

**MESIN OTTO KUANTUM BERBASIS SISTEM PARTIKEL DALAM
KOTAK POTENSIAL SATU DIMENSI
COVER**

SKRIPSI

Oleh :
FAHRIZA DIMAS BAYU ANDRIAN
NIM. 18640071



**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025**

**MESIN OTTO KUANTUM BERBASIS SISTEM PARTIKEL
DALAM KOTAK POTENSIAL SATU DIMENSI**

HALAMAN JUDUL

SKRIPSI

**Diajukan Kepada :
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
FAHRIZA DIMAS BAYU ANDRIAN
NIM. 18640071**

**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025**

HALAMAN PERSETUJUAN

MESIN OTTO KUANTUM BERBASIS SISTEM PARTIKEL
DALAM KOTAK POTENSIAL SATU DIMENSI

SKRIPSI

Oleh :

Fahriza Dimas Bayu Andrian

NIM. 18640071

Telah Diperiksa Dan Disetujui untuk Diuji
Pada Tanggal, 20 Juni 2025

Pembimbing I



Arista Romadani, M.Sc

NIP.19900905 201903 1 018

Pembimbing II



Muthmainnah, M.Si

NIP.19860325 201903 2 009

Mengetahui,
Ketua Program Studi



Dr. Imam Tazki, M.Si

NIP.19740730 200712 1 002

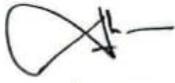
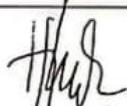
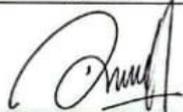
HALAMAN PENGESAHAN

MESIN OTTO KUANTUM BERBASIS SISTEM PARTIKEL DALAM KOTAK POTENSIAL SATU DIMENSI

SKRIPSI

Oleh:
Fahriza Dimas Bayu Andrian
NIM. 18640071

Telah Dipertahankan Di Depan Dewan Penguji
Dan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Pada tanggal, 20 Juni 2025

Penguji Utama	<u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Ketua Penguji	<u>Naqibatin Nadliriyah, S.Si. M.Si</u> NIP. 19920221 201903 2 020	
Sekretaris Penguji	<u>Arista Romadani, M.Sc</u> NIP. 19900905 201903 1 018	
Anggota Penguji	<u>Muthmainnah, M.Si</u> NIP.19860325 201903 2 009	

Mengesahkan,
Keputusan Studi

Dr. Imah Tazi, M.Si
NIP. 19811119 20080 1 2009

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fahriza Dimas Bayu Andrian
NIM : 18640071
Jurusan : Fisika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Penelitian : Mesin Otto Kuantum Berbasis Sistem Partikel Dalam
Kotak Potensial Satu Dimensi

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa penelitian ini adalah hasil karya asli saya dan tidak mengandung plagiarisme dari karya penelitian atau ilmiah lain, kecuali yang telah dikutip dalam naskah ini dan tercantum dalam sumber kutipan serta daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa penelitian ini mengandung unsur plagiarisme, saya bersedia menerima sanksi atas tindakan tersebut.

Malang, 26 Juni 2025
Yang Membuat Pernyataan



Fahriza Dimas Bayu Andrian
NIM. 18640071

MOTTO

حَسْبُنَا اللَّهُ وَنِعْمَ الْوَكِيلُ نِعْمَ الْمَوْلَى وَنِعْمَ النَّصِيرُ

بِسْمِ اللَّهِ تَوَكَّلْتُ عَلَى اللَّهِ لَا حَوْلَ وَلَا قُوَّةَ إِلَّا بِاللَّهِ الْعَلِيِّ الْعَظِيمِ

إِنَّكَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ

“Sesungguhnya sesuatu yang telah ditakdirkan oleh Allah menjadi milikku, akan tetap menjadi milikku meskipun sesuatu itu terlepas dari tanganmu untuk sementara waktu”.

~Sayyidina Ali ibn Abi Thalib R.A.~

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya ini saya persembahkan untuk kedua orang tua saya, Bapak Suriyanto dan Ibuk Arlina. Terima kasih atas dukungan dan kepercayaannya selama ini, semoga apa yang telah saya capai dapat menjadi manfaat bagi Bapak dan Ibuk di dunia dan akhirat, aamiin...

Tak lupa, karya ini juga saya persembahkan untuk Mbak Anggra dan Adek Novan, serta sahabat-sahabat saya Febri, Dzaky, dan Kafa. Serta orang-orang yang selalu memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis terutama Ovi Dianawati. Terima kasih kepada kalian semua yang telah berkontribusi dalam terselesaikannya skripsi ini, baik secara langsung maupun secara tidak langsung.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim, segala puja dan puji kami haturkan kepada Allah SWT Tuhan semesta alam, yang telah mencurahkan rahmat, karunia, serta hidayah-Nya kepada penulis sehingga dengan limpahan rahmat dan karunia Allah SWT serta hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **“Mesin Otto Kuantum Berbasis Sistem Partikel dalam Kotak Potensial Satu Dimensi”**. Tak lupa sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang telah menjadi pemimpin umat manusia keluar dari zaman jahiliyyah menuju zaman yang penuh cahaya keimanan.

Di lain sisi, penelitian ini dapat tertunaikan berkat dorongan serta motivasi dari berbagai pihak yang mana penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya. Adapun ucapan terimakasih kami ucapkan kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. Muhammad Zainuddin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Ibu Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Bapak Dr. Imam Tazi, M.Si., selaku Ketua Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Bapak Arista Romadani, M.Sc. dan Ibu Muthmainnah, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Skripsi Program Studi Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang senantiasa memberikan pembelajaran dan pengarahan dalam proses penulisan skripsi ini.

5. Bapak Drs. Abdul Basid, M.Si., Bapak Muhammad Taufiqi, M.Si., dan Ibu Naqibatin Nadlriyah, S.Si. M.Si., selaku Dosen Penguji Skripsi Program Studi Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
6. Seluruh dosen Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan pembelajaran serta ilmu pengetahuan yang begitu berarti dan semoga menjadi ilmu yang bermanfaat untuk kedepannya.
7. Segenap staf dan pegawai di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Bapak Suriyanto dan Ibu Arlina serta keluarga yang selalu memberikan dukungan, motivasi, do'a dan pengorbanan demi tercapainya cita-cita penulis.
9. Bapak Kyai M. Sodaqoh dan Kyai M. Bakir selaku guru spiritual penulis yang tidak henti-hentinya membimbing penulis.
10. Semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung membantu dalam penulisan skripsi ini.
11. Mereka yang selalu menjadi alasan dan penyemangat bagi penulis untuk tetap berjuang hingga akhir.

Tidak dapat dipungkiri bahwa beberapa pihak yang tidak penulis sebutkan, akan tetapi tidak mengurangi rasa terima kasih penulis. Semoga semua pihak, baik yang telah penulis sebutkan maupun tidak penulis sebutkan mendapatkan balasan (kebaikan) yang jauh lebih baik dari Allah SWT. Di sini, penulis juga berharap karya tulis ini dapat bermanfaat bagi siapapun yang membacanya terlebih jika dapat berkontribusi bagi perkembangan ilmu pengetahuan. Demikian yang dapat penulis

sampaikan, adapun penulis mengharapkan kritik dan saran untuk menjadikan tulisan ini menjadi lebih baik lagi.

Malang, 26 Juni 2025

Penulis

DAFTAR ISI

COVER	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	Error
! Bookmark not defined.	
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vii
HALAMAN PERSEMBAHAN	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
المخلص	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	8
1.3 Tujuan Penelitian	8
1.4 Batasan Masalah	8
1.5 Manfaat Penelitian	9
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	10
2.1 Dasar-Dasar Termodinamika	10
2.1.1 Sistem Termodinamika	11
2.1.2 Kerja	12
2.1.3 Kalor	14
2.1.4 Hukum Pertama Termodinamika	15
2.1.5 Proses-Proses Termodinamika	16
2.1.5.1 Proses Adiabatik	16
2.1.5.2 Proses Isobarik	17
2.1.5.3 Proses Isovolumetrik/Isokhorik	18
2.1.5.4 Proses Isotermik	19
2.1.6 Hukum Kedua Termodinamika	19
2.2 Mesin Otto	22
2.3 Persamaan Schrödinger	26
2.4 Sumur Potensial Tak Hingga Satu Dimensi	29
2.5 Simetrisasi Partikel	33
2.5.1 Partikel Simetris	34
2.5.2 Partikel Anti-Simetris	36
2.6 Analogi Sistem Termodinamika Klasik ke dalam Sistem Kuantum	38
2.7 Integrasi Sistem Sumur Potensial Satu Dimensi dengan Al-Qur'an	41

BAB III MESIN OTTO KUANTUM	43
3.1 Proses-Proses Termodinamika Siklus Otto Kuantum	43
3.1.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)	44
3.1.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)	45
3.1.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)	45
3.1.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)	45
3.2 Sistem Dua Partikel dalam Tiga Tingkat Energi	46
3.2.1 Partikel Simetris	46
3.2.1.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)	49
3.2.1.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)	51
3.2.1.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)	52
3.2.1.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)	53
3.2.1.5 Kerja	54
3.2.1.6 Efisiensi	55
3.2.1.7 Daya	55
3.2.2 Partikel Anti-Simetris	57
3.2.2.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)	59
3.2.2.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)	61
3.2.2.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)	61
3.2.2.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)	62
3.2.2.5 Kerja	63
3.2.2.6 Efisiensi	64
3.2.2.7 Daya	64
3.3 Sistem Dua Partikel dalam Tingkat Energi $N > 3$	66
3.3.1 Partikel Simetris	67
3.3.2 Partikel Anti-Simetris	76
 BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	 83
4.1 Efisiensi Mesin Otto Kuantum	83
4.2 Daya Mesin Otto Kuantum	85
4.3 Relevansi Hasil Penelitian dengan Perspektif Islam	87
 BAB V PENUTUP	 90
5.1 Kesimpulan	90
5.2 Saran	91
 DAFTAR PUSTAKA	 92
LAMPIRAN	95

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema Sistem Termodinamika.....	11
Gambar 2.2	Jenis-Jenis Sistem Termodinamika	12
Gambar 2.3	Grafik hubungan $P - V$ proses adiabatik.....	17
Gambar 2.4	Grafik hubungan $P - V$ proses isobarik.....	18
Gambar 2.5	Grafik hubungan $P - V$ proses isovolume.....	18
Gambar 2.6	Grafik hubungan $P - V$ proses isoterma.....	19
Gambar 2.7	Siklus Otto dalam diagram $P - V$	22
Gambar 2.8	Partikel dalam kotak 1 dimensi	29
Gambar 3.1	Siklus Otto kuantum dalam diagram $F - L$	43
Gambar 3.2	Ilustrasi partikel simetris dalam kotak potensial selama siklus Otto kuantum.....	47
Gambar 3.3	Skenario konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi	48
Gambar 3.4	Keadaan sistem ketika proses kompresi isokhorik pada tahap $A \rightarrow B$	50
Gambar 3.5	Keadaan sistem ketika proses ekspansi adiabatik pada tahap $B \rightarrow C$	52
Gambar 3.6	Keadaan sistem ketika proses ekspansi isokhorik pada tahap $C \rightarrow D$	53
Gambar 3.7	Keadaan sistem ketika proses kompresi adiabatik pada tahap $D \rightarrow A$	54
Gambar 3.8	Ilustrasi partikel anti-simetris dalam kotak potensial selama siklus Otto kuantum.....	58
Gambar 3.9	Skenario konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi.....	58
Gambar 3.10	Keadaan sistem ketika proses kompresi isokhorik pada tahap $A \rightarrow B$	59
Gambar 3.11	Keadaan sistem ketika proses ekspansi adiabatik pada tahap $B \rightarrow C$	61
Gambar 3.12	Keadaan sistem ketika proses ekspansi isokhorik pada tahap $C \rightarrow D$	62
Gambar 3.13	Keadaan sistem ketika proses kompresi adiabatik pada tahap $D \rightarrow A$	63
Gambar 4.1	Grafik hubungan efisiensi mesin Otto kuantum dan rasio lebar kotak potensial.....	83
Gambar 4.2	Grafik hubungan daya dan jumlah tingkat energi	86

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Analogi besaran-besaran pada sistem mekanika klasik ke dalam sistem mekanika kuantum	38
Tabel 3.1	Nilai energi eigen untuk konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi.....	48
Tabel 3.2	Nilai energi eigen untuk konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi.....	58

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Skrip Grafik.....	94
------------------------------	----

ABSTRAK

Andrian, Fahriza Dimas Bayu. 2025. **Mesin Otto Kuantum Berbasis Sistem Partikel Dalam Kotak Potensial Satu Dimensi**. Skripsi. Jurusan Fisika. Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Islan Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dosen Pembimbing: (I) Arista Romadani, M.Sc (Ii) Muthmainnah, M.Si

Kata Kunci: Mesin Otto kuantum, partikel simetri, partikel anti-simetri, kotak potensial satu dimensi

Berawal dari formulasi hukum gerak Newton yang menjadi dasar ilmu mekanika, terciptalah mesin panas klasik yang sangat berperan penting dalam perkembangan zaman. Akan tetapi efisiensi mejadi permasalahan besar pada mesin panas klasik sehingga dikembangkan alternatif untuk menggantikan mesin klasik berupa mesin kuantum yang merupakan pengembangan mesin panas klasik yang dianalogikan pada sistem mikroskopis. Pada penelitian ini dikaji efisiensi dan daya dari mesin Otto kuantum dengan variasi tiga tingkat energi dan tingkat energi $N > 3$ menggunakan dua partikel simetri dan anti-simetri sebagai substansi kerja. Sistem berupa partikel yang terjebak dalam kotak potensial satu dimensi. Mesin Otto kuantum merupakan mesin dengan siklus Otto kaantum sebagai bentuk generalisasi siklus Otto klasik pada sistem kuantum dari modifikasi hukum pertama termodinamika klasik ke sistem kuantum. Hasil penelitian adalah nilai efisiensi yang hanya dipengaruhi oleh rasio lebar kotak potensial, baik pada sistem dua partikel simetri maupun anti-simetri dengan variasi jumlah tingkat energinya. Sedangkan daya mesin dipengaruhi oleh jumlah tingkat energi sistem, di mana semakin banyak jumlah tingkat energi maka daya mesin menjadi lebih tinggi. Jenis partikel juga mempegaruhi daya, yaitu daya mesin pada sistem partikel simetri lebih tinggi daripada daya mesin pada sistem partikel anti-simetri.

ABSTRACT

Andrian, Fahriza Dimas Bayu. 2025. **Quantum Otto Engine Based on a One-Dimensional Potential Box Particle System**. Thesis. Department of Physics. Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisors: (I) Arista Romadani, M.Sc (II) Muthmainnah, M.Si.

Keywords: Quantum Otto engine, symmetric particles, antisymmetric particles, one-dimensional potential box

Beginning with Newton's formulation of motion laws as the foundation of mechanics, classical heat engines emerged and played a crucial role in technological advancement. However, efficiency remains a major challenge for classical engines, prompting the development of quantum engines as alternatives. These are microscopic analogs of classical heat engines. This research examines the efficiency and power output of a quantum Otto engine using three energy levels and $N > 3$ energy levels, with symmetric and antisymmetric particles as the working substance. The system consists of particles confined in a one-dimensional potential box. The quantum Otto engine operates on a quantum Otto cycle, which generalizes the classical Otto cycle to quantum systems by modifying the first law of thermodynamics for quantum applications. The results show that efficiency depends solely on the ratio of the potential box width, regardless of whether the system uses symmetric or antisymmetric particles or varies in energy levels. In contrast, the engine's power output is influenced by the number of energy levels—higher energy levels yield greater power. Particle type also affects power, with symmetric particle systems producing higher power than antisymmetric particle systems.

الملخص

أندريان، فاهريزا ديماس بايو. 2025. محرك أوتو الكمومي القائم على نظام الجسيمات في صندوق جهد أحادي البعد. أطروحة. قسم الفيزياء. كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانغ. المشرفان: (١) أريستا رومضاني، الماجستير (٢) مطمئنة، الماجستير

الكلمات المفتاحية: محرك أوتو الكمومي، جسيمات متناظرة، جسيمات غير متناظرة، صندوق جهد أحادي البعد

انطلاقاً من صياغة نيوتن لقوانين الحركة كأساس لعلم الميكانيكا، ظهرت محركات الحرارة الكلاسيكية التي أدت دوراً محورياً في التطور التكنولوجي. لكن الكفاءة تشكل تحدياً رئيسياً للمحركات الكلاسيكية، مما دفع إلى تطوير محركات كمومية كبديل. هذه المحركات هي نظائر مجهرية للمحركات الكلاسيكية. تبحث هذه الدراسة في كفاءة وقدرة محرك أوتو الكمومي باستخدام ثلاث مستويات طاقة ومستويات طاقة $N > 3$ ، مع جسيمات متناظرة وغير متناظرة كمادة عمل. يتكون النظام من جسيمات محصورة في صندوق جهد أحادي البعد. يعمل محرك أوتو الكمومي بدورة أوتو الكمومية، التي تعمم دورة أوتو الكلاسيكية على الأنظمة الكمومية عبر تعديل القانون الأول للديناميكا الحرارية للتطبيقات الكمومية. أظهرت النتائج أن الكفاءة تعتمد فقط على نسبة عرض صندوق الجهد، بغض النظر عن استخدام الجسيمات المتناظرة أو غير المتناظرة أو اختلاف مستويات الطاقة. في المقابل، تتأثر قدرة المحرك بعدد مستويات الطاقة—حيث تؤدي المستويات الأعلى إلى قدرة أكبر. كما يؤثر نوع الجسيمات على القدرة، إذ تنتج أنظمة الجسيمات المتناظرة قدرة أعلى من الأنظمة غير المتناظرة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Jauh sebelum dunia memasuki era modern yang mana ilmu pengetahuan dan teknologi penuh dengan inovasi ini, manusia telah mengenal ilmu fisika. Tetapi pada saat itu, ilmu fisika yang ada hanya berupa fisika dasar saja dan jauh lebih sederhana jika dibandingkan dengan ilmu fisika yang ada saat ini. Seiring berjalannya waktu, ilmu fisika terus mengalami perkembangan, hingga pada era revolusi ilmiah di mana Isaac Newton memformulasikan hukum gerak dan gravitasi universal melalui bukunya yang berjudul "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" pada tahun 1687. Formulasi tersebut menjadi landasan bagi fisika klasik dan dianggap sebagai awal mula dari revolusi ilmiah yang mengubah cara pandang manusia terhadap alam semesta.

Dari formulasi hukum gerak Newton, lahir beberapa cabang ilmu fisika yang lain, salah satunya adalah mekanika. Di dalamnya membahas dan memprediksi gerak suatu benda. Oleh karenanya, maka sebagian konsep mekanis yang lahir dapat direalisasikan ke dalam bentuk purwarupa. Ini membawa kemajuan besar ke dalam kehidupan manusia pada masa itu. Hal ini menyebabkan teknologi berkembang cukup pesat. Salah satu bukti kemajuan ilmu pengetahuan yang mempengaruhi berkembangnya teknologi adalah mesin panas.

Mesin panas merupakan istilah yang digunakan untuk menyebut suatu sistem mekanis yang memasukkan panas ke dalam sistem untuk menghasilkan gerak. Panas yang dimasukkan ke dalam sistem dapat dihasilkan dengan

beberapa cara tetapi yang paling umum adalah dengan melakukan pembakaran terhadap zat yang difungsikan sebagai bahan bakar. Biasanya, pembakaran terjadi di ruang bakar kemudian hasil pembakaran inilah yang dimanfaatkan untuk melakukan kerja. Perlu diingat bahwa untuk menghasilkan gerak yang kontinu, maka diperlukan pengulangan siklus pada sistem termodinamikanya.

Di dalam perkembangannya, siklus termodinamika yang pertama kali direalisasikan ke dalam mesin praktis adalah mesin Carnot. Mesin Carnot adalah buah hasil dari penemu berkebangsaan Prancis bernama Sadi Carnot pada tahun 1823. Mesin Carnot mengadopsi siklus Carnot yang juga dipelopori oleh Sadi Carnot. Siklus Carnot memiliki empat tahap dalam siklusnya, yakni proses isothermal ekspansi (pemanasan), proses adiabatik ekspansi, proses isothermal kompresi (pendinginan), dan proses adiabatik kompresi. Sebenarnya siklus Carnot tidak langsung diterapkan pada mesin panas tertentu pada saat itu, tetapi munculnya siklus Carnot mengawali lahirnya beberapa siklus termodinamika lain seperti siklus Rankine, Otto, Diesel, Brayton, Stirling, hingga Kalina. Pada penelitian ini, fokus utama pembahasan adalah mesin panas dengan siklus Otto sebagai siklus termodinamikanya.

Mesin panas Otto merupakan mesin panas yang menerapkan konsep pembakaran internal. Sedangkan siklus Otto merupakan salah satu siklus termodinamika yang memiliki empat langkah proses dalam satu siklusnya. Empat siklus tersebut adalah proses kompresi adiabatik (langkah kompresi), proses pembakaran isokorik (langkah pembakaran), proses ekspansi adiabatik (langkah tenaga), dan proses pembuangan isokorik (langkah pembuangan). Konsep mesin panas Otto banyak diterapkan pada mesin-mesin berbahan bakar

bensin. Hal ini didasari oleh beberapa keunggulan mesin Otto, yaitu desain yang relatif sederhana dan ketersediaan bahan bakar yang melimpah. Di samping alasan tersebut, efisiensi mesin Otto tergolong lebih baik jika dibandingkan dengan beberapa mesin panas lainnya.

