dalam populasi rentan. Selain itu, terdapat individu yang sebelumnya telah pulih dari kecanduan (*Recovered*) namun masih melanjutkan penggunaan media sosial di bawah ambang kecanduan sehingga kembali berada dalam kondisi rentan. Individu tersebut masuk ke dalam variabel *Susceptible* ($S(t)$) dengan parameter $\zeta\lambda$ dari kelas $R(t)$.

Pengurangan individu pada variabel *Susceptible* ($S(t)$) dipengaruhi oleh individu yang rentan terhadap kecanduan yang terlibat kontak sosial dengan individu yang sudah kecanduan (*Addicted*), sehingga individu tersebut mulai terpengaruh untuk menggunakan media sosial secara berlebihan. Kontak ini menyebabkan individu rentan berpindah ke variabel *Exposed* ($E(t)$) dengan parameter $\phi\chi$, di mana ϕ adalah laju penularan kecanduan melalui kontak sosial dan χ adalah probabilitas penularan saat kontak terjadi, sehingga laju keluarnya adalah $\phi\chi AS$. Selain itu, terdapat individu rentan yang secara sadar memutuskan untuk tidak menggunakan media sosial sama sekali, baik dengan cara

menghapus aplikasi terkait maupun dengan beralih ke telepon seluler konvensional sehingga keluar dari variabel *Susceptible* dengan parameter β menuju variabel *Permanent Quitters*. Terdapat pula laju kematian alami yang memengaruhi seluruh individu pada variabel ini dengan parameter τ .

$$\frac{dE}{dt} = \phi\chi AS - (\varsigma + \tau)E \quad (4.2)$$

Individu yang termasuk ke dalam variabel *Exposed* ($E(t)$) adalah individu rentan dari variabel *Susceptible* ($S(t)$) yang terlibat kontak dengan individu kecanduan dari variabel *Addicted* ($A(t)$), akibat kontak tersebut, individu rentan mulai terpengaruh untuk menggunakan media sosial dengan durasi yang semakin meningkat, sehingga masuk ke variabel *Exposed* ($E(t)$) dengan parameter $\phi\chi AS$.

Pengurangan individu pada variabel *Exposed* ($E(t)$) terjadi ketika individu yang sudah terpapar meninggalkan kelas ini dengan laju ς . Dari laju tersebut, sebagian individu (dengan proporsi Φ) yang durasi penggunaannya terus meningkat melampaui ambang kecanduan akan berpindah ke variabel *Addicted* ($A(t)$), sementara sebagian lainnya (dengan proporsi $1 - \Phi$) yang berhasil mengendalikan penggunaannya akan berpindah ke variabel *Recovered* ($R(t)$). Selain itu, terdapat laju kematian alami dengan parameter τ yang menyebabkan berkurangnya individu pada variabel berkurangnya individu pada variabel ini.

$$\frac{dA}{dt} = \Phi\varsigma E - (\tau + \psi + \alpha)A + \gamma R \quad (4.3)$$

Individu yang masuk ke dalam variabel *Addicted* ($A(t)$) berasal dari dua sumber. Pertama, individu dari variabel *Exposed* ($E(t)$) yang durasi penggunaan

media sosialnya terus meningkat hingga melampaui ambang kecanduan (> 2 jam per hari selama minimal 14 hari berturut-turut) masuk ke variabel *Addicted* ($A(t)$) dengan parameter $\Phi\varsigma$. Kedua, individu dari variabel *Recovered* ($R(t)$) yang mengalami *relapse* lalu kembali ke variabel *Addicted* ($A(t)$) dengan parameter γ .

Pengurangan individu pada variabel *Addicted* ($A(t)$) terjadi karena tiga hal. Pertama, individu kecanduan yang kondisi mentalnya semakin memburuk akibat paparan media sosial berlebihan akan mengalami depresi dan berpindah ke variabel *Depressed* ($D(t)$) dengan parameter α . Kedua, individu kecanduan yang menjalani perawatan akan meninggalkan variabel ini dengan parameter ψ , di mana sebagian yang berhasil pulih (ω) menuju variabel *Recovered* ($R(t)$) dan sebagian yang gagal pulih ($1 - \omega$) justru menjadi depresi menuju variabel *Depressed* ($D(t)$). Ketiga, terdapat laju kematian alami dengan parameter τ .

$$\frac{dD}{dt} = \alpha A + \psi(1 - \omega)A - (v + \rho + \tau)D \quad (4.4)$$

Individu yang masuk ke dalam variabel *Depressed* ($D(t)$) seluruhnya berasal dari variabel *Addicted* melalui dua jalur. Jalur pertama adalah individu kecanduan yang mengalami depresi secara langsung akibat dampak psikologis dari penggunaan media sosial berlebihan, seperti perasaan tidak berharga, isolasi sosial, dan kecemasan yang menetap selama minimal 14 hari hingga memengaruhi aktivitas sehari-hari, dengan parameter α . Jalur kedua adalah individu kecanduan yang telah menjalani perawatan namun tidak berhasil pulih, sehingga kondisinya justru memburuk dan menjadi depresi, dengan parameter $\psi(1 - \omega)$.

Pengurangan individu pada variabel *Depressed* ($D(t)$) terjadi karena tiga hal. Pertama, individu yang berhasil mendapatkan penanganan profesional yang tepat akan pulih dan berpindah ke variabel *Recovered* ($R(t)$) dengan parameter v . Kedua, sebagian individu yang mengalami depresi berat berisiko mengakhiri hidupnya dengan parameter bunuh diri ρ . Ketiga, terdapat laju kematian alami dengan parameter τ .

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \Phi)\zeta E + vD + \psi\omega A - (\lambda + \gamma + \tau)R \quad (4.5)$$

Individu yang masuk ke dalam variabel *Recovered* ($R(t)$) berasal dari tiga sumber dengan mekanisme yang berbeda-beda. Pertama, individu dari variabel *Exposed* ($E(t)$) yang berhasil mengendalikan penggunaannya secara mandiri melalui kesadaran diri sebelum mencapai tahap kecanduan, masuk ke variabel *Recovered* ($R(t)$) dengan parameter $(1 - \Phi)\zeta$. Kedua, individu dari variabel *Depressed* ($D(t)$) yang berhasil pulih melalui penanganan profesional masuk ke variabel *Recovered* ($R(t)$) dengan parameter v . Ketiga, individu dari variabel *Addicted* ($A(t)$) yang berhasil pulih melalui perawatan masuk ke variabel *Recovered* dengan parameter $\psi\omega$.

Pengurangan individu pada variabel *Recovered* ($R(t)$) terjadi karena tiga hal. Pertama, individu yang pulih namun masih melanjutkan penggunaan media sosial di bawah ambang kecanduan akan kembali menjadi rentan dan berpindah ke variabel *Susceptible* ($S(t)$) dengan parameter $\zeta\lambda$. Kedua, individu yang pulih dan memilih untuk berhenti menggunakan media sosial sepenuhnya akan berpindah ke variabel *Permanent Quitters* ($Q(t)$) dengan parameter $(1 - \zeta)\lambda$. Total laju keluar dari variabel *Recovered* ($R(t)$) ke dua arah tersebut adalah λR . Ketiga, individu yang telah pulih namun mengalami dorongan psikologis kuat

sehingga mengalami kembali menjadi kecanduan (*relapse*) dengan parameter γ . Selain itu, terdapat laju kematian alami dengan parameter τ .

$$\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q \quad (4.6)$$

Individu yang masuk ke dalam variabel *Permanent Quitters* ($Q(t)$) berasal dari dua sumber. Pertama, individu dari variabel *Susceptible* ($S(t)$) yang secara sadar memutuskan untuk tidak menggunakan media sosial sama sekali sebelum memasuki fase kecanduan masuk ke variabel *Permanent Quitters* ($Q(t)$) dengan parameter β . Kedua, individu dari variabel *Recovered* ($R(t)$) yang setelah pulih memilih untuk berhenti menggunakan media sosial. Kelompok pertama belum pernah mengalami fase kecanduan, sedangkan kelompok kedua pernah melewati fase kecanduan atau depresi sebelumnya.

Pengurangan individu pada variabel *Permanent Quitters* ($Q(t)$) hanya terjadi akibat kematian alami dengan parameter τ . Variabel ini tidak memiliki jalur keluar menuju variabel lain, karena individu yang telah berhenti total diasumsikan tidak kembali menggunakan media sosial.

Maka jika digabungkan, persamaan diferensial yang dihasilkan yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Lambda + \zeta\lambda R - \phi\chi AS - (\beta + \tau)S \\ \frac{dE}{dt} &= \phi\chi AS - (\varsigma + \tau)E \\ \frac{dA}{dt} &= \Phi\varsigma E - (\tau + \psi + \alpha)A + \gamma R \\ \frac{dD}{dt} &= \alpha A + \psi(1 - \omega)A - (v + \rho + \tau)D \\ \frac{dR}{dt} &= (1 - \Phi)\varsigma E + vD + \psi\omega A - (\tau + \lambda + \gamma)R \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q$$

4.2 Penyederhanaan Sistem Persamaan Diferensial Model Kecanduan Media Sosial dan Depresi Modifikasi

Untuk memudahkan analisis terhadap sistem persamaan diferensial model Kecanduan Media Sosial dan Depresi yang telah dimodifikasi, dilakukan penyederhanaan notasi dengan mendefinisikan konstanta-konstanta gabungan. Konstanta tersebut diperoleh dengan mengelompokkan parameter-parameter yang secara konsisten muncul secara bersamaan dalam setiap persamaan.

Konstanta-konstanta penyederhanaan yang merujuk pada sistem persamaan diferensial (4.7) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_1 &= \beta + \tau & b_1 &= \phi\chi \\ a_2 &= \varsigma + \tau & b_2 &= [\alpha + \psi(1 - \omega)] \\ a_3 &= \tau + \psi + \alpha & b_3 &= (1 - \Phi)\varsigma \\ a_4 &= v + \rho + \tau & b_4 &= \psi\omega \\ a_5 &= \tau + \lambda + \gamma \\ a_6 &= (1 - \zeta)\lambda \end{aligned}$$

Sistem persamaan diferensial model Kecanduan Media Sosial dan Depresi modifikasi, setelah dilakukan penyederhanaan notasi, dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= F_1(S, E, A, D, R, Q) = \Lambda + \zeta\lambda R - b_1AS - a_1S \\ \frac{dE}{dt} &= F_2(S, E, A, D, R, Q) = b_1AS - a_2E \\ \frac{dA}{dt} &= F_3(S, E, A, D, R, Q) = \Phi\varsigma E - a_3A + \gamma R \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\frac{dD}{dt} = F_4(S, E, A, D, R, Q) = b_2A - a_4D$$

$$\frac{dR}{dt} = F_5(S, E, A, D, R, Q) = b_3E + \nu D + b_4A - a_5R$$

$$\frac{dQ}{dt} = F_6(S, E, A, D, R, Q) = \beta S + a_6R - \tau Q$$

Dengan kondisi awal $S(0) > 0, E(0) \geq 0, A(0) \geq 0, D(0) \geq 0, R(0) \geq 0, Q(0) \geq 0$.

4.3 Titik Keseimbangan

Titik keseimbangan merupakan kondisi di mana tidak terjadi perubahan pada setiap kompartemen, yakni ketika seluruh turunan terhadap waktu sama dengan nol. Secara matematis, kondisi ini dinyatakan sebagai:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dA}{dt} = \frac{dD}{dt} = \frac{dR}{dt} = \frac{dQ}{dt} = 0$$

Sehingga sistem persamaan diferensial menjadi

$$\Lambda + \zeta \lambda R^* - b_1 A^* S^* - a_1 S^* = 0 \quad (4.9)$$

$$b_1 A^* S^* - a_2 E^* = 0 \quad (4.10)$$

$$\Phi \zeta E^* - a_3 A^* + \gamma R^* = 0 \quad (4.11)$$

$$b_2 A^* - a_4 D^* = 0 \quad (4.12)$$

$$b_3 E^* + \nu D^* + b_4 A^* - a_5 R^* = 0 \quad (4.13)$$

$$\beta S^* + a_6 R^* - \tau Q^* = 0 \quad (4.14)$$

Terdapat dua jenis titik keseimbangan yang dianalisis pada model ini, yaitu titik keseimbangan bebas kecanduan (*Disease Free Equilibrium/DFE*) dan titik keseimbangan endemik kecanduan (*Disease Endemic Equilibrium/DEE*).

4.3.1 Titik Keseimbangan Bebas Kecanduan

Titik keseimbangan bebas kecanduan (*Disease Free Equilibrium/DFE*) merupakan keadaan di mana tidak terdapat individu yang mengalami kecanduan maupun depresi dalam populasi, sehingga tidak terdapat individu pada kelas *Addicted* ($A(t)$) maupun *Depressed* ($D(t)$). Pada kondisi ini berlaku

$$A^* = 0; D^* = 0$$

Berdasarkan kondisi bebas kecanduan $A^* = 0$ dan $D^* = 0$, substitusi $A^* = 0$ ke dalam persamaan (4.9) menghasilkan

$$\Lambda + \zeta\lambda R^* - b_1(0)S - a_1S^* = 0$$

$$\Lambda + \zeta\lambda R^* - 0 - a_1S^* = 0$$

$$\Lambda + \zeta\lambda R^* - a_1S^* = 0$$

$$a_1S^* = \Lambda + \zeta\lambda R^*$$

$$S^* = \frac{\Lambda + \zeta\lambda R^*}{a_1}$$

Berdasarkan persamaan (4.10), substitusi $A^* = 0$ pada menghasilkan

$$b_1A^*S^* - a_2E^* = 0$$

$$b_1(0)S^* - a_2E^* = 0$$

$$0 - a_2E^* = 0$$

$$a_2E^* = 0$$

$$E^* = 0$$

Berdasarkan persamaan (4.11), substitusi $E^* = 0$ dan $A^* = 0$ pada menghasilkan

$$\Phi\zeta E^* - a_3A^* + \gamma R^* = 0$$

$$\Phi_{\zeta}(0) - a_3(0) + \gamma R^* = 0$$

$$0 - 0 + \gamma R^* = 0$$

$$\gamma R^* = 0$$

$$R^* = \frac{0}{\gamma}$$

$$R^* = 0$$

Nilai $R^* = 0$ yang telah diperoleh selanjutnya disubstitusikan kembali ke dalam ekspresi S^* , sehingga diperoleh:

$$S^* = \frac{\Lambda + \zeta \lambda R^*}{a_1}$$

$$S^* = \frac{\Lambda + \zeta \lambda(0)}{a_1}$$

$$S^* = \frac{\Lambda}{a_1}$$

Berdasarkan persamaan (4.13), substitusi $E^* = 0$, $A^* = 0$, $D^* = 0$, dan $R^* = 0$ menghasilkan $0 = 0$, sehingga persamaan (4.13) terpenuhi secara otomatis.

