

**IMPLEMENTASI GRAFIK PENGENDALI
MEWMV DAN MEWMA PADA PENGENDALIAN KUALITAS
KARAKTERISTIK SEMEN
DI PT SEMEN INDONESIA (PERSERO) TBK**

SKRIPSI

**OLEH
EVELIN NUGA FITRAH
NIM. 220601110105**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2026**

**IMPLEMENTASI GRAFIK PENGENDALI
MEWMV DAN MEWMA PADA PENGENDALIAN KUALITAS
KARAKTERISTIK SEMEN
DI PT SEMEN INDONESIA (PERSERO) TBK**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Evelin Nuga Fitrah
NIM. 220601110105**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2026**

**IMPLEMENTASI GRAFIK PENGENDALI
MEWMV DAN MEWMA PADA PENGENDALIAN KUALITAS
KARAKTERISTIK SEMEN
DI PT SEMEN INDONESIA (PERSERO) TBK**

SKRIPSI

**Oleh
Evelin Nuga Fitrah
NIM. 220601110105**

Telah Disetujui untuk Diuji

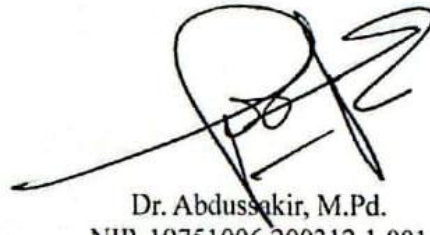
Malang, 5 Mei 2026

Dosen Pembimbing I



Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012

Dosen Pembimbing II



Dr. Abdussakir, M.Pd.
NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,
Kepala Program Studi Matematika



Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012

**IMPLEMENTASI GRAFIK PENGENDALI
MEWMV DAN MEWMA PADA PENGENDALIAN KUALITAS
KARAKTERISTIK SEMEN
DI PT SEMEN INDONESIA (PERSERO) TBK**

SKRIPSI

**Oleh
Evelin Nuga Fitrah
NIM. 220601110105**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 11 Juni 2026

Ketua Penguji : Prof. Dr. Sri Harini, M.Si.

Anggota Penguji 1 : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si.

Anggota Penguji 2 : Dr. Fachrur Rozi, M.Si.

Anggota Penguji 3 : Dr. Abdussakir, M.Pd.

.....
.....
.....
.....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 198701031990011012

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Evelin Nuga Fitrah
NIM : 220601110105
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Implementasi Grafik Pengendali MEWMV dan MEWMA
pada Pengendalian Kualitas Karakteristik Semen di PT
Semen Indonesia (Persero) Tbk

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan merupakan plagiasi atas karya orang lain, baik sebagian maupun seluruhnya. Semua sumber yang digunakan atau dikutip dalam skripsi ini telah dicantumkan secara benar sesuai dengan kaidah penulisan ilmiah. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil plagiasi, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Malang, 11 Juni 2026
Yang membuat pernyataan,



Evelin Nuga Fitrah
NIM. 220601110105

MOTO

“Stars can’t shine without darkness.”

D.H. Sidebottom

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Ayah dan Ibu tercinta yang senantiasa memberikan doa, kasih sayang, dukungan, serta pengorbanan tanpa henti demi keberhasilan penulis. Terima kasih atas setiap nasihat, kesabaran, dan kepercayaan yang selalu mengiringi langkah penulis hingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Keluarga tercinta yang selalu menjadi sumber kekuatan, semangat, dan motivasi bagi penulis dalam setiap proses perjuangan menyelesaikan skripsi ini. Dukungan serta doa yang diberikan menjadi alasan bagi penulis untuk terus berusaha dan menyelesaikan karya ini dengan sebaik-baiknya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyusun skripsi ini dengan baik. Penyusunan skripsi ini dimaksudkan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis memperoleh banyak bimbingan, arahan, serta bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang setulus-tulusnya kepada:

1. Prof. Dr. Hj. Ilfi Nur Diana, M.Si., CAHRM., CRMP., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Agus Mulyono, M.Kes., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Fachrur Rozi, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus Dosen Pembimbing I yang senantiasa memberikan ilmu, arahan, motivasi, serta bimbingan yang sangat berharga kepada penulis dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Dr. Abdussakir, M.Pd., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, masukan, dan dorongan yang membangun hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Prof. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku Ketua Penguji dalam Sidang Skripsi.
6. Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si., selaku Anggota Penguji I dalam Sidang Skripsi.
7. Seluruh Dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Ayah Moh. Rodli dan Ibu Isfa'idah beserta seluruh keluarga penulis, yang dengan penuh kasih sayang dan ketulusan hati senantiasa memberikan doa, dukungan, serta semangat yang tiada henti, sehingga menjadi sumber kekuatan bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

9. Bapak Achmad Rusdiyanto selaku pembimbing penelitian lapangan di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban yang telah memberikan bimbingan, arahan, serta bantuan selama pelaksanaan penelitian.
10. Frida Wahyu Mulianingsih, Hendra Trisetia Mahardika, Hengki Dayu Hamsah, Tanto Hermawan, dan Eko Susanto, selaku staf *Unit of Quality Control* Pabrik Tuban 1 dan 2 PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Tuban, yang telah memberikan bantuan, dukungan, serta kerja sama yang sangat berharga selama proses pengumpulan data dan penyusunan skripsi ini.
11. Sahabat-sahabat penulis, Ulvi Masluha dan Laili Farihatul Izza yang selalu memberikan semangat, dukungan, serta kebersamaan selama proses penyusunan skripsi ini.
12. Seluruh teman-teman angkatan 2022 yang menjadi rekan dan kebersamai selama proses perkuliahan.

Semoga Allah SWT. membalas segala bantuan dan kebaikan yang telah diberikan kepada penulis. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang matematika.

Malang, 11 Juni 2026

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGANTAR	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
مستخلص البحث	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	9
1.3 Tujuan Penelitian	9
1.4 Manfaat Penelitian	10
1.5 Batasan Masalah	10
BAB II KAJIAN TEORI	12
2.1 Teori Pendukung	12
2.1.1 Pengendalian Kualitas Statistik dan Grafik Pengendali <i>Individual-Moving Range (I-MR)</i>	12
2.1.2 Standardisasi Data	14
2.1.3 Uji Normalitas Multivariat	15
2.1.4 Uji Dependensi Variabel	16
2.1.5 Grafik Pengendali <i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA)</i>	18
2.1.6 Grafik Pengendali <i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV)</i>	22
2.1.7 Kapabilitas Proses	28
2.1.8 Diagram Sebab Akibat	30
2.1.9 Proses Produksi Semen	32
2.1.10 Parameter Kualitas Semen	36
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Islam	39
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung	40
BAB III METODE PENELITIAN	44
3.1 Jenis Penelitian	44
3.2 Data dan Sumber Data	44
3.3 Lokasi Penelitian	45
3.4 Teknik Analisis Data	46
3.5 Diagram Alir Penelitian	50
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	52

4.1 Analisis Deskriptif Karakteristik Kualitas Semen.....	52
4.1.1 Statistika Deskriptif pada Fase I.....	52
4.1.2 Statistika Deskriptif pada Fase II	56
4.2 Standardisasi Data	61
4.2.1 Standardisasi Data pada Fase I	61
4.2.2 Standardisasi Data pada Fase II.....	62
4.3 Uji Asumsi Normalitas Multivariat	63
4.3.1 Uji Normalitas Multivariat pada Fase I	64
4.3.2 Uji Normalitas Multivariat pada Fase II.....	65
4.4 Uji Asumsi Dependensi Variabel	66
4.4.1 Uji Dependensi Variabel pada Fase I.....	67
4.4.2 Uji Dependensi Variabel pada Fase II	68
4.5 Konstruksi Grafik Pengendali pada Fase I	69
4.5.1 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I.....	69
4.5.2 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase I.....	79
4.6 Penerapan Grafik Pengendali pada Fase II.....	81
4.6.1 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase II	81
4.6.2 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase II.....	86
4.7 Analisis Kapabilitas Proses	91
4.8 Analisis Penyebab dengan Diagram Sebab Akibat.....	94
4.9 Kajian Hasil Penelitian dengan Islam.....	95
BAB V PENUTUP	98
5.1 Kesimpulan.....	98
5.2 Saran	99
DAFTAR PUSTAKA.....	101
LAMPIRAN.....	104
RIWAYAT HIDUP	119

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Parameter Kualitas Semen	37
Tabel 3.1 Variabel Penelitian Karakteristik Semen PCC	45
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian	45
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Data pada Fase I	52
Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Data pada Fase II	56
Tabel 4.3 Hasil Evaluasi Parameter Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I ...	77

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Ilustrasi Grafik Pengendali dengan Sinyal <i>Out-of-Control</i> di Luar Batas Kendali	20
Gambar 2.2	Diagram Sebab Akibat	31
Gambar 2.3	Proses Produksi Semen	32
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian.....	51
Gambar 4.1	<i>Boxplot</i> Data pada Fase I.....	54
Gambar 4.2	Grafik Pengendali I-MR pada Data Fase I.....	55
Gambar 4.3	<i>Boxplot</i> Data pada Fase I.....	58
Gambar 4.4	Grafik Pengendali I-MR pada Data Fase I.....	60
Gambar 4.5	Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I ($\lambda = 0,1$ dengan $\omega = 0,1; 0,2; 0,3; 0,9$)	74
Gambar 4.6	Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I ($\lambda = 0,1$ dengan $\omega = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$)	75
Gambar 4.7	Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I Setelah Penghapusan Pengamatan ke-17 ($\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,1$).....	78
Gambar 4.8	Grafik Pengendali MEWMA pada Fase I ($\lambda_0 = 0,1$)	80
Gambar 4.9	Grafik Pengendali MEWMA pada Fase II ($\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$)	84
Gambar 4.10	Grafik Pengendali MEWMA pada Fase II ($\lambda_0 = 0,1$)	87
Gambar 4.11	Diagram Sebab Akibat Ketidakterkendalian Karakteristik Kualitas Semen.....	95

DAFTAR SIMBOL

$(*)$	: Menyatakan data pengamatan pada Fase II,
n	: Banyak pengamatan dengan $i = 1, 2, \dots, n$,
p	: Banyak variabel dengan $k = 1, 2, \dots, p$,
z_{ik}	: Data pengamatan ke- i pada variabel ke- k yang telah distandardisasi,
x_{ik}	: Data pengamatan ke- i pada variabel ke- k ,
$\bar{x}_k$	: Rata-rata sampel pada variabel ke- k ,
s_k	: Simpangan baku sampel pada variabel ke- k ,
$\mathbf{X}$	: Vektor peubah acak multivariat berukuran $p \times 1$,
d_i^2	: Kuadrat jarak Mahalanobis untuk pengamatan ke- i ,
$\mathbf{x}_i$	: Vektor pengamatan ke- i ,
$\bar{\mathbf{x}}$	: Vektor rata-rata sampel,
$\bar{x}_k$	: Rata-rata sampel untuk variabel ke- k ,
$\mathbf{S}$	: Matriks kovariansi sampel berukuran $p \times p$,
s_{kl}	: Elemen matriks kovariansi sampel antara variabel ke- k dan ke- l ,
$\mathbf{R}$	: Matriks korelasi sampel berukuran $p \times p$,
r_{kl}	: Elemen matriks korelasi antara variabel ke- k dan ke- l ,
$\mathbf{y}_i$	: Vektor statistik MEWMA pada waktu ke- i ,
λ	: Konstanta pembobot (<i>smoothing parameter</i>) untuk grafik MEWMA,
T_i^2	: Statistik pemantauan MEWMA pada pengamatan ke- i
$\mathbf{z}_i$	: Vektor pengamatan terstandardisasi ke- i ,
Σ	: Matriks variansi kovariansi populasi berukuran $p \times p$,
σ_{kl}	: Kovariansi populasi antara variabel ke- k dan ke- l ,
$\Sigma_{\mathbf{y}_i}$	: Matriks kovariansi dari vektor $\mathbf{y}_i$ pada grafik MEWMA,
h_4	: Batas kendali atas (BKA) dari grafik MEWMA,
$\mathbf{V}_i$	: Matriks MEWMV pada pengamatan ke- i ,
ω	: Konstanta pembobot (<i>smoothing parameter</i>) untuk grafik MEWMV,
$\text{tr}(\mathbf{V}_i)$	: <i>Trace</i> matriks $\mathbf{V}_i$, yaitu jumlah elemen diagonal (statistik MEWMV),
BKA/UCL	: Batas kendali atas/ <i>upper control limit</i> ,
GT/CL	: Garis tengah/ <i>center line</i> ,
BKB/LCL	: Batas kendali bawah/ <i>lower control limit</i> ,
$\mathbf{y}_i$	: Vektor MEWMA,
$\mathbf{M}_i$	: Matriks segitiga bawah pembobot MEWMA berukuran $i \times i$,
$\mathbf{C}_i$	: Matriks diagonal pembobot MEWMV berukuran $i \times i$,
$\mathbf{Q}_i$	: Matriks simetris pembentuk statistik MEWMV berukuran $i \times i$,
$\mathbf{I}_i$	: Matriks identitas berukuran $i \times i$,
$C_p(X_k)$	: Indeks kapabilitas proses univariat variabel ke- k ,
$C_{pk}(X_k)$	: Indeks kapabilitas proses univariat variabel ke- k ketika <i>mean</i> bergeser,
MC_p	: Indeks kapabilitas proses multivariat,
MC_{pk}	: Indeks kapabilitas proses multivariat ketika <i>mean</i> bergeser,
W_k	: Bobot kepentingan karakteristik kualitas ke- k , dengan $\sum_{k=1}^p W_k = 1$,
USL	: <i>Upper specification limit</i> ,
LSL	: <i>Lower specification limit</i> ,
$P_p(X_k)$	: Indeks kinerja proses univariat variabel ke- k ,
$P_{pk}(X_k)$	: Indeks kinerja proses univariat variabel ke- k ketika <i>mean</i> bergeser,
MP_p	: Indeks kinerja proses multivariat,
MP_{pk}	: Indeks kinerja proses multivariat ketika <i>mean</i> bergeser.

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Konstanta untuk Membentuk Grafik Pengendali Variabel	104
Lampiran 2.	Data Fase I	104
Lampiran 3.	Data Fase II	105
Lampiran 4.	Data Fase I yang Terstandardisasi	105
Lampiran 5.	Data Fase II yang Terstandardisasi	106
Lampiran 6.	Hasil Perhitungan d_i^2 Data pada Fase I	106
Lampiran 7.	Hasil Perhitungan d_i^2 Data pada Fase II	107
Lampiran 8.	Nilai $tr(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Fase I	108
Lampiran 9.	Nilai $tr(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Fase I Tanpa Pengamatan <i>Out-of-Control</i>	115
Lampiran 10.	Nilai T_i^2 pada Grafik Pengendali MEWMA Fase I	115
Lampiran 11.	Nilai $tr(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Fase II	116
Lampiran 12.	Nilai T_i^2 pada Grafik Pengendali MEWMA Fase II	116
Lampiran 13.	Program MEWMV pada Fase I	117
Lampiran 14.	Program MEWMA pada Fase I	118
Lampiran 15.	Program MEWMV pada Fase II	119
Lampiran 16.	Program MEWMA pada Fase II	121

ABSTRAK

Fitrah, Evelin Nuga. 2026. **Implementasi Grafik Pengendali MEWMV dan MEWMA pada Pengendalian Kualitas Karakteristik Semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk.** Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Fachrur Rozi, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata Kunci: MEWMV, MEWMA, Kapabilitas Proses, Pengendalian Kualitas Multivariat, *Portland Composite Cement* (PCC)

Pengendalian kualitas produk semen merupakan salah satu upaya untuk memastikan bahwa produk yang dihasilkan memenuhi standar mutu yang telah ditetapkan. Variasi bahan baku dan kondisi operasi produksi dapat menyebabkan ketidakkonsistenan kualitas semen sehingga diperlukan pengendalian kualitas secara multivariat. Penelitian ini menerapkan grafik pengendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) untuk memantau variabilitas proses dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) untuk memantau pergeseran rata-rata proses pada produksi semen *Portland Composite Cement* (PCC) di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban. Pengamatan dilakukan terhadap karakteristik kualitas SO_3 , *Blaine*, dan Residu 45 μm pada Fase I periode Januari 2022 hingga Desember 2023 serta Fase II periode Januari 2024 hingga Oktober 2025. Pada Fase I diperoleh pembobot optimal $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$ serta proses berada dalam kondisi terkendali setelah satu pengamatan *out-of-control* dikeluarkan. Hasil penerapan pada Fase II menunjukkan bahwa grafik pengendali MEWMV mendeteksi satu sinyal *out-of-control* pada Juli 2025 akibat perubahan variabilitas secara simultan pada ketiga karakteristik kualitas. Sementara itu, grafik pengendali MEWMA mendeteksi pergeseran rata-rata proses secara bertahap pada Februari hingga April 2025 yang berkaitan dengan perubahan nilai Residu 45 μm , SO_3 , dan *Blaine*. Hasil evaluasi kapabilitas proses menunjukkan bahwa proses produksi semen PCC belum kapabel secara multivariat dengan nilai MP_{pk} sebesar 0,556, yang menunjukkan bahwa proses belum mampu secara konsisten memenuhi batas spesifikasi yang ditetapkan, terutama pada karakteristik kualitas SO_3 dan Residu 45 μm .

ABSTRACT

Fitrah, Evelin Nuga. 2026. **Implementation of MEWMV and MEWMA Control Charts in Quality Control of Cement Characteristics at PT Semen Indonesia (Persero) Tbk.** Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Fachrur Rozi, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: MEWMV, MEWMA, Multivariate Quality Control, Process Capability, Portland Composite Cement (PCC)

Quality control of cement products is one of the efforts undertaken to ensure that the products meet the established quality standards. Variations in raw materials and production operating conditions may lead to inconsistencies in cement quality; therefore, multivariate quality control is required. This study applies the Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV) control chart to monitor process variability and the Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart to monitor shifts in the process mean of Portland Composite Cement (PCC) production at PT Semen Indonesia (Persero) Tbk, Tuban Plant. The observations were conducted on the quality characteristics of SO_3 , Blaine, and 45 μm Residue during Phase I from January 2022 to December 2023 and Phase II from January 2024 to October 2025. In Phase I, the optimal weighting parameters obtained were $\omega_0 = 0.8$ and $\lambda_0 = 0.1$, and the process was found to be in a controlled state after one out-of-control observation was removed. The implementation results in Phase II showed that the MEWMV control chart detected one out-of-control signal in July 2025 due to simultaneous variability changes in the three quality characteristics. Meanwhile, the MEWMA control chart detected gradual shifts in the process mean from February to April 2025, which were associated with changes in the values of 45 μm Residue, SO_3 , and Blaine. The results of the process capability analysis indicated that the PCC production process was not yet multivariately capable, with an MP_{pk} value of 0.556, indicating that the process was not consistently capable of meeting the specified limits, particularly for the SO_3 and 45 μm Residue quality characteristics.

مستخلص البحث

فطرة، إيفلين نوغا. ٢٠٢٦. تطبيق مخططات المراقبة *MEWMA* و *MEWMV* في ضبط جودة خصائص الإسمنت في *PT Semen Indonesia (Persero) Tbk*. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانغ. المشرف: (١) الدكتور. فخر الرازي، الماجستير في العلوم. (٢) الدكتور. عبد الشاكر، الماجستير في التربية.

الكلمات الأساسية: *MEWMA*، *MEWMV*، ضبط الجودة متعدد المتغيرات، القدرة العملية، الإسمنت المركب البورتلاندي (PCC)

يعد ضبط جودة منتجات الإسمنت أحد الجهود الرامية إلى ضمان مطابقة المنتجات لمعايير الجودة المحددة مسبقاً. وقد تؤدي اختلافات المواد الخام وظروف التشغيل الإنتاجي إلى عدم اتساق جودة الإسمنت، مما يستلزم تطبيق أساليب ضبط الجودة متعددة المتغيرات. طبقت هذه الدراسة مخطط المراقبة للتباين المتحرك الأسّي الموزون متعدد المتغيرات (*MEWMV*) لمراقبة تباين العملية، ومخطط المراقبة للمتوسط المتحرك الأسّي الموزون متعدد المتغيرات (*MEWMA*) لمراقبة انحراف متوسط العملية في إنتاج الإسمنت المركب البورتلاندي (PCC) في *PT Semen Indonesia (Persero) Tbk*، مصنع توبان. أجريت الملاحظات على خصائص الجودة المتمثلة في SO_3 و $Blaine$ و $Residu\ 45\ \mu m$ خلال المرحلة الأولى من يناير ٢٠٢٢ حتى ديسمبر ٢٠٢٣، وكذلك خلال المرحلة الثانية من يناير ٢٠٢٤ حتى أكتوبر ٢٠٢٥. وفي المرحلة الأولى، تم الحصول على معاملي الترجيح الأمثل $\omega_0 = 0.8$ و $\lambda_0 = 0.1$ ، كما وجدت أن العملية كانت تحت السيطرة الإحصائية بعد استبعاد مشاهدة واحدة خارج حدود السيطرة. وأظهرت نتائج التطبيق في المرحلة الثانية أن مخطط المراقبة *MEWMV* اكتشف إشارة واحدة خارج حدود السيطرة في يوليو ٢٠٢٥ نتيجة حدوث تغير متزامن في التباين عبر خصائص الجودة الثلاث. وفي الوقت نفسه، كشف مخطط المراقبة *MEWMA* عن انحراف تدريجي في متوسط العملية خلال الفترة من فبراير إلى أبريل ٢٠٢٥، وكان ذلك مرتبطاً بالتغير في قيم $Residu\ 45\ \mu m$ و SO_3 و $Blaine$. كما أظهرت نتائج تقييم قابلية العملية أن عملية إنتاج الإسمنت PCC لم تحقق القابلية متعددة المتغيرات بعد، حيث بلغت قيمة MP_{pk} مقدار 0.556، مما يدل على أن العملية لم تكن قادرة بصورة متسقة على تلبية حدود المواصفات المحددة، ولا سيما في خصائص الجودة SO_3 و $Residu\ 45\ \mu m$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Quality Control (QC) atau pengendalian kualitas merupakan suatu pendekatan sistematis yang digunakan untuk memastikan bahwa produk atau jasa yang dihasilkan memenuhi standar dan spesifikasi yang telah ditentukan. Dalam konteks industri, QC memegang peranan penting untuk menjaga konsistensi mutu produk, meminimalkan cacat, serta meningkatkan efisiensi dan kepuasan pelanggan. Pengendalian kualitas tidak hanya melibatkan proses inspeksi akhir, tetapi juga meliputi pengawasan dan pengendalian pada setiap tahap proses produksi agar produk yang dihasilkan selalu berada dalam batas toleransi yang dapat diterima (Montgomery, 2013).

Seiring berkembangnya kebutuhan industri terhadap sistem pengawasan kualitas yang lebih efektif dan efisien, maka dikembangkanlah pendekatan *Statistical Process Control* (SPC). SPC merupakan metode pengendalian kualitas berbasis statistik yang berfungsi untuk memantau, menganalisis, dan mengendalikan proses produksi melalui data historis dari proses tersebut. Dengan menggunakan alat-alat statistik seperti grafik pengendali (*control chart*), histogram, dan alat-alat utama pengendalian kualitas lainnya, SPC mampu mendeteksi variasi yang terjadi dalam proses produksi, baik variasi yang bersifat alami (*common cause*) maupun variasi yang disebabkan oleh faktor khusus (*assignable cause*). Tujuan utama dari SPC adalah memastikan bahwa proses berada dalam keadaan stabil dan terkendali sehingga kualitas produk dapat terjaga secara konsisten (Montgomery, 2013).

Salah satu alat utama dalam SPC yang paling banyak digunakan adalah grafik pengendali, yang berfungsi untuk memantau proses dan mendeteksi adanya variasi yang tidak diinginkan dari waktu ke waktu (Montgomery, 2013). Grafik pengendali dapat dibedakan menjadi dua tipe utama, yaitu grafik pengendali univariat dan grafik pengendali multivariat. Grafik pengendali univariat digunakan ketika proses hanya melibatkan satu karakteristik kualitas yang diamati, sedangkan grafik pengendali multivariat digunakan untuk memantau beberapa karakteristik kualitas secara bersamaan yang saling berkorelasi. Dalam industri modern yang kompleks, sering kali variabel-variabel kualitas tidak berdiri sendiri, melainkan saling berkaitan satu sama lain. Oleh karena itu, grafik pengendali multivariat menjadi semakin penting dalam penerapan pengendalian kualitas.

Pendekatan grafik pengendali multivariat yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA). MEWMV adalah metode grafik pengendali yang berfokus pada pengawasan terhadap perubahan variansi-kovariansi dari proses multivariat. MEWMV sangat efektif dalam mengidentifikasi pergeseran atau fluktuasi struktur variabilitas yang tidak dapat dideteksi oleh MEWMA (Huwang dkk., 2007). Sementara itu, MEWMA merupakan pengembangan dari metode *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) untuk data multivariat. Metode ini memberikan bobot lebih besar pada pengamatan terbaru dibandingkan pengamatan sebelumnya, sehingga lebih sensitif dalam mendeteksi perubahan kecil pada *mean* proses dari waktu ke waktu (Lowry dkk., 1992). Grafik pengendali MEWMV dan MEWMA merupakan pengembangan

dari metode pengendali proses univariat untuk menangani karakteristik kualitas yang saling berkorelasi.

Kelebihan utama grafik pengendali MEWMV terletak pada kemampuannya untuk memantau variabilitas proses multivariat secara simultan, yaitu aspek pengendalian yang tidak dapat ditangkap apabila pengawasan hanya difokuskan pada rata-rata proses. Pemantauan variabilitas ini menjadi sangat penting karena peningkatan variabilitas sering kali merupakan indikasi awal terjadinya gangguan atau ketidakstabilan proses. Namun demikian, sebagaimana grafik pengendali variabilitas pada umumnya, kinerja MEWMV bergantung pada pendugaan variansi dan kovariansi proses, yang diketahui lebih peka terhadap pelanggaran asumsi normalitas multivariat dibandingkan grafik pengendali yang berfokus pada rata-rata (Montgomery, 2013). Oleh karena itu, penerapan MEWMV umumnya mensyaratkan kehati-hatian terhadap asumsi distribusi data. Sebaliknya, grafik pengendali MEWMA dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil dan bertahap pada vektor rata-rata proses dengan lebih cepat dibandingkan metode klasik seperti grafik T^2 -Hotelling. Keunggulan ini diperoleh melalui mekanisme pembobotan eksponensial terhadap data historis. Dalam konteks pemantauan rata-rata, skema MEWMA diketahui relatif lebih *robust* terhadap pelanggaran ringan asumsi normalitas dibandingkan grafik pengendali variabilitas (Stoumbos & Sullivan, 2002).

Selain pemantauan stabilitas proses melalui grafik pengendali, analisis kapabilitas proses juga menjadi aspek penting dalam pengendalian kualitas. Analisis kapabilitas proses digunakan untuk mengukur sejauh mana proses produksi mampu memenuhi spesifikasi yang ditetapkan. Dalam konteks

multivariat, analisis kapabilitas dapat memberikan gambaran tentang kinerja proses secara keseluruhan, tidak hanya pada masing-masing karakteristik kualitas. Hal ini penting untuk menilai apakah proses tidak hanya terkendali secara statistik tetapi juga mampu dalam memproduksi produk yang sesuai dengan standar (Montgomery, 2013).

Berbagai penelitian terdahulu telah menerapkan metode MEWMA dan MEWMV. Penelitian oleh Bakar dkk. (2022) menunjukkan bahwa grafik pengendali MEWMV mampu mengendalikan variasi proses kualitas air PDAM Tirta Je'ne'berang secara efektif dengan bobot optimum $\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,9$. Variabel yang digunakan, yaitu Kekeruhan dan Klorin. Hasil analisis pada dua fase pengendalian data tahun 2020 menunjukkan bahwa data berada dalam kendali statistik. Namun, jika terjadi penyimpangan, penyebab utamanya berasal dari faktor lingkungan dan manusia, dengan kekeruhan sebagai variabel paling dominan. Meskipun proses menunjukkan presisi yang baik, tingkat akurasi masih perlu ditingkatkan untuk mencapai kapabilitas proses yang optimal.

Selanjutnya, penelitian oleh Sulistiawanti dkk. (2023) menunjukkan bahwa pengendalian kualitas air produksi di lima *Water Treatment Plant* (WTP) Kota Palopo menggunakan grafik pengendali MEWMA dan MEWMV efektif untuk memantau rata-rata proses dan variabilitas proses secara multivariat. Hasil analisis menunjukkan bahwa pada Fase I, seluruh WTP berada dalam kendali statistik baik untuk variabilitas maupun rata-rata proses dengan bobot optimum $\omega = 0,4$ dan $\lambda = 0,4$ untuk variabilitas, serta $\lambda = 0,3$ untuk rata-rata proses. Namun, pada Fase II, hanya WTP V Batupapan yang variabilitas prosesnya berada dalam kendali statistik, sedangkan WTP lainnya belum terkendali secara statistik, baik pada aspek

variabilitas maupun rata-rata proses. Penelitian ini juga memanfaatkan regresi XGBoost untuk mengatasi masalah autokorelasi pada data.

Adapun penelitian oleh Jannah dkk. (2023) menunjukkan bahwa penerapan grafik pengendali MEWMA dan MEWMV pada kualitas lulusan Prodi Statistika FMIPA Universitas Syiah Kuala berhasil mengendalikan rata-rata dan variabilitas proses secara statistik dengan pembobot optimum $\lambda = 0,9$ pada MEWMA dan $\lambda = 0,9$ serta $\omega = 0,3$ pada MEWMV. Meskipun proses telah terkendali secara statistik, hasil analisis kapabilitas proses menunjukkan bahwa kualitas lulusan tidak kapabel, karena proses belum memenuhi standar kapabilitas yang diinginkan.

Selain itu, penelitian yang berkaitan dengan pengendalian kualitas pada industri semen juga telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Penelitian oleh Sukmawati dan Wijayaningrum (2024) menunjukkan bahwa metode grafik pengendali *Individual Moving Range* (I-MR) di PT X efektif menjaga stabilitas produksi semen, dengan seluruh hasil uji *Blaine* pada empat jenis semen (Holcim AAC, Grobogan FC, Grobogan AAC, dan Grobogan MTR) berada dalam batas kendali. Variasi kualitas antar pemasok tetap terlihat, misalnya semen Grobogan *High Blaine* yang lebih halus cocok untuk bata ringan atau panel lantai, sedangkan Holcim Grobogan OPC I yang lebih kasar lebih sesuai untuk produk seperti asbes gelombang dan papan dinding.

Penelitian lain oleh Saputra dkk. (2019) menunjukkan bahwa pengendalian kualitas produksi semen di PT Semen Baturaja menggunakan metode *Statistical Quality Control* (SQC) berhasil mengidentifikasi ketidaksesuaian kualitas dominan pada parameter Residu 45 μm (71,9%) dan *Blaine* (23,7%), yang disebabkan oleh ketidakefektifan mesin *tube mill* dan kurangnya pengawasan operator. Meskipun

persentase ketidaksesuaian produk (3.63%) masih di bawah batas toleransi perusahaan (8%), analisis *p-chart* dan *c-chart* menunjukkan ketidakstabilan proses, mengindikasikan perlunya perbaikan berkelanjutan.

Selanjutnya, penelitian Anggraeni (2017) menunjukkan bahwa pengendalian kualitas semen *Portland Pozzoland Cement* (PPC) di PT Semen Gresik dilakukan dengan grafik pengendali multivariat karena karakteristik kualitas seperti *Blaine*, *Mesh*, dan SO_3 saling berhubungan. Dengan menggunakan grafik *Generalized Variance* untuk memantau variabilitas dan grafik T^2 -*Hotelling* untuk memantau *mean*, ditemukan perbedaan kualitas antar *shift* produksi. Namun, hasil analisis kapabilitas menunjukkan bahwa proses produksi semen PPC tetap kapabel, dengan nilai kapabilitas proses *shift* pagi sebesar 3,90884, *shift* siang 3,23746, dan *shift* malam 4,00038.

Penerapan metode pengendalian kualitas tidak hanya berkembang pada sektor layanan dan pendidikan, tetapi juga menjadi aspek penting dalam sektor manufaktur, termasuk industri semen. Sebagai salah satu bahan bangunan utama dalam pembangunan infrastruktur, kualitas semen berperan besar dalam menentukan kekuatan dan keandalan konstruksi. Dengan karakter produksi yang berskala besar dan berlangsung terus-menerus, industri semen sangat rentan terhadap variasi bahan baku maupun kondisi operasi. Kondisi ini menjadikan pengendalian kualitas sebagai elemen yang krusial untuk memastikan mutu produk tetap konsisten dan sesuai standar.

Industri semen memegang peranan strategis dalam mendukung pembangunan nasional. Pesatnya pertumbuhan sektor konstruksi dan infrastruktur mendorong meningkatnya kebutuhan terhadap semen sebagai material utama. Berdasarkan data

Badan Pusat Statistik (BPS) (BPS, 2025), sektor industri pengolahan tumbuh sebesar 4,87% *year-on-year* pada triwulan I tahun 2025, yang mencerminkan peningkatan kapasitas serta aktivitas produksi di berbagai industri, termasuk semen. Seiring dengan pertumbuhan tersebut, kebutuhan akan sistem pengendalian kualitas yang lebih efektif dan adaptif juga semakin meningkat agar mutu produk tetap terjaga dalam skala produksi yang besar.

Namun, di tengah pertumbuhan industri, persaingan sektor semen nasional semakin ketat. PT Semen Indonesia (Persero) Tbk (SIG), yang saat ini mayoritas sahamnya dimiliki oleh PT Danantara *Asset Management* (Persero) sebagai *holding* pengelola aset negara (SIG, 2025), tetap memegang posisi sebagai pemimpin pasar sehingga dituntut tidak hanya unggul dalam kapasitas produksi, tetapi juga dalam inovasi dan konsistensi mutu produk untuk mempertahankan keunggulan kompetitifnya (SIG, 2025). Pentingnya konsistensi kualitas ini semakin krusial karena SIG terlibat dalam proyek pembangunan strategis berskala nasional, termasuk pembangunan Ibu Kota Nusantara (IKN). SIG telah memasok semen untuk proyek tersebut sejak Desember 2022, dan pada Mei 2024 perusahaan menjalin kerja sama dengan PT Bina Karya untuk penyediaan *green cement* sebagai bagian dari komitmen pembangunan yang berkelanjutan (Mediatama, 2024). Kerja sama ini menuntut SIG tidak hanya memastikan semen dengan emisi lebih rendah, tetapi juga menjaga performa teknis yang andal karena pada proyek konstruksi nasional, penyimpangan mutu sekecil apa pun dapat menimbulkan risiko teknis maupun finansial (Simanjutak, 2024).