Berbicara mengenai efisiensi mesin panas, mustahil untuk mencapai tingkat efisiensi 100% sebagaimana yang diungkapkan dalam hukum kedua termodinamika yang diungkapkan oleh Kevin-Planck. Sebab tidak mungkin untuk membuat suatu perangkat yang dapat mengonversi seluruh kalor yang masuk menjadi kerja dalam satu siklus. Hal ini berkaitan dengan efek samping dari proses pembakaran yang dilakukan menyebabkan mesin mengalami kenaikan temperatur. Artinya, panas yang masuk tidak sepenuhnya dikonversi menjadi kerja. Hal ini sulit dihindari sebab mustahil untuk mengisolasi sistem termodinamikanya dari lingkungan sekitar, sehingga sebagian panas terbang ke luar sistem. Pemborosan panas tersebut tentu menjadi masalah serius, mengingat bahwa bahan bakar yang digunakan merupakan bahan bakar fosil yang semakin langka ketersediaannya. Di lain sisi, bahan bakar fosil tidak dapat diproduksi dalam waktu yang singkat oleh manusia. Oleh karena itu, manusia mulai mencari alternatif untuk menggantikan mesin berbahan bakar fosil. Ada banyak alternatif yang telah dikemukakan dan salah satu yang telah digunakan adalah mesin listrik. Namun mesin listrik juga memiliki kekurangan, yaitu bahan baku baterai yang digunakan sebagai sumber penggerak mesin merupakan hasil alam yang juga besar kemungkinannya akan habis.

Salah satu alternatif yang patut dipertimbangkan adalah mesin panas kuantum. Mesin panas kuantum merupakan modifikasi mesin panas klasik yang

menggunakan siklus termodinamika tetapi sistemnya dianalogikan ke dalam sistem kuantum, mulai dari siklus hingga substansi kerja yang digunakan merupakan materi kuantum. Kembali kepada pembahasan efisiensi mesin panas, mesin panas klasik rata-rata memiliki efisiensi di bawah 50% dan hal ini juga yang menjadi alasan perlunya pengembangan mesin panas kuantum. Sebab mesin panas kuantum diprediksikan akan memiliki efisiensi yang jauh lebih baik dari pada efisiensi mesin panas klasik.

Sebab pada prinsip dasar mesin panas klasik, siklus termodinamika bergantung pada keterlibatan perubahan tekanan, volume, dan suhu suatu gas untuk menghasilkan kerja. Tentunya pada pengaplikasiannya, mesin panas klasik mustahil untuk mengisolasi sistem dari lingkungan disekitarnya karena alasan sistemnya yang bersifat makro. Sedangkang hal ini dapat teratasi jika siklus termodinamika sistem dalam skala yang jauh lebih kecil (nano). Sejak beberapa dekade yang lalu, manusia telah mengenal dan mulai mempelajari objek berskala kuantum. Peningkatan pemahaman manusia terhadap objek kuantum ini juga membuat manusia memahami mekanika objek kuantum termasuk kemungkinannya untuk diterapkan pada teknologi yang telah ada sebelumnya. Termasuk salah satu dari sekian banyaknya penerapan sistem kuantum pada sistem klasik adalah mesin panas kuantum.

Realisasi pertama dari mesin panas kuantum adalah penemuan dari Scovil dan Schulz-DuBois pada tahun 1959. Kedua ilmuwan tersebut berhasil merealisasikan mesin panas kuantum dengan menunjukkan hubungan antara efisiensi mesin Carnot dengan maser tiga level. Maser merupakan perangkat

yang menghasilkan gelombang elektromagnet koheren (gelombang mikro), melalui amplifikasi dengan emisi terstimulasi.

Oleh karena penerapan prinsip kuantum ke dalam prinsip kerja mesin panas melibatkan dua sistem yang berbeda, maka diperlukan sebuah analogi yang dapat mewakili sistem satu terhadap sistem yang lain. Sebab pada skala kuantum, perilaku partikel sangat berbeda dibandingkan dengan sistem makroskopik yang dijelaskan oleh mekanika klasik sehingga akan menjadi sangat sulit jika kedua sistem langsung disatukan. Konsep seperti superposisi, ketidakpastian, dan keterkaitan kuantum (entanglement) menjadi variabel utama dalam menggambarkan dinamika partikel dalam sistem kuantum. Ada beberapa analogi sistem kuantum yang mungkin diterapkan pada prinsip kerja mesin panas klasik. Dua diantaranya adalah osilator harmonik dan partikel yang terjebak dalam kotak potensial.

Pada penelitian ini, metode analogi yang digunakan adalah partikel dalam kotak potensial dengan permodelan sederhana di mana sistem diamati dalam sudut pandang satu dimensi. Hingga saat ini, telah banyak penelitian dengan topik yang serupa dengan pemvariasian pada objek partikel ataupun pada siklus mesin yang digunakan. Setelah melakukan riset mendalam, secara umum penelitian terkait topik mesin panas kuantum kebanyakan menggunakan siklus Carnot atau Brayton dan cukup sedikit yang menggunakan siklus Diesel dan Otto. Sehingga penulis memutuskan untuk menggunakan siklus Otto sebagai sistem termodinamika yang akan diterapkan pada mesin panas kuantum. Selain alasan tersebut, penulis juga sedikit lebih memahami prinsip kerja mesin panas

bersiklus Otto karena kebanyakan kendaraan bermotor yang ada saat ini menggunakan siklus Otto.

Di luar alasan pribadi tersebut, terdapat alasan lain yang relevan untuk melakukan penelitian mengenai mesin Otto kuantum yang berbasis sistem partikel dalam kotak potensial satu dimensi. Pertama, secara konseptual mesin Otto memiliki efisiensi yang lebih rendah jika dibandingkan dengan mesin-mesin panas yang lain seperti mesin Carnot. Hal ini berkaitan dengan efisiensi mesin yang hanya bergantung pada suhu tertinggi dan suhu terendah. Adapun efisiensi ini juga dipengaruhi oleh siklus Otto yang menggunakan proses isokhorik dan adiabatik tidak seperti siklus Carnot yang menggunakan proses isothermal dan adiabatik sehingga perbedaan suhu tidak terlalu signifikan.

Alasan yang kedua, partikel dalam kotak adalah salah satu contoh sistem kuantum yang paling sederhana dan fundamental, sehingga memudahkan pemahaman tentang perilaku termodinamika kuantum tanpa kehilangan kedalaman teoritisnya. Ketiga, penelitian ini penting untuk memahami batas-batas efisiensi energi pada sistem berskala nano, yang relevan dalam pengembangan teknologi energi terbarukan dan perangkat nano. Akhirnya, studi ini juga berpotensi mengungkap mekanisme baru dalam proses konversi energi kuantum yang tidak ada dalam sistem klasik.

Permodelan mesin panas kuantum juga membuktikan kekuasaan Allah SWT. Bagaimana tidak, partikel-partikel berukuran nano yang secara kasat mata tidak dapat dianggap ada saja pun telah Allah sebutkan di dalam firman-Nya pada surat Yunus ayat 61:

وَمَا يَعْزُبُ عَنْ رَبِّكَ مِنْ مِثْقَالِ ذَرَّةٍ فِي الْأَرْضِ وَلَا فِي السَّمَاءِ وَلَا أَصْغَرَ مِنْ ذَلِكَ
وَلَا أَكْبَرَ إِلَّا فِي كِتَابٍ مُبِينٍ ٦١

Artinya : “Tidak ada yang luput sedikit pun dari (pengetahuan) Tuhanmu, walaupun seberat zarah, baik di bumi maupun di langit. Tidak ada sesuatu yang lebih kecil dan yang lebih besar daripada itu, kecuali semua tercatat dalam kitab yang nyata (Lauh Mahfudz)”.

Perlu diperhatikan bahwa kalimat **لَا** pada ayat di atas tidaklah merujuk pada kenihilan, akan tetapi mengisyaratkan sebaliknya di mana apa yang lebih kecil ataupun yang lebih besar dari zarah pasti tercatat dalam Lauh Mahfudz. Sedangkan zarah sendiri biasanya merujuk pada biji sawi, tetapi pada konteks ilmiah dapat diartikan sebagai sebuah partikel.

Kemudian di firman-Nya yang lain, Allah menegaskan bahwa Dia tidak menciptakan sesuatu makhluk (termasuk benda mati sekalipun) melainkan memiliki manfaat di alam semesta ini. Pernyataan ini terdapat di dalam Al-Qur'an surat Al-Qamar ayat 49:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ ٤٩

Artinya : “Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu sesuai dengan ukuran”.

Jika kalimat **قَدَرٍ** yang dimaksudkan sebagai takdir, maka dapat diambil kesimpulan bahwa setiap hal yang Allah ciptakan pasti memiliki manfaat. Sedangkan manusia sebagai khalifah di muka bumi ini, memiliki peran untuk mempelajari dan mencari bukti atas apa yang telah Allah sampaikan guna memperkokoh iman.

Oleh karena itu, penelitian ini ditujukan untuk mempelajari partikel berskala kuantum yang diintegrasikan ke dalam mesin panas dengan siklus termodinamika Otto. Adapun alasan-alasan yang telah penulis sampaikan

sebelumnya menjadikan penulis memberikan penelitian ini dengan judul “Mesin Otto Kuantum Berbasis Partikel dalam Kotak Potensial Satu Dimensi” dengan hasil akhir penelitian adalah efisiensi dari analogi mesin panas kuantum Otto serta daya yang dihasilkan.

1.2 Rumusan Masalah

Beberapa rumusan masalah yang diajukan pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana efisiensi dari mesin Otto kuantum berbasis sistem partikel simetris dan anti-simetris dalam sumur potensial satu dimensi?
2. Bagaimana daya dari mesin Otto kuantum berbasis sistem partikel simetris dan anti-simetris dalam sumur potensial satu dimensi?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah

1. Untuk mencari efisiensi dari mesin Otto kuantum berbasis sistem partikel simetris dan anti-simetris dalam sumur potensial satu dimensi.
2. Untuk mencari daya dari mesin Otto kuantum berbasis sistem partikel simetris dan anti-simetris dalam sumur potensial satu dimensi.

1.4 Batasan Masalah

Agar penelitian ini dapat lebih terfokus pada rumusan masalah dan tidak meluas, maka diberikan beberapa batasan masalah sebagai berikut.

1. Penelitian ini hanya membahas proses-proses termodinamika pada siklus Otto kuantum.

2. Potensial persamaan Schrödinger berupa kotak potensial tak hingga 1 dimensi tak bergantung waktu.
3. Substansi kerja merupakan dua partikel identik pada sistem kotak potensial dengan tiga tingkat energi.
4. Sistem dipertimbangkan berada dalam kesetimbangan termal dan sistem memenuhi distribusi Bose-Einstein dan Fermi-Dirac.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini untuk memenuhi tugas akhir skripsi dan diharapkan dapat memberikan dasar mengenai mesin panas kuantum serta dapat menjadi tambahan rujukan bagi penelitian selanjutnya dalam mengeksplorasi mesin panas kuantum lebih lanjut.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dasar-Dasar Termodinamika

Pada dasarnya, ilmu fisika tidak pernah terlepas dari yang namanya energi. Energi sejatinya memang merupakan properti fisika dari suatu objek. Energi bersifat fundamental sehingga tidak dapat diciptakan ataupun dimusnahkan, tetapi dapat dipindahkan melalui interaksi fundamental dan bentuknya dapat diubah. Salah satu perwujudan energi adalah kerja dan kalor.

Adapun ilmu yang mempelajari tentang proses perpindahan energi sebagai kerja dan kalor disebut termodinamika. Pengukuran di dalam termodinamika berkaitan dengan besaran makroskopis seperti tekanan, volume, dan temperatur. Hubungan ketiga variabel tersebut berhubungan erat dengan kesetimbangan termal. Ketiga variabel tersebut juga nantinya dapat digunakan untuk mendefinisikan kerja dan kalor.

Perlu diketahui bahwa termodinamika mengacu pada empat konsep dasar yang disebut dengan hukum termodinamika. Secara garis besar, hukum termodinamika adalah sebagai berikut

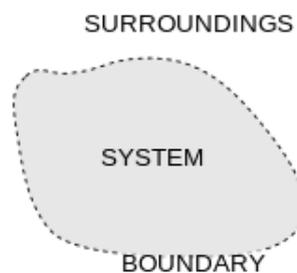
1. Hukum nol termodinamika berkaitan dengan kesetimbangan termal dan menetapkan konsep suhu.
2. Hukum pertama termodinamika menyoroti konsep energi internal.
3. Hukum kedua termodinamika menunjukkan batas konversi panas menjadi kerja dan memperkenalkan prinsip peningkatan entropi.
4. Hukum ketiga termodinamika mendefinisikan entropi nol mutlak.

2.1.1 Sistem Termodinamika

Sistem termodinamika memiliki tiga komponen dasar yang menentukan sifat suatu sistem termodinamika. Secara umum tiga komponen tersebut adalah (Rajput, 2007):

1. Sistem, adalah sejumlah materi yang dibatasi atau berada dalam ruang tertentu.
2. Dinding, adalah selubung (batas) aktual atau hipotetis yang melingkupi suatu sistem. Dinding memungkinkan untuk tetap atau bergerak (kompresi atau ekspansi) dan mungkin nyata atau khayalan (imajiner).
3. Lingkungan, adalah bagian di luar sistem yang dapat mempengaruhi secara langsung suatu sistem.

Dari uraian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa sistem termodinamika jika diilustrasikan adalah sebagai berikut



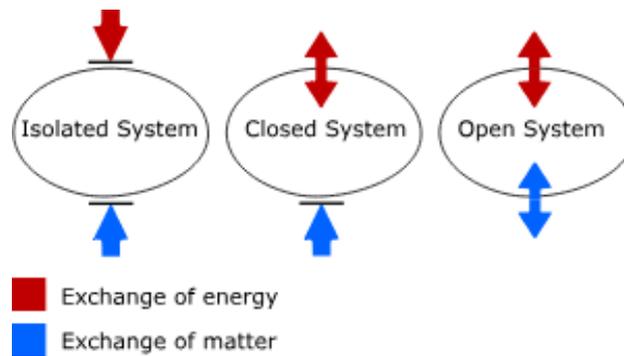
Gambar 2.1. Skema Sistem Termodinamika (Brewster, 2009).

Sistem termodinamika sendiri memiliki tiga jenis sistem, antara lain (Giancoli, 2014).

1. Sistem terbuka, yaitu sistem yang di dalamnya terdapat pertukaran zat kerja dan energi sistem dengan lingkungan.
2. Sistem tertutup, yaitu sistem yang di dalamnya terdapat pertukaran energi sistem namun tidak terjadi pertukaran zat kerja sistem dengan lingkungan.

3. Sistem terisolasi, yaitu sistem yang di dalamnya tidak terdapat pertukaran zat kerja dan energi sistem dengan lingkungan.

Secara sederhana, jenis-jenis sistem termodinamika dapat digambarkan dengan ilustrasi berikut.



Gambar 2.2. Jenis-Jenis Sistem Termodinamika (Luigi, 2022).

2.1.2 Kerja

Kerja di dalam istilah fisika memiliki maksud yang merujuk pada sesuatu yang terwujud bila gaya mengalami kontak dengan suatu benda sehingga bergerak menempuh suatu jarak tertentu (Giancoli, 2014). Kerja dikatakan telah dilakukan apabila gaya bergerak menempuh suatu jarak. Jika bagian dari dinding suatu sistem mengalami perpindahan yang diakibatkan oleh pengaruh suatu tekanan, maka usaha (W) yang dilakukan adalah hasil dari gaya dan jarak perpindahannya searah gaya tersebut (Rajput, 2007). Oleh karena itu, kerja hanya muncul ketika terjadi perubahan keadaan di dalam suatu sistem sehingga dinding sistem bergerak atau mengalami perpindahan. Di mana pergerakan suatu bagian dinding sistem disebabkan oleh aksi suatu gaya.

Dari definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa kerja apabila dinyatakan ke dalam persamaan matematis akan menjadi

$$dW = F dx \quad (2.1)$$

di mana besarnya kerja yang dilakukan oleh sistem atau pada sistem adalah besarnya gaya yang diberikan untuk menggerakkan atau mengubah suatu sistem sejauh jarak tertentu. Dalam pembahasan termodinamika, kerja yang berperan adalah kerja eksternal.

Terdapat beberapa macam cara kerja yang dilakukan pada atau oleh sistem. Untuk kasus mesin panas, kerja dilakukan dengan meninjau proses kuasistatik. Proses kuasistatik adalah proses yang berjalan sedemikian rupa pada sistem dimana simpangan dari kesetimbangannya sangat kecil sehingga dapat diabaikan (Ainiyah, 2021). Sehingga kerja pada sebuah mesin panas adalah

$$dW = -F dx \quad (2.2)$$

Tanda negatif (-) menunjukkan bahwa gaya eksternal yang bekerja pada sistem berlawanan arah dengan perubahan atau pergerakan dinding sistem.

Apabila sistem digambarkan sebagai sebuah mesin panas berpiston, besarnya gaya adalah besarnya tekanan (P) yang dihasilkan oleh piston dengan luas A . Sehingga Persamaan (2.2) menjadi

$$\begin{aligned} dW &= -PA dx \\ dW &= -P dV \end{aligned} \quad (2.3)$$

Total kerja dari keadaan dengan volume awal (V_i) hingga volume (V_f) adalah hasil integral dari Persamaan (2.3), maka

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad (2.4)$$

2.1.3 Kalor

Menurut Zemansky dan Dittman (1997), kalor merupakan energi internal yang mengalir dari suatu bagian sistem ke bagian sistem yang lain atau dari sistem ke sistem yang lain karena perbedaan temperatur. Kalor dilambangkan dengan Q .

Ada beberapa kesamaan antara kerja dan kalor, antara lain (Rajput, 2007):

1. Kerja dan kalor merupakan fungsi jalur dan diferensial non-eksak.
2. Kerja dan kalor merupakan fenomena batas, yaitu keduanya dikenali pada dinding sistem ketika melewatinya.
3. Keduanya terkait dengan suatu proses, bukan pada keadaan. Berbeda dengan sifat suatu sistem, kerja dan kalor tidak memiliki arti pada suatu keadaan.
4. Sistem memiliki energi, tetapi tidak memiliki kerja dan kalor.

Kerja dan kalor memiliki beberapa perbedaan antara satu sama lain, yaitu (Rajput, 2007):

1. Dalam perpindahan kalor, perbedaan temperatur dibutuhkan. Sedangkan pada perpindahan kerja, perbedaan temperatur tidak terlibat secara langsung.
2. Dalam suatu sistem yang stabil, kerja tidak dapat mengalami perpindahan. Sedangkan perpindahan kalor masih dapat terjadi.
3. Pengaruh di luar sistem pada perpindahan kerja dapat direduksi menjadi kenaikan beban. Sedangkan pada perpindahan kalor, pengaruh di luar sistem dapat juga diamati.

2.1.4 Hukum Pertama Termodinamika

Hukum pertama termodinamika didasarkan pada suatu pertimbangan bahwa suatu sistem yang menjalani satu siklus penuh maka kerja dilakukan oleh atau pada sistem. Kerja pada sistem menandakan bahwa ada energi yang mengalir di dalamnya. Sedangkan energi tidak dapat diciptakan, atau dengan kata lain hanya dapat diperoleh dari luar sistem. Oleh karena itu, suatu sistem termodinamika menerima energi dari luar sistem untuk diubah menjadi energi lain dengan melibatkan kalor yang diterima atau dikeluarkan oleh suatu sistem. Sehingga fenomena tersebut sesuai dengan hukum kekekalan energi di mana kerja yang dilakukan suatu sistem sama dengan kalor yang diberikan ke dalam sistem. Oleh karena itu, hukum pertama termodinamika dapat dinyatakan sebagai berikut (Rajput, 2007).

“Ketika suatu sistem mengalami siklus termodinamika maka besarnya kalor yang disuplai ke sistem dari lingkungannya sama dengan kerja yang dilakukan sistem pada lingkungannya.”

Secara matematis dapat dinyatakan sebagai persamaan berikut

$$\oint dQ = \oint dW \quad (2.5)$$

di mana \oint merepresentasikan jumlah untuk suatu siklus sempurna, Q adalah kalor dan W adalah kerja. Dalam konversi ini, jika kalor ditambahkan pada sistem maka Q bernilai $+$ sedangkan jika berkurang nilainya $-$. Dan untuk kerja yang dilakukan pada sistem W bernilai $-$, sedangkan jika kerja dilakukan oleh sistem nilainya $+$.

Kerja dan kalor dapat saling dikonversi satu sama lain tetapi tidak ada perubahan pada total energi yang terkait dengan sistem. Ketika suatu sistem dijalankan oleh suatu proses termodinamika, perubahan energi yang tersimpan

dalam sistem adalah jumlah antara besarnya kalor yang dibutuhkan sistem dan besarnya kerja yang dihasilkan selama proses tersebut, sehingga

$$\Delta U = Q - W$$

$$U_f - U_i = Q - W \quad (2.6)$$

Dari Persamaan (2.6) dikenal sebagai perumusan matematis dari hukum pertama termodinamika yang menunjukkan hubungan antara kerja, kalor, dan energi internal sistem.

