PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA MODIFIKASI MOTIF BATIK LATOHAN LASEM

SKRIPSI

OLEH
YUSMA LANA FAUZIAH
NIM. 210601110082

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA MODIFIKASI MOTIF BATIK LATOHAN LASEM

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Yusma Lana Fauziah
NIM. 210601110082

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA MODIFIKASI MOTIF BATIK LATOHAN LASEM

SKRIPSI

Oleh
Yusma Lana Fauziah
NIM. 210601110082

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 15 Desember 2025

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Dian Maharani, S.Pd., M.Si.	Erna Herawati, M.Pd
NIP. 19940217 202012 2 001	NIPPPK. 19760723 202321 2 006

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA MODIFIKASI MOTIF BATIK LATOHAN LASEM

SKRIPSI

Oleh
Yusma Lana Fauziah
NIM. 210601110082

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 22 Desember 2025

Ketua Penguji	: Dr. Elly Susanti, M.Sc	....
Anggota Penguji 1	: Juhari, M.Si	....
Anggota Penguji 2	: Dian Maharani, S.Pd., M.Si.	....
Anggota Penguji 3	: Erna Herawati, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Yusma Lana Fauziah

NIM : 210601110082

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penerapan Geometri Fraktal Pada Modifikasi Motif Batik Latohan Lasem

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini hasil karya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai pemikiran saya, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan di halaman terakhir. Apabila di kemudian hari terbukti skripsi ini adalah hasil jiplakan atau tiruan, maka saya bersedia menerima sanksi yang berlaku atas perbuatan tersebut.

Malang, 22 Desember 2025

Yusma Lana Fauziah
NIM. 210601110082

MOTO

"When dark times are being experienced, time should be given, and the current situation should not be seen as the end of everything"

-Billie Eilish

PERSEMBAHAN

Segala rasa syukur yang mendalam ke hadirat Allah SWT atas segala kemudahan, kekuatan, dan ketenangan hati yang diberikan hingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Skripsi ini dipersembahkan kepada diri sendiri, yang telah berjuang dengan kesabaran, berusaha bertahan dalam setiap tantangan, mengikhlaskan banyak hal dalam prosesnya serta tak pernah berhenti meyakini bahwa pertolongan Allah SWT selalu menyertai.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya. Shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan Nabi Muhammad SAW. Sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penerapan Geometri Fraktal pada Modifikasi Motif Batik Latohan Lasem" dengan baik.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Hj. Ilfi Nurdiana, M.Si., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Agus Mulyono, M.Kes., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Fachrur Rozi, M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dian Maharani, S.Pd., M.Si, selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan arahan, bimbingan, dan motivasi selama proses penyusunan skripsi.
5. Erna Herawati, M.Pd, selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan masukan, dorongan, dan saran yang sangat membantu dalam penyempurnaan penelitian ini.
6. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku Ketua Penguji dalam Ujian Skripsi yang telah memberikan kritik, saran, dan pertanyaan yang membangun demi perbaikan dan penyempurnaan penelitian ini.
7. Juhari, M.Si, selaku Anggota Penguji I dalam Ujian Skripsi yang telah memberikan banyak masukan, pandangan, dan saran yang yang memperkaya hasil penelitian ini.

8. Seluruh Dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim yang telah mendidik dan membimbing penulis selama masa perkuliahan.
9. Orang tua kandung peneliti yang senantiasa memberikan dukungan, memanjatkan doa, serta berjuang dengan penuh keikhlasan dalam memenuhi kebutuhan penulis selama masa perkuliahan hingga tahap akhir penyusunan skripsi ini.
10. Teman-teman penulis yakni seluruh anggota kontrakan, Creadition XXI, Keluarga Indomie, yang pernah menjadi bagian dalam masa perkuliahan penulis, menjadi tempat berbagi pengalaman, memberikan dukungan, kebersamaan, serta pelajaran hidup yang berharga.
11. Sahabat-sahabat penulis yakni Khoirotul Af'aliyah, Aisyah Dhifa, Luthfia Azzahra, Sherlyana Devita, Lorensa Nabila, Alvin Aura, Nailul Huda, yang telah menjadi rumah selama masa perkuliahan, menjadi tempat berbagi cerita, canda tawa, juga suka dan duka. Terima kasih atas motivasi, sudut pandang, semangat, kebersamaan, dan juga tempat di mana penulis merasa diterima, didukung, dan dikuatkan hingga akhir perjalanan ini.
12. Seluruh mahasiswa angkatan 2021 yang telah menjadi bagian dari perjalanan perkuliahan, saling mendukung, berbagi pengalaman.
13. Serta seluruh pihak yang tidak bisa peneliti sebutkan seluruhnya.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa karya ini masih jauh dari sempurna. Namun besar harapan penulis, apa yang tertulis di dalamnya dapat memberi manfaat, baik sebagai tambahan pengetahuan maupun bahan pertimbangan bagi siapa saja yang membacanya. Segala kritik dan saran akan sangat berarti demi perbaikan di masa mendatang.

Malang, 22 Desember 2025

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

$\mathbb{C}$	: Himpunan bilangan kompleks
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
z	: Bilangan kompleks, $z = x + yi$
x	: Bagian real dari bilangan kompleks
y	: Bagian imajiner dari bilangan kompleks
i	: Unit imajiner, $i = \sqrt{-1}$
c	: Parameter kompleks, $c = a + bi$
a	: Bagian real dari parameter kompleks c
b	: Bagian imajiner dari parameter kompleks c
$f_c(z)$	: Fungsi iterasi Julia, $f_c(z) = z^2 + c$ atau $f_c(z) = z^3 + c$
z_n	: Nilai iterasi ke-n dari bilangan kompleks z
z_0	: Nilai awal bilangan kompleks
$J(f)$	: Himpunan Julia untuk fungsi f
$K(f)$	: *Filled-in Julia set* (himpunan Julia terisi)
$\partial K(f)$	: Batas dari *filled-in Julia set*
$\lvert z_n \rvert$	: Modulus (nilai mutlak) dari bilangan kompleks z_n
N_{max}	: Jumlah iterasi maksimum
θ	: Sudut rotasi (dalam derajat atau radian)
k	: Faktor skala dilatasi
(a, b)	: Vektor translasi atau koordinat titik pusat
(x, y)	: Koordinat titik pada bidang kartesius
(x', y')	: Koordinat titik hasil transformasi
M	: Jumlah baris dalam matriks citra
N	: Jumlah kolom dalam matriks citra
$f(x, y)$	: Fungsi intensitas piksel pada koordinat (x, y)
r	: Jari-jari lingkaran
O	: Titik pusat lingkaran atau koordinat origin
$M(a, b)$	: Titik pusat lingkaran dengan koordinat (a, b)
$\vee$	: Operasi logika OR
$\wedge$	: Operasi logika AND
$\oplus$	: Operasi logika XOR (Exclusive OR)
$\neg$	: Operasi logika NOT
$T(a, b)$	: Transformasi translasi dengan vektor (a, b)
$P(x, y)$	: Titik dengan koordinat (x, y)
$P'(x', y')$	: Titik bayangan hasil transformasi
$(JRT)_i$	: Pola Julia yang telah dirotasi dan ditranslasi, indeks i
J_1, J_2, J_3	: Pola Julia dengan parameter c tertentu
J_1H_1, J_2H_2, J_3H_3	: Hasil modifikasi pola Julia
$\Delta\theta$	: Selisih sudut antar garis pada elemen kipas
θ_k	: Sudut ke-k dari garis jari-jari
$P_k(x_k, y_k)$	: Koordinat titik ujung garis ke-k
R	: Rasio area (putih terhadap hitam)
N_{hitam}	: Jumlah piksel hitam (*foreground*)

N_{putih}	: Jumlah piksel putih (*background*)
D	: Dimensi fraktal (*box-counting dimension*)
ε	: Ukuran kotak dalam perhitungan dimensi fraktal
$N(\varepsilon)$	: Jumlah kotak berukuran ε

ABSTRAK

Fauziah, Yusma Lana. 2025. **Penerapan Geometri Fraktal pada Modifikasi Motif Batik Latohan Lasem**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dian Maharani, S.Pd., M.Si. (2) Erna Herawati, M.Pd.

Kata kunci: Geometri Fraktal, Himpunan Julia, Batik Latohan Lasem, Transformasi Geometri, Operasi Logika Citra.

Batik Latohan Lasem sebagai warisan budaya memerlukan inovasi untuk meningkatkan daya saingnya. Penerapan geometri fraktal, termasuk pada Batik Latohan Lasem, menawarkan pendekatan sistematis untuk pengembangan motif. Penelitian ini bertujuan memodifikasi motif Batik Latohan Lasem dengan menerapkan geometri fraktal himpunan Julia yang dimodelkan dengan persamaan iteratif $(f_c(z) = z^2 + c)$ dan $(f_c(z) = z^3 + c)$. Metode yang digunakan adalah penelitian kualitatif komputasional melalui tiga tahap: pembangkitan pola fraktal Julia dengan parameter kompleks ($c = -0{,}04 - 0{,}78i$, $c = -0{,}74 + 0{,}11i$, dan $c = -0{,}38 + 0i$), transformasi geometri (rotasi, translasi, dilatasi), serta penggabungan citra motif menggunakan operasi logika OR dan XOR pada citra biner. Kesesuaian visual antara hasil modifikasi dan motif asli dievaluasi melalui analisis rasio area dan pengamatan bentuk kelopak, repetisi, serta keseimbangan komposisi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pola fraktal Julia yang telah ditransformasi dan dikomposisikan mampu menghasilkan motif baru yang mempertahankan karakter visual motif asli Batik Latohan, khususnya pada struktur kelopak bunga, dengan tingkat repetisi dan keseimbangan komposisi yang sesuai. Simpulan penelitian ini adalah pendekatan geometri fraktal berbasis himpunan Julia efektif untuk memodifikasi motif batik tradisional secara sistematis, menawarkan alternatif inovatif dalam pengembangan desain batik yang tetap mempertahankan identitas budaya.

ABSTRACT

Fauziah, Yusma Lana. 2025. **Application of Fractal Geometry in Modifying Latohan Lasem Batik Motifs**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Malang. Advisors: (1) Dian Maharani, S.Pd., M.Si. (2) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: Fractal Geometry, Julia Set, Latohan Lasem Batik, Geometric Transformation, Image Logic Operations.

Lasem Latohan Batik, as a cultural heritage, requires innovation to increase its competitiveness. The application of fractal geometry, including in Lasem Latohan Batik, offers a systematic approach to motif development. This study aims to modify Latohan Lasem Batik motifs by applying Julia set fractal geometry modeled with iterative equations $f_c(z) = z^2 + c$ and $f_c(z) = z^3 + c$. The method used is computational qualitative research through three stages: generation of Julia fractal patterns with complex parameters $c = -0.04 - 0.78i$, $c = -0.74 + 0.11i$, and $c = -0.38 + 0i$, geometric transformations (rotation, translation, dilation), and motif image merging using OR and XOR logic operations on binary images. The visual similarity between the modified results and the original motifs was evaluated through area ratio analysis and observation of petal shape, repetition, and compositional balance. The results showed that the transformed and composed Julia fractal patterns were able to produce new motifs that retained the visual characteristics of the original Latohan Batik motifs, particularly in the flower petal structure, with an appropriate level of repetition and compositional balance. The conclusion of this study is that the Julia set-based fractal geometry approach is effective for systematically modifying traditional batik motifs, offering an innovative alternative in batik design development that still maintains cultural identity.

مستخلص البحث

فوزية، يوسما لانا. ٢٠٢٥. **تطبيق الهندسة الفركتالية في تعديل زخارف الباتيك لاتوهان لاسيم**. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية، مالانج. المشرفون: (١) ديان ماهاراني، بكالوريوس في التربية، ماجستير في العلوم. (٢) إرنا هيراواتي، الماجستيرة في التربية.

الكلمات الأساسية: الهندسة الفركتالية، مجموعة جوليا، الباتيك لاتوهان لاسيم، التحويل الهندسي، عمليات منطق الصور.

تحتاج الباتيك لاسيم لاتوهان، باعتبارها تراثًا ثقافيًا، إلى الابتكار لزيادة قدرتها التنافسية. يوفر تطبيق الهندسة الفركتالية، بما في ذلك في الباتيك لاسيم لاتوهان، نهجًا منهجيًا لتطوير الزخارف. تهدف هذه الدراسة إلى تعديل زخارف باتيك لاتوهان لاسيم من خلال تطبيق هندسة الفركتال لمجموعة جوليا التي تم نمذجتها بمعادلات تكرارية $f_c(z) = z^2 + c$ و $f_c(z) = z^3 + c$. الطريقة المستخدمة هي البحث النوعي الحسابي من خلال ثلاث مراحل: توليد أنماط جوليا الفركتالية بمعلمات معقدة $c = -0.04 - 0.78i$، $c = -0.74 + 0.11i$، و $c = -0.38 + 0i$، والتحويلات الهندسية (الدوران، والترجمة، والتوسيع)، ودمج صور الزخارف باستخدام عمليات منطق OR و XOR على الصور الثنائية. تم تقييم التشابه البصري بين النتائج المعدلة والزخارف الأصلية من خلال تحليل نسبة المساحة ومراقبة شكل البتلة والتكرار والتوازن التركيبي. أظهرت النتائج أن أنماط جوليا الفركتالية المحولة والمركبة كانت قادرة على إنتاج زخارف جديدة احتفظت بالخصائص البصرية لزخارف لاتوهان باتيك الأصلية، لا سيما في بنية بتلات الزهور، مع مستوى مناسب من التكرار والتوازن التركيبي. وخلصت هذه الدراسة إلى أن نهج الهندسة الفركتالية القائم على مجموعة جوليا فعال في تعديل أنماط الباتيك التقليدية بشكل منهجي، مما يوفر بديلاً مبتكرًا في تطوير تصميم الباتيك مع الحفاظ على الهوية الثقافية.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geometri fraktal adalah cabang matematika yang mempelajari sifat-sifat dan karakteristik fraktal (Hasang, dkk., 2012). Fraktal merupakan suatu objek yang memiliki pola kemiripan dengan dirinya sendiri (*self-similarity*) dalam berbagai skala. Fraktal menjadi salah satu pendekatan baru dalam memahami kompleksitas alam yang tidak dapat dijelaskan dengan geometri tradisional (Widodo, 2021). Geometri fraktal telah dikembangkan oleh para matematikawan klasik mempelajari objek dengan *self-similarity* pada berbagai skala dan detail yang terus muncul saat diperbesar. Bidang ini relevan untuk memodelkan fenomena alam dan merancang pola visual seperti himpunan Julia, segitiga Sierpinski, dan kurva Koch. Pada konteks seni batik, fraktal membuka peluang desain yang sistematis namun tetap estetik melalui aturan iteratif sederhana yang dapat diimplementasikan secara komputasional.

Batik merupakan kain bergambar yang diproduksi melalui teknik khusus sehingga menghasilkan pola visual yang khas dan memiliki nilai seni yang tinggi. Batik telah diakui sebagai Warisan Budaya Takbenda oleh UNESCO sejak 2 Oktober 2009 menjadi karya budaya yang mewakili identitas Indonesia. Sebagai warisan budaya takbenda, batik perlu dilestarikan dan dikembangkan melalui inovasi motif (Saraswati, 2012). Batik juga memiliki pengaruh signifikan terhadap perekonomian nasional. Berdasarkan laporan yang dipublikasikan oleh situs Data Indonesia (https://dataindonesia.id/industri-perdagangan/detail/data-ekspor-batik-indonesia-10-tahun-terakhir-hingga-2023) pada tahun 2024, nilai ekspor batik Indonesia pada tahun 2023 mencapai sekitar USD164,95 juta, mengalami penurunan sekitar 38,6% dibandingkan capaian tahun 2022 yang sebesar USD268,64 juta. Data tersebut menunjukkan bahwa industri batik menghadapi persaingan ketat baik di pasar lokal maupun internasional.

Penurunan nilai ekspor batik menunjukkan perlunya promosi dan peningkatan kualitas produksi agar mampu bersaing di pasar internasional. Banyak pengerajin batik masih menggunakan metode konvensional yang kurang inovatif dan belum memanfaatkan teknologi untuk menciptakan motif baru (Wibawanto, dkk., 2018). Kurangnya inovasi dalam pembuatan motif batik mendorong pemanfaatan geometri fraktal sebagai solusi untuk menciptakan desain baru yang menarik dan tetap mempertahankan nilai budaya atau yang dikenal dengan batik fraktal.

Pola fraktal pada motif batik menjadi aspek baru dalam seni batik yang kaya akan keindahan. Keindahan ini tercermin dalam perpaduan elemen geometris yang berulang dengan nilai-nilai budaya, menjadikannya lebih dari sekadar karya seni visual, tetapi juga penuh makna. Menurut sudut pandang Islam, seni merupakan bentuk manifestasi keindahan yang dapat menginspirasi serta mendekatkan manusia kepada Allah SWT. Seperti yang disebutkan dalam hadis, *"Sesungguhnya Allah SWT itu indah dan mencintai keindahan"* (HR. Muslim). Islam menghargai keindahan sebagai bagian dari ibadah dan refleksi kebesaran-Nya. Keindahan dalam seni juga dapat ditemukan dalam ciptaan Allah SWT yang luar biasa, yang menjadi sumber inspirasi bagi manusia dalam berkarya. Dalam Al-Qur’an, Allah SWT berfirman:

وَلَقَدْ زَيَّنَّا السَّمَآءَ ٱلدُّنْيَا بِمَصَٰبِيحَ وَجَعَلْنَٰهَا رُجُومًا لِّلشَّيَٰطِينِ وَأَعْتَدْنَا لَهُمْ عَذَابَ ٱلسَّعِيرِ ۝٥

(Kemenag, 2024a)

Artinya: "*Dan sesungguhnya telah Kami hiasi langit dunia dengan bintang-bintang, dan Kami jadikan bintang-bintang itu alat pelempar setan, dan Kami sediakan bagi mereka azab neraka yang menyala-nyala.*" (QS. Al-Mulk: 5)

Ayat ini menunjukkan bahwa Allah SWT telah menghiasi ciptaan-Nya dengan keindahan, yang dapat menjadi inspirasi bagi manusia dalam menciptakan karya seni. Oleh karena itu, seni dalam Islam tidak hanya bernilai estetika tetapi juga memiliki dimensi spiritual yang dapat mendekatkan manusia kepada Sang Pencipta.

Batik fraktal dikenal dari penelitian yang dilakukan oleh Hariadi, dkk. (2013) di mana tersebut berhasil menemukan keterkaitan antara ilmu sains dan seni melalui penerapan algoritma fraktal pada desain batik. Batik fraktal terus berkembang, sebagaimana Purnomo, dkk. (2020) menghasilkan algoritma penyusunan ornamen batik fraktal berbasis geometri Koch snowflake dan Koch anti-snowflake dengan berbagai parameter (m, n, c), menghasilkan 64 kombinasi pada pola 1-3 dan 512 kombinasi pada pola 4-5, serta menunjukkan kemiripan dengan motif batik tradisional seperti parang rusak dan nitik. Selain itu, Wulandari (2017) memfokuskan pembangunan desain batik yang menggabungkan corak daun tembakau menggunakan *L-System* dengan fraktal kurva naga melalui transformasi geometri, menghasilkan dua desain utama dengan 72 motif batik pada desain pertama dan 4.374 motif batik pada desain kedua. Penelitian Febrianti, dkk. (2022) menunjukkan bahwa desain motif Batik Jlamprang dapat dibuat menggunakan geometri fraktal Koch snowflake dan Koch anti-snowflake dengan bantuan perangkat lunak Desmos, yaitu pada iterasi keempat untuk Koch snowflake dan iterasi ketiga untuk Koch anti-snowflake. Merujuk pada berbagai penelitian yang telah dipaparkan, penelitian ini memfokuskan pada penerapan geometri fraktal dalam modifikasi batik motif latohan Lasem.

Pendekatan fraktal pada motif Latohan Lasem yang terinspirasi latohan (alga hijau) khas pesisir menawarkan perpaduan antara kaidah geometri, pengolahan citra, dan nilai budaya. Pola geometris motif batik yang dipilih memiliki kemiripan dengan bentuk pola himpunan Julia. Pengembangan motif batik Latohan dilakukan dengan membangkitkan pola geometri fraktal Julia. Pola-pola yang dihasilkan kemudian dikenai transformasi geometri, seperti rotasi, dilatasi, dan translasi, untuk menghasilkan beberapa komponen motif. Komponen-komponen ini dimodifikasi menggunakan bahasa pemrograman komputer. Hasil dari proses tersebut terbentuk motif batik baru yang menyerupai batik Latohan, dengan pola geometris yang mirip motif aslinya namun tetap mempertahankan identitas dan filosofinya.

Gambar 1.1 Batik Latohan Lasem

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, maka rumusan masalah penelitian ini sebagai berikut.

1. Bagaimana prosedur penerapan geometri fraktal (himpunan Julia), transformasi geometri, dan operasi logika citra dapat dirancang untuk memodifikasi motif Batik Latohan Lasem?
2. Bagaimana kesesuaian visual hasil modifikasi terhadap karakter motif Latohan Lasem?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut.