Berdasarkan persamaan (4.14), substitusi $R^* = 0$ dan $S^* = \frac{\Lambda}{a_1}$ menghasilkan:

$$\beta S^* + a_6 R^* - \tau Q^* = 0$$

$$\beta \left(\frac{\Lambda}{a_1} \right) + a_6(0) - \tau Q^* = 0$$

$$\frac{\beta \Lambda}{a_1} + 0 - \tau Q^* = 0$$

$$\tau Q^* = \frac{\beta \Lambda}{a_1}$$

$$Q^* = \frac{\beta \Lambda}{\tau a_1}$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan bebas kecanduan

$$P_0 = (S_0, E_0, A_0, D_0, R_0, Q_0) = \left(\frac{\Lambda}{a_1}, 0, 0, 0, 0, \frac{\beta\Lambda}{\tau a_1} \right)$$

Nilai numerik masing-masing komponen titik kesetimbangan bebas kecanduan P_0 diperoleh dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter pada Tabel 4.2 ke dalam persamaan tersebut, yakni:

$$S_0 = \frac{\Lambda}{a_1} = \frac{0,5}{0,01 + 0,09} = 50.000$$

$$Q_0 = \frac{\beta\Lambda}{\tau a_1} = \frac{0,01 \times 0,5}{0,09 \times 0,1} = 5.555,555556$$

Titik kesetimbangan bebas kecanduan secara numerik adalah

$$P_0 = (50.000; 0; 0; 0; 0; 5.555,555556)$$

Hasil ini menunjukkan bahwa pada kondisi bebas kecanduan, seluruh populasi berada pada kompartemen *Susceptible* ($S(t)$) dan *Permanent Quitters* ($Q(t)$), sedangkan kompartemen *Exposed* ($E(t)$), *Addicted* ($A(t)$), *Depressed* ($D(t)$), dan *Recovered* ($R(t)$) bernilai nol, yang berarti tidak terdapat individu yang kecanduan maupun mengalami depresi dalam populasi

4.3.2 Titik Kesetimbangan Endemik

Berdasarkan persamaan (4.10), nilai E^* dapat dinyatakan secara eksplisit sebagai fungsi dari A^* dan S^* , yaitu:

$$\begin{aligned} b_1 A^* S^* - a_2 E^* &= 0 \\ a_2 E^* &= b_1 A^* S^* \\ E^* &= \frac{b_1 A^* S^*}{a_2} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Berdasarkan persamaan (4.12), nilai D^* dapat dinyatakan secara eksplisit sebagai fungsi dari A^* , yaitu:

$$b_2 A^* - a_4 D^* = 0$$

$$b_2 A^* = a_4 D^*$$

$$D^* = \frac{b_2 A^*}{a_4} \quad (4.16)$$

Berdasarkan persamaan (4.13), substitusi persamaan (4.15) dan (4.16) menghasilkan ekspresi R^* sebagai fungsi dari A^* dan S^* , yaitu:

$$\begin{aligned} b_3 E^* + v D^* + b_4 A^* - a_5 R^* &= 0 \\ b_3 E^* + v D^* + b_4 A^* &= a_5 R^* \\ b_3 \left(\frac{b_1 A^* S^*}{a_2} \right) + v \left(\frac{b_2 A^*}{a_4} \right) + b_4 A^* &= a_5 R^* \\ A^* \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right) &= a_5 R^* \\ R^* &= \frac{A^*}{a_5} \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Berdasarkan persamaan (4.11), substitusi persamaan (4.15) dan (4.17) menghasilkan

$$\begin{aligned} \Phi \zeta E^* - a_3 A^* + \gamma R^* &= 0 \\ \Phi \zeta \left(\frac{b_1 A^* S^*}{a_2} \right) - a_3 A^* + \frac{\gamma A^*}{a_5} \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right) &= 0 \\ A^* \left(\frac{\Phi \zeta b_1 S^*}{a_2} - a_3 + \frac{\gamma b_1 b_3 S^*}{a_2 a_5} + \frac{\gamma v b_2}{a_4 a_5} + \frac{\gamma b_4}{a_5} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Karena $A^* \neq 0$ pada titik kesetimbangan endemik, maka suku di dalam kurung harus sama dengan 0

$$\begin{aligned} \frac{\Phi \zeta b_1 S^*}{a_2} - a_3 + \frac{\gamma b_1 b_3 S^*}{a_2 a_5} + \frac{\gamma v b_2}{a_4 a_5} + \frac{\gamma b_4}{a_5} &= 0 \\ S^* \left(\frac{\Phi \zeta b_1}{a_2} + \frac{\gamma b_1 b_3}{a_2 a_5} \right) - a_3 + \frac{\gamma v b_2}{a_4 a_5} + \frac{\gamma b_4}{a_5} &= 0 \\ S^* \left(\frac{\Phi \zeta b_1}{a_2} + \frac{\gamma b_1 b_3}{a_2 a_5} \right) &= a_3 - \frac{\gamma v b_2}{a_4 a_5} - \frac{\gamma b_4}{a_5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S^* \left(\frac{\Phi \zeta b_1 a_5 + \gamma b_1 b_3}{a_2 a_5} \right) &= \frac{a_3 a_4 a_5 - \gamma v b_2 - \gamma b_4 a_4}{a_4 a_5} \\
S^* \left(\frac{b_1 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)}{a_2 a_5} \right) &= \frac{a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4)}{a_4 a_5} \\
S^* &= \left(\frac{a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4)}{a_4 a_5} \right) \left(\frac{a_2 a_5}{b_1 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)} \right) \\
S^* &= \frac{a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4))}{b_1 a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)} \tag{4.18}
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.9), substitusi R^* dari persamaan (4.17) menghasilkan ekspresi A^* sebagai fungsi dari S^* , yaitu:

$$\begin{aligned}
\Lambda + \zeta \lambda R^* - b_1 A^* S^* - a_1 S^* &= 0 \\
\Lambda + \zeta \lambda \cdot \frac{A^*}{a_5} \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right) - b_1 A^* S^* - a_1 S^* &= 0 \\
A^* \left(\frac{\zeta \lambda}{a_5} \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right) - b_1 S^* \right) &= -\Lambda + a_1 S^* \\
A^* \left(\frac{\zeta \lambda b_1 b_3 S^*}{a_2 a_5} + \frac{\zeta \lambda v b_2}{a_4 a_5} + \frac{\zeta \lambda b_4}{a_5} - b_1 S^* \right) &= -\Lambda + a_1 S^* \\
A^* \left(\frac{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5}{a_2 a_4 a_5} \right) &= -\Lambda + a_1 S^* \\
A^* &= \frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5} \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.14), nilai Q^* dapat dinyatakan sebagai fungsi dari S^* dan R^* , yaitu:

$$\begin{aligned}
\beta S^* + a_6 R^* - \tau Q^* &= 0 \\
\tau Q^* &= \beta S^* + a_6 R^* \\
Q^* &= \frac{\beta S^* + a_6 R^*}{\tau}
\end{aligned}$$

Berdasarkan penyelesaian yang telah dilakukan, diperoleh titik kesetimbangan endemik dari model kecanduan media sosial dan depresi modifikasi, yaitu

$$S^* = \frac{a_2(a_3a_4a_5 - \gamma(vb_2 + b_4a_4))}{b_1a_4(\Phi\zeta a_5 + \gamma b_3)}$$

$$E^* = \frac{b_1A^*S^*}{a_2}$$

$$A^* = \frac{a_2a_4a_5(-\Lambda + a_1S^*)}{\zeta\lambda b_1b_3S^*a_4 + \zeta\lambda vb_2a_2 + \zeta\lambda b_4a_2a_4 - b_1S^*a_2a_4a_5}$$

$$D^* = \frac{b_2A^*}{a_4}$$

$$R^* = \frac{A^*}{a_5} \left(\frac{b_1b_3S^*}{a_2} + \frac{vb_2}{a_4} + b_4 \right)$$

$$Q^* = \frac{\beta S^* + a_6R^*}{\tau}$$

Titik kesetimbangan endemik $P^* = (S^*, E^*, A^*, D^*, R^*, Q^*)$ eksis secara biologis apabila seluruh variabelnya bernilai positif. Berdasarkan ekspresi masing-masing komponen, syarat eksistensi tersebut adalah:

- a. $a_3a_4a_5 > \gamma(vb_2 + b_4a_4)$, agar $S^* > 0$
- b. $a_1S^* > \Lambda$, agar $A^* > 0$
- c. $\zeta\lambda(b_1b_3S^*a_4 + vb_2a_2 + b_4a_2a_4) > b_1S^*a_2a_4a_5$, agar $A^* > 0$

Variabel E^* , D^* , R^* , dan Q^* merupakan fungsi positif dari S^* dan A^* , sehingga nilai positifnya terpenuhi secara otomatis apabila syarat a sampai c terpenuhi. Dengan demikian, titik kesetimbangan endemik P^* eksis jika dan hanya jika ketiga syarat di atas dipenuhi secara bersamaan.

Nilai numerik masing-masing komponen titik kesetimbangan endemik P^* diperoleh dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter pada Tabel 4.2 ke dalam persamaan tersebut, yakni:

$$S^* = 45.593,42149$$

$$E^* = 3.668,394367$$

$$A^* = 129,2169169$$

$$D^* = 323,3911780$$

$$R^* = 177,6437639$$

$$Q^* = 5.579,128817$$

Untuk hasil titik kesetimbangan kecanduan yang lengkap dari keseluruhan variabel dapat dilihat pada lampiran 1 yang sudah memaparkan hasil yang lengkap dari titik kesetimbangan kecanduan.

4.4 Analisis Kestabilan Model Matematika Kecanduan Media Sosial dan Depresi

Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui perilaku jangka panjang dari model matematika kecanduan media sosial dan depresi yang telah dirumuskan. Kestabilan titik kesetimbangan ditentukan menggunakan Matriks Jacobi dan kriteria Routh–Hurwitz berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dari persamaan karakteristik sistem. Pada bagian ini akan dianalisis kestabilan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan (P_0) dan titik kesetimbangan endemik (P^*).

4.4.1 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Kecanduan

Matriks Jacobi dari sistem persamaan diferensial (4.8) diperoleh

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial S} & \frac{\partial F_1}{\partial E} & \frac{\partial F_1}{\partial A} & \frac{\partial F_1}{\partial D} & \frac{\partial F_1}{\partial R} & \frac{\partial F_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_2}{\partial S} & \frac{\partial F_2}{\partial E} & \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial D} & \frac{\partial F_2}{\partial R} & \frac{\partial F_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_3}{\partial S} & \frac{\partial F_3}{\partial E} & \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial D} & \frac{\partial F_3}{\partial R} & \frac{\partial F_3}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_4}{\partial S} & \frac{\partial F_4}{\partial E} & \frac{\partial F_4}{\partial A} & \frac{\partial F_4}{\partial D} & \frac{\partial F_4}{\partial R} & \frac{\partial F_4}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_5}{\partial S} & \frac{\partial F_5}{\partial E} & \frac{\partial F_5}{\partial A} & \frac{\partial F_5}{\partial D} & \frac{\partial F_5}{\partial R} & \frac{\partial F_5}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_6}{\partial S} & \frac{\partial F_6}{\partial E} & \frac{\partial F_6}{\partial A} & \frac{\partial F_6}{\partial D} & \frac{\partial F_6}{\partial R} & \frac{\partial F_6}{\partial Q} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -b_1 A_0 - a_1 & 0 & -b_1 S_0 & 0 & \zeta \lambda & 0 \\ b_1 A_0 & -a_2 & b_1 S_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi \zeta & -a_3 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & b_4 & v & -a_5 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & a_6 & -\tau \end{bmatrix}$$

Titik kesetimbangan bebas kecanduan dinyatakan sebagai $P_0 =$

$(S_0, E_0, A_0, D_0, R_0, Q_0) = \left(\frac{\Lambda}{a_1}, 0, 0, 0, 0, \frac{\beta \Lambda}{\tau a_1}\right)$. Substitusi titik kesetimbangan bebas

kecanduan P_0 ke dalam Matriks Jacobi, dengan $A_0 = 0$ dan $S_0 = \frac{\Lambda}{a_1}$, sehingga

diperoleh:

$$J(P_0) = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & -\frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & \zeta \lambda & 0 \\ 0 & -a_2 & \frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi \zeta & -a_3 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & b_4 & v & -a_5 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & a_6 & -\tau \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks $J(P_0)$ ditentukan melalui penyelesaian persamaan

karakteristik $\det(\mu I - J(P_0)) = 0$

$$\mu I - J(P_0) = \begin{bmatrix} \mu + a_1 & 0 & \frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & -\zeta \lambda & 0 \\ 0 & \mu + a_2 & -\frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Phi \zeta & \mu + a_3 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & -b_2 & \mu + a_4 & 0 & 0 \\ 0 & -b_3 & -b_4 & -v & \mu + a_5 & 0 \\ -\beta & 0 & 0 & 0 & -a_6 & \mu + \tau \end{bmatrix} = 0$$

Dengan melakukan ekspansi determinan terhadap kolom ke-6 dan kolom ke-1, diperoleh bahwa $\det(\mu I - J(P_0))$ dapat difaktorkan menjadi

$$\det(\mu I - J(P_0)) = (\mu + \tau)(\mu + a_1) \cdot \det(M_4)$$

Hal ini berarti $\mu_1 = -\tau$ dan $\mu_2 = -a_1$ merupakan dua nilai eigen langsung dari $J(P_0)$. Karena $\tau > 0$ dan $a_1 > 0$, kedua nilai eigen ini selalu bernilai negatif. Kestabilan selanjutnya bergantung pada nilai eigen yang berasal dari $\det(M_4) = 0$