Lebih lanjut, kompleksitas operasi SIG sebagai perusahaan dengan jangkauan pasar internasional menuntut tingkat konsistensi kualitas yang tinggi. Setiap

wilayah dan proyek memiliki spesifikasi semen yang berbeda-beda, sehingga tantangan utama adalah menjaga keseragaman kualitas di tengah variasi bahan baku dan kondisi operasi produksi (SIG, 2025). Pabrik Tuban sebagai salah satu pabrik semen terintegrasi terbesar di Asia Tenggara, dengan kapasitas produksi sekitar 15 juta ton per tahun, menjadi representasi nyata tantangan pengendalian kualitas tersebut. Skala operasi yang besar membuat variasi proses produksi berpotensi menimbulkan dampak signifikan apabila tidak dikendalikan dengan baik.

Dalam konteks ini, penerapan metode pengendalian kualitas berbasis statistik seperti MEWMA dan MEWMV menjadi semakin relevan. Kedua metode tersebut mampu mendeteksi perubahan multivariat secara lebih sensitif dan dini, sehingga memungkinkan perusahaan melakukan tindakan korektif sebelum produk keluar dari batas spesifikasi dan menimbulkan konsekuensi kerugian.

Penelitian ini juga didasari oleh nilai dasar dalam tradisi keilmuan Islam yang menekankan pentingnya mengamalkan ilmu agar memberikan manfaat nyata. Hal ini sejalan dengan kaidah *masyhur* (Al-Ghazali, 2018):

الْعِلْمُ بِلَا عَمَلٍ كَالشَّجَرِ بِلَا ثَمَرٍ

“Ilmu tanpa amal bagaikan pohon tanpa buah.”

Ungkapan tersebut menekankan bahwa ilmu tidak memiliki nilai ketika hanya disimpan, tetapi harus diwujudkan dalam bentuk tindakan yang bermanfaat.

Dalam konteks penelitian ini, penerapan metode grafik pengendali MEWMV dan MEWMA merupakan wujud pengamalan ilmu statistika untuk meningkatkan kualitas proses produksi di industri semen. Implementasi metode ini berperan dalam menjaga konsistensi mutu, meminimalkan pemborosan, serta memastikan proses produksi berjalan stabil sesuai standar yang ditetapkan. Dengan demikian,

penelitian ini tidak hanya memberikan kontribusi teknis, tetapi juga mencerminkan pengamalan ilmu dalam praktik, sebagaimana diajarkan dalam tradisi keilmuan Islam.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil implementasi grafik pengendali MEWMV dan MEWMA pada Fase I untuk menetapkan parameter *in-control* proses serta pada Fase II untuk memantau kestabilan proses produksi karakteristik semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk?
2. Bagaimana tingkat kapabilitas proses produksi semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk dalam memenuhi spesifikasi kualitas yang telah ditetapkan?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan penelitian ini adalah untuk:

1. Menerapkan dan menganalisis kinerja grafik pengendali MEWMV dan MEWMA pada Fase I untuk menetapkan parameter *in-control* proses serta pada Fase II untuk memantau kestabilan proses produksi karakteristik semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk
2. Menganalisis tingkat kapabilitas proses untuk mengevaluasi kesesuaian proses produksi semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk terhadap spesifikasi kualitas yang ditetapkan.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

Memberikan pengalaman dan pembuktian empiris dalam penerapan teori statistika multivariat, khususnya metode MEWMV dan MEWMA, pada pengendalian kualitas proses industri.

2. Bagi Program Studi

Memberikan referensi dan tambahan studi kasus dalam pengembangan keilmuan SPC multivariat yang relevan dengan kebutuhan industri.

3. Bagi Instansi PT Semen Indonesia (Persero) Tbk

Memberikan informasi berbasis data mengenai kestabilan proses produksi sebagai bahan pertimbangan dalam peningkatan kualitas dan konsistensi produk.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada analisis data individual karakteristik kualitas semen yang diperoleh dari PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban. Data yang digunakan berupa data rata-rata bulanan, sehingga setiap data merepresentasikan nilai rata-rata hasil pengamatan harian selama satu bulan.

Periode pengamatan dalam penelitian ini dibatasi mulai Januari 2022 hingga Oktober 2025, sesuai dengan batas waktu pelaksanaan penelitian. Berdasarkan periode tersebut, data dibagi ke dalam Fase I dan Fase II, dengan jumlah pengamatan masing-masing fase ditentukan berdasarkan ketersediaan data dalam rentang waktu penelitian, bukan berdasarkan ketentuan jumlah observasi tertentu.

Dalam penelitian ini, kondisi *out-of-control* didefinisikan sebagai titik pengamatan yang berada di luar batas kendali atas (BKA) atau batas kendali bawah (BKB), tanpa mempertimbangkan aturan pola atau *sensitizing rules* tambahan.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Pengendalian Kualitas Statistik dan Grafik Pengendali *Individual-Moving Range (I-MR)*

Pengendalian kualitas statistik (*Statistical Process Control*) merupakan metode statistik yang digunakan untuk memantau, mengendalikan, dan meningkatkan kualitas proses secara berkelanjutan melalui analisis variasi proses. Tujuan utama SPC adalah memastikan bahwa proses produksi berada dalam kondisi terkendali secara statistik, yaitu ketika variasi yang muncul hanya disebabkan oleh faktor acak yang melekat pada sistem (*common causes variation*), serta mendeteksi adanya variasi yang timbul akibat faktor khusus (*assignable causes variation*) yang dapat menyebabkan penyimpangan kualitas produk (Montgomery, 2013).

SPC berperan penting dalam proses pengendalian kualitas karena memungkinkan deteksi dini terhadap perubahan pola proses sebelum menghasilkan produk yang tidak sesuai spesifikasi. Dengan demikian, tindakan korektif dapat dilakukan secara tepat waktu untuk menjaga konsistensi kualitas produk. Salah satu alat utama dalam SPC adalah grafik pengendali (*control chart*), yaitu representasi grafis yang digunakan untuk memantau kestabilan proses berdasarkan batas kendali statistik yang terdiri atas batas kendali atas (BKA), garis tengah (GT), dan batas kendali bawah (BKB) (Montgomery, 2013).

Secara umum, grafik pengendali dibedakan menjadi grafik pengendali univariat dan multivariat. Grafik pengendali univariat digunakan untuk memantau

satu karakteristik kualitas secara terpisah, sedangkan grafik pengendali multivariat digunakan ketika beberapa karakteristik kualitas saling berkorelasi sehingga perlu dianalisis secara simultan. Dalam penelitian ini, analisis pengendalian kualitas diawali menggunakan pendekatan univariat melalui grafik I-MR untuk memperoleh gambaran awal kestabilan masing-masing karakteristik kualitas sebelum dilakukan analisis pengendalian kualitas multivariat.

Menurut Montgomery (2013), grafik pengendali I-MR merupakan salah satu alat SPC yang digunakan untuk memantau kestabilan rata-rata dan variabilitas proses pada data variabel dengan ukuran *subgroup* $n = 1$. Grafik pengendali ini terdiri atas dua grafik, yaitu *Individual chart* (I-chart) yang memantau perubahan nilai pengamatan individual dan *Moving Range chart* (MR-chart) yang memantau variasi proses berdasarkan selisih absolut dua pengamatan berturutan. Nilai *moving range* didefinisikan sebagai:

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|$$

Rata-rata pengamatan individual dinyatakan sebagai:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Adapun rata-rata *moving range* dihitung menggunakan:

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^n |x_i - x_{i-1}|}{n - 1}$$

Batas kendali pada *Individual chart* ditentukan berdasarkan:

$$\begin{aligned} \text{BKA} &= \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ \text{GT} &= \bar{X} \\ \text{BKB} &= \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Sementara itu, batas kendali pada *Moving Range chart* dirumuskan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{BKA} &= D_4 \overline{MR} \\ \text{GT} &= \overline{MR} \\ \text{BKB} &= D_3 \overline{MR} \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan D_3 , D_4 , dan d_2 merupakan konstanta grafik pengendali untuk ukuran rentang bergerak $n = 2$, Nilai konstanta tersebut disajikan pada Lampiran 1.

2.1.2 Standardisasi Data

Standardisasi data merupakan suatu prosedur transformasi statistik yang diterapkan pada sekumpulan data dengan tujuan utama menyelaraskan skala pengukuran antarvariabel. Penyelarasan ini merupakan prasyarat penting untuk memastikan komparabilitas data dan agar pemrosesan data, khususnya dalam analisis statistik multivariat dapat berlangsung secara optimal dan tidak bias oleh perbedaan satuan atau rentang nilai (Urdan, 2001).

Menurut Urdan (2001), proses standardisasi merupakan proses transformasi distribusi data asli ke dalam distribusi baru yang memiliki rata-rata 0 dan simpangan baku 1. Hasil transformasi tersebut dikenal sebagai skor-z (*z-score*). Secara matematis, skor-z dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - \bar{x}_k}{s_k} \quad (2.3)$$

dengan:

z_{ik} : Data pengamatan ke- i pada variabel ke- k yang telah distandardisasi,

dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $k = 1, 2, \dots, p$.

x_{ik} : Data pengamatan ke- i pada variabel ke- k ,

$\bar{x}_k$: Rata-rata sampel pada variabel ke- k ,

s_k : Simpangan baku sampel pada variabel ke- k .

Melalui transformasi ini, setiap variabel, terlepas dari satuan pengukuran aslinya, akan berkontribusi secara proporsional dalam analisis selanjutnya. Selain itu, standardisasi data merupakan tahapan yang esensial dalam penerapan metode MEWMV, karena metode ini mengasumsikan bahwa data memiliki nilai ekspektasi nol dan variansi satu. Asumsi tersebut berperan langsung dalam pembentukan statistik MEWMV serta dalam penentuan BKA dan BKB, sehingga proses standardisasi diperlukan agar hasil pemantauan variabilitas proses dapat diinterpretasikan secara valid.

2.1.3 Uji Normalitas Multivariat

Menurut Johnson dan Wichern (2007), distribusi normal multivariat merupakan bentuk perluasan dari distribusi normal univariat ke data yang memiliki lebih dari satu variabel. Uji normalitas multivariat dilakukan untuk memastikan bahwa data mengikuti distribusi normal secara simultan pada semua variabel. Fungsi densitas distribusi normal p -variat untuk $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)'$ yang merupakan vektor acak berukuran $p \times 1$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}{2}}$$

Pengujian asumsi normal multivariat dapat dilakukan dengan menghitung jarak Mahalanobis pada setiap pengamatan dan membandingkannya dengan nilai *Chi-square*. Hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 : Data pengamatan berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data pengamatan tidak berdistribusi normal multivariat

Statistik uji untuk distribusi normal multivariat adalah kuadrat jarak Mahalanobis d_i^2 yang dihitung dengan persamaan:

$$d_i^2 = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) \quad (2.4)$$

$\mathbf{x}_i$ adalah vektor pengamatan untuk sampel ke- i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$, yaitu $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})'$. $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p)'$ adalah vektor rata-rata sampel dan $\mathbf{S}^{-1}$ merupakan invers matriks kovariansi $\mathbf{S}$ berukuran $p \times p$. Matriks kovariansi sampel $\mathbf{S}$ didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \dots & s_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

dengan setiap elemennya dihitung menggunakan rumus:

$$s_{kl} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)(x_{il} - \bar{x}_l) \quad (2.6)$$

dengan $k = 1, 2, \dots, p$ dan $l = 1, 2, \dots, p$. Notasi l digunakan untuk membentuk pasangan variabel dengan indeks k . Apabila $k = l$, maka s_{kk} menunjukkan variansi dari variabel ke- k , sedangkan apabila $k \neq l$, maka s_{kl} menunjukkan kovariansi antara variabel ke- k dan variabel ke- l .

Keputusan pengujian diambil dengan membandingkan nilai d_i^2 dengan distribusi *Chi-square*. Hipotesis H_0 diterima apabila proporsi nilai d_i^2 yang berada di bawah nilai kritis $\chi_{\alpha;p}^2$ setidaknya sebesar $(1 - \alpha) \times 100\%$, dengan α adalah taraf signifikansi dan p adalah banyak variabel (Johnson dan Wichern, 2007).

2.1.4 Uji Dependensi Variabel

Uji dependensi variabel dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat korelasi antarvariabel dalam kasus multivariat. Pengujian ini penting dalam

Multivariate Statistical Process Control (MSPC), karena pendekatan multivariat digunakan ketika variabel-variabel proses saling berkorelasi, sehingga hubungan antarvariabel perlu dibuktikan secara empiris sebelum dilakukan analisis lebih lanjut (Bersimis dkk., 2007). Jika variabel $X_1, X_2, \dots, X_p$ bersifat saling bebas, maka matriks korelasi antarvariabel akan sama dengan matriks identitas. Untuk menguji kebebasan antarvariabel, dapat dilakukan dengan uji Bartlett *sphericity* (Morrison, 1990). Hipotesis untuk uji Bartlett *sphericity* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (Tidak ada korelasi antarvariabel)

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (Terdapat korelasi antarvariabel)

Menurut Bartlett (1954), statistik uji Bartlett *sphericity* dirumuskan sebagai berikut:

$$\chi^2 = -\left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6}\right) \ln|\mathbf{R}| \quad (2.7)$$

dengan:

n : Banyak pengamatan,

p : Banyak variabel,

$\mathbf{R}$: Matriks korelasi dari masing-masing variabel,

$|\mathbf{R}|$: Determinan matriks korelasi $\mathbf{R}$.

Keputusan pengujian dilakukan dengan membandingkan nilai statistik χ^2 hasil perhitungan dengan nilai kritis dari distribusi *Chi-square* dengan derajat bebas $\frac{1}{2}p(p - 1)$. Jika $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha; \frac{1}{2}p(p-1)}$ maka hipotesis H_0 gagal ditolak sehingga tidak terdapat cukup bukti adanya korelasi antarvariabel.

Adapun bentuk umum matriks korelasi $\mathbf{R}$ adalah:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

dengan elemen r_{kl} dihitung menggunakan rumus:

$$r_{kl} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)(x_{il} - \bar{x}_l)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{il} - \bar{x}_l)^2}}$$

untuk $k = 1, 2, \dots, p$ dan $l = 1, 2, \dots, p$. Karena sifat simetris dari matriks korelasi, maka berlaku $r_{kl} = r_{lk}$ untuk semua l dan k .

2.1.5 Grafik Pengendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Menurut Lowry dkk. (1992), grafik pengendali MEWMA merupakan perluasan dari grafik EWMA untuk kasus multivariat, yang digunakan untuk memantau secara simultan beberapa karakteristik kualitas yang saling berkorelasi. MEWMA dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil hingga sedang dalam vektor *mean* dari proses multivariat. Dalam penelitian ini, vektor $\mathbf{z}_i$ merupakan bentuk terstandarisasi dari vektor pengamatan $\mathbf{x}_i$. Vektor MEWMA didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\lambda} \mathbf{z}_i + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{y}_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dengan $\mathbf{y}_0 = \mathbf{0}$ dan $\boldsymbol{\lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$, merupakan matriks pembobot dengan nilai $0 < \lambda_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, p$. Dalam penelitian ini, nilai pembobot yang digunakan berada pada rentang 0,1; 0,2; ... ; 0,9 untuk mengevaluasi sensitivitas grafik pengendali terhadap berbagai tingkat pembobotan. Pengamatan ke- i direpresentasikan dalam bentuk vektor multivariat sebagai:

$$\mathbf{z}_i = [z_{i1} \quad z_{i2} \quad \dots \quad z_{ip}]'$$

Jika tidak ada alasan khusus untuk memberikan bobot berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas, faktor pembobot eksponensial diasumsikan seragam untuk seluruh variabel, yaitu $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = \lambda$. Dengan asumsi ini, persamaan MEWMA disederhanakan menjadi:

$$\mathbf{y}_i = \lambda \mathbf{z}_i + (1 - \lambda) \mathbf{y}_{i-1} \quad (2.9)$$

Dengan mensubstitusikan nilai i secara berurutan, diperoleh bentuk eksplisit statistik MEWMA. Untuk $i = 1$, diperoleh:

$$\mathbf{y}_1 = \lambda \mathbf{z}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{y}_0 = \lambda \mathbf{z}_1$$

Untuk $i = 2$, diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_2 &= \lambda \mathbf{z}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{y}_1 \\ &= \lambda \mathbf{z}_2 + (1 - \lambda) \lambda \mathbf{z}_1 = \lambda (\mathbf{z}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{z}_1) \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk $i = 3$, diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_3 &= \lambda \mathbf{z}_3 + (1 - \lambda) \mathbf{y}_2 \\ &= \lambda \mathbf{z}_3 + (1 - \lambda) [\lambda (\mathbf{z}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{z}_1)] \\ &= \lambda \mathbf{z}_3 + [\lambda (1 - \lambda) (\mathbf{z}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{z}_1)] \\ &= \lambda [\mathbf{z}_3 + (1 - \lambda) \mathbf{z}_2 + (1 - \lambda)^2 \mathbf{z}_1] \\ &= \lambda \sum_{r=1}^3 (1 - \lambda)^{3-r} \mathbf{z}_r \end{aligned}$$

Sehingga secara umum $\mathbf{y}_i$ dapat ditulis sebagai:

$$\mathbf{y}_i = \lambda \sum_{r=1}^i (1 - \lambda)^{i-r} \mathbf{z}_r$$

Grafik pengendali MEWMA memberikan sinyal bahwa proses berada dalam kondisi tidak terkendali (*out-of-control*) apabila nilai statistik uji T_i^2 pada pengamatan ke- i , melebihi BKA yang ditentukan. Menurut Lowry dkk. (1992), statistik uji MEWMA didefinisikan sebagai berikut:

$$T_i^2 = \mathbf{y}_i' \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}_i}^{-1} \mathbf{y}_i \quad (2.10)$$

Nilai BKA tidak diperoleh secara analitik, melainkan melalui simulasi Monte Carlo dengan mengacu pada nilai *Average Run Length* dalam kondisi *in-control* (ARL_0) (Lowry dkk., 1992). Pada penelitian ini, nilai ARL_0 ditetapkan sebesar 370, yang merupakan konvensi umum dalam SPC dan setara dengan grafik

pengendali *Shewhart three-sigma*. Penetapan ini berkaitan dengan probabilitas kesalahan tipe I (*false alarm*) sebesar $\alpha = 0,0027$ pada setiap pengamatan individu. Menurut Montgomery (2013), secara teoritis, hubungan antara ARL_0 dan α adalah sebagai berikut:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,0027} \approx 370$$

Matriks variansi kovariansi vektor MEWMA pada pengamatan ke- i , diberikan oleh:

$$\Sigma_{y_i} = \frac{\lambda_k \lambda_l [1 - (1 - \lambda_k)^i (1 - \lambda_l)^i]}{[\lambda_k + \lambda_l - \lambda_k \lambda_l] \sigma_{kl}} \quad (2.11)$$

dengan σ_{kl} merupakan elemen ke- (k, l) dari Σ . Jika semua faktor pembobot diasumsikan sama, yaitu $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = \lambda$, Persamaan (2.11) disederhanakan menjadi:

$$\begin{aligned} \Sigma_{y_i} &= \frac{\lambda^2 [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{[2\lambda - \lambda^2] \sigma_{kl}} \\ &= \frac{\lambda^2 [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{[\lambda(2 - \lambda)] \sigma_{kl}} \\ &= \left(\frac{\lambda [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{(2 - \lambda)} \right) \sigma_{kl} \end{aligned}$$

sehingga:

$$\Sigma_{y_i} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \quad (2.12)$$

dengan Σ adalah matriks variansi kovariansi populasi dari data individual proses:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Matriks Σ simetris, dengan elemen diagonal σ_{kk} sebagai variansi populasi variabel ke- k , dan elemen *off-diagonal* σ_{kl} sebagai kovariansi populasi antara variabel ke- k dan ke- l .

2.1.6 Grafik Pengendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV)

Menurut Huwang (2007), grafik pengendali MEWMV digunakan untuk memantau variabilitas proses secara sensitif tanpa dipengaruhi oleh pergeseran rata-rata proses. Karena fokusnya pada perubahan variansi, metode ini efektif digunakan untuk pemantauan variabilitas pada proses multivariat yang memiliki karakteristik saling berkorelasi. Misalkan $\mathbf{z}_i$ merupakan vektor pengamatan terstandarisasi pada waktu ke- i dengan p variabel kualitas, sehingga $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^{p \times 1}$. Bentuk umum grafik pengendali MEWMV adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{V}_i = \omega(\mathbf{z}_i - \mathbf{y}_i)(\mathbf{z}_i - \mathbf{y}_i)' + (1 - \omega)\mathbf{V}_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.14)$$

dengan $\mathbf{V}_0 = (\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)'$ dan ω merupakan kontanta pembobot yang memenuhi $0 < \omega < 1$. Dalam penelitian ini, nilai ω yang digunakan berada pada rentang 0,1; 0,2; ... ; 0,9 untuk memperoleh kombinasi pembobot yang optimal.

Vektor rata-rata proses pada waktu ke- i , yaitu $\mathbf{y}_i$, diestimasi menggunakan metode MEWMA yang dikembangkan oleh Lowry dkk. (1992) dan didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{y}_i = \lambda \mathbf{z}_i + (1 - \lambda)\mathbf{y}_{i-1}$$

dengan $0 < \lambda < 1$ dan $\mathbf{y}_0 = \mathbf{0}$.

Untuk memahami perilaku rekursif ini, dapat ditelusuri untuk beberapa pengamatan awal. Untuk $i = 1$, diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= \omega(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)\mathbf{V}_0 \\ &= \omega(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' \\ &= [\omega + (1 - \omega)][(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)'] = [\omega + (1 - \omega)]\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_0 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk $i = 2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_2 &= \omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' + (1 - \omega)\mathbf{V}_1 \\ &= \omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' + (1 - \omega)[\omega(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)\mathbf{V}_0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' + (1 - \omega)[\omega + (1 - \omega)]\mathbf{V}_0 \\
&= \omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' + [\omega(1 - \omega)](\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)^2\mathbf{V}_0
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, untuk $i = 3$ diperoleh:

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_3 &= \omega(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)' + (1 - \omega)\mathbf{V}_2 \\
&= \omega(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)' + (1 - \omega)[\omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' + \\
&\quad [\omega(1 - \omega)](\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)^2\mathbf{V}_0] \\
&= \omega(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)(\mathbf{z}_3 - \mathbf{y}_3)' + (1 - \omega)[\omega(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)(\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)'] + \\
&\quad \omega(1 - \omega)^2(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' + (1 - \omega)^3\mathbf{V}_0
\end{aligned}$$

Dari pola tersebut, jika dilakukan substitusi berulang pada Persamaan (2.14),

maka diperoleh bentuk eksplisit:

$$\mathbf{V}_i = \sum_{j=1}^i \omega(1 - \omega)^{i-j}(\mathbf{z}_j - \mathbf{y}_j)(\mathbf{z}_j - \mathbf{y}_j)' + (1 - \omega)^i\mathbf{V}_0 \quad (2.15)$$

Sementara itu, $\mathbf{y}_i$ pada Persamaan (2.9) juga dapat dinyatakan secara eksplisit sebagai:

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^i \lambda(1 - \lambda)^{i-j} \mathbf{z}_j \quad (2.16)$$

Selanjutnya, dengan memanfaatkan Persamaan (2.16), bentuk $(\mathbf{z}_i - \mathbf{y}_i)$ dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}_i - \mathbf{y}_i &= \mathbf{z}_i - \sum_{j=1}^i \lambda(1 - \lambda)^{i-j} \mathbf{z}_j \\
&= (1 - \lambda)\mathbf{z}_i - \lambda(1 - \lambda)\mathbf{z}_{i-1} - \dots - \lambda(1 - \lambda)^{i-1}\mathbf{z}_1, \quad i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

Jika dituliskan seluruh vektor selisih untuk $i = 1, \dots, n$ dalam bentuk matriks, maka:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}) &= \begin{pmatrix} (\mathbf{z}_1 - \mathbf{y}_1)' \\ (\mathbf{z}_2 - \mathbf{y}_2)' \\ \vdots \\ (\mathbf{z}_i - \mathbf{y}_i)' \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda(1-\lambda)^{i-1} & \dots & -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{z}'_1 \\ \mathbf{z}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{z}'_i \end{pmatrix} \\
&= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda(1-\lambda)^{i-1} & \dots & \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{bmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} \mathbf{z}'_1 \\ \mathbf{z}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{z}'_i \end{pmatrix} \\
&= (\mathbf{I}_i - \mathbf{M})\mathbf{Z}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

dengan $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{i \times p}$, $\mathbf{I}_i$ adalah matriks identitas berukuran $i \times i$ dan $\mathbf{M}$ adalah matriks segitiga bawah berukuran $i \times i$ yang elemen-elemennya didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda(1-\lambda)^{i-1} & \dots & \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

selanjutnya, didefinisikan matriks diagonal $\mathbf{C}$ berukuran $i \times i$ yang elemennya merupakan fungsi dari ω :

$$\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_i) \\
&= \text{diag}((1-\omega)^{i-1}, \omega(1-\omega)^{i-2}, \dots, \omega(1-\omega), \omega)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Dengan mengacu pada Persamaan (2.17) dan Persamaan (2.18), Persamaan (2.15) dapat ditulis ulang dalam bentuk kuadratik yang lebih ringkas sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_i &= (\mathbf{Z} - \mathbf{Y})'\mathbf{C}(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}) \\
&= \mathbf{Z}'(\mathbf{I}_i - \mathbf{M})'\mathbf{C}(\mathbf{I}_i - \mathbf{M})\mathbf{Z} \\
&= \mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

didefinisikan matriks $\mathbf{Q}$ sebagai:

$$\mathbf{Q} = (q_{rs}) = (\mathbf{I}_i - \mathbf{M})'\mathbf{C}(\mathbf{I}_i - \mathbf{M}), 1 \leq r, s \leq i \tag{2.21}$$

Matriks $\mathbf{Q}$ ini berukuran $i \times i$ dan elemen-elemennya q_{rs} merupakan fungsi dari kedua pembobot λ dan ω .

Perhatikan bahwa $\mathbf{V}_i = \mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}$ merupakan matriks berukuran $p \times p$. Dalam keperluan pemantauan, diperlukan suatu statistik skalar untuk merangkum

informasi variabilitas tersebut. Oleh karena itu, digunakan *trace* dari matriks $\mathbf{V}_i$ sebagai statistik pemantauan, yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{tr}(\mathbf{V}_i) = \text{tr}(\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z})$$

Berdasarkan sifat siklik *trace* (Gentle, 2007), berlaku hubungan sebagai berikut:

$$\text{tr}(\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}) = \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{Z}\mathbf{Z}') \quad (2.22)$$

Pembuktian hubungan tersebut dapat dijelaskan melalui definisi *trace* dan operasi perkalian matriks. Misalkan $\mathbf{Z} = (z_{rk})$ merupakan matriks berukuran $i \times p$ dan $\mathbf{Q} = (q_{rs})$ merupakan matriks berukuran $i \times i$. Berdasarkan definisi *trace*, diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}) &= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1i} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{ip} & z_{ip} & \dots & z_{ip} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1i} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{i1} & q_{i2} & \dots & q_{ii} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1p} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{i1} & z_{i2} & \dots & z_{ip} \end{bmatrix} \right) \\ &= \text{tr} \left(\begin{pmatrix} \sum_{r=1}^i z_{r1}q_{r1} & \sum_{r=1}^i z_{r1}q_{r2} & \dots & \sum_{r=1}^i z_{r1}q_{ri} \\ \sum_{r=1}^i z_{r2}q_{r1} & \sum_{r=1}^i z_{r2}q_{r2} & \dots & \sum_{r=1}^i z_{r2}q_{ri} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{r=1}^i z_{rp}q_{r1} & \sum_{r=1}^i z_{rp}q_{r2} & \dots & \sum_{r=1}^i z_{rp}q_{ri} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1p} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{i1} & z_{i2} & \dots & z_{ip} \end{bmatrix} \right) \\ &= \text{tr} \left(\begin{pmatrix} \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r1}q_{rs} \right) z_{s1} & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r1}q_{rs} \right) z_{s2} & \dots & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r1}q_{rs} \right) z_{sp} \\ \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r2}q_{rs} \right) z_{s1} & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r2}q_{rs} \right) z_{s2} & \dots & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r2}q_{rs} \right) z_{sp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{rp}q_{rs} \right) z_{s1} & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{rp}q_{rs} \right) z_{s2} & \dots & \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{rp}q_{rs} \right) z_{sp} \end{pmatrix} \right) \\ &= \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r1}q_{rs} \right) z_{s1} + \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{r2}q_{rs} \right) z_{s2} + \dots + \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{rp}q_{rs} \right) z_{sp} \\ &= \sum_{k=1}^p \sum_{s=1}^i \left(\sum_{r=1}^i z_{rk}q_{rs} \right) z_{sk} \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^p \sum_{s=1}^i \sum_{r=1}^i z_{rk} q_{rs} z_{sk}$$

Dengan menggunakan sifat komutatif penjumlahan, diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}) &= \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs} \left(\sum_{k=1}^p z_{rk} z_{sk} \right) \\ &= \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{Z}\mathbf{Z}') \end{aligned}$$

Hasil tersebut identik dengan bentuk $\text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{Z}\mathbf{Z}')$, sehingga terbukti bahwa:

$$\text{tr}(\mathbf{V}_i) = \text{tr}(\mathbf{Z}'\mathbf{Q}\mathbf{Z}) = \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{Z}\mathbf{Z}') = \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs} \left(\sum_{k=1}^p z_{rk} z_{sk} \right) \quad (2.23)$$

Untuk kasus univariat ($p = 1$), statistik ini tereduksi menjadi grafik *Exponentially Weighted Moving Variance* (EWMV). Apabila proses diasumsikan dalam keadaan terkendali, maka dari Persamaan (2.23) dapat diturunkan nilai ekspektasi $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ sebagai:

$$\begin{aligned} E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)] &= E \left[\sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs} \left(\sum_{k=1}^p z_{rk} z_{sk} \right) \right] \\ &= \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs} \sum_{k=1}^p E[z_{rk} z_{sk}] \\ &= \sum_{r=1}^i q_{rr} \sum_{k=1}^p E[z_{rk}^2] + \sum_{r=1}^i \sum_{s \neq r}^i q_{rs} \sum_{k=1}^p E[z_{rk} z_{sk}] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dengan asumsi data telah distandardisasi, yaitu $E[z_{rk}] = 0$ dan $\text{Var}[z_{rk}] = 1$ untuk setiap variabel k . Berdasarkan asumsi tersebut, nilai $E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]$ dapat disederhanakan menjadi:

$$\begin{aligned} E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)] &= p \sum_{r=1}^i q_{rr} \\ &= p \text{tr}(\mathbf{Q}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Secara asimtotik, ketika $i \rightarrow \infty$ nilai ekspektasi ini akan konvergen ke $\frac{2p(1-\lambda)^2}{2-\lambda}$.

Selanjutnya, variansi dari $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ juga dapat diperoleh dari bentuk Persamaan

(2.20). Karena $z_{rk} \sim N(0, 1)$, maka $z_{rk}^2 \sim \chi_{(1)}^2$ sehingga $\text{Var}(z_{rk}^2) = 2$. Untuk $r \neq s$, peubah z_{rk} dan z_{sk} saling bebas, akibatnya $\text{Var}(z_{rk}z_{sk}) = 1$ (Hogg dkk., 2015).

Dengan memanfaatkan sifat-sifat tersebut, diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_i)] &= \text{Var} \left[\sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs} \left(\sum_{k=1}^p z_{rk} z_{sk} \right) \right] \\
 &= \text{Var} \left[\sum_{r=1}^i q_{rr} \sum_{k=1}^p z_{rk}^2 + 2 \sum_{r=1}^i \sum_{s < r}^i q_{rs} \sum_{k=1}^p z_{rk} z_{sk} \right] \\
 &= \sum_{r=1}^i q_{rr}^2 \sum_{k=1}^p \text{Var}[z_{rk}^2] + 4 \sum_{r=1}^i \sum_{s < r}^i q_{rs}^2 \sum_{k=1}^p \text{Var}[z_{rk} z_{sk}] \\
 &= 2p \sum_{r=1}^i q_{rr}^2 + 4p \sum_{r=1}^i \sum_{s < r}^i q_{rs}^2 \\
 &= 2p \left(\sum_{r=1}^i q_{rr}^2 + 2p \sum_{r=1}^i \sum_{s < r}^i q_{rs}^2 \right) \\
 &= 2p \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs}^2 \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai ekspektasi pada Persamaan (2.24) dan variansi pada Persamaan (2.25), batas kendali grafik MEWMV untuk pengamatan ke- i dapat didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned}
 \text{BKA} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)] + L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]} = p \text{tr}(\mathbf{Q}) + L \sqrt{2p \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs}^2} \\
 \text{BKB} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)] - L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]} = p \text{tr}(\mathbf{Q}) - L \sqrt{2p \sum_{r=1}^i \sum_{s=1}^i q_{rs}^2} \tag{2.27}
 \end{aligned}$$

Penentuan nilai konstanta L didasarkan pada p , serta nilai pembobot ω dan λ , dengan target $ARL_0 = 370$ pada kondisi proses terkendali mengacu pada Huwang dkk. (2007).

Pemilihan nilai pembobot yang optimal dalam MEWMV dilakukan melalui dua pendekatan. Pertama, mengevaluasi banyaknya titik pengamatan yang berada di luar batas kendali untuk setiap kombinasi nilai ω dan λ sebagai indikator sensitivitas deteksi pergeseran variansi proses. Kedua, memilih kombinasi pembobot yang menghasilkan nilai selisih absolut terkecil antara nilai maksimum $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dan nilai BKA pada pengamatan yang sama (Bakar dkk., 2022).

2.1.7 Kapabilitas Proses

Studi kapabilitas proses merupakan metode yang menggabungkan alat statistik yang dikembangkan dari kurva normal dan grafik pengendali dengan pertimbangan teknis yang baik untuk menginterpretasikan dan menganalisis data yang merepresentasikan suatu proses. Tujuan utama studi kapabilitas proses adalah untuk menentukan distribusi variasi proses serta melihat pengaruh waktu terhadap rata-rata dan penyebarannya (Wooluru dkk., 2014). Analisis kapabilitas proses merupakan bagian penting dari fungsi rekayasa kualitas (*quality engineering*). Salah satu komponen utama dalam analisis ini adalah *Process Capability Ratio* (PCR) (Montgomery, 2013).