1. Merancang dan menerapkan prosedur yang memadukan geometri fraktal (himpunan Julia), transformasi geometri, dan operasi logika citra untuk memodifikasi motif Batik Latohan Lasem.
2. Menganalisis dan mengevaluasi kesesuaian visual dari motif batik hasil modifikasi terhadap karakteristik orisinal motif Latohan Lasem, baik secara estetika maupun makna visualnya.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki manfaat teoritis dan praktis. Manfaat teoritis berkontribusi pada pengembangan teori pembelajaran, sedangkan manfaat praktis berdampak langsung pada komponen pembelajaran.

1. **Manfaat Teoritis**

   Penelitian ini juga memperluas pemahaman konsep-konsep matematika yang berkaitan tentang geometri fraktal, serta bagaimana fraktal dapat diterapkan untuk menciptakan desain yang menarik dan unik dalam konteks budaya.

2. **Manfaat Praktis**

   Penelitian ini membuka peluang bagi perajin batik untuk mengembangkan kreativitas dan inovasi dalam menciptakan desain batik yang lebih cepat, efisien, dan menarik dengan memanfaatkan prinsip geometri fraktal, serta memperkenalkan penerapan teknologi dalam industri batik di Indonesia.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada kajian motif Batik Latohan Lasem, tidak mencakup motif batik Lasem lainnya maupun motif batik dari daerah lain. Analisis visual difokuskan pada elemen bentuk utama motif Latohan, khususnya pola yang menyerupai bunga, serta tidak membahas makna simbolik, filosofi, atau nilai historis secara mendalam. Studi literatur dan referensi visual hanya menggunakan sumber arsip daring resmi dan terpercaya, tanpa melibatkan observasi lapangan, wawancara perajin, atau studi etnografi langsung. Proses rekonstruksi motif dilakukan melalui pendekatan fraktal Julia, sehingga metode matematis lain tidak menjadi bagian dari penelitian ini.Fungsi fraktal yang digunakan dibatasi pada fungasi $f_c(z) = z^2 + c$ dan $f_c(z) = z^3 + c$ tanpa eksplorasi fungsi fraktal kompleks lainnya. Nilai parameter konstanta kompleks c dibatasi pada tiga nilai yang telah ditentukan, yaitu $c = -0.04 - 0.78i, c = -0.74 + 0.11i,$ dan $c = -0.38 + 0i$ yang dipilih berdasarkan kemiripan visual dengan motif Latohan, sehingga tidak mencakup eksplorasi parameter secara menyeluruh. Penelitian ini dibatasi pada tahap pembangkitan dan transformasi pola secara visual dan matematis, tanpa membahas proses pewarnaan batik, teknik pencantingan, maupun implementasi langsung pada kain batik. Evaluasi kemiripan antara pola fraktal Julia dan motif Batik Latohan dilakukan secara kualitatif visual, bukan melalui pengukuran kuantitatif atau uji persepsi pengguna.

1.6 Definisi Istilah

1. Fraktal adalah konsep matematika yang menggambarkan bentuk geometri yang diawali dari pola sederhana, berkembang melalui penerapan aturan tertentu, dan memiliki ciri khas kesamaan diri.
2. Himpunan Julia $J(f)$ merupakan batas (*boundary*) dari *filled-in Julia set* $K(f)$, yaitu: $K(f) = \{z \in \mathbb{C} : f^k(z) \nrightarrow \infty\}$; $J(f) = \partial K(f)$, dengan $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ yang merupakan fungsi polinomial kuadrat $f_c(z) = z^2 + c$ dengan $c \in \mathbb{C}$.
3. Modifikasi motif merupakan proses rekonstruksi bentuk visual dengan menciptakan desain baru yang terinspirasi dari motif batik Latohan Lasem. Proses ini dilakukan melalui penerapan konsep geometri fraktal (himpunan Julia), transformasi geometri, dan operasi logika citra sehingga menghasilkan bentuk baru yang tetap merefleksikan identitas visual asalnya namun memiliki pola dan struktur yang berbeda.

4. Orbit himpunan Julia didefinisikan sebagai urutan bilangan yang dibentuk oleh fungsi $f(z)$ dengan titik awal z_0 membentuk suatu barisan bilangan yang disebut orbit dari z_0 terhadap fungsi $f(z)$, yaitu:

$$\{z_0, z_1 = f(z_0), z_2 = f^2(z_0), \dots, z_n = f^n(z_0), \dots\}$$

5. Transformasi geometri adalah konsep matematika yang menjelaskan bagaimana sebuah objek dapat berubah posisi, ukuran, atau bentuknya di dalam ruang geometri.
6. Matriks merupakan kumpulan bilangan, simbol, atau ekspresi, berbentuk persegi atau persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom. Matriks dinotasikan dengan huruf kapital, sedangkan bilangan-bilangan yang terdapat pada matriks disebut elemen matriks. Secara umum matriks dituliskan sebagai

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ a_{m1} & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

dengan keterangan m = baris, n = kolom, $i = 1,2,\dots,m$, $j = 1,2,\dots,i$.

7. Piksel (*picture element*)

Citra digital direpresentasikan sebagai matriks numerik $M \times N$. Setiap elemen dalam *array* tersebut adalah nilai intensitas cahaya (atau warna) pada titik koordinat (x, y) tertentu. Piksel adalah unit terkecil penyusun citra digital atau setiap elemen dari array (matriks) yang merepresentasikan citra digital.

8. Operasi logika citra biner: AND/OR/XOR/NOT diterapkan per-piksel atas dua citra berukuran sama.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

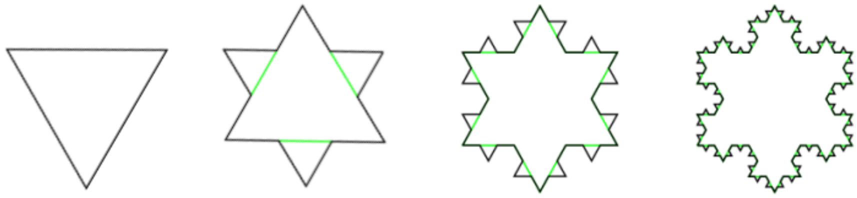
2.1.1 Geometri Fraktal

Geometri Fraktal yang dikenal sebagai "geometri alam" merupakan jenis geometri yang mempelajari geometri tak beraturan. Geometri tak beraturan mengacu pada aturan-aturan yang tampak kacau seperti garis pantai yang berkelok-kelok dan pegunungan yang bergelombang (Tian, 2019). Mandelbrot memperkenalkan istilah *fractal* (dari bahasa Latin: *fractus*) untuk menjelaskan bentuk-bentuk alam yang tidak memadai dijelaskan oleh geometri Euclid. Dalam bukunya *The Fractal Geometry of Nature*, Mandelbrot menyatakan bahwa "awan bukanlah bola, gunung bukanlah kerucut, garis pantai bukanlah lingkaran, dan kilat tidak berjalan lurus", sehingga geometri Euclides tidak cukup untuk menjelaskan bentuk alami (Edgar, 2007).

Secara formal, fraktal dapat diartikan sebagai pengulangan bentuk geometri yang dibentuk dari bentuk primitif geometri tersebut dipecah atau dibagi kedalam bentuk dengan ukuran panjang dan lebar dan posisi tertentu (Purnomo, 2020). Ciri utama dari fraktal: *self-similarity* (eksak/statistik/kuasi), detail tak hingga, serta dimensi fraktal non-bulat. Salah satu estimasi populer adalah dimensi *box-counting*:

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \tag{2.1}$$

dengan $N(\varepsilon)$ menyatakan banyaknya kotak berukuran ε yang diperlukan untuk menutupi objek fraktal (Falconer, 2014).



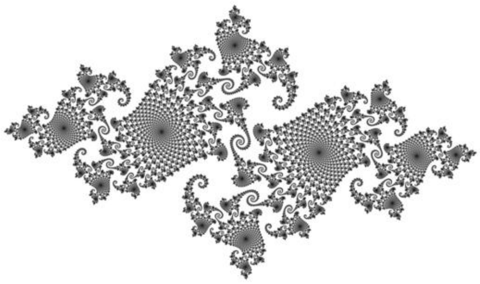
Gambar 2.1 Fraktal Kurva Koch

Beberapa contoh fraktal yang banyak dikaji antara lain, Himpunan Cantor, Segitiga Sierpinski, Kurva Koch, Himpunan Mandelbrot, dan Himpunan Julia. Masing-masing fraktal tersebut memperlihatkan sifat pengulangan pola sederhana yang menghasilkan bentuk yang rumit dan indah (Palma, 2022).

Fraktal tidak hanya secara teoretis, tetapi juga memiliki banyak aplikasi. Contohnya, fraktal digunakan untuk memodelkan fenomena seperti percabangan pohon, sistem peredaran darah, pola awan, pegunungan, hingga struktur galaksi. Selain itu, fraktal juga digunakan pada antena komunikasi, kompresi citra, grafis komputer, dan pemodelan sinyal (Peitgen dkk., 2004). Sedangkan pada seni dan budaya, konsep fraktal juga digunakan untuk menciptakan pola visual yang unik, misalnya dalam desain arsitektur dan batik. Sehingga, sifat *self-similarity* fraktal menjadikannya relevan untuk menganalisis dan mengembangkan motif batik yang berciri pengulangan pola, termasuk Batik Latohan Lasem.

2.1.2 Himpunan Julia

Himpunan Julia merupakan jenis pola fraktal acak (*random fractal*), yaitu fraktal dengan elemen ketidakpastian dan keacakan dalam pola dan strukturnya. Fraktal ini memiliki sifat *statistically self-similarity*, yaitu bagian-bagiannya memiliki kesamaan statistik tanpa identik secara keseluruhan. Himpunan Julia terdiri dari dua bagian utama, yaitu himpunan Julia itu sendiri dan *Filled-in* Julia, yang terbentuk dengan menetapkan batasan tertentu untuk menggambarnya, di mana Julia Set merupakan cakram terbuka dengan keserupaan bentuk pada setiap bagian objeknya hingga perbesaran tak hingga (Solar dkk., 2020).



Gambar 2.2 Himpunan Julia

Definisi 2.1 (Kenneth, 2003)

Himpunan Julia $J(f)$ dari suatu fungsi kompleks $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ yang merupakan fungsi polinomial kuadrat $f_c(z) = z^2 + c$ dengan $c \in \mathbb{C}$, didefinisikan sebagai batas (*boundary*) dari dari *filled-in Julia set* $K(f)$, yaitu:

$$J\,(f) = \partial K(f),$$

himpunan Julia terisi $K(f)$ sendiri merupakan himpunan semua titik z di bidang kompleks yang orbitnya tetap terbatas di bawah iterasi fungsi polinomial f sebagai:

$$K(f) = z \in C \;:\; f_c^n\,(z) \nrightarrow \infty \text{ saat } n \to \infty\}.$$

dengan $f^n(z)$ menyatakan komposisi fungsi f sebanyak n kali (iterasi ke-n) dengan $n \in \mathbb{N}$. Himpunan Julia merupakan objek pinggiran fraktal yang memisahkan titik-titik yang "terjebak" dari titik-titik yang "melarikan diri" saat sebuah fungsi diiterasikan.

Himpunan Julia secara umum, yaitu fungsi $f_c(z) = z^2 + c$, dengan z merupakan suatu variabel bilangan kompleks $x + yi$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$, dan $c = a + bi$ adalah parameter konstanta dengan $a, b \in \mathbb{R}$. Pemilihan c menentukan pola Julia yang dihasilkan antara terhubung atau terputus-putus. Nilai c dibagai menjadi tiga, yaitu nilai c yang hanya terdiri dari bilangan riil $(a \neq 0, b = 0)$, nilai c yang terdiri dari bilangan imajiner $(a = 0, b \neq 0)$, dan nilai c yang terdiri dari bilangan riil dan bilangan imajiner $(a \neq 0, b \neq 0)$ (Juhari, 2019).

Pada suatu c yang telah dipilih, nilai z merupakan subjek yang diselidiki untuk memetakan posisi suatu titik antara di dalam $K(f_c)$, di luar, atau tepat pada batas $J(f_c)$. Untuk $f_c(z) = z^2 + c$, $z, c \in \mathbb{C}$, iterasi didefinisikan

$$z_{n-1}^2 + c = f_c(z) = z^2 + c, \qquad n = 0,1,2,\ldots \tag{2.2}$$

Perhitungan iteratif z untuk barisan z_0 hingga z_n dilakukan sebagai berikut

$$z_1 = z_0^2 + c = (x + yi)^2 + (a + bi)$$

$$z_2 = z_1^2 + c = \left((x + yi)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)$$

$$z_3 = z_2^2 + c = \left(\left((x + yi)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)$$

dan seterusnya.

Proses iterasi dilakukan secara berulang hingga didapatkan suatu kondisi, yaitu ketika $|z_n| > 2$ atau jumlah iterasi telah mencapai batas maksimum yang telah ditentukan.

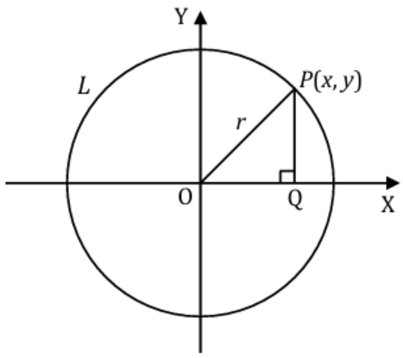
Kriteria pelarian (*escape*) (Devaney, 1989).

Apabila pada suatu iterasi $|z_n| > 2$, maka orbit akan menuju tak-hingga (untuk polinomial kuadrat, radius 2 sudah memadai).

Setelah beberapa kali iterasi diperoleh nilai $|z_n| > 2$, maka titik $z = x + yi$ dikategorikan berada di luar himpunan Julia. Sebaliknya, jika nilai $|z_n| \leq 2$ setelah dilakukan sejumlah iterasi, maka titik $z = x + yi$ termasuk ke dalam himpunan Julia.

2.1.3 Lingkaran

Lingkaran adalah himpunan titik-titik pada suatu bidang yang memiliki jarak sama dari sebuah titik tetap. Titik tetap tersebut disebut pusat lingkaran, sedangkan jarak dari pusat ke setiap titik pada lingkaran disebut jari-jari (Achmad, 2020). Lingkaran L berpusat di titik $O(0,0)$ dan memiliki jari-jari r seperti gambar berikut.



Gambar 2.3 Lingkaran berpusat di $\text{O}(0, 0)$

Misalkan $P(x, y)$ adalah sembarang titik pada keliling lingkaran L yang berpusat di titik pusat $O(0,0)$. Jika proyeksi titik P terhadap sumbu X dinyatakan dengan $Q(x, 0)$, maka segitiga OPQ merupakan segitiga siku siku dengan sisi siku siku masing masing sepanjang $|x|$dan $|y|$. Berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh

$$OP^2 = (O\text{Q})^2 + (P\text{Q})^2$$

Jika $OP = r$, $OQ = x$, dan $PQ = y$, maka diperoleh

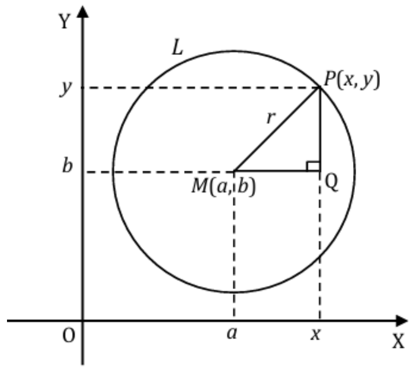
$$r^2 = x^2 + y^2.$$

dengan demikian, persamaan lingkaran yang berpusat di titik pusat $O(0,0)$ dengan jari jari r dapat ditulis sebagai

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Bentuk tersebut dikenal sebagai persamaan lingkaran berpusat di titik pusat $O(0,0)$ (Stewart, 2016).

Lingkaran L dengan pusat di $M(a,b)$ dan berjari-jari r dapat dinyatakan sebagai berikut.



Gambar 2.4 Lingkaran berpusat di $M(a,b)$

Misalkan $P(x,y)$ merupakan sembarang titik pada lingkaran L yang berpusat di $M(a,b)$. Titik Q merupakan proyeksi titik P ke garis sejajar yang melalui M, sehingga koordinat Q adalah (x,b). Dengan demikian, terbentuklah segitiga siku-siku MPQ di titik Q. Panjang sisi mendatar MQ adalah $|x - a|$, dan panjang sisi tegak PQ adalah $|y - b|$. Berdasarkan Teorema Pythagoras, kuadrat jarak MP memenuhi persamaan

$$MP^2 = (MQ)^2 + (PQ)^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2.$$

Karena MP adalah jari jari lingkaran r, maka

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2.$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2,$$

yang merupakan persamaan lingkaran dengan pusat $M(a, b)$ dan jari jari r (Maltbie, 1906).

2.1.4 Transformasi Geometri

Transformasi geometri adalah konsep matematika yang menjelaskan bagaimana sebuah objek dapat berubah posisi, ukuran, atau bentuknya di dalam ruang geometri. Dalam konsep ini, objek dapat bergeser dari satu tempat ke tempat lain, berputar, diperkecil, atau diperbesar tanpa mengubah bentuk dasarnya. Perubahan ini bisa terjadi ke berbagai arah, baik dari kiri ke kanan, atas ke bawah, atau sebaliknya. Dengan demikian, transformasi geometri memiliki beberapa jenis dasar yang meliputi translasi (pergeseran), rotasi (putaran), refleksi (pencerminan), dan dilatasi (perubahan ukuran).

1. **Translasi (Pergeseran)**

    Translasi adalah bentuk transformasi yang memindahkan suatu objek pada bidang datar atau ruang tanpa mengubah bentuknya. Proses ini dilakukan dengan cara menggeser setiap titik pada objek sejauh dan searah dengan vektor tertentu. Dengan demikian, translasi hanya mengubah lokasi objek tanpa mengubah ukuran atau bentuknya.

    Definisi 2.2 (Sanjoyo dkk. 2008)

    Misalkan (x, y) merupakan koordinat suatu titik di ruang dua dimensi $(\mathbb{R}^2)$. Jika diberikan suatu transformasi translasi $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, maka translasi tersebut memetakan titik $P(x, y)$ ke titik bayangan $P'(x', y')$

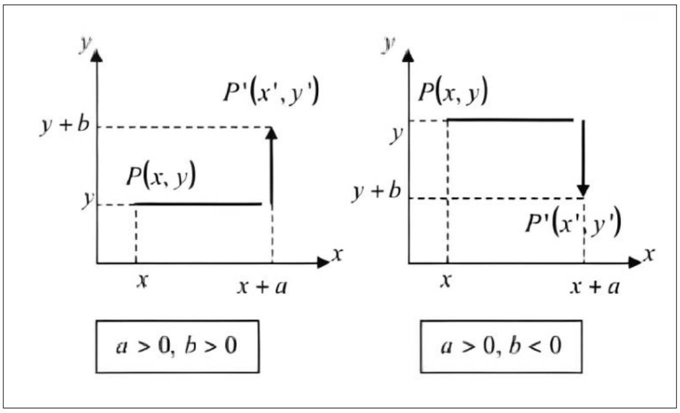
dengan vektor translasi $T(a,b)$. Dengan demikian, transformasi translasi dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$(x', y') = (x + a, y + b)$$

di mana:

a. a menunjukkan besar pergeseran pada sumbu x, dengan $a > 0$ berarti bergeser ke kanan dan $a < 0$ bergeser ke kiri.

b. b menunjukkan besar pergeseran pada sumbu y, dengan $b > 0$ berarti bergeser ke atas dan $b < 0$ bergeser ke bawah.



Gambar 2.5 Grafik Translasi

Contoh 2.3 (Translasi)

Diketahui titik $P(1,2)$ pada bidang datar, akan diterapkan pergeseran dengan vektor translasi $T(a,b) = (2,2)$ terhadap titik tersebut. Dengan menerapkan rumus translasi, diperoleh:

$$x' = x + a = 1 + 2 = 3$$

$$y' = y + b = 2 + 2 = 4$$

Jadi, setelah ditranslasikan dengan vektor $T(2,2)$, titik $P(1,2)$ akan berpindah menjadi titik $P'(3,4)$.

2. Refleksi (Pencerminan)

Refleksi atau pencerminan adalah suatu transformasi geometri yang memindahkan setiap titik pada bidang dengan cara menggambar bayangannya berdasarkan sifat-sifat tertentu yang ditentukan oleh sebuah sumbu cermin. Transformasi ini disimbolkan dengan M_a, di mana a merupakan sumbu cermin yang digunakan. Proses pencerminan mengubah posisi titik-titik pada bidang, sehingga setiap titik pada objek akan memiliki bayangan yang simetris terhadap sumbu cermin tersebut. Hasil dari refleksi adalah objek yang tampak seolah-olah dipantulkan melalui cermin, dengan jarak yang sama antara titik-titik objek dan bayangannya terhadap sumbu cermin.