Matriks M_4 diperoleh dari blok persamaan untuk kompartemen $E(t), A(t), D(t)$, dan $R(t)$ sebagai berikut:

$$M_4 = \begin{bmatrix} \mu + a_2 & -\frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & 0 \\ -\Phi \zeta & \mu + a_3 & 0 & -\gamma \\ 0 & -b_2 & \mu + a_4 & 0 \\ -b_3 & -b_4 & -v & \mu + a_5 \end{bmatrix}$$

Misalkan $k = \frac{b_1 \Lambda}{a_1}$, maka dengan menjabarkan $\det(M_4)$ diperoleh polinomial karakteristik berderajat empat:

$$\begin{aligned} \det(M_4) &= (\mu + a_2) \cdot \det(M_{11}) + k \cdot \det(M_{12}) \\ &= (\mu + a_2)[(\mu + a_3)(\mu + a_4)(\mu + a_5) - \gamma v b_2 - \gamma b_4(\mu + a_4)] \\ &\quad + k(\mu + a_4)[- \Phi \zeta(\mu + a_5) - \gamma b_3] \end{aligned}$$

dengan mengelompokkan suku-suku yang telah dijabarkan berdasarkan pangkat μ yang sama, menghasilkan persamaan

$$\det(M_4) = \mu^4 + d_3\mu^3 + d_2\mu^2 + d_1\mu + d_0$$

Dengan mengelompokkan suku-suku berdasarkan pangkat μ yang sama, diperoleh koefisien-koefisien polinomial karakteristik sebagai berikut:

$$d_4 = 1$$

$$d_3 = a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$d_2 = a_2a_3 + a_2a_4 + a_2a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 - \gamma b_4 - k\Phi\zeta$$

$$d_1 = a_2a_3a_4 + a_2a_3a_5 + a_2a_4a_5 + a_3a_4a_5 - \gamma vb_2 - \gamma b_4(a_2 + a_4) \\ - k\Phi\zeta(a_4 + a_5) - k\gamma b_3$$

$$d_0 = a_2a_3a_4a_5 - \gamma vb_2a_2 - \gamma b_4a_2a_4 - k\Phi\zeta a_4a_5 - k\gamma b_3a_4$$

Substitusi hasil di atas ke dalam persamaan karakteristik sistem dinyatakan dalam bentuk terpisah

$$\det(\mu I - J(P_0)) = (\mu^2 + (a_1 + \tau)\mu + a_1\tau) \cdot (\mu^4 + d_3\mu^3 + d_2\mu^2 + d_1\mu + d_0)$$

Perkalian kedua faktor ini menghasilkan persamaan karakteristik berderajat enam

$$c_6\mu^6 + c_5\mu^5 + c_4\mu^4 + c_3\mu^3 + c_2\mu^2 + c_1\mu + c_0 = 0$$

Koefisien-koefisien c_i dari persamaan karakteristik di atas dapat ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$c_i = d_{i-2} + (a_1 + \tau)d_{i-1} + a_1\tau d_i$$

Nilai c_i didapatkan dari hasil perkalian kedua polinomial tersebut. Rincian pembentukan koefisien untuk setiap pangkat μ dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut:

Tabel 4.3 Pembentukan Koefisien Persamaan Karakteristik dan Perkalian Dua Polinomial

μ^i	dari μ^2	dari $(a_1 + \tau)\mu$	dari $a_1\tau$	c_i
μ^6	d_4	0	0	d_4
μ^5	d_3	$(a_1 + \tau)d_4$	0	$d_3 + (a_1 + \tau)d_4$
μ^4	d_2	$(a_1 + \tau)d_3$	$a_1\tau d_4$	$d_2 + (a_1 + \tau)d_3 + a_1\tau d_4$
μ^3	d_1	$(a_1 + \tau)d_2$	$a_1\tau d_3$	$d_1 + (a_1 + \tau)d_2 + a_1\tau d_3$
μ^2	d_0	$(a_1 + \tau)d_1$	$a_1\tau d_2$	$d_0 + (a_1 + \tau)d_1 + a_1\tau d_2$
μ^1	0	$(a_1 + \tau)d_0$	$a_1\tau d_1$	$(a_1 + \tau)d_0 + a_1\tau d_1$
μ^0	0	0	$a_1\tau d_0$	$a_1\tau d_0$

Berdasarkan Tabel 4.3, koefisien-koefisien c_i secara eksplisit dinyatakan sebagai berikut:

$$c_6 = d_4 = 1$$

$$c_5 = d_3 + (a_1 + \tau)d_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \tau$$

$$c_4 = d_2 + (a_1 + \tau)d_3 + a_1\tau d_4$$

$$= a_1a_2 + a_1a_3 + a_1a_4 + a_1a_5 + a_1\tau + a_2a_3 + a_2a_4 + a_2a_5 + a_2\tau + a_3a_4 \\ + a_3a_5 + a_3\tau + a_4a_5 + a_4\tau + a_5\tau - \gamma b_4 - k\Phi\zeta$$

$$c_3 = d_1 + (a_1 + \tau)d_2 + a_1\tau d_3$$

$$= a_1a_2a_3 + a_1a_2a_4 + a_1a_2a_5 + a_1a_2\tau + a_1a_3a_4 + a_1a_3a_5 + a_1a_3\tau \\ + a_1a_4a_5 + a_1a_4\tau + a_1a_5\tau + a_2a_3a_4 + a_2a_3a_5 + a_2a_3\tau \\ + a_2a_4a_5 + a_2a_4\tau + a_2a_5\tau + a_3a_4a_5 + a_3a_4\tau + a_3a_5\tau \\ + a_4a_5\tau - \gamma vb_2 - \gamma b_4(a_1 + a_2 + a_4 + \tau) \\ - k\Phi\zeta(a_1 + a_4 + a_5 + \tau) - k\gamma b_3$$

$$c_2 = d_0 + (a_1 + \tau)d_1 + a_1\tau d_2$$

$$\begin{aligned}
&= a_1 a_2 a_3 a_4 + a_1 a_2 a_3 a_5 + a_1 a_2 a_3 \tau + a_1 a_2 a_4 a_5 + a_1 a_2 a_4 \tau + a_1 a_2 a_5 \tau \\
&\quad + a_1 a_3 a_4 a_5 + a_1 a_3 a_4 \tau + a_1 a_3 a_5 \tau + a_2 a_4 a_5 \tau + a_3 a_4 a_5 \tau \\
&\quad - \gamma v b_2 (a_1 + a_2 + \tau) \\
&\quad - \gamma b_4 (a_2 a_4 + a_1 a_2 + a_1 a_4 + a_2 \tau + a_4 \tau + a_1 \tau) - k \gamma b_3 (a_1 \\
&\quad + a_4 + \tau)
\end{aligned}$$

$$c_1 = (a_1 + \tau) d_0 + a_1 \tau d_1$$

$$\begin{aligned}
&= a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + a_1 a_2 a_3 a_4 \tau + a_1 a_2 a_3 a_5 \tau + a_1 a_2 a_4 a_5 \tau + a_1 a_3 a_4 a_5 \tau \\
&\quad + a_2 a_3 a_4 a_5 \tau - \gamma v b_2 (a_1 a_2 + a_1 \tau + a_2 \tau) - \gamma b_4 a_2 a_4 (a_1 + \tau) \\
&\quad - \gamma b_4 a_1 \tau (a_2 + a_4) - k \Phi \zeta a_4 a_5 (a_1 + \tau) - k \Phi \zeta a_1 \tau (a_4 + a_5) \\
&\quad - k \gamma b_3 a_4 (a_1 + \tau) - k \gamma b_3 a_1 \tau
\end{aligned}$$

$$c_0 = a_1 \tau d_0 = a_1 \tau (a_2 a_3 a_4 a_5 - \gamma v b_2 a_2 - \gamma b_4 a_2 a_4 - k \Phi \zeta a_4 a_5 - k \gamma b_3 a_4)$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 4.2 ke dalam persamaan karakteristik maka menghasilkan:

$$\begin{aligned}
&\mu^6 + 2,0727\mu^5 + 1,451694667\mu^4 + 0,3343771168\mu^3 - 0,00292500825\mu^2 \\
&\quad - 0,002483793726\mu - 0,00008352102396 = 0
\end{aligned}$$

Untuk mencari kestabilan pada titik kesetimbangan bebas kecanduan dapat menggunakan Tabel 4.4 Kriteria Routh-Hurwitz sebagai berikut:

Tabel 4.4 Kriteria Routh-Hurwitz Bebas Kecanduan

μ^6	$a_0 = 1$	$a_2 = 1,451694667$	$a_4 = -0,002925008250$	$a_6 = -0,00008352102396$
μ^5	$a_1 = 2,0727$	$a_3 = 0,3343771168$	$a_5 = -0,002483793726$	
μ^4	$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$ $= 1,290370251$	$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$ $= -0,001726670948$	$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0(0)}{a_1}$ $= -0,00008352102396$	
μ^3	$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$ $= 0,3371506393$	$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$ $= -0,002349635312$		
μ^2	$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$ $= 0,007266043746$	$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1(0)}{c_1}$ $= b_3$ $= -0,00008352102396$		
μ^1	$e_1 = \frac{d_1 c_2 - c_1 d_2}{d_1}$ $= 0,001525811576$			
μ^0	$f_1 = \frac{e_1 d_2 - d_1(0)}{e_1}$ $= -0,00008352102396$			

Berdasarkan Tabel 4.4, terdapat pergantian tanda pada kolom pertama yakni dari $e_1 > 0$ ke $f_1 < 0$. Menurut kriteria Routh-Hurwitz, jumlah pergantian tanda pada kolom pertama sama dengan jumlah akar dengan bagian real positif. Dengan demikian, tepat satu nilai eigen dari $J(P_0)$ memiliki bagian real positif, sehingga titik kesetimbangan bebas kecanduan P_0 bersifat tidak stabil.

4.4.2 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik

Matriks Jacobi dari sistem persamaan diferensial (4.8) diperoleh

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial S} & \frac{\partial F_1}{\partial E} & \frac{\partial F_1}{\partial A} & \frac{\partial F_1}{\partial D} & \frac{\partial F_1}{\partial R} & \frac{\partial F_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_2}{\partial S} & \frac{\partial F_2}{\partial E} & \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial D} & \frac{\partial F_2}{\partial R} & \frac{\partial F_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_3}{\partial S} & \frac{\partial F_3}{\partial E} & \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial D} & \frac{\partial F_3}{\partial R} & \frac{\partial F_3}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_4}{\partial S} & \frac{\partial F_4}{\partial E} & \frac{\partial F_4}{\partial A} & \frac{\partial F_4}{\partial D} & \frac{\partial F_4}{\partial R} & \frac{\partial F_4}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_5}{\partial S} & \frac{\partial F_5}{\partial E} & \frac{\partial F_5}{\partial A} & \frac{\partial F_5}{\partial D} & \frac{\partial F_5}{\partial R} & \frac{\partial F_5}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_6}{\partial S} & \frac{\partial F_6}{\partial E} & \frac{\partial F_6}{\partial A} & \frac{\partial F_6}{\partial D} & \frac{\partial F_6}{\partial R} & \frac{\partial F_6}{\partial Q} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -b_1 A^* - a_1 & 0 & -b_1 S^* & 0 & \zeta \lambda & 0 \\ b_1 A^* & -a_2 & b_1 S^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi \zeta & -a_3 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & b_4 & v & -a_5 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & a_6 & -\tau \end{bmatrix}$$

Substitusi titik kesetimbangan endemik P_1 ke dalam Matriks Jacobi,

dengan $A^* = \frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5}$ dan $S^* =$

$\frac{a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4))}{b_1 a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)}$, sehingga diperoleh:

$$J(P_1) = \begin{bmatrix} -b_1 \left(\frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5} \right) - a_1 & 0 & -b_1 \left(\frac{a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4))}{b_1 a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)} \right) & 0 & \zeta \lambda & 0 \\ b_1 \left(\frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5} \right) & -a_2 & b_1 \left(\frac{a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4))}{b_1 a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)} \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi \zeta & -a_3 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_4 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & b_4 & v & -a_5 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & a_6 & -\tau \end{bmatrix}$$

Misalkan $m = b_1 \left(\frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5} \right)$ dan $n =$

$b_1 \left(\frac{a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma (v b_2 + b_4 a_4))}{b_1 a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)} \right)$. Nilai eigen matriks $J(P_1)$ ditentukan melalui

penyelesaian persamaan karakteristik $\det(\mu I - J(P_1)) = 0$

$$\mu I - J(P_1) = \begin{bmatrix} \mu + m + a_1 & 0 & n & 0 & -\zeta \lambda & 0 \\ -m & \mu + a_2 & -n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Phi \zeta & \mu + a_3 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & -b_2 & \mu + a_4 & 0 & 0 \\ 0 & -b_3 & -b_4 & -v & \mu + a_5 & 0 \\ -\beta & 0 & 0 & 0 & -a_6 & \mu + \tau \end{bmatrix} = 0$$

Dengan melakukan ekspansi determinan terhadap kolom ke-6, diperoleh bahwa

$\det(\mu I - J)$ dapat difaktorkan menjadi

$$\det(\mu I - J) = (\mu + \tau) \cdot \det(M_{66})$$

Hal ini berarti $\mu_1 = -\tau$ merupakan satu nilai eigen langsung dari $J(E_1)$. karena

$\tau > 0$, nilai eigen selalu bernilai negatif. Kestabilan selanjutnya bergantung pada

nilai eigen yang berasal dari $\det(M_{66}) = 0$.