Jika grafik pengendali menunjukkan bahwa proses berada dalam kondisi terkendali secara statistik dan asumsi distribusi normal terpenuhi, maka analisis kapabilitas proses dapat dilakukan dengan menghitung indeks kapabilitas proses (Kotz & Johnson, 1993). Indeks ini berfungsi untuk menilai kemampuan suatu proses produksi dalam memenuhi batas spesifikasi.

$$C_p(X_k) = \frac{USL_k - LSL_k}{6\sigma_k}$$

Untuk kasus dengan spesifikasi satu sisi, digunakan indeks C_{pu} dan C_{pl} , yang masing-masing dirumuskan sebagai:

$$C_{pu}(X_k) = \frac{USL_k - \mu_k}{3\sigma_k}, C_{pl}(X_k) = \frac{\mu_k - LSL_k}{3\sigma_k}$$

Indeks C_p tidak mempertimbangkan penyimpangan rata-rata proses terhadap pusat spesifikasi. Oleh karena itu, indeks C_{pk} dikembangkan sebagai penyempurnaan, dengan rumus:

$$C_{pk}(X_k) = \min\{C_{pu}(X_k), C_{pl}(X_k)\}$$

Menurut Raissi (2009), nilai kapabilitas proses multivariat melalui pembobotan tiap karakteristik kualitas dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} MC_p &= \sum_{k=1}^p W_k C_p(X_k) \\ MC_{pk} &= \sum_{k=1}^p W_k C_{pk}(X_k) \end{aligned} \quad (2.28)$$

nilai MC_p dan MC_{pk} merupakan indeks kapabilitas proses multivariat. Setiap variabel kualitas diberi bobot W_k yang mencerminkan tingkat kepentingannya, dengan ketentuan $\sum_{k=1}^p W_k = 1$. Jika tidak terdapat informasi mengenai prioritas variabel, maka bobot dapat dianggap sama (Raissi, 2009).

Apabila proses tidak terkendali secara statistik, maka digunakan indeks kinerja proses yaitu P_p dan P_{pk} . Untuk data univariat, indeks tersebut dihitung sebagai:

$$\begin{aligned} P_p(X_k) &= \frac{USL_k - LSL_k}{6s_k} \\ P_{pu}(X_k) &= \frac{USL_k - \bar{x}_k}{3s_k}, P_{pl}(X_k) = \frac{\bar{x}_k - LSL_k}{3s_k} \\ P_{pk}(X_k) &= \min\{P_{pu}(X_k), P_{pl}(X_k)\} \end{aligned}$$

Untuk data multivariat, indeks P_p dan P_{pk} dihitung tanpa mempertimbangkan bobot masing-masing variabel karakteristik kualitas. Menurut Junior (2011), perhitungan indeks tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} MP_p &= \left(\prod_{k=1}^p P_p(X_k) \right)^{\frac{1}{p}} \\ MP_{pk} &= \left(\prod_{k=1}^p P_{pk}(X_k) \right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.1.8 Diagram Sebab Akibat

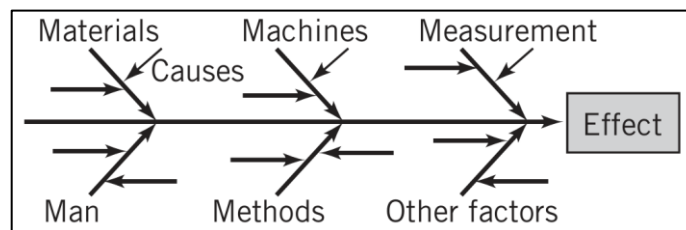
Diagram sebab akibat (*cause-and-effect diagram*) merupakan metode yang digunakan untuk mengidentifikasi dan menganalisis berbagai penyebab yang berhubungan dengan suatu permasalahan. Diagram ini digunakan ketika suatu cacat, kesalahan, atau masalah telah diidentifikasi sehingga perlu dilakukan analisis lebih lanjut terhadap faktor-faktor penyebab yang memengaruhi terjadinya masalah tersebut. Diagram sebab akibat membantu menguraikan berbagai kemungkinan penyebab secara sistematis sehingga mempermudah proses analisis dan perbaikan kualitas (Montgomery, 2013).

Pada diagram sebab akibat, permasalahan utama ditempatkan pada bagian kepala diagram, sedangkan faktor-faktor penyebab digambarkan pada cabang-cabang diagram. Kategori penyebab yang umum digunakan meliputi *machines* (mesin), *materials* (bahan baku), *methods* (metode), *personnel/manpower* (tenaga kerja), *measurement* (pengukuran), dan *environment* (lingkungan). Faktor-faktor penyebab tersebut dikelompokkan berdasarkan kategori yang berkaitan dengan permasalahan yang dianalisis.

Menurut Montgomery (2013), langkah-langkah dalam penyusunan diagram sebab akibat meliputi:

1. Mendefinisikan masalah atau efek yang akan dianalisis.
2. Membentuk tim untuk melakukan analisis. Sering kali tim akan menemukan penyebab potensial melalui proses *brainstorming*.
3. Menggambar kotak efek dan garis utama (*center line*).
4. Menentukan kategori utama penyebab potensial dan menghubungkannya dalam bentuk kotak yang terhubung dengan garis utama.
5. Mengidentifikasi kemungkinan penyebab dan mengelompokkannya ke dalam kategori pada langkah 4. Membuat kategori baru apabila diperlukan.
6. Mengurutkan penyebab berdasarkan tingkat prioritas untuk mengidentifikasi penyebab yang paling mungkin memengaruhi masalah.
7. Melakukan tindakan korektif.

Bentuk umum diagram sebab akibat dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut.

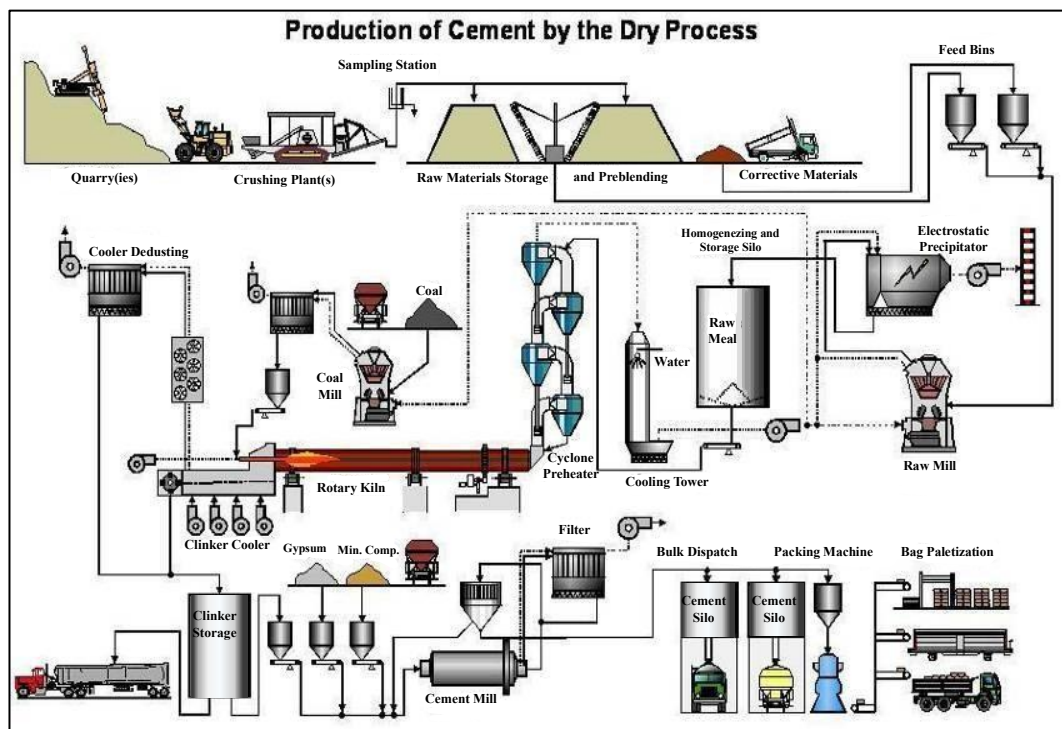


Gambar 2.2 Diagram Sebab Akibat
Sumber: Montgomery (2013)

Gambar 2.2 menunjukkan bahwa faktor-faktor penyebab masalah dikelompokkan ke dalam beberapa kategori utama sehingga hubungan antara masalah dan faktor penyebabnya dapat dianalisis secara sistematis (Montgomery, 2013).

2.1.9 Proses Produksi Semen

Proses produksi semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban menggunakan metode *dry process*. Setiap tahapan dalam proses ini memiliki fungsi dan peralatan tersendiri yang saling terintegrasi untuk menghasilkan semen berkualitas tinggi. Alur lengkap proses produksi tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.3 berikut.



Gambar 2.3 Proses Produksi Semen
Sumber: PPT PKL SIG

Berdasarkan Gambar 2.3, proses produksi semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban terdiri atas tiga tahapan utama. Penjelasan setiap tahap tersebut disajikan sebagai berikut:

1. Ekstraksi Bahan Baku (*Material extraction*)

a. *Quarry*

Tahapan pertama dimulai dari *quarry*, yaitu area penambangan bahan baku utama berupa batu kapur (*limestone*) dan tanah liat (*clay*). Batu kapur

merupakan sumber utama kalsium karbonat (CaCO_3), sedangkan tanah liat mengandung silika (SiO_2), alumina (Al_2O_3), dan besi (Fe_2O_3) yang dibutuhkan untuk membentuk senyawa utama penyusun semen.

b. Crusher

Bahan hasil tambang kemudian dibawa ke *crushing plant*, tempat batu kapur berukuran besar dihancurkan menggunakan *hammer crusher* hingga menjadi butiran kecil untuk memudahkan proses pencampuran dan penggilingan berikutnya. Sementara itu, tanah liat juga mengalami proses *size reduction clay cutter* hingga berukuran lebih kecil sebelum dialirkan ke tahap berikutnya.

c. Conveyor

Hasil penghancuran dialirkan menggunakan *belt conveyor* menuju area penyimpanan bahan baku (*raw material storage*). Pada jalur ini terdapat *sampling station* untuk pengambilan sampel bahan yang akan diuji di laboratorium guna memastikan kadar kimia dan kadar air sesuai spesifikasi pabrik.

2. Pencampuran dan Pembentukan Klinker (*Blending and Clinkerization*)

a. Preblending

Material dari *crusher* dibawa ke *preblending yard*, tempat bahan disusun membentuk tumpukan (*pile*) besar menggunakan *stacker*. Proses *reclaiming* dilakukan oleh *reclaimer* agar bahan lebih homogen sebelum dialirkan ke *feed bins*.

b. Raw mill

Bahan dari *preblending yard* diatur proporsinya di *feed bins* sesuai hasil analisis laboratorium, kemudian digiling dan dikeringkan di *raw mill* menggunakan gas panas dari *kiln* hingga menjadi serbuk halus (*raw meal*). Serbuk ini disimpan di *homogenizing silo* agar komposisi tetap stabil sebelum tahap pemanasan.

c. Filter bag

Gas panas dari proses penggilingan di *raw mill* juga mengandung partikel debu halus. Untuk mencegah pencemaran udara, gas buang tersebut disaring melalui *filter bag* atau *Electrostatic Precipitator* (ESP). Alat ini berfungsi menangkap partikel debu dari gas buang, sehingga udara yang dilepaskan ke atmosfer sudah bersih, sementara debu yang tertangkap dikembalikan ke proses penggilingan.

d. Preheater

Dari silo, *raw meal* dialirkan ke *cyclone preheater*, menara berisi beberapa siklon yang memanaskan bahan menggunakan gas panas dari *kiln*. Pada tahap ini terjadi kalsinasi awal, di mana senyawa CaCO_3 mulai terurai menjadi CaO dan CO_2 pada suhu sekitar 800°C hingga 900°C .

e. Kiln

Bahan setengah jadi dari *preheater* masuk ke *rotary kiln* dengan suhu puncak mencapai 1450°C . Di sini terjadi proses kalsinasi akhir dan *sintering* yang membentuk senyawa utama penyusun semen seperti C_3S , C_2S , C_3A , dan C_4AF . Sumber panas berasal dari batu bara halus hasil penggilingan di *coal mill*.

f. Cooler

Material panas dari *kiln* kemudian didinginkan secara cepat di *clinker cooler* menggunakan udara, hingga suhu turun ke sekitar 100°C hingga 200°C. Hasilnya adalah butiran keras berwarna abu-abu kehitaman yang disebut *clinker*. Udara panas hasil pendinginan dikembalikan ke kiln untuk efisiensi energi.

3. Penggilingan dan Distribusi Semen (*Grinding and Distribution*)

a. Clinker silo

Clinker yang telah dingin dari proses *cooler* diangkut dengan *bucket elevator* menuju *clinker silo* sebagai tempat penyimpanan sementara sebelum proses penggilingan akhir. Sebagian lainnya dapat dialirkan ke *bucket clinker storage* sebagai stok cadangan maupun untuk ekspor *clinker* ke pabrik penggilingan lain atau pasar luar negeri.

b. Cement mill

Clinker dari *clinker silo* digiling di *cement mill* bersama *gypsum* dan bahan tambahan lain seperti *fly ash*, *slag*, dan *pozzolan* untuk memperoleh komposisi dan kehalusan sesuai standar mutu produk. Penggilingan dilakukan menggunakan mesin berkapasitas tinggi, baik sistem vertikal maupun horizontal. Pada tahap *cement mill* inilah dilakukan pengambilan sampel penelitian secara otomatis (*automatic sampling*) sebelum masuk ke *silo semen* melalui sistem komputer setiap dua jam sekali dengan jumlah sampel sebesar 250 gram per dua jam.

c. *Cement silo*

Semen hasil penggilingan disimpan di *cement silo* untuk menjaga kualitas agar tetap kering dan stabil sebelum dikemas. Proses pengemasan dilakukan menggunakan *packing machine* otomatis ke dalam kantong berkapasitas 40 kg hingga 50 kg atau dikirim dalam bentuk curah (*bulk dispatch*) ke pelanggan industri.

2.1.10 Parameter Kualitas Semen

Semen merupakan bahan utama dalam pembuatan beton yang berperan penting dalam menentukan kekuatan dan daya tahan konstruksi. Oleh karena itu, pengendalian kualitas semen sangat penting agar produk yang dihasilkan memenuhi standar mutu yang telah ditetapkan. Parameter kualitas semen digunakan untuk menilai kesesuaian karakteristik fisik dan kimia semen dengan standar yang berlaku.

Menurut Standar Nasional Indonesia (SNI-2049:2015) tentang Semen *Portland*, terdapat beberapa parameter yang harus dipenuhi oleh produsen semen agar kualitas produk tetap terjaga. Parameter tersebut mencakup aspek kimia dan fisik, yang masing-masing memberikan gambaran terhadap karakteristik penting semen dalam proses produksi maupun penggunaannya di lapangan. Tabel 2.1 berikut menunjukkan beberapa parameter utama kualitas semen menurut SNI-2049:2015.

Tabel 2.1 Parameter Kualitas Semen

QUALITY PARAMETERS		PORTLAND COMPOSITE CEMENT	
I. CHEMICAL COMPOSITION:	UNIT	TESTING METHOD	SPECIFICATION
1 Sulfur Trioxide (SO ₃)	%	XRF	Max. 4,00
2 Loss On Ignition (LOI)	%	SNI-2049-3:2022	Max. 20,00
3 Insoluble Residue (IR)	%	SNI-2049-3:2022	Min. 1,50
II. PHYSICAL PROPERTIES:			
1 Fineness:			
Air permeability test with blaine App	m ² /kg	SNI-2049-5:2021	280–500
2 Time of setting (vicat test):			
Initial set	Minutes	SNI-2049-8:2021	Min. 45
Final set	Minutes	SNI-2049-8:2021	Max. 375
3 Compressive strength:			
3 days	kg/cm ²	SNI-2049-7:2022	Min. 130
7 days	kg/cm ²	SNI-2049-7:2022	Min. 200
28 days	kg/cm ²	SNI-2049-7:2022	Min. 280
4 Soundness (autoclave's method):			
expansion	%	SNI-2049-6:2021	Max. 0,80
5 False set, final penetration	%	SNI-2049-9:2021	Min. 50
6 Air content of mortar	%	SNI-2049-6:2021	Max. 12
7 Density	g/cm ³		

Pada penelitian ini, parameter kualitas semen yang digunakan meliputi SO₃, Blaine, dan Residu 45 µm, yang masing-masing merepresentasikan karakteristik fisik dan kimia bahan yang mempengaruhi mutu akhir semen dalam proses produksi di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban.

1. SO₃

SO₃ merupakan parameter kimia yang menunjukkan kandungan sulfur trioksida dalam semen. Kandungan ini berasal dari penambahan *gypsum* saat proses penggilingan, yang berfungsi mengendalikan reaksi cepat antara air dan fase C₃A pada *clinker*. Jumlah SO₃ yang tepat membantu menjaga waktu ikat semen tetap stabil sehingga tidak terjadi *flash set* (pengerasan terlalu

cepat). Namun, jika kadarnya berlebihan, SO_3 sisa yang tidak terpakai dapat bereaksi dengan air dari lingkungan setelah beton mengeras, membentuk *ettringite* (kristal) sekunder di dalam pori beton. *Ettringite* yang terus tumbuh ini menghasilkan tekanan internal yang menyebabkan beton retak dari dalam, sehingga mengganggu kestabilan dan daya tahan struktur (Taylor, 1997). Oleh karena itu, pengendalian kadar SO_3 sangat penting agar kualitas semen tetap sesuai standar.

2. *Blaine*

Blaine menggambarkan tingkat kehalusan semen yang diukur berdasarkan luas permukaan spesifik (m^2/kg). Kehalusan ini berpengaruh besar terhadap proses hidrasi karena partikel yang lebih halus memiliki luas permukaan yang lebih besar untuk bereaksi dengan air. Nilai *Blaine* yang tinggi dapat mempercepat perkembangan kekuatan awal semen, tetapi juga meningkatkan panas hidrasi dan konsumsi energi saat penggilingan (Taylor, 1997). Dengan demikian, nilai *Blaine* digunakan sebagai indikator penting dalam pengendalian kualitas untuk memastikan keseimbangan antara reaktivitas, kekuatan awal, dan efisiensi produksi.

3. Residu 45 μm

Residu 45 μm menunjukkan persentase partikel semen yang tertahan pada ayakan berukuran 45 mikron. Parameter ini digunakan untuk menilai jumlah partikel kasar dalam semen, karena jika kandungan partikel kasar terlalu tinggi, proses hidrasi akan berjalan lebih lambat dan semen sulit mencapai kekuatan optimal. Selain itu, distribusi partikel yang tidak merata dapat memengaruhi homogenitas dan performa semen saat digunakan dalam

campuran beton (Taylor, 1997). Oleh karena itu, nilai Residu 45 μm menjadi salah satu indikator penting untuk memastikan semen memenuhi standar ukuran partikel yang sesuai dengan kualitas yang diharapkan.

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Islam

Dalam perspektif Islam, kegiatan produksi dan pengendalian kualitas tidak hanya dipandang sebagai proses teknis dan ekonomi, tetapi juga memiliki dimensi moral dan keagamaan. Islam menuntut agar setiap produk yang dihasilkan memenuhi standar yang benar, adil, dan tidak menimbulkan kerugian bagi pihak lain. Prinsip tersebut ditegaskan dalam firman Allah SWT pada QS. al-A'raf ayat 85 (Kementerian Agama, 2022):

“Dan sempurnakanlah takaran dan timbangan, dan janganlah kamu merugikan manusia terhadap hak-hak mereka, serta janganlah kamu berbuat kerusakan di muka bumi setelah Allah memperbaikinya.” (QS. al-A'raf: 85)

Ayat tersebut menegaskan bahwa setiap aktivitas produksi harus dilakukan secara profesional, dapat dipertanggungjawabkan, dan tidak menimbulkan kerugian bagi konsumen. Dengan demikian, menjaga akurasi hasil produksi merupakan bagian dari pelaksanaan amanah dan bentuk ketaatan terhadap perintah Allah SWT.

Tidak hanya itu, Islam memberikan teguran keras kepada siapa pun yang mengurangi takaran atau timbangan dalam kegiatan jual beli. Hal ini dijelaskan dalam QS. al-Muthaffifin ayat 1 s.d. 3 (Kementerian Agama, 2022):

“Kecelakaan besarlah bagi orang-orang yang curang, yaitu mereka yang apabila menerima takaran dari orang lain mereka minta dipenuhi, tetapi apabila mereka menakar atau menimbang untuk orang lain mereka mengurangi.” (QS. al-Muthaffifin: 1 s.d. 3)

Ayat ini menunjukkan bahwa ketidaksesuaian kualitas, kelalaian dalam proses produksi, atau pengurangan standar merupakan bentuk ketidakadilan yang tidak dibenarkan dalam Islam. Oleh karena itu, penerapan sistem pengendalian kualitas merupakan langkah penting untuk memastikan bahwa produk yang dihasilkan benar-benar sesuai dengan standar yang telah ditetapkan.

Dalam konteks penelitian ini, penerapan metode pengendalian kualitas MEWMV dan MEWMA pada PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Tuban merupakan bentuk penerapan nilai-nilai keislaman dalam praktik industri. Melalui pengawasan kualitas secara statistik, proses produksi semen dapat dipastikan berlangsung stabil, akurat, dan meminimalkan potensi kerugian bagi konsumen maupun perusahaan.

Dengan demikian, kegiatan pengendalian kualitas tidak hanya menjadi penerapan metode statistik modern, tetapi juga wujud pelaksanaan ajaran Islam agar aktivitas ekonomi tidak merugikan pihak lain. Nilai ini sesuai dengan perintah al-Quran yang menekankan pentingnya menjaga ketepatan takaran, timbangan, dan kualitas demi mewujudkan keadilan dan kemaslahatan bersama.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan untuk mendukung pengendalian kualitas semen menggunakan grafik pengendali multivariat, yaitu MEWMV dan MEWMA. Serangkaian tahapan diterapkan untuk memastikan bahwa proses data memenuhi asumsi dasar dan menghasilkan parameter pengendali yang optimal. Tahapan awal mencakup analisis statistik deskriptif sebagai gambaran umum karakteristik setiap variabel. Selanjutnya, dilakukan analisis menggunakan grafik

pengendali I-MR untuk mengevaluasi kestabilan masing-masing variabel secara univariat, sehingga dapat diperoleh gambaran awal mengenai perubahan rata-rata proses melalui *individual chart* serta perubahan variabilitas antarpengamatan melalui *moving range chart*. Standardisasi data kemudian diterapkan berdasarkan Persamaan (2.3) untuk menyamakan skala antarvariabel sehingga hasil perhitungan menjadi lebih seimbang. Uji normalitas multivariat dilakukan dengan acuan Persamaan (2.4) guna memastikan data mengikuti distribusi normal. Selain itu, uji Bartlett berdasarkan Persamaan (2.7) digunakan untuk menilai ada tidaknya keterkaitan antarvariabel.

Konstruksi grafik pengendali MEWMV Fase I dimulai dengan penentuan parameter pembobot ω dan λ dalam rentang $\{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$. Untuk setiap kombinasi pasangan pembobot, disusun matriks $\mathbf{M}$ dan matriks $\mathbf{C}$ berdasarkan Persamaan (2.18) dan (2.19). Matriks $\mathbf{Q}$ dihitung berdasarkan Persamaan (2.21), diikuti dengan pembentukan matriks $\mathbf{V}_i$ menggunakan Persamaan (2.20). Nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$, $E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]$, dan $\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]$ diperoleh berdasarkan Persamaan (2.22), (2.25), dan (2.26). Batas kendali grafik ditetapkan menggunakan Persamaan (2.27), kemudian grafik MEWMV dibuat dengan memplot $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ terhadap batas kendali tersebut. Evaluasi seluruh kombinasi pembobot dilakukan untuk memperoleh kombinasi optimal ω_0 dan λ_0 . Penentuan pasangan terbaik didasarkan pada dua kriteria, yaitu kemampuan mendeteksi kondisi *out-of-control* serta nilai selisih absolut terkecil antara nilai maksimum $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dan nilai BKA pada pengamatan yang sama. Titik-titik yang berada di luar batas kendali diidentifikasi dan dikeluarkan, lalu estimasi statistik diulang menggunakan parameter optimal ω_0 dan λ_0 hingga seluruh pengamatan terkendali.

Konstruksi grafik pengendali MEWMA Fase I menggunakan pembobot λ_0 yang telah diperoleh dari MEWMV. Perhitungan vektor statistik MEWMA $\mathbf{y}_i$ dilakukan melalui Persamaan (2.9), sedangkan matriks variansi kovariansi $\Sigma_{\mathbf{y}_i}$ dihitung berdasarkan Persamaan (2.12). Statistik T_i^2 -Hotelling diperoleh melalui Persamaan (2.10), dan berdasarkan nilai λ_0 tersebut ditetapkan BKA untuk grafik MEWMA. Nilai T_i^2 diplot ke dalam grafik untuk mengidentifikasi titik yang tidak terkendali, dan estimasi statistik diulangi dengan λ_0 hingga kondisi stabil tercapai.

Setelah parameter optimal diperoleh dari Fase I, analisis berlanjut ke Fase II untuk memantau data baru menggunakan grafik MEWMV dan MEWMA. Grafik pengendali MEWMV Fase II disusun dengan memanfaatkan nilai pembobot optimal ω_0 dan λ_0 , serta BKA dan BKB yang telah diperoleh sebelumnya. Untuk setiap pengamatan baru, matriks $\mathbf{V}_i$ dihitung terlebih dahulu menggunakan Persamaan (2.20), selanjutnya nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dari data pemantauan dihitung menggunakan Persamaan (2.22) dan diplot ke dalam grafik MEWMV Fase II untuk mendeteksi potensi penyimpangan proses. Titik yang jatuh di luar batas kendali diinterpretasikan sebagai indikasi kondisi tidak terkendali, sehingga diperlukan evaluasi lebih lanjut. MEWMV Fase II berfungsi menilai sensitivitas metode dalam mendeteksi pergeseran kecil pada variabilitas proses dengan mempertahankan parameter terbaik yang telah ditetapkan di Fase I.

Grafik MEWMA Fase II disusun menggunakan pembobot λ_0 , matriks variansi kovariansi Σ , serta BKA yang diperoleh dari MEWMA Fase I. Untuk setiap data baru, vektor statistik MEWMA $\mathbf{y}_i$ dihitung dan nilai T_i^2 -Hotelling ditentukan berdasarkan Persamaan (2.10). Nilai T_i^2 kemudian diplot pada grafik MEWMA Fase II untuk mengidentifikasi titik yang kemungkinan berada dalam kondisi tidak

terkendali dan menilai sensitivitas metode terhadap penyimpangan rata-rata proses. Mekanisme ini memungkinkan evaluasi kestabilan *mean* proses pada periode pemantauan dengan mempertahankan parameter optimal dari Fase I.

Tahap akhir analisis adalah evaluasi kapabilitas proses. Berdasarkan data pengamatan aktual, dihitung indeks kapabilitas proses multivariat untuk menilai sejauh mana proses produksi semen memenuhi spesifikasi yang ditetapkan. Selain itu, dilakukan analisis menggunakan diagram sebab akibat untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang berpotensi memengaruhi kualitas dan kestabilan proses produksi semen. Analisis tersebut dilakukan dengan mengelompokkan kemungkinan penyebab berdasarkan kategori *machines*, *materials*, *methods*, *manpower*, *measurement*, dan *environment* sehingga dapat diperoleh gambaran faktor-faktor yang memengaruhi kapabilitas dan pengendalian kualitas proses produksi semen.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif. Pendekatan deskriptif kuantitatif merupakan metode yang digunakan untuk menjelaskan karakteristik suatu proses atau fenomena berdasarkan data numerik. Pendekatan ini diterapkan untuk mengidentifikasi adanya ketidakstabilan dalam proses produksi berdasarkan pola data multivariat yang tersedia.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban. Data tersebut bersumber dari hasil pengukuran laboratorium *Unit of Quality Control* yang secara rutin mencatat parameter-parameter kualitas semen selama proses produksi berlangsung. Dalam penelitian ini, data yang digunakan secara khusus berasal dari unit *Finish Mill 7* dengan jenis produk Semen *Portland Composite Cement* (PCC). Variabel yang diamati mencakup karakteristik penting kualitas produk, baik dari aspek kandungan kimia maupun sifat fisik, yang dievaluasi secara berkala untuk memastikan mutu produk tetap terjaga.

Data penelitian dibagi menjadi dua fase, yaitu Fase I dan Fase II. Fase I mencakup periode Januari 2022 hingga Desember 2023 dengan total 24 data, yang disajikan pada Lampiran 1. Sementara itu, Fase II mencakup periode Januari 2024 hingga Oktober 2025 dengan total 22 data, yang disajikan pada Lampiran 2. Setiap data yang dianalisis merupakan nilai rata-rata bulanan dari masing-masing

parameter kualitas. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini ditampilkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian Karakteristik Semen PCC

Variabel	Karakteristik Kualitas	Satuan	Spesifikasi Semen PCC
X_1	SO ₃	%	1,8–2,1
X_2	Blaine	m ² /kg	350–500
X_3	Residu 45 μ m	%	Maks. 10

Untuk menggambarkan bentuk data yang digunakan dalam penelitian, struktur data setiap fase pengendalian disajikan pada Tabel 3.2. Setiap sampel pada tabel tersebut berisi nilai pengukuran dari tiga variabel kualitas semen (X_1 , X_2 , X_3).

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

	Pengamatan	X_1	X_2	X_3
Fase I	1	x_{11}	x_{12}	x_{13}
	2	x_{21}	x_{22}	x_{23}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	24	x_{241}	x_{242}	x_{243}
Fase II	1	x_{11}^*	x_{12}^*	x_{13}^*
	2	x_{21}^*	x_{22}^*	x_{23}^*
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	22	x_{221}^*	x_{222}^*	x_{223}^*

dengan x_{ik} menyatakan nilai pengamatan ke- i dari variabel ke- k , untuk Fase I, $i = 1, 2, \dots, 24$, sedangkan Fase II, $i = 1, 2, \dots, 22$, dan $k = 1, 2, 3$.

3.3 Lokasi Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan mulai tanggal 6 Oktober hingga 31 Oktober 2025 di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban, khususnya pada *Unit of Quality Control*. Lokasi ini dipilih karena merupakan tempat utama pengumpulan dan analisis data yang relevan dengan penelitian ini. Laboratorium tersebut

memiliki peran strategis dalam pemantauan mutu produk secara kontinu untuk memastikan kesesuaiannya dengan standar yang telah ditetapkan.

3.4 Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan melalui beberapa tahapan sebagai berikut:

1. Melakukan analisis statistik deskriptif dan grafik I-MR untuk menggambarkan karakteristik data serta mengevaluasi kestabilan masing-masing variabel secara univariat.
2. Melakukan standardisasi data berdasarkan Persamaan (2.3) untuk menyamakan skala antarvariabel agar dapat dibandingkan secara seimbang.
3. Melakukan pengujian normalitas multivariat untuk memastikan data mengikuti asumsi normal berdasarkan Persamaan (2.4).
4. Melakukan pengujian Bartlett untuk mengevaluasi keterkaitan antarvariabel berdasarkan Persamaan (2.7).
5. Mengonstruksi grafik pengendalian MEWMV pada Fase I

Prosedur pembuatan grafik pengendali MEWMV Fase I dilakukan melalui tahapan berikut:

- a. Menentukan nilai parameter pembobot $\omega, \lambda \in \{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$ serta membentuk seluruh kombinasi pasangan nilai ω dan λ . Untuk setiap kombinasi pembobot tersebut, tahapan pada poin (b) hingga (f) dilakukan secara berulang.
- b. Menyusun matriks $\mathbf{C}$ berukuran $i \times i$ berdasarkan Persamaan (2.19) serta matriks segitiga bawah $\mathbf{M}$ berukuran $i \times i$ berdasarkan Persamaan (2.18).

- c. Menghitung matriks $\mathbf{Q}$ berdasarkan Persamaan (2.21) serta matriks $\mathbf{V}_i$ berdasarkan Persamaan (2.20).
 - d. Menghitung nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$, $E[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]$, dan $\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_i)]$ berdasarkan Persamaan (2.22), (2.25), dan (2.26).
 - e. Menghitung batas kendali untuk grafik MEWMV berdasarkan Persamaan (2.27).
 - f. Membuat grafik pengendali MEWMV dengan memplotkan $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dan batas kendalinya.
 - g. Menentukan nilai optimal ω_0 dan λ_0 dengan mengevaluasi setiap kombinasi pasangan pembobot (ω, λ) berdasarkan dua kriteria, yaitu kinerja *out-of-control* serta selisih absolut terkecil antara nilai maksimum $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dan nilai BKA pada pengamatan bersesuaian.
 - h. Mengidentifikasi dan mengeluarkan titik pengamatan yang berada di luar batas kendali.
 - i. Mengulangi estimasi statistik dengan parameter ω_0 dan λ_0 yang sama hingga semua titik pengamatan dalam batas kendali.
6. Mengonstruksi grafik pengendalian MEWMA pada Fase I
- Langkah-langkah yang dilakukan meliputi:
- a. Menggunakan nilai pembobot λ_0 optimal yang diperoleh dari metode MEWMV.
 - b. Menghitung vektor statistik MEWMA ($\mathbf{y}_i$) berdasarkan Persamaan (2.9).
 - c. Menghitung variansi kovariansi $\Sigma_{\mathbf{y}_i}$ berdasarkan Persamaan (2.12).
 - d. Menghitung statistik MEWMA yaitu T_i^2 -Hotelling berdasarkan persamaan (2.10).

- e. Menetapkan BKA untuk grafik yang diperoleh berdasarkan pembobot λ_0 yang ditetapkan.
- f. Memplot nilai T_i^2 -Hotelling pada grafik pengendali.
- g. Mengidentifikasi dan mengeluarkan titik pengamatan yang berada di luar batas kendali.
- h. Mengulangi estimasi statistik dengan λ_0 yang sama hingga proses terkendali.