Untuk sebuah sistem yang mengalami perubahan infinitesimal, dengan mensubstitusikan Persamaan (2.3) ke dalam Persamaan (2.6) maka diperoleh

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$dU = \delta Q - (-P dV)$$

$$dU = \delta Q + P dV \quad (2.7)$$

2.1.5 Proses-Proses Termodinamika

Suatu sistem termodinamika dapat mengalami perubahan yang bergantung kepada proses-proses yang terjadi di dalamnya. Proses termodinamika menandakan aktifitas yang terjadi dalam suatu fase di dalam sistem. Rangkaian proses ini membentuk siklus yang artinya suatu sistem dapat berubah keadaannya dari keadaan awal dan kembali ke keadaan semula. Berikut ini penjelasan lebih lanjut mengenai proses-proses termodinamika.

2.1.5.1 Proses Adiabatik

Proses adiabatik merupakan proses termodinamika yang mana sistem tidak menerima atau memberi pengaruh dari atau ke luar sistem. Artinya suatu sistem

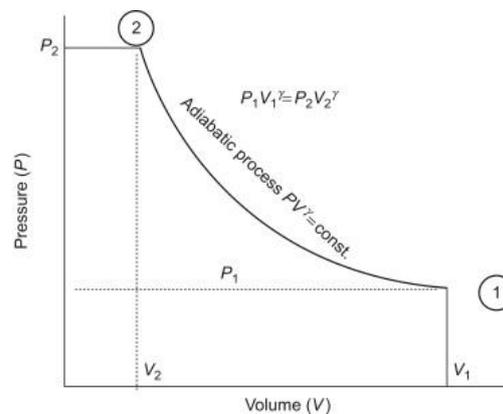
dianggap terisolasi dari lingkungan di luar sistem. Pada proses ini, kerja yang dilakukan sistem adalah

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$dU = 0 - \delta W$$

$$dU = -\delta W \quad (2.8)$$

Adapun grafik hubungan $P - V$ proses adiabatik adalah sebagai berikut.



Gambar 2.3. Grafik hubungan $P - V$ proses adiabatik (Menon, 2011).

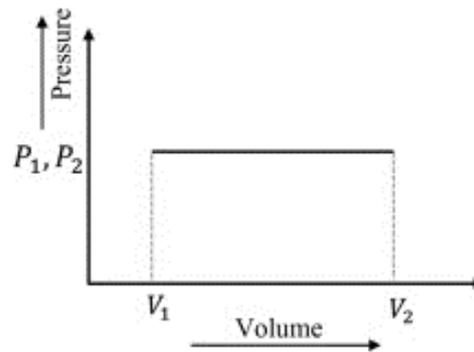
2.1.5.2 Proses Isobarik

Proses isobarik merupakan proses termodinamika yang berlangsung dengan tekanan yang konstan ($\Delta P = 0$). Pada proses ini, kerja yang dilakukan sistem adalah

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

$$W = P(V_i - V_f) \quad (2.9)$$

Tanda negatif di luar kurung berarti sistem melakukan kerja. Grafik hubungan $P - V$ untuk proses isobarik adalah sebagai berikut.



Gambar 2.4. Grafik hubungan $P - V$ proses isobarik (Kamran, 2021).

2.1.5.3 Proses Isovolumetrik/Isokhorik

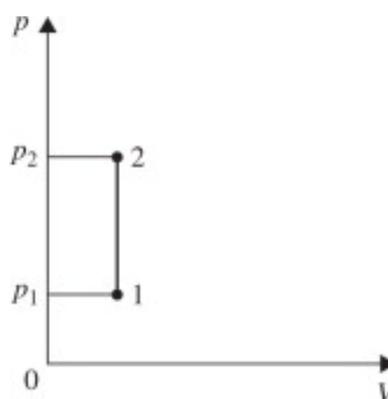
Proses isovolumetrik/isokhorik merupakan proses termodinamika yang berlangsung dengan volume yang konstan ($\Delta V = 0$). Pada proses ini, kerja yang dilakukan sistem adalah

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

$$W = P \cdot (0)$$

$$W = 0 \quad (2.10)$$

Grafik hubungan $P - V$ untuk proses isovolume adalah sebagai berikut.



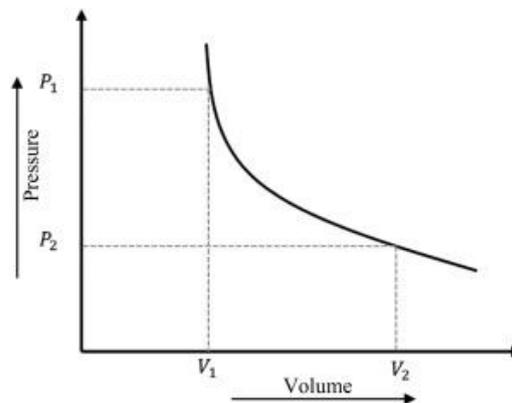
Gambar 2.5. Grafik hubungan $P - V$ proses isovolume (Dalarsson, 2011).

2.1.5.4 Proses Isotermik

Proses isotermik merupakan proses termodinamika yang berlangsung dengan temperatur yang konstan ($\Delta T = 0$). Pada proses ini, perubahan energi dalam sistem sama dengan nol karena tidak ada perubahan temperatur. Sehingga kerja yang dilakukan sistem menurut pernyataan hukum pertama termodinamika adalah

$$\begin{aligned}dU &= dQ - dW \\0 &= dQ - dW \\dW &= dQ\end{aligned}\tag{2.11}$$

Grafik hubungan $P - V$ untuk proses isotermik adalah sebagai berikut.



Gambar 2.6. Grafik hubungan $P - V$ proses isothermal (Kamran, 2021)

2.1.6 Hukum Kedua Termodinamika

Pernyataan hukum kedua termodinamika terdapat beberapa versi tetapi dari setiap versi memiliki maksud yang sama. Beberapa diantaranya yang paling terkenal adalah pernyataan Clausius dan Kelvin-Planck. Di mana hukum kedua termodinamika yang dinyatakan oleh Kelvin-Planck berbunyi (Zemansky dan Dittman, 1997):

“Mustahil untuk membangun sebuah mesin yang beroperasi dalam satu siklus tanpa menghasilkan efek apapun selain ekstraksi kalor dari sebuah reservoir dan sejumlah kerja yang ekuivalen”.

Sedangkan hukum kedua termodinamika yang dinyatakan oleh Clausius adalah sebagai berikut (Zemansky dan Dittman, 1997).

“Mustahil untuk membangun sebuah mesin pendingin yang beroperasi dalam satu siklus tanpa menghasilkan efek apapun selain perpindahan kalor dari reservoir bertemperatur rendah ke reservoir bertemperatur lebih tinggi”.

Dari kedua pernyataan di atas, dapat disimpulkan satu maksud yang sama di mana ketika sebuah mesin beroperasi dalam satu siklus tidak mungkin untuk menyerap atau mengalirkan semua kalor secara sempurna, selalu ada sebagian kalor yang ditolak atau dibuang.

Di dalam pembahasan ini, kalor diserap untuk dikonversi menjadi kerja. Dalam prosesnya, sebagian kalor tidak dapat diserap sehingga harus dikeluarkan ke reservoir yang bertemperatur lebih rendah. Aliran kalor inilah yang menjadi inti pembahasan hukum kedua termodinamika. Di mana sifat perpindahan kalor dari reservoir bertemperatur tinggi ke reservoir yang bertemperatur lebih rendah ini tidak terbalikkan (irreversible). Aplikasi hukum kedua termodinamika dapat ditemui dalam sistem mesin panas.

Pada mesin panas, terdapat kalor yang masuk dari reservoir panas (Q_H) ke sistem, kemudian sebagian kalor tersebut dikonversi menjadi kerja mekanis (W) dan sebagian kalor lainnya dikeluarkan atau dibuang oleh sistem ke reservoir dingin (Q_C). Ketiga kuantitas Q_H , Q_C , dan W dinyatakan dalam harga mutlak atau bilangan positif. Oleh karena kalor pada reservoir panas tidak dapat diubah sepenuhnya dalam bentuk kerja mekanis, maka efisiensi mesin panas akan kurang dari 100% (Ainiyah, 2021).

Efisiensi mesin panas merupakan rasio dari kerja yang diperoleh sistem terhadap kalor yang diserap sistem dari reservoir panas. Secara matematis ditulis

$$\eta \equiv \frac{W}{Q} < 1 \quad (2.12)$$

Karena kalor pada sistem merupakan jumlah kalor dari reservoir panas Q_H yang masuk pada sistem yang kemudian keluar ke reservoir dingin Q_C , maka dapat dituliskan

$$\begin{aligned} Q &= Q_H - Q_C \\ dQ &= Q_H - Q_C \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dengan menggunakan persamaan hukum pertama termodinamika dengan $dU = 0$ yang menandakan energi internal sistem tidak terjadi perubahan karena proses membentuk siklus penuh $U_f = U_i$, maka

$$\begin{aligned} dU &= dQ - dW \\ 0 &= dQ - dW \\ dW &= dQ \\ W &= |Q_H| - |Q_C| \end{aligned} \quad (2.14)$$

Sehingga efisiensi mesin panas pada Persamaan (2.12) dapat ditulis ulang menjadi

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W}{Q} \\ \eta &= \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} \\ \eta &= 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \end{aligned} \quad (2.15)$$

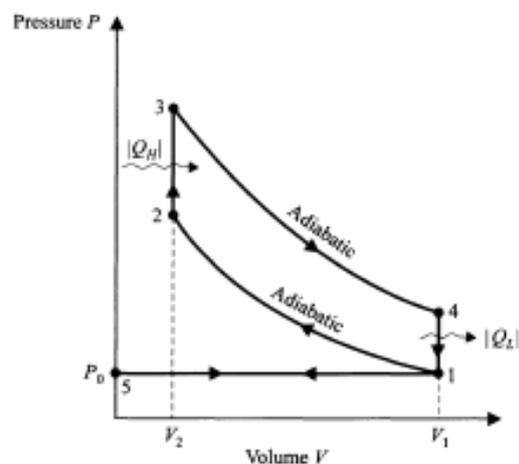
2.2 Mesin Otto

Mesin Otto adalah mesin yang diciptakan oleh insinyur Jerman bernama Nicolaus August Otto pada tahun 1876. Dibantu rekannya Eugen Langen, Otto merancang sebuah mesin yang terinspirasi oleh mesin Lenoir untuk menghasilkan mesin dengan efisiensi yang lebih baik.

Mesin Otto merupakan mesin yang menggunakan siklus Otto selama proses berlangsung dalam sistem. Siklus Otto merupakan pengembangan dari siklus Beau de Rochas yang digagas oleh seorang berkebangsaan Perancis bernama Alphonse Beau de Rochas pada tahun 1862.

Siklus Otto merupakan sistem tertutup yang terdiri dari empat proses untuk memperkirakan performa mesin yang sebenarnya. Proses kompresi dan ekspansi dianggap isentropik ketika panas ditambahkan dan dilepaskan yang dianggap pada volume konstan.

Siklus Otto sendiri disusun oleh proses-proses termodinamika sebagaimana digambarkan dengan diagram $P - V$ dan diagram $T - S$ berikut



Gambar 2.7. Siklus Otto dalam diagram $P - V$ (Zemansky, 1997).

Di mana pada diagram tersebut menunjukkan lintasan siklus Otto dengan penjelasan sebagai berikut (Zemansky dan Dittman, 1997).

1. Tahap $0 \rightarrow 1$ terjadi proses langkah pengambilan, yaitu sejumlah udara ditarik ke dalam silinder (ruang pembakaran) pada keadaan isobarik di mana volume ruang pembakaran bervariasi dari nol hingga V_1 yang disebabkan oleh jumlah mol bervariasi dari nol hingga n .
2. Tahap $1 \rightarrow 2$ terjadi proses kompresi isentropik adiabatik, yaitu piston bergerak dari titik mati bawah ke titik mati atas. Pada proses ini, tidak terjadi gesekan dan tidak ada panas yang terbuang melalui dinding tabung. Temperatur meningkat dari T_1 ke T_2 berdasarkan persamaan

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad (2.16)$$

Di mana V_1 adalah volume yang lebih besar ketika piston berada di bagian bawah langkah kompresi dan volume V_2 adalah volume yang lebih kecil ketika piston berada di bagian atas. Sedangkan γ merupakan perbandingan antara kapasitas kalor pada tekanan konstan dengan kapasitas kalor pada volume konstan. Perbandingan kapasitas panas diasumsikan konstan.

3. Tahap $2 \rightarrow 3$ terjadi proses pembakaran, yaitu peningkatan temperatur dan tekanan sebesar n mol udara pada keadaan isovolume. Peningkatan ini disebabkan oleh penyerapan panas Q_{23} dari serangkaian reservoir eksternal bertemperatur tinggi antara T_2 hingga T_3 .
4. Tahap $3 \rightarrow 4$ terjadi proses ekspansi isentropik adiabatik yang melibatkan penurunan temperatur dari T_3 ke T_4 berdasarkan persamaan

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \quad (2.17)$$

Di mana V_1 lebih besar dari V_2 .

5. Tahap $4 \rightarrow 1$ terjadi proses isovolume serta penurunan temperatur dan tekanan n mol udara yang disebabkan oleh pelepasan panas Q_{41} ke serangkaian reservoir eksternal bertemperatur rendah antara T_4 hingga T_1 , di mana T_1 adalah temperatur udara luar. Proses ini untuk memperkirakan penurunan tekanan atmosfer ketika katup buang dibuka, tetapi pada kenyataannya, temperatur sebenarnya tidak turun hingga mencapai temperatur udara luar saat meninggalkan lubang pembuangan.
6. Tahap $1 \rightarrow 0$ terjadi proses langkah pembuangan dengan kondisi isobarik pada tekanan atmosfer. Volume bervariasi dari V_1 hingga nol disebabkan oleh jumlah mol gas buang bervariasi dari n hingga nol, temperatur tetap konstan pada nilai T_1 .

Proses yang terjadi pada tahap $0 \rightarrow 1$ dan $1 \rightarrow 0$ saling menghilangkan sehingga tidak diperlukan pembahasan lebih lanjut. Pembahasan lebih lanjut diperlukan pada tahap $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$, dan $4 \rightarrow 1$. Dari keempat proses tersebut, hanya dua tahap saja yang melibatkan aliran panas yaitu pada tahap $2 \rightarrow 3$ terjadi penyerapan aliran panas pada temperatur tinggi (Q_H) dan tahap $4 \rightarrow 1$ terjadi pembuangan aliran panas pada temperatur rendah (Q_L).

Sepanjang tahap $2 \rightarrow 3$, panas yang mengalir ke dalam sistem adalah

$$\begin{aligned} (Q_H) &= (Q_{23}) \\ (Q_H) &= \int_{T_2}^{T_3} C_V dT \\ (Q_H) &= C_V(T_3 - T_2) \end{aligned} \tag{2.18}$$

Mirip dengan yang terjadi pada tahap $2 \rightarrow 3$, panas yang dibuang ke luar sistem untuk tahap $4 \rightarrow 1$ adalah

$$(Q_L) = (Q_{41})$$

$$(Q_L) = - \int_{T_4}^{T_1} C_V dT$$

$$(Q_L) = -C_V(T_1 - T_4)$$

$$(Q_L) = C_V(T_4 - T_1) \quad (2.19)$$

Dari Persamaan (2.18) dan (2.19) yang disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.15) maka diperoleh persamaan efisiensi termal untuk siklus Otto adalah

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} \\ \eta &= 1 - \frac{|C_V(T_4 - T_1)|}{|C_V(T_3 - T_2)|} \\ \eta &= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Proses adiabatik yang terjadi pada tahap $1 \rightarrow 2$ dan $3 \rightarrow 4$ diberikan oleh Persamaan (2.16) dan (2.17) di mana

$$\begin{aligned} T_1 V_1^{\gamma-1} &= T_2 V_2^{\gamma-1} \\ \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} &= \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} T_3 V_2^{\gamma-1} &= T_4 V_1^{\gamma-1} \\ \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} &= \frac{T_3}{T_4} \end{aligned} \quad (2.21)$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{T_3}{T_4} \\ \frac{T_1}{T_4} &= \frac{T_2}{T_3} \end{aligned}$$

Adapun dapat pula persamaan di atas dibentuk menjadi persamaan berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{T_1}{T_4} &= \frac{T_2}{T_3} \\
\frac{T_1}{T_4} - \frac{T_2}{T_3} &= 0 \\
\frac{T_1}{T_4} - \frac{T_2}{T_3} &= 1 - 1 \\
1 - \frac{T_2}{T_3} &= 1 - \frac{T_1}{T_4} \\
\frac{T_3 - T_2}{T_3} &= \frac{T_4 - T_1}{T_4} \\
\frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1} &= \frac{T_3}{T_4} \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Sehingga apabila Persamaan (2.22) disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.20), maka persamaan efisiensi termal menjadi

$$\begin{aligned}
\eta &= 1 - \frac{T_4}{T_3} \\
\eta &= 1 - \frac{T_1}{T_2} \tag{2.23}
\end{aligned}$$

2.3 Persamaan Schrödinger

Sebuah partikel yang dipandang sebagai objek kuantum memiliki perilaku yang dapat dianggap sebagai partikel ataupun gelombang. Pada kondisi tertentu, partikel dapat berlaku sebagai suatu partikel, tetapi pada kondisi yang lain, partikel dapat berlaku seperti gelombang. Perilaku partikel yang demikian disebut dengan dualitas gelombang-partikel.

Dalam mekanika klasik, mekanika sebuah sistem dapat diprediksi menggunakan hukum kedua Newton sebab sebuah sistem akan mengikuti sejumlah kondisi awal yang telah diketahui. Artinya, adanya hukum kedua Newton merupakan persamaan pokok pada mekanika klasik. Untuk

mempelajari mekanika kuantum, diperlukan persamaan pokok seperti hukum kedua Newton namun yang relevan dengan sistem kuantum.

Dalam mekanika kuantum, persamaan yang berperan seperti hukum kedua Newton dalam mekanika klasik adalah persamaan Schrödinger. Persamaan ini diajukan oleh Erwin Schrödinger pada tahun 1925, di mana persamaan ini dapat memodelkan pergerakan gelombang secara matematis. Hal ini sesuai dengan kondisi mekanika kuantum yang terdapat dualitas gelombang-partikel.

Persamaan Schrödinger merupakan persamaan diferensial parsial linear orde dua yang menjelaskan perubahan waktu dari fungsi gelombang sistem. Dalam interpretasi mekanika kuantum Kopenhagen, fungsi gelombang adalah penjelasan paling lengkap untuk berbagai sistem fisik. Oleh karena itu, Persamaan Schrödinger dapat digunakan pada kerangka relativistik maupun non relativistik. Persamaan Schrödinger relativistik digunakan ketika kecepatan partikel yang ditinjau mendekati kecepatan cahaya. Namun, secara umum persamaan Schrödinger seringkali digunakan pada kasus non relativistik. Pada kasus ini, persamaan Schrödinger dibagi menjadi dua yaitu persamaan Schrödinger bergantung waktu dan persamaan Schrödinger bebas waktu. Persamaan Schrödinger bebas waktu lebih sering digunakan karena persamaannya hanya bergantung pada posisi (Humaidi, 2016).

Ketika menggunakan persamaan Schrödinger maka terdapat beberapa persyaratan yang harus dipenuhi, antara lain (Maulani, 2020).

1. Mematuhi hukum kekekalan energi

Ketika menggunakan persamaan Schrödinger maka prinsip kekekalan energi pada fisika klasik harus tetap digunakan. Hukum kekekalan energi dirumuskan seperti berikut:

$$K + V = E \quad (2.24)$$

Di mana K adalah energi kinetik, V adalah energi potensial, dan E adalah energi total.

2. Taat pada Hipotesa de Broglie

Dualisme gelombang partikel yang diungkapkan oleh de Broglie menunjukkan bahwa partikel dapat memiliki beberapa sifat seperti halnya gelombang. Partikel memiliki panjang gelombang, di mana panjang gelombang menurut de Broglie yaitu $\lambda = h/p$. Sehingga partikel tersebut akan memiliki energi seperti persamaan berikut:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

$$K = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.25)$$

Di mana K adalah energi kinetik, p adalah momentum, m adalah massa, dan k adalah bilangan gelombang.

3. Berperilaku baik

Maksudnya adalah persamaan yang digunakan harus bernilai tunggal dan linear. Bernilai tunggal berarti tidak ada dua probabilitas atau lebih untuk menemukan partikel pada suatu titik yang sama. Linear dimaksudkan agar gelombang yang diperoleh memiliki sifat superposisi (Krane, 1992).

Erwin Schrödinger menggunakan sifat dualisme gelombang partikel yang dikemukakan oleh Louis de Broglie dalam merumuskan suatu persamaan pada tahun 1926. Apabila momentum suatu partikel adalah p , panjang gelombangnya

menurut hipotesis de Broglie adalah $\lambda = h/p$, serta kecepatan dirumuskan dengan $v = f\lambda$, maka

$$v = \frac{fh}{p} \quad (2.26)$$

di mana v adalah kecepatan, f adalah frekuensi, h adalah konstanta Planck, dan p adalah momentum. Apabila kecepatan sudut $\omega = 2\pi f$ dan $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, maka

$$f = \frac{\hbar\omega}{p} \quad (2.27)$$

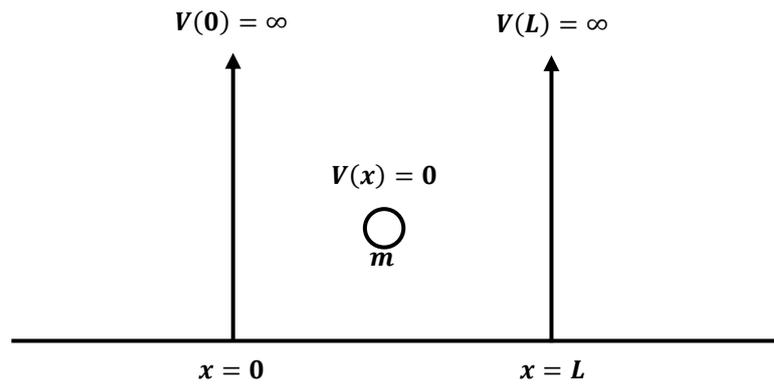
Penggunaan hukum kekekalan energi, hipotesa de Broglie dan Persamaan (2.27), menghasilkan persamaan gelombang berikut.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi(x) = 0 \quad (2.28)$$

Di mana $\psi(x)$ adalah fungsi gelombang, m adalah massa, E adalah energi dan V adalah potensial. Persamaan (2.28) hanya mengandung unsur posisi dan tidak mengandung waktu. Maka, persamaan tersebutlah yang disebut sebagai persamaan Schrödinger tunak (bebas waktu) untuk satu dimensi.