Definisi 2.4 (Istiqomah, 2020)

Misalkan (x, y) merupakan koordinat suatu titik di ruang dua dimensi ($\mathbb{R}^2$). Jika $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ adalah suatu transformasi yang memetakan titik $P(x, y)$ ke titik bayangan $P'(x', y')$, maka refleksi terhadap sumbu x didefinisikan sebagai transformasi yang memenuhi aturan berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

dalam hal ini, koordinat hasil transformasi $P'(x', y')$ adalah $(x, -y)$, yang menunjukkan bahwa nilai x tetap, sedangkan nilai y berubah.

Definisi 2.5 (Istiqomah, 2020)

Misalkan (x, y) merupakan koordinat suatu titik di ruang dua dimensi ($\mathbb{R}^2$). Jika $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ adalah suatu transformasi yang memetakan titik $P(x, y)$ ke titik bayangan $P'(x', y')$, maka refleksi terhadap sumbu y didefinisikan sebagai transformasi yang memenuhi aturan berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

dalam hal ini, koordinat hasil transformasi $P'(x', y')$ adalah $(x, -y)$, yang menunjukkan bahwa nilai y tetap, sedangkan nilai x berubah.

Contoh 2.6 (Refleksi terhadap Sumbu x)

Diberikan garis l: $3x - 2y - 5 = 0$ akan dicerminkan terhadap sumbu x. Misalkan titik $P(x, y)$ merupakan sebarang titik yang terletak pada garis l, sehingga memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$. Titik P akan dicerminkan terhadap sumbu x menggunakan matriks pencerminan berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

dari perkalian matriks tersebut diperoleh:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

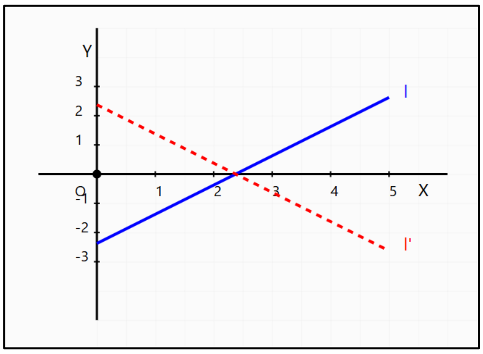
Karena titik $P'(x', y')$ juga terletak pada bayangan garis l, maka koordinat titik $P'(x', y')$ harus memenuhi persamaan bayangan garis l. Dengan mensubstitusikan nilai $x = x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan awal:

$3x - 2y - 5 = 0$

$3(x') - 2(-y') - 5 = 0$

$3x' + 2y' - 5 = 0$

Jadi, persamaan bayangan garis l setelah dicerminkan terhadap sumbu x adalah $3x + 2y - 5 = 0$.



Gambar 2.6 Grafik Refleksi Garis l

3. Rotasi (Perputaran)

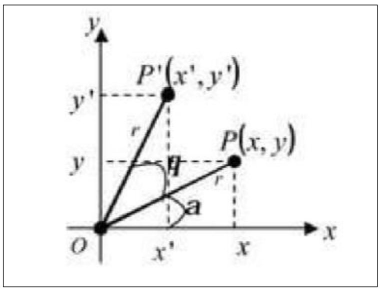
Rotasi adalah sebuah transformasi geometri yang memindahkan objek dengan cara memutar pada suatu titik pusat tertentu. Dalam proses rotasi, terdapat tiga komponen penting yang harus diperhatikan, yaitu titik pusat rotasi, besar sudut rotasi, dan arah sudut rotasi. Arah putaran sudut positif berlaku berlawanan dengan arah jarum jam, sedangkan sudut negatif akan berputar searah jarum jam. Melalui rotasi, posisi objek dalam ruang dua atau tiga dimensi dapat diubah, namun tetap mempertahankan jarak antar titik dan besaran sudut dalam objek tersebut, sehingga bentuk dasar objek tidak mengalami perubahan.

Definisi 2.7 (Fatqurhohman, 2022)

Misalkan (x, y) merupakan koordinat suatu titik di ruang dua dimensi ($\mathbb{R}^2$). Jika diberikan suatu transformasi rotasi $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, maka transformasi rotasi memetakan titik $P(x, y)$ ke titik bayangan $P'(x', y')$. Rotasi berpusat di titik $A(a, b)$ dan sudut putar θ dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$x' = a + (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta$$

$$y' = b + (x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta$$



Gambar 2.7 Grafik Rotasi

Contoh 2.8 (Rotasi)

Diberikan titik $P(-1,-2)$ yang dirotasikan berturut-turut sebesar $180°$ dan $90°$ berlawanan dengan arah jarum jam dengan pusat yang sama, yaitu titik $A(0,0)$. Melakukan rotasi titik $P(-1,-2)$ sebesar $180°$ diikuti dengan $90°$ berlawanan arah jarum jam, dengan pusat rotasi $A(0,0)$, setara dengan rotasi tunggal titik P sebesar $270°$ berlawanan arah jarum jam dengan pusat yang sama, $A(0,0)$. Didapatkan bayangan titik P sebagai berikut

$$x' = -1\cos\ (270°) - (-2\,)\sin\ (270°) = -1 \cdot 0 - (-2) \cdot (-1) = -2$$

$$y' = -1\sin(270°) + (-2)\cos(270°) = -1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 = 1$$

4. **Dilatasi (Perbesaran)**

Dilatasi adalah salah satu bentuk transformasi geometri yang mengubah ukuran atau skala suatu bangun, baik berupa pembesaran maupun pengecilan, tanpa mengubah bentuk dasarnya. Dalam proses dilatasi, setiap titik pada bangun geometri mengalami perubahan jarak terhadap titik tertentu, yang disebut pusat dilatasi, dengan menggunakan suatu nilai pengali yang dikenal sebagai faktor skala atau faktor dilatasi**.**

Definisi 2.9 (Istiqomah, 2020)

Misalkan (x, y) adalah koordinat suatu titik dalam ruang dua dimensi. Jika transformasi dilatasi $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$memetakan titik $P(x, y)$ ke titik $P'(x', y')$, dan diketahui bahwa $A(a, b)$ adalah titik pusat dilatasi serta k merupakan faktor skala, maka transformasi dilatasi ini dapat dirumuskan dengan persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Persamaan ini menunjukkan bagaimana titik (x, y) didilatasikan terhadap titik pusat (a, b) dengan faktor skala k, menghasilkan bayangan (x', y').

Contoh 2.10 (Dilatasi)

Diberikan titik $P(-5,2)$ dalam bidang datar dan akan diterapkan dilatasi dengan $k = -3$ terhadap titik pusat $A(3,4)$. Berdasarkan rumus dilatasi, maka perhitungannya sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 - 3 \\ 2 - 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

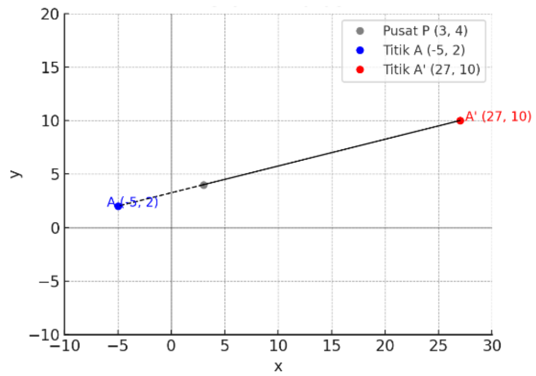
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 + 3 \\ 6 + 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Jadi, setelah dilatasi dengan $k = -3$ terhadap titik pusat $A(3,4)$, titik $P(-5,2)$ akan berpindah menjadi titik $P'(27,10)$.



Gambar 2.8 Grafik Dilatasi

2.1.5 Pengolahan Citra Biner dan Operasi Logika

Python merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi, dinamis, berorientasi objek, dan serbaguna yang menggunakan interpreter dan dapat digunakan dalam berbagai aplikasi. *Python* dirancang agar mudah dipahami dan digunakan. *Python* banyak digunakan dalam berbagai bidang, salah satunya matematika (Srinath, 2017). *Python* memiliki banyak *Library* yang sesuai dengan kebutuhan program, seperti *Numpy*, *Matplotlib*, *Open CV*, dan sebagainya (Syahrudin, dkk., 2018). Salah satu manfaat *Python* adalah dapat melakukan pengolahan suatu citra digital (*digital image processing*).

Citra digital merupakan suatu matriks di mana indeks baris dan kolomnya menyatakan suatu titik pada citra tersebut dan elemen matriksnya yang disebut piksel (*picture element*) menunjukkan nilai intensitas atau tingkat keabuan pada titik tersebut. Sebuah citra digital dapat dinyatakan sebagai $f(x, y)$ dengan dimensi M baris dan N kolom, di mana x dan y merepresentasikan koordinat spasial. Citra digital dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \cdots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

Keterangan:

$f(x,y)$: Nilai keabuan atau tingkat kecerahan pada titik (x,y)

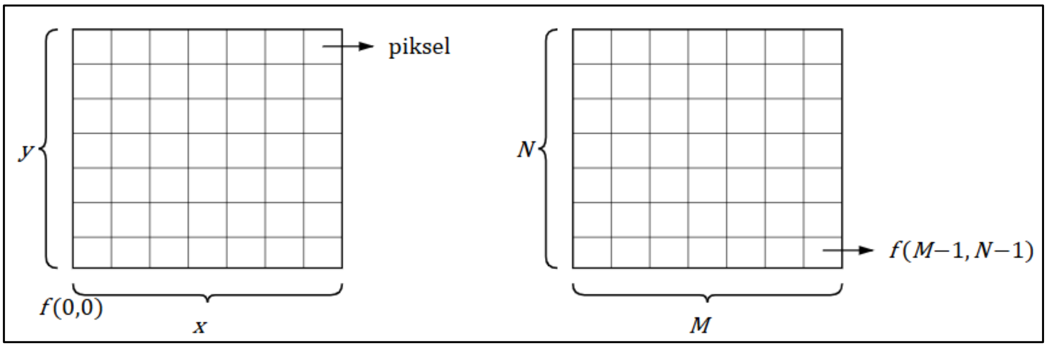
(x,y) : Titik koordinat pada bidang 2 dimensi (posisi dari piksel)

x : Nilai baris

y : Nilai kolom

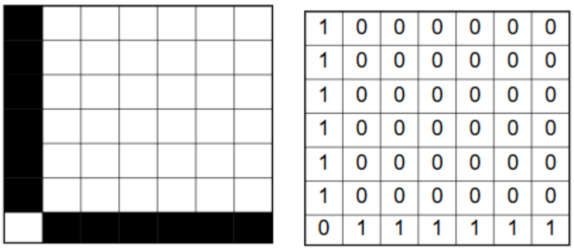
M : Jumah baris, $0 \leq y \leq M - 1$

N : Jumlah kolom, $0 \leq x \leq N - 1$



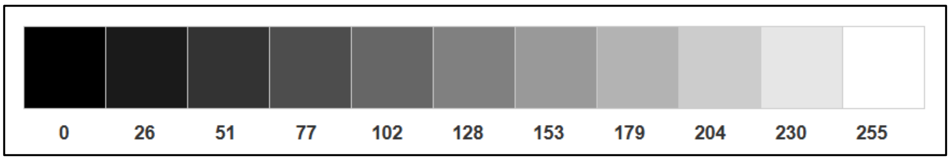
Gambar 2.9 Koordinat pada Citra

Citra merupakan fungsi dua dimensi yang menyatakan intensitas cahaya pada bidang dua dimensi. Citra digital terbagi menjadi citra biner (hitam-putih), citra *grayscale* (tingkat keabuan dengan variasi warna yang bergantung pada kedalaman warna), dan citra warna atau *true color*. Citra biner merupakan model paling sederhana, hanya memiliki dua nilai piksel yaitu, 0 (hitam) dan 1 (putih).



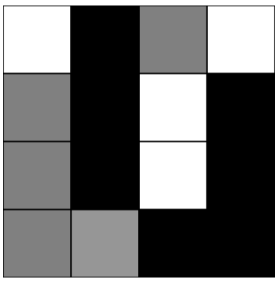
Gambar 2.10 Representasi Citra Biner

Citra keabuan yang hanya terdiri dari skala warna abu-abu, di mana nilai intensitas setiap piksel dalam citra berada pada rentang diskrit dari 0 hingga 255, dengan nilai 0 merepresentasikan warna hitam (intensitas cahaya minimum) dan nilai 255 melambangkan warna putih (intensitas cahaya maksimum).



Gambar 2.11 Skala keabuan

Sedangkan, pada citra berwarna, pembentukan warnanya umumnya berasal dari kombinasi tiga warna primer, yaitu merah (*red*), hijau (*green*), dan biru (*blue*) setiap warna masing masing memiliki intensitas dengan rentang nilai 0 hingga 255 untuk menghasilkan jutaan warna sehingga hampir mencakup semua warna di alam.



Gambar 2.12 Piksel Citra RGB

Gambar di atas dapat direpresentasikan dalam matriks G sebagai berikut

$$G = \begin{bmatrix} (255,255,255) & (0,0,0) & (150,150,150) & (255,255,255) \\ (150,150,150) & (0,0,0) & (255,255,255) & (0,0,0) \\ (150,150,150) & (0,0,0) & (255,255,255) & (0,0,0) \\ (150,150,150) & (128,128,128) & (0,0,0) & (0,0,0) \end{bmatrix}$$

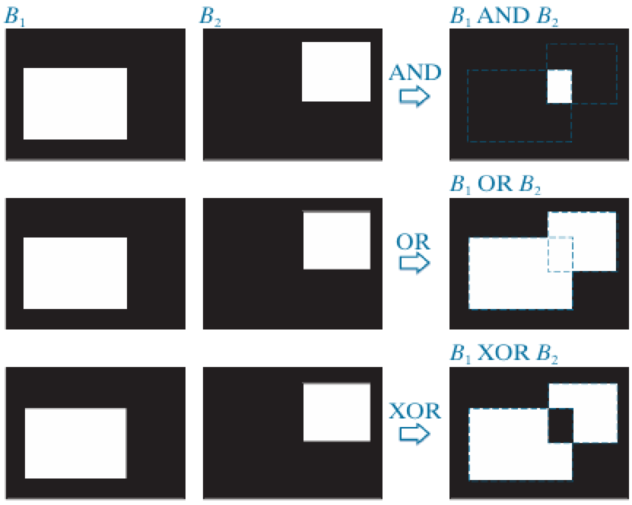
Pada pengolahan citra digital terdapat operasi *multi image* yang mana merupakan suatu teknik yang melibatkan lebih dari satu objek gambar untuk menghasilkan sebuah citra keluaran. Hasil tersebut diperoleh melalui serangkaian operasi matematis yang diterapkan pada setiap titik di lokasi yang bersesuaian di antara citra-citra masukan. Secara umum, apabila dua citra, yaitu A dan B, dioperasikan hingga menghasilkan citra C.

Operasi logika akan digunakan untuk menggabungkan dua citra biner. Operator logika digunakan untuk melakukan operasi yang menghasilkan nilai logika (*true* dan *false*), pada citra biner hanya terdapat dua nilai, yaitu nilai logika 1 (*true*) dan nilai logika 0 (*false*). Operator logika terdapat 4 jenis, yaitu AND, OR, XOR, dan NOT (Gonzalez, dkk., 2002).

Tabel 2.1 Tabel kebenaran operator logika

Derajat Keabuan		Operator Logika		
Citra A	Citra B	AND	OR	XOR
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0

Ilustrasi operasi logika pada dua buah citra dengan latar belakang hitam (0) sebagai berikut



Gambar 2.13 Ilustrasi penggabungan citra (1)

Berdasarkan gambar 2.13 implementasi operasi logika pada citra biner dengan menggunakan dua citra, yaitu B_1 dan B_2. Pada operasi AND menghasilkan citra baru yang hanya berisi piksel bernilai 1 pada posisi di mana kedua citra B_1 dan B_2 sama-sama memiliki nilai 1 atau hanya bagian yang tumpang tindih antara keduanya yang tetap berwarna putih. Sedangkan, operasi OR akan menghasilkan piksel bernilai 1 di semua posisi di mana salah satu atau kedua citra memiliki nilai 1 sehingga area putih merupakan gabungan dari keduanya. Operasi XOR (*Exclusive* OR) akan menghasilkan piksel bernilai 1 (putih) hanya pada posisi di mana nilai piksel pada citra B_1 dan B_2 berbeda.

Pada pengolahan citra biner operasi himpunan dan logika dapat dilakukan melalui dua pendekatan dasar. Pertama, menggunakan koordinat dari setiap wilayah piksel *foreground* dalam satu citra sebagai himpunan yang akan dioperasikan. Kedua, dengan memanfaatkan satu atau lebih citra berukuran sama, di mana operasi logika dilakukan secara langsung antara piksel-piksel yang memiliki posisi koordinat bersesuaian pada setiap citra tersebut (Gonzalez, dkk., 2002). Misalkan diberikan sembarang dua citra biner A dan B yang memiliki ukuran sama, setiap piksel pada posisi koordinat yang sama (x, y) dapat dikenai operasi logika untuk menghasilkan citra keluaran C. Operasi ini dilakukan per piksel pada pasangan koordinat yang bersesuaian, dengan aturan sebagai berikut:

$$C_{AND}(x,y) = A(x,y) \wedge B(x,y),\ C_{OR}(x,y) = A(x,y) \vee B(x,y),$$

$$C_{XOR}(x,y) = A(x,y) \oplus B(x,y), C_{NOT}(x,y) = \neg A.$$

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an dan Al-Hadist

Penerapan fraktal dalam modifikasi pola motif batik, berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, pada bagian ini akan dibahas menjadi beberapa bagian dari sudut pandang Islam.

2.2.1 Keindahan Seni dalam Perspektif Islam

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, seni adalah perpaduan antara ide, keterampilan yang melibatkan kemampuan fisik, dan hasil akhirnya yang terwujud dalam bentuk atau gerakan. Secara etimologis, seni memiliki beberapa pengertian. Kata "seni" (*art*) berasal dari bahasa Latin "*ars*" yang berarti kemahiran. Dalam bahasa Yunani, kemahiran disebut dengan "*techne*", sementara dalam bahasa Jerman, "*kunst*", yang berasal dari kata "*konnen*", berarti kemampuan atau bisa. Pemahaman ini penting untuk diperhatikan, karena ada yang berpendapat bahwa seni dalam bahasa Indonesia berasal dari kata "sani" dalam bahasa Sansekerta, yang berarti mulia, luhur, dan indah (Kusuma, 2020).

Islam adalah agama yang mengandung berbagai unsur seni di dalamnya (Pinem, 2012). Seni berfungsi sebagai pendorong nalar yang mampu menggali lebih dalam tentang hal-hal yang berada di balik materi. Setiap individu memiliki hak untuk menyalurkan kreativitas mereka melalui berbagai bentuk seni, seperti seni membaca Al-Qur'an, seni kaligrafi, dan lain-lain. Seni Islam merupakan ekspresi keindahan yang mencerminkan pandangan Islam terhadap alam, kehidupan, dan manusia, yang pada akhirnya mengarah pada pertemuan sempurna antara kebenaran dan keindahan yaitu keimanan.

Keindahan dan seni merupakan suatu hal yang tidak bisa dipisahkan antara satu dengan lainnya. Kesenian dalam perspektif Islam bertujuan untuk membimbing manusia menuju konsep tauhid (mengesakan Allah SWT) dan pengabdian kepada-Nya. Seni dalam Islam dirancang untuk menciptakan manusia yang baik, beradab, dan berakhlak mulia. Tujuan seni dalam Islam adalah untuk kebaikan dan mendidik, serta harus sesuai dengan batasan syariat (Saidah, 2008). Seni Islam berlandaskan akidah Islam dan doktrin tauhid, yang kemudian diwujudkan dalam karya seni. Seni ini tidak boleh bertentangan dengan akidah, syariat, atau akhlak.

Perbedaan utama antara seni Islam dan seni lainnya terletak pada niat, tujuan, dan nilai akhlak yang terkandung dalam karya tersebut (Wildan, R. 2007). Berbeda dengan seni Barat yang sering mengabaikan aspek akhlak dan kebenaran, seni Islam bertujuan untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT dan memberikan kesejahteraan bagi manusia. Seni Islam bukan sekadar seni untuk seni atau untuk kepentingan tertentu, melainkan untuk tujuan mulia seperti kemaslahatan masyarakat.

Kesenian Islam diciptakan dengan niat untuk mendapatkan ridha Allah SWT, sementara seni yang tidak Islami sering dibuat untuk kesombongan, pamer, memuaskan nafsu, atau merusak nilai syariat dan akhlak. Karya seni Islam harus mengandung nilai-nilai positif yang mencerminkan akhlak mulia atau setidaknya bersifat alami dan bebas dari unsur negatif. Jika sebuah karya seni mengandung nilai-nilai negatif, meskipun penciptanya seorang Muslim, karya tersebut tidak termasuk dalam kategori seni Islam (Wildan, R., 2007).