7. Penerapan grafik pengendali MEWMV pada Fase II

Tahapan ini dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

- a. Menggunakan nilai ω_0 dan λ_0 optimal, serta BKA dan BKB yang diperoleh dari MEWMV Fase I.
- b. Menghitung nilai statistik $\mathbf{V}_i$ dan $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ dari data baru atau data uji berdasarkan Persamaan (2.20) dan (2.22).
- c. Memplot nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada grafik pengendali MEWMV beserta batas kendali yang telah ditetapkan di Fase I.
- d. Mengidentifikasi titik-titik pengamatan yang berada di luar batas kendali sebagai indikasi bahwa proses berada dalam kondisi tidak terkendali.
- e. Mengevaluasi sensitivitas grafik MEWMV terhadap penyimpangan proses.

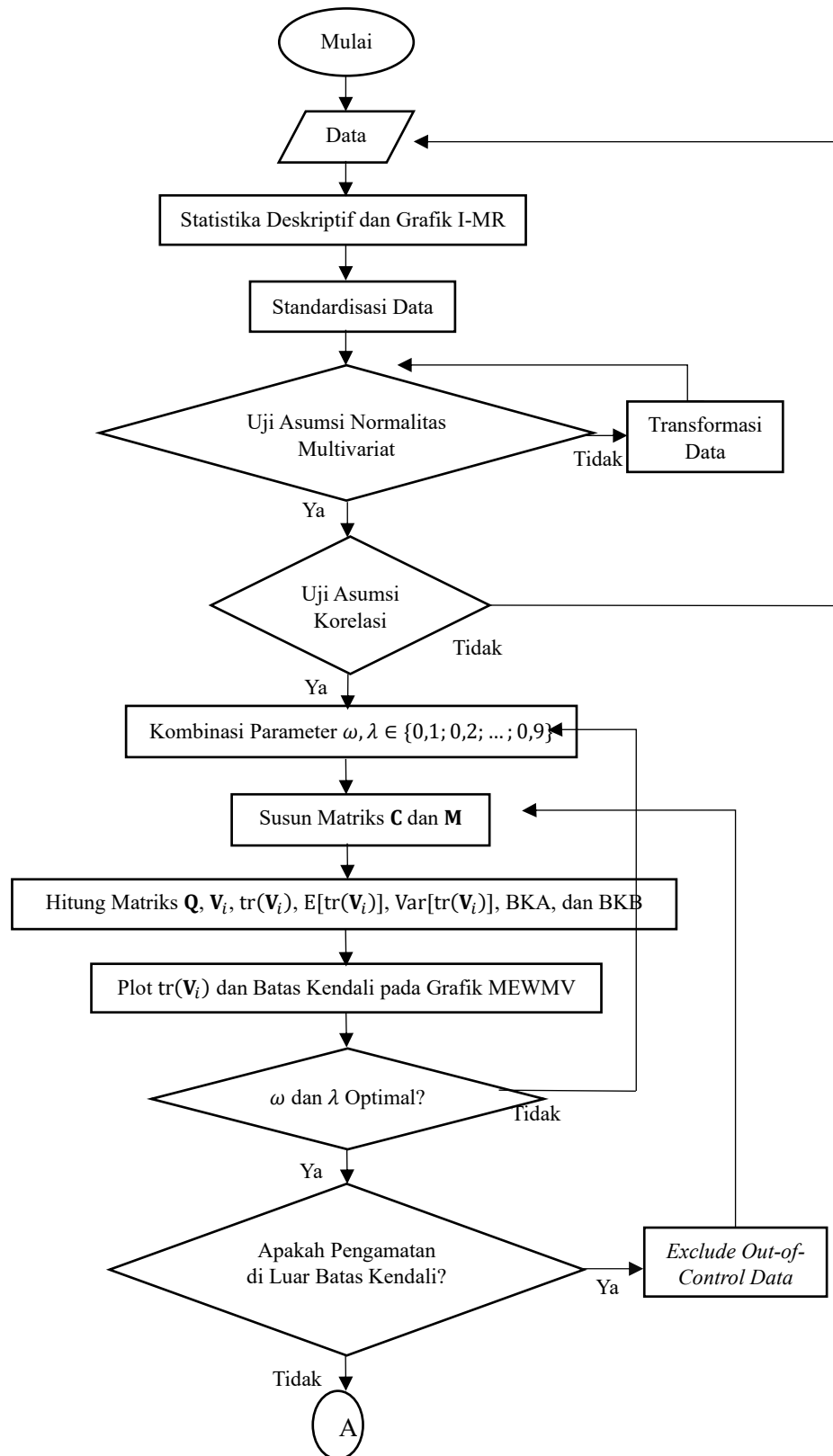
8. Penerapan grafik pengendali MEWMA pada Fase II

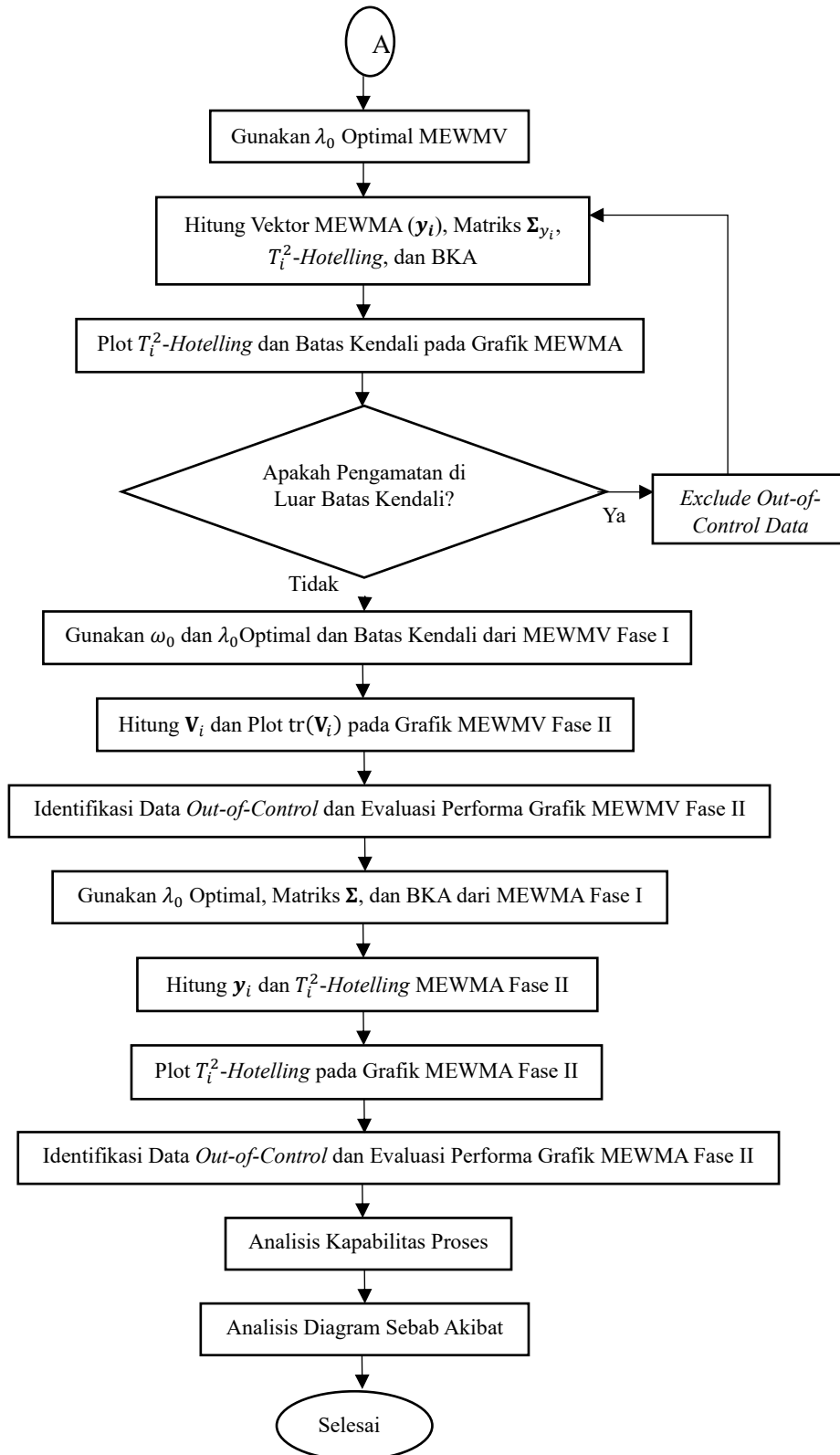
Penerapan dilakukan melalui beberapa tahapan sebagai berikut:

- a. Menggunakan nilai λ_0 optimal, matriks variansi kovariansi Σ , serta BKA yang diperoleh dari MEWMA Fase I.
- b. Menghitung vektor statistik MEWMA ($\mathbf{y}_i$) dan nilai statistik T_i^2 -Hotelling untuk setiap titik data baru atau data uji berdasarkan Persamaan (2.10).

- c. Memplot nilai T_t^2 pada grafik pengendali MEWMA.
 - d. Mengidentifikasi titik pengamatan yang berada di luar batas kendali sebagai indikasi bahwa proses berada dalam kondisi tidak terkendali.
 - e. Mengevaluasi sensitivitas grafik MEWMA terhadap penyimpangan proses.
9. Mengevaluasi kapabilitas proses dengan menggunakan indeks kapabilitas multivariat terhadap spesifikasi kualitas.
10. Melakukan analisis diagram sebab akibat untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhi kualitas dan kapabilitas proses produksi semen.

3.5 Diagram Alir Penelitian





Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif Karakteristik Kualitas Semen

Subbab ini menyajikan analisis awal terhadap karakteristik kualitas semen selama periode penelitian. Analisis dilakukan melalui statistika deskriptif untuk menggambarkan karakteristik data berdasarkan nilai rata-rata, simpangan baku, nilai minimum, dan nilai maksimum. Selain itu, *boxplot* digunakan untuk melihat pola distribusi data serta mengidentifikasi indikasi nilai ekstrem. Selanjutnya, analisis pengendalian kualitas secara univariat dilakukan menggunakan grafik I-MR untuk mengevaluasi kestabilan masing-masing parameter kualitas berdasarkan pola pengamatan proses. Temuan pada tahap ini selanjutnya digunakan untuk memperkuat interpretasi hasil analisis pengendalian kualitas multivariat.

4.1.1 Statistika Deskriptif pada Fase I

Analisis deskriptif pada Fase I dilakukan terhadap tiga karakteristik kualitas semen, yaitu SO_3 , *Blaine*, dan Residu 45 μm . Ringkasan hasil perhitungan disajikan pada Tabel 4.1, sedangkan data lengkap pengamatan dapat dilihat pada Lampiran 1.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Data pada Fase I

Karakteristik Kualitas	Rata-rata	Simpangan Baku	Minimum	Maksimum	Standar Mutu
SO_3 (%)	1,8280	0,1128	1,6475	2,0983	1,8–2,1
<i>Blaine</i> (m^2/kg)	399,3218	13,8883	377,6224	426,4311	350–500
Residu 45 μm (%)	8,8059	0,9030	7,4323	10,6429	Maks. 10

Berdasarkan Tabel 4.1, karakteristik SO_3 memiliki nilai rata-rata sebesar 1,8280% dengan simpangan baku 0,1128% atau sebesar 6,17% dari nilai rata-ratanya. Nilai minimum sebesar 1,6475% berada di bawah standar mutu 1,8–

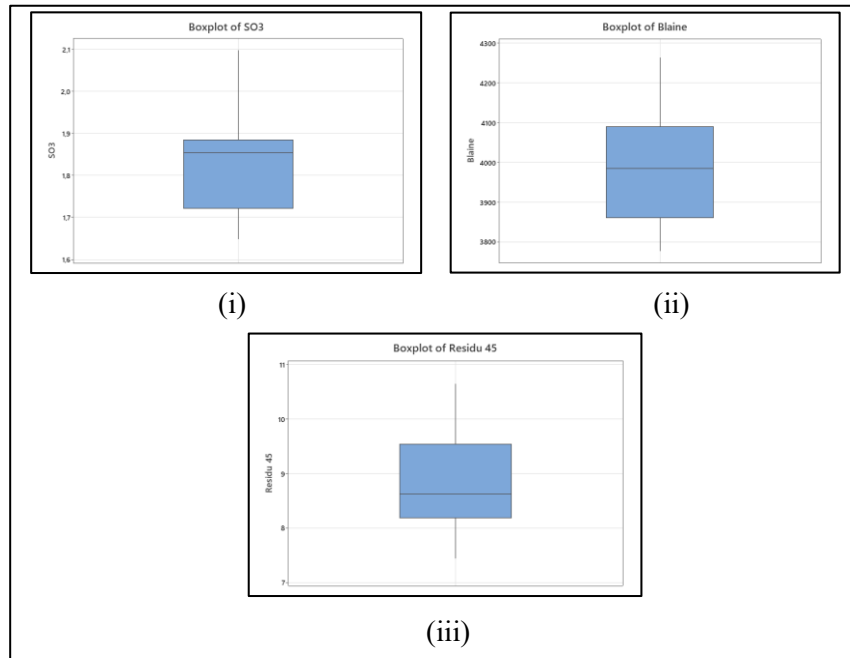
2,1%, sedangkan nilai maksimum sebesar 2,0983% masih berada dalam batas yang ditetapkan. Nilai minimum tersebut terjadi pada bulan November 2022, yaitu periode ketika durasi operasi produksi terbatas hanya berlangsung pada tanggal 23 s.d. 28 November 2022 dan terdapat penghentian sementara mesin, yang berpotensi memengaruhi kestabilan kadar SO_3 .

Karakteristik *Blaine* memiliki nilai rata-rata sebesar 399,3218 m^2/kg dengan simpangan baku 13,8883 m^2/kg atau 3,48% dari rata-rata. Seluruh nilai pengamatan berada dalam rentang standar mutu 350–500 m^2/kg , dengan nilai minimum 377,6224 m^2/kg dan maksimum 426,4311 m^2/kg . Hal ini menegaskan bahwa proses penggilingan pada Fase I berjalan stabil.

Selanjutnya, karakteristik Residu 45 μm memiliki nilai rata-rata sebesar 8,8059% dengan simpangan baku 0,9030%, setara dengan 10,25% dari rata-rata. Nilai maksimum sebesar 10,6429% sedikit melebihi batas maksimum 10%. Nilai tersebut terjadi pada bulan Januari 2022. Pada periode tersebut, unit *Finish Mill* 7 beroperasi pada rentang tanggal 20 s.d. 31 Januari 2022, namun tidak secara kontinu. Berdasarkan catatan operasional menunjukkan adanya beberapa gangguan, termasuk ketidaklancaran kinerja mesin serta penghentian proses pada beberapa *shift*.

Secara keseluruhan, meskipun terdapat beberapa nilai ekstrem yang disebabkan oleh gangguan proses dan ketidakpenuhan jam operasi pada periode tertentu, karakteristik kualitas semen pada Fase I tetap menunjukkan kecenderungan yang konsisten dan berada dalam standar mutu yang telah ditetapkan. Informasi mengenai sebaran data ketiga parameter kualitas semen

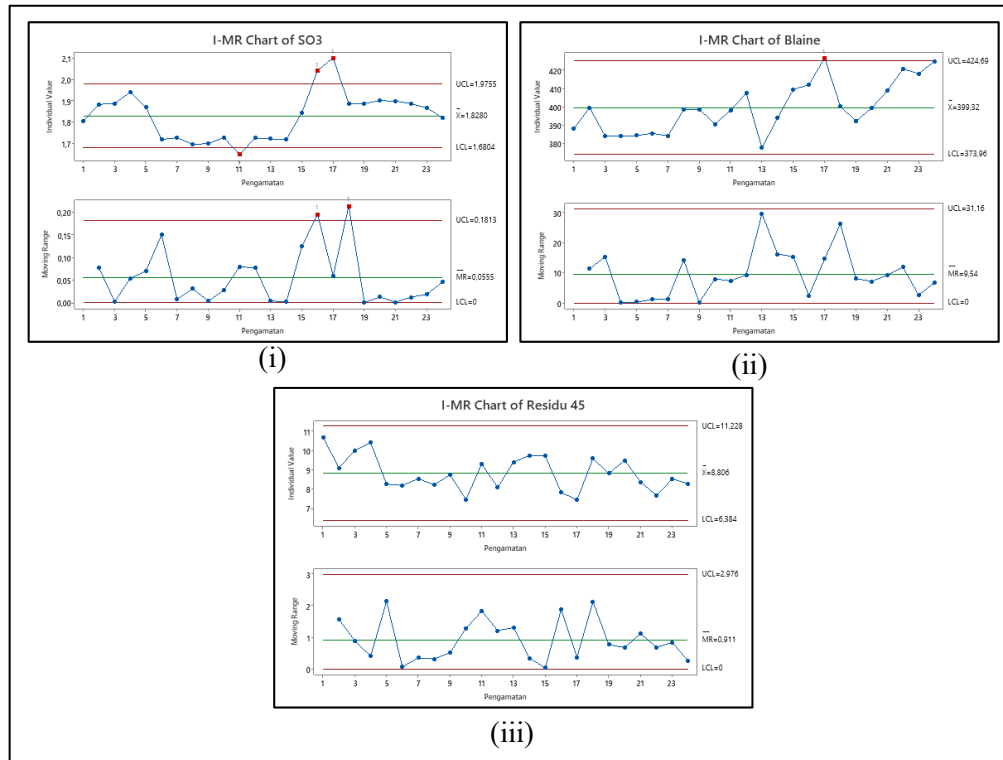
pada Fase I juga dapat dilihat pada *boxplot* di Gambar 4.1. Batas kendali masing-masing grafik dihitung berdasarkan Persamaan (2.1) dan Persamaan (2.2).



Gambar 4.1 *Boxplot* Data pada Fase I

Berdasarkan *boxplot* pada Gambar 4.1, karakteristik SO_3 menunjukkan penyebaran data yang berada di sekitar median dengan rentang yang tidak luas. Karakteristik *Blaine* memiliki penyebaran yang lebih besar dibandingkan SO_3 , sedangkan Residu 45 μm memperlihatkan pola penyebaran yang hampir serupa dengan SO_3 . Selain itu, distribusi yang paling simetris ditunjukkan oleh variabel *Blaine*, yang terlihat dari posisi median yang berada di tengah *boxplot*. Secara keseluruhan, tidak ditemukan *outlier* pada ketiga karakteristik kualitas selama periode pengamatan Fase I. Meskipun *boxplot* memberikan gambaran awal mengenai pola sebaran data dan indikasi nilai ekstrem, visualisasi tersebut belum mampu menunjukkan kestabilan proses selama pengamatan. Oleh karena itu,

analisis dilanjutkan menggunakan grafik I-MR untuk mengevaluasi kestabilan proses secara univariat yang disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Grafik Pengendali I-MR pada Data Fase I

Berdasarkan grafik I-MR pada Fase I, proses menunjukkan adanya beberapa sinyal *out-of-control* pada karakteristik kualitas semen, sehingga mengindikasikan bahwa proses belum sepenuhnya stabil secara statistik. Grafik *individual value* untuk karakteristik kualitas SO₃ menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-16 dan ke-17. Kondisi ini diperkuat oleh grafik *moving range* yang juga menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-16 dan ke-18. Hal ini menunjukkan adanya perubahan nilai SO₃ yang disertai peningkatan variasi antarpengamatan.

Untuk karakteristik kualitas *Blaine*, grafik *individual value* menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-17, sedangkan grafik *moving range*

chart tidak menunjukkan titik di luar batas kendali. Kondisi ini mengindikasikan bahwa proses mengalami perubahan pada nilai rata-ratanya, sementara variabilitas antarpengamatan masih berada dalam batas kendali.

Sementara itu, grafik *individual value* maupun grafik *moving range* pada karakteristik kualitas Residu 45 μm tidak menunjukkan adanya sinyal *out-of-control*, sehingga proses pada karakteristik ini berada dalam kondisi terkendali secara statistik.

Secara keseluruhan, hasil grafik I-MR pada Fase I menunjukkan bahwa ketidakterkendalian proses lebih dominan disebabkan oleh perubahan nilai pengamatan pada grafik *individual value*, sedangkan variasi antarpengamatan pada sebagian besar parameter masih relatif stabil, kecuali pada karakteristik kualitas SO_3 .

4.1.2 Statistika Deskriptif pada Fase II

Analisis deskriptif pada Fase II dilakukan dengan prosedur yang sama seperti pada Fase I. Ringkasan hasil perhitungan disajikan pada Tabel 4.2, sedangkan data pengamatan secara lengkap disajikan pada Lampiran 2.

Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Data pada Fase II

Karakteristik Kualitas	Rata-rata	Simpangan Baku	Minimum	Maksimum	Standar Mutu
SO_3 (%)	1,9110	0,0712	1,6840	2,0081	1,8–2,1
Blaine (m^2/kg)	419,0733	14,5976	388,6399	436,1154	350–500
Residu 45 μm (%)	8,8716	1,7930	5,8162	11,3231	Maks. 10

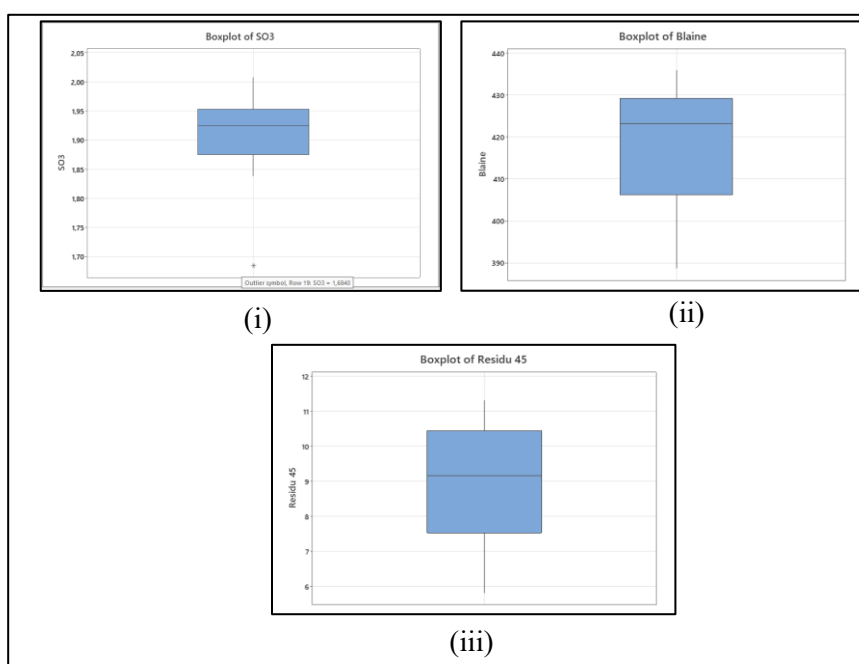
Berdasarkan Tabel 4.2, karakteristik SO_3 memiliki nilai rata-rata sebesar 1,9110% dengan simpangan baku 0,0712%. Nilai ini setara dengan 3,73% dari

rata-rata. Dibandingkan Fase I yang memiliki simpangan baku 0,1128%, terjadi penurunan absolut sebesar 0,0416%. Nilai minimum dan maksimum masing-masing sebesar 1,6840% dan 2,0081%. Nilai minimum berada di bawah batas standar mutu SO_3 , yaitu 1,8% s.d. 2,1%, sedangkan nilai maksimum masih berada dalam rentang tersebut. Nilai minimum 1,6840% terjadi pada bulan Juli 2025, yang berkaitan dengan perubahan proporsi penambahan *gypsum* pada proses *finish mill*. Temuan ini menunjukkan bahwa variasi kadar SO_3 pada Fase II cenderung lebih kecil dibandingkan Fase I, meskipun masih terdapat pengamatan yang berada di luar batas spesifikasi, sehingga pengendalian terkait penambahan *gypsum* tetap perlu diperhatikan.

Untuk karakteristik *Blaine*, nilai rata-rata sebesar 419,0733 m^2/kg dengan simpangan baku 14,5976 m^2/kg . Simpangan baku ini setara dengan 3,48% dari rata-rata. Dibandingkan Fase I yang memiliki simpangan baku sebesar 13,8883 m^2/kg , terjadi peningkatan sebesar 0,7093 m^2/kg , yang menunjukkan bahwa variasi data *Blaine* pada Fase II lebih besar dibandingkan Fase I. Meskipun demikian, seluruh nilai tersebut masih berada dalam standar kehalusan semen (350 s.d. 500 m^2/kg), dengan rentang minimum 388,6399 m^2/kg hingga maksimum 436,1154 m^2/kg .

Adapun karakteristik Residu 45 μm memiliki nilai rata-rata sebesar 8,8716% dengan simpangan baku 1,7930%. Simpangan baku ini setara dengan 20,21% dari rata-rata, meningkat dibandingkan Fase I yang sebesar 10,25%, menunjukkan peningkatan variabilitas sebesar 9,96%. Nilai minimum dan maksimum masing-masing sebesar 5,8162% dan 11,3231%. Nilai maksimum tersebut melebihi batas standar Residu 45 μm maksimum, yaitu 10%. Berdasarkan

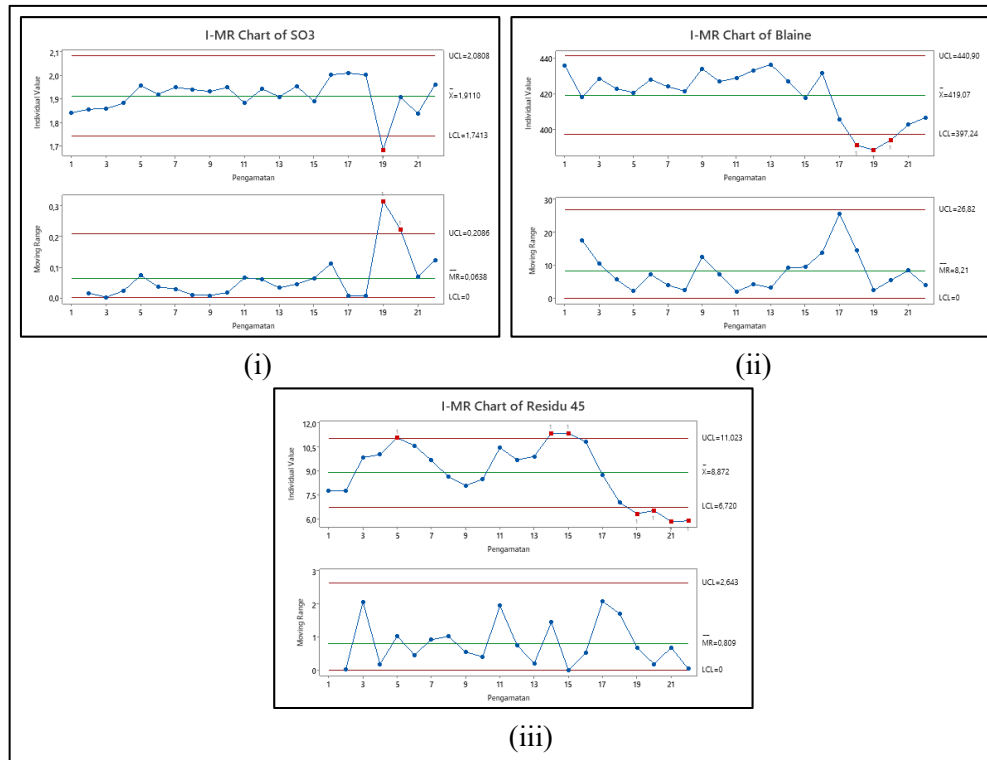
catatan operasional, nilai maksimum sebesar 11,3231% terjadi pada bulan Maret 2024, yang berkaitan dengan kondisi proses penggilingan yang kurang optimal pada tanggal 5 Maret dan terdapat beberapa *shift* yang mengalami penghentian sementara, meskipun unit tetap beroperasi selama 7 hari pada bulan tersebut untuk penggilingan semen jenis PCC. Pada hari lainnya, unit *Finish Mill 7* juga digunakan untuk penggilingan semen jenis Masonry, yang memiliki karakteristik proses berbeda dan berpotensi memengaruhi nilai Residu 45 μm . Kondisi ini menunjukkan bahwa proses pengayakan pada Fase II masih memerlukan pemantauan yang lebih intensif untuk menjaga konsistensi kualitas produk. Informasi mengenai sebaran data ketiga parameter kualitas semen pada Fase II juga dapat dilihat pada *boxplot* di Gambar 4.2.



Gambar 4.3 *Boxplot* Data pada Fase II

Visualisasi sebaran data pada Fase II melalui *boxplot* pada Gambar 4.3 memperlihatkan karakteristik yang berbeda antarkarakteristik. Karakteristik SO_3

memiliki penyebaran data yang sempit, namun terdapat satu nilai *outlier* yang mengindikasikan adanya nilai ekstrem pada pengamatan ke-19 yaitu pada bulan Juli 2025. Keberadaan *outlier* ini menunjukkan bahwa kadar SO_3 pada Fase II memiliki variasi yang lebih tinggi dibandingkan sebagian besar pengamatan lainnya. Kondisi ini berkaitan dengan perubahan proporsi penambahan *gypsum* pada tahap *Finish Mill*. Variasi dosis *gypsum* dalam proses penggilingan berpengaruh langsung terhadap kandungan SO_3 dalam produk akhir, sehingga menyebabkan fluktuasi nilai pada beberapa periode pengamatan. Karakteristik *Blaine* menunjukkan penyebaran data yang simetris dan stabil, dengan posisi median di tengah serta tidak ditemukan *outlier*. Sementara itu, karakteristik Residu 45 μm memiliki penyebaran data yang paling lebar dibandingkan kedua variabel lainnya, meskipun seluruh nilainya masih berada dalam pola sebaran yang wajar dan tidak terdapat *outlier*. Namun demikian, *boxplot* belum dapat menggambarkan kestabilan proses secara menyeluruh. Oleh karena itu, analisis dilanjutkan menggunakan diagram I-MR yang disajikan pada Gambar 4.4. Batas kendali masing-masing grafik dihitung berdasarkan Persamaan (2.1) dan Persamaan (2.2).



Gambar 4.4 Grafik Pengendali I-MR pada Data Fase II

Berdasarkan grafik I-MR pada Fase II, proses juga menunjukkan beberapa sinyal *out-of-control* yang mengindikasikan bahwa kestabilan proses belum sepenuhnya tercapai. Pada karakteristik SO_3 , grafik *individual value* menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-19, sedangkan grafik *moving range* menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-19 dan ke-20, mengindikasikan perubahan nilai rata-rata yang signifikan disertai peningkatan variabilitas antarpengamatan.

Pada karakteristik *Blaine*, grafik *individual value* menunjukkan sinyal *out-of-control* secara berurutan pada pengamatan ke-18, ke-19, dan ke-20. Namun demikian, grafik *moving range* tidak menunjukkan sinyal *out-of-control*, sehingga variabilitas antarpengamatan masih terkendali secara statistik. Berbeda dengan dua parameter sebelumnya, grafik *individual value* pada Residu 45 μm menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-5, ke-14, ke-15, ke-19,

ke-20, ke-21, dan ke-22, sedangkan grafik *moving range* tidak menunjukkan sinyal *out-of-control*, mengindikasikan bahwa ketidakstabilan bersumber dari perubahan nilai rata-rata proses.

Secara keseluruhan, Fase I menunjukkan konsistensi parameter kualitas yang relatif baik dengan variabilitas yang cenderung rendah, meskipun grafik I-MR mengidentifikasi beberapa sinyal *out-of-control* pada karakteristik SO_3 dan *Blaine*. Pada Fase II, ketiga parameter mengalami peningkatan nilai rata-rata disertai variabilitas yang lebih tinggi, yang juga tercermin dari sinyal *out-of-control* pada grafik I-MR di seluruh karakteristik kualitas. Kondisi ini mengindikasikan bahwa kestabilan proses pada Fase II lebih rendah dibandingkan Fase I, sehingga diperlukan pengendalian proses yang lebih ketat untuk mempertahankan konsistensi kualitas semen.

4.2 Standardisasi Data

Subbab ini membahas proses standardisasi data karakteristik kualitas semen yang digunakan dalam penelitian. Standardisasi data dilakukan untuk menyamakan skala antarkarakteristik kualitas yang memiliki satuan dan rentang nilai yang berbeda, sehingga data dapat dianalisis secara multivariat. Proses standardisasi dilakukan secara terpisah pada Fase I dan Fase II sesuai dengan karakteristik data pada masing-masing fase pengamatan.

4.2.1 Standardisasi Data pada Fase I

Standardisasi data dilakukan dalam penelitian ini karena setiap karakteristik memiliki satuan pengukuran yang berbeda. Proses standardisasi dilakukan menggunakan metode *z-score*, yaitu dengan mentransformasikan data ke dalam

skala baku yang memiliki nilai rata-rata sebesar 0 dan simpangan baku sebesar 1. Dengan demikian, data awal dalam penelitian ini ditransformasikan terlebih dahulu sebelum dilakukan analisis lebih lanjut.

Nilai rata-rata masing-masing karakteristik, yaitu SO_3 ($\bar{x}_1$), *Blaine* ($\bar{x}_2$), dan Residu 45 μm ($\bar{x}_3$), adalah 1,8280; 399,3218; dan 8,8059. Sementara itu, nilai simpangan baku masing-masing karakteristik, yaitu SO_3 (s_1), *Blaine* (s_2), dan Residu 45 μm (s_3), adalah 0,1128; 13,8883; dan 0,9030. Sebagai ilustrasi, berikut disajikan contoh perhitungan standardisasi data pada pengamatan pertama menggunakan nilai rata-rata dan simpangan baku masing-masing karakteristik berdasarkan Persamaan (2.3) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} z_{11} &= \frac{x_{11} - \bar{x}_1}{s_1} = \frac{1,8051 - 1,8280}{0,1128} = -0,2026 \\ z_{12} &= \frac{x_{12} - \bar{x}_2}{s_2} = \frac{388,0462 - 399,3061}{13,8883} = -0,8119 \\ z_{13} &= \frac{x_{13} - \bar{x}_3}{s_3} = \frac{10,6429 - 8,8059}{0,9030} = 2,0342 \end{aligned}$$

Hasil standardisasi data untuk seluruh karakteristik dan pengamatan dapat dilihat pada Lampiran 4. Data yang telah berada pada skala baku ini memungkinkan dilakukan analisis lanjutan tanpa dipengaruhi oleh perbedaan satuan pengukuran antarkarakteristik. Oleh karena itu, data hasil standardisasi tersebut digunakan pada tahap analisis berikutnya untuk mengevaluasi karakteristik proses pada Fase I.