2.4 Sumur Potensial Tak Hingga Satu Dimensi

Sebuah partikel bermassa m berada di dalam sumur atau kotak potensial satu dimensi sepanjang L dengan ilustrasi seperti gambar dibawah ini (Krane, 2020):



Gambar 2.8. Partikel dalam kotak 1 dimensi

Potensial $V \rightarrow \infty$ di $x = 0$ dan $x = L$ dibuat untuk menjamin agar partikel tidak dapat menembus dinding dan keluar kotak. Artinya, tidak mungkin partikel berada di luar sumur potensial. Secara matematis hal ini berarti

$$\psi(x) = 0 \quad \text{untuk } x \leq 0 \text{ dan } x \geq L \quad (2.29)$$

Karena di dalam kotak $V(x) = 0$, maka persamaan Schrödinger sistem ini adalah

$$-\frac{\hbar^2 d^2\psi}{2m dx^2} = E\psi \quad \text{untuk } x \leq 0 \text{ dan } x \geq L \quad (2.30)$$

Atau

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0 \quad (2.31)$$

Jika dituliskan

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2 \quad (2.32)$$

maka persamaan Schrödinger yang tak bergantung waktu pada Persamaan (2.28) menjadi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (2.33)$$

Persamaan (2.33) adalah persamaan diferensial orde-2 dengan akar-akar bilangan kompleks yang berlainan, dan solusinya adalah

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (2.34)$$

Lalu dimasukkan syarat batas saat $x = 0$, fungsi $\psi(0) = 0$,

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$$\psi(0) = A \sin k(0) + B \cos k(0)$$

$$0 = 0 + B(1) \quad (2.35)$$

di sini berarti $B = 0$. Oleh karena itu, $\psi(x)$ menjadi

$$\psi(x) = A \sin kx \quad (2.36)$$

Dimasukkan lagi syarat batas saat $x = L$, fungsi $\psi(L) = 0$,

$$\psi(x) = A \sin kx$$

$$\psi(0) = A \sin k(L)$$

$$0 = A \sin k(L) \quad (2.37)$$

Nilai $\sin k(L)$ akan sama dengan nol jika memenuhi $\sin kL = \sin n\pi$,

$$kL = n\pi$$

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad (2.38)$$

Dengan nilai $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Dari hubungan antara E pada Persamaan (2.32) dan k pada Persamaan (2.38), maka diperoleh ungkapan energi partikel di dalam kotak yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{2mE}{\hbar^2} &= k^2 \\ E &= \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

di mana

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (2.40)$$

merupakan energi terendah.

Dari Persamaan (2.39), diketahui bahwa energi partikel dalam kotak tidak bernilai sembarang atau kontinu, melainkan secara diskrit dan nilainya adalah kuadrat bilangan bulat (n^2) kali energi terendah E_1 . Sedangkan E_1 disebut dengan keadaan dasar (*ground state*).

Untuk menyelesaikan fungsi $\psi(x)$, substitusik bentuk akhir k ke dalam fungsi $\psi(x)$ sehingga didapatkan fungsi eigen

$$\begin{aligned}\psi(x) &\equiv \psi_n(x) \\ \psi(x) &= A \sin \frac{n\pi}{L} x\end{aligned}\quad (2.41)$$

di mana $\psi_n(x)$ harus ternormalisasi dengan diberikan kondisi berikut (Krane, 2020)

$$\begin{aligned}1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \cdot \psi(x) dx \\ 1 &= \int_0^L \left(A \sin \frac{n\pi}{L} x \right) \left(A \sin \frac{n\pi}{L} x \right) dx \\ 1 &= \int_0^L \left(A \sin \frac{n\pi}{L} x \right)^2 dx \\ 1 &= \int_0^L A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{L} x dx \\ 1 &= A^2 \int_0^L \sin^2 \frac{n\pi}{L} x dx \\ 1 &= A^2 \int_0^L \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2n\pi}{L} x \right) dx \\ 1 &= A^2 \left(\frac{1}{2} x - \frac{L}{4n\pi} \sin \frac{2n\pi}{L} x \right) \Big|_0^L\end{aligned}\quad (2.42)$$

di mana dapat dipastikan nilai $\sin \frac{2n\pi}{L} x = 0$, maka

$$\begin{aligned}1 &= A^2 \left(\frac{1}{2} x \right) \Big|_0^L \\ 1 &= A^2 \left(\frac{L}{2} \right)\end{aligned}$$

$$A^2 = \frac{2}{L}$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (2.43)$$

Dengan demikian, fungsi gelombang ternormalisasi untuk kasus partikel yang terperangkap dalam sumur potensial tak hingga satu dimensi berukuran L adalah

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x \quad (2.44)$$

2.5 Simetrisasi Partikel

Sebelum membahas kesimetrisan partikel, maka perlu diketahui terlebih dahulu definisinya. Partikel yang dikatakan simetri apabila terdapat dua buah partikel identik kemudian dipertukarkan kedua partikel identik tersebut antar keadaannya, maka fungsi gelombang sebelum dan sesudah mengalami pertukaran memiliki bentuk yang sama. Begitu pula sebaliknya, partikel anti-simetris merupakan partikel identik yang fungsi gelombangnya tidak serupa ketika sebelum dan sesudah dipertukarkan. Dari penjelasan singkat tersebut, dapat diartikan bahwa yang menjadi penentu kesimetrisan partikel adalah fungsi gelombangnya ketika sebelum dan sesudah mengalami pertukaran.

Perlu diketahui dua buah partikel dapat dikatakan identik apabila besaran fisis seperti posisi, momentum, energi, dan variabel lainnya yang teramati tidak mengalami perubahan ketika kedua partikel tersebut mengalami pertukaran keadaan (Akbar dkk, 2017). Partikel identik dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu partikel boson yang mematuhi fungsi distribusi Bose-Einstein dan fermion yang mematuhi fungsi distribusi Fermi-Dirac.

Dalam menentukan simetrisasi partikel maka perlu untuk memperkirakan dua partikel yang tidak saling berinteraksi, di mana persamaan gelombangnya adalah (Griffiths dan Schroeter, 2018)

$$\psi(r_1, r_2) = \psi_a(r_1)\psi_b(r_2) \quad (2.45)$$

Kemudian diasumsikan bahwa kedua partikel merupakan partikel identik. Fungsi gelombang untuk dua partikel identik adalah

$$\psi_{\pm}(r_1, r_2) = A[\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) \pm \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)] \quad (2.46)$$

Di mana tanda \pm menunjukkan terdapat dua jenis partikel identik. Seperti yang telah diketahui secara umum, partikel identik dengan tanda + adalah partikel boson dan partikel identik dengan tanda - adalah partikel fermion. Perbedaan tanda ini dipengaruhi oleh bilangan kuantum spin partikel, di mana partikel boson memiliki spin berupa bilangan bulat dan partikel fermion memiliki spin berupa bilangan setengahan.

Setelah mengetahui fungsi gelombang dua partikel identik yang tidak saling berinteraksi, maka langkah selanjutnya adalah dengan memberikan operator pertukaran (*exchange operator*) yang dilambangkan dengan \hat{P} . Operator Hamiltonian dan operator pertukaran bersifat saling komut, yaitu

$$[\hat{H}, \hat{P}] = 0$$

Adapun perbedaan antara partikel simetris dan anti-simetris adalah sebagai berikut.

2.5.1 Partikel Simetris

Apabila terdapat dua partikel identik dalam keadaan kuantum ψ_a dan ψ_b , kemudian diberikan pertukaran antara dua partikel tersebut sehingga didapatkan persamaan gelombang sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{P}_{12}\psi_+(r_1, r_2) &= \psi_{simetris}(r_2, r_1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_2)\psi_b(r_1) + \psi_b(r_2)\psi_a(r_1)]\end{aligned}\quad (2.47)$$

Di mana bentuk awal fungsi gelombang partikel identik tersebut sebelum diberikan pertukaran adalah

$$\psi_{simetris}(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) + \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)]\quad (2.48)$$

Dari Persamaan (2.47) dan (2.48), maka dapat dikatakan bahwa partikel identik merupakan partikel simetris karena pertukaran antara dua partikelnya adalah

$$\begin{aligned}\psi_{simetris}(r_1, r_2) &= \hat{P}_{12}\psi_{simetris}(r_1, r_2) \\ \psi_{simetris}(r_1, r_2) &= \psi_{simetris}(r_2, r_1)\end{aligned}\quad (2.49)$$

Partikel simetris juga dikenal sebagai partikel boson karena partikel ini mematuhi statistika Bose-Einstein. Statistika Bose-Einstein, memungkinkan partikel simetris untuk menempati tingkat energi yang sama tanpa batasan. Persebaran partikel ini dapat diprediksi dengan fungsi partisi. Fungsi partisi adalah jumlah statistik dari semua keadaan mikroskopis sistem yang diberi bobot Boltzmann. Fungsi partisi total partikel simetris yang berkesesuaian dengan topik penelitian adalah sistem dalam ensemble canonical yang menurut statistika Bose-Einstein adalah

$$Z^{simetris} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_n}\quad (2.50)$$

Di mana $\beta = 1/kT$. Fungsi partisi di atas untuk sistem partikel simetris tunggal.

2.5.2 Partikel Anti-Simetris

Istilah anti-simetris muncul karena perbedaan fungsi gelombang partikel identik sebelum dan setelah mengalami pertukaran keadaan. Apabila terdapat dua partikel identik dalam keadaan kuantum ψ_a dan ψ_b , fungsi gelombangnya adalah

$$\psi_{antisimetris}(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)] \quad (2.51)$$

Kemudian diberikan pertukaran antara kedua partikel identik tersebut sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} \hat{P}_{12}\psi_{antisimetris}(r_1, r_2) &= \psi_{-}(r_2, r_1) \\ \hat{P}_{12}\psi_{antisimetris}(r_1, r_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_2)\psi_b(r_1) - \psi_b(r_2)\psi_a(r_1)] \quad (2.52) \end{aligned}$$

Jika Persamaan (2.51) dan (2.52) saling dihubungkan maka didapatkan persamaan berikut.

$$\begin{aligned} \psi_{antisimetris}(r_1, r_2) &= \hat{P}_{12}\psi_{antisimetris}(r_1, r_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)] &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_2)\psi_b(r_1) - \psi_b(r_2)\psi_a(r_1)] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)] &= -\frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)] \\ \psi_{antisimetris}(r_1, r_2) &= -\psi_{antisimetris}(r_2, r_1) \quad (2.53) \end{aligned}$$

Dari Persamaan (2.53) maka jelas terlihat bahwa partikel anti-simetris tidak memiliki fungsi gelombang yang sama ketika kedua partikelnya ditukarkan. Oleh karena itu, istilah partikel anti-simetris diberikan kepada partikel identik yang ketika mengalami pertukaran keadaan maka fungsi gelombangnya mengalami perubahan.

Jika partikel simetris juga disebut sebagai boson karena mengikuti statistika Bose-Einstein, maka partikel anti-simetris disebut sebagai fermion karena

partikel anti-simetris mengikuti statistika Fermi-Dirac. Statistika Fermi-Dirac merupakan statistika yang mematuhi prinsip eksklusi Paulli. Prinsip eksklusi Paulli adalah prinsip yang menyatakan bahwa dua partikel identik tidak dapat menempati satu keadaan yang sama. Hal ini menyebabkan partikel anti-simetris tidak dapat menempati keadaan yang sama. Prinsip ini dapat dibuktikan dengan contoh berikut. Jika diasumsikan terdapat dua partikel anti-simetris dengan $\psi_a = \psi_b$, maka

$$\begin{aligned}\psi_{antisimetris}(r_1, r_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_a(r_2) - \psi_a(r_1)\psi_a(r_2)] \\ &= 0\end{aligned}\tag{2.54}$$

Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa dua partikel anti-simetris identik memang tidak dapat menempati satu keadaan yang sama, sebab jika terdapat dua partikel anti-simetris menempati keadaan yang sama maka tidak terdapat fungsi gelombang karena fungsi gelombang antara kedua partikel anti-simetris saling menghilangkan.

Oleh karena prinsip eksklusi Paulli tersebut, jika diasumsikan terdapat N tingkat keadaan, maka jumlah partikel yang memungkinkan adalah berjumlah sama dengan banyaknya tingkat keadaan atau lebih sedikit. Fungsi partisi untuk partikel anti-simetris tunggal pada sistem mesin panas kuantum adalah

$$Z^{antisimetris} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_n}\tag{2.55}$$

Di mana $\beta = 1/kT$.

Sejatinya, fungsi partisi untuk partikel anti-simetris tunggal sama dengan fungsi partisi untuk partikel simetris tunggal. Tetapi apabila melibatkan dua

atau lebih partikel identik atau diturunkan menjadi fungsi distribusi maka akan terlihat perbedaan antara keduanya.

2.6 Analogi Sistem Termodinamika Klasik ke dalam Sistem Kuantum

Deskripsi kuantitas fisis yang terdapat dalam termodinamika klasik dan mekanika kuantum berbeda. Kuantitas yang ada pada termodinamika klasik merupakan besaran makroskopis dan bisa diukur, seperti tekanan (P), volume (V), dan temperatur (T). Kuantitas-kuantitas tersebut seluruhnya tidak didapati atau ditemukan pada sistem mekanika kuantum yang meninjau besaran fisis secara mikroskopik. Oleh karena itu, pada kajian mesin panas kuantum perlu adanya analogi besaran-besaran pada sistem termodinamika klasik ke dalam sistem mekanika kuantum. Karena mesin panas termodinamika menerapkan sistem silinder berpiston, maka analogi terdekat untuk sistem mekanika kuantum yang sesuai adalah sistem partikel yang terjebak dalam kotak potensial.

Pada sistem partikel yang terjebak dalam kotak potensial, analogi ekspansi dan kompresi sistem termodinamika klasik adalah penyempitan dan pelebaran kotak apabila potensial kotak bernilai tak hingga ($V = \infty$) di dan lebar kotak adalah

Analogi dari besaran atau kuantitas termodinamika klasik ke dalam sistem mekanika kuantum adalah sebagai berikut (Akbar, 2016):

Tabel 2.1. Analogi besaran-besaran pada sistem mekanika klasik ke dalam sistem mekanika kuantum

Mekanika Klasik	Mekanika Kuantum
Tekanan (P)	Gaya (F)
Volume (V)	Lebar Kotak (L)
Energi Internal (U)	Nilai Harap Hamitonian
Kalor (Q)	Perubahan Probabilitas Keadaan
Usaha (W)	Perubahan Nilai Eigen Energi

Pendekatan hukum pertama termodinamika klasik ke dalam sistem kuantum terdapat dua cara, salah satu yang paling sering digunakan adalah metode pendekatan probabilitas keadaan untuk mencari fungsi energi internal. Namun pada penelitian ini, metode pendekatan yang digunakan adalah fungsi partisi. Kedua metode pendekatan yang telah disebutkan tersebut memiliki keterkaitan antara satu sama lain. Secara pengertian probabilitas keadaan adalah peluang suatu sistem berada dalam keadaan mikro tertentu dengan energi E_n ketika berada dalam kesetimbangan termal pada temperatur T . Probabilitas keadaan diatur oleh distribusi Boltzmann dan bergantung pada temperatur serta energi keadaan sistem. Sementara Fungsi partisi didefinisikan sebagai jumlah dari faktor Boltzmann untuk semua keadaan mikro yang mungkin. Faktor Boltzmann sendiri menggambarkan seberapa mungkin suatu keadaan mikro dengan energi E_n terjadi dalam sistem termal. Fungsi partisi menjadi penghubung antara sifat mikroskopik di mana adalah tingkat energi sistem dengan termodinamika yang merupakan sifat makroskopik. Secara garis besar, probabilitas keadaan menghitung berdasarkan peluang pada suatu tingkat keadaan sedangkan fungsi partisi menghitung jumlah seluruh tingkat keadaan.

Dalam pengertian tersebut, dapat disimpulkan bahwa probabilitas keadaan menghitung fungsi energi internal dengan menekankan pada distribusi keadaan mikro individu sedangkan fungsi energi internal yang dihitung menggunakan fungsi partisi menekankan pada properti global sistem melalui fungsi partisi.

Pada aplikasinya untuk menghitung fungsi energi internal, kedua metode pendekatan tersebut dapat dibuktikan secara matematis sebagai berikut.

$$U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \quad (2.56)$$

merupakan fungsi energi internal yang menggunakan metode pendekatan fungsi partisi, sementara

$$U = \sum_n^N p_n E_n \quad (2.57)$$

adalah fungsi energi internal yang menggunakan metode pendekatan probabilitas keadaan. Fungsi partisi dirumuskan sebagai

$$Z = \sum_n^N e^{-\beta E_n} \quad (2.58)$$

dan probabilitas keadaan dirumuskan sebagai

$$p_n = \frac{e^{-\beta E_n}}{Z} \quad (2.59)$$

Dari sini saja, maka nampak keterkaitan antara fungsi partisi dan probabilitas keadaan. Jika kedua fungsi energi internal pada Persamaan (2.56) dan (2.57) disederhanakan, maka akan didapati hasil yang sama, yakni

$$U = \frac{\sum_n E_n e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}} \quad (2.60)$$

Dengan demikian, metode pendekatan yang digunakan pada penelitian ini tidak akan mempengaruhi hasil dari fungsi energi internal, sebab kedua metode pendekatan tersebut saling berkaitan.

2.7 Integrasi Sistem Sumur Potensial Satu Dimensi dengan Al-Qur'an

Di dalam pembahasan mesin panas kuantum ini, terdapat beberapa hal yang telah dijelaskan Allah SWT di dalam kitab suci Al-Qur'an. Hal ini tentu berkaitan dengan topik yang dibahas dalam penelitian ini, yaitu mesin panas kuantum. Terdapat dua kasus yang keduanya berintegrasi kepada Al-Qur'an, yaitu kalor dan sistem kuantum.

Untuk kasus yang pertama, penjelasan terkait kalor terdapat beberapa ayat Al-Qur'an. Beberapa di antaranya yakni pada surat Al-Waqi'ah ayat 73

نَحْنُ جَعَلْنَاهَا تَذْكَرَةً وَرَمْتًا لِلْمُقْوِينَ ٧٣

Artinya : *“Kami menjadikan (api itu) sebagai peringatan dan manfaat bagi para musafir”*.

Dari kutipan ayat tersebut, dapat ditarik suatu pemahaman bahwa terdapat manfaat dari api, sedangkan api dapat pula didefinisikan sebagai energi panas. Di sisi lain, kalimat musafir dapat diartikan sebagai manusia di alam dunia. Sebab dalam pepatah Jawa dijelaskan bahwa manusia di alam dunia hanya seperti bertamu saja (mampir ngombe).

Kemudian pada ayat yang lain, tepatnya pada surat Az-Zumar ayat 16 terdapat penjelasan tentang sifat panas yang berlapis-lapis.

لَهُمْ مِّنْ فَوْقِهِمْ ظُلَلٌ مِّنَ النَّارِ وَمِن تَحْتِهِمْ ظُلَلٌ ١٦...

Artinya : *“Di atas mereka ada lapisan-lapisan dari api dan di bawah mereka pun ada lapisan-lapisan pula”*.

Ayat di atas menjadi bukti bahwa pada energi panas terdapat beberapa tingkatan. Jika kita lihat pada skala kuantum, tepatnya pada topik penelitian ini, mesin panas Otto kuantum yang diumpamakan sebagai kotak potensial juga memiliki tingkatan energi. Setiap tingkat energi diisi oleh partikel-partikel yang

mengikuti distribusi tertentu. Ada tingkat energi yang diisi oleh banyak partikel, ada pula yang diisi hanya oleh satu partikel, dan bahkan dalam satu tingkat energi tidak diisi sama sekali. Tentunya hal ini sudah dijelaskan oleh Allah dalam firman-Nya pada surat An-Nisa' ayat 40:

إِنَّ اللَّهَ لَا يَظْلِمُ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ وَإِنْ تَكَ حَسَنَةً يُضْعِفْهَا وَيُؤْتِ مِنْ لَدُنْهُ أَجْرًا عَظِيمًا ٤٠

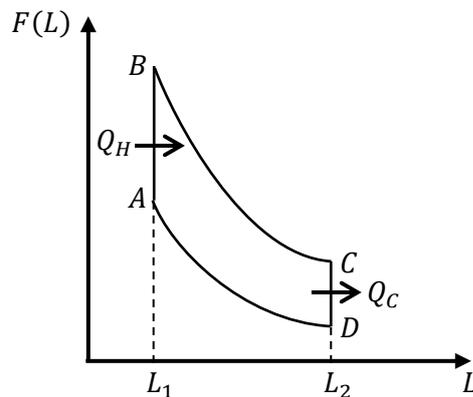
Artinya: “*Sesungguhnya Allah tidak akan menzalimi (seseorang) walaupun sebesar zarah. Jika (sesuatu yang sebesar zarah) itu berupa kebaikan, niscaya Allah akan melipatgandakannya dan memberikan pahala yang besar dari sisi-Nya*”.