$$M_{66} = \begin{bmatrix} \mu + m + a_1 & 0 & n & 0 & -\zeta \lambda \\ -m & \mu + a_2 & -n & 0 & 0 \\ 0 & -\Phi \zeta & \mu + a_3 & 0 & -\gamma \\ 0 & 0 & -b_2 & \mu + a_4 & 0 \\ 0 & -b_3 & -b_4 & -v & \mu + a_5 \end{bmatrix}$$

maka dengan menjabarkan $\det(M_{66})$ diperoleh polinomial karakteristik

berderajat lima:

$$\det(M_{66}) = (\mu + a_4) \cdot \det(M_{44}) + v \cdot \det(M_{54})$$

$$\begin{aligned}
&= (\mu + a_4) \left[(\mu + a_1 + m)(\mu + a_2)((\mu + a_3)(\mu + a_5) - \gamma b_4) \right. \\
&\quad - n(\mu + a_1)[\Phi_\zeta(\mu + a_5) + \gamma b_3] \\
&\quad \left. - m\zeta\lambda[\Phi_\zeta b_4 + b_3(\mu + a_3)] \right] + v[-b_2\gamma(\mu + a_1 + p)(\mu + a_2) \\
&\quad - b_2\zeta\lambda\Phi_\zeta m]
\end{aligned}$$

dengan mengelompokkan suku-suku yang telah dijabarkan berdasarkan pangkat μ yang sama, menghasilkan persamaan

$$\det(M_{66}) = d_5\mu^5 + d_4\mu^4 + d_3\mu^3 + d_2\mu^2 + d_1\mu + d_0$$

Dengan mengelompokkan suku-suku berdasarkan pangkat μ yang sama, diperoleh koefisien-koefisien polinomial karakteristik sebagai berikut:

$$d_5 = 1$$

$$d_4 = (m + a_1) + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$\begin{aligned}
d_3 = & (m + a_1)a_2 + (m + a_1)a_3 + (m + a_1)a_4 + (m + a_1)a_5 + a_2a_3 + a_2a_4 \\
& + a_2a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 - \Phi_\zeta n - b_4\gamma
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_2 = & (m + a_1)a_2a_3 + (m + a_1)a_2a_4 + (m + a_1)a_2a_5 + (m + a_1)a_3a_4 \\
& + (m + a_1)a_3a_5 + (m + a_1)a_4a_5 - \Phi_\zeta n(a_1 + a_4 + a_5 + m) \\
& - b_4\gamma(m + a_1 + a_2 + a_4) - b_3\zeta\lambda m - \gamma(b_2v + b_3n)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_1 = & (m + a_1)a_2a_3a_4 + (m + a_1)a_2a_3a_5 + (m + a_1)a_2a_4a_5 \\
& + (m + a_1)a_3a_4a_5 + a_2a_3a_4a_5 - \Phi_\zeta n(a_1a_4 + a_1a_5 + a_4a_5) \\
& - b_4\gamma(ma_2 + a_1a_2 + ma_4 + a_1a_4 + a_2a_4) \\
& - \gamma b_2v(m + a_1 + a_2) - \gamma b_3n(a_1 + a_4) - \zeta\lambda m(b_3a_4 + a_3b_3 \\
& + \Phi_\zeta b_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_0 = & (m + a_1)a_2a_3a_4a_5 - \gamma b_4a_2a_4(m + a_1) + \zeta\lambda ma_4(\Phi_\zeta b_4 + a_3b_3) \\
& - na_1a_4(\Phi_\zeta a_5 + \gamma b_3) - \gamma v b_2a_2(m + a_1) - \Phi_\zeta \zeta\lambda v m b_2
\end{aligned}$$

Substitusi hasil di atas ke dalam persamaan karakteristik sistem dinyatakan dalam bentuk terpisah

$$\det(\mu I - J) = (\mu + \tau) \cdot (d_5\mu^5 + d_4\mu^4 + d_3\mu^3 + d_2\mu^2 + d_1\mu + d_0)$$

Perkalian kedua faktor ini menghasilkan persamaan karakteristik berderajat enam:

$$c_6\mu^6 + c_5\mu^5 + c_4\mu^4 + c_3\mu^3 + c_2\mu^2 + c_1\mu + c_0 = 0$$

Koefisien-koefisien c_i dari persamaan karakteristik di atas dapat ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$c_i = d_{i-1} + \tau d_i$$

Nilai c_i didapatkan dari hasil perkalian kedua polinomial tersebut.

Rincian pembentukan koefisien untuk setiap pangkat μ dapat dilihat pada Tabel 4.5 berikut:

Tabel 4.5 Pembentukan Koefisien Persamaan Karakteristik dan Perkalian Dua Polinomial

μ^i	dari μ	dari τ	c_i
μ^6	d_5	0	d_5
μ^5	d_4	τd_5	$d_4 + \tau d_5$
μ^4	d_3	τd_4	$d_3 + \tau d_4$
μ^3	d_2	τd_3	$d_2 + \tau d_3$
μ^2	d_1	τd_2	$d_1 + \tau d_2$
μ^1	0	τd_1	τd_1
μ^0	0	τd_0	$a_1 \tau d_0$

Berdasarkan Tabel 4.5, koefisien-koefisien c_i secara eksplisit dinyatakan sebagai berikut:

$$c_6 = d_5 = 1$$

$$c_5 = d_4 + \tau d_5 = m + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \tau$$

$$\begin{aligned}
c_4 &= d_3 + \tau d_4 = (m + a_1)a_2 + (m + a_1)a_3 + (m + a_1)a_4 + (m + a_1)a_5 \\
&\quad + a_2a_3 + a_2a_4 + a_2a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 - \Phi\zeta n - b_4\gamma \\
&\quad + \tau[m + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \tau] \\
c_3 &= d_2 + \tau d_3 = (m + a_1)a_2a_3 + (m + a_1)a_2a_4 + (m + a_1)a_2a_5 \\
&\quad + (m + a_1)a_3a_4 + (m + a_1)a_3a_5 + (m + a_1)a_4a_5 \\
&\quad - \Phi\zeta n(a_1 + a_4 + a_5 + m) - b_4\gamma(m + a_1 + a_2 + a_4) - b_3\zeta\lambda m \\
&\quad - \gamma(b_2v + b_3n) \\
&\quad + \tau[(m + a_1)a_2 + (m + a_1)a_3 + (m + a_1)a_4 + (m + a_1)a_5 \\
&\quad + a_2a_3 + a_2a_4 + a_2a_5 + a_3a_4 + a_3a_5 + a_4a_5 - \Phi\zeta n - b_4\gamma] \\
c_2 &= d_1 + \tau d_2 = (m + a_1)a_2a_3a_4 + (m + a_1)a_2a_3a_5 + (m + a_1)a_2a_4a_5 \\
&\quad + (m + a_1)a_3a_4a_5 + a_2a_3a_4a_5 - \Phi\zeta n(a_1a_4 + a_1a_5 + a_4a_5) \\
&\quad - b_4\gamma(ma_2 + a_1a_2 + ma_4 + a_1a_4 + a_2a_4) \\
&\quad - \gamma b_2v(m + a_1 + a_2) - \gamma b_3n(a_1 + a_4) \\
&\quad - \zeta\lambda m(b_3a_4 + a_3b_3 + \Phi\zeta b_4) \\
&= \tau[(m + a_1)a_2a_3 + (m + a_1)a_2a_4 + (m + a_1)a_2a_5 \\
&\quad + (m + a_1)a_3a_4 + (m + a_1)a_3a_5 + (m + a_1)a_4a_5 \\
&\quad - \Phi\zeta n(a_1 + a_4 + a_5 + m) - b_4\gamma(m + a_1 + a_2 + a_4) - b_3\zeta\lambda m \\
&\quad - \gamma(b_2v + b_3n)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_1 = d_0 + \tau d_1 = & (m + a_1)a_2a_3a_4a_5 - \gamma b_4a_2a_4(m + a_1) + \zeta \lambda m a_4(\Phi \zeta b_4 \\
& + a_3b_3) - na_1a_4(\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3) - \gamma v b_2a_2(m + a_1) \\
& - \Phi \zeta \lambda \zeta v m b_2 \\
& + \tau [(m + a_1)a_2a_3a_4 + (m + a_1)a_2a_3a_5 + (m + a_1)a_2a_4a_5 \\
& + (m + a_1)a_3a_4a_5 + a_2a_3a_4a_5 - \Phi \zeta n(a_1a_4 + a_1a_5 + a_4a_5) \\
& - b_4\gamma(ma_2 + a_1a_2 + ma_4 + a_1a_4 + a_2a_4) \\
& - \gamma b_2v(m + a_1 + a_2) - \gamma b_3n(a_1 + a_4) - \zeta \lambda m(b_3a_4 + a_3b_3 \\
& + \Phi \zeta b_4)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_0 = d_{-1} + \tau d_0 = & \tau [(m + a_1)a_2a_3a_4a_5 - \gamma b_4a_2a_4(m + a_1) + \zeta \lambda m a_4(\Phi \zeta b_4 \\
& + a_3b_3) - na_1a_4(\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3) - \gamma v b_2a_2(m + a_1) \\
& - \Phi \zeta \lambda \zeta v m b_2]
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 4.2 ke dalam persamaan karakteristik maka menghasilkan:

$$\begin{aligned}
& \mu^6 + 2,128643682\mu^5 + 1,626081478\mu^4 + 0,5067938611\mu^3 \\
& + 0,05929383526\mu^2 + 0,003558396252\mu \\
& + 0,00008352102400 = 0
\end{aligned}$$

Untuk mencari kestabilan pada titik kesetimbangan kecanduan dapat menggunakan Tabel 4.6 Kriteria Routh-Hurwitz sebagai berikut:

Tabel 4.6 Kriteria Routh Hurwitz Endemik

μ^6	$a_0 = 1$	$a_2 = 1,626081478$	$a_4 = 0,05929383526$	$a_6 = 0,00008352102400$
μ^5	$a_1 = 2,128643682$	$a_3 = 0,5067938611$	$a_5 = 0,003558396252$	
μ^4	$b_1 = \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1}$ $= 1,387998484$	$b_2 = \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1}$ $= 0,05762216222$	$b_3 = \frac{a_1a_6 - a_0(0)}{a_1}$ $= 0,00008352102400$	
μ^3	$c_1 = \frac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1}$ $= 0,4184241309$	$c_2 = \frac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1}$ $= 0,003430307856$		
μ^2	$d_1 = \frac{c_1b_2 - b_1c_2}{c_1}$ $= 0,04624312896$	$d_2 = \frac{c_1b_3 - b_1(0)}{c_1}$ $= b_3$ $= 0,00008352102400$		
μ^1	$e_1 = \frac{d_1c_2 - c_1d_2}{d_1}$ $= 0,002674580190$			
μ^0	$f_1 = \frac{e_1d_2 - d_1(0)}{e_1}$ $= 0,00008352102400$			

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, suatu titik kesetimbangan dinyatakan stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika semua elemen pada kolom pertama Tabel Routh bernilai positif (tidak ada pergantian tanda). Dari hasil perhitungan di atas, diperoleh tujuh elemen kolom pertama, yaitu:

$$a_0 = 1, a_1 = 2,128643682, b_1 = 1,387998484,$$

$$c_1 = 0,4184241309, d_1 = 0,04624312896,$$

$$e_1 = 0,002674580190, f_1 = 0,00008352102400$$

Seluruh elemen tersebut bernilai positif dan tidak ada pergantian tanda pada kolom pertama. Oleh karena itu, semua akar persamaan karakteristik memiliki bagian real yang negatif. Hasil ini berarti bahwa kecanduan media sosial dalam populasi akan menetap pada tingkat endemik tertentu dan tidak akan menghilang, namun juga tidak akan tumbuh tak terbatas, melainkan stabil di sekitar nilai kesetimbangan tersebut.

4.5 Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$

Suatu bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dapat dicari menggunakan *Next Generation Matrix* (NGM). Kompartemen yang berperan menyebabkan kecanduan adalah E, A, D , dan R . Sistem persamaan diferensial untuk keempat kompartemen tersebut ditulis sebagai:

$$\frac{dx}{dt} = F(x) - V(x)$$

Dimana $\mathcal{F}$ adalah vektor laju infeksi baru dan $\mathcal{V}$ adalah vektor semua laju transisi lainnya:

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} b_1 AS \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{V} = \begin{pmatrix} a_2 E \\ -\Phi \zeta E + a_3 A - \gamma R \\ -b_2 A + a_4 D \\ -b_3 E - b_4 A - \nu D + a_5 R \end{pmatrix}$$

Matriks Jacobi $F = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}$ dan $V = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}$ dievaluasi di titik bebas kecanduan P_0 dengan

$$S_0 = \frac{\Lambda}{a_1}$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_2}{\partial E} & \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial D} & \frac{\partial F_2}{\partial R} \\ \frac{\partial F_3}{\partial E} & \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial D} & \frac{\partial F_3}{\partial R} \\ \frac{\partial F_4}{\partial E} & \frac{\partial F_4}{\partial A} & \frac{\partial F_4}{\partial D} & \frac{\partial F_4}{\partial R} \\ \frac{\partial F_5}{\partial E} & \frac{\partial F_5}{\partial A} & \frac{\partial F_5}{\partial D} & \frac{\partial F_5}{\partial R} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_2}{\partial E} & \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial D} & \frac{\partial F_2}{\partial R} \\ \frac{\partial F_3}{\partial E} & \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial D} & \frac{\partial F_3}{\partial R} \\ \frac{\partial F_4}{\partial E} & \frac{\partial F_4}{\partial A} & \frac{\partial F_4}{\partial D} & \frac{\partial F_4}{\partial R} \\ \frac{\partial F_5}{\partial E} & \frac{\partial F_5}{\partial A} & \frac{\partial F_5}{\partial D} & \frac{\partial F_5}{\partial R} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{b_1 \Lambda}{a_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} a_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi \zeta & a_3 & 0 & -\gamma \\ 0 & -b_2 & a_4 & 0 \\ -b_3 & -b_4 & -v & a_5 \end{bmatrix}$$

Dengan mendefinisikan $k = \frac{b_1 \Lambda}{a_1}$ diperoleh

$$F = \begin{bmatrix} 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} a_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\Phi \zeta & a_3 & 0 & -\gamma \\ 0 & -b_2 & a_4 & 0 \\ -b_3 & -b_4 & -v & a_5 \end{bmatrix}$$