Keindahan itu sendiri dalam Islam merupakan salah satu hal yang dicintai oleh Allah SWT, sebagaimana yang sudah dijelaskan dalam hadis riwayat Muslim:

حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ الْمُثَنَّى، وَمُحَمَّدُ بْنُ بَشَّارٍ، قَالَا: حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ جَعْفَرٍ، حَدَّثَنَا شُعْبَةُ، عَنْ أَبَانَ بْنِ تَغْلِبَ، عَنْ فُضَيْلِ بْنِ فَضَالَةَ، عَنْ عَطِيَّةَ بْنِ عَامِرٍ، عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ مَسْعُودٍ، عَنْ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ: "لَا يَدْخُلُ الْجَنَّةَ مَنْ كَانَ فِي قَلْبِهِ مِثْقَالُ ذَرَّةٍ مِنْ كِبْرٍ". قَالَ رَجُلٌ: "إِنَّ الرَّجُلَ يُحِبُّ أَنْ يَكُونَ ثَوْبُهُ حَسَنًا، وَنَعْلُهُ حَسَنَةً". قَالَ: "إِنَّ اللَّهَ جَمِيلٌ يُحِبُّ الْجَمَالَ، الْكِبْرُ بَطَرُ الْحَقِّ، وَغَمْطُ النَّاس ."(رواه مسلم)

(Lidwa, 2010).

Artinya: “*Telah menceritakan kepada kami Muhammad bin al-Mutsanna dan Muhammad bin Basysyar serta Ibrahim bin Dinar, semuanya dari Yahya bin Hammad. Ibnu al-Mutsanna berkata: Telah menceritakan kepada kami Yahya bin Hammad, ia berkata: Telah mengabarkan kepada kami Syu'bah, dari Aban bin Taghlib, dari Fudlail al-Fuqaimi, dari Ibrahim an-Nakha'i, dari Alqamah, dari Abdullah bin Mas'ud, dari Nabi ﷺ, beliau bersabda: “Tidak akan masuk surga orang yang di dalam hatinya terdapat seberat biji sawi dari kesombongan.” Ada seseorang yang bertanya: “Bilamana seseorang ingin berpenampilan bagus dengan baju dan sandalnya (apakah termasuk dari kesombongan)?” Beliau menjawab: “Sesungguhnya Allah SWT itu indah dan cinta terhadap keindahan. Kesombongan itu adalah menolak kebenaran dan meremehkan manusia.”* (HR. Muslim No. 91)

Menurut Rasyida hadist diatas merupakan kategori *shahih* karena para *rawi* mendapat dukungan positif dari para ulama. Hadis *shahih* bersifat *maqbul* sebagai *hujjah* pengamalan Islam. Kata "جميل" (indah) pada hadist dikaitkan dengan Allah SWT sebagai salah satu nama-Nya. Penyandaran ini memiliki beberapa makna.

Pertama, ini menegaskan bahwa Allah SWT terbebas dari segala cacat dan kekurangan. Kedua, dapat diartikan bahwa hanya Allah SWT yang membuat segala sesuatu menjadi indah. Ketiga, kata ini juga bisa bermakna bahwa Allah SWT memiliki kemuliaan yang sangat tinggi.

Menurut Mubhar, ungkapan إِنَّ اللَّهَ جَمِيلٌ menunjukkan bahwa Allah SWT adalah pemilik keindahan mutlak dalam segala aspek, baik sifat maupun perbuatan-Nya. Kalimat يُحِبُّ الْجَمَالَ bermakna bahwa Allah SWT menyukai kesempurnaan keindahan yang ada pada diri-Nya serta perilaku indah dari hamba-hamba-Nya. Keindahan ini mencakup aspek fisik, seperti berpakaian indah, serta aspek non-fisik, seperti menahan diri dari bergantung kepada selain-Nya.

Islam menghargai keindahan sebagai bagian dari ibadah dan refleksi kebesaran-Nya (Aripin, dkk., 2024). Keindahan dalam seni juga dapat ditemukan dalam ciptaan Allah SWT yang luar biasa, yang menjadi sumber inspirasi bagi manusia dalam berkarya. Dengan demikian, konsep pernerapan fraktal pada batik tidak hanya memperkaya seni tradisional, tetapi juga menjadi sarana untuk mengungkapkan keagungan dan keindahan ciptaan Allah SWT, sesuai dengan prinsip seni Islam yang bertujuan untuk mendekatkan diri kepada-Nya.

2.2.2 Fraktal Alami sebagai Bukti Kebesaran Allah SWT

Fraktal merupakan suatu objek yang memiliki pola kemiripan dengan dirinya sendiri (*self-similarity*) dalam berbagai skala. Dengan kata lain, fraktal tersusun dari bagian-bagian yang memiliki karakteristik serupa dengan keseluruhan objek. Jika salah satu bagian diperbesar, bentuknya akan tetap menyerupai objek utama (Faseha dkk., 2019). Fraktal sendiri terbagi menjadi dua jenis, yaitu fraktal buatan dan fraktal alami. Fraktal buatan dihasilkan melalui proses matematika yang membentuk pola-pola unik seperti Himpunan Julia, Segitiga Sierpinski, dan Kurva Koch. Sementara itu, fraktal alami ditemukan di alam, contohnya awan, pegunungan, kepingan salju, daun pakis, dan brokoli.

Fraktal alami adalah wujud geometri fraktal yang terlihat pada berbagai objek di alam (Ngilawajan, 2015). Konsep geometri fraktal ini hampir selalu dapat dijumpai, seperti pada brokoli Romanesco. Brokoli Romanesco sayuran hasil persilangan antara kembang kol dan brokoli, menjadi salah satu contoh konkret dari konsep fraktal. Secara makroskopis, Romanesco memiliki bentuk seperti kluster yang terdiri dari kluster-kluster kecil yang hampir identik dengan kluster utuh, hanya dengan skala yang lebih kecil. Setiap kluster kecil ini juga terdiri dari kluster yang lebih kecil lagi, dan seterusnya. Dalam kasus Romanesco, setidaknya tiga generasi kluster dapat diidentifikasi yang mana hal ini disebut sebagai *self-similarity*.

Fraktal alami merupakan fenomena fraktal yang terdapat pada alam. Keberadaan fraktal alami menunjukkan betapa alam semesta dirancang dengan sistem yang teratur dan saling terhubung. Keteraturan fenomena alam dan keajaiban ciptaan merupakan bukri terpenting yang menunjukkan keagungan Sang Pencipta. Allah SWT berfirman hal ini dalam Q.S. An-Naml ayat 93 yang menjelaskan pentingnya renungkan kekuasaan dan kebesaran-Nya.

وَقُلِ الْحَمْدُ لِلّٰهِ سَيُرِيْكُمْ اٰيٰتِهٖ فَتَعْرِفُوْنَهَاۗ وَمَا رَبُّكَ بِغَافِلٍ عَمَّا تَعْمَلُوْنَ ﴿٩﴾

(Kemenag, 2024b)

Artinya: "*Katakanlah (Nabi Muhammad), "Segala puji bagi Allah SWT. Dia akan memperlihatkan kepadamu tanda-tanda (kebesaran)-Nya sehingga kamu akan mengetahuinya. Tuhanmu tidak lengah terhadap apa yang kamu kerjakan.*"

Ayat tersebut memperingatkan manusia untuk merenungkan dan mengamati ciptaan Allah SWT. Dengan cara berpikir yang diajarkan dalam al-Qur'an, orang yang beriman akan lebih mudah merasakan kesempurnaan, kebijaksanaan, ilmu, dan kekuasaan Allah SWT dalam segala yang diciptakan-Nya. Ketika seseorang mulai merenungkan dan berpikir secara mendalam sebagaimana diajarkan dalam al-Qur'an, maka akan mencapai kesadaran bahwa seluruh alam semesta merupakan manifestasi nyata dari karya seni dan kekuasaan Allah SWT (Azhar, 2013).

Menurut Azhar ayat ini diturunkan sebagai wujud rasa syukur atas karunia Al-Qur'an yang diwahyukan sebagai petunjuk, kabar gembira, dan peringatan bagi seluruh umat manusia. Maka katakanlah, wahai Nabi Muhammad, "Segala puji bagi Allah SWT atas segala nikmat yang diberikan, termasuk ujian berupa musibah yang bertujuan untuk menguji keimanan." Kepada orang-orang yang enggan beriman, Nabi Muhammad diperintahkan untuk menyampaikan bahwa "Dia Yang Maha Esa akan memperlihatkan tanda-tanda keesaan, kebesaran, dan kekuasaan-Nya, sehingga kamu akan menyadarinya. Pada saat itu, kamu akan yakin bahwa Al-Qur'an dan segala kabar yang terkandung di dalamnya adalah kebenaran yang hakiki." Selanjutnya, Nabi Muhammad SAW diingatkan, terutama untuk mereka yang durhaka, bahwa Tuhanmu tidak pernah lalai terhadap segala perbuatan yang dilakukan oleh manusia, dan setiap perbuatan akan dibalas sesuai dengan keadilan atau kemurahan Allah SWT.

2.2.3 Konsistensi Pembuatan Batik sebagai Refleksi Nilai Istiqamah

Pola fraktal telah menginspirasi berbagai inovasi, termasuk dalam pembuatan desain batik. Batik merupakan warisan budaya Indonesia yang memiliki nilai seni tinggi dan makna filosofis mendalam. Secara etimologi, kata “batik” berasal dari bahasa Jawa, yaitu “mbat” yang berarti melempar berkali-kali dan “tik” yang berasal dari kata titik. Dengan demikian, membatik dapat dimaknai sebagai proses melempar titik secara berulang pada kain untuk menciptakan motif yang khas (Arini, dkk., 2011). Keindahan batik tidak hanya terletak pada motifnya yang khas, tetapi juga pada unsur artistik yang muncul dari perpaduan warna, komposisi, dan makna simbolis di setiap pola yang dibuat.

Batik dalam proses pembuatannya, membutuhkan seni, keuletan, kesabaran, serta konsistensi agar menghasilkan karya yang berkualitas dan bernilai estetika tinggi (Fatih, dkk., 2022). Konsep ini sejalan dengan prinsip istiqomah dalam Islam, di mana konsistensi dalam berusaha dan keteguhan pada prinsip kebaikan menjadi bagian penting dalam mencapai kesempurnaan. Sebagaimana yang tertulis dalam kitab suci Al-Qur'an, tepatnya pada Surah Al-Ahqaf ayat ke-13, disebutkan:

انَّ الَّذِيْنَ قَالُوْا رَبُّنَا اللّٰهُ ثُمَّ اسْتَقَامُوْا فَلَا خَوْفٌ عَلَيْهِمْ وَلَا هُمْ يَحْزَنُوْنَۚ ١٣

(Kemenag, 2024c)

Artinya: *“Sesungguhnya orang-orang yang berkata, “Tuhan kami adalah Allah SWT,” kemudian mereka tetap istiqomah tidak ada rasa khawatir pada mereka, dan mereka tidak (pula) bersedih hati.”*

Kata استقامة (*istiqamah*) merupakan bentuk kata turunan (*infinitive noun*) dari kata kerja استقام (*istaqamu*), yang berasal dari kata قام (*qama*). Pada dasarnya kata ini memiliki makna "tegak lurus" atau "tidak menyimpang". Seiring perkembangan maknanya, istilah ini dipahami sebagai sikap konsisten dan teguh dalam menjalankan apa yang telah diucapkan (Aliun, 2021). Dengan demikian, prinsip istiqamah tidak hanya relevan dalam aspek spiritual, tetapi juga tercermin dalam berbagai bidang kehidupan, termasuk dalam seni dan budaya. Keteguhan dalam prinsip dan usaha yang terus-menerus akan membawa hasil yang indah, baik dalam kehidupan maupun dalam setiap karya yang diciptakan.

2.3 Kajian Topik Dengan Teori Pendukung

Konsep geometri fraktal mempermudah perancangan motif batik dengan merepresentasikan pola dalam bentuk matematika, baik untuk desain simetris maupun tidak simetris, sehingga menciptakan motif serupa atau inovasi bentuk baru. Batik fraktal merupakan hasil integrasi antara seni batik tradisional dengan konsep geometri fraktal modern, yang pertama kali dikembangkan oleh Situngkir (2007). Sejak itu, berbagai penelitian telah mengeksplorasi penerapan geometri fraktal pada desain batik.

Penelitian ini didasarkan pada teori yang relevan dengan pengembangan pola motif batik modifikasi Latohan Lasem, yaitu Himpunan Julia, transformasi geometri, dan operasi logika citra biner. Konsep utama yang mendukung penerapan fraktal dalam pengembangan motif batik modifikasi Latohan Lasem adalah Himpunan Julia.

Gambar 2.14 Motif Batik Latohan

Himpunan Julia merupakan salah satu cara paling umum untuk menghasilkan fraktal dengan menggunakan fungsi iteratif kompleks, yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1 (Kenneth, 2003)

Himpunan Julia $J(f)$ merupakan batas (*boundary*) dari *filled-in Julia set* $K(f)$, yaitu: $K(f) = \{z \in \mathbb{C} : f^k(z) \nrightarrow \infty\}$; $J(f) = \partial K(f)$, dengan $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ yang merupakan fungsi polinomial kuadrat $f_c(z) = z^2 + c$ dengan $c \in \mathbb{C}$.

Penerapan Himpunan Julia memberikan landasan untuk memahami dan mengembangkan konsep-konsep fraktal lain yang akan diterapkan dalam pembentukan pola motif batik modifikasi Latohan Lasem. Transformasi geometri berperan penting dalam modifikasi pola fraktal untuk disesuaikan dengan karakteristik motif batik. Transformasi yang digunakan meliputi translasi, rotasi, dan dilatasi, dinyatakan sebagai berikut:

Definisi 2.2 (Sanjoyo dkk., 2008)

Translasi memetakan titik $P(x, y)$ ke titik bayangan $P'(x', y')$ dengan vektor translasi $T(a, b)$ yang didefinisikan sebagai:

$$(x', y') = (x + a, y + b)$$

Definisi 2.7 (Fatqurhohman, 2022)

Rotasi berpusat di titik $A(a, b)$ dengan sudut putar θ dapat didefinisikan sebagai:

$$x' = a + (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta$$

$$y' = b + (x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta$$

Definisi 2.9 (Istiqomah, 2020)

Dilatasi dengan pusat $A(a, b)$dan faktor skala k dirumuskan sebagai:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Operasi logika citra biner menjadi teknik esensial dalam penggabungan komponen-komponen fraktal untuk membentuk motif batik yang kompleks. Operasi-operasi ini diterapkan per-piksel pada citra berukuran sama, dengan aturan sebagai berikut:

$$C_{AND}(x, y) = A(x, y) \bigwedge B(x, y)$$

$$C_{OR}(x, y) = A(x, y) \bigvee B(x, y)$$

$$C_{XOR}(x, y) = A(x, y) \bigoplus B(x, y)$$

Di mana A dan B adalah citra input biner, dan C adalah citra hasil operasi. Operasi XOR khususnya menghasilkan piksel bernilai 1 hanya jika nilai piksel pada kedua citra berbeda, sementara operasi OR menghasilkan piksel bernilai 1 jika salah satu atau kedua citra memiliki nilai 1. Operasi logika ini memungkinkan komposisi pola fraktal yang lebih kaya dan variatif dalam desain motif batik.

Pengembangan motif batik modifikasi Latohan Lasem juga menunjukkan upaya menggabungkan budaya lokal dengan teknologi modern melalui pendekatan komputasional menggunakan Python. Python dengan berbagai *library*-nya seperti

Numpy, Matplotlib, dan PIL memungkinkan pembangkitan pola fraktal, penerapan transformasi geometri, dan operasi logika citra secara sistematis dan efisien.

Gambar 2.15 Bagian yang dimodifikasi

Penelitian ini akan memanfaatkan motif batik yang ditampilkan pada Gambar 2.15. Pemilihan motif ini didasarkan pada karakteristik visual yang menunjukkan struktur bunga dengan kelopak yang menyerupai pola geometris fraktal Julia. Bagian yang dimodifikasi mencakup elemen bunga utama yang terdiri dari kelopak dengan tangkai melengkung dan inti bunga yang padat. Struktur geometris pada motif ini memungkinkan untuk direkonstruksi menggunakan pendekatan fraktal dengan parameter kompleks ($c = -0.04 - 0.78i$, $c = -0.74 + 0.11i$, dan $c = -0.38 + 0i$) yang telah dipilih berdasarkan kemiripan visual dengan elemen motif Latohan.

Kombinasi antara teori Himpunan Julia, transformasi geometri, dan operasi logika citra menciptakan kerangka kerja matematis yang komprehensif untuk modifikasi motif batik. Pendekatan ini tidak hanya menghasilkan variasi desain yang inovatif tetapi juga mempertahankan identitas visual dan nilai filosofis dari motif Batik Latohan Lasem yang asli. Proses komputasional yang sistematis memungkinkan eksplorasi parameter fraktal yang luas, sehingga dapat dihasilkan berbagai variasi motif yang tetap selaras dengan karakteristik estetika batik tradisional Latohan Lasem.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Pada penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah pendekatan kualitatif yang didasarkan pada studi pustaka. Pendekatan kualitatif ini didasarkan pada studi literatur. Dalam proses ini, akan dilakukan pengumpulan dan mengevaluasi sumber mengenai fraktal yang terkait dengan topik penelitian, termasuk teori, dan penelitian terdahulu. Penelitian ini bersifat komputasional-aplikatif dengan tahapan: (i) pembangkitan fraktal Julia; (ii) transformasi geometri komponen; (iii) komposisi citra biner via logika; (iv) evaluasi visual terhadap motif Latohan.

3.2 Pra Penelitian

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yang mencakup kajian teori geometri fraktal, khususnya Himpunan Julia, transformasi geometri (rotasi, translasi, dan dilatasi), serta pengolahan citra digital menggunakan operasi logika biner, sekaligus menelaah penelitian terdahulu terkait penerapan fraktal pada desain batik. Selain itu, dilakukan analisis visual terhadap motif Batik Latohan Lasem untuk mengidentifikasi karakteristik utama motif, seperti bentuk kelopak bunga, pola repetisi, keseimbangan komposisi, dan kepadatan elemen visual, guna menentukan bagian motif yang berpotensi dimodifikasi. Pada tahap pra penelitian juga dilakukan eksplorasi awal pembangkitan pola fraktal Julia dengan beberapa nilai parameter kompleks untuk memperoleh pola yang stabil secara matematis dan memiliki kemiripan visual dengan elemen motif Latohan. Selanjutnya, dilakukan uji awal penerapan transformasi geometri dan operasi logika OR serta XOR pada citra biner untuk memastikan metode yang digunakan mampu membentuk komponen motif yang harmonis dan tetap mempertahankan identitas visual Batik Latohan Lasem, sehingga hasil pra penelitian ini menjadi dasar perancangan tahapan penelitian utama secara sistematis dan terarah.

3.3 Tahapan Penelitian

Berdasarkan jenis penelitian yang digunakan, berikut merupakan tahapan – tahapan yang akan dilakukan pada penelitian ini:

1. Prosedur Modifikasi
   a. Pembangkitan Set Julia

      Diskritisasi kisi (x, y) di $\mathbb{R}$, inisialisasi $z_0 = x + iy$; iterasi $z_{n+1} = z_n^2 + c$ hingga batas iterasi maksimum. Suatu piksel sebagai terbatas jika $|z_n| \leq 2$ hingga iterasi berakhir. Hasil akhirnya membentuk citra biner Himpunan Julia J_c.

   b. Transformasi Geometri

      Bentuk komponen dari J_c melalui rotasi / translasi / dilatasi sesuai rumus pada 2.1.4. Simpan sebagai $\left\{J_c^{(n)}\right\}_{n=1}^{\mathbb{N}}$.

   c. Komposisi Logika

      Gabungkan komponen via OR/XOR untuk membentuk pola kandidat motif

2. Kriteria Evaluasi

Evaluasi menggunakan kriteria kesesuaian bentuk, repetisi, dan keseimbangan, dengan analisis rasio area bentuk (hitam) dan area latar (putih) sebagai indikator kuantitatif.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penerapan Geometri Fraktal pada Modifikasi Motif Batik Latohan

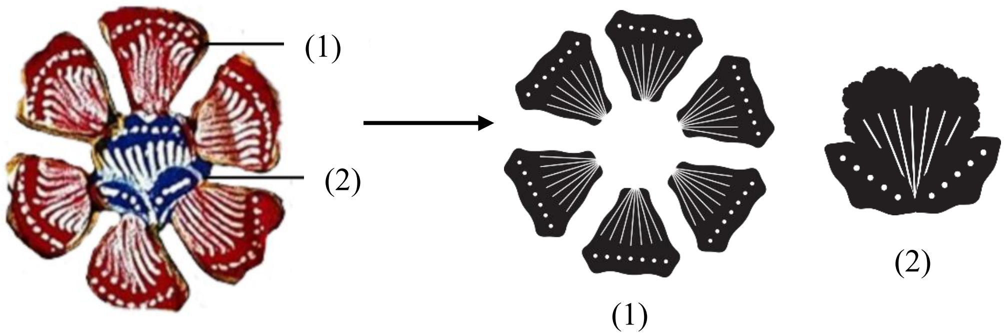
Motif Batik Latohan Lasem memiliki elemen visual yang terinspirasi dari bentuk tanaman latohan, sejenis rumput laut yang banyak ditemui di perairan Lasem. Motif ini didominasi oleh elemen flora, terutama bentuk tumbuhan menjalar dengan bunga besar.