Maka jelas sudah bahwa setiap partikel pada sistem kotak potensial satu dimensi memiliki perannya tersendiri, tidak terkecuali partikel simetris dan antri-simetris.

BAB III MESIN OTTO KUANTUM

3.1 Proses-Proses Termodinamika Siklus Otto Kuantum

Siklus Otto kuantum dibentuk oleh empat proses termodinamika dengan dua proses adiabatik dan dua proses isokhorik. Siklus Otto kuantum jika diilustrasikan ke dalam diagram $F - L$ adalah sebagai berikut.



Gambar 3.1. Siklus Otto kuantum dalam diagram $F - L$

Ilustrasi tersebut menunjukkan bahwa siklus Otto kuantum memiliki siklus yang mirip dengan siklus Otto klasik, namun yang membedakan adalah besaran-besaran yang berkaitan dengan sistem. Jika mengacu pada siklus Otto klasik, siklus Otto terdiri dari dua proses adiabatik kuantum dan dua proses isokhorik kuantum. Pada sistem kuantum, siklus Otto terdiri atas beberapa tahap, yakni

- Pada tahap $A \rightarrow B$ terjadi proses kompresi isokhorik. Pada proses ini, probabilitas tingkat keadaan sistem beralih dari keadaan dasar ke keadaan tertinggi karena kalor mengalir masuk ke dalam sistem.
- Pada tahap $B \rightarrow C$ terjadi proses ekspansi adiabatik. Pada proses ini, probabilitas tingkat keadaan sistem berada pada 100% keadaan tertinggi. Lebar kotak potensial bertambah dari L_B ke L_C .

- c. Pada tahap $C \rightarrow D$ terjadi proses ekspansi isokhorik. Pada proses ini, sistem melepaskan kalor keluar sistem menyebabkan perubahan probabilitas tingkat keadaan di dalam sistem berubah.
- d. Pada tahap $D \rightarrow A$ terjadi proses kompresi adiabatik. Pada proses ini, probabilitas tingkat keadaan sistem berada 100% pada keadaan dasar. Lebar kotak potensial menyusut dari L_D ke L_A .

Secara lebih jelas, proses termodinamika yang berlangsung pada setiap tahap dijelaskan pada bagian berikut.

3.1.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)

Siklus Otto kuantum dimulai dengan proses kompresi isokhorik kuantum dari titik A ke titik B . Selama proses ini terjadi, dinding sistem tetap berada pada titik L_A . Pada titik A , sistem berada pada keadaan dasarnya di mana probabilitas okupasi sistem berada pada tingkat 100% atau dapat dilambangkan dengan p_a^c . Ketika proses kompresi isokhorik kuantum, partikel substansi kerja terus mengalami kontak dengan penangas panas disuhu T_h sehingga ketika siklus berada di titik B , substansi kerja mencapai kesetimbangan termal dengan penangas panas. Karena temperatur sistem meningkat menyebabkan probabilitas tingkat keadaan substansi kerja mengalami perubahan dari keadaan dasarnya menjadi p_a^h . Energi internal sistem dapat dihitung berdasarkan persamaan

$$U_B = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_h \quad (3.1)$$

di mana Z_h adalah fungsi partisi di titik B dan β adalah temperatur terbalik $1/kT$.

3.1.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)

Proses kedua dalam siklus Otto kuantum adalah proses ekspansi adiabatik kuantum. Proses ini berlangsung dari titik B ke titik C dengan perubahan lebar dinding potensial dari L_B ke L_C . Proses ini terjadi sangat lambat sehingga probabilitas okupasi tidak berubah. Energi internal sistem di titik C adalah

$$U_C = \left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 U_B \quad (3.2)$$

3.1.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)

Proses selanjutnya adalah proses isokhorik kuantum yang berlangsung dari titik C ke titik D . Selama proses ini terjadi, dinding sistem tetap berada pada posisinya di $L_C = L_D$ dan partikel substansi kerja berpasangan dengan penangas dingin pada temperatur T_C sehingga kesetimbangan termal dapat tercapai. Turunnya temperatur sistem mengakibatkan probabilitas okupasi kembali ke keadaan dasarnya. Energi internal sistem di titik D adalah

$$U_D = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_c \quad (3.3)$$

di mana Z_c adalah fungsi partisi di titik D .

3.1.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)

Tahap terakhir dari siklus Otto kuantum adalah proses kompresi adiabatik dari titik D ke titik A . Dinding sistem bergerak menyusut dari L_D ke L_A . Energi internal sistem di titik A mirip dengan energi internal sistem di titik C , di mana

$$U_A = \left(\frac{L_D}{L_A}\right)^2 U_D \quad (3.4)$$

Setelah persamaan proses termodinamika sepanjang siklus Otto kuantum diketahui, terdapat kesimpulan bahwa sebagian kalor Q_h diserap oleh penangas

panas pada tahap $A \rightarrow B$. Dan sebagian kalor Q_c dilepaskan sistem pada tahap $C \rightarrow D$. Jumlah kalor yang diserap dan dilepas sistem dapat dihitung berdasarkan perubahan energi internal sistem selama proses tersebut.

$$Q_h = U_B - U_A = U_B - \left(\frac{L_D}{L_A}\right)^2 U_D \quad (3.5a)$$

dan

$$Q_c = U_C - U_D = \left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 U_B - U_D \quad (3.5b)$$

Maka dari itu, persamaan kerja sistem menjadi

$$W = Q_h - Q_c \quad (3.6)$$

Dengan demikian, efisiensi kerja mesin Otto kuantum dapat dihitung dengan mengikuti persamaan berikut.

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \quad (3.7)$$

Adapun bagian yang belum terdefinisi pada pembahasan ini adalah fungsi partisi Z . Secara umum, fungsi partisi sebuah partikel diberikan oleh

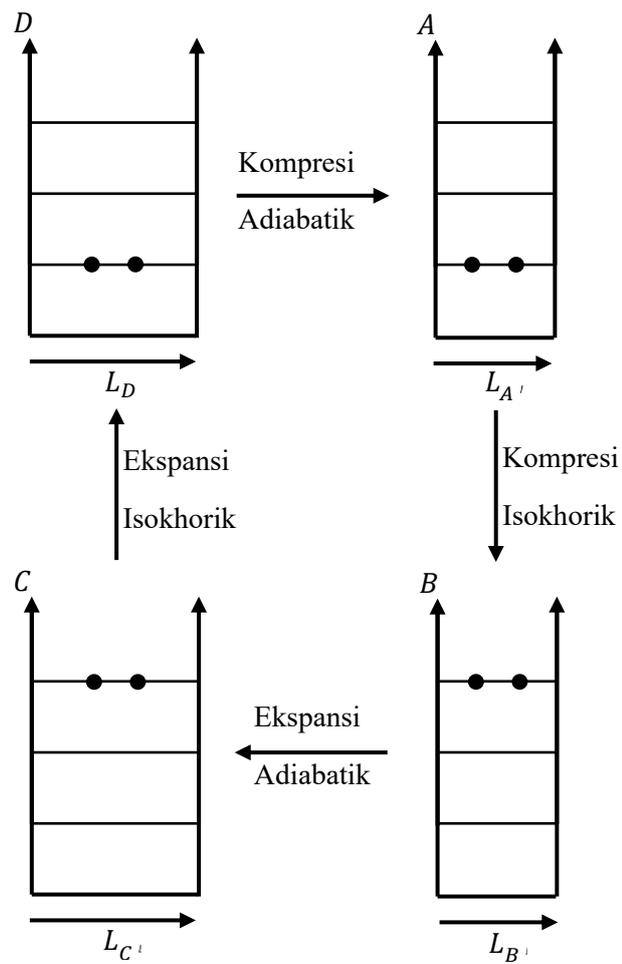
$$Z_i = \sum_{a=1}^{\infty} e^{-\beta_i E_a} \quad (3.9)$$

Di mana n mengindeks semua probabilitas tingkat keadaan yang mungkin pada suatu sistem dan i adalah kondisi sistem ketika kalor masuk h atau kalor keluar c .

3.2 Sistem Dua Partikel dalam Tiga Tingkat Energi

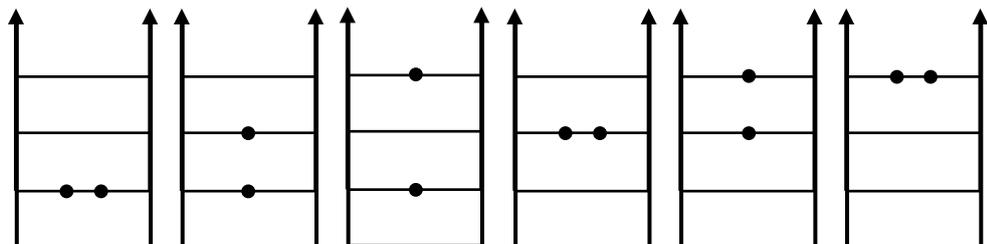
3.2.1 Partikel Simetris

Seperti yang telah dijelaskan pada Bab II, partikel simetris merupakan partikel yang mematuhi distribusi Bose-Einstein, sehingga konfigurasi partikel simetris untuk satu siklus Otto kuantum adalah sebagai berikut.



Gambar 3.2. Ilustrasi partikel simetris dalam kotak potensial selama siklus Otto kuantum

Terdapat beberapa skenario untuk konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi. Berdasarkan statistika Boses-Einstein, satu tingkat energi boleh ditempati oleh dua atau lebih partikel simetris. Selain itu, suatu tingkat energi boleh dibiarkan kosong. Sehingga skenario konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi adalah sebagai berikut.



Gambar 3.3. Skenario konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi

Berdasarkan ilustrasi di atas, terdapat enam skenario konfigurasi yang mungkin untuk kasus ini. Setiap konfigurasi memiliki fungsi gelombang yang berbeda sehingga mempengaruhi nilai eigen energi untuk setiap konfigurasi. Persamaan gelombang dua partikel simetris telah ditunjukkan pada Persamaan (2.49), yaitu

$$\psi_+(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) + \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)]$$

Kemudian dilakukan normalisasi terhadap persamaan tersebut, sehingga didapatkan

$$\psi_+(r_1, r_2) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{n\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_2}{L}\right) \right\} \quad (3.10)$$

Jika dicari nilai eigen energi masing-masing konfigurasi berdasarkan persamaan fungsi gelombang ternormalisasi pada Persamaan (3.9) di atas, maka didapatkan hasil berikut.

Tabel 3.1. Nilai energi eigen untuk konfigurasi dua partikel simetris pada tiga tingkat energi

No.	<i>Eigen-state</i>	<i>Energi eigen</i>
1.	$\psi_1 = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_1 = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
2.	$\psi_2 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_2 = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
3.	$\psi_3 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_3 = \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
4.	$\psi_4 = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_4 = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

$$5. \quad \psi_5 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \right\} \quad E_5 = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$6. \quad \psi_6 = \frac{2\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) \right\} \quad E_6 = \frac{18\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

Dari Tabel tersebut, jumlah probabilitas keadaan yang mungkin untuk sistem ini telah diketahui sehingga fungsi partisi dapat didefinisikan. Berdasarkan fungsi partisi yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.9), maka dapat dicari fungsi partisi untuk dua partikel simetris pada tiga tingkat keadaan adalah sebagai berikut.

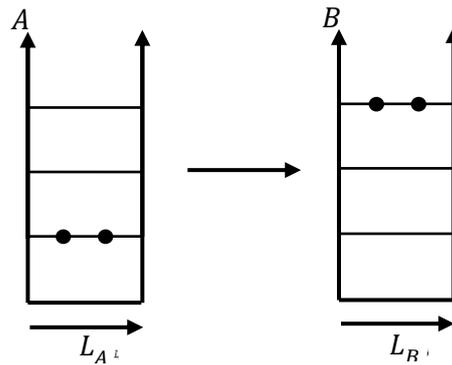
$$Z_i = \sum_{a=1}^6 e^{-\beta_i E_a} \quad (3.11)$$

di mana a menotasikan nomer keadaan sistem untuk partikel simetris pertama, dan i menunjukkan keadaan sistem ketika kondisi kalor masuk h atau kalor keluar c .

Langkah selanjutnya adalah mencari nilai persamaan termodinamika sepanjang siklus Otto kuantum.

3.2.1.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)

Ketika siklus berada di titik A , sistem berada pada keadaan dasarnya dan probabilitas tingkat keadaan sistem adalah 100%. Ketika siklus bergerak ke titik B , sistem menerima kalor dari luar sistem sehingga menyebabkan tingkat keadaan sistem mulai berubah ke keadaan tertinggi. Selama proses terjadi, lebar kotak potensial tetap berada di titik $L_A = L_B$.



Gambar 3.4. Keadaan sistem ketika proses kompresi isokhorik pada tahap $A \rightarrow B$

Berdasarkan Persamaan (3.1), persamaan energi internal sistem pada tahap ini diberikan oleh

$$U_B = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_h$$

Lalu sisi kanan diturunkan terlebih dahulu untuk menghilangkan $\ln Z_h$, dengan menggunakan aturan rantai, maka didapatkan

$$-\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln Z_h = -\frac{1}{Z_h} \frac{\partial Z_h}{\partial \beta_h} \quad (3.12)$$

Kemudian disubstitusikan fungsi partisi yang didefinisikan pada Persamaan (3.11), sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_h}{\partial \beta_h} &= \frac{\partial}{\partial \beta_h} \left(\sum_{a=1}^6 e^{-\beta_h E_a} \right) \\ &= \sum_{a=1}^6 \frac{\partial}{\partial \beta_h} e^{-\beta_h E_a} \\ &= -\sum_{a=1}^6 E_a e^{-\beta_h E_a} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Langkah selanjutnya adalah mensubstitusikan kembali persamaan tersebut ke dalam Persamaan (3.12)

$$-\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln Z_h = \frac{1}{Z_h} \sum_{a=1}^6 E_a e^{-\beta_h E_a}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sum_{a=1}^6 E_a e^{-\beta_h E_a}}{\sum_{a=1}^6 e^{-\beta_h E_a}} \\
 U_B &= \frac{\sum_{a=1}^6 E_a e^{-\beta_h E_a}}{\sum_{a=1}^6 e^{-\beta_h E_a}} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, berdasarkan persamaan di atas maka nilai energi internal sistem di titik B adalah

$$U_B = \frac{E_1 e^{-\beta_h E_1} + E_2 e^{-\beta_h E_2} + E_3 e^{-\beta_h E_3} + E_4 e^{-\beta_h E_4} + E_5 e^{-\beta_h E_5} + E_6 e^{-\beta_h E_6}}{e^{-\beta_h E_1} + e^{-\beta_h E_2} + e^{-\beta_h E_3} + e^{-\beta_h E_4} + e^{-\beta_h E_5} + e^{-\beta_h E_6}}$$

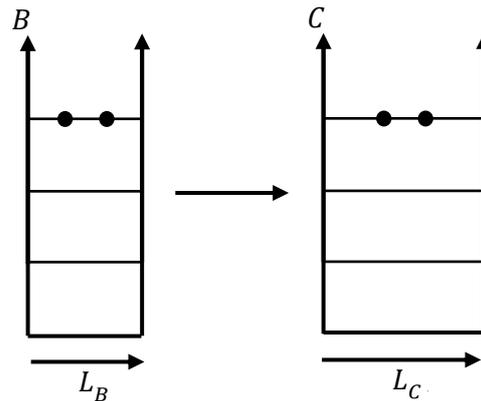
Dengan mensubstitusikan nilai energi eigen pada Tabel 3.1 dan memisalkan

$e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{m k T \hbar L_B^2}} = q$, maka persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$U_B = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_B^2} \right) \frac{q + \frac{5}{2} q^{5/2} + 4q^4 + 5q^5 + \frac{13}{2} q^{13/2} + 9q^9}{q + q^{5/2} + q^4 + q^5 + q^{13/2} + q^9} \quad (3.15)$$

3.2.1.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)

Ketika berada di tahap ini, sistem tidak ada aliran kalor yang masuk atau keluar sistem. Sepanjang tahap $B \rightarrow C$, tingkat keadaan sistem tetap berada di titik tertinggi. Lebar kotak potensial bertambah dari L_B ke L_C .



Gambar 3.5. Keadaan sistem ketika proses ekspansi adiabatik pada tahap $B \rightarrow C$

Berdasarkan Persamaan (3.2), pada proses ini persamaan energi internal sistem adalah

$$U_C = \left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 U_B$$

Jika mensubstitusikan nilai U_B pada perhitungan sebelumnya, maka akan didapatkan hasil berikut.

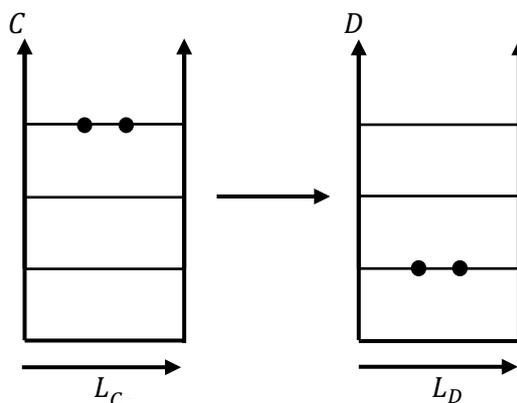
$$U_C = \left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 \frac{E_1 e^{-\beta \hbar E_1} + E_2 e^{-\beta \hbar E_2} + E_3 e^{-\beta \hbar E_3} + E_4 e^{-\beta \hbar E_4} + E_5 e^{-\beta \hbar E_5} + E_6 e^{-\beta \hbar E_6}}{e^{-\beta \hbar E_1} + e^{-\beta \hbar E_2} + e^{-\beta \hbar E_3} + e^{-\beta \hbar E_4} + e^{-\beta \hbar E_5} + e^{-\beta \hbar E_6}}$$

Dengan melakukan permisalan yang sama pada Persamaan (3.15), maka nilai U_C dapat disederhanakan menjadi

$$U_C = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_C^2}\right) \frac{q + \frac{5}{2} q^{5/2} + 4q^4 + 5q^5 + \frac{13}{2} q^{13/2} + 9q^9}{q + q^{5/2} + q^4 + q^5 + q^{13/2} + q^9} \quad (3.16)$$

3.2.1.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)

Ketika proses ekspansi isokhorik berlangsung, sistem mengalami penurunan temperatur yang menyebabkan keadaan sistem menurun dari keadaan tertinggi dan kembali ke keadaan dasar. Penurunan temperatur ini disebabkan oleh sebagian kalor dialirkan keluar sistem. Selama proses terjadi, lebar kotak potensial tetap berada di titik $L_C = L_D$.



Gambar 3.6. Keadaan sistem ketika proses ekspansi isokhorik pada tahap $C \rightarrow D$

Berdasarkan Persamaan (3.3), persamaan energi internal sistem selama proses ini berlangsung adalah

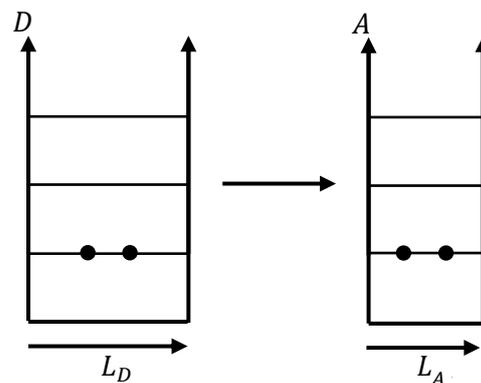
$$U_D = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_c$$

Dengan menggunakan metode yang sama pada tahap $A \rightarrow B$, kemudian mensubstitusikan nilai energi eigen dan memisalkan $e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mkT_c L_D^2}} = p$ maka didapatkan hasil berikut.

$$U_D = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_D^2} \right) \frac{p + \frac{5}{2} p^{5/2} + 4p^4 + 5p^5 + \frac{13}{2} p^{13/2} + 9p^9}{p + p^{5/2} + p^4 + p^5 + p^{13/2} + p^9} \quad (3.17)$$

3.2.1.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)

Ketika proses kompresi adiabatik berlangsung, lebar kotak potensial menyusut dari L_D ke L_A . Dalam prosesnya, tidak ada aliran kalor yang terjadi antara sistem dengan lingkungan sehingga probabilitas tingkat keadaan sistem tetap berada di keadaan dasar.