Invers matriks V

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 a_4 a_5}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 \gamma v}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 \gamma a_4}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} \\ \frac{\Phi \zeta b_2 a_5 - \gamma b_2 b_3}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 a_5 b_2}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 a_3 a_5 - \gamma a_2 b_4}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 \gamma b_2}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} \\ \frac{\Phi \zeta b_2 v + \Phi \zeta a_4 b_4 + a_3 a_4 b_3}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 b_2 v + a_2 a_4 b_4}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 a_3 v}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{a_2 a_3 a_4}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} \end{bmatrix}$$

Karena matriks F hanya memiliki satu elemen tak-nol, yaitu $k = \frac{b_1 \Lambda}{a_1}$ pada

posisi F_{12} , perkalian $K = FV^{-1}$ menghasilkan matriks yang hanya baris pertamanya bernilai tak-nol. Setiap elemen pada baris pertama tersebut diperoleh dari $K_{1j} = k \cdot (V^{-1})_{2j}$ untuk $j = 1, 2, 3, 4$, sehingga:

$$K = FV^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{k a_4 a_5}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} & \frac{k \gamma v}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} & \frac{k \gamma a_4}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari K diperoleh melalui persamaan karakteristik $\det(\mu I - K) = 0$. Mengingat tiga baris terakhir K bernilai nol, matriks $\mu I - K$ memiliki struktur segitiga atas sehingga determinannya dapat langsung dihitung dengan ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama:

$$\det(\mu I - K)$$

$$= \begin{bmatrix} \mu - \frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} & \frac{k a_4 a_5}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} & \frac{k \gamma v}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} & \frac{k \gamma a_4}{a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4} \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

$$\det(\mu I - K) = \left(\mu - \frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)} \right) (\mu^3) = 0$$

Persamaan karakteristik tersebut menghasilkan dua nilai eigen, yaitu $\mu =$

$\frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$ sebagai nilai eigen dominan dan $\mu = 0$. Oleh karena itu,

radius spektral dari K adalah $\rho(K) = \frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$. Bilangan reproduksi

dasar diperoleh sebagai $\mathcal{R}_0 = \rho(FV^{-1}) = \frac{k(\Phi \zeta a_4 a_5 + \gamma a_4 b_3)}{a_2(a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$. Dengan

mensubstitusikan $k = \frac{b_1 \Lambda}{a_1}$, menjadi

$$\mathcal{R}_0 = \frac{b_1 \Lambda a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)}{a_1 a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$$

Dengan menggunakan nilai parameter pada Tabel (4.2), maka diperoleh

$$\mathcal{R}_0 = 1.096649437$$

Karena $\mathcal{R}_0 > 1$, dapat disimpulkan bahwa dengan nilai parameter yang digunakan, kecanduan media sosial akan menyebar dan menetap secara endemik di

dalam populasi. Hasil ini konsisten dengan temuan analisis kestabilan sebelumnya, di mana titik kesetimbangan bebas kecanduan P_0 dinyatakan tidak stabil.

Berdasarkan hasil analisis dinamik yang telah dilakukan, diperoleh dua titik kesetimbangan beserta syarat eksistensi dan kestabilan masing-masing. Secara keseluruhan, hasil tersebut dapat dirangkum dalam Tabel 4.7 berikut

Tabel 4.7 Tabel Titik Kesetimbangan

Titik Kesetimbangan	Syarat Eksistensi	Kestabilan
P_0 (Bebas Kecanduan/DFE)	Selalu ada untuk setiap nilai parameter positif	Tidak stabil
P^* (Endemik/DEE)	a. $a_3 a_4 a_5 > \gamma(vb_2 + b_4 a_4)$ b. $a_1 S^* > \Lambda$ c. $\zeta \lambda (b_1 b_3 S^* a_4 + vb_2 a_2 + b_4 a_2 a_4) > b_1 S^* a_2 a_4 a_5$	Stabil Asimtotik Lokal

Analisis parameter pada Tabel 4.2 menghasilkan nilai $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$, yang mengonfirmasi bahwa sistem berada pada fase endemik. Kondisi ini membuat ekuilibrium bebas kecanduan P_0 tidak stabil dan ekuilibrium endemik P^* menjadi stabil, sehingga kecanduan media sosial diprediksi akan terus bertahan dalam populasi. Perbandingan dengan model dasar Ali dkk. (2024) menunjukkan adanya perbedaan yang signifikan, di mana model Ali dkk. (2024) menghasilkan $\mathcal{R}_0 < 1$ yang berarti kecanduan media sosial akan menghilang dari populasi, sedangkan model modifikasi menghasilkan $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$ yang berarti kecanduan menetap dalam populasi. Peningkatan nilai $\mathcal{R}_0$ ini terjadi akibat penambahan jalur *relapse* γ , yang menunjukkan bahwa individu yang kembali kecanduan setelah pulih turut berperan dalam mempertahankan kecanduan media sosial di dalam populasi dalam jangka panjang.

Untuk melihat pengaruh laju *relapse* γ terhadap nilai $\mathcal{R}_0$ secara lebih rinci, dilakukan perhitungan numerik $\mathcal{R}_0$ pada berbagai nilai γ . Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 4.8 berikut

Tabel 4.8 Nilai $\mathcal{R}_0(\gamma)$ sebagai Fungsi Laju *Relapse*

γ	$\mathcal{R}_0(\gamma)$	Kondisi
0	0,206359	Bebas Kecanduan
0,01	0,241812	Bebas Kecanduan
0,03	0,310309	Bebas Kecanduan
0,05	0,375774	Bebas Kecanduan
0,2987	1	Nilai Ambang Batas antara Bebas Kecanduan dan Endemik ($\mathcal{R}_0 = 1$)
0,5	1,337253	Endemik
0,7	1,585781	Endemik
1	1,858009	Endemik

Hasil numerik pada Tabel 4.8 menunjukkan bahwa $\mathcal{R}_0$ meningkat seiring bertambahnya γ . Untuk membuktikan bahwa pola ini bukan hanya berlaku pada nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini, dilakukan analisis turunan parsial $\mathcal{R}_0$ terhadap γ secara analitis. Bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ yang diperoleh dari *Next Generation Matrix* dinyatakan sebagai

$$\mathcal{R}_0(\gamma) = \frac{b_1 \Lambda a_4 (\Phi \zeta a_5 + \gamma b_3)}{a_1 a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$$

dengan konstanta gabungan $a_1 = \beta + \tau$, $a_2 = \zeta + \tau$, $a_3 = \tau + \psi + \alpha$, $a_4 = v + \rho + \tau$, $a_5 = \tau + \lambda + \gamma$, serta $b_1 = \phi \chi$, $b_2 = \alpha + \psi(1 - \omega)$, $b_3 = (1 - \Phi)\zeta$, $b_4 = \psi\omega$. Hanya a_5 yang memuat γ , sehingga $\mathcal{R}_0(\gamma)$ dapat diuraikan menjadi fungsi rasional yang linear dalam γ .

Substitusi $a_5 = \tau + \lambda + \gamma$ ke pembilang dan penyebut menghasilkan

$$\mathcal{R}_0(\gamma) = \frac{b_1 \Lambda a_4 (M_0 + \gamma M_1)}{a_1 a_2 (N_0 + \gamma N_1)}$$

Dengan $M_0 = \Phi\zeta(\tau + \lambda)$, $M_1 = \Phi\zeta + (1 - \Phi)\zeta = \zeta$, $N_0 = (\tau + \lambda)(\alpha + \psi + \tau)(v + \rho + \tau)$, dan $N_1 = (\alpha + \psi + \tau)(v + \rho + \tau) - v(\alpha + \psi(1 - \omega)) - \psi\omega(v + \rho + \tau)$.

Karena $\mathcal{R}_0(\gamma)$ berbentuk fungsi rasional turunan pertama fungsi $\mathcal{R}_0(\gamma)$ terhadap γ adalah sebagai berikut

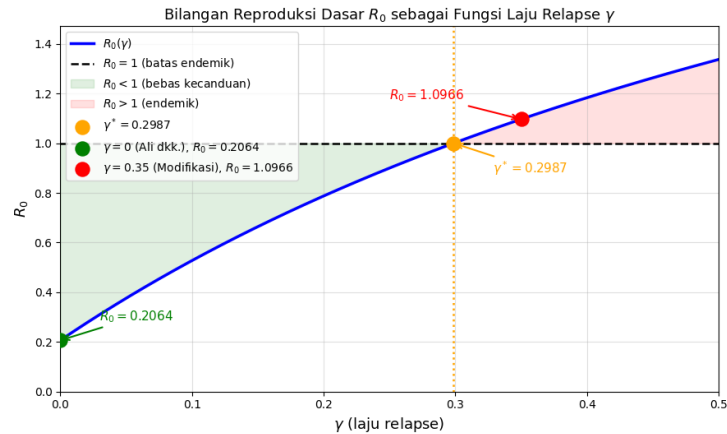
$$\frac{\partial \mathcal{R}_0}{\partial \gamma} = \frac{b_1 \Lambda a_4}{a_1 a_2} \cdot \frac{M_1 N_0 - M_0 N_1}{(N_0 + \gamma N_1)^2}$$

Parameter b_1, Λ, a_1, a_2 , dan a_4 semuanya bernilai positif, dan penyebutnya berbentuk kuadrat sehingga selalu positif. Tanda $\frac{\partial \mathcal{R}_0}{\partial \gamma}$ ditentukan oleh tanda $M_1 N_0 - M_0 N_1$ saja. Substitusi formula $M_1 N_0 - M_0 N_1$ dan penyusunan ulang dengan memisahkan suku $(1 - \Phi)$ menghasilkan

$$\begin{aligned} M_1 N_0 - M_0 N_1 &= \zeta(\tau + \lambda)[(1 - \Phi)(\alpha + \psi + \tau)(v + \rho + \tau) + \Phi v(\alpha + \psi(1 - \omega)) \\ &\quad + \Phi \psi \omega(v + \rho + \tau)] \end{aligned}$$

Seluruh suku pada hasil di atas bertanda positif, karena $\zeta, \tau, \lambda, \alpha, \psi, v, \rho, \omega > 0$ dan $\Phi, \omega \in (0,1)$ sehingga $(1 - \Phi) > 0$. Akibatnya $M_1 N_0 - M_0 N_1 > 0$ untuk semua nilai parameter biologis, sehingga $\frac{\partial \mathcal{R}_0}{\partial \gamma} > 0$ untuk semua $\gamma \geq 0$. $\mathcal{R}_0(\gamma)$ dengan demikian selalu monoton naik terhadap γ .

$\mathcal{R}_0(\gamma)$ terbukti selalu monoton naik, persamaan $\mathcal{R}_0(\gamma) = 1$ hanya memiliki satu solusi $\gamma^* = 0,2987$. Titik ini membagi domain γ menjadi dua bagian, yaitu untuk $\gamma < \gamma^*$ diperoleh $\mathcal{R}_0 < 1$ (kondisi bebas kecanduan), dan untuk $\gamma > \gamma^*$ diperoleh $\mathcal{R}_0 > 1$ (kondisi endemik), sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 4.8 dan Gambar 4.2.

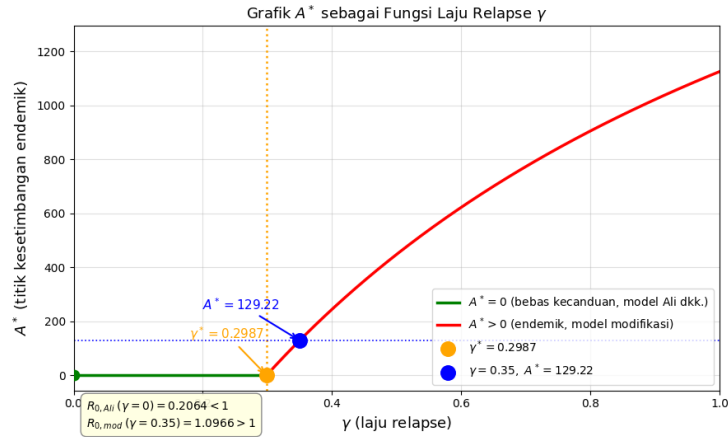


Gambar 4.2 Grafik Bilangan Reproduksi Dasar $\mathcal{R}_0$ sebagai Fungsi Laju Relapse γ

Gambar 4.2 menunjukkan hubungan antara bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ dan laju *relapse* γ . Garis biru menunjukkan nilai $\mathcal{R}_0$ yang terus meningkat seiring bertambahnya nilai γ , yang berarti semakin besar laju *relapse* maka semakin besar pula nilai $\mathcal{R}_0$. Titik hijau pada $\gamma = 0$ merepresentasikan model Ali dkk. (2024) yang menghasilkan $\mathcal{R}_0 = 0,2063593684 < 1$, yang berarti tanpa jalur *relapse* kecanduan akan menghilang dari populasi secara alami. Titik oranye pada $\gamma^* = 0,2987$ merupakan nilai ambang kritis di mana $\mathcal{R}_0 = 1$, yang menjadi batas pemisah antara kondisi bebas kecanduan dan kondisi endemik. Titik merah pada $\gamma = 0,35$ merepresentasikan model modifikasi yang menghasilkan $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$, yang berarti dengan adanya jalur *relapse* kecanduan menetap dalam populasi.

Nilai $\gamma^* = 0,2987$ memiliki makna nyata bahwa apabila dari 100 orang yang telah pulih, yang kembali kecanduan tidak lebih dari 29 orang per hari maka $\mathcal{R}_0 < 1$ dan sistem masih berada pada kondisi bebas kecanduan. Sebaliknya, apabila yang kembali kecanduan lebih dari 29 orang dari 100 orang yang pulih per harinya maka $\mathcal{R}_0 > 1$ dan sistem akan bergerak menuju kondisi endemik. Dengan

demikian, γ^* merupakan nilai maksimum laju *relapse* yang masih dapat menjamin kondisi bebas kecanduan dalam populasi.