4.2.2 Standardisasi Data pada Fase II

Standardisasi data pada Fase II dilakukan terhadap data pengamatan baru menggunakan metode *z-score*, sebagaimana telah dijelaskan pada Fase I. Data

yang digunakan pada fase ini ditransformasikan terlebih dahulu sebelum dilakukan analisis lebih lanjut.

Pada Fase II, diperoleh nilai rata-rata masing-masing karakteristik, yaitu SO_3 ($\bar{x}_1^*$), *Blaine* ($\bar{x}_2^*$), dan Residu 45 μm ($\bar{x}_3^*$), sebesar 1,9110; 419,0733; dan 8,8716. Sementara itu, simpangan baku masing-masing karakteristik, yaitu (s_1^*), (s_2^*), dan (s_3^*), berturut-turut sebesar 0,0712; 14,5976; dan 1,7930. Selanjutnya, nilai-nilai tersebut digunakan dalam perhitungan standardisasi data pada pengamatan pertama berdasarkan Persamaan (2.3) yang disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} z_{11}^* &= \frac{x_{11}^* - \bar{x}_1^*}{s_1^*} = \frac{1,8402 - 1,9110}{0,0712} = -0,9947 \\ z_{12}^* &= \frac{x_{12}^* - \bar{x}_2^*}{s_2^*} = \frac{435,4752 - 419,0733}{14,5976} = 1,1236 \\ z_{13}^* &= \frac{x_{13}^* - \bar{x}_3^*}{s_3^*} = \frac{7,7201 - 8,8716}{1,7930} = -0,6423 \end{aligned}$$

Rincian hasil standardisasi untuk seluruh karakteristik pada setiap pengamatan disajikan pada Lampiran 5. Proses standardisasi ini menghasilkan data dalam skala yang seragam, sehingga analisis lanjutan dapat dilakukan tanpa dipengaruhi oleh perbedaan satuan antarkarakteristik. Selanjutnya, data yang telah distandardisasi tersebut digunakan dalam tahap analisis berikutnya untuk mengevaluasi karakteristik proses pada Fase II.

4.3 Uji Asumsi Normalitas Multivariat

Uji asumsi normalitas multivariat dilakukan terhadap data karakteristik kualitas semen untuk memastikan terpenuhinya asumsi yang diperlukan sebelum analisis pengendalian kualitas multivariat dilakukan. Pengujian ini diterapkan secara terpisah pada data Fase I dan Fase II guna menyesuaikan karakteristik data pada masing-masing fase pengamatan.

4.3.1 Uji Normalitas Multivariat pada Fase I

Salah satu asumsi yang harus dipenuhi dalam pengendalian kualitas multivariat adalah asumsi normalitas multivariat. Oleh karena itu, pada tahap awal dilakukan uji normalitas multivariat untuk mengetahui apakah data Fase I mengikuti distribusi normal multivariat dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Data pengamatan berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data pengamatan tidak berdistribusi normal multivariat

Perhitungan jarak Mahalanobis kuadrat (d_i^2) memerlukan matriks variansi kovariansi dari data yang telah distandardisasi. Matriks kovariansi sampel $\mathbf{S}$ sebagaimana didefinisikan pada Persamaan (2.5), dihitung menggunakan Persamaan (2.6), sehingga diperoleh:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0,4354 & -0,1023 \\ 0,4354 & 1 & -0,4854 \\ -0,1023 & -0,4854 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Selanjutnya, matriks pada Persamaan (4.1) diinverskan untuk memperoleh:

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 1,2580 & -0,6347 & -0,1794 \\ -0,6347 & 1,6285 & 0,7255 \\ -0,1794 & 0,7225 & 1,3338 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, nilai jarak Mahalanobis kuadrat d_i^2 dihitung menggunakan Persamaan (2.4). Untuk memberikan gambaran proses perhitungan, berikut disajikan perhitungan pada pengamatan pertama:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= (\mathbf{z}_1 - \bar{\mathbf{z}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{z}_1 - \bar{\mathbf{z}}) \\ &= \left[\begin{pmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 1,2580 & -0,6347 & -0,1794 \\ -0,6347 & 1,6285 & 0,7255 \\ -0,1794 & 0,7225 & 1,3338 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{bmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -0,1045 \\ 0,2822 \\ 2,1605 \end{bmatrix} \\ &= 4,1870 \end{aligned}$$

Langkah yang sama diterapkan untuk menghitung nilai $d_2^2, d_3^2, \dots, d_{24}^2$. Hasil lengkap perhitungan disajikan pada Lampiran 6.

Pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan $p = 3$, diperoleh nilai kritis dari distribusi *Chi-square* yaitu $\chi_{0,05;3}^2 = 7,8147$. Hasil pengujian menunjukkan bahwa seluruh 24 pengamatan memiliki nilai d_i^2 yang berada di bawah nilai kritis tersebut. Dengan demikian, proporsi nilai (d_i^2) yang berada di bawah nilai kritis melebihi 95%, sehingga keputusan pengujian adalah gagal menolak H_0 . Hal ini menunjukkan bahwa data pada Fase I berdistribusi normal multivariat.

4.3.2 Uji Normalitas Multivariat pada Fase II

Sebagaimana pada Fase I, data Fase II juga diuji asumsi normalitas multivariat sebelum dilakukan pemantauan proses dengan hipotesis yang sama, yaitu:

H_0 : Data pengamatan berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data pengamatan tidak berdistribusi normal multivariat

Matriks variansi kovariansi untuk data Fase II diperoleh berdasarkan Persamaan (2.6), yang hasilnya adalah:

$$\mathbf{S}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0,2093 & 0,3113 \\ 0,2093 & 1 & 0,6577 \\ 0,3113 & 0,6577 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Mengacu pada Persamaan (4.2), invers dari matriks variansi kovariansi diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{S}^{*-1} = \begin{bmatrix} 1,1074 & -0,0089 & -0,3889 \\ -0,0089 & 1,7625 & -1,1564 \\ -0,3889 & -1,1564 & 1,8661 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, jarak Mahalanobis kuadrat d_i^2 dihitung menggunakan Persamaan (2.4). Untuk memperjelas proses perhitungan, berikut ditunjukkan perhitungan pada pengamatan pertama:

$$\begin{aligned}
 d_1^{*2} &= (\mathbf{z}_1^* - \bar{\mathbf{z}}^*)' \mathbf{S}^{*-1} (\mathbf{z}_1^* - \bar{\mathbf{z}}^*) \\
 &= \left[\begin{pmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6423 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 1,1074 & -0,0089 & -0,3889 \\ -0,0089 & 1,7625 & -1,1564 \\ -0,3889 & -1,1564 & 1,8661 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6423 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\
 &= \begin{bmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6423 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -0,8939 \\ 2,7320 \\ -2,1608 \end{bmatrix} \\
 &= 5,3461
 \end{aligned}$$

Langkah yang sama digunakan untuk menghitung nilai $d_2^{*2}, d_3^{*2}, \dots, d_{22}^{*2}$. Hasil lengkap perhitungan disajikan pada Lampiran 7.

Hasil pengujian menunjukkan bahwa dari 22 pengamatan, sebanyak 21 pengamatan memiliki nilai d_i^2 yang berada di bawah nilai kritis, sedangkan satu pengamatan, yaitu pengamatan ke-19, berada di atas nilai kritis. Dengan demikian, proporsi nilai d_i^2 yang berada di bawah nilai kritis telah melebihi 95%, sehingga keputusan pengujian adalah gagal menolak H_0 . Hal ini menunjukkan bahwa data pada Fase II berdistribusi normal multivariat.

4.4 Uji Asumsi Dependensi Variabel

Uji dependensi variabel dilakukan untuk mengetahui keterkaitan antarvariabel kualitas semen dalam analisis multivariat. Pengujian ini bertujuan untuk mengidentifikasi apakah terdapat hubungan yang signifikan di antara variabel, sehingga penerapan pengendalian kualitas multivariat dapat dilakukan secara tepat. Uji asumsi dilakukan secara terpisah pada data Fase I dan Fase II untuk menyesuaikan karakteristik masing-masing periode pengamatan.

4.4.1 Uji Dependensi Variabel pada Fase I

Setelah pengujian asumsi normalitas multivariat pada Subbab 4.3, pengujian asumsi dependensi variabel dilakukan sebagai tahap lanjutan. Pengujian ini bertujuan untuk memastikan ada atau tidaknya hubungan antarvariabel karakteristik kualitas yang diamati. Pengujian dilakukan menggunakan uji Bartlett's *Sphericity* dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (Tidak terdapat korelasi antarvariabel)

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (Terdapat korelasi antarvariabel)

Sebagai tahap awal, matriks korelasi $\mathbf{R}$ dihitung berdasarkan Persamaan (2.8). Hasil perhitungan koefisien korelasi antarvariabel kualitas semen dinyatakan dalam matriks berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0,4361 & -0,1023 \\ 0,4361 & 1 & -0,4832 \\ -0,1023 & -0,4832 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Dari matriks pada Persamaan (4.3), diperoleh nilai determinan $|\mathbf{R}| = 0,6090$. Selanjutnya, statistik uji Bartlett dihitung berdasarkan Persamaan (2.7) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= -\left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6}\right) \ln|\mathbf{R}| \\ &= -\left(24 - 1 - \frac{2(3) + 5}{6}\right) \ln(0,6090) \\ &= -(21,1667)(-0,4960) \\ &= 10,4981 \end{aligned}$$

Nilai χ^2 tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai kritis distribusi *Chi-square* pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan derajat bebas $\frac{1}{2}p(p - 1) = 3$, yaitu $\chi^2_{(0,05;3)} = 7,8147$. Karena $\chi^2_{\text{hitung}} > \chi^2_{\text{tabel}}$, maka H_0 ditolak. Dengan demikian,

dapat disimpulkan bahwa antarvariabel karakteristik kualitas semen pada Fase I saling berkorelasi.

4.4.2 Uji Dependensi Variabel pada Fase II

Setelah asumsi normalitas multivariat terpenuhi, selanjutnya dilakukan pengujian korelasi pada data Fase II. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui keberadaan hubungan antarvariabel karakteristik kualitas pada Fase II. Pengujian dilakukan menggunakan uji Bartlett's *Sphericity* dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (Tidak ada korelasi antarvariabel)

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (Terdapat korelasi antarvariabel)

Sebagai langkah awal, matriks korelasi $\mathbf{R}^*$ ditentukan menggunakan Persamaan (2.6), yang hasilnya disajikan sebagai berikut:

$$\mathbf{R}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0,2093 & 0,3113 \\ 0,2093 & 1 & 0,6577 \\ 0,3113 & 0,6577 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Mengacu pada Persamaan (4.4), determinan matriks korelasi diperoleh sebesar $|\mathbf{R}^*| = 0,5124$. Nilai statistik uji Bartlett kemudian dihitung menggunakan Persamaan (2.7), sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \chi^{*2} &= -\left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6}\right) \ln|\mathbf{R}^*| \\ &= -\left(22 - 1 - \frac{2(3) + 5}{6}\right) \ln(0,5124) \\ &= -(19,1667)(-0,6686) \\ &= 12,8158 \end{aligned}$$

Nilai χ^2 tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai kritis *Chi-square* pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan derajat bebas $\frac{1}{2}p(p - 1) = 3$, yaitu $\chi^2_{(0,05;3)} = 7,8147$. Karena nilai $\chi^2 > \chi^2_{(0,05;3)}$, maka H_0 ditolak. Dengan

demikian, dapat disimpulkan bahwa antarvariabel karakteristik kualitas semen pada Fase II saling berkorelasi.

4.5 Konstruksi Grafik Pengendali pada Fase I

Analisis pengendalian kualitas multivariat pada Fase I dilakukan dengan membangun grafik pengendali berdasarkan data historis proses. Grafik pengendali tersebut digunakan untuk mengevaluasi kestabilan awal proses sekaligus menentukan parameter pengendalian yang akan digunakan pada fase berikutnya. Dalam penelitian ini digunakan dua jenis grafik pengendali, yaitu MEWMV dan MEWMA.

4.5.1 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I

Setelah asumsi normalitas multivariat dan asumsi dependensi variabel terpenuhi, tahap selanjutnya adalah pembentukan grafik pengendali MEWMV. Pada Fase I, grafik ini digunakan untuk menentukan nilai pembobot ω dan λ yang optimal, serta mengevaluasi kestabilan proses awal.

Penentuan pembobot optimal dilakukan melalui simulasi dengan membentuk grafik pengendali MEWMV untuk berbagai kombinasi $\omega \in \{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$ dan $\lambda \in \{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$. Setiap kombinasi dievaluasi berdasarkan kemampuannya dalam mendeteksi kestabilan proses secara statistik. Kombinasi dengan kinerja terbaik kemudian dipilih sebagai pembobot optimal dan digunakan sebagai parameter tetap pada tahap berikutnya.

Untuk memperjelas prosedur perhitungan, berikut diuraikan tahapan pembentukan grafik pengendali MEWMV dengan pembobot awal $\omega = 0,1$ dan $\lambda = 0,1$. Pada pengamatan ke-1, langkah pertama adalah membentuk matriks **M**

menggunakan Persamaan (2.18). Karena $i = 1$, matriks $\mathbf{M}_1$ berukuran 1×1 , sehingga diperoleh:

$$\mathbf{M}_1 = [\lambda] = [0,1] \quad (4.5)$$

Selanjutnya, matriks $\mathbf{C}$ dibentuk menggunakan Persamaan (2.19). Untuk $i = 1$, matriks $\mathbf{C}_1$ juga berukuran 1×1 sehingga diperoleh:

$$\mathbf{C}_1 = [(1 - \omega)^{i-1}] = [(1 - 0,1)^{1-1}] = [(0,9)^0] = [1] \quad (4.6)$$

Matriks pada Persamaan (4.5) dan (4.6) kemudian digunakan untuk menghitung matriks $\mathbf{Q}$ berdasarkan Persamaan (2.21), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1 &= (\mathbf{I}_1 - \mathbf{M}_1)' \mathbf{C}_1 (\mathbf{I}_1 - \mathbf{M}_1) \\ &= (1 - \lambda)' [(1 - \omega)^{i-1}] (1 - \lambda) \\ &= (1 - 0,1)' [1] (1 - 0,1) \\ &= (0,9)' [1] (0,9) = [0,81] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Berikutnya, matriks statistik MEWMV, $\mathbf{V}_1$ dihitung menggunakan Persamaan (2.20) dengan melibatkan vektor data terstandarisasi $\mathbf{Z}_1$, yaitu:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= \mathbf{Z}_1' \mathbf{Q}_1 \mathbf{Z}_1 \\ &= \begin{bmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{bmatrix} [0,81] \begin{bmatrix} -0,2026 & -0,8119 & 2,0342 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,1641 & -0,6576 & 1,6477 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0332 & 0,1332 & -0,3338 \\ 0,1332 & 0,5339 & -1,3377 \\ -0,3338 & -1,3378 & 3,3518 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Statistik yang digunakan dalam grafik pengendali MEWMV dihitung mengacu pada Persamaan (2.22), yaitu:

$$\begin{aligned}
\text{tr}(\mathbf{V}_1) &= \text{tr}(\mathbf{Z}'_1 \mathbf{Q} \mathbf{Z}_1) \\
&= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 0,0332 & 0,1332 & -0,3338 \\ 0,1332 & 0,5339 & -1,3377 \\ -0,3338 & -1,3378 & 3,3518 \end{bmatrix} \right) \\
&= 0,0332 + 0,5339 + 3,3518 \\
&= 3,9189
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Huwang dkk. (2007) memperoleh konstanta $L = 2,7900$ melalui simulasi *Monte Carlo* untuk $p = 3$ dengan pembobot $\lambda = 0,1$ dan $\omega = 0,1$ berdasarkan target $ARL_0 \approx 370$. Nilai konstanta L bersifat spesifik terhadap kombinasi parameter tersebut, sehingga perubahan nilai p , λ , dan ω akan menghasilkan nilai L yang berbeda. Selanjutnya, batas kendali pengamatan ke-1 dihitung berdasarkan Persamaan (2.27):

$$\begin{aligned}
\text{BKA} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_1)] + L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_1)]} \\
&= p \text{tr}(\mathbf{Q}_1) + L \sqrt{2p \sum_{r=1}^1 \sum_{s=1}^1 q_{rs}^2} \\
&= (3)(0,81) + (2,7900)\sqrt{(2)(3)(0,81)^2} = 7,9656 \\
\text{BKB} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_1)] - L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_1)]} \\
&= p \text{tr}(\mathbf{Q}_1) - L \sqrt{2p \sum_{r=1}^1 \sum_{s=1}^1 q_{rs}^2} \\
&= (3)(0,81) - (2,7900)\sqrt{(2)(3)(0,81)^2} = -3,1056
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Prosedur pada Persamaan (4.5) hingga (4.10) diterapkan secara berulang untuk seluruh pengamatan pada Fase I. Sebagai ilustrasi lanjutan, perhitungan untuk pengamatan ke-2 dilakukan dengan tahapan yang sama. Untuk $i = 2$, matriks $\mathbf{M}_2$ berukuran 2×2 dan diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \lambda(1 - \lambda) & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,1(1 - 0,1) & 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, matriks $\mathbf{C}_2$ dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_2 &= \begin{bmatrix} (1-\omega)^{i-1} & 0 \\ 0 & \omega(1-\omega)^{i-2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (1-0,1)^{2-1} & 0 \\ 0 & 0,1(1-0,1)^{2-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Berdasarkan kedua matriks tersebut, matriks $\mathbf{Q}_2$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_2 &= (\mathbf{I}_2 - \mathbf{M}_2)' \mathbf{C}_2 (\mathbf{I}_2 - \mathbf{M}_2) \\
&= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix} \right)' \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix} \right) \\
&= \left(\begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ -0,09 & 0,9 \end{bmatrix} \right)' \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ -0,09 & 0,9 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,09 \\ 0 & 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,81 & 0 \\ -0,009 & 0,09 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,7298 & -0,0081 \\ -0,0081 & 0,081 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Nilai $\mathbf{V}_2$ kemudian dihitung menggunakan Persamaan (2.20), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_2 &= \mathbf{Z}_2' \mathbf{Q}_2 \mathbf{Z}_2 \\
&= \begin{bmatrix} -0,2026 & 0,4779 \\ -0,8119 & 0,0058 \\ 2,0342 & 0,3027 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,7298 & -0,0081 \\ -0,0081 & 0,081 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,2026 & -0,8119 & 2,0342 \\ 0,4779 & 0,0058 & 0,3027 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -0,2026 & 0,4779 \\ -0,8119 & 0,0058 \\ 2,0342 & 0,3027 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,1517 & -0,5926 & 1,4821 \\ 0,0404 & 0,0071 & 0,008 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0500 & 0,1234 & -0,2965 \\ 0,1234 & 0,4812 & -1,2033 \\ -0,2965 & -1,2033 & 3,0173 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Statistik yang diplot pada grafik pengendali MEWMV dinyatakan dalam bentuk:

$$\begin{aligned}
\text{tr}(\mathbf{V}_2) &= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 0,0500 & 0,1234 & -0,2965 \\ 0,1234 & 0,4812 & -1,2033 \\ -0,2965 & -1,2033 & 3,0173 \end{bmatrix} \right) \\
&= 0,0500 + 0,4812 + 3,0173 = 3,5485
\end{aligned}$$

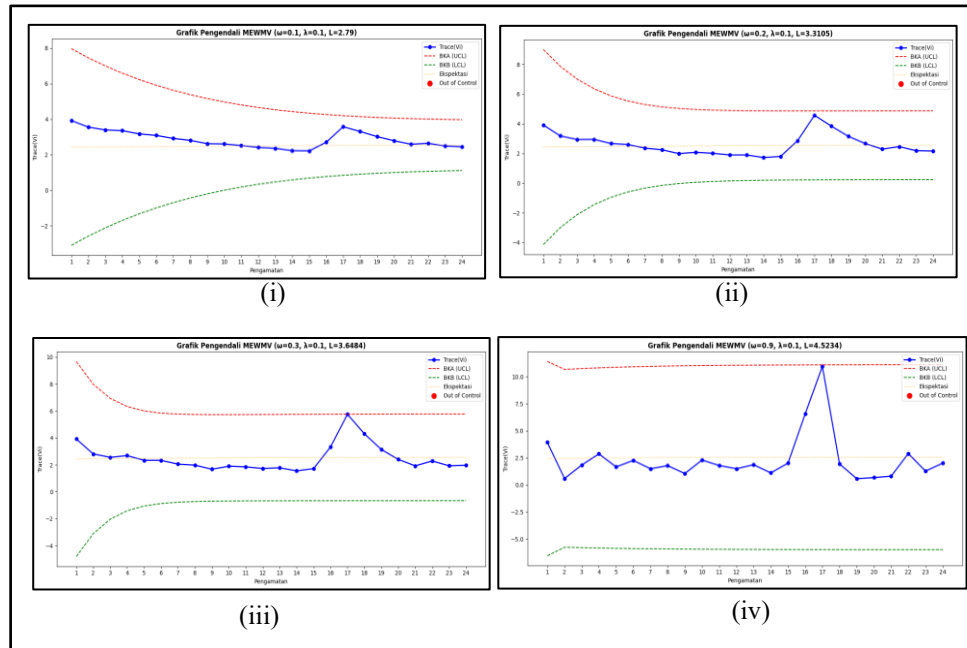
Batas kendali untuk pengamatan ke-2 diperoleh sebagai:

$$\begin{aligned}
\text{BKA} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_2)] + L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_2)]} \\
&= p \text{tr}(\mathbf{Q}_2) + L \sqrt{2p \sum_{r=1}^1 \sum_{s=1}^1 q_{rs}^2} \\
&= (3)(0,8108) + (27900)\sqrt{(2)(3)((0,7298)^2 + (-0,0081)^2 + (-0,0081)^2 + (0,081)^2)} \\
&= 7,4512
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{BKB} &= E[\text{tr}(\mathbf{V}_2)] - L\sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_2)]} \\
&= p \text{tr}(\mathbf{Q}_2) - L \sqrt{2p \sum_{r=1}^1 \sum_{s=1}^1 q_{rs}^2} \\
&= (3)(0,8108) - (2,7900)\sqrt{(2)(3)((0,7298)^2 + (-0,0081)^2 + (-0,0081)^2 + (0,081)^2)} \\
&= -2,5864
\end{aligned}$$

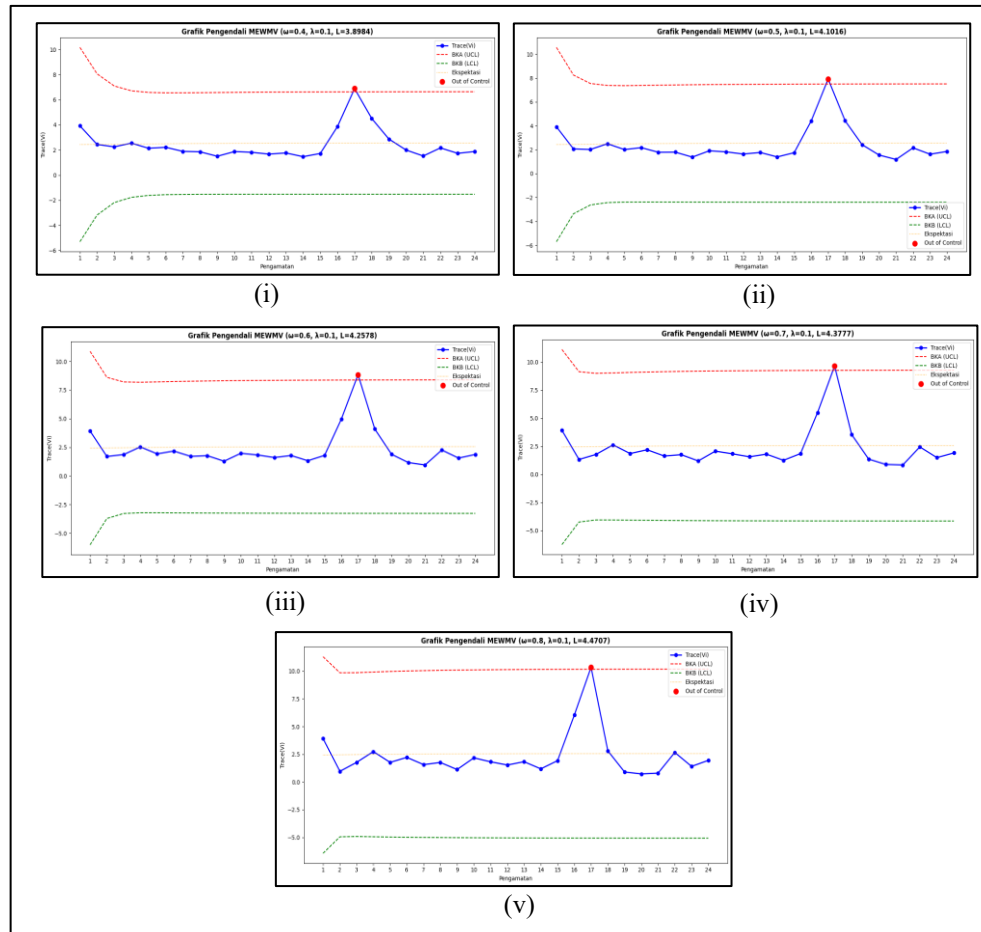
Langkah yang diterapkan hingga diperoleh nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_3), \text{tr}(\mathbf{V}_4), \dots, \text{tr}(\mathbf{V}_{24})$ untuk setiap kombinasi pembobot yang diuji. Dalam penelitian ini digunakan kombinasi pembobot $\omega \in \{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$ dan $\lambda \in \{0,1; 0,2; \dots; 0,9\}$. Untuk masing-masing kombinasi tersebut dihitung nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada 24 pengamatan.

Selanjutnya, batas kendali dihitung untuk setiap grafik pengendali MEWMV. Mengingat jumlah kombinasi yang cukup banyak, pada bagian ini hanya ditampilkan grafik yang paling representatif dalam menggambarkan perilaku proses. Pemilihan grafik yang ditampilkan didasarkan pada dua pertimbangan utama. Pertama, kombinasi dengan $\lambda = 0,1$ dipilih karena menunjukkan perilaku yang paling beragam dengan munculnya titik *out-of-control* pada beberapa nilai pembobot ω . Kedua, untuk kombinasi dengan $\lambda = 0,2; 0,3; \dots; 0,9$, seluruh 72 kombinasi menghasilkan kondisi *in-control* dengan pola yang seragam, yakni peningkatan variabilitas yang konsisten terjadi pada pengamatan ke-17 tanpa adanya titik *out-of-control*, sehingga tidak ditampilkan seluruhnya karena tidak memberikan informasi tambahan yang signifikan. Grafik pengendali MEWMV untuk kombinasi $\lambda = 0,1$ dengan $\omega = 0,1; 0,2; 0,3; 0,9$ disajikan pada Gambar 4.5, sedangkan kombinasi dengan $\omega = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$ disajikan pada Gambar 4.6. Adapun hasil lengkap perhitungan statistik dan grafik untuk seluruh 81 kombinasi pembobot disajikan pada Lampiran 8.



Gambar 4.5 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I ($\lambda = 0,1$ dengan $\omega = 0,1; 0,2; 0,3; 0,9$)

Gambar 4.5 menyajikan plot nilai $tr(V_i)$ yang merepresentasikan pergerakan variabilitas proses produksi semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk Pabrik Tuban. Secara umum, pola grafik pada keempat variasi pembobot tersebut menunjukkan karakteristik yang relatif serupa, yaitu adanya perubahan nilai variabilitas antarpengamatan yang masih berada dalam batas kendali yang ditentukan berdasarkan hasil perhitungan parameter grafik pengendali. Pada beberapa kondisi, khususnya pada pengamatan ke-17, terlihat adanya peningkatan nilai $tr(V_i)$ yang mendekati BKA, meskipun belum melewati tersebut. Hal ini menunjukkan adanya peningkatan variabilitas proses pada periode tersebut, namun secara statistik proses masih dinyatakan terkendali.



Gambar 4.6 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I ($\lambda = 0,1$ dengan $\omega = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$)

Pergerakan variabilitas yang lebih sensitif terlihat pada grafik pengendali MEWMV dengan pembobot $\omega = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$ pada $\lambda = 0,1$ sebagaimana disajikan pada Gambar 4.6. Pada variasi pembobot ini teridentifikasi satu pengamatan yang berada di atas BKA, yaitu pengamatan ke-17. Kenaikan nilai $tr(V_i)$ pada pengamatan tersebut menunjukkan adanya peningkatan variabilitas proses yang signifikan sehingga diklasifikasikan sebagai sinyal *out-of-control*.

Secara operasional, kondisi ini berkaitan dengan karakteristik proses pada Mei 2023 yang berbeda dibandingkan periode sebelumnya. Pada bulan tersebut, unit *Finish Mill 7* hanya beroperasi selama lima hari, yaitu pada tanggal 3 hingga

7 Mei 2023. Selain itu, proporsi penambahan *gypsum* pada periode tersebut relatif lebih tinggi dibandingkan bulan lainnya pada tahun 2023, yang berdampak pada meningkatnya kadar SO_3 hingga mencapai 2,0983% serta *Blaine* yang juga relatif tinggi sebesar 426,4311 m^2/kg . Pada saat yang sama, nilai Residu 45 μm pada pengamatan ke-17 justru lebih rendah dibandingkan pengamatan sebelumnya.

Perubahan simultan pada SO_3 , *Blaine*, dan Residu 45 μm menyebabkan perubahan pola variabilitas proses secara multivariat, sehingga terdeteksi sebagai sinyal *out-of-control* oleh grafik MEWMV. Temuan ini tidak tampak secara eksplisit pada grafik *moving range* univariat pada Gambar 4.2 karena seluruh titik pengamatan masih berada dalam batas kendali. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa perubahan yang terjadi tidak muncul sebagai lonjakan variabilitas pada masing-masing karakteristik secara terpisah, melainkan sebagai perubahan pola keterkaitan antarvariabel yang hanya terdeteksi melalui analisis multivariat. Oleh karena itu, pengamatan ke-17 dapat diidentifikasi sebagai *assignable cause* dan menunjukkan bahwa grafik pengendali MEWMV mampu mendeteksi ketidakkonsistenan variabilitas proses yang disebabkan oleh perubahan kondisi proses.

Setelah seluruh grafik pengendali MEWMV untuk 81 kombinasi pembobot dianalisis, tahap selanjutnya adalah pemilihan pembobot optimal. Penentuan pembobot optimal didasarkan pada dua kriteria, yaitu:

1. Banyak pengamatan yang berada di luar batas kendali pada setiap kombinasi pembobot, dan
2. Nilai selisih absolut terkecil antara BKA dan nilai maksimum $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada kombinasi yang sama.

Ringkasan hasil evaluasi pembobot pada kondisi $\lambda = 0,1$ disajikan pada Tabel 4.3.

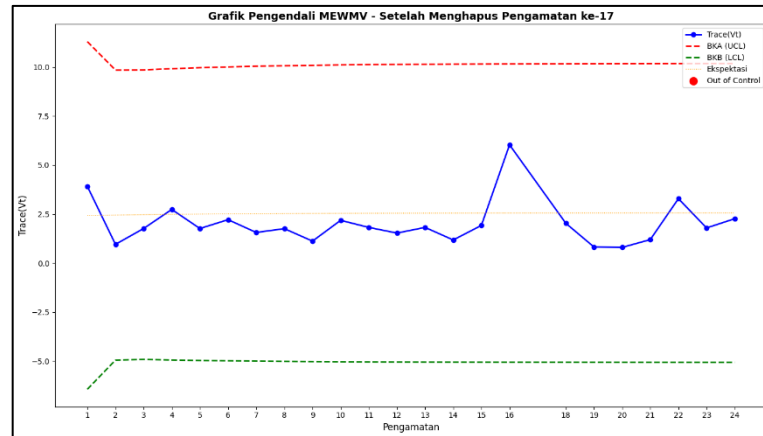
Tabel 4.3 Hasil Evaluasi Parameter Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I

ω	λ	BAK	Max tr(V_i)	BAK – Max tr(V_i)	Banyak Pengamatan Out-of-Control
0,1	0,1	7,9656	3,9189	4,0467	0
0,2	0,1	4,8625	4,5669	0,2956	0
0,3	0,1	5,7575	5,7536	0,0039	0
0,4	0,1	6,6273	6,8856	0,2583	1
0,5	0,1	7,5001	7,9165	0,4166	1
0,6	0,1	8,3731	8,8385	0,4654	1
0,7	0,1	9,2575	9,6484	0,3917	1
0,8	0,1	10,1687	10,3494	0,1807	1
0,9	0,1	11,0865	10,9398	0,1467	0

Berdasarkan Tabel 4.3, kombinasi pembobot $\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,1$ dipilih sebagai pembobot optimal. Pemilihan ini didasarkan pada kemampuannya dalam mendeteksi adanya sinyal *out-of-control* serta menghasilkan selisih absolut antara BAK dan nilai maksimum tr(V_i) yang relatif kecil dibandingkan kombinasi lainnya. Kombinasi ini menunjukkan keseimbangan antara sensitivitas deteksi dan kestabilan grafik pengendali.

Hasil pemantauan pada Gambar 4.4 menunjukkan adanya satu pengamatan yang berada di luar batas kendali, yaitu pengamatan ke-17, sehingga diklasifikasikan sebagai sinyal *out-of-control*. Pengamatan tersebut kemudian dikeluarkan dari analisis agar parameter proses yang diperoleh benar-benar merepresentasikan kondisi proses yang stabil.

Setelah pengecualian titik *out-of-control*, dilakukan pemantauan ulang menggunakan pembobot optimal yang sama, yaitu $\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,1$. Grafik hasil pemantauan ulang disajikan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase I Setelah Penghapusan Pengamatan ke-17 ($\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,1$)

Gambar 4.7 menyajikan plot nilai $tr(\mathbf{V}_i)$ setelah pengamatan ke-17 yang teridentifikasi sebagai *out-of-control* dikeluarkan dari analisis. Berdasarkan grafik tersebut, seluruh nilai $tr(\mathbf{V}_i)$ berada di dalam batas kendali. Nilai lengkap statistik $tr(\mathbf{V}_i)$ setelah penghapusan pengamatan ke-17 disajikan pada Lampiran 9. Secara umum, pola grafik menunjukkan tingkat variabilitas antarpengamatan yang relatif stabil dan tidak mengindikasikan adanya penyimpangan yang signifikan. Hal ini mengonfirmasi bahwa setelah pengeluaran pengamatan yang mengandung *assignable cause*, proses produksi telah berada dalam kondisi terkendali secara statistik.