Gambar 3.7. Keadaan sistem ketika proses kompresi adiabatik pada tahap $D \rightarrow A$

Berdasarkan Persamaan (3.4), persamaan energi internal pada tahap ini adalah

$$U_A = \left(\frac{L_D}{L_A}\right)^2 U_D$$

Dengan mensubstitusikan nilai energi internal di tahap C \rightarrow D pada Persamaan (3.17), maka

$$U_A = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_A^2}\right) \frac{p + \frac{5}{2}p^{5/2} + 4p^4 + 5p^5 + \frac{13}{2}p^{13/2} + 9p^9}{p + p^{5/2} + p^4 + p^5 + p^{13/2} + p^9} \quad (3.17)$$

3.2.1.5 Kerja

Kerja yang dihasilkan oleh mesin Otto kuantum diberikan oleh Persamaan (3.6), yaitu

$$W = Q_h - Q_c$$

Jika mensubstitusikan Persamaan (3.5a) dan (3.5b) pada persamaan di atas, maka persamaan kerja mesin Otto kuantum dapat disederhanakan menjadi

$$W = \left(U_B - \left(\frac{L_D}{L_A}\right)^2 U_D \right) - \left(\left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 U_B - U_D \right)$$

Di mana $L_A = L_B = L_1$ dan $L_C = L_D = L_2$, lalu $L_2/L_1 = \alpha$ maka persamaan menjadi

$$W = (U_B - \alpha^2 U_D) - \left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D \right) \quad (3.18)$$

Dengan memasukkan hasil yang diperoleh untuk nilai energi internal di titik B dan D, maka kerja sistem adalah

$$\begin{aligned} W &= (U_B - \alpha^2 U_D) - \left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) U_B - (\alpha^2 - 1) U_D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(1 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\alpha^2} \right) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2} \right) \frac{q + \frac{5}{2}q^{5/2} + 4q^4 + 5q^5 + \frac{13}{2}q^{13/2} + 9q^9}{q + q^{5/2} + q^4 + q^5 + q^{13/2} + q^9} \\
&\quad - (\alpha^2 \\
&\quad - 1) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2} \right) \frac{p + \frac{5}{2}p^{5/2} + 4p^4 + 5p^5 + \frac{13}{2}p^{13/2} + 9p^9}{p + p^{5/2} + p^4 + p^5 + p^{13/2} + p^9} \quad (3.19)
\end{aligned}$$

3.2.1.6 Efisiensi

Setelah menghitung semua energi internal sistem disepanjang siklus Otto kuantum, maka dapat dihitung efisiensi dengan mengikuti Persamaan (3.7), di mana kerja sistem telah diketahui di Persamaan (3.18).

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{W}{Q_h} \\
&= \frac{(U_B - \alpha^2 U_D) - \left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D \right)}{(U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{\left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D \right)}{(U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{(U_B - \alpha^2 U_D)}{\alpha^2 (U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \\
&= 1 - \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

3.2.1.7 Daya

Secara umum, daya pada mesin panas Otto kuantum diberikan oleh persamaan daya berikut.

$$P = \frac{W}{\tau} \quad (3.20)$$

Di mana P merupakan daya, W adalah kerja total yang dihasilkan sistem, dan τ adalah waktu yang dibutuhkan selama proses dalam satu siklus. τ didapatkan dari hubungan kuantitas kecepatan yang merupakan rasio antara perubahan lebar kotak potensial selama satu siklus dengan waktu yang dibutuhkan selama satu siklus. Kuantitas τ dapat dirumuskan dengan persamaan berikut.

$$\tau = \frac{L}{v}$$

Di mana L adalah perubahan total lebar kotak potensial dan v merupakan kecepatan. Perubahan lebar kotak potensial selama satu siklus adalah

$$L_{total} = (L_B - L_A) + (L_C - L_B) + (L_D - L_C) + (L_D - L_A)$$

Di mana $L_A = L_B = L_1$ dan $L_C = L_D = L_2$, sehingga

$$\begin{aligned} L_{total} &= 0 + (L_2 - L_1) + 0 + (L_2 - L_1) \\ &= 2(L_2 - L_1) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Sehingga persamaan waktu rata-rata menjadi

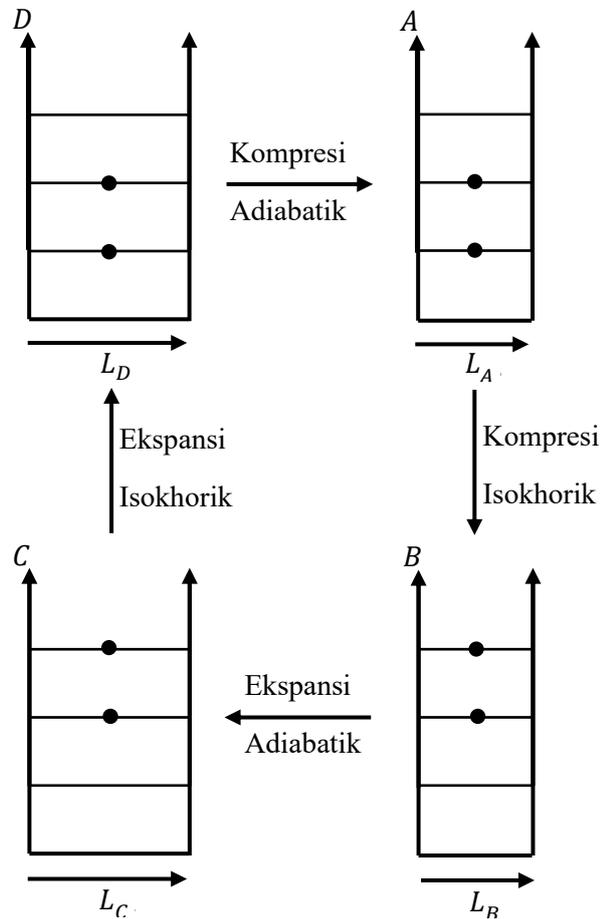
$$\tau = \frac{2(L_2 - L_1)}{v} \quad (3.22)$$

Lalu memasukkan kerja pada Persamaan (3.19) pada persamaan daya di atas, maka didapatkan

$$\begin{aligned} P &= \frac{v \left[\left(1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2\right) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2}\right) \frac{q + \frac{5}{2}q^{5/2} + 4q^4 + 5q^5 + \frac{13}{2}q^{13/2} + 9q^9}{q + q^{5/2} + q^4 + q^5 + q^{13/2} + q^9} \right]}{2(L_2 - L_1)} \\ &+ \frac{v \left[(1 - \alpha^2) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2}\right) \frac{p + \frac{5}{2}p^{5/2} + 4p^4 + 5p^5 + \frac{13}{2}p^{13/2} + 9p^9}{p + p^{5/2} + p^4 + p^5 + p^{13/2} + p^9} \right]}{2(L_2 - L_1)} \end{aligned}$$

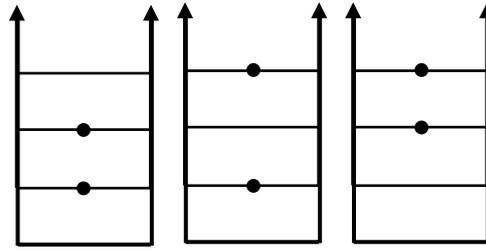
3.2.2 Partikel Anti-Simetris

Partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi yang diberikan siklus Otto akan berperilaku seperti ilustrasi berikut ini.



Gambar 3.8. Ilustrasi partikel anti-simetris dalam kotak potensial selama siklus Otto kuantum

Sedangkan konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat keadaan mengikuti statistika Fermi-Dirac seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi menghasilkan tiga skenario seperti berikut.



Gambar 3.9. Skenario konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi

Persamaan gelombang untuk partikel anti-simetris diambil pada Persamaan (2.49), di mana

$$\psi_{-}(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)]$$

Sehingga dapat dicari nilai energi eigen berdasarkan konfigurasi dua partikel anti-simetris dan persamaan gelombang tersebut. Sehingga

Tabel 3.2. Nilai energi eigen untuk konfigurasi dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat energi

No.	Eigen-state	Energi eigen
1.	$\psi_1 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_1 = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
2.	$\psi_2 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_2 = \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$
3.	$\psi_3 = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L}\right) - \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \right\}$	$E_3 = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

Seperti fungsi partisi untuk dua partikel simetris pada tiga tingkat energi, fungsi partisi dua partikel anti-simetris dengan sistem yang sama adalah

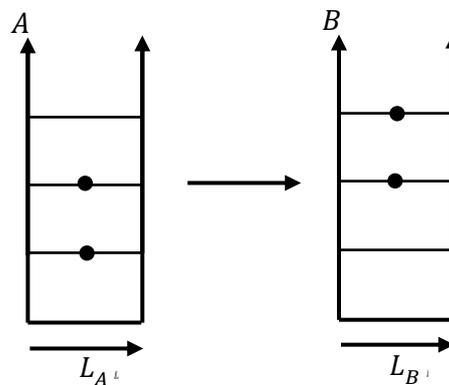
$$Z_i = \sum_{a=1}^3 e^{-\beta_i E_a} \quad (3.23)$$

Di mana i adalah kondisi ketika kalor masuk h atau kalor keluar c . Karena partikel anti-simetris mematuhi larangan Pauli, maka setiap tingkat energi hanya boleh diisi maksimal oleh satu partikel anti-simetris.

Dengan demikian, maka perhitungan nilai energi internal sistem dua partikel anti-simetris pada tiga tingkat keadaan dapat dilakukan.

3.2.2.1 Tahap $A \rightarrow B$ (Proses Kompresi Isokhorik)

Mirip dengan sistem partikel simetris, sistem partikel anti-simetris ketika siklus berada di titik A , sistem berada pada keadaan dasarnya dan probabilitas tingkat keadaan sistem adalah 100%. Ketika siklus bergerak ke titik B , sistem menerima kalor dari luar sistem sehingga menyebabkan tingkat keadaan sistem mulai berubah ke keadaan tertinggi. Selama proses terjadi, lebar kotak potensial tetap berada di titik $L_A = L_B$.



Gambar 3. 10. Keadaan sistem ketika proses kompresi isokhorik pada tahap $A \rightarrow B$

Berdasarkan Persamaan (3.1), persamaan energi internal sistem pada tahap ini diberikan oleh

$$U_B = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_h$$

Lalu sisi kanan diturunkan terlebih dahulu untuk menghilangkan $\ln Z_h$, dengan menggunakan aturan rantai seperti pada Persamaan (3.12). Kemudian

disubstitusikan fungsi partisi yang didefinisikan pada Persamaan (3.23), sehingga

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Z_h}{\partial \beta_h} &= \frac{\partial}{\partial \beta_h} \left(\sum_{a=1}^3 e^{-\beta_h E_a} \right) \\
 &= \sum_{a=1}^3 \frac{\partial}{\partial \beta_h} e^{-\beta_h E_a} \\
 &= - \sum_{a=1}^3 E_a e^{-\beta_h E_a}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Langkah selanjutnya adalah mensubstitusikan kembali persamaan tersebut ke dalam Persamaan (3.12)

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln Z_h &= \frac{1}{Z_h} \sum_{a=1}^3 E_a e^{-\beta_h E_a} \\
 &= \frac{\sum_{a=1}^3 E_a e^{-\beta_h E_a}}{\sum_{a=1}^3 e^{-\beta_h E_a}} \\
 U_B &= \frac{\sum_{a=1}^3 E_a e^{-\beta_h E_a}}{\sum_{a=1}^3 e^{-\beta_h E_a}}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Dengan demikian, berdasarkan persamaan di atas maka nilai energi internal sistem di titik B adalah

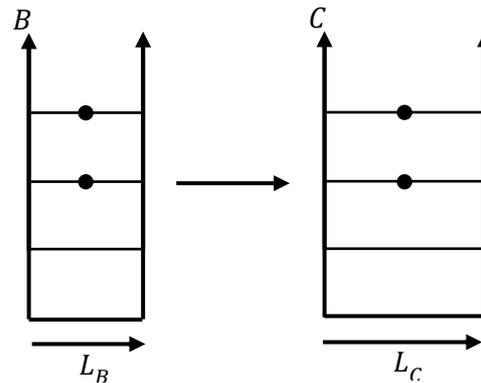
$$U_B = \frac{E_1 e^{-\beta_h E_1} + E_2 e^{-\beta_h E_2} + E_3 e^{-\beta_h E_3}}{e^{-\beta_h E_1} + e^{-\beta_h E_2} + e^{-\beta_h E_3}} \tag{3.26}$$

Dengan mensubstitusikan nilai energi eigen pada Tabel 3.1 dan melakukan permisalan untuk $e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{m k T_h L_B^2}} = q$, maka nilai U_B adalah

$$U_B = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_B^2} \right) \frac{5 q^{5/2} + 5 q^5 + \frac{13}{2} q^{13/2}}{q^{5/2} + q^5 + q^{13/2}} \tag{3.27}$$

3.2.2.2 Tahap $B \rightarrow C$ (Proses Ekspansi Adiabatik)

Ketika berada di tahap ini, sistem tidak ada aliran kalor yang masuk atau keluar sistem. Sepanjang tahap $B \rightarrow C$, tingkat keadaan sistem tetap berada di titik tertinggi. Lebar kotak potensial bertambah dari L_B ke L_C .



Gambar 3.11. Keadaan sistem ketika proses ekspansi adiabatik pada tahap $B \rightarrow C$

Berdasarkan Persamaan (3.2), pada proses ini persamaan energi internal sistem adalah

$$U_C = \left(\frac{L_B}{L_C}\right)^2 U_B$$

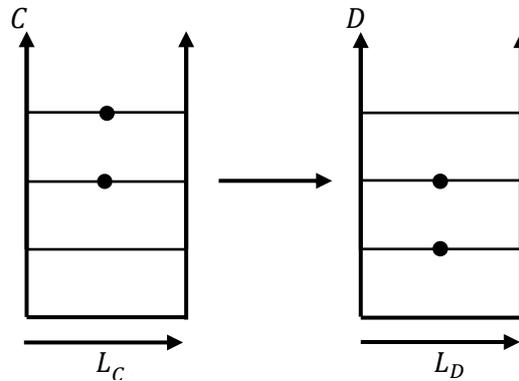
Jika mensubstitusikan nilai U_B pada perhitungan sebelumnya, maka akan didapatkan hasil berikut.

$$U_C = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_C^2}\right) \frac{\frac{5}{2} q^{5/2} + 5q^5 + \frac{13}{2} q^{13/2}}{q^{5/2} + q^5 + q^{13/2}} \quad (3.28)$$

3.2.2.3 Tahap $C \rightarrow D$ (Proses Ekspansi Isokhorik)

Ketika proses ekspansi isokhorik berlangsung, sistem mengalami penurunan temperatur yang menyebabkan keadaan sistem menurun dari keadaan tertinggi dan kembali ke keadaan dasar. Penurunan temperatur ini

disebabkan oleh sebagian kalor dialirkan keluar sistem. Selama proses terjadi, lebar kotak potensial tetap berada di titik $L_C = L_D$.



Gambar 3.12. Keadaan sistem ketika proses ekspansi isokhorik pada tahap $C \rightarrow D$

Berdasarkan Persamaan (3.3), persamaan energi internal sistem selama proses ini berlangsung adalah

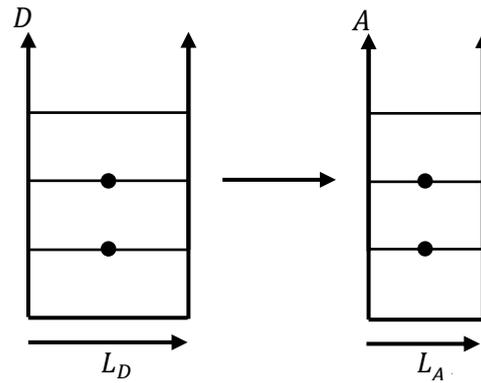
$$U_D = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_C$$

Dengan menggunakan metode yang sama pada tahap $A \rightarrow B$ dan melakukan permisalan untuk $e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{m k T_c L_D^2}} = p$ maka didapatkan hasil berikut.

$$U_D = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_D^2} \right) \frac{\frac{5}{2} p^{5/2} + 5 p^5 + \frac{13}{2} p^{13/2}}{p^{5/2} + p^5 + p^{13/2}} \quad (3.29)$$

3.2.2.4 Tahap $D \rightarrow A$ (Proses Kompresi Adiabatik)

Ketika proses kompresi adiabatik berlangsung, lebar kotak potensial menyusut dari L_D ke L_A . Dalam prosesnya, tidak ada aliran kalor yang terjadi antara sistem dengan lingkungan sehingga probabilitas tingkat keadaan sistem tetap berada di keadaan dasar.



Gambar 3.13. Keadaan sistem ketika proses kompresi adiabatik pada tahap $D \rightarrow A$

Berdasarkan Persamaan (3.4), persamaan energi internal pada tahap ini adalah

$$U_A = \left(\frac{L_D}{L_A}\right)^2 U_D$$

Dengan mensubstitusikan nilai energi internal di tahap $C \rightarrow D$ pada Persamaan (3.29), maka

$$U_A = \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_A^2}\right) \frac{\frac{5}{2} p^{5/2} + 5p^5 + \frac{13}{2} p^{13/2}}{p^{5/2} + p^5 + p^{13/2}} \quad (3.30)$$

3.2.2.5 Kerja

Pada dasarnya, kerja yang sistem dua partikel anti-simetris ditentukan juga oleh Persamaan (3.18). Kemudian dengan mensubstitusikan energi internal yang telah diketahui ke Persamaan (3.18) maka didapatkan

$$\begin{aligned} W &= (U_B - \alpha^2 U_D) - \left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) U_B - (\alpha^2 - 1) U_D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2}\right) \frac{\frac{5}{2}q^{5/2} + 5q^5 + \frac{13}{2}q^{13/2}}{q^{5/2} + q^5 + q^{13/2}} \\
&\quad - (\alpha^2 \\
&\quad - 1) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2}\right) \frac{\frac{5}{2}p^{5/2} + 5p^5 + \frac{13}{2}p^{13/2}}{p^{5/2} + p^5 + p^{13/2}} \quad (3.31)
\end{aligned}$$

3.2.2.6 Efisiensi

Setelah menghitung semua energi internal sistem disepanjang siklus Otto kuantum, maka dapat dihitung efisiensi dengan mengikuti Persamaan (3.7), di mana kerja sistem telah diketahui di Persamaan (3.18).

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{W}{Q_H} \\
&= \frac{(U_B - \alpha^2 U_D) - \left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D\right)}{(U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{\left(\frac{1}{\alpha^2} U_B - U_D\right)}{(U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{(U_B - \alpha^2 U_D)}{\alpha^2 (U_B - \alpha^2 U_D)} \\
&= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \\
&= 1 - \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 \quad (3.32)
\end{aligned}$$

3.2.2.7 Daya

Persamaan daya mesin panas Otto kuantum berbasis dua partikel anti-simetris diberikan oleh persamaan daya yang sama dengan sistem dua partikel simetris pada Persamaan (3.20), yaitu

$$P = \frac{W}{\tau}$$

Di mana P merupakan daya, W adalah kerja total yang dihasilkan sistem, dan τ adalah waktu yang dibutuhkan selama proses dalam satu siklus. τ didapatkan dari hubungan kuantitas kecepatan yang merupakan rasio antara perubahan lebar kotak potensial selama satu siklus dengan waktu yang dibutuhkan selama satu siklus. Kuantitas τ dapat dirumuskan dengan persamaan berikut.

$$\tau = \frac{L}{v}$$

Di mana L adalah perubahan total lebar kotak potensial dan v merupakan kecepatan. Perubahan lebar kotak potensial selama satu siklus adalah

$$L_{total} = (L_B - L_A) + (L_C - L_B) + (L_D - L_C) + (L_D - L_A)$$

Di mana $L_A = L_B = L_1$ dan $L_C = L_D = L_2$, sehingga

$$\begin{aligned} L_{total} &= 0 + (L_2 - L_1) + 0 + (L_2 - L_1) \\ &= 2(L_2 - L_1) \end{aligned}$$

Sehingga persamaan waktu rata-rata menjadi

$$\tau = \frac{2(L_2 - L_1)}{v}$$

Lalu memasukkan kerja pada Persamaan (3.31) pada persamaan daya di atas, maka didapatkan

$$\begin{aligned} P &= \frac{v \left[\left(1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2\right) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2}\right) \frac{5q^{5/2} + 5q^5 + \frac{13}{2}q^{13/2}}{q^{5/2} + q^5 + q^{13/2}} \right]}{2(L_2 - L_1)} \\ &+ \frac{v \left[(1 - \alpha^2) \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2}\right) \frac{5p^{5/2} + 5p^5 + \frac{13}{2}p^{13/2}}{p^{5/2} + p^5 + p^{13/2}} \right]}{2(L_D - L_B)} \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.3 Sistem Dua Partikel dalam Tingkat Energi $N > 3$

Prinsip sistem dua partikel N -tingkat energi hampir sama dengan prinsip sistem dua partikel $N \leq 3$ tingkat energi. Perbedaan antara kedua sistem tersebut terletak pada lebih kompleksnya sistem dua partikel dalam tingkat energi $N > 3$. Untuk memulai pembahasan pada sistem ini, perlu diketahui bahwa fungsi partisi sistem dua partikel adalah

$$Z^S = \sum_{a=1}^{\infty} \sum_{b=a}^{\infty} e^{-\beta_i(E_a+E_b)} \quad (3.34)$$

untuk partikel simetris, dan

$$Z^{aS} = \sum_{a=1}^{\infty-1} \sum_{b=a+1}^{\infty} e^{-\beta_i(E_a+E_b)} \quad (3.35)$$

untuk partikel anti-simetris.

Perbedaan antara kedua fungsi partisi di dalam Persamaan (3.34) dan (3.35) dipengaruhi oleh statistika yang berlaku terhadap partikel substansi kerja. Jika pada partikel simetris, sifat statistik yang berlaku adalah statistik Bose-Einstein yang menyatakan bahwa suatu tingkat energi boleh ditempati oleh satu atau lebih partikel boson (simetris). Sedangkan pada partikel anti-simetris, sifat statistik yang berlaku adalah statistik Fermi-Dirac yang memenuhi prinsip larangan Paulli. Prinsip larangan Paulli mengakibatkan bahwa partikel fermion (anti-simetris) tidak dapat menempati satu tingkat energi yang sama. Oleh karena itu, dari perbedaan statistika partikel tersebut maka didapatkan kedua fungsi partisi di atas.