Gambar 4.3 Grafik Titik Kesetimbangan Endemik A^* sebagai Fungsi Laju Relapse γ

Nilai kesetimbangan endemik untuk kompartemen Addicted, $A^*(\gamma)$, diperoleh dari persamaan

$$A^* = \frac{a_2 a_4 a_5 (-\Lambda + a_1 S^*)}{\zeta \lambda b_1 b_3 S^* a_4 + \zeta \lambda v b_2 a_2 + \zeta \lambda b_4 a_2 a_4 - b_1 S^* a_2 a_4 a_5}$$

Pembilang dan penyebut sama-sama memuat faktor $a_2 a_4$ pada setiap sukunya. Dengan membagi pembilang dan penyebut dengan $a_2 a_4$, diperoleh bentuk akhir secara eksplisit

$$A^*(\gamma) = \frac{a_5 (\Lambda - a_1 S^*)}{b_1 a_5 S^* - \zeta \lambda \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right)}$$

dengan $a_5 = a_5(\gamma) = \tau + \lambda + \gamma$ dan $S^* = S^*(\gamma)$.

Karena $a_5(\gamma)$ linier dalam γ , dan $S^*(\gamma)$ juga merupakan fungsi rasional linier dalam γ (pembilang dan penyebut, sebagaimana telah diturunkan sebelumnya), maka $A^*(\gamma)$ merupakan fungsi rasional dalam γ dengan derajat polinomial lebih tinggi dibandingkan $R_0(\gamma)$, sebagai akibat dari perkalian $a_5(\gamma)S^*(\gamma)$ yang muncul pada penyebut.

Saat $\gamma = 0$, $a_5(0) = \tau + \lambda + 0 = \tau + \lambda$, sehingga semua suku yang memuat γ pada $S^*(\gamma)$ hilang. Substitusi ke

$$S^*(\gamma) = \frac{a_2(a_3a_4a_5 - \gamma(vb_2 + b_4a_4))}{b_1a_4(\Phi\zeta a_5 + \gamma b_3)}$$

menghasilkan

$$S^*(0) = \frac{a_2 a_3 a_4 (\tau + \lambda)}{b_1 a_4 \Phi \zeta (\tau + \lambda)}$$

Faktor a_4 dan $(\tau + \lambda)$ pada pembilang dan penyebut saling tereliminasi, sehingga

$$S^*(0) = \frac{a_2 a_3}{b_1 \Phi \zeta} = \frac{(\zeta + \tau)(\alpha + \psi + \tau)}{\phi \chi \Phi \zeta}$$

Bentuk ini identik dengan titik kesetimbangan endemik S^* pada model Ali dkk. (2024), karena pada model tersebut $a_5 = \tau + \lambda$ memang konstan sejak awal (tidak ada suku γ yang perlu direduksi).

Selanjutnya, untuk $A^*(\gamma)$, substitusi $\gamma = 0$ ke

$$A^*(\gamma) = \frac{a_5(\Lambda - a_1 S^*)}{b_1 a_5 S^* - \zeta \lambda \left(\frac{b_1 b_3 S^*}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right)}$$

menghasilkan

$$A^*(0) = \frac{(\tau + \lambda)[\Lambda - a_1 S^*(0)]}{b_1(\tau + \lambda) S^*(0) - \zeta \lambda \left(\frac{b_1 b_3 S^*(0)}{a_2} + \frac{v b_2}{a_4} + b_4 \right)}$$

dengan $S^*(0)$ seperti diperoleh di atas. Karena tidak ada lagi suku γ yang tersisa pada $a_5(0)$ maupun $S^*(0)$, formula ini secara eksplisit sama dengan bentuk A^* pada model dasar Ali dkk., yang juga diperoleh dari persamaan kesetimbangan yang sama tanpa adanya jalur *relapse*.

Dengan demikian, terbukti bahwa $S^*(0) = S_{\text{Ali}}^*$ dan $A^*(0) = A_{\text{Ali}}^*$, yang menunjukkan bahwa model modifikasi dengan jalur *relapse* merupakan generalisasi dari model Ali dkk. ketika $\gamma = 0$, model modifikasi tereduksi tepat menjadi model dasar tanpa *relapse*, baik pada bilangan reproduksi dasar R_0 maupun pada titik kesetimbangan endemiknya.

Gambar 4.3 menunjukkan perilaku titik kesetimbangan endemik A^* terhadap laju *relapse* γ . Pada rentang $0 \leq \gamma < 0,2987$ yang ditunjukkan oleh garis hijau, nilai $A^* = 0$ yang berarti tidak terdapat populasi kecanduan dalam jangka panjang. Kondisi ini merupakan kondisi bebas kecanduan yang konsisten dengan model Ali dkk. (2024), di mana tanpa jalur *relapse* sistem secara alami akan menuju keadaan bebas kecanduan.

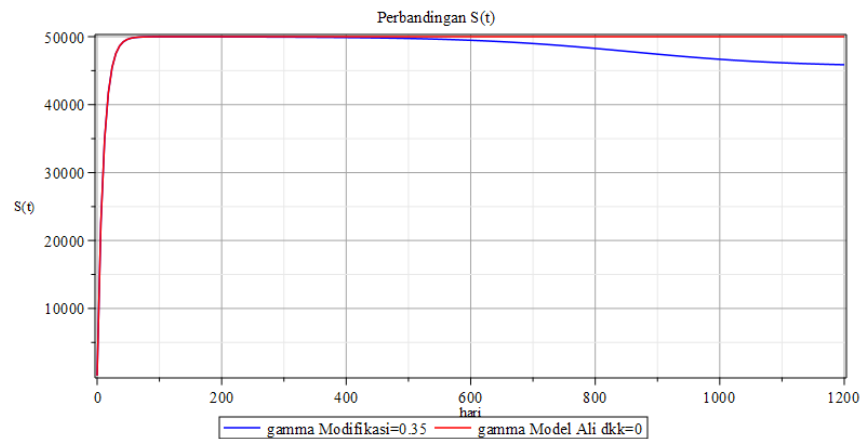
Nilai $\gamma^* = 0,2987$ merupakan titik kritis yang ditandai oleh titik oranye pada grafik, di mana sistem mengalami perubahan perilaku. Setelah melewati nilai ini, A^* mulai bernilai positif dan terus meningkat seiring bertambahnya γ , yang ditunjukkan oleh garis merah. Pada $\gamma = 0,35$ yang digunakan pada model modifikasi, diperoleh $A^* = 129,22$.

Hasil ini menunjukkan bahwa penambahan jalur *relapse* γ pada model modifikasi tidak hanya mengubah nilai $\mathcal{R}_0$, tetapi juga secara langsung memengaruhi besarnya populasi kecanduan yang menetap dalam jangka panjang. Semakin besar nilai γ yang melampaui γ^* , semakin besar pula populasi A^* yang bertahan dalam sistem, sehingga pengendalian laju *relapse* menjadi faktor penting dalam upaya menekan kecanduan media sosial di dalam populasi.

4.6 Simulasi Numerik Model Matematika Kecanduan Sosial Media dan Depresi

Simulasi numerik dilakukan menggunakan *software* Maple dengan nilai parameter sesuai pada Tabel 4.2 dan kondisi awal sebagai berikut $S(0) = 100, E(0) = 1, A(0) = 5, D(0) = 2, R(0) = 0$ dan $Q(0) = 10$. Simulasi dilakukan pada rentang waktu $t = 0$ hingga $t = 100$ untuk membandingkan dinamika model yang telah dimodifikasi dengan model Ali dkk. (2024)

1. Pada variabel $S(t)$



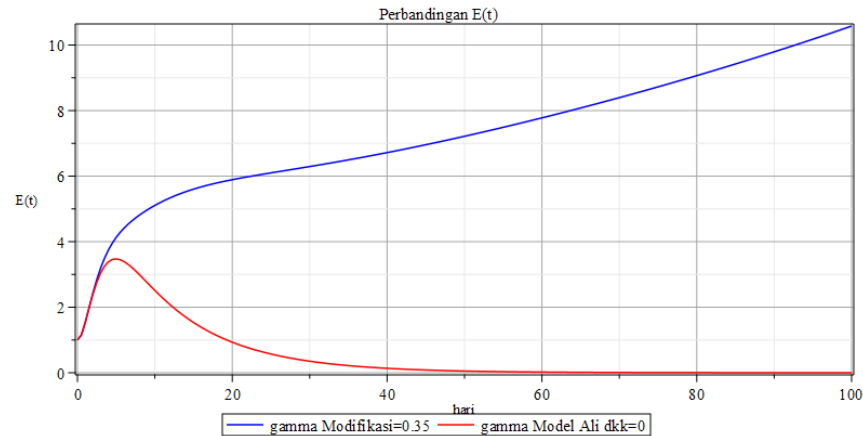
Gambar 4.4 Perbandingan Dinamika Populasi $S(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.4 menunjukkan perbandingan dinamika populasi *Susceptible* ($S(t)$) antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Pada awal simulasi, kedua model menunjukkan pola yang identik, yaitu peningkatan tajam dari nilai awal $S(0) = 100$. Hal ini terjadi karena laju rekrutmen $\Lambda = 5000$ jauh lebih besar dibandingkan laju perpindahan keluar dari kompartemen $S(t)$, sehingga jumlah individu rentan bertambah dengan cepat di hari-hari awal simulasi.

Namun mulai sekitar hari ke-500, kedua model mulai menunjukkan perilaku yang berbeda. Model Ali dkk. (2024) tetap stabil menuju titik kesetimbangan bebas kecanduan dengan nilai $S_0 = 50.000$ sesuai dengan $\mathcal{R}_0 < 1$, yang berarti kecanduan akan menghilang dari populasi secara alami. Sebaliknya, model modifikasi mulai mengalami penurunan secara bertahap dan akhirnya stabil menuju titik kesetimbangan endemik dengan nilai $S^* = 45.593,42$ sesuai dengan $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$, yang dicapai sekitar hari ke-1000.

Penurunan ini disebabkan oleh adanya laju *relapse* $\gamma = 0,35$ pada persamaan $\frac{dA}{dt}$ yang secara bertahap menarik sebagian individu pulih dari kompartemen $R(t)$ kembali ke kompartemen kecanduan $A(t)$. Akibatnya, individu kecanduan terus ada dalam populasi dan melalui kontak sosial terus menarik individu keluar dari kompartemen $S(t)$ dalam jangka panjang, sehingga nilai kesetimbangan $S(t)$ pada model modifikasi lebih rendah sekitar 4.406,58 jiwa dibandingkan model Ali dkk. (2024). Dengan kata lain, semakin besar laju *relapse* dalam suatu populasi, semakin sedikit individu yang benar-benar bebas dari risiko kecanduan media sosial.

2. Pada variabel $E(t)$



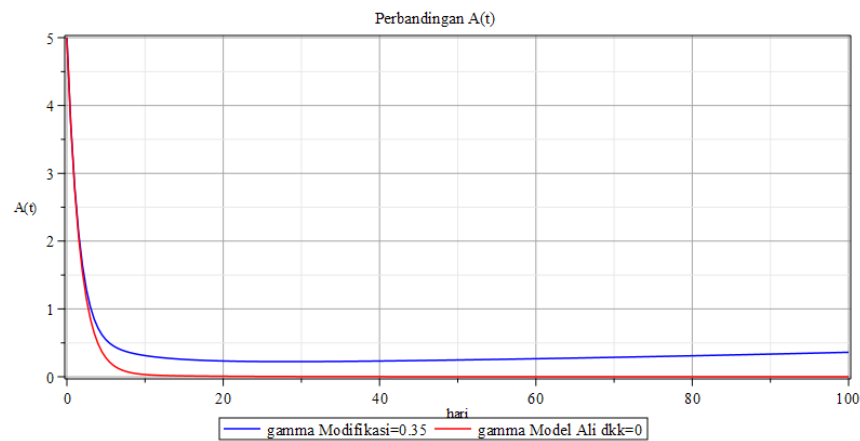
Gambar 4.5 Perbandingan Dinamika Populasi $E(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.5 menunjukkan perbandingan dinamika populasi terpapar $E(t)$ antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Kedua model menunjukkan pola yang hampir identik, yaitu peningkatan tajam pada awal simulasi dari kondisi awal $E(0) = 1$ hingga mencapai puncak sekitar hari ke-5 akibat kontak antara individu $S(t)$ dengan individu $A(t)$ di awal simulasi. Namun, setelah mencapai puncak, kedua model menunjukkan pola yang berbeda secara signifikan.

Model Ali dkk. (2024) mengalami penurunan terus menerus hingga mendekati nol sesuai dengan kondisi bebas kecanduan karena $\mathcal{R}_0 \text{ Ali} < 1$, sehingga kecanduan media sosial akan menghilang dengan sendirinya dari populasi dalam jangka panjang. Sebaliknya, model yang telah di modifikasi justru terus meningkat secara perlahan dan stabil menuju nilai kesetimbangan endemik $E^* = 3.668,39$. Secara biologis, hal ini memiliki makna bahwa dalam jangka panjang akan selalu ada sekitar 3.668 individu

yang merata dalam tahap pengguna media sosial sesekali dan berpotensi menjadi kecanduan. Kondisi ini terjadi karena laju *relapse* menyebabkan individu kecanduan terus ada dalam populasi, sehingga melalui kontak sosial individu rentan akan terus terpapar dan masuk ke kompartemen $E(t)$ dalam jangka panjang.