Gambar 4.1 Motif Batik Latohan Lasem

Berdasarkan pengamatan visual, motif Batik Latohan dapat dibagi menjadi dua elemen utama yaitu, elemen bunga utama yang terdiri dari kelopak bunga besar dengan tangkai bentuk melengkung dan elemen latar yang berupa rangkaian ranting dan gelembung kecil yang menjalar membentuk pola cabang yang menyerupai tumbuhan laut latohan.

Gambar 4.2 Klasifikasi Motif Batik Latohan Lasem

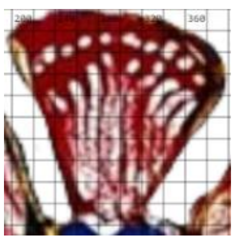
Penelitian ini memfokuskan rekonstruksi pada bentuk bunga utama. Bentuk bunga dipilih karena memiliki pola geometris yang memiliki kemiripan dengan bentuk pola fraktal Julia yang telah dilakukan beberapa kali iterasi dan modifikasi. Berikut merupakan hasil modifikasi bagian bunga.

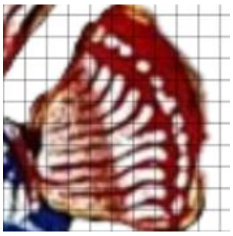
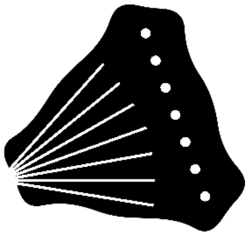
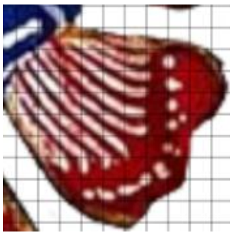
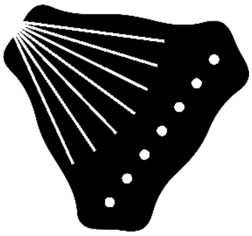
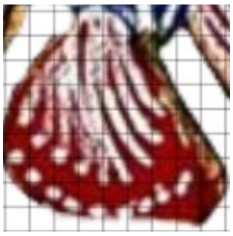
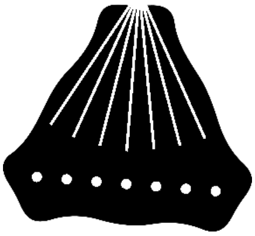
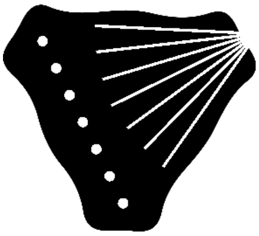
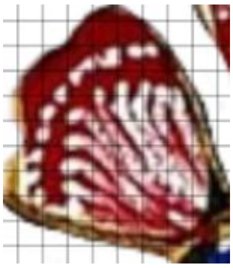


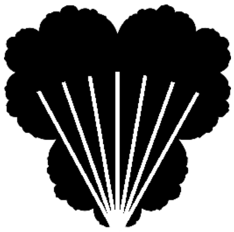
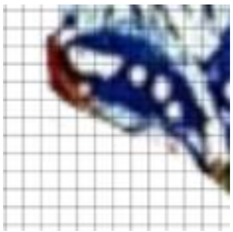
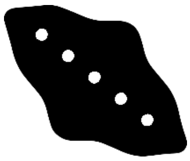
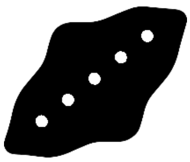
Gambar 4.3 Hasil Modifikasi

Berdasarkan analisis visual dan geometris terhadap motif Batik Latohan Lasem pada Gambar 4.3, dilakukan identifikasi elemen-elemen pembentuk motif yang menggunakan pendekatan geometri fraktal. Hasil modifikasi dari masing-masing elemen tersebut disajikan secara detail dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Hasil Modifikasi

No.	Bagian Bunga pada Batik Latohan	Pola Modifikasi Geometri Fraktal	Keterangan
1.			**Kelopak Bunga Utama Kiri**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-56°$, translasi $(-109,207)$. Membentuk kelopak kiri dengan kontur melebar.

2.			**Kelopak Bunga Utama Kanan**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-4°$, translasi $(45{,}98)$. Membentuk kelopak kanan yang seimbang.
3.			**Kelopak Bunga Bawah Kiri**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-270°$, translasi $(32, -97)$. Melengkapi struktur kelopak bagian bawah.
4.			**Kelopak Bunga Bawah Kanan**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-180°$, translasi $(-138, -175)$. Menyeimbangkan komposisi bawah.
5.			**Kelopak Bunga Atas Kiri**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-101°$, translasi $(-290, -66)$. Membentuk kelopak atas dengan orientasi miring.
6.			**Kelopak Bunga Atas Kanan**: Pola J_1 iterasi-2, rotasi $-101°$, translasi $(-278{,}123)$.

			Melengkapi susunan kelopak atas.
7.			**Pusat Bunga**: Pola J_3 iterasi-50, rotasi $330°$, dilatasi $k = 0{,}774$ + elemen kipas. Membentuk detail pusat bunga dengan tekstur padat.
8.			**Inti Bunga Kiri**: Pola J_2 iterasi-3, rotasi $134°$, dilatasi $k = 0{,}469$, translasi $(-20, -24)$. Membentuk bagian inti bunga kiri yang padat.
9.			**Inti Bunga Kanan**: Pola J_2 iterasi-3, rotasi $46°$, dilatasi $k = 0{,}469$, translasi $(-205, -15)$. Membentuk bagian inti bunga kanan.

Keterangan:

J_1 : Pola Julia dengan $c = -0{,}04 - 0{,}78i$

J_2 : Pola Julia dengan $c = -0{,}74 + 0{,}11i$

J_3 : Pola Julia dengan $c = -0{,}38 + 0i$

k : Faktor skala dilatasi

(a, b) : Vektor translasi

θ : Sudut rotasi

Berdasarkan hasil yang telah dicantumkan pembahasan selanjutnya akan memfokuskan pada analisis proses rekonstruksi bentuk bunga utama. Pembahasan akan menguraikan secara mendetail pola geometris pada bunga dimodelkan dengan pendekatan fraktal hingga mencapai bentuk yang memiliki kemiripan struktural dan estetika dengan motif asli.

4.1.1 Pemilihan Parameter c

Pada himpunan Julia nilai c berperan sebagai parameter kompleks yang menentukan bentuk dan pola fraktal Julia yang kemudian digunakan untuk memodifikasi motif bunga pada batik Latohan Lasem. Pemilihan ini didasarkan pada pertimbangan matematis juga pada kesesuaian visual dengan elemen-elemen tradisional dalam motif batik Latohan, khususnya struktur bunga Latohan.

Himpunan Julia dibangkitkan dengan iterasi pada nilai awal $z_0 = x + yi$ diambil dari bidang kompleks. Domain iterasi yang digunakan

$$\{z_0 = x + yi \mid x, y \in [-2,2]\}$$

Berikut adalah tiga nilai c yang dipilih dari sudut pandang karakter visual dan kesesuaiannya dengan elemen motif batik Latohan.

1. **Parameter $\boldsymbol{c = -0.04 - 0.78i}$**

   Proses iterasi mengikuti persamaan $z_{n+1} = z_n^3 + c$. Misalkan diambil tiga sembarang titik z_0 untuk diuji terhadap $c = -0.04 - 0.78i$, yaitu $z_0 = (-0.05 + 0.05i)$, $z_0 = (-0.2 + 0.1i)$, $z_0 = (0.3 + 0.4i)$

   Untuk $\boldsymbol{z_0 = -0.05 + 0.05i}$

   $z_1 = z_0^3 + c = (-0.05 + 0.05i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$

$$= -0.03975 - 0.77975i$$

$$z_2 = z_1^3 + c = (-0.03975 - 0.77975i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= 0.03244 - 0.30960i$$

$$z_3 = z_2^3 + c = (0.03244 - 0.30960i,)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= -0.04929 - 0.75130i$$

$$z_4 = z_3^3 + c = (-0.04929 - 0.75130i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= 0.04335 - 0.36140i$$

$$z_5 = z_4^3 + c = (0.04335 - 0.36140i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= -0.05691 - 0.73483i$$

$$\vdots$$

$$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.09053 - 0.73336i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= 0.10533 - 0.40362i.$$

Untuk $\boldsymbol{z_0 = -0.2 + 0.1i}$

$$z_1 = z_0^3 + c = (-1.333 + 0.034i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= -0.04200 - 0.76900i$$

$$z_2 = z_1^3 + c = (-0.04200 - 0.76900i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= 0.03444 - 0.32931i$$

$$z_3 = z_2^3 + c = (0.03444 - 0.32931i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= -0.05116 - 0.74546i$$

$$z_4 = z_3^3 + c = (-0.05116 - 0.74546i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= 0.04516 - 0.37160i$$

$$z_5 = z_4^3 + c = (0.04516 - 0.37160i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$

$$= -0.05862 - 0.73096i$$

$$\vdots$$

$$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.09014 - 0.73162i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= 0.10401 - 0.40622i$$

Untuk $\boldsymbol{z_0 = 0.3 + 0.4i}$

$$z_1 = z_0^3 + c = (0.3 + 0.4i)^3 + (-0.04 - 0.78i) = -0.157 - 0.736i$$

$$z_2 = z_1^3 + c = (-0.157 - 0.736i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= 0.211 - 0.436i$$

$$z_3 = z_2^3 + c = (0.211 - 0.436i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= -0.215 - 0.756i$$

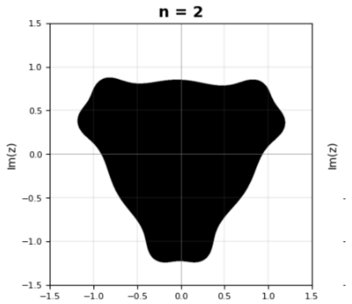
$$z_4 = z_3^3 + c = (-0.215 - 0.756i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= 0.215 - 0.400i$$

$$z_5 = z_4^3 + c = (0.215 - 0.400i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= -0.133 - 0.771i$$

$$\vdots$$

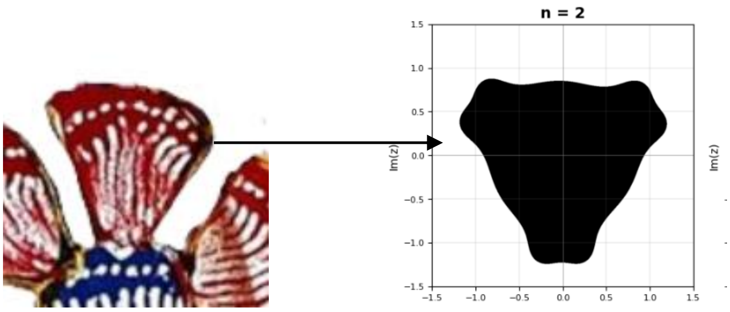
$$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.114 - 0.738i)^3 + (-0.04 - 0.78i)$$
$$= 0.144 - 0.407i$$

Berdasarkan hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa nilai $|z_n|$ tidak mengalami divergensi menuju tak terhingga, melainkan tetap berada dalam batas yang stabil, yaitu $|z_n| \leq 2$. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga titik tersebut termasuk dalam himpunan Julia untuk parameter $c = -0.04 - 0.78i$. Pada parameter ini bentuk pola himpunan Julia pada $N_{max} = 2$ dipilih karena secara visual pola yang dihasilkan menunjukkan kemiripannya dengan susunan kelopak bunga yang tidak simetris namun serasi, yang menjadi ciri khas elemen bunga dalam batik Lasem. Pola yang dihasilkan di sebut sebagai pola Julia J_1 pada penyebutan selanjutnya.



Gambar 4.4 Iterasi Julia $c = -0.04 - 0.78i$

Pola hasil iterasi ini digunakan sebagai pola utama (*core pattern*) yang membentuk kelopak bunga. Visualisasi menggunakan program komputer berbasis *Python* dengan ukuran gambar 1000×1000 piksel.



Gambar 4.5 Perbandingan Visual (1)

2. **Parameter $\boldsymbol{c = -0.74 + 0.11i}$**

Proses iterasi mengikuti persamaan $z_{n+1} = z_n^2 + c$. Misalkan diambil tiga sembarang titik z_0 untuk diuji terhadap $c = -0.74 + 0.11i$, yaitu $z_0 = (-0.1 + 0.1i)$, $z_0 = (0.970 - 0.046i)$, $z_0 = (0.3 - 0.1i)$.

Untuk $\boldsymbol{z_0 = -0.1 + 0.1i}$

$z_1 = z_0^2 + c = (-0.1 + 0.1i)^2 + (-0.74 + 0.11i) = -0.74 + 0.09i$

$z_2 = z_1^2 + c = (-0.74 + 0.09i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$

$= -0.2005 - 0.0232i$

$z_3 = z_2^2 + c = (-0.2005 - 0.0232i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$

$$= -0.7003 + 0.1193i$$

$$z_4 = z_3^2 + c = (-0.7003 + 0.1193i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.2638 - 0.0573i$$

$$z_5 = z_4^2 + c = (-0.2638 - 0.0573i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.6737 + 0.1402i$$

$$\vdots$$

$$z_{50} = z_{49}^2 + c = (-0.2249 + 0.1511i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.2282 + 0.1483i$$

Untuk $\boldsymbol{z_0 = 0.970 - 0.046i}$

$$z_1 = z_0^2 + c = (0.970 - 0.046i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= 0.198784 + 0.020760i$$

$$z_2 = z_1^2 + c = (0.198784 + 0.020760i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.700916 + 0.118254i$$

$$z_3 = z_2^2 + c = (-0.700916 + 0.118254i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.262701 - 0.055772i$$

$$z_4 = z_3^2 + c = (-0.262701 - 0.055772i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.674099 + 0.139302i$$

$$z_5 = z_4^2 + c = (-0.674099 + 0.139302i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

$$= -0.304996 - 0.077807i$$

$$\vdots$$

$$z_{50} = z_{49}^2 + c = (-0.455177 + 0.313759i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$

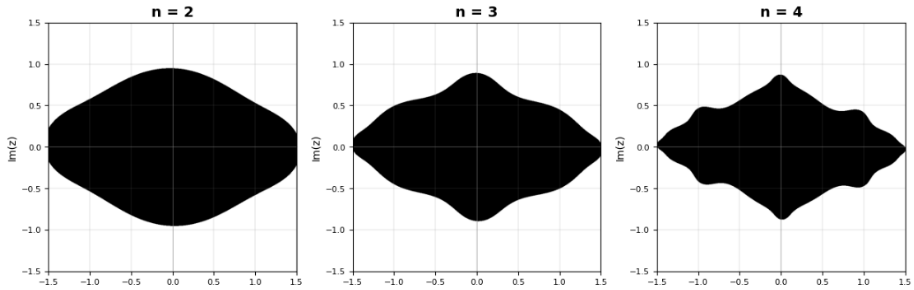
$$= -0.631258 - 0.175632i$$

Untuk $\boldsymbol{z_0 = 0.3 - 0.1i}$

$$z_1 = z_0^2 + c = (0.3 - 0.1i)^2 + (-0.74 + 0.11i) = -0.66 + 0.05i$$

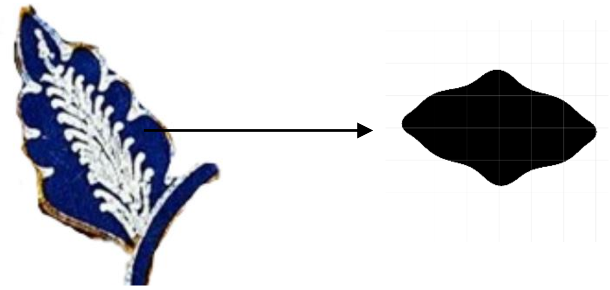
$$z_2 = z_1^2 + c = (-0.66 + 0.05i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$
$$= -0.30690 + 0.04400i$$
$$z_3 = z_2^2 + c = (-0.30690 + 0.04400i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$
$$= -0.64775 + 0.08299i$$
$$z_4 = z_3^2 + c = (-0.64775 + 0.08299i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$
$$= -0.32731 + 0.00248i$$
$$z_5 = z_4^2 + c = (-0.32731 + 0.00248i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$
$$= -0.63287 + 0.10837i$$
$$\vdots$$
$$z_{50} = z_{49}^2 + c = (-0.56103 - 0.09520i)^2 + (-0.74 + 0.11i)$$
$$= -0.43431 + 0.21682i$$

Dapat disimpulkan nilai $|z_n|$ tidak menuju tak terhingga atau tetap dalam batas yang stabil $|z_n| \leq 2$. Oleh karena itu, titik-titik tersebut berada di dalam himpunan Julia untuk $c = -0.74 + 0.11i$. Pada parameter ini bentuk pola himpunan Julia pada $N_{max} = 3$ dipilih karena secara visual pola yang dihasilkan menunjukkan potensi kemiripan dengan susunan inti bunga yang sangat padat dan detail. Pola yang dihasilkan di sebut sebagai pola Julia J_2 pada penyebutan selanjutnya.



Gambar 4.6 Iterasi Julia $c = -0.74 + 0.11i$

Pola ini juga dapat digunakan untuk elemen daun pada motif batik Latohan.



Gambar 4.7 Perbandingan Visual (2)

3. **Parameter $\boldsymbol{c = -0.38 + 0i}$**

Proses iterasi mengikuti persamaan $z_{n+1} = z_n^3 + c$. Misalkan diambil tiga sembarang titik z_0 untuk diuji terhadap $c = -0.38 + 0i$, yaitu $z_0 = (0.50 + 0.30i)$, $z_0 = (-0.20 + 0.50i)$, $z_0 = (0.10 + (-0.40)i)$

Untuk $z_0 = 0.50 + 0.30i$

$z_1 = z_0^3 + c = (0.50 + 0.30i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.385 + 0.315i$

$z_2 = z_1^3 + c = (-0.385 + 0.315i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.3506 - 0.1424i$

$z_3 = z_2^3 + c = (-0.3506 - 0.1424i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4172 + 0.0535i$

$z_4 = z_3^3 + c = (-0.4172 + 0.0535i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4486 - 0.0280i$

$z_5 = z_4^3 + c = (-0.4486 - 0.0280i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4677 + 0.0169i$

$\vdots$

$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.5804 - 0.0006i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.5757 + 0.0006i$

Untuk $z_0 = -0.20 + 0.50i$

$z_1 = z_0^3 + c = (-0.20 + 0.50i)^3 + (-0.38 + 0i$

$= -0.263 + 0.110i$

$z_2 = z_1^3 + c = (-0.263 + 0.110i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.0147 - 0.0227i$

$z_3 = z_2^3 + c = (-0.3947 - 0.0227i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4408 + 0.0107i$

$z_4 = z_3^3 + c = (-0.4408 + 0.0107i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4639 - 0.0125i$

$z_5 = z_4^3 + c = (-0.4639 - 0.0125i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4770 + 0.0081i$

$\vdots$

$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.5813 + 0.0002i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.5764 - 0.0002i$

Untuk $z_0 = 0.10 + (-0.40)i$

$z_1 = z_0^3 + c = (0.10 - 0.40i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.434 - 0.052i$

$z_2 = z_1^3 + c = (-0.434 - 0.052i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4562 + 0.0294i$

$z_3 = z_2^3 + c = (-0.4562 + 0.0294i)^3 + (-0.38 + 0i)$

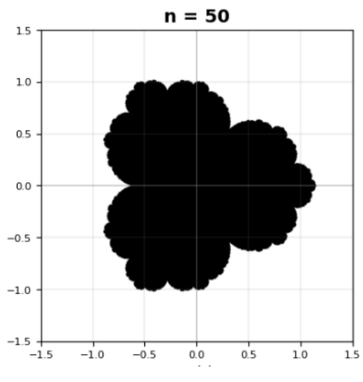
$= -0.4715 - 0.0184i$

$z_4 = z_3^3 + c = (-0.4715 - 0.0184i)^3 + (-0.38 + 0i)$

$= -0.4799 + 0.0123i$

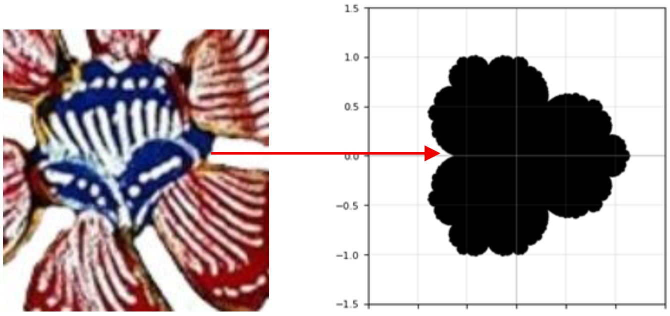
$$z_5 = z_4^3 + c = (-0.4799 + 0.0123i)^3 + (-0.38 + 0i)$$
$$= -0.4852 - 0.0084i$$
$$\vdots$$
$$z_{50} = z_{49}^3 + c = (-0.5819 - 0.0001i)^3 + (-0.38 + 0i)$$
$$= -0.5770 + 0.0001i$$

Berdasarkan hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa nilai $|z_n|$ tidak mengalami divergensi menuju tak terhingga, melainkan tetap berada dalam batas yang stabil, yaitu $|z_n| \leq 2$. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga titik tersebut termasuk dalam himpunan Julia untuk parameter $c = -0.38 + 0i$. Pada parameter ini bentuk pola himpunan Julia pada $N_{max} = 50$ dipilih karena secara visual pola yang dihasilkan potensi kemiripan dengan susunan inti bunga dalam batik Latohan Lasem yang sangat padat dan detail. Pola yang dihasilkan di sebut sebagai pola Julia J_3 pada penyebutan selanjutnya.