Setelah mengetahui perbedaan antara kedua fungsi partisi, pembahasan dilanjutkan dengan membaginya berdasarkan jenis partikel identik substansi kerja sebagai berikut.

3.3.1 Partikel Simetris

Untuk menghitung efisiensi dan daya sistem dua partikel simetris pada N -tingkat keadaan dapat mengikuti cara seperti sistem dua partikel simetris pada tiga tingkat keadaan. Fungsi partisi untuk sistem ini ditunjukkan oleh Persamaan (3.34), yaitu

$$Z^S = \sum_{a=1}^{\infty} \sum_{b=a}^{\infty} e^{-\beta_i(E_a+E_b)}$$

Untuk memudahkan perhitungan, fungsi partisi pada Persamaan (3.34) diubah ke dalam bentuk yang lebih sederhana. Pada kasus dua partikel simetris dalam kotak potensial satu dimensi, fungsi partisi dinyatakan dalam bentuk yang mirip pada kasus partikel dalam potensial harmonik. Pada potensial kotak satu dimensi, energi tingkat ke a diberikan oleh

$$E_a = \frac{a^2 \hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \quad (3.36)$$

Sedangkan pada potensial harmonik, energi tingkat ke n adalah

$$E_a = a\hbar\omega \quad (3.37)$$

Di mana $a = 0, 1, 2, \dots$

Dengan cara mensubstitusikan parameter pada potensial harmonik ke dalam potensial kotak satu dimensi, maka fungsi partisi menjadi

$$Z_i^S = \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{b=0}^{\infty} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}(a+b)} \quad (3.38)$$

Batas bawah pada persamaan berubah sebab pada potensial harmonik, tingkat energi terendah adalah tingkat ke nol. Setelah itu, fungsi partisi yang merupakan fungsi sumasi diubah ke dalam bentuk deret geometri. Pengubahan fungsi partisi ke dalam bentuk deret pada kasus dua partikel simetris jauh lebih kompleks jika dibandingkan pada kasus partikel simetris tunggal. Pada kasus

partikel simetris tunggal, dengan memisalkan $e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}} = x$ maka fungsi partisi untuk sistem partikel simetris tunggal menjadi

$$Z_i^s = \sum_{a=0}^{\infty} x^a \quad (3.39)$$

Kemudian diubah ke dalam bentuk deret geometri sehingga

$$\begin{aligned} Z_i^s &= \sum_{a=0}^{\infty} x^a \\ &= x^0 + x^1 + x^2 + \dots \\ &= 1 + x^1 + x^2 + \dots \\ &= \frac{1}{1-x} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Lalu dikembalikan permisalan $e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_h}} = x$ sehingga

$$Z_i^s = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_h}}} \quad (3.41)$$

Langkah berikutnya adalah mengembalikan substitusi parameter potensial kotak ke dalam persamaan tersebut

$$Z_i^s = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2kT_h}}} \quad (3.42)$$

Pada kasus sistem dua partikel simetris, fungsi partisi sebagaimana yang telah ditunjukkan pada Persamaan (3.38) adalah

$$Z_i^s = \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{b=0}^{\infty} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}(a+b)}$$

Untuk mengubah fungsi partisi tersebut ke dalam bentuk deret geometri, perlu membagi bagaimana perilaku dua partikel simetris di dalam potensial harmonik. Terdapat dua kasus, yakni

- $a = b$, kedua partikel simetris berada pada tingkat energi yang sama.

- $a \neq b$, kedua partikel simetris berada pada tingkat energi yang berbeda.

a. Kasus $a = b$

Fungsi partisi untuk kasus $a = b$ adalah

$$Z_i^S_{a=b} = \sum_{a=0}^{\infty} e^{-\frac{2a\hbar\omega}{kT_i}} \quad (3.43)$$

Dengan mengubah fungsi partisi di atas ke dalam bentuk deret geometri, maka didapatkan

$$Z_i^S_{a=b} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} \quad (3.44)$$

b. Kasus $a \neq b$

Fungsi partisi untuk kasus $a \neq b$ adalah

$$Z_i^S_{a \neq b} = \sum_{a=0}^{\infty} \sum_{b=a+1}^{\infty} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}(a+b)} \quad (3.45)$$

Juga dapat dituliskan sebagai

$$Z_i^S_{a \neq b} = \sum_{a=0}^{\infty} e^{-\frac{a\hbar\omega}{kT_i}} \sum_{b=a+1}^{\infty} e^{-\frac{b\hbar\omega}{kT_i}} \quad (3.46)$$

Di mana kita menganggap $a < b$. Pertama, kita selesaikan penjumlahan dalam b

$$\sum_{b=a+1}^{\infty} e^{-\frac{b\hbar\omega}{kT_i}} = \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}(a+1)}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \quad (3.47)$$

Kemudian substitusikan persamaan tersebut ke Persamaan (3.46), sehingga

$$Z_i^S_{a \neq b} = \sum_{a=0}^{\infty} e^{-\frac{a\hbar\omega}{kT_i}} \left(\frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}(a+1)}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \right)$$

$$= \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \sum_{a=0}^{\infty} e^{-\frac{2a\hbar\omega}{kT_i}}$$

Di mana $\sum_{a=0}^{\infty} e^{-\frac{2a\hbar\omega}{kT_i}}$ telah diketahui.

$$Z_{i\ a \neq b}^S = \left(\frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \left(\frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \quad (3.48)$$

Langkah terakhir adalah menggabungkan kedua fungsi partisi untuk dua kasus berbeda, maka didapatkan hasil berikut.

$$\begin{aligned} Z_{i\ total}^S &= Z_{i\ a=b}^S + Z_{i\ a \neq b}^S \\ &= \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} + \left(\frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \left(\frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} \left(1 + \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT_i}}} \left(\frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}}} \right) \\ &= \frac{1}{\left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}} \right)^2 \left(1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT_i}} \right)} \end{aligned}$$

Dengan mengembalikan substitusi parameter potensial harmonik ke potensial kotak satu dimensi, maka didapatkan hasil akhir

$$Z_{i\ total}^S = \frac{1}{\left(1 + e^{-\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2kT_i}} \right) \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2kT_i}} \right)^2} \quad (3.49)$$

Kemudian dihitunglah nilai energi internal di setiap proses pada siklus Otto kuantum. Nilai energi internal di titik B adalah

$$U_B = -\frac{\partial}{\partial \beta_H} \ln Z_h$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln \left[\frac{1}{\left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right) \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)^2} \right] \\
&= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \left[\ln \left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)^{-1} \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)^{-2} \right] \\
&= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \left[\ln \left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)^{-1} \right. \\
&\quad \left. + \ln \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)^{-2} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln \left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right) \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial \beta_h} 2 \ln \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}}\right)
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Di mana $\beta_h = \frac{1}{kT_h}$ dan $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2}$

$$\begin{aligned}
U_B &= \frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln(1 + e^{-\beta_h E}) + \frac{\partial}{\partial \beta_h} 2 \ln(1 - e^{-\beta_h E}) \\
&= -\frac{E e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} + \frac{2E e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} \\
&= E \left(\frac{2e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} \right) \\
&= E \left(\frac{2e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} \right)
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Apabila diumpamakan $\beta_h E = x$, maka suku di dalam kurung dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{2e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} &= \frac{2e^{-x}}{1 - e^{-x}} - \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} \\
&= \frac{2e^{-x}(1 + e^{-x}) - e^{-x}(1 - e^{-x})}{(1 - e^{-x})(1 + e^{-x})}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{-x} + 3e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})} \\
&= \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} + \frac{3e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})} \quad (3.52)
\end{aligned}$$

Untuk suku pertama pada Persamaan (3.52), dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} &= \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} \times \frac{e^x}{e^x} \\
&= \frac{1}{(e^x - e^{-x})}
\end{aligned}$$

Di mana

$$\begin{aligned}
\frac{(e^x - e^{-x})}{2} &= \sinh x \\
\frac{(e^x + e^{-x})}{2} &= \cosh x
\end{aligned}$$

sehingga

$$\frac{2}{(e^x - e^{-x})} = \operatorname{csch} x$$

Maka

$$\begin{aligned}
\frac{1}{(e^x - e^{-x})} &= \frac{1}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{2}{2} \\
&= \frac{2}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{csch} x \quad (3.52a)
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk suku kedua disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{3e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})} &= \frac{3e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})} \times \frac{e^x}{e^x} \\
&= \frac{3e^{-x}}{(e^x - e^{-x})}
\end{aligned}$$

Di mana

$$\frac{2e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} = \operatorname{coth} x - 1$$

Maka

$$\begin{aligned}
\frac{3e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} &= \frac{3e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{2}{2} \\
&= \frac{2e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{3}{2} \\
&= \frac{3}{2} \coth x - \frac{3}{2}
\end{aligned} \tag{3.52b}$$

Dengan demikian, dengan mensubstitusikan Persamaan (3.52a) dan (3.52b) maka Persamaan (3.51) dapat disederhanakan menjadi

$$U_B = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_B^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) - 3 \right]$$

Berdasarkan nilai energi internal di titik B , maka nilai energi internal di titik C adalah

$$\begin{aligned}
U_C &= \left(\frac{L_B}{L_C} \right)^2 U_B \\
&= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_C^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) - 3 \right]
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Kemudian, nilai energi internal di titik D memiliki bentuk yang mirip dengan nilai U_B tetapi dengan sedikit perbedaan di mana $\beta_C = \frac{1}{kT_c}$, sehingga

$$U_D = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_D^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) - 3 \right] \tag{3.54}$$

Dan nilai energi internal di titik A adalah

$$\begin{aligned}
U_A &= \left(\frac{L_D}{L_A} \right)^2 U_D \\
&= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_A^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) - 3 \right]
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Dengan demikian dapat dihitung kerja sistem

$$\begin{aligned}
W &= Q_h - Q_c \\
&= (U_B - U_A) - (U_C - U_D)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(1 - \frac{L_B^2}{L_C^2}\right) U_B + \left(1 - \frac{L_D^2}{L_A^2}\right) U_D \\
&= \left(1 - \frac{L_B^2}{L_C^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_B^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}\right) + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}\right) - 3 \right] \\
&\quad + \left(1 - \frac{L_D^2}{L_A^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_D^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c}\right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c}\right) - 3 \right] \\
&= \left(1 - \frac{L_B^2}{L_C^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_B^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}\right) + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h}\right) - 3 \right] \\
&\quad + \left(1 - \frac{L_D^2}{L_A^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_D^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c}\right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c}\right) - 3 \right]
\end{aligned}$$

Karena $L_A = L_B = L_1$ dan $L_C = L_D = L_2$ maka

$$\begin{aligned}
&= \left(1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) - 3 \right] \\
&\quad + \left(1 - \frac{L_2^2}{L_1^2}\right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) - 3 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) - 3 \right] \\
&\quad - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) - 3 \right] \\
&\quad + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) - 3 \right] \\
&\quad - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) - 3 \right] \\
&= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) \right. \\
&\quad \left. - 3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right. \\
&\quad \left. - \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right] \\
&\quad - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) - 3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right. \\
&\quad \left. - \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right] \tag{3.56}
\end{aligned}$$

Tanpa menguraikan persamaan kalor pada efisiensi kerja sistem didapatkan hasil berdasarkan Persamaan (3.7), yaitu

$$\eta = 1 - \frac{L_1^2}{L_2^2} \tag{3.57}$$

Daya sistem adalah

$$\begin{aligned}
P &= \frac{v \left[\left(U_B - \left(\frac{L_D}{L_A} \right)^2 U_D \right) - \left(\left(\frac{L_B}{L_C} \right)^2 U_B - U_D \right) \right]}{2(L_D - L_B)} \\
&= \frac{v \hbar^2 \pi^2}{4(L_2 - L_1) m L_1^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_1^2 k T_h} \right) \right. \\
&\quad + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_1^2 k T_h} \right) - 3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_2^2 k T_c} \right) \\
&\quad \left. - \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_2^2 k T_c} \right) \right] \\
&\quad - \frac{v \hbar^2 \pi^2}{4(L_2 - L_1) m L_2^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_1^2 k T_h} \right) \right. \\
&\quad + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_1^2 k T_h} \right) - 3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_2^2 k T_c} \right) \\
&\quad \left. - \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{m L_2^2 k T_c} \right) \right] \tag{3.58}
\end{aligned}$$

3.3.2 Partikel Anti-Simetris

Fungsi partisi sistem dua partikel anti-simetris di tingkat keadaan $N > 3$ adalah

$$Z^{as} = \sum_{a=1}^{\infty-1} \sum_{b=a+1}^{\infty} e^{-\beta_i(E_a + E_b)}$$

Mengikuti cara yang digunakan pada sistem partikel simetris, maka perlu mengubah fungsi partisi di atas ke dalam bentuk yang lebih sederhana. Perlu diingat bahwa fungsi partisi dipengaruhi oleh distribusi partikel, di mana untuk partikel anti-simetris terdapat prinsip eksklusi Pauli yang mengharuskan setiap partikel anti-simetris menempati tingkat keadaan yang berbeda. Oleh karena itu, penyederhanaan fungsi partisi partikel anti-simetris mirip dengan penyederhanaan fungsi partisi partikel simetris pada kasus dua partikel menempati tingkat energi yang berbeda, yaitu

$$Z_i^{as} = \frac{e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_i}}}{\left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_i}}\right) \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_i}}\right)^2}$$

Kemudian dihitung nilai energi internal sistem di titik B, di mana

$$\begin{aligned} U_B &= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln Z_h \\ &= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln \left[\frac{e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}}}{\left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}}\right) \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}}\right)^2} \right] \\ &= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \left[\ln \left(e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}} \right) \left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}}\right)^{-1} \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}}\right)^{-2} \right] \\ &= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln \left(e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln \left(1 + e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \beta_h} 2 \ln \left(1 - e^{-\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2 kT_h}} \right) \end{aligned}$$

Di mana $\beta_h = \frac{1}{kT_h}$ dan $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{mL^2}$

$$\begin{aligned} U_B &= -\frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln(e^{-\beta_h E}) + \frac{\partial}{\partial \beta_h} \ln(1 + e^{-\beta_h E}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \beta_h} 2 \ln(1 - e^{-\beta_h E}) \\ &= \left(E + \frac{2E e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{E e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} \right) \\ &= E \left(1 + \frac{2e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} \right) \end{aligned} \tag{3.59}$$

Jika diumpamakan $\beta_h E = x$ dan suku di dalam kurung pada Persamaan (3.59) disederhanakan, maka didapatkan hasil berikut.

$$\begin{aligned}
1 + \frac{2e^{-\beta_h E}}{1 - e^{-\beta_h E}} - \frac{e^{-\beta_h E}}{1 + e^{-\beta_h E}} &= 1 + \frac{2e^{-x}}{1 - e^{-x}} - \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} \\
&= \frac{(1 - e^{-x})(1 + e^{-x})}{(1 - e^{-x})(1 + e^{-x})} \\
&\quad + \frac{2e^{-x}(1 + e^{-x})}{(1 - e^{-x})(1 + e^{-x})} \\
&\quad - \frac{e^{-x}(1 - e^{-x})}{(1 - e^{-x})(1 + e^{-x})} \\
&= \frac{1 + e^{-x} + 2e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})} \\
&= \frac{1}{(1 - e^{-2x})} + \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} \\
&\quad + \frac{2e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})}
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Di mana suku pertama pada Persamaan (3.60), dapat disederhanakan dengan mengikuti penyederhanaan berikut

$$\begin{aligned}
\frac{1}{(1 - e^{-2x})} &= \frac{1}{(1 - e^{-2x})} \times \frac{e^x}{e^x} \\
&= \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})}
\end{aligned}$$

Di mana

$$\frac{2e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} = \coth x + 1$$

Maka

$$\begin{aligned}
\frac{e^x}{(e^x - e^{-x})} &= \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{2}{2} \\
&= \frac{2e^x}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{2} \coth x + \frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{3.60a}$$

Lalu untuk suku kedua dapat mengikuti penyederhanaan

$$\frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} = \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-2x})} \times \frac{e^x}{e^x}$$

$$= \frac{1}{(e^x - e^{-x})}$$

Di mana

$$\frac{2}{(e^x - e^{-x})} = \operatorname{csch} x$$

Maka

$$\begin{aligned} \frac{1}{(e^x - e^{-x})} &= \frac{1}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{2}{2} \\ &= \frac{2}{(e^x - e^{-x})} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{csch} x \end{aligned} \quad (3.60b)$$

Dan suku terakhir disederhanakan menjadi

$$\frac{2e^{-x}}{(e^x - e^{-x})} = \operatorname{coth} x - 1 \quad (3.60c)$$

Sehingga energi internal di titik B dapat disederhanakan menjadi

$$U_B = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_B^2} \left[3 \operatorname{coth} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) \right] \quad (3.61)$$

Berdasarkan nilai energi internal di titik B , maka nilai energi internal di titik

C adalah

$$\begin{aligned} U_C &= \left(\frac{L_B}{L_C} \right)^2 U_B \\ &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_C^2} \left[3 \operatorname{coth} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.62)$$

Kemudian, nilai energi internal di titik D memiliki bentuk yang mirip

dengan nilai U_B tetapi dengan permisalan di mana $\beta_c = \frac{1}{kT_c}$, sehingga

$$U_D = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_D^2} \left[3 \operatorname{coth} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) \right] \quad (3.63)$$

Dan nilai energi internal di titik A adalah

$$U_A = \left(\frac{L_D}{L_A} \right)^2 U_D$$

$$= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_A^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) \right] \quad (3.64)$$

Dengan demikian dapat dihitung kerja sistem

$$\begin{aligned} W &= Q_h - Q_c \\ &= (U_B - U_A) - (U_C - U_D) \\ &= \left(1 - \frac{L_B^2}{L_C^2} \right) U_B + \left(1 - \frac{L_D^2}{L_A^2} \right) U_D \\ &= \left(1 - \frac{L_B^2}{L_C^2} \right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_B^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_B^2 kT_h} \right) \right] \\ &\quad + \left(1 - \frac{L_D^2}{L_A^2} \right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_D^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_D^2 kT_c} \right) \right] \end{aligned}$$

Karena $L_A = L_B = L_1$ dan $L_C = L_D = L_2$ maka

$$\begin{aligned} &= \left(1 - \frac{L_1^2}{L_2^2} \right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h} \right) \right] \\ &\quad + \left(1 - \frac{L_2^2}{L_1^2} \right) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_1^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) \right. \\
&\quad \left. - 3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) - \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) \right] \\
&\quad - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_2^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_1^2 kT_h}\right) - 3 \coth\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) \right. \\
&\quad \left. - \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{mL_2^2 kT_c}\right) \right] \tag{3.65}
\end{aligned}$$

Efisiensi kerja sistem ini sama dengan efisiensi kerja pada sistem partikel simetris, yakni

$$\eta = 1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}$$

Daya sistem adalah

$$P = \frac{v \left[\left(1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}\right) U_B + \left(1 - \frac{L_2^2}{L_1^2}\right) U_D \right]}{2(L_2 - L_1)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{v\hbar^2\pi^2}{4(L_2 - L_1)mL_1^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_1^2kT_h}\right) \right. \\
&\quad + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_1^2kT_h}\right) \\
&\quad - 3 \coth\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_2^2kT_c}\right) \\
&\quad \left. - \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_2^2kT_c}\right) \right] \\
&\quad - \frac{v\hbar^2\pi^2}{4(L_2 - L_1)mL_2^2} \left[3 \coth\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_1^2kT_h}\right) \right. \\
&\quad + \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_1^2kT_h}\right) \\
&\quad - 3 \coth\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_2^2kT_c}\right) \\
&\quad \left. - \operatorname{csch}\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{mL_2^2kT_c}\right) \right] \tag{3.66}
\end{aligned}$$

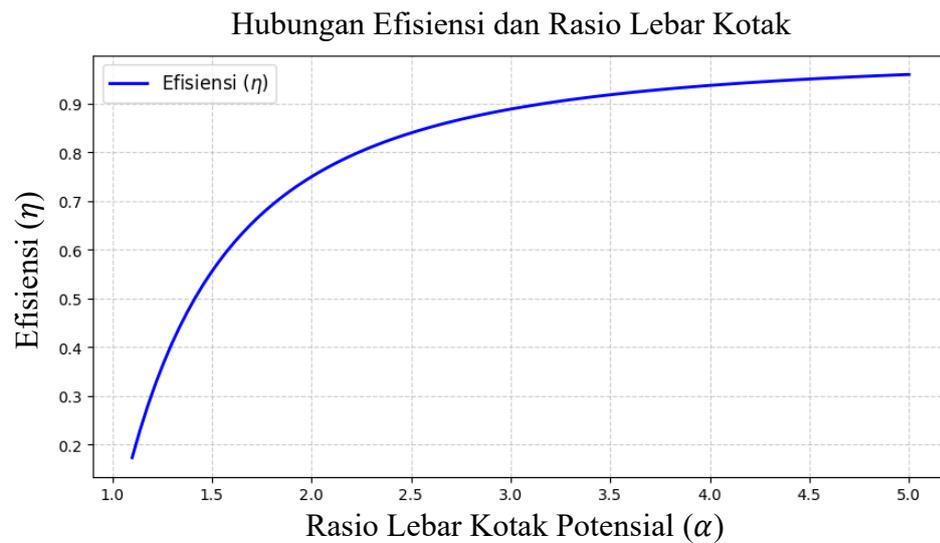
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Efisiensi Mesin Otto Kuantum

Efisiensi mesin Otto kuantum yang didapatkan dari beberapa sistem berbeda, sistem dua partikel simetri pada tiga tingkat energi, sistem dua partikel anti-simetri pada tiga tingkat energi, sistem dua partikel simetri pada $N > 3$ tingkat energi, dan sistem dua partikel anti-simetri pada $N > 3$ tingkat energi yang mana seluruh sistem menggunakan potensial partikel yang terperangkap dalam kotak potensial satu dimensi menunjukkan hasil yang sama, yakni efisiensi mesin Otto kuantum adalah $\eta = 1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}$ dan $\frac{L_2}{L_1} = \alpha$ merupakan rasio lebar kotak L_2 dan L_1 .