3. Pada variabel $A(t)$

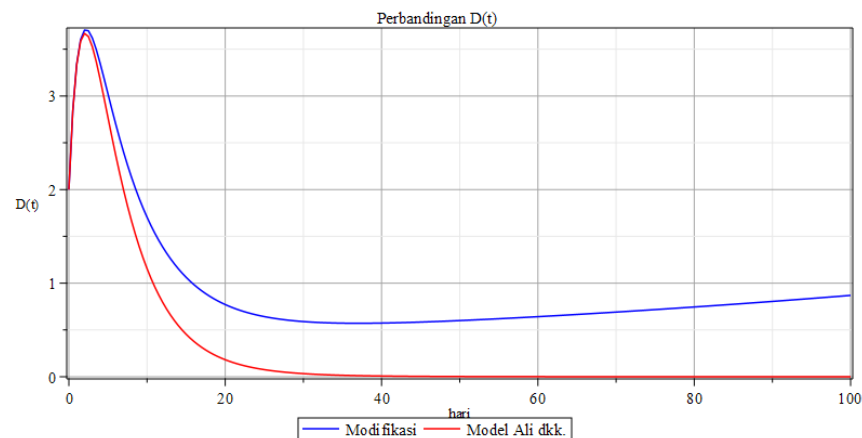


Gambar 4.6 Perbandingan Dinamika Populasi $A(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.6 menunjukkan perbandingan dinamika populasi kecanduan $A(t)$ antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Kedua model diawali dengan $A(0) = 5$ dan sama-sama mengalami penurunan tajam di awal simulasi. Namun terdapat perbedaan yang cukup jelas antara kedua model setelah hari ke-2. Model Ali dkk. (2024) terus menurun hingga mendekati nol sesuai dengan $\mathcal{R}_0 < 1$, sehingga kecanduan media sosial akan menghilang dengan sendirinya dari populasi dalam jangka panjang. Sementara itu, model modifikasi juga mengalami penurunan yang lebih lambat dan kemudian stabil pada nilai kesetimbangan endemik $A^* = 129,22$. Perbedaan ini

disebabkan oleh adanya laju *relapse* $\gamma = 0,35$ yang memberikan tambahan arus masuk ke kompartemen kecanduan dari kompartemen $R(t)$. Jalur ini memberikan dampak yang cukup signifikan, di mana dari setiap 100 individu yang telah pulih, ada sekitar 35 orang di antaranya kembali lagi ke kondisi kecanduan setiap harinya, sehingga kecanduan media sosial tetap berlangsung secara terus-menerus dalam populasi meskipun sebagian individu telah menjalani pemulihan.

4. Pada variabel $D(t)$

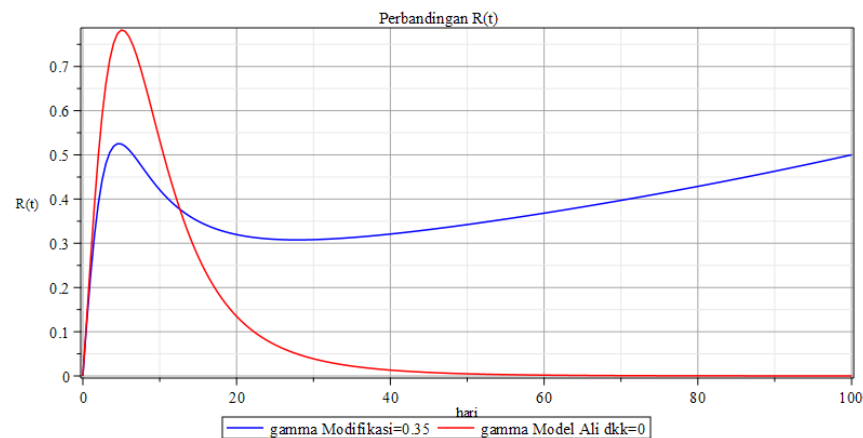


Gambar 4.7 Perbandingan Dinamika Populasi $D(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.7 menunjukkan perbandingan dinamika populasi depresi $D(t)$ antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Kedua model menunjukkan pola yang serupa, yaitu peningkatan dari kondisi awal $D(0) = 2$ dan sama-sama mengalami peningkatan singkat hingga mencapai puncak sekitar hari ke-3 akibat tingginya jumlah individu kecanduan di awal simulasi yang memicu munculnya depresi. Namun setelah mencapai puncak, kedua model menunjukkan pola yang berbeda. Model Ali dkk. (2024) mengalami

penurunan terus-menerus hingga mendekati nol sesuai dengan $\mathcal{R}_0 < 1$, sehingga depresi akibat kecanduan media sosial akan menghilang dengan sendirinya dari populasi dalam jangka panjang. Sebaliknya, model modifikasi mengalami penurunan yang lebih lambat dan kemudian stabil pada nilai kesetimbangan endemik $D^* = 323,39$. Perbedaan ini disebabkan oleh adanya laju *relapse* $\gamma = 0,35$ yang menyebabkan individu yang mulanya sudah pulih namun kembali kecanduan berpotensi mengalami depresi kembali, sehingga dalam jangka panjang akan selalu ada sekitar 323 individu yang mengalami depresi akibat kecanduan media sosial dalam populasi selama laju *relapse* masih berlangsung.

5. Pada variabel $R(t)$

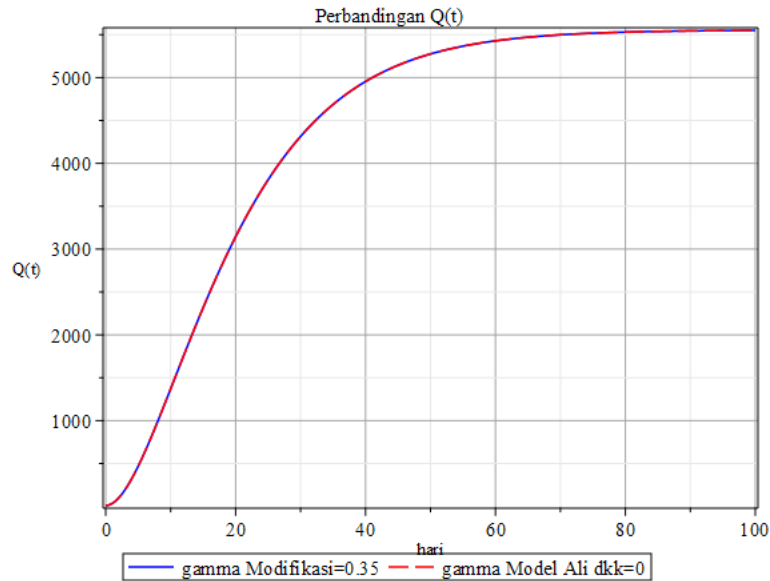


Gambar 4.8 Perbandingan Dinamika Populasi $R(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.8 menunjukkan perbandingan dinamika populasi pulih $R(t)$ antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Kedua model menunjukkan pola yang sama yaitu peningkatan dari kondisi awal $R(0) = 0$ dan sama-sama mengalami peningkatan pada hari-hari awal simulasi hingga mencapai puncak sekitar

hari ke-5, yang menandakan banyak individu yang berhasil pulih melalui suku νD dan $\psi \omega A$ pada persamaan $\frac{dR}{dt}$ di awal simulasi. Namun setelah mencapai puncak, kedua model menunjukkan pola yang berbeda. Model Ali dkk. (2024) mengalami penurunan terus-menerus hingga mendekati nol sesuai dengan $\mathcal{R}_0 < 1$, sehingga jumlah individu pada kompartemen Recovered ($R(t)$) akan terus berkurang dan menuju nol dalam jangka panjang seiring dengan hilangnya individu kecanduan dari populasi. Sebaliknya, model modifikasi mengalami penurunan yang lebih lambat, kemudian stabil dan perlahan meningkat kembali menuju nilai kesetimbangan endemik $R^* = 177,64$. Perbedaan ini disebabkan oleh adanya parameter *relapse* γ pada persamaan $\frac{dA}{dt}$ yang menyebabkan sebagian individu pulih kembali ke kompartemen kecanduan, sehingga kompartemen R terus mendapat arus masuk baru dari individu yang berhasil pulih melalui pemulihan alami maupun penanganan profesional sekaligus mengalami arus keluar melalui jalur *relapse* secara bersamaan. Sehingga dalam jangka panjang akan selalu ada sekitar 177 individu yang berada dalam kondisi pulih namun masih berisiko kembali kecanduan setiap harinya selama jalur *relapse* masih ada dalam populasi.

6. Pada variabel $Q(t)$



Gambar 4.9 Perbandingan Dinamika Populasi $Q(t)$ antara Model Modifikasi dan Model Ali dkk. (2024)

Gambar 4.9 menunjukkan perbandingan dinamika populasi berhenti permanen $Q(t)$ antara model modifikasi (garis biru solid) dan model Ali dkk. (2024) (garis merah putus-putus). Kedua model menunjukkan pola yang sama yaitu peningkatan dari kondisi awal $Q(0) = 10$ dan sama-sama menunjukkan pola peningkatan yang konsisten dari hari-hari awal simulasi hingga menuju nilai kesetimbangan. Tidak terdapat perbedaan yang signifikan antara kedua model, di mana keduanya menuju nilai kesetimbangan yang hampir sama yaitu $Q^* = 5.579,13$ pada model modifikasi dan $Q^* = 5.555,56$ pada model Ali dkk. (2024). Hal ini sesuai dengan persamaan $\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q$, di mana nilai $Q(t)$ hanya bergantung pada jumlah individu yang berhenti menggunakan media sosial dari kompartemen $S(t)$ dan sebagian individu yang keluar dari kompartemen $R(t)$, sehingga jalur *relapse* γ tidak memberikan pengaruh langsung

terhadap dinamika kompartemen $Q(t)$. Dengan demikian, penambahan jalur *relapse* pada model modifikasi tidak memberikan perbedaan yang berarti terhadap dinamika populasi $Q(t)$ dibandingkan model Ali dkk. (2024).

4.7 Analisis Dinamik Model S, E, A, D, R, Q dalam Pandangan Islam

Dalam pandangan Islam, setiap permasalahan yang menimpa umat manusia, termasuk kecanduan media sosial dan dampaknya terhadap kesehatan mental seperti depresi, selalu disertai dengan jalan keluarnya. Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an surat Yusuf ayat 53, yang artinya:

"Dan aku tidak membebaskan diriku dari kesalahan, karena sesungguhnya nafsu itu selalu mendorong kepada kejahatan, kecuali nafsu yang diberi rahmat oleh Tuhanku." (QS. Yusuf: 53).

M. Quraish Shihab dalam Tafsir Al-Misbah menjelaskan bahwa ayat ini berkaitan dengan *an-nafs al-ammārah*, yakni nafsu yang senantiasa mendorong pemiliknya kepada keburukan, kecuali jiwa yang dirahmati dan dipelihara Allah dari ketergelinciran (Shihab, 2002). Ayat ini mencerminkan bahwa kelemahan pengendalian diri merupakan akar dari perilaku kecanduan media sosial. Tanpa adanya kendali diri yang kuat, individu yang telah pulih pun memiliki kecenderungan untuk kembali ke pola perilaku lama. Namun demikian, dengan rahmat Allah dan usaha yang sungguh-sungguh melalui pendampingan profesional maupun penguatan spiritual, setiap individu pada dasarnya memiliki kemampuan untuk mencapai pemulihan. Hal ini sejalan dengan model modifikasi dalam penelitian ini.

Parameter yang mewakili laju dari kompartemen kembali ke kompartemen mencerminkan kondisi lemahnya *mujahadah an-nafs* atau perjuangan melawan hawa nafsu dalam diri individu. Semakin kuat nilai spiritual dan pengendalian diri

yang dimiliki seseorang, semakin kecil nilai γ sehingga peluang kestabilan titik bebas kecanduan semakin mudah tercapai. Sebaliknya, laju pemulihan yang merepresentasikan perpindahan individu dari kompartemen *Depressed* ($D(t)$) dan *Addicted* ($A(t)$) menuju kompartemen *Recovered* ($R(t)$) mencerminkan besarnya peran intervensi, baik melalui penanganan profesional, dukungan sosial, maupun penguatan nilai-nilai keislaman seperti dzikir dan menghentikan pemicu kecanduan, dalam memutus rantai penyebaran kecanduan media sosial dan depresi di masyarakat.

Keterkaitan antara dinamika model ini dengan fungsi Al-Qur'an sebagai *syifa'* sebagaimana telah dibahas pada Bab 2 sangatlah erat. Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, Al-Qur'an berfungsi sebagai sumber penawar (*syifa'*) bagi umat Islam, tidak hanya dalam dimensi fisik tetapi juga spiritual (Badrudin, 2019). Dalam QS. Asy-Syu'ara ayat 80, Allah SWT berfirman:

“Dan apabila aku sakit, Dialah Yang menyembuhkan aku.”

Ayat ini menegaskan bahwa pada hakikatnya hanya Allah yang benar-benar berwenang memberikan kesembuhan, sementara manusia tetap diwajibkan untuk berusaha (*ikhtiar*) mencari jalan menuju penyembuhan tersebut. Prinsip inilah yang secara matematis tergambar dalam model $S(t), E(t), A(t), D(t), R(t), Q(t)$ di mana laju pemulihan tidak terjadi dengan sendirinya, melainkan bergantung pada besarnya upaya intervensi yang dilakukan, baik secara medis maupun spiritual, sebagaimana dibuktikan pada parameter ν dan $\psi\omega$.

Lebih jauh, sebagaimana dijelaskan pada Bab 2 melalui hadits Nabi Muhammad SAW dari Abu Hurairah RA, bahwa *"tidaklah Allah menurunkan penyakit melainkan obat penyembuh untuknya"*, kecanduan media sosial dan

depresi yang dimodelkan dalam penelitian ini pun sejatinya memiliki jalan penyembuhan. Ibnu Hajar dalam *Fathul Baari* menjelaskan bahwa hadits ini tidak hanya mendorong umat Islam untuk berikhtiar mencari pengobatan, tetapi juga membuka ruang bagi kemajuan ilmu pengetahuan, termasuk kajian ilmiah seperti pemodelan matematika, sebagai salah satu bentuk ikhtiar tersebut (Abdullah, n.d.). Dengan demikian, penelitian pemodelan $S(t), E(t), A(t), D(t), R(t), Q(t)$ ini dapat dipahami sebagai wujud nyata dari semangat hadits tersebut, yakni upaya ilmiah untuk menemukan dan memahami obat bagi permasalahan kecanduan media sosial melalui analisis dinamika yang terukur.