Dengan demikian, data yang tersisa dapat dianggap merepresentasikan kondisi proses yang stabil dan homogen. Parameter yang diperoleh pada tahap ini selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam pembentukan grafik pengendali MEWMV pada Fase II.

4.5.2 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase I

Tahap ini bertujuan untuk membangun dan mengevaluasi grafik pengendali MEWMA Fase I guna memeriksa kestabilan rata-rata proses berdasarkan data historis. Berbeda dengan grafik pengendali MEWMV Fase I yang berfokus pada evaluasi perubahan variabilitas proses serta pemilihan kombinasi pembobot optimal, pada tahap ini tidak dilakukan pemilihan pembobot baru. Grafik MEWMA dibangun menggunakan kombinasi pembobot optimal hasil MEWMV Fase I, yaitu $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$.

Sebagai ilustrasi, perhitungan statistik MEWMA untuk pengamatan pertama diawali dengan menghitung vektor MEWMA. Vektor tersebut dihitung menggunakan Persamaan (2.9), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \lambda \mathbf{z}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{y}_0 \\ &= 0,1 \begin{pmatrix} -0,2026 \\ -0,8119 \\ 2,0342 \end{pmatrix} + (1 - 0,1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0203 \\ -0,0812 \\ 0,2034 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Matriks variansi kovariansi dari data yang berada dalam kondisi *in-control* pada MEWMV Fase I dinyatakan sebagai:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,7734 & 0,2334 & 0,0658 \\ 0,2334 & 0,8647 & -0,3666 \\ 0,0658 & -0,3666 & 0,9357 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Selanjutnya, matriks kovariansi MEWMA untuk pengamatan pertama dihitung menggunakan Persamaan (2.12), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{y}_1} &= \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \mathbf{\Sigma} \\ &= \frac{0,1}{2 - 0,1} [1 - (1 - 0,1)^{2(1)}] \begin{bmatrix} 0,7734 & 0,2334 & 0,0658 \\ 0,2334 & 0,8647 & -0,3666 \\ 0,0658 & -0,3666 & 0,9357 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0077 & 0,0023 & 0,0007 \\ 0,0023 & 0,0087 & -0,0036 \\ 0,0007 & -0,0036 & 0,0094 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

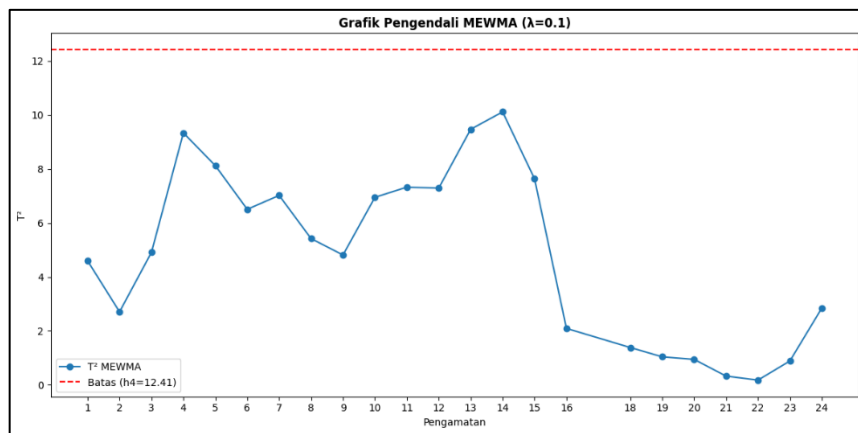
Matriks pada Persamaan (4.13) kemudian diinverskan untuk memperoleh:

$$\Sigma_{y_1}^{-1} = \begin{bmatrix} 148,0716 & -53,2185 & -31,1455 \\ -53,2185 & 157,4627 & 65,0687 \\ -31,1455 & 65,0687 & 134,402 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Statistik MEWMA untuk pengamatan pertama dihitung menggunakan Persamaan (2.10), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} T_1^2 &= \mathbf{y}_1' \Sigma_{y_1}^{-1} \mathbf{y}_1 \\ &= \begin{pmatrix} -0,0203 \\ -0,0812 \\ 0,2034 \end{pmatrix}' \begin{bmatrix} 148,0716 & -53,2185 & -31,1455 \\ -53,2185 & 157,4627 & 65,0687 \\ -31,1455 & 65,0687 & 134,402 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -0,0203 \\ -0,0812 \\ 0,2034 \end{pmatrix} \\ &= 4,5927 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Prosedur perhitungan yang diuraikan pada Persamaan (4.11) sampai dengan (4.15) dilakukan secara berulang untuk setiap pengamatan, sehingga diperoleh statistik $T_2^2, T_3^2, \dots, T_{23}^2$. Hasil perhitungan tersebut kemudian diplot pada grafik pengendali MEWMA Fase I yang ditampilkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase I ($\lambda_0 = 0,1$)

Berdasarkan Gambar 4.8, ditampilkan nilai statistik T_i^2 untuk setiap pengamatan yang dianalisis menggunakan pembobot optimal $\lambda_0 = 0,1$. Pada grafik tersebut, batas kendali atas (h_4) ditetapkan sebesar 12,41 (Bodden & Rigdon, 1999) sebagai acuan untuk mendeteksi adanya sinyal penyimpangan dalam proses. Seluruh titik pengamatan berada di dalam batas kendali dan tidak

terdapat nilai yang melampaui batas kendali atas. Nilai lengkap statistik T_i^2 untuk setiap pengamatan disajikan pada Lampiran 10.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa hasil pemantauan menggunakan grafik MEWMA Fase I menunjukkan bahwa proses berada dalam keadaan stabil dan terkendali secara statistik. Kondisi ini menunjukkan bahwa parameter pembobot $\lambda_0 = 0,1$ sudah sesuai dan dapat diterapkan untuk pemantauan proses pada tahap berikutnya, yaitu Fase II.

4.6 Penerapan Grafik Pengendali pada Fase II

Setelah parameter pengendalian ditetapkan pada Fase I, tahap selanjutnya dalam analisis pengendalian kualitas multivariat adalah penerapan grafik pengendali pada Fase II. Pada fase ini, grafik pengendali digunakan untuk memantau kinerja proses dan mendeteksi adanya perubahan karakteristik proses secara berkelanjutan. Oleh karena itu, pada subbab ini disajikan penyusunan grafik pengendali MEWMV dan MEWMA untuk data Fase II.

4.6.1 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase II

Fase II mencakup data periode Januari 2024 hingga Oktober 2025. Grafik pengendali MEWMV pada fase ini dibangun menggunakan parameter optimal yang diperoleh dari Fase I, yaitu $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$. Parameter tersebut diperoleh dari Fase I setelah proses dinyatakan terkendali secara statistik, sehingga telah mencerminkan kondisi variabilitas proses yang stabil. Batas kendali yang digunakan juga merupakan hasil estimasi dari Fase I, sehingga evaluasi kestabilan proses pada Fase II mengacu pada batas kendali tersebut.

Prosedur perhitungan statistik MEWMV pada Fase II dilakukan dengan tahapan yang sama seperti pada Fase I, dengan menggunakan parameter optimal $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$. Untuk memperjelas proses perhitungan, berikut ditunjukkan perhitungan pada dua pengamatan pertama. Untuk pengamatan pertama ($i = 1$), matriks $\mathbf{M}_1^*$ dan $\mathbf{C}_1^*$ dibentuk menggunakan Persamaan (2.18) dan (2.19), sehingga diperoleh:

$$\mathbf{M}_1^* = [\lambda_0] = [0,1]$$

$$\mathbf{C}_1^* = [(1 - \omega_0)^{i-1}] = [(1 - 0,8)^{1-1}] = [(0,2)^0] = [1]$$

Kedua matriks tersebut selanjutnya digunakan untuk menghitung matriks $\mathbf{Q}_1^*$ berdasarkan Persamaan (2.21), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_1^* &= (\mathbf{I}_1 - \mathbf{M}_1^*)' \mathbf{C}_1^* (\mathbf{I}_1 - \mathbf{M}_1^*) \\ &= (1 - \lambda_0)' [(1 - \omega_0)^{i-1}] (1 - \lambda_0) \\ &= (1 - 0,1)' [1] (1 - 0,1) \\ &= (0,9)' [1] (0,9) = [0,81]\end{aligned}$$

Matriks $\mathbf{V}_1^*$ untuk pengamatan pertama dihitung menggunakan Persamaan (2.20), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1^* &= \mathbf{Z}^{*'} \mathbf{Q}_1^* \mathbf{Z}^* \\ &= \begin{bmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6423 \end{bmatrix} [0,81] \begin{bmatrix} -0,9947 & 1,1236 & -0,6423 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6423 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,8057 & 0,9101 & -0,5203 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,8015 & -0,9053 & 0,5175 \\ -0,9053 & 1,0226 & -0,5845 \\ 0,5175 & -0,5845 & 0,3341 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Statistik yang diplot pada grafik pengendali MEWMV dihitung mengacu pada Persamaan (2.22), yaitu:

$$\begin{aligned}\text{tr}(\mathbf{V}_1^*) &= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 0,8015 & -0,9053 & 0,5175 \\ -0,9053 & 1,0226 & -0,5845 \\ 0,5175 & -0,5845 & 0,3341 \end{bmatrix} \right) \\ &= 0,8015 + 1,0226 + 0,3341 = 2,1582\end{aligned}$$

Untuk pengamatan kedua ($i = 2$), matriks $\mathbf{M}_2^*$ dan $\mathbf{C}_2^*$ dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_2^* &= \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 \\ \lambda_0(1 - \lambda_0) & \lambda_0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,1(1 - 0,1) & 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_2^* &= \begin{bmatrix} (1 - \omega_0)^{i-1} & 0 \\ 0 & \omega_0(1 - \omega_0)^{i-2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (1 - 0,8)^{2-1} & 0 \\ 0 & 0,8(1 - 0,8)^{2-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,8 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Berdasarkan kedua matriks tersebut, matriks $\mathbf{Q}_2^*$ dihitung menggunakan

Persamaan (2.21), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_2^* &= (\mathbf{I}_2 - \mathbf{M}_2^*)' \mathbf{C}_2^* (\mathbf{I}_2 - \mathbf{M}_2^*) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix} \right)' \begin{bmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,8 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0,09 & 0,1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ -0,09 & 0,9 \end{bmatrix} \right)' \begin{bmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ -0,09 & 0,9 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,9 & -0,09 \\ 0 & 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,18 & 0 \\ -0,0072 & 0,72 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,16845 & -0,0648 \\ -0,0648 & 0,648 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Selanjutnya, matriks $\mathbf{V}_2^*$ dihitung menggunakan Persamaan (2.20), sehingga diperoleh:

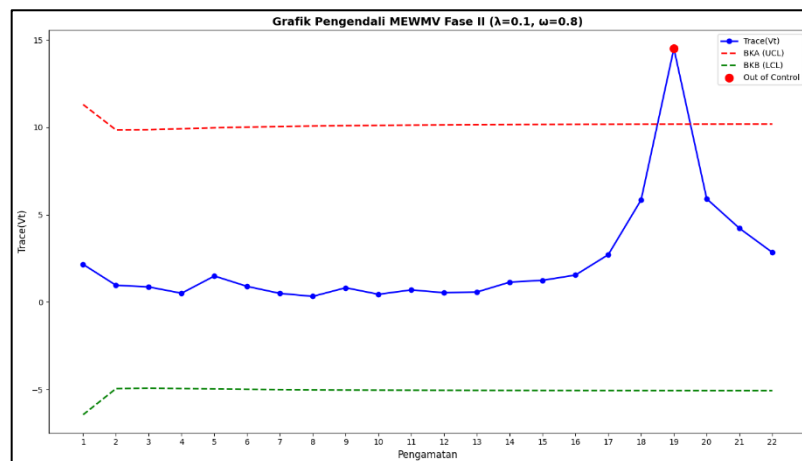
$$\begin{aligned}\mathbf{V}_2^* &= \mathbf{Z}_2^{*'} \mathbf{Q}_2^* \mathbf{Z}_2^* \\ &= \begin{bmatrix} -0,9947 & -0,7798 \\ 1,1236 & -0,085 \\ -0,6423 & -0,6305 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,16845 & -0,0648 \\ -0,0648 & 0,648 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,9947 & 1,1236 & -0,6423 \\ -0,7798 & -0,085 & -0,6305 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,9947 & -0,7798 \\ 1,1236 & -0,085 \\ -0,6423 & -0,6305 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,117 & 0,1948 & -0,0673 \\ -0,4409 & -0,1279 & -0,3669 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,4603 & -0,094 & 0,3531 \\ -0,094 & 0,2297 & -0,0444 \\ 0,3531 & -0,0444 & 0,2746 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Statistik yang diplot pada grafik pengendali MEWMV dinyatakan dalam bentuk:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}_2^*) &= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 0,4603 & -0,094 & 0,3531 \\ -0,094 & 0,2297 & -0,0444 \\ 0,3531 & -0,0444 & 0,2746 \end{bmatrix} \right) \\ &= 0,4602 + 0,2297 + 0,2746 = 0,9646 \end{aligned}$$

Langkah yang sama diterapkan untuk menghitung $\text{tr}(\mathbf{V}_3^*), \text{tr}(\mathbf{V}_4^*), \dots, \text{tr}(\mathbf{V}_{22}^*)$.

Seluruh nilai statistik tersebut kemudian diplot pada grafik pengendali MEWMV Fase II dengan menggunakan batas kendali yang telah diperoleh dari Fase I. Hasil pemantauan disajikan pada Gambar 4.9. Nilai lengkap statistik $\text{tr}(\mathbf{V}_i^*)$ untuk seluruh pengamatan disajikan pada Lampiran 11.



Gambar 4.9 Grafik Pengendali MEWMV pada Fase II ($\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$)

Berdasarkan Gambar 4.9, terdapat satu pengamatan yang berada di luar batas kendali atas, yaitu pengamatan ke-19 (Juli 2025). Adanya sinyal *out-of-control* tersebut mengindikasikan bahwa proses penggilingan semen pada unit *Finish Mill 7* selama Fase II belum sepenuhnya terkendali dari sisi variabilitas, meskipun sebagian besar pengamatan lainnya berada dalam batas kendali.

Jika ditinjau berdasarkan urutan pengamatan pada Fase II, khususnya pengamatan ke-14 hingga ke-18, terlihat adanya perubahan karakteristik proses

yang cukup signifikan. Nilai Residu 45 μm yang tinggi pada pengamatan ke-14 hingga ke-16 (di atas 10%) menunjukkan kecenderungan menurun secara bertahap hingga mencapai nilai 6,3112% pada pengamatan ke-19. Penurunan ini juga diikuti oleh nilai *Blaine* yang menunjukkan kecenderungan menurun pada periode yang sama. Selain itu, pada pengamatan ke-19 terjadi penurunan nilai SO_3 yang cukup drastis dibandingkan pengamatan sebelumnya, yaitu dari 2,00% menjadi 1,6840%. Perubahan yang terjadi secara bersamaan pada ketiga variabel tersebut mengindikasikan adanya pergeseran pola variasi proses pada bagian akhir Fase II.

Selain itu, pengamatan ke-19 juga teridentifikasi sebagai *outlier* pada analisis *boxplot* (Gambar 4.3), yang terutama dipengaruhi oleh penurunan nilai SO_3 yang cukup drastis dibandingkan pengamatan lainnya. Namun demikian, dalam konteks grafik pengendali MEWMV, kondisi *out-of-control* tidak hanya ditentukan oleh nilai ekstrem pada masing-masing variabel, melainkan oleh perubahan pola variabilitas multivariat yang mempertimbangkan hubungan antarvariabel secara simultan.

Hasil tersebut konsisten dengan indikasi awal pada grafik I-MR (Gambar 4.4), khususnya pada grafik *moving range* karakteristik kualitas SO_3 yang menunjukkan sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-19 dan ke-20. Kondisi ini menunjukkan adanya peningkatan variasi antarpengamatan pada karakteristik SO_3 yang terjadi bersamaan dengan perubahan pada karakteristik kualitas *Blaine* dan Residu 45 μm , sehingga membentuk pola keterkaitan antarvariabel yang terdeteksi melalui analisis multivariat. Oleh karena itu, sinyal *out-of-control* pada

pengamatan ke-19 mencerminkan adanya ketidakkonsistenan pola sebaran data secara keseluruhan dan dapat diidentifikasi sebagai *assignable cause*.

4.6.2 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase II

Pemantauan kestabilan rata-rata proses pada Fase II dilakukan menggunakan grafik pengendali MEWMA dengan parameter $\lambda_0 = 0,1$ yang diperoleh dari Fase I. Data yang digunakan mencakup periode Januari 2024 hingga Oktober 2025. Sebagai ilustrasi, perhitungan statistik MEWMA untuk pengamatan pertama disajikan sebagai berikut. Untuk pengamatan pertama ($i = 1$), vektor MEWMA dihitung berdasarkan Persamaan (2.9) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1^* &= \lambda z_1^* + (1 - \lambda)y_0^* \\ &= 0,1 \begin{pmatrix} -0,9947 \\ 1,1236 \\ -0,6422 \end{pmatrix} + 0,9 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0995 \\ 0,1124 \\ -0,0642 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Matriks variansi kovariansi data *in-control* yang digunakan adalah hasil estimasi dari Fase I, yaitu matriks Σ pada Persamaan (4.12). Selanjutnya, matriks kovariansi MEWMA untuk pengamatan pertama dihitung menggunakan Persamaan (2.12) dengan hasil yang sama seperti pada Persamaan (4.16), yaitu:

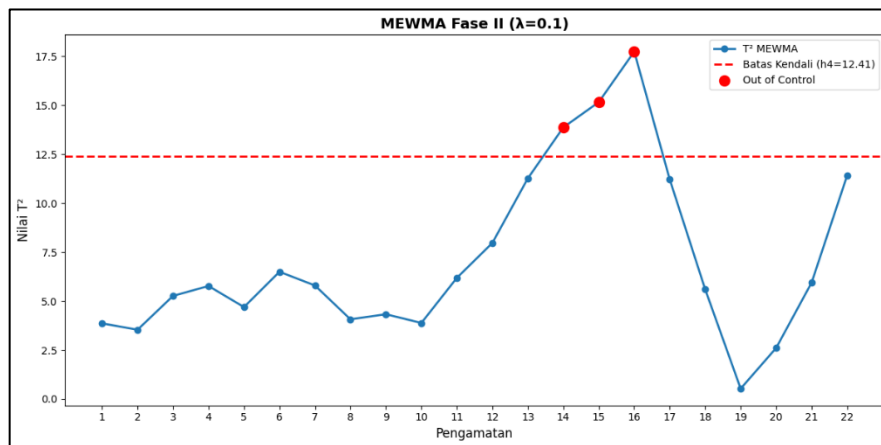
$$\begin{aligned} \Sigma_{y_1^*} &= \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \\ &= \frac{0,1}{2 - 0,1} [1 - (1 - 0,1)^{2(1)}] \begin{bmatrix} 0,7734 & 0,2334 & 0,0658 \\ 0,2334 & 0,8647 & -0,3666 \\ 0,0658 & -0,3666 & 0,9357 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0077 & 0,0023 & 0,0007 \\ 0,0023 & 0,0087 & -0,0036 \\ 0,0007 & -0,0036 & 0,0094 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Matriks tersebut kemudian diinverskan (hasilnya sesuai dengan Persamaan (2.19) atau dapat merujuk pada perhitungan di Fase I), sehingga diperoleh $\Sigma_{y_1^*}^{-1}$. Statistik

MEWMA untuk pengamatan pertama dihitung menggunakan Persamaan (2.10):

$$\begin{aligned}
T_1^{*2} &= \mathbf{y}_1^{*'} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}_1^*}^{-1} \mathbf{y}_1^* \\
&= \begin{pmatrix} -0,0995 \\ 0,1124 \\ -0,0642 \end{pmatrix}' \begin{bmatrix} 148,072 & -53,2185 & -31,1455 \\ -53,2185 & 157,463 & 65,0687 \\ -31,1455 & 65,0687 & 134,402 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -0,0995 \\ 0,1124 \\ -0,0642 \end{pmatrix} \\
&= 3,8601
\end{aligned}$$

Langkah perhitungan yang sama diterapkan untuk seluruh pengamatan, dan nilai-nilai statistik yang diperoleh kemudian diplot pada grafik pengendali MEWMA Fase II dengan batas kendali atas $h_4 = 12,41$ yang diperoleh dari Fase I. Hasil pemantauan disajikan pada Gambar 4.10 dan secara lengkap nilai T_2^{*2} hingga T_{22}^{*2} dapat dilihat pada Lampiran 12.



Gambar 4.10 Grafik Pengendali MEWMA pada Fase II ($\lambda_0 = 0,1$)

Berdasarkan Gambar 4.10, teridentifikasi tiga pengamatan yang berada di atas batas kendali, yaitu pengamatan ke-14 (Februari 2025), ke-15 (Maret 2025), dan ke-16 (April 2025). Ketiga sinyal *out-of-control* tersebut mengindikasikan adanya pergeseran pada rata-rata proses pada periode akhir Fase II. Munculnya sinyal secara berurutan pada tiga pengamatan tersebut menunjukkan adanya pergeseran proses yang berlangsung secara bertahap dan terakumulasi

antarpengamatan, sehingga mengindikasikan perubahan proses yang terjadi secara konsisten.

Kondisi tersebut sejalan dengan hasil grafik I-MR pada Gambar 4.4 yang menunjukkan sinyal *out-of-control* pada *individual chart* karakteristik Residu 45 μm pada pengamatan ke-14 dan ke-15. Pada periode yang sama, nilai SO_3 dan *Blaine* juga menunjukkan perubahan antarpengamatan meskipun masih berada dalam batas kendali univariat. Pola perubahan yang terjadi secara bersamaan pada beberapa karakteristik tersebut mengindikasikan adanya pergeseran kondisi proses. Grafik MEWMA mengonfirmasi bahwa akumulasi perubahan tersebut terdeteksi sebagai pergeseran rata-rata proses secara multivariat.

Peningkatan nilai statistik MEWMA sudah mulai teridentifikasi sejak pengamatan ke-11 (November 2024), yang ditunjukkan oleh kecenderungan kenaikan nilai Residu 45 μm hingga melebihi batas spesifikasi maksimum 10%, yaitu sebesar 10,4192%. Setelah itu, nilai Residu 45 μm pada pengamatan ke-12 dan ke-13 masing-masing sebesar 9,6630% dan 9,8747%, yang menunjukkan bahwa meskipun tidak mengalami peningkatan secara konsisten, nilai tersebut masih berada pada tingkat yang relatif tinggi. Pada saat yang sama, nilai *Blaine* juga menunjukkan kecenderungan meningkat, yang mengindikasikan adanya perubahan bertahap pada karakteristik kehalusan semen. Meskipun pada periode tersebut belum terdeteksi sinyal *out-of-control*, pola kenaikan ini terus terakumulasi hingga akhirnya memicu sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-14 dan ke-15, dengan nilai Residu 45 μm masing-masing sebesar 11,3231% dan 11,3188%, yang keduanya melebihi batas spesifikasi maksimum 10%. Kondisi ini masih berlanjut pada pengamatan ke-16 dengan nilai sebesar 10,7880%, yang

juga berada di atas batas spesifikasi. Pada periode yang sama, nilai *Blaine* pada ketiga pengamatan tersebut menunjukkan variasi, dengan nilai tertinggi terjadi pada pengamatan ke-16 sebesar 431,2349 m²/kg, dibandingkan dengan pengamatan ke-14 dan pengamatan ke-15. Meskipun seluruh nilai *Blaine* masih berada dalam rentang spesifikasi, variasi ini turut berkontribusi terhadap pembentukan sinyal *out-of-control* secara multivariat.

Sejalan dengan kondisi tersebut, tingginya nilai Residu 45 µm yang melebihi batas spesifikasi maksimum 10% berdampak pada penurunan kehalusan semen, yang berpotensi memengaruhi karakteristik hidrasi dan kekuatan mekanis beton (Taylor, 1997). Nilai Residu 45 µm yang tinggi, umumnya disebabkan oleh proses penggilingan yang kurang optimal, seperti penurunan efisiensi *mill* serta ketidakstabilan laju umpan material.

Selain itu, pada pengamatan ke-16 terjadi peningkatan nilai SO₃ sebesar 2,0081%. Meskipun nilai tersebut masih berada dalam rentang spesifikasi mutu yang ditetapkan (1,8% s.d. 2,1%), peningkatan ini tetap berkontribusi terhadap perubahan karakteristik proses. Hal ini menunjukkan bahwa sinyal *out-of-control* yang terdeteksi oleh MEWMA tidak selalu disebabkan oleh pelanggaran batas spesifikasi, melainkan oleh adanya pergeseran rata-rata proses secara multivariat. Secara operasional, kadar SO₃ dalam semen berkaitan dengan jumlah penambahan *gypsum* yang berfungsi untuk mengontrol waktu pengikatan (*setting time*). Kadar SO₃ yang terlalu rendah dapat menyebabkan proses pengikatan berlangsung terlalu cepat (*flash set*) sehingga menurunkan kemudahan pengerjaan dan berpotensi memengaruhi kualitas akhir produk. Sebaliknya, kadar SO₃ yang melebihi kebutuhan optimum dapat menimbulkan ketidaknormalan dalam proses

pengikatan serta berpotensi memengaruhi kestabilan produk (Taylor, 1997). Oleh karena itu, pengendalian kadar SO_3 menjadi penting untuk menjaga konsistensi karakteristik semen, terutama karena perubahan kecil pada kadar SO_3 dapat berkontribusi terhadap pergeseran kondisi proses yang terdeteksi secara statistik. Oleh karena itu, meskipun nilai SO_3 pada pengamatan ke-16 masih berada dalam batas spesifikasi, perubahan relatif terhadap kondisi sebelumnya tetap dapat memicu pergeseran rata-rata proses yang terdeteksi secara statistik.

Kombinasi antara tingginya nilai Residu $45\ \mu\text{m}$, perubahan kadar SO_3 , serta variasi nilai *Blaine* pada periode tersebut menyebabkan pergeseran rata-rata proses yang terdeteksi oleh MEWMA sebagai sinyal *out-of-control*. Sensitivitas metode MEWMA terhadap perubahan kecil yang terjadi secara bertahap dan terus terakumulasi dari satu pengamatan ke pengamatan berikutnya menyebabkan ketiga pengamatan tersebut teridentifikasi sebagai sinyal *out-of-control* secara berurutan. Hal ini menunjukkan bahwa MEWMA efektif dalam menangkap pergeseran rata-rata proses yang terjadi secara bertahap.

Secara keseluruhan, hasil analisis menunjukkan bahwa proses penggilingan semen pada Fase II belum sepenuhnya berada dalam kondisi terkendali secara statistik. Grafik pengendali MEWMV mendeteksi adanya sinyal *out-of-control* pada pengamatan ke-19 (Juli 2025), yang mengindikasikan ketidakstabilan variabilitas proses pada periode tersebut. Selain itu, grafik pengendali MEWMA menunjukkan adanya pergeseran rata-rata proses yang terjadi secara bertahap pada periode Februari hingga April 2025, ditandai dengan tingginya nilai Residu $45\ \mu\text{m}$ pada pengamatan ke-14 hingga ke-16 serta peningkatan kadar SO_3 pada pengamatan ke-16. Kedua kondisi tersebut mengindikasikan bahwa proses belum

stabil baik dari sisi variabilitas maupun rata-rata proses, sehingga diperlukan evaluasi lebih lanjut terhadap kemampuan proses dalam memenuhi batas spesifikasi.

4.7 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses dilakukan untuk mengevaluasi kemampuan proses penggilingan semen dalam memenuhi batas spesifikasi yang telah ditetapkan perusahaan. Analisis ini menggunakan data Fase II periode Januari 2024 hingga Oktober 2025 dengan mempertimbangkan hasil pemantauan grafik pengendali multivariat. Grafik MEWMV dan MEWMA pada Fase II sama-sama menunjukkan sinyal *out-of-control*, yang mengindikasikan bahwa variabilitas maupun rata-rata proses belum terkendali secara statistik. Karena proses belum sepenuhnya berada dalam kondisi terkendali secara statistik, digunakan indeks kinerja P_{pk} yang mempertimbangkan variasi keseluruhan proses tanpa mensyaratkan kestabilan proses.

Indeks P_{pk} digunakan untuk mengevaluasi kemampuan aktual proses dalam memenuhi batas spesifikasi dengan mempertimbangkan posisi rata-rata proses serta variasi keseluruhan data. Semakin besar nilai P_{pk} , maka kemampuan proses dalam memenuhi spesifikasi semakin baik. Secara umum, proses dikatakan kapabel apabila nilai $P_{pk} > 1,33$.

Perhitungan dilakukan secara univariat untuk setiap karakteristik kualitas. Untuk variabel SO_3 (X_1), dengan rata-rata sebesar 1,911% dan simpangan baku 0,0712%, diperoleh:

$$P_{pk}(X_1) = \min\{P_{pu}(X_1); P_{pl}(X_1)\}$$

$$\begin{aligned}
&= \min \left\{ \frac{USL - \bar{x}_1^*}{3s_1^*}; \frac{\bar{x}_1^* - LSL}{3s_1^*} \right\} \\
&= \min \left\{ \frac{2,1 - 1,911}{3(0,0712)}; \frac{1,911 - 1,8}{3(0,0712)} \right\} \\
&= \min\{0,8849; 0,5197\} = 0,5197
\end{aligned}$$

Nilai P_{pk} untuk karakteristik SO_3 berada di bawah kriteria kapabilitas umum sebesar 1,33, sehingga menunjukkan bahwa proses belum kapabel. Nilai tersebut menunjukkan bahwa rata-rata proses SO_3 cenderung lebih dekat terhadap batas spesifikasi bawah dibandingkan batas spesifikasi atas. Selain itu, variasi proses yang relatif besar menyebabkan penyebaran data mendekati batas spesifikasi, sehingga proses belum mampu memenuhi spesifikasi secara konsisten.

Untuk variabel *Blaine* (X_2), dengan rata-rata sebesar 419,0733 m²/kg dan simpangan baku 14,5976 m²/kg, diperoleh:

$$\begin{aligned}
P_{pk}(X_2) &= \min\{P_{pu}(X_2); P_{pl}(X_2)\} \\
&= \min \left\{ \frac{USL - \bar{x}_2^*}{3s_2^*}; \frac{\bar{x}_2^* - LSL}{3s_2^*} \right\} \\
&= \min \left\{ \frac{500 - 419,0733}{3(14,5976)}; \frac{419,0733 - 350}{3(14,5976)} \right\} \\
&= \min\{1,8479; 1,5773\} = 1,5773
\end{aligned}$$

Nilai P_{pk} untuk karakteristik *Blaine* berada di atas kriteria kapabilitas umum sebesar 1,33, sehingga menunjukkan bahwa proses telah kapabel. Nilai tersebut menunjukkan bahwa rata-rata proses *Blaine* masih berada dalam rentang spesifikasi dengan variasi proses yang relatif kecil, sehingga proses mampu memenuhi spesifikasi secara konsisten.

Untuk variabel Residu 45 μm (X_3), dengan rata-rata 8,8716% dan simpangan baku 1,793%, serta hanya memiliki batas spesifikasi atas, diperoleh:

$$P_{pk}(X_3) = P_{pu}(X_3)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{USL - \bar{x}_3^*}{3s_3^*} \\
&= \frac{10 - 8,8716}{3(1,793)} \\
&= 0,2098
\end{aligned}$$

Nilai P_{pk} yang rendah mengindikasikan bahwa proses pada karakteristik Residu 45 μm belum mampu memenuhi batas spesifikasi secara konsisten. Hal ini terlihat dari beberapa pengamatan yang melebihi USL, yaitu pada pengamatan ke-5, ke-6, ke-11, ke-14, ke-15, dan ke-16.

Meskipun perhitungan dilakukan secara univariat pada masing-masing karakteristik kualitas, evaluasi kapabilitas proses secara keseluruhan perlu mempertimbangkan seluruh karakteristik kualitas secara simultan. Oleh karena itu, dilakukan perhitungan indeks kinerja multivariat menggunakan nilai MP_{pk} yang dihitung melalui rata-rata geometrik nilai P_{pk} setiap karakteristik kualitas sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
MP_{pk} &= \left(\prod_{k=1}^3 P_{pk}(X_k) \right)^{\frac{1}{3}} \\
&= \left(P_{pk}(X_1) \times P_{pk}(X_2) \times P_{pk}(X_3) \right)^{\frac{1}{3}} \\
&= \left((0,5197)(1,5773)(0,2098) \right)^{\frac{1}{3}} = 0,556
\end{aligned}$$

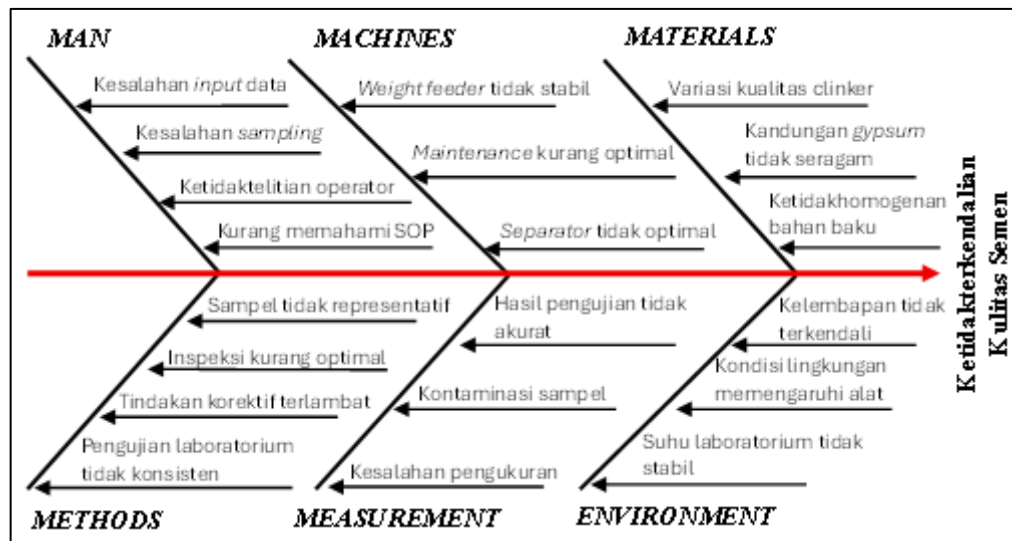
Nilai MP_{pk} berada di bawah kriteria kapabilitas umum sebesar 1,33, sehingga menunjukkan bahwa proses penggilingan semen secara keseluruhan belum kapabel dalam memenuhi spesifikasi secara konsisten. Rendahnya nilai kapabilitas tersebut terutama dipengaruhi oleh karakteristik SO_3 dan Residu 45 μm yang memiliki nilai P_{pk} relatif kecil dibandingkan karakteristik *Blaine*. Kondisi ini menunjukkan bahwa penyebaran data pada karakteristik SO_3 dan Residu 45 μm masih relatif besar

terhadap rentang spesifikasi yang tersedia, sehingga meningkatkan kemungkinan ketidaksesuaian produk secara simultan.