Gambar 4.8 Iterasi Julia $\boldsymbol{c = -0,38 + 0i}$

Pola hasil iterasi ini digunakan sebagai pola tengah. Visualisasi menggunakan program komputer berbasis *Python* dengan ukuran gambar 1000×1000 piksel.



Gambar 4.9 Perbandingan Visual (3)

Pemilihan parameter c dalam penelitian ini dilakukan dengan pertimbangan dari sisi domain, resolusi, kriteria divergensi maupun visual dan kesesuaian dengan motif tradisional. Ketiga nilai c yang dipilih masing-masing menghasilkan pola fraktal dengan karakter unik yang saling melengkapi:

1. $c = -0.04 - 0.78i$ → pola utama menyerupai kelopak bunga
2. $c = -0.74 + 0.11i$ → pola inti bunga
3. $c = -0.38 + 0i$ → pola pusat bunga

pendekatan ini menempatkan geometri fraktal bukan hanya sebagai alat generatif, tetapi juga sebagai medium rekonstruksi bentuk visual.

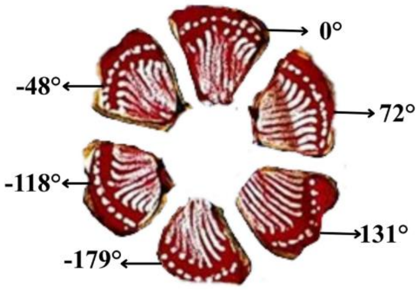
4.1.2 Transformasi Komponen

Transformasi komponen geometri fraktal Julia merupakan tahapan lanjutan dari proses pembangkitan pola fraktal yang telah dihasilkan sebelumnya. Pada tahap ini, pola fraktal dianalisis dan dimodifikasi melalui penerapan rumus transformasi geometri rotasi, translasi, dan dilatasi, dengan tujuan memperoleh bentuk yang lebih terstruktur dan memiliki kesesuaian visual terhadap konsep motif batik yang dipilih.

1. **Pola Fraktal Julia $c = -0.04 - 0.78i$**

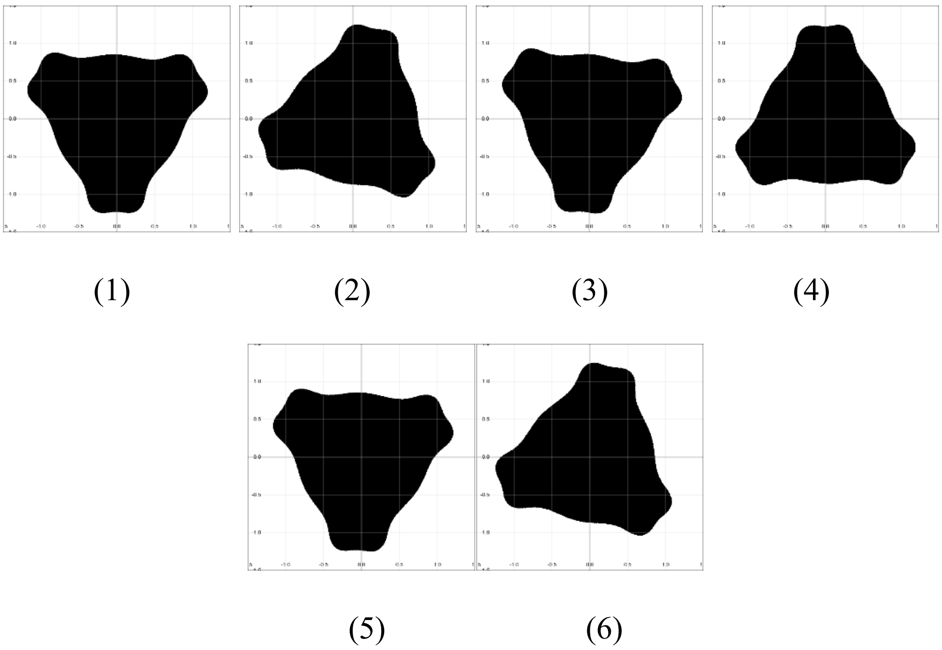
Rotasi (Perputaran)

Rotasi diterapkan untuk menyusun pola hasil pembangkitan fraktal menjadi bentuk motif yang memiliki keserasian visual dan keseimbangan komposisi.



Gambar 4.10 Pembagian Kelopak Bunga

Melalui proses ini, setiap komponen fraktal mengalami perputaran orientasi tanpa mengubah bentuk dasarnya, sehingga menghasilkan variasi susunan kelopak yang berbeda-beda.



Gambar 4.11 Hasil Rotasi J_1

Pola-pola pada Gambar 4.11 dihasilkan berdasarkan perhitungan koordinat pada tabel berikut, yang membuat perubahan posisi setiap titik setelah dikenai transformasi rotasi sesuai sudut yang ditentukan. Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, dan $D(0,230)$, masing masing pola Julia dirotasikan dengan pusat rotasi pada titik $Q = (a,b) = \left(\frac{230}{2}, \frac{230}{2}\right) = (115,115)$, maka $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\,\theta & -sin\,\theta \\ sin\,\theta & cos\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

Tabel 4.2 Hasil Rotasi (1)

Pola	Sudut Rotasi	Titik Bayangan (Hasil Rotasi)	Tujuan / Hasil Visual
1	$0°$	$A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, $D(0,230)$	Sama persis dengan pola awal
2	$72°$	$A'(188{,}83, -29{,}91)$, $B'(259{,}91{,}188{,}83)$, $C'(41{,}17{,}259{,}91)$, $D'(-29{,}91, 41{,}17)$	Membentuk susunan kelopak yang seimbang
3	$131°$	$A'(277{,}24{,}103{,}66)$, $B'(126{,}34{,}277{,}24)$, $C'(-47{,}24{,}126{,}34)$, $D'(103{,}66, -47{,}24)$	Mengubah orientasi pola Julia
4	$-179°$	$A'(227{,}70{,}232{,}30)$, $B'(-2{,}30{,}227{,}70)$, $C'(2{,}30, -2{,}30)$, $D'(232{,}30{,}2{,}30)$	Membalik hampir 180°
5	$-118°$	$A'(67{,}85{,}270{,}25)$, $B'(-40{,}25{,}67{,}85)$, $C'(162{,}15, -40{,}25)$,	Penyesuaian arah kelopak

		$D'(270{,}25{,}162{,}15)$	
6	$-48°$	$A'(-47{,}15{,}123{,}05)$, $B'(106{,}95, -47{,}15)$, $C'(277{,}15{,}106{,}95)$, $D'(123{,}05{,}277{,}15)$	Rotasi untuk komposisi bunga

Translasi (Pergeseran)

Translasi dilakukan untuk mengatur posisi empat komponen fraktal membentuk susunan radial seperti bunga. Secara visual menciptakan keseimbangan horizontal dan vertikal sehingga pola kelopak tampak menyatu membentuk komposisi pusat. Misalkan diberikan $A = (0, 230)$, $B = (0{,}0)$, $C = (230{,}0)$, $D = (230{,}230)$ pola Julia akan ditranslasi sebesar $T(a, b)$.

Tabel 4.3 Hasil Tranlasi (1)

Pola	Vektor Translasi (a, b)	Titik Bayangan	Tujuan
1	$(-109, 207)$	$A'(-109{,}437)$, $B'(-109{,}207)$, $C'(121{,}207)$, $D'(121{,}437)$	Membentuk susunan radial
2	$(45, 98)$	$A'(45{,}319)$, $B'(45{,}89)$, $C'(275{,}89)$, $D'(275{,}319)$	Penyesuaian posisi komponen
3	$(32, -97)$	$A'(32{,}133)$, $B'(32, -97)$, $C'(262, -97)$, $D'(262{,}133)$	Pergeseran ke bawah

4	$(-138, -175)$	$A'(-138{,}55)$, $B'(-138, -175)$, $C'(92, -175)$, $D'(92{,}55)$	Pergeseran signifikan ke kiri-bawah
5	$(-290, -66)$	$A'(-290{,}164)$, $B'(-290, -66)$, $C'(-60, -66)$, $D'(-60{,}164)$	Translasi besar untuk penyusunan komposisi
6	$(-278, 123)$	$A'(-278{,}353)$, $B'(-278{,}123)$, $C'(-48{,}123)$, $D'(-48{,}353)$	Menyatukan pola dengan posisi lainnya

Tabel 4.3 menunjukkan bagaimana setiap komponen fraktal Julia digeser ke posisi baru sesuai vektor translasi yang ditetapkan, sehingga pola-pola tersebut dapat tersusun secara lebih teratur tanpa mengubah bentuk atau orientasi dasarnya. Proses pergeseran ini menjadi langkah penting dalam penataan elemen fraktal agar dapat membentuk susunan radial yang menyerupai kelopak bunga, sehingga sesuai dengan estetika motif batik yang mengutamakan keteraturan, keseimbangan, dan harmonisasi pola.

2. **Pola Fraktal Julia $c = -0.74 + 0.11i$**

Rotasi (Perputaran)

Rotasi di terapkan untuk mengubah orientasi pola fraktal sehingga setiap komponennya dapat menyesuaikan arah dan posisi kelopak, sehingga membentuk susunan yang harmonis seperti pada motif Latohan.

Gambar 4.12 Pembagian Inti Bunga

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, dan $D(0,230)$, sebuah pola Julia dirotasikan dengan pusat rotasi pada titik $Q = (a, b) = \left(\frac{230}{2}, \frac{230}{2}\right) = (115,115)$, maka $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\ \theta & -sin\ \theta \\ sin\ \theta & cos\ \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

Tabel 4.4 Hasil Rotasi (2)

Pola	Sudut Rotasi	Titik Bayangan (Hasil Rotasi)	Hasil/Tujuan
1	134°	$A'(-47{,}15{,}95{,}45)$, $B'(134{,}55, -47{,}15)$, $C'(277{,}15{,}134{,}55)$, $D'(95{,}45, 277{,}15)$	Menghasilkan orientasi kelopak yang jauh berputar untuk membentuk struktur inti bunga
2	46°	$A'(-28{,}75{,}192{,}05)$, $B'(37{,}95, -28{,}75)$, $C'(258{,}75{,}37{,}95)$, $D'(192{,}05, 258{,}75)$	Memberi orientasi ringan sebagai pengisi ruang pada susunan kelopak

Melalui proses ini, setiap komponen fraktal menunjukkan kesesuaian dengan motif Latohan seperti gambar berikut.

(1)

Gambar 4.13 Hasil Rotasi J_2 (1)

Gambar 4.13 rotasi 134° menghasilkan kelopak dengan kontur melebar di bagian atas dan melengkung ke bawah dengan bentuk yang lebih terbuka. Karakter ini sesuai dengan kelopak kiri pada motif inti bunga Latohan yang memiliki siluet cembung di bagian samping, serta meruncing menuju titik tengah.

(2)

Gambar 4.14 Hasil Rotasi J_2 (2)

Gambar 4.14 rotasi 46° menghasilkan kelopak yang lebih tegak dan ramping, dengan lekukan halus pada sisi atas dan penekanan bentuk pada bagian bawah. Hal ini menyerupai kelopak kanan yang tampak lebih rapat dan mengimbangi bentuk kelopak kiri, sehingga keduanya menciptakan keseimbangan visual.

Dilatasi (Perkecilan)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, dan $D(0,230)$, sebuah pola Julia yang telah dirotasikan akan didilatasikan di titik pusat $O(0,0)$ sebesar faktor skala $k = \frac{469}{1000}$ yaitu diperkecil dari ukuran bentuk aslinya dengan matriks $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ maka,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{469}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{469}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Titik setelah dilasi:

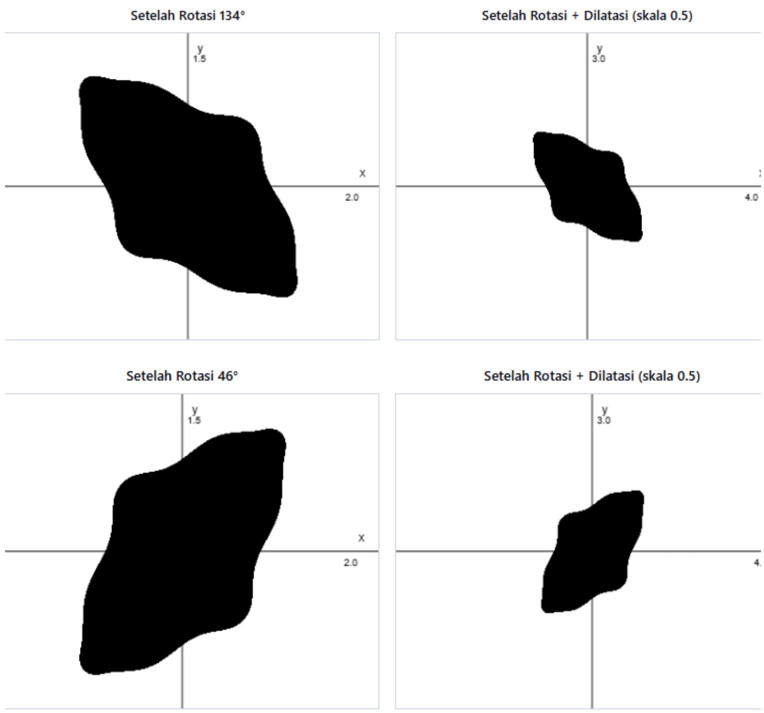
$$A' = \begin{pmatrix} \frac{469}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{469}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{469}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{469}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 230 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 108 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{469}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{469}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 230 \\ 230 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 108 \\ 108 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \frac{469}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{469}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 230 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 108 \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0,0)$, $B'(108,0)$, $C'(108,108)$, dan $D'(0,108)$.



Gambar 4.15 Hasil Dilatasi Pola J_2

Berdasarkan Gambar 4.15 dilatasi diterapkan untuk memperkecil ukuran pola fraktal agar proporsinya sesuai dengan komponen inti bunga, sehingga pola dapat ditempatkan secara harmonis dalam komposisi motif tanpa mendominasi bentuk utama Latohan.

Translasi (Pergeseran)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, dan $D(0,230)$, sebuah pola Julia J_2 akan ditranslasi sebesar $T(a,b)$ maka, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ titik setelah ditranslasi diperoleh titik bayangannya seperti pada tabel berikut.

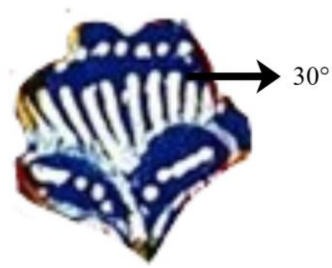
Tabel 4.5 Hasil Translasi

Vektor Translasi (a, b)	Titik Bayangan	Tujuan
$(-20, -24)$	$A' = (-20, 206)$, $B' = (-20, -24)$, $C' = (210, -24)$, $D' = (210, 206)$	Menempatkan pusat pola selaras dengan bidang batik secara visual
$(-205, -15)$	$A' = (-205, 215)$, $B' = (-205, -15)$, $C' = (25, -15)$, $D' = (25, 215)$	Menciptakan variasi tata letak motif batik yang simetris dan harmonis dari sudut berbeda

3. **Pola Fraktal Julia $c = -0.38 + 0i$**

Rotasi (Perputaran)

Rotasi di terapkan untuk memutar pola fraktal sehingga orientasinya selaras dengan arah kelopak pada motif Latohan, sehingga bentuk yang dihasilkan dapat tersusun sesuai struktur bunga yang sesuai.



Gambar 4.16 Pembagian Inti Bunga

Berdasarkan Gambar 4.16 tanda panah yang menunjukkan bahwa untuk mencapai bentuk seperti pada batik harus diterapkan rotasi sebesar 30°. Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(230{,}0)$, $C(230{,}230)$, dan $D(0{,}230)$**, s**ebuah pola Julia yang terletak dirotasikan sebesar 30° searah jarum jam dengan pusat rotasi pada titik $Q = (a, b) = \left(\frac{230}{2}, \frac{230}{2}\right) = (115{,}115)$, maka diperoleh titik bayangannya adalah $A' = (-42{,}09, 72{,}91)$, $B' = (157{,}09, -42{,}09)$, $C' = (272{,}09, 157{,}09)$, $D' = (72{,}91, 272{,}09)$ dengan visualisasi sebagai berikut:

Gambar 4.17 Hasil Rotasi J_3

Gambar 4.17 menampilkan perbandingan pola Fraktal Julia sebelum dan sesudah rotasi sebagai bagian dari proses pembentukan motif batik. Pada gambar kiri, pola Julia masih dalam bentuk aslinya tanpa perubahan orientasi, terlihat simetris dan tegak sesuai sumbu koordinat. Sementara itu, gambar kanan menunjukkan pola yang sama setelah diputar sebesar 30° searah jarum jam, sehingga bentuknya tampak miring dan mengikuti arah rotasi.

Dilatasi (Perkecilan)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(230,0)$, $C(230,230)$, dan $D(0,230)$, sebuah pola Julia yang telah dirotasikan akan didilatasikan di titik pusat $O(0,0)$ sebesar faktor skala $k = \frac{774}{1000}$ yaitu diperkecil dari ukuran bentuk aslinya dengan matriks $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ maka,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{774}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{774}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Titik setelah dilasi:

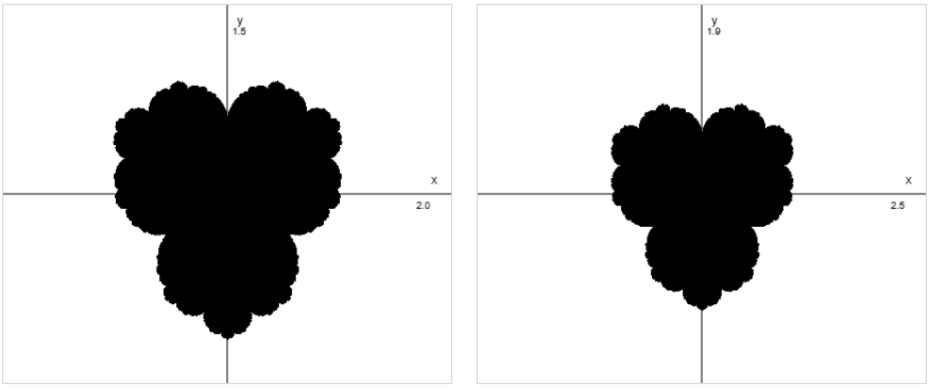
$$A' = \begin{pmatrix} \dfrac{774}{1000} & 0 \\ 0 & \dfrac{774}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \dfrac{774}{1000} & 0 \\ 0 & \dfrac{774}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 230 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 178 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \dfrac{774}{1000} & 0 \\ 0 & \dfrac{774}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 230 \\ 230 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 178 \\ 178 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \dfrac{774}{1000} & 0 \\ 0 & \dfrac{774}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 230 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 178 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0,0)$, $B'(178,0)$, $C'(178,178)$, dan $D'(0,178)$.



Gambar 4.18 Hasil Dilatasi Pola J_3

Berdasarkan Gambar 4.18 dilatasi diterapkan untuk memperkecil ukuran pola fraktal agar proporsinya sesuai dengan komponen inti bunga, sehingga pola dapat ditempatkan secara harmonis dalam komposisi motif tanpa mendominasi bentuk utama Latohan.

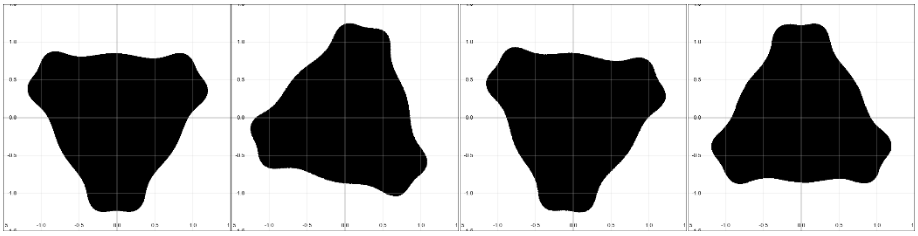
4.1.3 Komposisi Motif dan Variasi

Tahap komposisi motif merupakan proses penggabungan berbagai komponen fraktal Julia yang telah melalui rangkaian transformasi geometris, seperti rotasi, translasi, dan dilatasi. Proses ini bertujuan membentuk satu kesatuan visual yang menyerupai struktur bunga pada motif Batik Latohan Lasem. Hasil penyusunan tersebut menghasilkan beragam variasi motif baru, yang terbentuk dari kombinasi beberapa pola fraktal dengan orientasi, ukuran, dan distribusi yang berbeda-beda.