Dalam kerangka model ini, fungsi Al-Qur'an sebagai *syifa'* secara konkret dapat dipahami sebagai faktor yang berkontribusi dalam memperbesar laju pemulihan ν dan $\psi\omega$ sekaligus memperkecil laju kekambuhan γ . Sebab, interaksi rutin seorang individu dengan Al-Qur'an melalui tilawah, tadabbur, maupun penghayatan maknanya terbukti mampu membangun ketahanan psikologis dan memperkuat *mujahadah an-nafs*, sehingga individu yang telah pulih tidak mudah terjerumus kembali ke dalam pola perilaku adiktif. Adapun kompartemen *Permanent Quitters* ($Q(t)$) yang merepresentasikan upaya pernafasan dan pengendalian diri memiliki padanan yang kuat dalam praktik *syifa'* Al-Qur'an yang bersifat preventif, seperti pengurangan paparan pemicu kecanduan dan penggantian aktivitas digital dengan aktivitas bernuansa Qur'ani. Dengan demikian, analisis kestabilan model ini tidak hanya dapat dibaca sebagai kajian matematis semata, melainkan juga sebagai konfirmasi ilmiah atas kebenaran ajaran Islam bahwa setiap penyakit pasti ada obatnya, dan bahwa Al-Qur'an adalah *syifa'* yang menyeluruh bagi umat manusia.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Modifikasi model pada variabel *Recovered* ($R(t)$) dan variabel *Addicted* ($A(t)$) dilakukan dengan menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* γ dari kompartemen $R(t)$ kembali ke kompartemen $A(t)$ pada model Ali dkk. (2024). Penambahan jalur ini mengubah dua persamaan diferensial dari model aslinya, yaitu persamaan $\frac{dA}{dt}$ yang mendapat tambahan suku $+\gamma R$, dan persamaan $\frac{dR}{dt}$ yang mendapat $-\gamma R$. Sistem persamaan diferensial model modifikasi yang terbentuk adalah

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda + \zeta\lambda R - \phi\chi AS - (\beta + \tau)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \phi\chi AS - (\varsigma + \tau)E$$

$$\frac{dA}{dt} = \Phi\varsigma E - (\tau + \psi + \alpha)A + \gamma R$$

$$\frac{dD}{dt} = \alpha A + \psi(1 - \omega)A - (v + \rho + \tau)D$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \Phi)\varsigma E + vD + \psi\omega A - (\tau + \lambda + \gamma)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = \beta S + (1 - \zeta)\lambda R - \tau Q$$

2. Analisis dinamik terhadap model modifikasi menghasilkan temuan sebagai berikut:

a. Titik kesetimbangan.

Diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan $P_0 = \left(\frac{\Lambda}{a_1}, 0, 0, 0, 0, \frac{\beta\Lambda}{\tau a_1}\right)$ yang selalu eksis, serta titik kesetimbangan endemik P^* yang nilainya bergantung pada parameter model termasuk laju *relapse* γ .

b. Kestabilan titik kesetimbangan.

Berdasarkan analisis Matriks Jacobi dan kriteria Routh-Hurwitz, titik kesetimbangan bebas kecanduan P_0 bersifat tidak stabil, ditunjukkan oleh adanya tepat satu pergantian tanda pada kolom pertama Tabel Routh-Hurwitz. Sebaliknya, titik kesetimbangan P^* bersifat stabil secara asimtotik lokal, ditunjukkan oleh seluruh elemen kolom pertama Tabel Routh-Hurwitz yang bernilai positif tanpa pergantian tanda.

c. Bilangan reproduksi dasar

Metode *Next Generation Matrix* menghasilkan bilangan reproduksi dasar:

$$\mathcal{R}_0 = \frac{b_1 \Lambda a_4 (\Phi \varsigma a_5 + \gamma b_3)}{a_1 a_2 (a_3 a_4 a_5 - \gamma b_2 v - \gamma a_4 b_4)}$$

Dengan substitusi nilai parameter pada Tabel 4.2 diperoleh $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$, yang berarti kecanduan media sosial akan menyebar dan menetap secara endemik dalam populasi. Nilai $\mathcal{R}_0 = 1,096649437 > 1$ menunjukkan bahwa rata-rata satu individu yang kecanduan media sosial mampu menularkan kecanduan kepada lebih dari satu individu rentan dalam populasi, sehingga kecanduan tidak akan menghilang melainkan akan terus bertahan dalam jangka panjang.

Perbandingan dengan model dasar Ali dkk. (2024) yang menghasilkan $\mathcal{R}_0 < 1$ menunjukkan bahwa penambahan jalur *relapse* γ pada model modifikasi berperan dalam meningkatkan nilai $\mathcal{R}_0$ hingga melewati nilai ambang satu, sehingga sistem yang semula berada pada kondisi bebas kecanduan berubah menjadi kondisi endemik.

5.2 Saran

Simulasi numerik dalam penelitian ini dilakukan menggunakan metode Runge-Kutta orde-4. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan simulasi dengan menggunakan berbagai metode numerik lainnya, sehingga dapat dijadikan perbandingan apakah perbedaan metode menghasilkan grafik simulasi yang berbeda atau tidak.

Nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini, kecuali laju *relapse* γ merujuk pada data dari penelitian Ali dkk. (2024). Penelitian selanjutnya disarankan untuk menggunakan data empiris dari Indonesia apabila telah tersedia penelitian yang mengkaji kecanduan media sosial dan depresi secara kuantitatif di Indonesia, sehingga nilai parameter dapat diestimasi dan lebih sesuai dengan kondisi penduduk Indonesia

Model modifikasi dalam penelitian ini hanya menambahkan satu jalur transmisi baru berupa laju *relapse* dari kompartemen *Recovered* ($R(t)$) ke kompartemen *Addicted* ($A(t)$). Penelitian selanjutnya dapat memodifikasi atau mengembangkan model lebih lanjut, misalnya dengan menambahkan kompartemen baru atau mengintegrasikan strategi kontrol optimal, untuk melihat perbedaan hasil analisis dinamik yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah. (n.d.). *Tafsir Kitab Fathul Baari*.
- Alemneh, H. T., & Alemu, N. Y. (2021). Mathematical modeling with optimal control analysis of social media addiction. *Infectious Disease Modelling*, 6, 405–419. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2021.01.011>
- Ali, A. S., Javeed, S., Faiz, Z., & Baleanu, D. (2024). Mathematical modelling, analysis and numerical simulation of social media addiction and depression. *PLoS ONE*, 19(3 March). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0293807>
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*. American Psychiatric Association. <https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425596>
- Amirthalingam, J., & Khera, A. (2024). Understanding Social Media Addiction: A Deep Dive. *Cureus*, 16(10), e72499. <https://doi.org/10.7759/cureus.72499>
- Andari, A. (2017). *Aljabar Linier Elementer*. UB Press.
- Andreassen, C. S., Billieux, J., Griffiths, M. D., Kuss, D. J., Demetrovics, Z., Mazzoni, E., & Pallesen, S. (2016). The relationship between addictive use of social media and video games and symptoms of psychiatric disorders: A large-scale cross-sectional study. *Psychology of Addictive Behaviors*, 30(2), 252–262. <https://doi.org/10.1037/adb0000160>
- Andreassen, C. S., Pallesen, S., & Griffiths, M. D. (2017). The relationship between addictive use of social media, narcissism, and self-esteem: Findings from a large national survey. *Addictive Behaviors*, 64, 287–293. <https://doi.org/10.1016/j.addbeh.2016.03.006>
- Aprilia, R., Sriati, A., & Hendrawati, S. (2020). *Tingkat Kecanduan Media Sosial pada Remaja*.
- Arrowsmith, D. K., & Place, C. M. (1990). *An Introduction Dynamical System*. Cambridge University Press.
- Badrudin, M. (2019). *Berobat menurut Islam*. 1–20.
- Boyce, W. E., Diprima, R. C., & Meade, D. B. (2011). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems* (11th ed.).
- Brauer, F., & Castillo Chavez, C. (2011). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology* (2nd ed.).

- Brogan, C. (2010). *Social Media 101: Tactics and Tips to Develop Your Business Online*. John Wiley & Sons, Inc.
- Cao, X., Gao, S., & Najaf, M. (2025). Psychological triggers and behavioral mechanisms of *relapse* in social media addiction. *Scientific Reports*, 15(1), 40858. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-24592-6>
- Carbonell-Colomer, M., Marchena-Giráldez, C., & Bernabéu-Brotóns, E. (2025). Social media and functional deterioration: indicators of problematic use in university students. *Frontiers in Psychology*, 16. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2025.1720760>
- Chan, S. P., & Arif, H. (2023). *Depression*. StatPearls. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK430847/>
- Giesecke, J. (2002). *Modern Infectious Disease Epidemiology*. CRC Press.
- Hasnawati., Ratianingsih, R., & Puspita, J. W. (2017). *Analisis Kestabilan Model Matematika Pada Penyebaran Kanker Serviks Menggunakan Kriteria Routh-Hurwit*. 14(1), 120–127.
- Haziq, N., Abdullah, E., Ayu, N. M. S., & Ernawati. (2024). Jurnal Ilmiah Cerebral Medika Hubungan Kecanduan Media Sosial Terhadap Tingkat Fear Of Missing Out (Fomo) Pada Remaja Smpn 11 Tanjungpinang Kota. *Jurnal Ilmiah Cerebral Medika*, 6(1).
- Juhari, J., Fikrina, Z. A., Alisah, E., & Sujarwo, I. (2024). Dynamical Analysis of Modified Mathematical Model of Social Media Addiction. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 9(2), 310–319. <https://doi.org/10.18860/ca.v9i2.29225>
- Kelly, Y., Zilanawala, A., Booker, C., & Sacker, A. (2018). Social Media Use and Adolescent Mental Health: Findings From the UK Millennium Cohort Study. *EClinicalMedicine*, 6, 59–68. <https://doi.org/10.1016/j.eclinm.2018.12.005>
- Kementrian Agama RI. (2025). *Al-Qur'an dan Terjemahannya: Surah Al-Isra' [17]:82*. Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/17?from=82&to=111>
- Kemp, S. (2025, November 5). *Digital 2025: Laporan Gambaran Umum Global*. DataReportal; We Are Social & Meltwater. <https://datareportal.com/reports/digital-2026-indonesia>
- Loklomin, S. B., & Rumlawang, F. Y. (2014). *Aplikasi Metode Runge Kutta Orde Empat pada Penyelesaian Rangkaian Listrik RLC*. 8(1), 39–44.

- Richter, F. (2025). *Social media: The biggest threat to teens' mental health?* Statista. <https://www.statista.com/chart/34718/perceived-threats-to-teenagers-mental-health/>
- Riehm, K. E., Feder, K. A., Tormohlen, K. N., Crum, R. M., Young, A. S., Green, K. M., Pacek, L. R., La Flair, L. N., & Mojtabai, R. (2019). Associations between Time Spent Using Social Media and Internalizing and Externalizing Problems among US Youth. *JAMA Psychiatry*, 76(12), 1266–1273. <https://doi.org/10.1001/jamapsychiatry.2019.2325>
- Shihab, Q. (2002). *Tafsir Al-Misbah: Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Qur'an*. Lentera Hati.
- Sumardi, S. R. (2022). *Pengantar Sistem Dinamik*.
- Twenge, J. M., & Martin, G. N. (2020). Gender differences in associations between digital media use and psychological well-being: Evidence from three large datasets. *Journal of Adolescence*, 79, 91–102. <https://doi.org/10.1016/j.adolescence.2019.12.018>

LAMPIRAN

Script Maple dan hasil simulasi numerik model kecanduan media sosial dan depresi modifikasi yang digunakan dalam penelitian ini dapat diakses melalui tautan berikut. <https://acesse.one/analisis-dinamik-model-modifikasi>

RIWAYAT HIDUP



Penulis, Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza, lahir di Kota Malang pada tanggal 18 Mei 2004 dan merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis adalah putri dari Bapak Edi dan Ibu Rafika. Penulis tumbuh dan menetap di Tasikmadu, Kecamatan Lowokwaru, Kota Malang.

Pendidikan formal penulis dimulai di SDN Dinoyo 02 Malang. Setelah menyelesaikan pendidikan dasar, penulis melanjutkan pendidikan di SMP Al-Rifa'ie 1 Gondanglegi kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMA Al-Rifa'ie 1 Gondanglegi.

Pada tahun 2022, penulis diterima sebagai mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi, penulis berupaya mengembangkan kemampuan akademik, memperluas wawasan, serta memperoleh berbagai pengalaman yang mendukung proses pembelajaran.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penulis berharap ilmu dan pengalaman yang diperoleh selama masa studi dapat menjadi bekal untuk terus belajar, berkembang, dan memberikan manfaat bagi lingkungan sekitar.

Demikian riwayat hidup ini dibuat dengan sebenarnya.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Mariska Aulia Nadhifa Nurhafiza
NIM : 220601110064
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Analisis Dinamik Modifikasi Model *Susceptible, Exposed, Addicted, Depressed, Recovered, Quitter Permanent* (SEADRQ) pada Kecanduan Media Sosial dan Depresi
Pembimbing I : Dr. Heni Widayani, M.Si
Pembimbing II : Dr. Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	07 Oktober 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	28 Oktober 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	11 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	02 Desember 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	02 Desember 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	5.
6.	18 Desember 2025	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	18 Desember 2025	ACC Seminar Proposal	7.
8.	19 Desember 2025	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	13 Januari 2026	Seminar Proposal	9.
10.	02 Februari 2026	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	11 Februari 2026	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	11.
12.	09 Maret 2026	Konsultasi Bab IV dan V	12.
13.	10 Maret 2026	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	13.
14.	13 Maret 2026	ACC Kajian Agama Bab IV	14.
15.	31 Maret 2026	Konsultasi Bab IV dan V	15.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	06 April 2026	ACC Bab IV dan V	16.
17.	05 Mei 2026	Konsultasi Revisi Seminar Hasil Kajian Agama Bab IV	17. X
18.	11 Mei 2026	ACC Kajian Agama Bab IV	18.
19.	18 Mei 2026	ACC Seminar Hasil	19.
20.	22 Mei 2026	Seminar Hasil	20.
21.	26 Mei 2026	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	21.
22.	31 Mei 2026	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	22.
23.	05 Juni 2026	ACC Naskah Skripsi	23.
24.	05 Juni 2026	Sidang Skripsi	24.
25.	17 Juni 2026	ACC Keseluruhan	25.

Malang, 17 Juni 2026

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Fachrud Rozi, M.Si.

NIP. 19800527 200801 1 012