Temuan tersebut sejalan dengan hasil pengendalian MEWMV dan MEWMA Fase II yang menunjukkan adanya ketidakstabilan variabilitas dan rata-rata proses selama periode pengamatan. Hal tersebut menunjukkan bahwa rendahnya kapabilitas proses dipengaruhi oleh proses yang belum terpusat secara optimal terhadap spesifikasi serta masih tingginya variasi proses pada beberapa periode pengamatan. Dengan demikian, upaya perbaikan perlu difokuskan pada pengendalian proporsi *gypsum* serta peningkatan konsistensi proses penggilingan untuk mengurangi variabilitas proses dan meningkatkan kemampuan proses dalam memenuhi spesifikasi secara konsisten.

4.8 Analisis Penyebab dengan Diagram Sebab Akibat

Diagram sebab akibat digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor penyebab utama (akar permasalahan) yang berkontribusi terhadap terjadinya suatu permasalahan dalam proses. Berdasarkan hasil observasi lapangan dan diskusi dengan pihak perusahaan, proses penggilingan semen pada unit *Finish Mill 7* masih menunjukkan ketidaksesuaian terhadap standar yang ditetapkan. Oleh karena itu, dilakukan identifikasi faktor-faktor penyebab ketidakterkendalian proses yang hasilnya disajikan pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 Diagram Sebab Akibat Ketidakterkendalian Karakteristik Kualitas Semen

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa ketidakterkendalian karakteristik kualitas semen dipengaruhi oleh berbagai faktor berdasarkan pendekatan 5M+1E, yaitu *man*, *machine*, *material*, *method*, *measurement*, dan *environment*. Hasil identifikasi menunjukkan bahwa faktor-faktor tersebut berkontribusi terhadap munculnya variasi proses sehingga proses belum mampu memenuhi spesifikasi secara konsisten. Secara umum, ketidakterkendalian proses dipengaruhi oleh kombinasi beberapa faktor yang saling berkaitan, baik yang berasal dari proses produksi, pengukuran kualitas, maupun kondisi lingkungan kerja. Oleh karena itu, hasil analisis diagram sebab akibat ini digunakan sebagai dasar dalam penyusunan usulan perbaikan proses pada unit *Finish Mill 7*.

4.9 Kajian Hasil Penelitian dengan Islam

Penelitian ini tidak hanya berhenti pada analisis statistik, tetapi juga berupaya merenungkan nilai-nilai Islam yang mendasari pentingnya pengendalian kualitas. Penerapan metode MEWMV dan MEWMA di PT Semen Indonesia Pabrik Tuban

merupakan bentuk pengamalan ilmu, sebagaimana kaidah yang disampaikan di awal bahwa ilmu tanpa amal bagaikan pohon tanpa buah.

Dalam QS. al-A'raf ayat 85, Allah memerintahkan untuk menyempurnakan takaran dan tidak merugikan hak orang lain. Dalam konteks industri, "takaran" tidak hanya berarti kuantitas, tetapi juga kualitas produk yang harus sesuai standar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses produksi dapat dipantau dan terdeteksi jika terjadi penyimpangan. Adanya sinyal yang teridentifikasi dalam pemantauan menjadi pengingat bahwa menjaga konsistensi mutu adalah bentuk ikhtiar untuk menyempurnakan hak konsumen. Deteksi dini terhadap potensi penyimpangan memungkinkan perusahaan segera melakukan perbaikan, sehingga produk yang diterima konsumen tetap sesuai dengan yang dijanjikan.

Senada dengan hal tersebut, QS. al-Muthaffifin ayat 1 s.d. 3 memberikan peringatan keras terhadap praktik curang, termasuk dalam memberikan takaran yang tidak sesuai. Dalam konteks produksi, kecurangan tidak selalu disengaja, tetapi bisa juga akibat ketidakmampuan proses menjaga konsistensi mutu. Hasil evaluasi menunjukkan bahwa proses produksi masih memiliki keterbatasan dalam memenuhi spesifikasi secara konsisten. Kondisi ini menjadi cerminan bahwa upaya untuk mencapai kesempurnaan harus terus dilakukan. Bagi perusahaan, temuan ini bukan sekadar angka statistik, melainkan sebuah evaluasi diri agar senantiasa meningkatkan kualitas dan menghindari potensi kerugian pada konsumen. Hal ini sejalan dengan semangat Islam yang mendorong umatnya untuk terus memperbaiki diri dalam setiap amal perbuatan.

Dengan demikian, integrasi nilai-nilai Islam dalam penelitian ini menegaskan bahwa pengendalian kualitas merupakan bagian dari upaya menyempurnakan

amanah sebagaimana diajarkan dalam QS. al-A'raf ayat 85. Penerapan metode MEWMV dan MEWMA membantu perusahaan dalam mendeteksi dini potensi penyimpangan, sehingga kualitas produk dapat terus dijaga dan hak konsumen terpenuhi. Hal ini sejalan dengan semangat QS. al-Muthaffifin ayat 1 s.d. 3 yang mendorong kejujuran dan keadilan dalam setiap transaksi, sekaligus menjadi pengingat bahwa menjaga mutu adalah bentuk ibadah dan tanggung jawab moral kepada sesama.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijelaskan pada BAB IV, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Penerapan grafik pengendali MEWMV dan MEWMA dengan kombinasi pembobot optimal $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$ menunjukkan bahwa pada Fase I proses berada dalam kondisi terkendali setelah satu pengamatan *out-of-control* yang berkaitan dengan penghentian produksi dan *start-up* mesin dikeluarkan. Pada Fase II, grafik MEWMV menunjukkan adanya sinyal *out-of-control* pada Juli 2025, sehingga mengindikasikan bahwa proses belum sepenuhnya terkendali secara statistik. Kondisi ini berkaitan dengan perubahan simultan pada nilai SO_3 , *Blaine*, dan Residu 45 μm pada pengamatan ke-19, yang mencerminkan adanya perubahan pola variabilitas multivariat. Sementara itu, grafik MEWMA mendeteksi adanya pergeseran rata-rata proses yang terjadi secara bertahap dan terakumulasi, yang ditunjukkan oleh sinyal *out-of-control* berturut-turut pada Februari hingga April 2025. Pergeseran tersebut berkaitan dengan tingginya nilai Residu 45 μm pada periode sebelumnya serta perubahan kadar SO_3 yang memengaruhi karakteristik proses secara keseluruhan.
2. Hasil analisis kapabilitas proses pada Fase II menunjukkan bahwa proses penggilingan semen belum kapabel secara multivariat karena nilai $MP_{pk} < 1,33$. Rendahnya kapabilitas proses terutama dipengaruhi oleh karakteristik SO_3 dan Residu 45 μm yang memiliki nilai P_{pk} relatif rendah. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa proses belum mampu memenuhi spesifikasi secara

konsisten akibat rata-rata proses yang belum optimal dan variabilitas proses yang masih tinggi.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijelaskan pada penelitian ini, peneliti memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Bagi perusahaan, hasil penelitian ini dapat dijadikan dasar untuk menerapkan grafik pengendali MEWMV dan MEWMA sebagai alat pemantauan proses produksi semen PCC. Nilai parameter pembobot eksponensial optimal yang diperoleh dalam penelitian ini, yaitu $\omega_0 = 0,8$ dan $\lambda_0 = 0,1$, dapat digunakan sebagai acuan awal dalam pemantauan proses, namun tetap perlu dievaluasi dan disesuaikan secara berkala sesuai dengan dinamika proses produksi. Selain itu, perlu dilakukan pengendalian yang lebih ketat terhadap proporsi penambahan *gypsum* untuk mengurangi fluktuasi kadar SO_3 , serta pengurangan variabilitas pada proses penggilingan melalui perawatan dan kalibrasi alat secara berkala.
2. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk mempertimbangkan penambahan variabel karakteristik kualitas maupun parameter proses lainnya yang relevan, guna memperoleh gambaran yang lebih komprehensif mengenai kondisi proses. Selain itu, dapat dilakukan analisis lanjutan untuk mengidentifikasi variabel yang paling berpengaruh terhadap kualitas produk secara lebih mendalam.

3. Penelitian selanjutnya juga dapat mengombinasikan metode pengendalian kualitas statistik dengan pendekatan berbasis *machine learning* untuk prediksi dan diagnosis penyebab sinyal *out-of-control* secara lebih cepat dan tepat.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Ghazali, A. H. (2018). *Ayyuhal Walad (Wahai Anakku yang Tercinta)*. Khazanah Banjariah.
- Anggraeni, L. I. (2017). Analisis Pengendalian Kualitas Statistika Produk Semen Tipe PPC Di PT. Semen Gresik (Persero) Tbk (Tugas akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember). Perpustakaan Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Bakar, A. A., Maria Tinungki, G., & Tri Herdiani, E. (2022). Monitoring Variability Process Of Water Quality PDAM Tirta Je'ne'berang Using MEWMV Control Chart. *International Journal of Research Publications*, 110(1), 362–372. <https://doi.org/10.47119/ijrp10011011020223955>.
- Bartlett, M. S. (1954). A Note on the Multiplying Factors for Various χ^2 Approximations. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 16(2), 296–298. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1954.tb00174.x>.
- Bersimis, S., Psarakis, S., & Panaretos, J. (2007). Control Charts : An Overview. *November 2006*, 517–543. <https://doi.org/10.1002/qre>.
- Bodden, K. M., & Rigdon, S. E. (1999). A Program for Approximating the In-Control ARL for the MEWMA Chart. *Journal of Quality Technology*, 31(1), 120–123. <https://doi.org/10.1080/00224065.1999.11979902>.
- BPS. (2025). *Ekonomi Indonesia Triwulan I-2025 Tumbuh 4,87 Persen (Y-on-Y). Ekonomi Indonesia Triwulan I-2025 Terkontraksi 0,98 Persen (Q-to-Q)*. BPS. Diakses pada 28 Oktober 2025, dari <https://www.bps.go.id/assets/pressrelease/2025/05/05/2431/ekonomi-indonesia-triwulan-i-2025-tumbuh-4-87-persen--y-on-y---ekonomi-indonesia-triwulan-i-2025-terkontraksi-0-98-persen--q-to-q--.html>.
- Gentle, J. E. (2007). *Matrix Algebra: Theory, Computations, and Applications in Statistics*. Springer.
- Hogg, R. V., Tanis, E. A., & Zimmerman, D. L. (2015). *Probability and Statistical Inference* (9th ed.). Pearson Education, Inc.
- Huwang, L., Yeh, A. B., & Wu, C. W. (2007). Monitoring Multivariate Process Variability For Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, 39(3), 258–278. <https://doi.org/10.1080/00224065.2007.11917692>.
- Jannah, M., Ramadhani, E., & Siregar, L. R. (2023). Penerapan Bagan Pengendali MEWMA-MEWMV pada Pengendalian Kualitas Lulusan Prodi Statistika FMIPA Universitas Syiah Kuala. *Inferensi*, 6(1), 73. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v6i1.14457>.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Pearson Prentice Hall. In *Pearson Prentice Hall*.

- Junior, R. de F. (2011). *Desempenho de índices de capacidade de processos multivariados: Uma comparação de índices via simulação* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Kementerian Agama. (2022). *Al-Quran dan Terjemahannya*. Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Quran Badan Litbang Diklat Kementerian Agama RI.
- Kotz, S. & Johnson, N. (1993). *Process Capability Indices*. Chapman & Hall.
- Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. (1992). A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Technometrics*, 34(1), 46–53. <https://doi.org/10.2307/1269551>.
- Mediatama, G. (2024). *Sediakan Green Cement Untuk Proyek IKN, Semen Indonesia (SIG) Gandeng Bina Karya*. kontan.co.id. Diakses pada 22 November 2025, dari <https://industri.kontan.co.id/news/sediakan-green-cement-untuk-proyek-ikn-semen-indonesia-sig-gandeng-bina-karya>.
- Montgomery, D. C. (2013). *Statistical Quality Control, 7th Edition*.
- Morrison, D. F. (2005). *Multivariate Statistical Methods by Donald F. Morrison (z-lib.org).pdf* (pp. 1–480).
- Raissi, S. (2009). Multivariate Process Capability Indices on the Presence of Priority for Quality Characteristics. *Journal of Industrial Engineering International*, 5, 27–36.
- Saputra, D., & Renilaili, R. (2019). Pengendalian Mutu Produk Semen Melalui Pendekatan *Statistical Quality Control* (SQC) (Studi Kasus Di PT. Semen Baturaja). *Integrasi: Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 4(1), 24. <https://doi.org/10.32502/js.v4i1.2095>.
- SIG. (2025). Laporan Tahunan 2024: *Shaping a Strong Future Through Perseverance*. PT Semen Indonesia (Persero) Tbk
- Simanjutak, M. H. (2024). *SIG dorong penggunaan semen hijau untuk pembangunan IKN*. Antara News. Diakses 22 November 2025, dari <https://www.antaranews.com/berita/4247295/sig-dorong-penggunaan-semen-hijau-untuk-pembangunan-ikn>.
- Stoumbos, Z. G., & Sullivan, J. H. (2002). Robustness to non-normality of the multivariate EWMA control chart. *Journal of Quality Technology*, 34(3), 260–276. <https://doi.org/10.1080/00224065.2002.11980157>.
- Sukmawati, R. A., & Wijayaningrum, T. N. (2024). Analisis Pengendalian Kualitas Semen di PT X Menggunakan Metode Peta Pengendali I-MR. *Indonesian Journal of Humanities and Sosial Sciences*, 5(2), 889–902.
- Sulistiawanti, N., Ahsan, M., & Khusna, H. (2023). Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) and Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV) Chart Based on Residual XGBoost Regression for Monitoring Water Quality. *Engineering Letters*, 31(3), 1001–1008.

- Taylor, H. F. W. (1997). *Cement chemistry* (2nd ed.). Thomas Telford.
- Urdan, T. C. (2001). *Statistics in Plain English* (1st ed.). Psychology Press.
- Wooluru, Y., D.R., S., & Nagesh, P. (2014). The Process Capability Analysis - A Tool for Process Performance Measures and Metrics - A Case Study. *International Journal for Quality Research*, 8, 399–416.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Konstanta untuk Membentuk Grafik Pengendali Variabel

n	A_2	D_3	D_4	d_2
2	1,880	0,000	3,267	1,128
3	1,023	0,000	2,574	1,693
4	0,729	0,000	2,282	2,059
5	0,577	0,000	2,114	2,326
6	0,483	0,000	2,004	2,534
7	0,419	0,076	1,924	2,704
8	0,373	0,136	1,864	2,847
9	0,337	0,184	1,816	2,970
10	0,308	0,223	1,777	3,078

Lampiran 2. Data Fase I

Pengamatan	Bulan	$SO_3 (X_1)$	$Blaine (X_2)$	Residu 45 $\mu m (X_3)$
1	Jan-22	1,8051	388,0462	10,6429
2	Feb-22	1,8819	399,4023	9,0792
3	Mar-22	1,8847	384,0575	9,9682
4	Apr-22	1,9388	383,9795	10,372
5	May-22	1,8682	384,3166	8,2406
6	Jun-22	1,7181	385,4745	8,1739
7	Jul-22	1,7262	384,0748	8,5216
8	Aug-22	1,6950	398,3406	8,2063
9	Sep-22	1,6991	398,5487	8,7249
10	Oct-22	1,7269	390,5306	7,4486
11	Nov-22	1,6475	397,8891	9,2826
12	Dec-22	1,7250	407,2443	8,0707
13	Jan-23	1,7207	377,6224	9,3773
14	Feb-23	1,7184	393,8825	9,7196
15	Mar-23	1,8433	409,2923	9,6878
16	Apr-23	2,0388	411,7751	7,8047
17	May-23	2,0983	426,4311	7,4323
18	Jun-23	1,8845	400,1991	9,5565
19	Jul-23	1,8857	392,0874	8,7897
20	Aug-23	1,8986	399,2834	9,4657
21	Sep-23	1,8971	408,5385	8,3487
22	Oct-23	1,8844	420,4425	7,6657
23	Nov-23	1,8655	417,7874	8,5040
24	Dec-23	1,8194	424,4768	8,2573

Lampiran 3. Data Fase II

Pengamatan	Bulan	SO ₃ (X_1)	Blaine (X_2)	Residu 45 μ m (X_3)
1	Jan-24	1,8402	435,4752	7,7201
2	Feb-24	1,8555	417,8320	7,7411
3	Mar-24	1,8580	428,3531	9,8050
4	Apr-24	1,8808	422,6653	9,9946
5	May-24	1,9543	420,4973	11,0252
6	Jun-24	1,9187	427,7602	10,5568
7	Jul-24	1,9481	423,7625	9,6297
8	Aug-24	1,9385	421,2544	8,6044
9	Sep-24	1,9305	433,8337	8,0555
10	Oct-24	1,9476	426,5782	8,4677
11	Nov-24	1,8815	428,6516	10,4192
12	Dec-24	1,9412	432,9256	9,6630
13	Jan-25	1,9081	436,1154	9,8747
14	Feb-25	1,9529	426,7922	11,3231
15	Mar-25	1,8885	417,3190	11,3188
16	Apr-25	2,0008	431,2349	10,7880
17	May-25	2,0081	405,5641	8,7029
18	Jun-25	2,0001	391,0971	6,9968
19	Jul-25	1,6840	388,6399	6,3112
20	Aug-25	1,9069	394,1346	6,5022
21	Sep-25	1,8377	402,5784	5,8162
22	Oct-25	1,9605	406,5478	5,8597

Lampiran 4. Data Fase I yang Terstandarisasi

Pengamatan	SO ₃ (Z_1)	Blaine (Z_2)	Residu 45 μ m (Z_3)
1	-0,2026	-0,8119	2,0342
2	0,4779	0,0058	0,3027
3	0,5027	-1,0991	1,2871
4	0,9822	-1,1047	1,7342
5	0,3565	-1,0804	-0,6259
6	-0,9736	-0,9971	-0,6998
7	-0,9018	-1,0978	-0,3148
8	-1,1783	-0,0706	-0,6639
9	-1,1420	-0,0557	-0,0897
10	-0,8956	-0,6330	-1,5029
11	-1,5992	-0,1032	0,5279
12	-0,9124	0,5704	-0,8141
13	-0,9505	-1,5624	0,6328
14	-0,9709	-0,3916	1,0118
15	0,1359	0,7179	0,9766
16	1,8683	0,8967	-1,1086
17	2,3956	1,9520	-1,5210
18	0,5010	0,0632	0,8312
19	0,5116	-0,5209	-0,0179
20	0,6259	-0,0028	0,7307
21	0,6126	0,6636	-0,5062
22	0,5001	1,5208	-1,2625
23	0,3326	1,3296	-0,3343
24	-0,0759	1,8112	-0,6074

Lampiran 5. Data Fase II yang Terstandarisasi

Pengamatan	SO ₃ (Z ₁)	Blaine (Z ₂)	Residu 45 µm (Z ₃)
1	-0,9947	1,1236	-0,6423
2	-0,7798	-0,0850	-0,6305
3	-0,7447	0,6357	0,5206
4	-0,4245	0,2461	0,6263
5	0,6078	0,0976	1,2011
6	0,1078	0,5951	0,9399
7	0,5208	0,3212	0,4228
8	0,3859	0,1494	-0,1490
9	0,2736	1,0112	-0,4552
10	0,5137	0,5141	-0,2253
11	-0,4147	0,6562	0,8631
12	0,4238	0,9489	0,4414
13	-0,0411	1,1675	0,5595
14	0,5882	0,5288	1,3673
15	-0,3163	-0,1202	1,3649
16	1,2609	0,8331	1,0688
17	1,3635	-0,9254	-0,0941
18	1,2511	-1,9165	-1,0457
19	-3,1886	-2,0848	-1,4281
20	-0,0579	-1,7084	-1,3215
21	-1,0298	-1,1300	-1,7041
22	0,6949	-0,8581	-1,6799

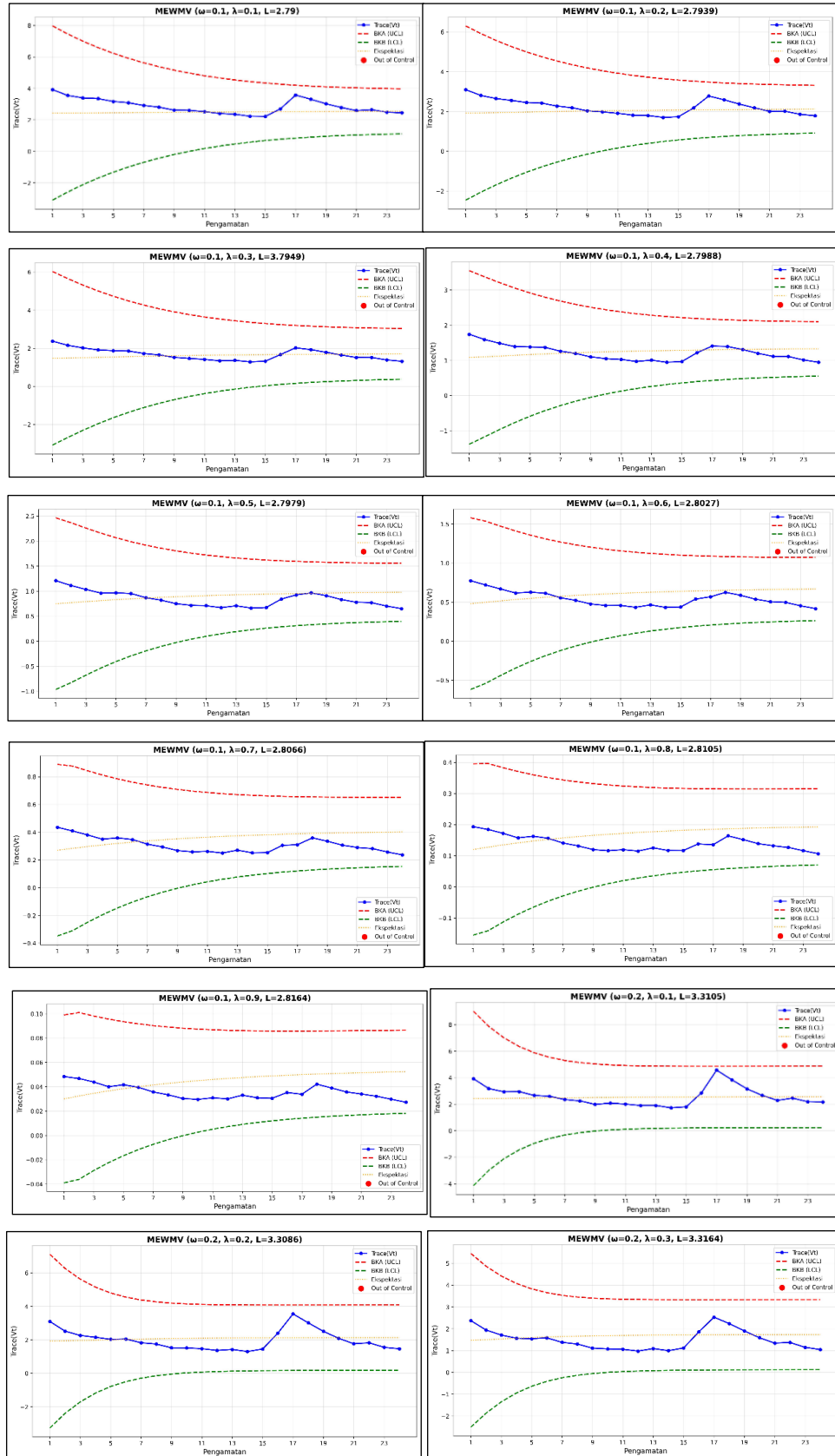
Lampiran 6. Hasil Perhitungan d_i^2 Data pada Fase I

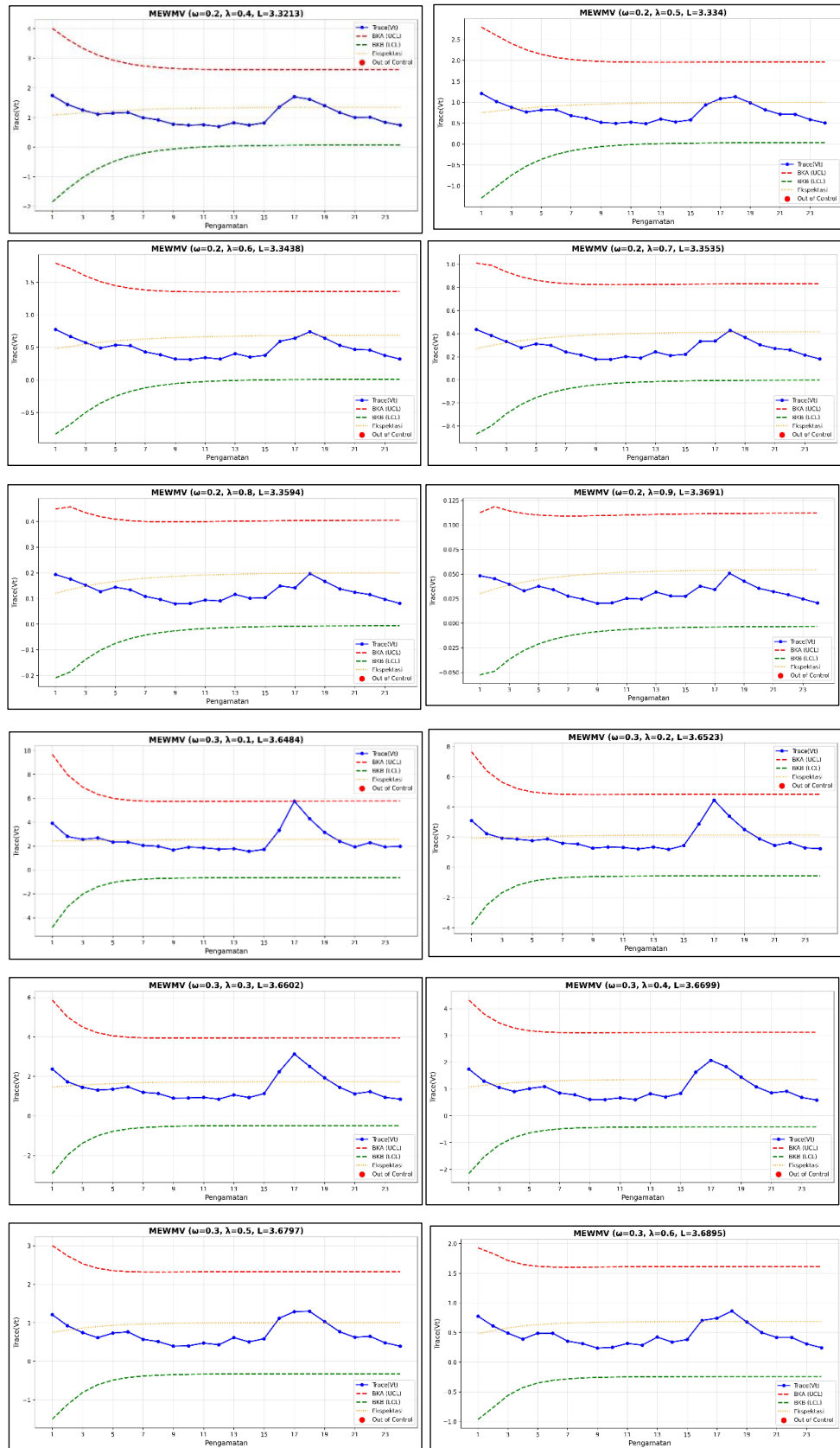
Pengamatan	Nilai d_i^2	$d_i^2 \leq \chi_{\alpha,df} = 7,8147$
1	4,1870	0
2	0,3567	0
3	2,9114	0
4	5,1989	0
5	4,1335	0
6	3,0004	0
7	2,2607	0
8	2,0244	0
9	1,5462	0
10	4,8522	0
11	3,6205	0
12	2,1815	0
13	2,5419	0
14	2,0958	0
15	2,9805	0
16	4,5135	0
17	7,5729	0
18	1,1304	0
19	1,1267	0
20	1,0402	0
21	0,6388	0
22	2,6821	0
23	2,0007	0
24	4,4032	0

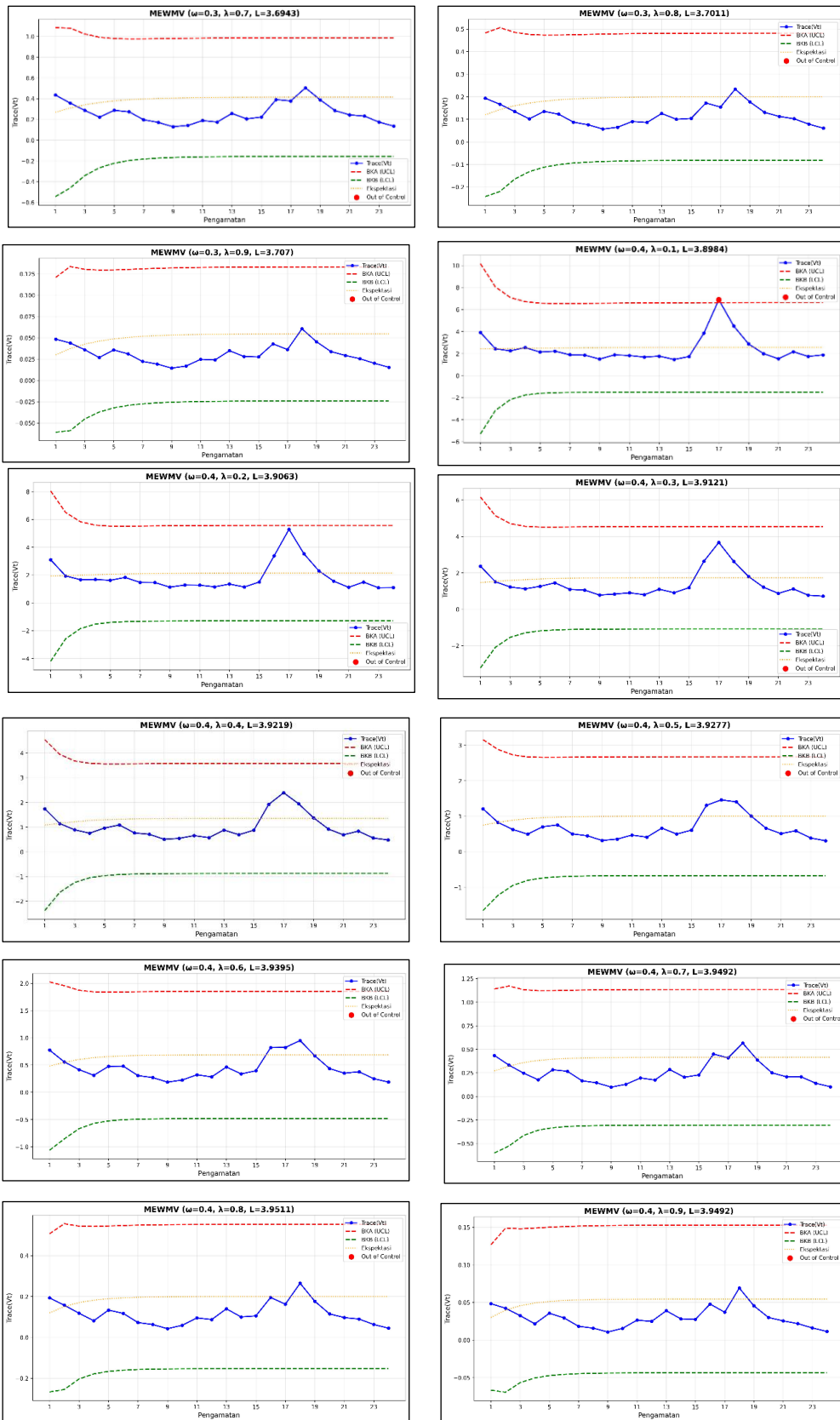
Lampiran 7. Hasil Perhitungan d_i^2 Data pada Fase II