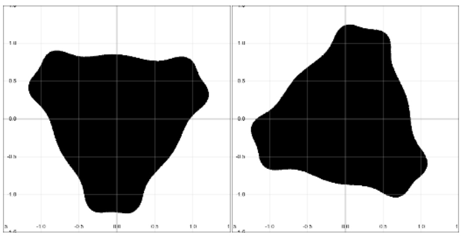
Komposisi Motif

1. Kelopak Bunga

Proses menyusun dan memvariasikan pola-pola fraktal Julia menjadi satu bentuk motif melalui penggabungan beberapa pola menggunakan operasi logika OR.



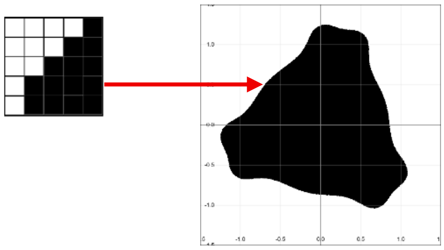
(1) (2) (3) (4)



(5) (6)

Gambar 4.19 Hasil Transformasi Pola Julia $c = -0.04 - 0.78i$

Setiap pola direpresentasikan ke dalam bentuk matriks diskrit, di mana ukuran setiap pola Julia sebesar $560\ x\ 560$, yang berarti matriksnya memiliki 560 baris dan 560 kolom. Misalkan ambil posisi piksel pada area kecil di pola (6) terletak pada baris 242 sampai 246 dan kolom 86 sampai 90 dari pola.



Gambar 4.20 Posisi Piksel (6)

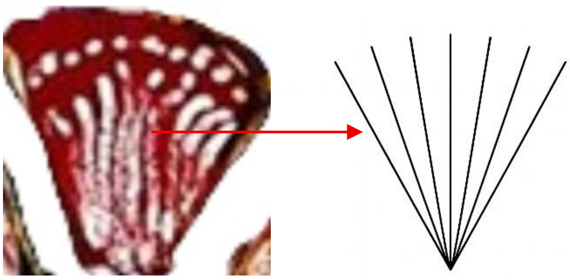
Berdasarkan Gambar 4.20, pada area kecil terdapat beberapa posisi piksel yang dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks pada pola (6), sebagai berikut

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(242,86) & f(242,87) & f(242,88) & f(242,89) & f(242,90) \\ f(243,86) & f(243,87) & f(243,88) & f(243,89) & f(243,90) \\ f(244,86) & f(244,87) & f(244,88) & f(244,89) & f(244,90) \\ f(245,86) & f(245,87) & f(245,88) & f(245,89) & f(245,90) \\ f(246,86) & f(246,87) & f(246,88) & f(246,89) & f(246,90) \end{bmatrix}$$

matriks representasi citra biner pada pola (6), yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pada tahap ini, masing-masing komponen fraktal pada Gambar 4.19 digabungkan dengan menerapkan operasi logika XOR dengan elemen tambahan terdiri dari garis jari-jari dan lingkaran untuk mendukung keserupaan visual dengan motif batik Latohan Lasem.



Gambar 4.21 Perbandingan Visual (4)

Elemen tambahan pada Gambar 4.21 merupakan garis jari-jari yang berpusat pada sudut tengah 90° pada lingkaran dengan titik pusat $O(0,0)$ dan panjang jari-jari r sebesar 180, digunakan model representasi titik pada lingkaran melalui koordinat polar (r, θ). Pada penyebutan selanjutnya elemen ini disebut sebagai elemen kipas yang di visualisasi sebagai berikut.

Rentang sudut menyerupai kipas ditetapkan sebesar 60°, sehingga sudut minimumnya 60° dan sudut maksimumnya 120°. Memiliki jumlah garis $N = 7$, sudut masing-masing garis terdistribusi merata, rentang sudut ini dibagi menjadi enam interval sama besar, ukuran selisih sudut ($\varDelta\theta$) yang sama besar antara setiap garis pembentuk elemen, didefinisikan sebagai berikut

$$\varDelta\theta = \frac{\theta maks - \theta min}{N-1}$$

$$\varDelta\theta = \frac{\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}}{N-1} = \frac{\frac{\pi}{3}}{6} = \frac{\pi}{18}$$

di mana:

θ_{min} : sudut minimum (60° atau $\frac{\pi}{3}$)

θ_{maks} : sudut maksimum (120° atau $\frac{2\pi}{3}$)

N : jumlah garis jari-jari (7 garis)

$N - 1$: jumlah interval sudut

sehingga titik sudut ke-k memiliki sudut

$$\theta_k = \theta_{min} + k(\varDelta\theta), \qquad k = 0,1, \dots, 6$$

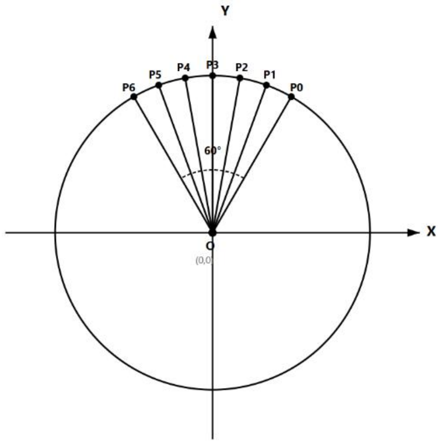
$$\theta_k = \frac{\pi}{3} + k\left(\frac{\pi}{18}\right)$$

dengan

θ_k : sudut ke-k dari garis jari-jari pada elemen

k : indeks garis jari-jari, $k = 0,1, \dots, 6$

$\Delta\theta$: ukuran selisih sudut yang sama besar antara setiap garis



Gambar 4.22 Elemen Kipas

Berdasarkan Gambar 4.22 untuk mendapatkan koordinat titik ujung P_k setiap garis jari-jari, digunakan transformasi polar sebagai berikut.

$$P_k = (x_k, y_k) = (r\ \cos(\theta_k)\,, r\ \sin(\theta_k))$$

dengan

(x_k, y_k) : koordinat titik ujung garis ke-k

r : panjang garis jari-jari

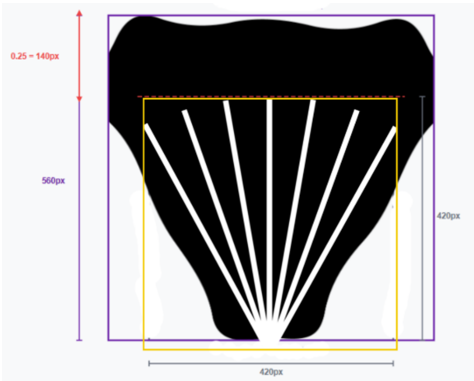
P_k : titik ujung garis ke-k, yang terletak pada koordinat (x_k, y_k).

Tabel 4.6 Nilai Sudut θ_k dan Koordinat Titik P_k pada Elemen Kipas

k	θ_k (radian)	θ_k (derajat)	x_k	y_k
0	1,0472	60°	90,00	155,88
1	1,2217	70°	61,56	169,14
2	1,3963	80°	31,26	177,27
3	1,5708	90°	0,00	180,00
4	1,7453	100°	−31,26	177,27

5	1,9199	110°	−61,56	169,14
6	2,0944	120°	−90,00	155,88

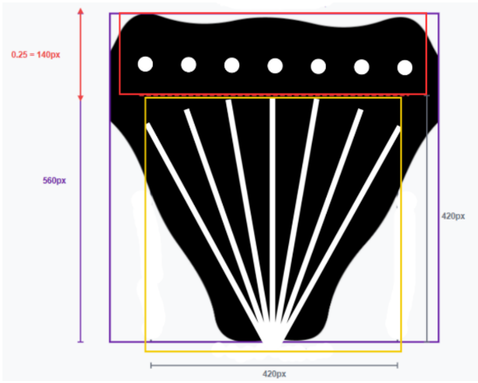
Elemen ini di visualisasi dengan menggunakan bahasa pemrograman *Phyton* berukuran 420 piksel dengan ketebalan masing-masing garis 4 piksel. Misalkan pola fraktal Julia (1) pada Gambar 4.24 digabungkan dengan elemen kipas menggunakan operasi logika XOR maka menghasilkan gambar sebagai berikut.



Gambar 4.23 Penempatan Penggabungan (1)

Berdasarkan Gambar 4.23 misalkan masing-masing objek berukuran 560×560 piksel dan 420×420 piksel, citra Julia dan elemen kipas digabungkan dengan menempatkan citra Julia sebagai latar penuh dalam kanvas 560 piksel, kemudian ditentukan garis acuan vertikal pada posisi 25% dari tinggi kanvas yaitu 140 piksel dari bagian atas. Elemen kipas kemudian diposisikan tepat di bawah garis acuan tersebut dengan penyelarasan horizontal di tengah kanvas, sehingga margin kiri dan kanan masing-masing berjarak 70 piksel.

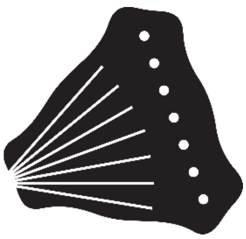
Citra gabungan pada Gambar 4.23 akan digabungkan lagi menggunakan operasi logika XOR, dengan tujuh lingkaran berukuran masing-masing 50 piksel yang disusun sejajar berjarak 40 piksel antar tepi. Lingkaran-lingkaran diposisikan di antara ujung atas elemen kipas dan ujung atas himpunan Julia.

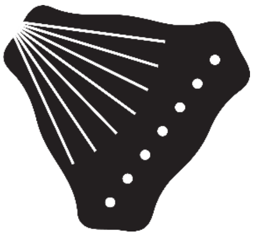
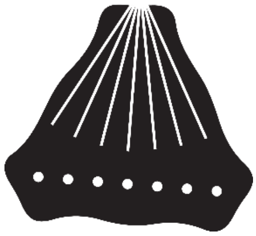
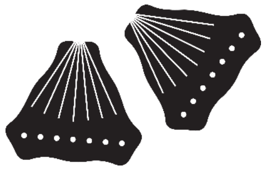
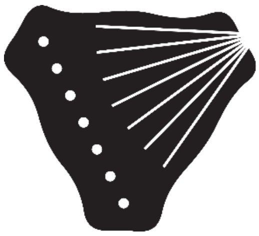
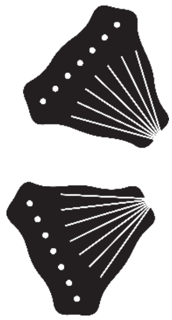


Gambar 4.24 Penempatan Penggabungan (2)

Pola fraktal Julia yang telah dimodifikasi menghasilkan variasi motif seperti yang ditampilkan dalam Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Operasi Logika pada Pola Julia J_1

No.	Pola Julia		Pola Hasil Gabungan
1.	Pola Julia $(JRT)_1$ 	Pola Julia $(JRT)_2$ 	Pola Julia $(JRT)_1 \mathrm{OR}\ (JRT)_2$ 

2.	Pola Julia $(JRT)_3$ 	Pola Julia $(JRT)_4$ 	Pola Julia $(JRT)_3 \text{OR } (JRT)_4$ 
3.	Pola Julia $(JRT)_5$ 	Pola Julia $(JRT)_6$ 	Pola $(JRT)_5 \text{OR } (JRT)_6$ 

Keterangan:

$(JRT)_i$: Pola Julia yang telah dilakukan rotasi dan translasi

i : Indeks menunjukkan urutan pola

Pola-pola fraktal Julia yang telah di modifikasi digabungkan dengan diterapkan operasi logika XOR sebagai berikut.

$$J_1H_1 = ((JRT)_1 \vee (JRT)_2) \vee ((JRT)_3 \vee (JRT)_4) \vee ((JRT)_5 \vee (JRT)_6)$$

Gambar 4.25 Pola J_1H_1

Matriks representasi citra biner pada salah satu posisi, yaitu misalkan

$$(JRT)_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, (JRT)_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka $(JRT)_1 \vee (JRT)_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. **Inti Bunga**

Modifikasi selanjutnya akan dilakukan pada hasil pola J_2 (sub-bab 4.1.1). Hasil pola Julia J_2 yang telah ditransformasi akan digabungkan dengan menerapkan operasi logika XOR dengan lingkaran-lingkaran berukuran masing-masing 50 piksel yang tampak "memotong" bagian dari citra pola Julia. Semua pusat lingkaran terletak pada satu garis lurus dengan jarak antar pusat lingkaran konstan 80 piksel.

Tabel 4.8 Pola Modifikasi J_2

No.	Pola Julia		Pola Hasil Gabungan
1.	Pola Julia $(J_2RTD)_1$ 	Pola Julia $(J_2RTD)_2$ 	Pola Julia (J_2H_2) 

Keterangan:

J_2RTD_i : Pola J_2 yang telah dilakukan rotasi, translasi, dan dilatasi

i : Indeks menunjukkan urutan pola

J_2H_2 : Hasil gabungan dari modifikasi pola J_2

Pola J_2H_2 merupakan hasil gabungan dari dua buah citra yang dinyatakan sebagai berikut.

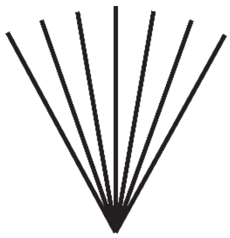
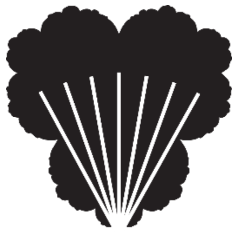
$$J_2H_2 = (J_2RTD)_1 \oplus (J_2RTD)_2$$

Matriks representasi citra biner pada suatu posisi pikselnya, yaitu misalkan

$$(J_2RTD)_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, (J_2RTD)_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

maka $J_2H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Tabel 4.9 Pola Modifikasi J_3

Pola Julia		Pola Hasil Operasi Logika XOR
Pola Julia J_3RD	Elemen Kipas (EK)	Pola Julia (J_3H_3)
		

Keterangan:

J_3RD : Pola Julia J_3 yang telah dilakukan rotasi dan dilatasi

Pola-pola pada tabel 4.9 yang telah diterapkan operasi logika OR diperoleh hasil pola sebagai berikut.

$$J_3H_3 = J_3RD \oplus EK$$

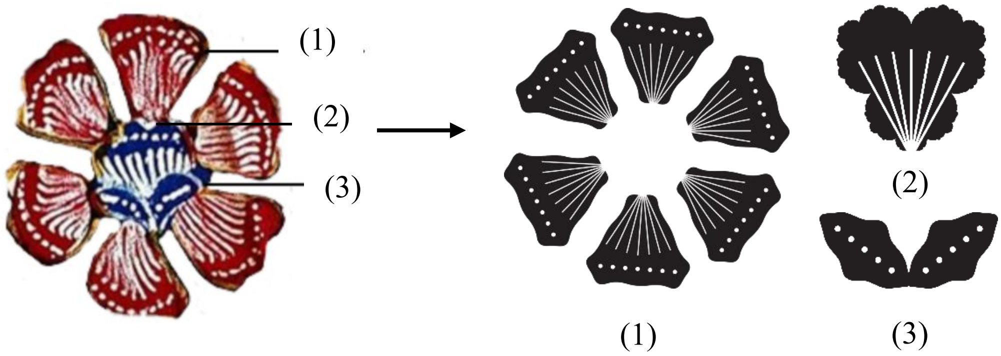
Matriks representasi citra binernya, yaitu misalkan

$$J_3RD = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad EK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

maka $J_3H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

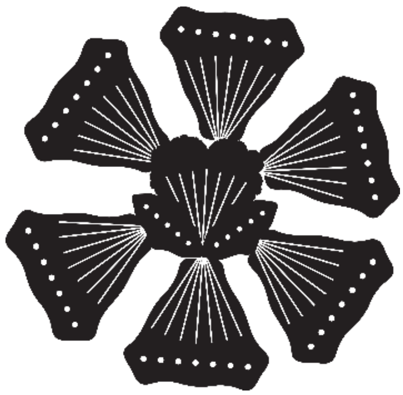
Variasi Motif

Berdasarkan uraian di atas diperoleh komponen pola fraktal yang menjadi unsur pembentuk motif bunga dalam batik Latohan. Bentuk komponen pola fraktal Julia menunjukkan keserupaan dengan kontur kelopak bunga Latohan terbangun melalui tiga pola utama, yaitu pola Julia J_1H_1, pola Julia J_2H_2, dan pola Julia J_3H_3.



Gambar 4.26 Komponen motif

Ketiga pola pada Gambar 4.26 akan diterapkan operasi logika OR sehingga diperoleh pola modifikasi bunga dalam batik Latohan sebagai berikut:



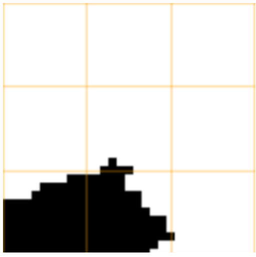
Gambar 4.27 Motif Modifikasi Bunga Latohan (1)

Berdasarkan pola pada Gambar 4.27 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(243{,}241) & f(243{,}242) & f(243{,}243) \\ f(244{,}241) & f(244{,}242) & f(244{,}243) \\ f(245{,}241) & f(245{,}242) & f(244{,}243) \end{bmatrix}$$

matriks representasi citra biner pada pola Gambar 4.27, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

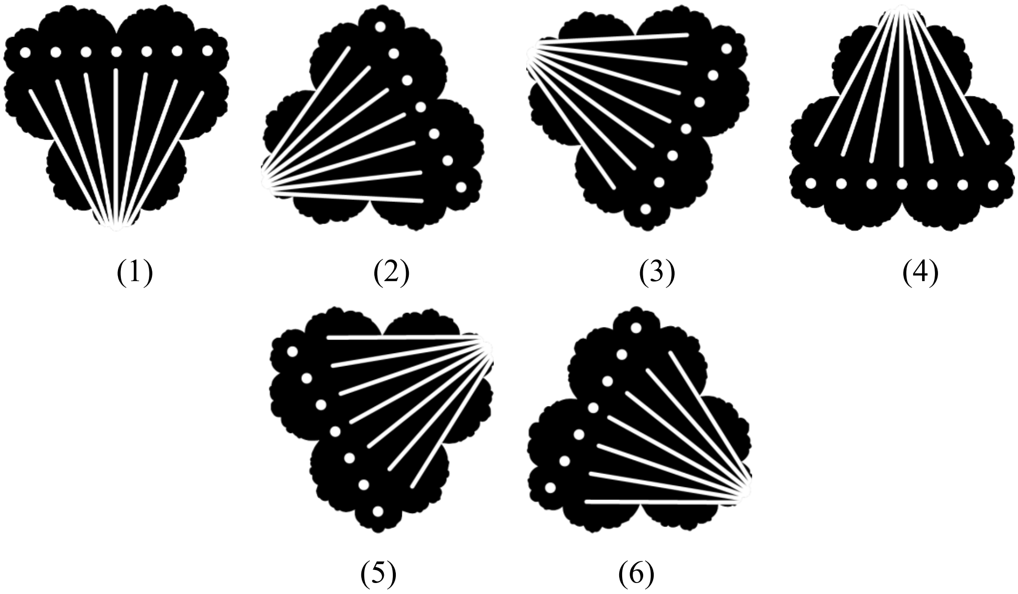


Gambar 4.28 Beberapa posisi piksel pada pola Gambar 4.27

Berdasarkan langkah-langkah pada 4.1.2 dan 4.1.3 dapat diperoleh variasi bunga motif batik Latohan lainnya berdasarkan gambar berikut.

Gambar 4.29 Motif Bunga Latohan

Gambar 4.29 dimodifikasi dengan fraktal pola Julia J_3H_3 yang digabungkan dengan dengan tujuh lingkaran berukuran masing-masing 50 piksel yang disusun sejajar berjarak 40 piksel antar tepi dan diposisikan di antara ujung atas elemen kipas dan ujung atas himpunan Julia untuk bagian kelopak. Kemudian, dilakukan transformasi berupa rotasi $0°$, $72°$, $131°$, $-179°$, $-118°$, $-48°$ menghasilkan pola berikut.



Gambar 4.30 Pola Modifikasi dengan Logika XOR

Pada Gambar 4.30 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

$$f(x,y)=\begin{bmatrix}(634,422) & (634,423) & (634,424) & (634,425) & (634,426)\\ (635,422) & (635,423) & (635,424) & (635,425) & (635,426)\\ (636,422) & (636,423) & (636,424) & (636,425) & (636,426)\\ (637,422) & (637,423) & (637,424) & (637,425) & (637,426)\\ (633,422) & (638,423) & (638,424) & (633,425) & (633,426)\end{bmatrix}$$

matriks representasi citra binernya, yaitu

$$f(x,y)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Kemudian, beberapa posisi piksel yang lain dapat dinyatakan dalam bentuk matriks berikut

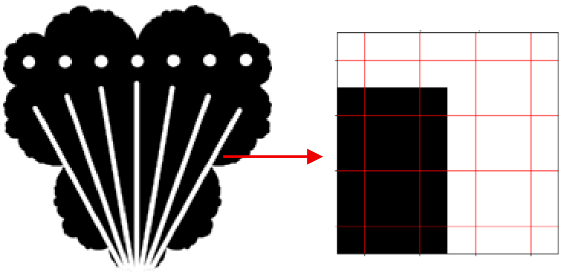
$$f(x,y)=\begin{bmatrix}(634,422) & (634,423) & (634,424) & (634,425) & (634,426)\\ (635,422) & (635,423) & (635,424) & (635,425) & (635,426)\\ (636,422) & (636,423) & (636,424) & (636,425) & (636,426)\\ (637,422) & (637,423) & (637,424) & (637,425) & (637,426)\\ (633,422) & (638,423) & (638,424) & (633,425) & (633,426)\end{bmatrix}$$

matriks representasi citra binernya , yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Operasi logika XOR diterapkan pada citra di mana hasilnya akan berwarna putih hanya jika kedua piksel yang dibandingkan memiliki warna yang berbeda (satu hitam, satu putih). Jika kedua piksel sama (keduanya hitam atau keduanya putih), hasilnya akan hitam, sehingga diperoleh:

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

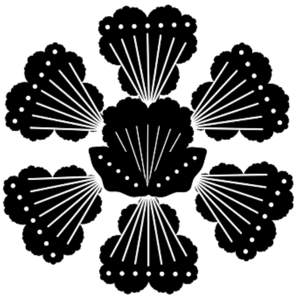


Gambar 4.31 Posisi Piksel Pola Keluaran XOR

Pola Julia tersebut akan dimodifikasi dengan gabungan pola Julia J_2H_2, dan pola Julia J_3H_3 menggunakan operasi logika OR yang membentuk inti bunga.