Hasil di atas menunjukkan bahwa efisiensi mesin Otto kuantum tidak bergantung kepada sifat kuantum partikel termasuk jenis partikel, jumlah partikel, ataupun jumlah tingkat energi sistem, akan tetapi bergantung kepada rasio lebar kotak potensialnya. Hasil perbandingan efisiensi mesin Otto kuantum tersebut juga mirip dengan efisiensi mesin Otto klasik, akan tetapi beberapa parameternya dianalogikan ke dalam besaran kuantum.

Seperti yang telah dijelaskan di atas, efisiensi mesin Otto kuantum hanya bergantung pada rasio lebar kotak potensial. Sehingga pengaruh rasio lebar kotak potensial terhadap besarnya efisiensi mesin Otto kuantum dapat diilustrasikan dengan grafik hubungan berikut.



Gambar 4.1. Grafik hubungan efisiensi mesin Otto kuantum dan rasio lebar kotak potensial.

Dari grafik di atas, dapat diambil kesimpulan bahwa efisiensi akan bernilai semakin besar seiring rasio lebar kotak α yang juga semakin besar. Begitu pula sebaliknya, jika rasio lebar kotak α semakin kecil maka nilai efisiensi menurun.

Sementara itu, sifat statistik partikel tidak berpengaruh kepada efisiensi mesin Otto kuantum. Hal ini berdasarkan pada penjelasan di mana jenis partikel dan jumlah partikel yang tidak mempengaruhi efisiensi. Jenis partikel yang digunakan sebagai substansi kerja pada penelitian ini berupa partikel identik. Di mana di dalam kaca mata fisika kuantum, partikel identik dapat dibedakan menjadi dua yaitu partikel simetri dan anti-simetri. Kedua jenis partikel identik tersebut hanya dapat dibedakan ketika terdapat dua atau lebih partikel yang sejenis. Oleh karena itu, digunakanlah dua partikel identik sebagai substansi kerja pada penelitian ini untuk membuktikan perbedaan antara kedua jenis partikel identik tersebut. Tetapi terlepas dari hal itu, efisiensi mesin Otto kuantum tidak dipengaruhi oleh jenis partikel maupun jumlahnya.

Adapun persamaan efisiensi mesin Otto kuantum yang bergantung kepada rasio lebar kotak potensial ini akurat terhadap hasil penelitian sebelumnya yang menggunakan siklus mesin Otto dengan potensial kotak satu dimensi namun dengan sistem partikel massless-boson tunggal. Hasil pada penelitian tersebut juga menyebutkan bahwa efisiensi mesin Otto kuantum hanya bergantung pada rasio lebar kotak potensial sebagaimana hasil yang didapatkan pada penelitian ini.

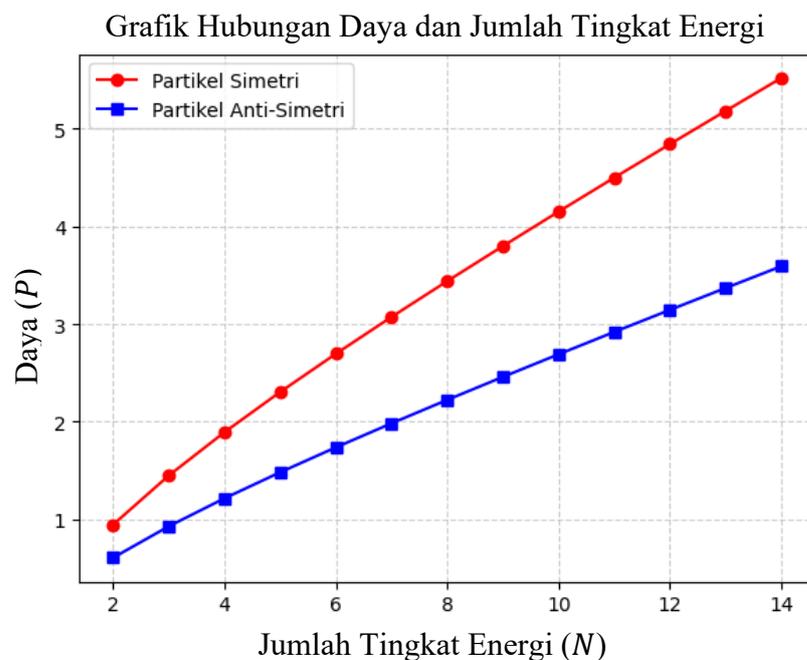
4.2 Daya Mesin Otto Kuantum

Dari beberapa persamaan daya yang telah didapatkan dari beberapa jenis sistem pada perhitungan di atas menunjukkan bahwa daya mesin Otto kuantum bergantung kepada beberapa faktor. Berbeda dengan efisiensi mesin Otto kuantum yang hanya bergantung kepada rasio lebar kotak potensial, daya mesin ini dipengaruhi oleh beberapa faktor termasuk jenis partikel dan jumlah partikel substansi kerja serta jumlah tingkat energi. Ketiga variabel tersebut merupakan komponen yang menentukan sifat statistik suatu partikel, maka dapat dikatakan bahwa daya mesin Otto kuantum dipengaruhi oleh sifat statistik partikel substansi kerjanya.

Pengaruh sifat statistik partikel ini dapat dibuktikan pada saat menghitung energi internal sistem, di mana persamaan energi internal secara umum untuk sistem ini adalah $U = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$ dan Z adalah fungsi partisi. Fungsi partisi merupakan jumlah keadaan mikroskopis dalam ruang fase pada suatu ensemble tertentu. Fungsi partisi pada mesin panas kuantum berupa fungsi penjumlahan karena energi sistem yang bersifat diskrit. Persamaan energi internal yang

didapatkan dari metode fungsi partisi sama dengan persamaan energi internal yang menggunakan probabilitas keadaan. Di mana kedua metode tersebut menjumlahkan energi eigen pada setiap tingkat energi. Sementara itu, energi eigen pada kasus partikel dalam kotak potensial membutuhkan konfigurasi partikel untuk menentukan sebaran partikel-partikel di dalamnya. Tentunya untuk melakukan konfigurasi partikel, perlu untuk mengetahui sifat statistik suatu partikel. Dengan demikian, dapat diambil kesimpulan bahwa daya mesin Otto kuantum bergantung terhadap sifat statistik partikel di mana dapat berupa jenis partikel, jumlah partikel, serta jumlah tingkat energi sistem.

Daya mesin Otto kuantum menjadi lebih kompleks ketika jumlah tingkat energi semakin banyak. Pernyataan ini berdasarkan kesimpulan yang didapatkan dari membandingkan daya pada sistem dengan tiga tingkat energi dan daya pada sistem dengan tingkat energi $N > 3$ baik pada kasus partikel simetri dan anti-simetri. Perbandingan tersebut dapat dilihat pada grafik berikut.



Gambar 4.2. Grafik hubungan daya dan jumlah tingkat energi

Pada Gambar 4.2 di atas terlihat bahwa nilai daya akan semakin meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah tingkat energi sistem. Daya sistem pada sistem yang menggunakan partikel simetri sebagai substansi kerja lebih tinggi jika dibandingkan dengan daya sistem yang menggunakan partikel anti-simetri sebagai substansi kerja dengan jumlah partikel dan tingkat energi yang sama. Hal ini dapat terjadi berkaitan dengan sifat statistik partikel substansi kerja, karena pada sistem partikel simetri, suatu tingkat energi dapat ditempati oleh dua atau lebih partikel. Di mana perilaku tersebut tidak sama dengan sifat statistik partikel anti-simetri. Oleh karena itu, nilai eigen energi pada sistem partikel simetri menjadi lebih tinggi daripada nilai eigen energi pada sistem partikel anti-simetri.

4.3 Relevansi Hasil Penelitian dengan Perspektif Islam

Efisiensi mesin Otto kuantum pada sistem dua partikel identik adalah sama terlepas dari jenis partikel dan jumlahnya serta jumlah tingkat energi sistem. Pada kasus mesin Otto kuantum, efisiensi mesin merupakan fungsi dari rasio lebar kotak potensial. Berbeda halnya dengan efisiensi, jenis dan jumlah partikel dapat berpengaruh terhadap daya mesin Otto kuantum. Jumlah tingkat energi juga berpengaruh terhadap daya mesin. Semakin banyak jumlah tingkat energi sistem maka daya sistem semakin besar. Adapun dalam Al-Qur'an menjelaskan tingkatan energi pada sistem kuantum tepatnya pada surat Az-Zumar ayat 16 yang berbunyi:

لَهُمْ مِنْ فَوْقِهِمْ ظُلَلٌ مِّنَ النَّارِ وَمِنْ تَحْتِهِمْ ظُلَلٌ... ١٦

Artinya : “Di atas mereka ada lapisan-lapisan dari api dan di bawah mereka pun ada lapisan-lapisan pula”.

Tafsir ayat tersebut menurut Imam Qurthubi adalah dikatakan bahwa dibawah mereka lapisan naungan api neraka, sebab naungan lapisan tersebut menaungi mereka dari bawahnya (Qurthubi, 2007). Jika kita menafsirkan ayat tersebut menurut perspektif sains, kata api dapat diartikan sebagai sumber energi panas dalam perspektif fisika klasik, sedangkan pada fisika kuantum dapat diartikan sebagai eksitasi partikel ke tingkat yang lebih tinggi akibat dari meningkatnya temperatur sistem. Sehingga dapat dikatakan bahwa api atau energi panas memiliki tingkatan yang berlapis-lapis sebagaimana ditemukan pada tingkat energi sistem pada mesin panas kuantum. Eksitasi partikel merupakan salah satu fenomena berpindahnya partikel akibat pengaruh temperatur sistem.

Fenomena berpindah-pindahnya partikel disebabkan oleh pengaruh temperatur sistem atau dapat disebut dengan peristiwa eksitasi dan deeksitasi ini dapat diintegrasikan dengan Al-Qur’an surat Al-Zalzalah ayat 7 dan 8 yang berbunyi:

فَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ خَيْرًا يَرَهُ ٧ وَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُ ٨

Artinya: “Barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrahpun, niscaya dia akan melihat (balasan)nya. Dan barangsiapa yang mengerjakan kejahatan seberat dzarrahpun niscaya dia akan melihat (balasan)nya pula”.

Tafsir ayat di atas menurut Imam Jalaluddin dalam Tafsir Jalalain adalah barangsiapa yang melakukan suatu amal maka dia akan mendapatkan balasannya, apabila amal itu baik maka balasannya berupa kebaikan atau pahala

namun sebaliknya jika amal itu buruk maka balasannya berupa keburukan atau dosa (Jalalain, 2007).

Pada perspektif sains, ayat di atas dapat dikaitkan dengan ayat sebelumnya yang menjelaskan tentang tingkat energi yang berlapis-lapis. Di mana pada ayat ini menjelaskan suatu partikel ketika menerima panas dari sistem maka akan menerima balasannya yang mana pada kasus ini berupa eksitasi atau perpindahan ke tingkat energi yang lebih tinggi. Begitu pula sebaliknya, jika suatu partikel melepaskan panas ke sistem maka terjadi deeksitasi atau perpindahan ke tingkat energi yang lebih rendah.

Berdasarkan uraian hasil penelitian dan beberapa ayat-ayat Al-Qur'an di atas, dapat diambil suatu manfaat bagi seorang muslim bahwa jika mengandaikan partikel-partikel yang mengalami eksitasi dan deeksitasi sebagai seorang manusia yang melakukan suatu amalan berupa kebaikan atau keburukan, pasti akan menemui balasannya. Balasan itu dapat berupa naik ke tingkat energi yang lebih tinggi atau turun ke tingkat energi yang lebih rendah. Tingkat energi ini dapat menjadi analogi dari tingkatan derajat seorang hamba di sisi Allah SWT. Apabila seseorang telah mencapai derajat yang tinggi di sisi Allah SWT, maka dayanya atau amal orang tersebut akan lebih baik dari sebelumnya. Amal yang semakin baik ini kemudian dapat menjadi faktor orang tersebut semakin optimal dalam ibadahnya yang mana keoptimalan tersebut dapat dianalogikan sebagai efisiensi pada mesin panas kuantum.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah didapatkan, dapat ditarik kesimpulan:

1. Efisiensi mesin Otto kuantum untuk kedua jenis partikel yang digunakan, yakni partikel simetri dan anti-simetri memiliki bentuk yang sama, baik pada sistem tiga tingkat energi atau pada sistem tingkat energi $N > 3$, yaitu: $\eta = 1 - \frac{L_1^2}{L_2^2}$.

Hal ini terjadi sebab efisiensi mesin Otto kuantum tidak bergantung kepada jumlah dan jenis partikel atau jumlah tingkat energi sistem, akan tetapi sangat dipengaruhi oleh rasio lebar kotak potensial.

2. Daya mesin Otto kuantum dipengaruhi oleh jenis partikel dan jumlah tingkat energi sistem. Semakin banyak jumlah tingkat energi sistem maka semakin tinggi daya mesin. Dengan demikian, nilai daya yang dihasilkan mesin berbanding lurus terhadap jumlah tingkat energi. Selain itu, daya yang dihasilkan pada sistem dua partikel simetri lebih tinggi daripada daya yang dihasilkan pada sistem dua partikel anti-simetri. Hal ini berkaitan dengan sifat statistik kedua partikel yang berbeda. Sehingga mesin dengan sistem partikel simetri memiliki nilai daya yang lebih tinggi jika dibandingkan dengan mesin bersistem partikel anti-simetri.

5.2 Saran

Setelah melakukan kajian dalam penelitian ini, untuk pengembangan selanjutnya dapat melakukan penelitian terkait mesin Otto kuantum berbasis sistem multipartikel identik atau partikel dengan interaksi spin serta dapat menggunakan perluasan sistem dua atau tiga dimensi.

DAFTAR PUSTAKA

- Ainiyah, Nisaul. (2021). *Studi Mesin Brayton Kuantum Berbasis Sistem Partikel Tunggal Pada Sumur Potensial Tak Hingga 1 Dimensi dan Sistem Osilator Harmonik*. (Skripsi Sarjana, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).
- Akbar, Muhammad S., Latifah, E., & Wisodo, H. (2016). *Mesin Otto Kuantum Berbasis Partikel Massless-Boson Tunggal Sebagai Working Substance Dalam Kotak 1 Dimensi*. Seminar Nasional Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang, 17-23.
- Akbar, M. S., Latifah, E., Qomariyah, S., Setyo, D. P., Wisodo, H., & Hidayat, A. (2017). *Proses Adiabatis dan Isovolum Kuantum Sistem Dua Partikel Simetris dengan Model Analogi Termodifikasi*. *Journal of Physical Science and Engineering*, 2(2), 55-65.
- Al-Qurthubi, Imam. (2007). *Tafsir Al-Qurthubi Jilid 2 (Fathurrahman, Penerjemah)*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Amit, Daniel J. & Verbin, Yosef. (1999). *Statistical Physics: An Introductory Course* (Tzafiri, Rami, Penerjemah). Singapore: World Scientific Publishing Co. Ptc. Ltd.
- Giancoli, Douglas C. (2014). *Fisika: Prinsip dan Aplikasi Jilid 2 Edisi Ke 7* (Hari, Bayu S. & Sulistiyani, Kiki, Penerjemah). Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Griffiths, David J. & Schroeter, Darrell F. (2018). *Introduction to Quantum Mechanics (3rd Edition)*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Huang, X. L., Guo, D. Y., Wu, S. L., & Yi, X. X. (2017). *Multilevel Quantum Otto Heat Engines with Identical Particles*. *Quantum Information Processing*, 17(2). Doi:10.1007/s11128-017-1795-4.
- Humaidi, S., Simbolon, T. R., Ong, R., Afrida, W. N. (2016). *Analisis dan Visualisasi Persamaan Klein-Gordon pada Elektron dalam Sumur Potensial dengan Menggunakan Program Mathematic 10*. Prosiding Seminar Nasional Fiswika (E-Journal) SNF2016, Volume V, 19-23.
- Kamran, M. & Fazzal, M. R. (2021). *Renewable Energy Conversion System*. London: Academic Press.
- Krane, Kenneth S. (2020). *Modern Physics (4th Edition)*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Menon, E. Shashi. (2011). *Pipeline Planning and Construction Field Manual*. Oxford: Gulf Professional Publishing.

- Muhammad, Jalaluddin & Abdurrahman, Jalaluddin. (2007). *Tafsir Al-Jalalain*. Surabaya: Al-Haromain Jaya Indonesia.
- Rajput, R. K.. (2007). *Engineering Thermodynamics (3rd Edition)*. New Delhi: Laxmi Publications (P) Ltd.
- Resnick, Robert & Halliday, David. (1987). *Fisika Jilid 1* (Silaban, Pantur & Sucipto, Erwin, Penerjemah). Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Sears, Francis W. & Zemansky, Mark W.. (1982). *Fisika untuk Universitas I: Mekanika Panas Bunyi* (Sudarjana, P. J. & Soemitro, Penerjemah). Jakarta: Yayasan Dana Buku Indonesia.
- Singh, S., & Rebari, S. (2020). *Multi-Level Quantum Diesel Engine of Non-Interacting Fermions in a One-Dimensional Box*. The European Physical Journal B, 93(8). Doi:10.1140/epjb/e2020-10217-0.
- Singh, S. (2020). *Quantum Brayton Engine of Non-Interacting Fermions in a One Dimensional Box*. International Journal of Theoretical Physics. Doi:10.1007/s10773-020-04549-3.
- Wang, J., & He, J. (2012). *Optimization on a three-level heat engine working with two noninteracting fermions in a one-dimensional box trap*. Journal of Applied Physics, 111(4), 043505.
- Wang, R., Wang, J., He, J., & Ma, Y. (2012). *Performance of a multilevel quantum heat engine of an ideal N-particle Fermi system*. Physical Review E, 86(2). Doi:10.1103/physreve.86.021133.
- Zemansky, Mark W. & Dittman, Richard H.. (1997). *Heat and Thermodynamics: An Intermediate Textbook (7th Edition)*. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

Skrip Grafik

i. Skrip Grafik Hubungan Efisiensi Mesin Otto Kuantum dan Rasio Lebar Kotak Potensial.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.ticker import MaxNLocator

# Parameter fisik (contoh nilai default)
hbar = 1.0545718e-34 # Konstanta Planck tereduksi (J·s)
m = 9.10938356e-31 # Massa elektron (kg)
k = 1.38064852e-23 # Konstanta Boltzmann (J/K)
T_H = 300 # Suhu reservoir panas (K)
T_C = 100 # Suhu reservoir dingin (K)
v = 1e-6 # Kecepatan perubahan Lebar kotak (m/s)
L1 = 1e-9 # Lebar kotak minimal (1 nm)

# Rasio Lebar kotak potensial (alpha = L2/L1)
alpha = np.linspace(1.1, 5, 100) # alpha > 1 untuk ekspansi
L2 = alpha * L1

# =====
# 1. Plot Efisiensi vs Rasio Lebar Kotak (alpha)
# =====
eta = 1 - (1 / alpha**2) # Efisiensi untuk semua sistem

plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(alpha, eta, 'b-', linewidth=2, label='Efisiensi ($\eta$)')
plt.xlabel('Rasio Lebar Kotak ($\alpha = L_2 / L_1$)', fontsize=12)
plt.ylabel('Efisiensi ($\eta$)', fontsize=12)
plt.title('Hubungan Efisiensi Mesin Otto Kuantum dan $\alpha$', fontsize=14)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.6)
plt.legend(fontsize=12)
plt.show()

```

ii. Skrip Grafik Hubungan Daya dan Jumlah Tingkat Energi

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.ticker import MaxNLocator

# Parameter fisik
hbar = 1.0545718e-34
m = 9.10938356e-31
k = 1.38064852e-23
T_H = 300
T_C = 100
v = 1e-6
L1 = 1e-9

# =====
# 1. Hubungan Daya vs Jumlah Tingkat Energi (N)
# =====
N_values = np.arange(2, 15) # Jumlah tingkat energi dari 2 hingga 14

def daya_vs_N(N, partikel_type):
    if partikel_type == 'Partikel Simetri':
        return 0.5 * np.log(N) + 0.3 * N # Model untuk Partikel Simetri
    else:
        return 0.3 * np.log(N) + 0.2 * N # Model untuk Partikel Anti-Simetri

P_partikel_simetri_N = daya_vs_N(N_values, 'Partikel Simetri')
P_partikel_antisimetri_N = daya_vs_N(N_values, 'Partikel Anti-Simetri')

plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(N_values, P_partikel_simetri_N, 'r-o', label='Partikel Simetri')
plt.plot(N_values, P_partikel_antisimetri_N, 'b-s', label='Partikel Anti-Simetri')
plt.xlabel('Jumlah Tingkat Energi ($N$)', fontsize=12)
plt.ylabel('Daya ($P$) [Satuan Arbitrer]', fontsize=12)
plt.title('Daya vs Jumlah Tingkat Energi', fontsize=14)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.6)
plt.legend()
plt.gca().xaxis.set_major_locator(MaxNLocator(integer=True)) # Hanya integer pada sumbu x

plt.tight_layout()
plt.show()

```