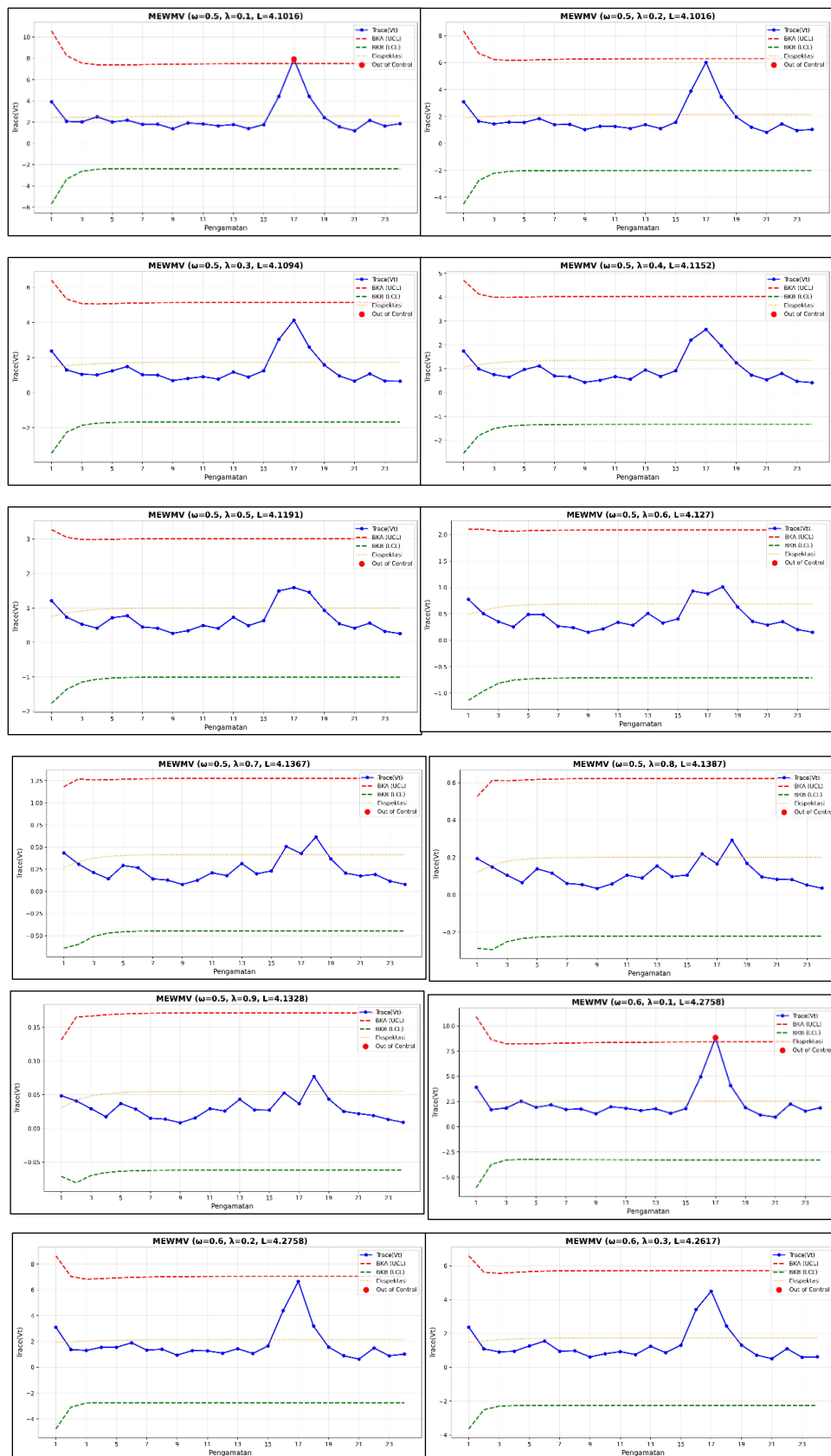
Pengamatan	Nilai d_i^2	$d_i^2 \leq \chi_{0,05;3} = 7,8147$
1	5,3461	0
2	0,9696	0
3	1,3378	0
4	0,8638	0
5	2,3511	0
6	0,9220	0
7	0,3495	0
8	0,3352	0
9	3,4159	0
10	1,1945	0
11	1,2768	0
12	1,0468	0
13	1,4939	0
14	2,1418	0
15	4,2841	0
16	2,1216	0
17	3,4931	0
18	6,5420	0
19	12,6357	1
20	3,1314	0
21	3,1802	0
22	4,5668	0

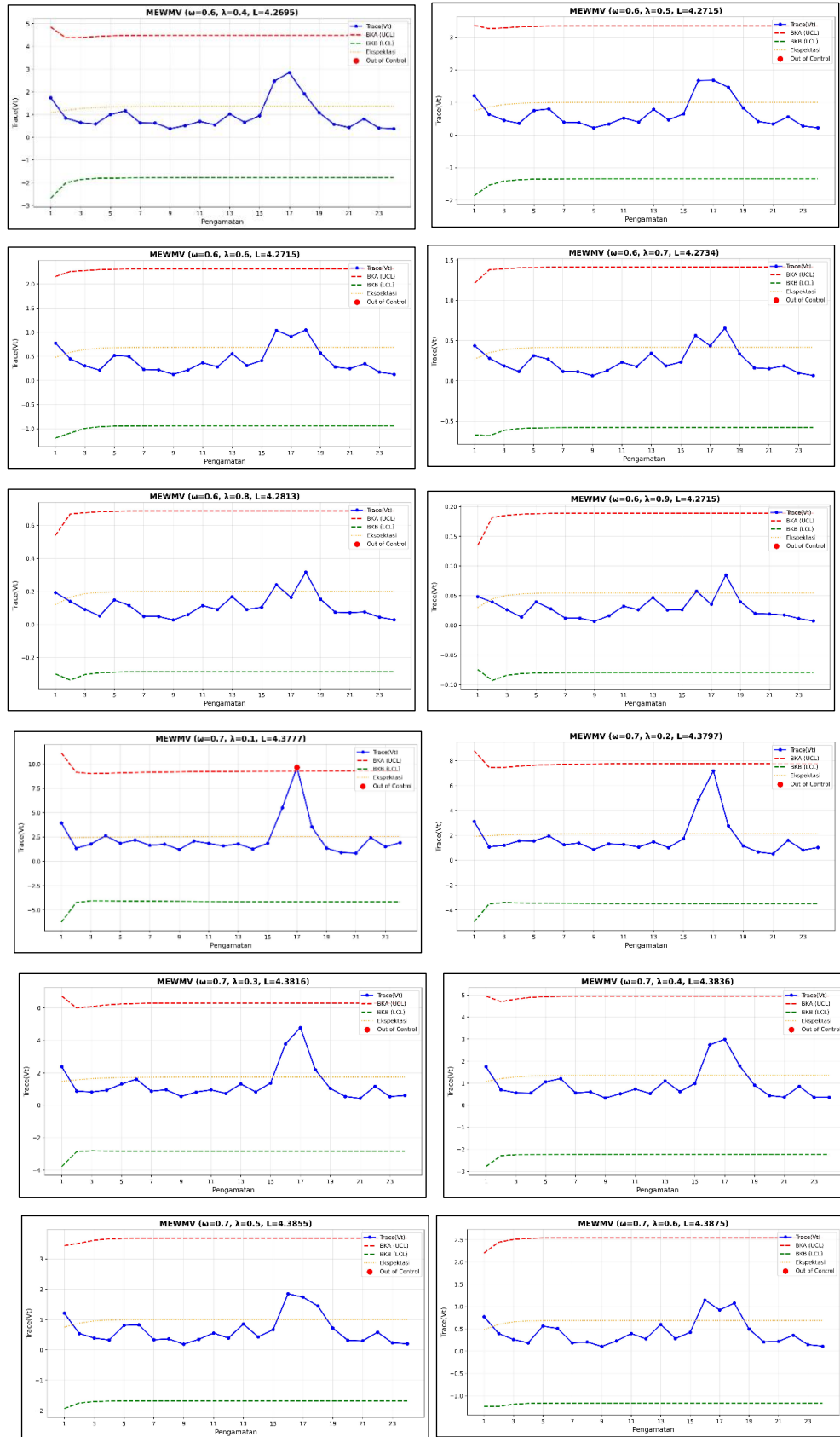
Lampiran 8. Nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Data Fase I

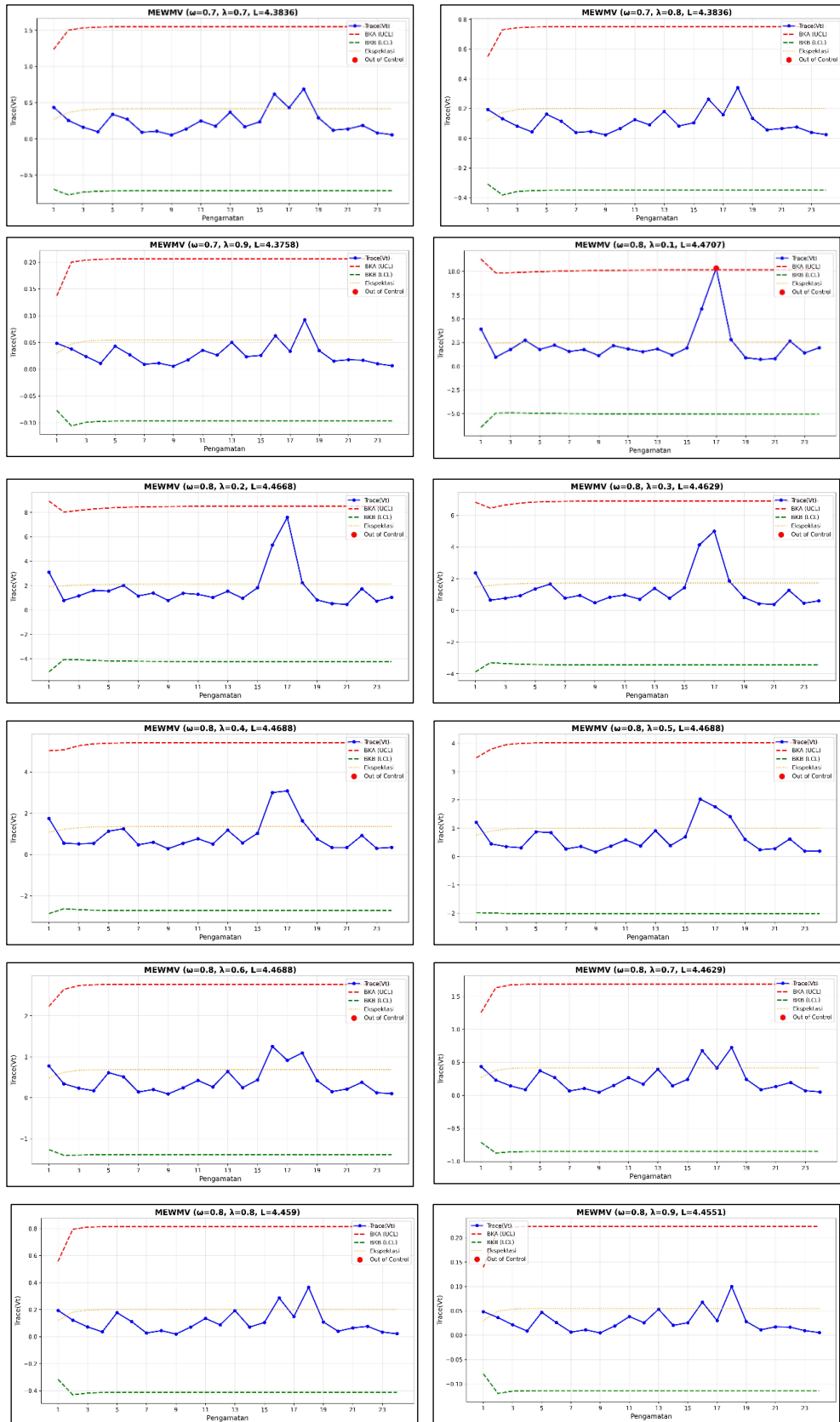


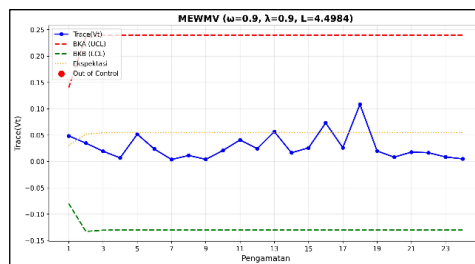
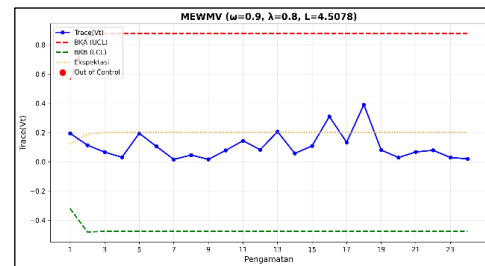
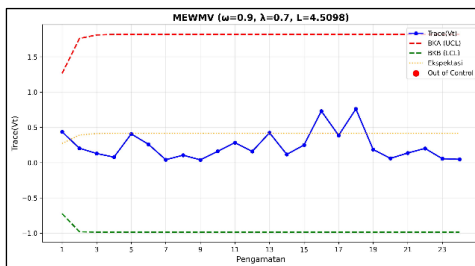
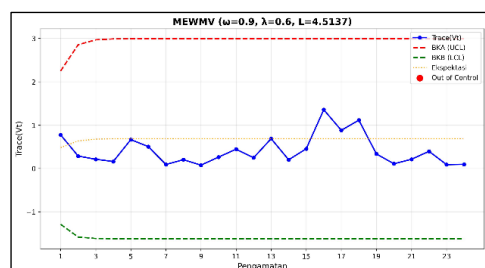
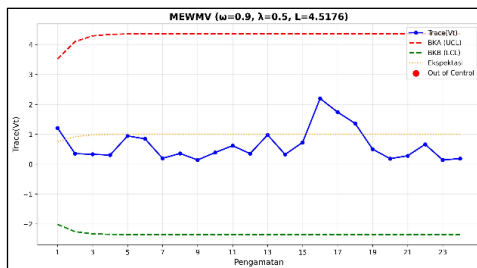
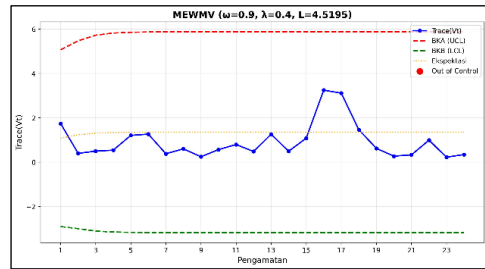
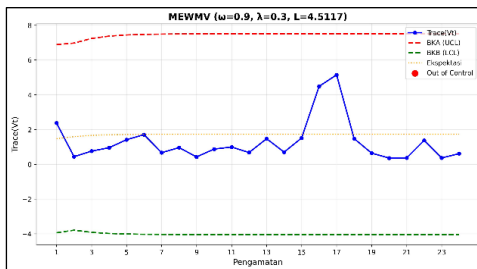
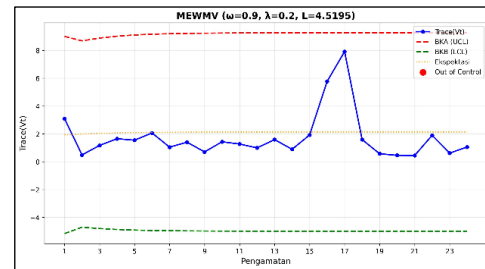
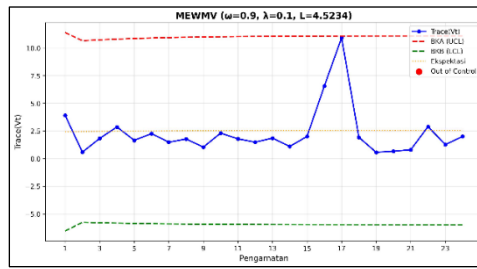












Lampiran 9. Nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Fase I Tanpa Pengamatan *Out-of-Control*

Pengamatan	$\text{tr}(\mathbf{V}_i)$	BKA	BKB
1	3,9189	11,3003	-6,4403
2	0,9559	9,8499	-4,9511
3	1,7663	9,8578	-4,9197
4	2,7389	9,9174	-4,9459
5	1,7655	9,9680	-4,9692
6	2,2154	10,0092	-4,9882
7	1,5636	10,0427	-5,0037
8	1,7561	10,0699	-5,0163
9	1,1204	10,0919	-5,0265
10	2,1723	10,1098	-5,0348
11	1,8168	10,1243	-5,0415
12	1,5287	10,1360	-5,0470
13	1,8250	10,1455	-5,0514
14	1,1811	10,1533	-5,0550
15	1,9204	10,1595	-5,0579
16	6,0319	10,1646	-5,0603
18	2,0296	10,1687	-5,0622
19	0,8213	10,1720	-5,0638
20	0,7994	10,1747	-5,0650
21	1,1963	10,1769	-5,0660
22	3,2863	10,1786	-5,0669
23	1,7929	10,1801	-5,0675
24	2,2642	10,1812	-5,0681

Lampiran 10. Nilai T_i^2 pada Grafik Pengendali MEWMA Fase I

Pengamatan	Nilai T_i^2	BKA
1	4,5928	12,41
2	2,7058	12,41
3	4,9096	12,41
4	9,3333	12,41
5	8,1209	12,41
6	6,5034	12,41
7	7,0178	12,41
8	5,4177	12,41
9	4,8119	12,41
10	6,9473	12,41
11	7,3232	12,41
12	7,2894	12,41
13	9,4668	12,41
14	10,1106	12,41
15	7,6346	12,41
16	2,0922	12,41
18	1,3847	12,41
19	1,0398	12,41
20	0,9449	12,41
21	0,3264	12,41
22	0,1777	12,41
23	0,8862	12,41
24	2,8456	12,41

Lampiran 11. Nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_i)$ pada Grafik Pengendali MEWMV Data Fase II

Pengamatan	$\text{tr}(\mathbf{V}_i)$	BKA	BKB
1	2,1582	11,3003	-6,4403
2	0,9647	9,8499	-4,9511
3	0,8666	9,8578	-4,9197
4	0,5077	9,9174	-4,9459
5	1,4924	9,9680	-4,9692
6	0,8972	10,0092	-4,9882
7	0,4958	10,0427	-5,0037
8	0,3291	10,0699	-5,0163
9	0,8202	10,0919	-5,0265
10	0,4465	10,1098	-5,0348
11	0,6968	10,1243	-5,0415
12	0,5368	10,1360	-5,0470
13	0,5774	10,1455	-5,0514
14	1,1421	10,1533	-5,0550
15	1,2462	10,1595	-5,0579
16	1,5460	10,1646	-5,0603
17	2,7113	10,1687	-5,0622
18	5,8418	10,1720	-5,0638
19	14,5042	10,1747	-5,0650
20	5,9077	10,1769	-5,0660
21	4,2173	10,1786	-5,0669
22	2,8407	10,1801	-5,0675

Lampiran 12. Nilai T_i^2 pada Grafik Pengendali MEWMA Fase II

Pengamatan	T_i^2	h_4
1	3,8601	12,41
2	3,5372	12,41
3	5,2656	12,41
4	5,7704	12,41
5	4,6940	12,41
6	6,4967	12,41
7	5,7968	12,41
8	4,0692	12,41
9	4,3281	12,41
10	3,8837	12,41
11	6,1854	12,41
12	7,9670	12,41
13	11,2651	12,41
14	13,8700	12,41
15	15,1623	12,41
16	17,7442	12,41
17	11,2187	12,41
18	5,6004	12,41
19	0,5281	12,41
20	2,6042	12,41
21	5,9430	12,41
22	11,4064	12,41

Lampiran 13. Program MEWMV pada Fase I

```

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
data = {
    'SO3': [-0.2026, 0.4779, 0.5027, 0.9822, 0.3565, -0.9736, -0.9018, -1.1783, -
1.1420, -0.8956, -1.5992, -0.9124, -0.9505, -0.9709, 0.1359, 1.8683, 2.3956,
0.5010, 0.5116, 0.6259, 0.6126, 0.5001, 0.3326, -0.0759],
    'Blaine': [-0.8119, 0.0058, -1.0991, -1.1047, -1.0804, -0.9971, -1.0978, -
0.0706, -0.0557, -0.6330, -0.1032, 0.5704, -1.5624, -0.3916, 0.7179, 0.8967,
1.9520, 0.0632, -0.5209, -0.0028, 0.6636, 1.5208, 1.3296, 1.8112],
    'Residu': [2.0342, 0.3027, 1.2871, 1.7342, -0.6259, -0.6998, -0.3148, -0.6639,
-0.0897, -1.5029, 0.5279, -0.8141, 0.6328, 1.0118, 0.9766, -1.1086, -1.5210,
0.8312, -0.0179, 0.7307, -0.5062, -1.2625, -0.3343, -0.6074]}
df = pd.DataFrame(data)
X = df[["SO3", "Blaine", "Residu"]].values
m = len(X)
p = 3
lambda_ = 0.1
omega = 0.1
L = 2.7900
# PERHITUNGAN
I = np.eye(m)
A = X @ X.T
M = np.zeros((m, m))
for j in range(m):
    for j2 in range(m):
        if j >= j2:
            M[j, j2] = lambda_ * (1 - lambda_)**(j - j2)
trv, estt, ba, bb, status = [], [], [], [], []
for u in range(1, m + 1):
    A_u = A[:u, :u]
    I_u = I[:u, :u]
    M_u = M[:u, :u]
    elemenC = np.zeros(u)
    for i in range(u):
        if i > 0:
            elemenC[i] = omega * (1 - omega)**(u - (i + 1))
        else:
            elemenC[i] = (1 - omega)**(u - (i + 1))
    C = np.diag(elemenC)
    Q = (I_u - M_u).T @ C @ (I_u - M_u)
    # Statistik
    tr_val = np.trace(Q @ A_u)
    est_val = p * np.trace(Q)
    var_val = 2 * p * np.sum(Q**2)
    ucl = est_val + L * np.sqrt(var_val)
    lcl = est_val - L * np.sqrt(var_val)
    # Simpan hasil
    trv.append(tr_val)
    estt.append(est_val)
    ba.append(ucl)
    bb.append(lcl)
    status.append("OUT OF CONTROL" if tr_val > ucl or tr_val < lcl else "IN CONTROL")
# GRAFIK
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(range(1, m + 1), trv, marker='o', label="Trace (Vi)", linewidth=2,
color='blue')
plt.plot(range(1, m + 1), ba, 'r--', label="BKA (UCL)", linewidth=1.5)
plt.plot(range(1, m + 1), bb, 'g--', label="BKB (LCL)", linewidth=1.5)
plt.plot(range(1, m + 1), estt, 'orange', label="Ekspektasi", linewidth=1,
linestyle=':')
out_idx = [i+1 for i, s in enumerate(status) if s == "OUT OF CONTROL"]
out_val = [trv[i] for i, s in enumerate(status) if s == "OUT OF CONTROL"]
plt.scatter(out_idx, out_val, color='red', s=80, zorder=5, label="Out of Control")
plt.title("Grafik Pengendali MEWMV ( $\omega=0,1$ ,  $\lambda=0,1$ )", fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlabel("Pengamatan")
plt.ylabel("Trace (Vi)")
plt.legend()
plt.grid(True, alpha=0.3)
plt.xticks(range(1, m + 1))
plt.tight_layout()

```

Lampiran 14. Program MEWMA pada Fase I

```

import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
data = {
    'SO3': [-0.2026, 0.4779, 0.5027, 0.9822, 0.3565, -0.9736, -0.9018, -1.1783, -
1.1420, -0.8956, -1.5992, -0.9124, -0.9505, -0.9709, 0.1359, 1.8683, 0.5010,
0.5116, 0.6259, 0.6126, 0.5001, 0.3326, -0.0759],
    'Blaine': [-0.8119, 0.0058, -1.0991, -1.1047, -1.0804, -0.9971, -1.0978, -
0.0706, -0.0557, -0.6330, -0.1032, 0.5704, -1.5624, -0.3916, 0.7179, 0.8967,
0.0632, -0.5209, -0.0028, 0.6636, 1.5208, 1.3296, 1.8112],
    'Residu': [2.0342, 0.3027, 1.2871, 1.7342, -0.6259, -0.6998, -0.3148, -0.6639,
-0.0897, -1.5029, 0.5279, -0.8141, 0.6328, 1.0118, 0.9766, -1.1086, 0.8312, -
0.0179, 0.7307, -0.5062, -1.2625, -0.3343, -0.6074]}
df = pd.DataFrame(data, index=range(1, 24))
df.index.name = 'Pengamatan'
# Parameter
λ, h4, n = 0.1, 12.41, len(df)
Σ = df.cov().values
Σ_inv = np.linalg.inv(Σ)
y, results = np.zeros(3), []
# Iterasi MEWMA
for i in range(n):
    x = df.iloc[i].values
    y = λ * x + (1 - λ) * y if i > 0 else λ * x
    factor = (λ / (2 - λ)) * (1 - (1 - λ) ** (2 * (i + 1)))
    T2 = (y @ Σ_inv @ y) / factor
    results.append([i+1, T2, T2 > h4, *y])
# DataFrame hasil
results_df = pd.DataFrame(results, columns=['Pengamatan', 'T2', 'Out',
'y_SO3', 'y_Blaine', 'y_Residu'])
# Output
print("="*50)
print("NILAI T2 HASIL PERHITUNGAN MEWMA")
print("="*50)
for _, row in results_df.iterrows():
    status = "OUT OF CONTROL" if row['Out'] else "IN CONTROL"
    print(f"{int(row['Pengamatan']):<12} {row['T2']:<15.6f} {status}")
# Plot
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(results_df['Pengamatan'], results_df['T2'], 'o-', label="T2 MEWMA")
plt.axhline(h4, color='r', linestyle='--', label=f"Batas (h4={h4})")
out_idx = results_df['Out'].index
if not out_idx.empty:
    plt.scatter(out_idx+1, results_df.loc[out_idx, 'T2'], color='red',
s=100, label="Out of Control")
plt.title("Grafik Pengendali MEWMA (λ=0.1)", fontweight='bold')
plt.xlabel("Pengamatan"); plt.ylabel("T2")
plt.legend(); plt.grid(alpha=0.3); plt.tight_layout()
plt.show()

```

Lampiran 15. Program MEWMV pada Fase II

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
data_phase2 = {
    'NO': range(1, 23),
    'SO3': [-0.9947, -0.7798, -0.7447, -0.4245, 0.608, 0.1079, 0.5209,
0.386, 0.2737, 0.5138, -0.4146, 0.4239, -0.041, 0.5883, -0.3163, 1.2597,
1.3637, 1.2513, -3.1888, -0.0578, -1.0299, 0.695],
    'Blaine': [1.1236, -0.085, 0.6357, 0.2461, 0.0976, 0.5951, 0.3212,
0.1494, 1.0112, 0.5141, 0.6562, 0.9489, 1.1675, 0.5288, -0.1202, 0.8331,
-0.9254, -1.9165, -2.0848, -1.7084, -1.1300, -0.8581],
    'Residu': [-0.6422, -0.6305, 0.5206, 0.6263, 1.2011, 0.9399, 0.4228,
-0.149, -0.4552, -0.2253, 0.8631, 0.4414, 0.5595, 1.3673, 1.3649, 1.0688,
-0.0941, -1.0457, -1.4281, -1.3215, -1.7041, -1.6799]}
df_phase2 = pd.DataFrame(data_phase2)
df_phase2.set_index('NO', inplace=True)
# BATAS KENDALI DARI FASE I
ucl_lcl_data = {
    'NO': range(1, 24),
    'UCL': [11.3003, 9.8499, 9.8578, 9.9174, 9.9680, 10.0092, 10.0427,
10.0698, 10.0919, 10.1098, 10.1243, 10.1360, 10.1455, 10.1533, 10.1595,
10.1646, 10.1687, 10.1720, 10.1747, 10.1769, 10.1786, 10.1800, 10.1812],
    'LCL': [-6.4403, -4.9511, -4.9197, -4.9459, -4.9692, -4.9882, -
5.0037, -5.0163, -5.0265, -5.0348, -5.0415, -5.0469, -5.0514, -5.0550, -
5.0579, -5.0603, -5.0622, -5.0638, -5.0650, -5.0660, -5.0669, -5.06752, -
5.0681]}
ucl_lcl_df = pd.DataFrame(ucl_lcl_data)
ucl_lcl_df.set_index('NO', inplace=True)
# PARAMETER
omega = 0.8
lambda_val = 0.1
p = 3
# INISIALISASI
n = len(df_phase2)
y_prev = np.zeros(p)
V_prev = None
trv = [] # trace(V_i)
status = []
ucl_list = []
lcl_list = []
print("Menghitung MEWMV Fase II...")
print(f"Parameter: omega = {omega}, lambda = {lambda_val}\n")
# PERHITUNGAN ITERATIF
for i in range(n):
    x_i = df_phase2.iloc[i].values
    # MEWMA
    y_i = lambda_val * x_i + (1 - lambda_val) * y_prev
    residual = x_i - y_i
    residual_outer = np.outer(residual, residual)
    if i == 0:
        V_i = residual_outer
    else:
        V_i = omega * residual_outer + (1 - omega) * V_prev
    tr_val = np.trace(V_i)
    ucl = ucl_lcl_df.loc[i+1, 'UCL']
    lcl = ucl_lcl_df.loc[i+1, 'LCL']
    if tr_val > ucl:
        stat = "OUT OF CONTROL (Above UCL)"
    elif tr_val < lcl:
        stat = "OUT OF CONTROL (Below LCL)"
    else:
        stat = "IN CONTROL"
    trv.append(tr_val)
```

```

    ucl_list.append(ucl)
    lcl_list.append(lcl)
    status.append(stat)
    y_prev = y_i
    V_prev = V_i
# GRAFIK
plt.figure(figsize=(12, 6))
pengamatan = range(1, n+1)
plt.plot(pengamatan, trv, marker='o', label="Trace(Vi)", linewidth=2,
color='blue')
plt.plot(pengamatan, ucl_list, 'r--', label="BKA (UCL)", linewidth=1.5)
plt.plot(pengamatan, lcl_list, 'g--', label="BKB (LCL)", linewidth=1.5)
out_idx = [i+1 for i, s in enumerate(status) if "OUT OF CONTROL" in s]
out_val = [trv[i] for i, s in enumerate(status) if "OUT OF CONTROL" in s]
if out_idx:
    plt.scatter(out_idx, out_val, color='red', s=80, zorder=5, label="Out
of Control")
plt.title("Grafik Pengendali MEWMV Fase II (omega=0.8, lambda=0.1)",
fontsize=12, fontweight='bold')
plt.xlabel("Pengamatan")
plt.ylabel("Trace(Vi)")
plt.legend()
plt.xticks(range(1, n+1))
plt.tight_layout()
plt.savefig('grafik_mewmv_fase2.png', dpi=300)
plt.show()

```

Lampiran 16. Program MEWMA pada Fase II

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
data_phase2 = {
    'SO3': [-0.9947, -0.7798, -0.7447, -0.4245, 0.608, 0.1079, 0.5209,
0.386, 0.2737, 0.5138, -0.4146, 0.4239, -0.041, 0.5883, -0.3163, 1.2597,
1.3637, 1.2513, -3.1888, -0.0578, -1.0299, 0.695],
    'Blaine': [1.1236, -0.085, 0.6357, 0.2461, 0.0976, 0.5951, 0.3212,
0.1494, 1.0112, 0.5141, 0.6562, 0.9489, 1.1675, 0.5288, -0.1202, 0.8331,
-0.9254, -1.9165, -2.0848, -1.7084, -1.13, -0.8581],
    'Residu': [-0.6422, -0.6305, 0.5206, 0.6263, 1.2011, 0.9399, 0.4228,
-0.149, -0.4552, -0.2253, 0.8631, 0.4414, 0.5595, 1.3673, 1.3649, 1.0688,
-0.0941, -1.0457, -1.4281, -1.3215, 1.7041, -1.6799]}
df = pd.DataFrame(data_phase2, index=range(1, 23))
df.index.name = 'Pengamatan'
# Parameter dari Fase I
Sigma = np.array([
    [0.7734, 0.2334, 0.0658],
    [0.2334, 0.8647, -0.3666],
    [0.0658, -0.3666, 0.9357]])
Sigma_inv = np.linalg.inv(Sigma)
lambda_val = 0.1
h4 = 12.41
n = len(df)
# Inisialisasi
y = np.zeros(3)
results = []
# Iterasi MEWMA
for i in range(n):
    x = df.iloc[i].values
    if i == 0:
        y = lambda_val * x
    else:
        y = lambda_val * x + (1 - lambda_val) * y
        factor = (lambda_val / (2 - lambda_val)) * (1 - (1 - lambda_val) **
(2 * (i + 1)))
        T2 = (y @ Sigma_inv @ y) / factor
        out = T2 > h4
        results.append([i+1, T2, out])
# DataFrame hasil
results_df = pd.DataFrame(results, columns=['Pengamatan', 'T2', 'Out'])
# Grafik
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(results_df['Pengamatan'], results_df['T2'], 'o-', label="T2
MEWMA", linewidth=2)
plt.axhline(h4, color='r', linestyle='--', linewidth=2, label=f"Batas
Kendali (h4={h4})")
out_idx = results_df[results_df['Out']].index
if not out_idx.empty:
    plt.scatter(results_df.loc[out_idx, 'Pengamatan'],
results_df.loc[out_idx, 'T2'],
                color='red', s=100, zorder=5, label="Out of Control")
plt.title("Grafik Pengendali MEWMA Fase II ( $\lambda=0.1$ )", fontweight='bold',
fontsize=14)
plt.xlabel("Pengamatan", fontsize=12)
plt.ylabel("Nilai T2", fontsize=12)
plt.legend(fontsize=10)
```

RIWAYAT HIDUP



Evelin Nuga Fitrah lahir di Gresik pada tanggal 4 Agustus 2003. Penulis merupakan putri tunggal dari Ayah Moh. Rodli dan Ibu Isfaidah. Pendidikan formal penulis dimulai dari KBM NU 22 Al Muslim, kemudian melanjutkan pendidikan di RAM NU 56 Miftahul Ulum dan MI Miftahul Ulum Bulangan pada tahun 2009 s.d. 2015. Setelah itu, penulis menempuh pendidikan menengah pertama di MTs Al-Karimi 2 Bulangan pada tahun 2015 s.d. 2018 dan melanjutkan pendidikan menengah atas di MAN 3 Jombang pada tahun 2018 s.d. 2021. Pada tahun 2022, penulis melanjutkan pendidikan jenjang strata satu (S1) Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi, penulis berfokus pada kegiatan akademik dan pengembangan keilmuan. Penulis juga berpartisipasi sebagai peserta dalam Riset Kompetitif Mahasiswa (RKM) Fakultas Sains dan Teknologi serta menjadi salah satu *presenter* pada *International Conference on Green Technology (ICGT) 2025*.



BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Evelin Nuga Fitrah
NIM : 220601110105
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Implementasi Grafik Pengendali MEWMV dan
MEWMA pada Pengendalian Kualitas Karakteristik
Semen di PT Semen Indonesia (Persero) Tbk
Pembimbing I : Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Abdussakir, M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	3 September 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	5 September 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	19 September 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	1 Oktober 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	4.
5.	5 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	5.
6.	7 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	6.
7.	17 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	7.
8.	18 November 2025	ACC Kajian Agama Bab I dan Bab II	8.
9.	21 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	9.
10.	26 November 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	10.
11.	1 Desember 2025	ACC Bab I, II, dan III	11.
12.	12 Januari 2026	ACC Seminar Proposal	12.
13.	14 Januari 2026	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	13.
14.	15 Januari 2026	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	14.
15.	23 Februari 2026	Konsultasi Bab IV	15.
16.	24 Februari 2026	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	16.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144 Telp. / Fax. (0341) 558933

17.	3 Maret 2026	ACC Konsultasi Kajian Agama Bab IV	17.
18.	8 April 2026	Konsultasi Bab IV	18.
19.	13 April 2026	Konsultasi Bab IV	19.
20.	15 April 2026	ACC Bab IV dan V	20.
21.	5 Mei 2026	ACC Seminar Hasil	21.
22.	14 Mei 2026	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	22.
23.	19 Mei 2026	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	23.
24.	11 Juni 2026	ACC Sidang Skripsi	24.

Malang, 11 Juni 2026
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. H. Nur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012