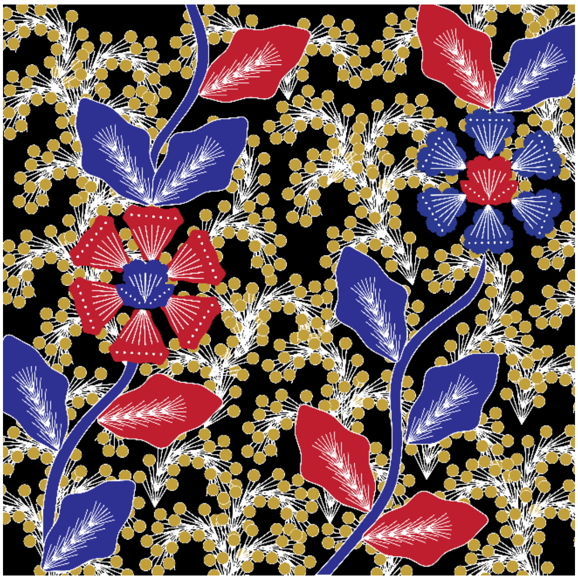
Gambar 4.32 Pola Inti Bunga

sehingga pola modifikasi bunga dalam batik Latohan lainnya dihasilkan sebagai berikut.



Gambar 4.33 Motif Modifikasi Bunga Latohan (2)

Sebagai tahap akhir visualisasi, motif-motif hasil modifikasi dikombinasikan dan diberi variasi warna untuk mendemonstrasikan potensi penerapannya dalam desain batik yang lebih aplikatif dan menarik secara visual.



Gambar 4.34 Motif Modifikasi

4.2 Analisis Kesesuaian Visual

Analisis kesesuaian visual dilakukan untuk mengevaluasi tingkat keserupaan antara motif hasil modifikasi fraktal dengan motif referensi Batik Latohan Lasem. Evaluasi ini menggunakan pendekatan kuantitatif melalui analisis rasio area pada kontur citra, yang memberikan ukuran objektif terhadap kemiripan bentuk geometris antara kedua motif.

Perhitungan rasio area antara piksel bentuk (hitam) dan piksel latar (putih) pada kanvas berukuran 1000×1000 piksel dengan total area 1.000.000 piksel. Analisis rasio area memberikan informasi kuantitatif mengenai kepadatan dan distribusi elemen visual pada motif, yang menjadi salah satu karakteristik penting dalam desain batik. Rasio area dihitung berdasarkan perbandingan jumlah piksel hitam (*foreground*) terhadap piksel putih (*background*) pada citra biner. Misalkan I adalah citra biner berukuran $M \times N$ piksel, maka:

$$R = \frac{N_{hitam}}{N_{putih}}$$

dengan:

N_{hitam} : jumlah piksel bernilai 1 (hitam/motif)

N_{putih} : jumlah piksel bernilai 0 (putih/latar)

R : rasio putih terhadap hitam

$M = N = 1000$ untuk semua citra dalam penelitian ini

Rasio ini menggambarkan tingkat kepadatan motif. Nilai R yang kecil (mendekati 1) menunjukkan bahwa motif tersusun sangat padat. R bernilai sedang (sekitar 2–4) menandakan kepadatan yang lebih seimbang, sedangkan R yang besar (lebih dari 5) mengindikasikan bahwa motif cenderung jarang atau tampak lebih ringan.

Tabel 4.10 Perbandingan Rasio Area

Motif	Piksel Hitam	Piksel Putih	Rasio (Hitam:Putih)	Selisih Rasio dengan Referensi
Referensi Latohan	87,234	226,366	1 : 2,60	-
Pola J_1H_1	91,456	222,144	1 : 2,43	0,17

Pola J_2H_2	23,891	289,709	1 : 12,13	9,53
Pola J_3H_3	82,456	231,144	1 : 2,80	0,20

Pola J_1H_1 menunjukkan rasio putih terhadap hitam sebesar 2,43, dengan selisih hanya 0.17 dari motif referensi (2,60). Kedekatan nilai rasio ini mengindikasikan tingkat kepadatan visual pola J_1H_1 sangat mendekati karakteristik motif Latohan asli, distribusi elemen motif (kelopak bunga) terhadap ruang latar relatif seimbang. Proporsi visual yang dihasilkan mampu mempertahankan karakter tidak terlalu padat, tidak terlalu kosong seperti pada batik Latohan tradisional.

Pola J_2H_2 memiliki rasio yang sangat tinggi (12,13), menunjukkan bahwa pola ini memiliki kepadatan yang jauh lebih rendah dibandingkan referensi, pola ini lebih sesuai digunakan sebagai elemen pendukung atau inti bunga, bukan sebagai motif utama. Selisih rasio yang besar (9,53) mengkonfirmasi bahwa pola ini dirancang untuk fungsi komplementer dalam komposisi motif.

Pola J_3H_3 menunjukkan rasio 2,80 dengan selisih 0,20 dari referensi, mengindikasikan tingkat kepadatan yang sangat dekat dengan motif asli, pola ini dapat berfungsi sebagai alternatif atau variasi dari motif utama dan distribusi visual yang proporsional dan seimbang. Konsistensi hasil analisis rasio dengan pengamatan visual kualitatif memvalidasi bahwa pendekatan geometri fraktal Julia dapat menghasilkan pola yang tidak hanya menyerupai secara bentuk, tetapi juga memiliki karakteristik distribusi spasial yang sebanding dengan motif referensi.

4.2.1 Catatan Validitas dan Keterbatasan

Validitas visual dalam penelitian ini bersifat deskriptif, yakni didasarkan pada pengamatan bentuk dan kesesuaian visual antara pola hasil pembangkitan fraktal Julia dengan motif Batik Latohan. Evaluasi kuantitatif dasar dapat ditingkatkan melalui pendekatan metrik kesamaan visual, seperti *Intersection over Union* (IoU) pada kontur citra atau perbandingan histogram orientasi tepi antar gambar untuk memberikan ukuran yang lebih objektif terhadap tingkat kemiripan bentuk.

Keterbatasan penelitian ini terletak pada aspek pewarnaan. Proses pewarnaan kain maupun teknik pembatikan tidak dimodelkan dalam penelitian ini karena fokus utama diarahkan pada analisis bentuk geometris pola fraktal Julia dan kesesuaiannya dengan motif Batik Latohan. Akibatnya, hasil yang diperoleh hanya merepresentasikan keserupaan struktur bentuk tanpa mempertimbangkan pengaruh warna, tekstur, serta variasi teknik batik yang digunakan dalam praktik pembatikan sesungguhnya. Keterbatasan ini menunjukkan bahwa validitas visual yang dicapai masih berada pada tingkat konseptual dan dapat diperluas melalui pendekatan yang mengintegrasikan aspek artistik dan teknis dalam penelitian lanjutan.

Pada perspektif cakupan fungsi fraktal, penelitian ini terbatas pada fungsi Julia kuadratik dengan parameter kompleks yang relatif terbatas. Pembatasan ini membuat variasi pola yang dihasilkan masih relatif seragam dan belum mencakup kemungkinan bentuk lain yang lebih kompleks. Penggunaan keluarga fungsi kompleks berbeda, seperti fungsi kubik atau eksponensial, berpotensi menghasilkan keragaman struktur visual yang lebih luas. Oleh karena itu, validitas hasil penelitian ini masih terbatas pada representasi fungsi kuadratik dan dapat dikembangkan lebih lanjut melalui eksplorasi jenis fungsi fraktal lainnya.

4.3 Kajian Penerapan Integrasi Islam dengan Topik

Penerapan geometri fraktal Julia pada pengembangan motif batik Latohan Lasem bukan sekadar kajian matematis, melainkan juga bentuk refleksi atas keteraturan dan keindahan ciptaan Allah SWT. Pola fraktal yang memiliki sifat *self-similarity* dan keteraturan dalam ketidakteraturan merupakan manifestasi dari hukum dan ketetapan Allah SWT dalam alam semesta. Seperti halnya ayat-ayat kauniyah (tanda-tanda kebesaran Allah SWT di alam), struktur fraktal mengajarkan manusia untuk merenungkan betapa sempurnanya sistem penciptaan yang diatur dengan keseimbangan dan harmoni. Allah SWT berfirman hal ini dalam Q.S. Ar-Rahman ayat 7-9 secara khusus menggambarkan bahwa seluruh sistem alam diciptakan dalam keseimbangan dan proporsi yang sempurna.

وَالسَّمَاۤءَ رَفَعَهَا وَوَضَعَ الْمِيْزَانَۙ ﴿٧﴾ اَلَّا تَطْغَوْا فِى الْمِيْزَانِ ﴿٨﴾ وَاَقِيْمُوا الْوَزْنَ بِالْقِسْطِ وَلَا تُخْسِرُوا الْمِيْزَانَ ﴿٩﴾

(Kemenag, 2025a)

Artinya: “*Dan Allah SWT telah meninggikan langit dan Dia meletakkan neraca (keadilan). Supaya kamu jangan melampaui batas tentang neraca itu. Dan tegakkanlah timbangan itu dengan adil dan janganlah kamu mengurangi neraca itu.*”

Ayat tersebut secara tegas menggambarkan kebesaran dan kekuasaan Allah SWT dalam mengatur keteraturan alam semesta. ayat ini juga menegaskan pentingnya prinsip keseimbangan dalam kehidupan manusia, baik dalam konteks pribadi, sosial, maupun hubungan manusia dengan alam. Allah SWT telah menetapkan neraca keadilan (*al-mīzān*) sebagai pedoman agar manusia senantiasa menjaga harmoni dan tidak melampaui batas keseimbangan yang telah ditetapkan-Nya.

Kata الميزان (*al-mīzān*) sendiri memiliki makna yang luas dan mendalam. Secara bahasa, "*mīzān*" berarti alat ukur atau timbangan, namun secara konseptual mencerminkan keseimbangan, keadilan, dan keteraturan universal yang menjadi dasar terciptanya kehidupan. Pada penelitian ini, konsep *al-mīzān* memiliki relevansi yang kuat dengan geometri fraktal Julia yang terbentuk melalui proses matematis yang menampilkan keseimbangan antara pengulangan dan variasi, menghasilkan bentuk visual yang teratur, proporsional, dan harmonis. Setiap bagian kecil dari pola fraktal memiliki struktur yang menyerupai keseluruhan, mencerminkan prinsip kesetimbangan yang konsisten di seluruh skala suatu konsep yang sejalan dengan makna *al-mīzān*.

Penerapan fraktal dalam motif batik Latohan Lasem mencerminkan kesempurnaan sistem ciptaan Allah SWT, di mana keindahan muncul melalui ketentuan dan ukuran yang teratur. Pola-pola fraktal yang terukur dan proporsional menjadi perwujudan dari prinsip *qadarullah*, bahwa setiap ciptaan memiliki ukuran dan takarannya masing-masing. Penelitian ini menjadi sarana untuk merenungi bahwa keteraturan matematika yang diolah manusia sejatinya merupakan refleksi dari keteraturan Ilahi yang telah Allah SWT tetapkan sejak penciptaan. Sebagaimana yang tertulis dalam kitab suci Al-Qur'an, tepatnya pada Surah Al-Qomar ayat ke-49, disebutkan:

اِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

(Kemenag, 2025a)

Artinya: "*Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu sesuai dengan ukuran.*"

Ayat ini sangat relevan dengan konsep fraktal, di mana setiap bentuk dihasilkan dari parameter dan rumus yang telah ditentukan. Pola fraktal Julia terbentuk berdasarkan nilai parameter kompleks $c = a + bi$ yang menghasilkan keindahan terukur. Perubahan kecil pada parameter akan mengubah bentuk secara keseluruhan, namun tetap dalam sistem keteraturan matematis yang konsisten menggambarkan prinsip *bi qadar* sebagaimana disebut dalam ayat.

Penerapan geometri fraktal Julia pada motif batik dapat menjadi bentuk tafaakur (perenungan) terhadap tanda-tanda kebesaran Allah SWT. Fraktal dengan keteraturan dan keindahan yang lahir dari hukum matematis sederhana, menjadi cerminan betapa agungnya kebijaksanaan Allah SWT dalam menciptakan sistem yang serasi di alam semesta. Integrasi nilai Islam dalam penelitian ini memperlihatkan bahwa keindahan dan keseimbangan merupakan prinsip universal dalam ciptaan Allah SWT yang dapat dihadirkan melalui karya manusia. Oleh karena itu, penelitian ini tidak sekadar menghasilkan motif batik baru, tetapi juga menjadi sarana untuk menyadari kebesaran Allah SWT dan meneladani keteraturan ciptaan-Nya dalam karya ilmiah dan artistik.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan geometri fraktal, khususnya himpunan Julia dapat dimanfaatkan untuk memodifikasi dan mengembangkan motif Batik Latohan Lasem. Proses ini menghasilkan motif batik baru yang inovatif dengan tetap mempertahankan identitas visual dan filosofi dari motif aslinya. Penerapan geometri fraktal dalam modifikasi motif batik Latohan Lasem dilakukan melalui serangkaian proses, pola fraktal dibangkitkan menggunakan himpunan Julia dengan tiga parameter kompleks yang berbeda, yaitu $c = -0.04 - 0.78i$, $c = -0.74 + 0.11i$, dan $c = -0.38 + 0i$, yang masing-masing menghasilkan karakter visual unik: pola pertama menyerupai struktur kelopak bunga, pola kedua bersifat simetris dan sederhana, sedangkan pola ketiga lebih detail dan kompleks. Pola-pola ini kemudian mengalami transformasi geometri seperti rotasi, translasi, dan dilatasi untuk menyesuaikan bentuk dan penempatannya dalam desain motif.

Proses modifikasi atau penggabungan pola-pola dilakukan dengan menggunakan operasi logika pada aplikasi *Python* menggunakan operasi logika citra digital, yaitu OR dan XOR, yang diterapkan pada representasi matriks biner dari pola fraktal tersebut. Operasi ini memungkinkan penggabungan beberapa pola menjadi motif yang lebih kaya dan kompleks, sekaligus memunculkan variasi baru yang tetap selaras dengan estetika batik Latohan. Hasil akhirnya adalah motif batik modern yang mempertahankan karakter khas Latohan namun dengan sentuhan kompleksitas fraktal yang inovatif. Proses ini tidak hanya menghasilkan desain yang estetis tetapi juga membuka kemungkinan pengembangan motif tak terbatas melalui variasi parameter fraktal dan transformasi geometri.

5.2 Saran untuk Penelitian Lanjutan

Penelitian ini hanya hanya berfokus pada penerapan satu jenis fraktal yang digunakan yaitu Himpunan Julia menggunakan rotasi, dilatasi, dan translasi dengan bantuan pemprograman *Python*. Penelitian selanjutnya diharapkan dapat memperluas variasi nilai parameter kompleks untuk menghasilkan lebih banyak bentuk fraktal Julia yang berpotensi melahirkan motif baru dengan karakter visual berbeda. Penelitian mendatang dapat mengombinasikan pola fraktal Julia dengan elemen khas batik daerah lain untuk memperkaya ragam visual dan memperluas penerapan konsep fraktal pada desain batik Nusantara.

DAFTAR PUSTAKA

Addison, P.S. (1997). *Fractal and Chaos: An Illustrated Course.* London: Institute of Physics Publishing.

Barnsley, M. F. (1993). *Fractals Everywhere*. 2nd Edition. Atlanta: Iterated Systems, Inc.

Devaney, R. L. (1989). *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, 2nd ed.* Westview.

Falconer, K. (2003). *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications.* Chichester: 3rd Edition, John Wiley and Sons.

Febrianti, T. S., & Afifi, F. C. (2022). *Batik Jlamprang with Koch snowflake and Koch anti-snowflake fractal geometry using Desmos*. Ethnomathematics Journal, 3(1), 40–50.

Gonzalez, Rafael C., (1977) Digital Image Processing, Addison-Wesley.

Jaya, A. K., & Aliansa, N. (2017). Orbit Fraktal Himpunan Julia. *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi*, *13*(2), 162–170. http://journal.unhas.ac.id/index.phpjmsk

Kemenag. (2024a). Qur’an Kemenag. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/67?from=5&to=5 (Diakses 04 Februari 2025)

Kemenag. (2024b). Qur’an Kemenag. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/27?from=93&to=93 (Diakses 04 Februari 2025)

Kemenag. (2024c). Qur’an Kemenag. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/46?from=13&to=13 (Diakses 04 Februari 2025)

Kemenag. (2025a). Qur’an Kemenag. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/55?from=7&to=9 (Diakses 18 Oktober 2025)

Kemenag. (2025a). Qur’an Kemenag. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/54?from=49&to=49 (Diakses 18 Oktober 2025)

Kosala Dwidja Purnomoa, Dyakza Hadi, Ahmad Kamsyakawuni. (2020*). Inovasi Desain Batik Fraktal Menggunakan Geometri Fraktal.*

Peitgen, H.-O., & Richter, P. H. (1986). *The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems*. Springer Science & Business Media.

Peitgen, H.-O., Jürgens, H., & Saupe, D. (2004). *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*. 2nd Edition. Berlin: Springer.

Purnomo, K. D., Putri, D. H. P., & Kamsyakawuni, A. (2020). *Inovasi desain batik fraktal menggunakan geometri fraktal koch snowflake (m,n,c)*. Prisma : Prosiding Seminar Nasional Matematika, 3, 131–140.

Wulandari, E. Y., Kosala, D. P., & Ahmad, K. (2017). *Pengembangan Desain Batik Labako dengan Menggabungkan Geometri Graktal Kurva Naga dan Corak Daun Tembakau*. Ilmu Dasar, Vol 18.

RIWAYAT HIDUP

Yusma Lana Fauziah, lahir di Sidoarjo pada tanggal 26 November 2002. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara dari Bapak Yusron Fathony dan Ibu Maisaroh. Penulis menempuh pendidikan dasar di SD Al Falah Darussalam Waru, Sidoarjo dan lulus pada tahun 2015, kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Avisena Jabon, Sidoarjo dan lulus pada tahun 2018, serta menyelesaikan pendidikan menengah atas di SMA Avisena Jabon, Sidoarjo pada tahun 2021. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang perguruan tinggi pada Program Studi S1 Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi, penulis aktif dalam berbagai kegiatan akademik dan organisasi, antara lain sebagai anggota Divisi Penerbitan dan Jurnalistik Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika "Integral" pada tahun 2022, Kepala Departemen Kewirausahaan Dewan Eksekutif Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi pada tahun 2024, serta sebagai Asisten Laboratorium Algoritma dan Pemrograman pada tahun 2025. Selain itu, penulis juga berpartisipasi dalam Riset Kompetitif Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi dan menjadi salah satu presenter pada *International Conference on Green Technology* (ICGT) tahun 2025.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Yusma Lana Fauziah
NIM	:	210601110082
Fakultas / Jurusan	:	Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi	:	Penerapan Geometri Fraktal pada Modifikasi Motif Batik Latohan Lasem
Pembimbing I	:	Dian Maharani, S.Pd., M.Si.
Pembimbing II	:	Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	2 Desember 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	15 Januari 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	22 Januari 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	31 Januari 2025	ACC Bab I, II, dan III	4.
5.	3 Februari 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	4 Februari 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	6.
7.	5 Februari 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	7.
8.	7 Februari 2025	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	18 Februari 2025	ACC Seminar Proposal	9.
10.	15 Juli 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	8 Agustus 2025	Konsultasi Bab IV	11.
12.	12 Agustus 2025	Konsultasi Bab IV	12.
13.	19 Agustus 2025	Konsultasi Bab IV dan V	13.
14.	20 Oktober 2025	ACC Bab IV dan V	14.
15.	21 Oktober 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	15.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	22 Oktober 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	16.
17.	23 Oktober 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	17.
18.	3 November 2025	ACC Seminar Hasil	18.
19.	27 November 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	19.
20.	15 Desember 2025	ACC Sidang Skripsi	20.
21	22 Desember 2025	ACC Keseluruhan	21.

Malang, 22 Desember 2025
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrur Rozi, M.Si.
NIP. 19800527 200801 1 012