PEMODELAN MATEMATIKA PADA KECANDUAN ALKOHOL

SKRIPSI

OLEH
JIHAN FIKRI RASYIDAH
NIM. 210601110047

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025

PEMODELAN MATEMATIKA PADA KECANDUAN ALKOHOL

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
JIHAN FIKRI RASYIDAH
NIM. 210601110047

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025

PEMODELAN MATEMATIKA PADA KECANDUAN ALKOHOL

SKRIPSI

Oleh:
Jihan Fikri Rasyidah
NIM. 210601110047

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 27 Mei 2025

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Juhari, M.Si	Abdul Aziz, M.Si
NIPPPK. 19840209 202321 1 010	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PEMODELAN MATEMATIKA PADA KECANDUAN ALKOHOL

SKRIPSI

Oleh:
Jihan Fikri Rasyidah
NIM. 210601110047

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 17 Juni 2025

Ketua Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji 1	: Dr. Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Anggota Penguji 2	: Juhari, M.Si	....
Anggota Penguji 3	: Abdul Aziz, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Jihan Fikri Rasyidah
Nim	: 210601110047
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Pemodelan Matematika Pada Kecanduan Alkohol

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri. Bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari tebukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 17 Juni 2025

Yang Membuat Pernyataan,

10000 METERAI TEMPEL C70ADALX179715726

Jihan Fikri Rasyidah

NIM. 210601110047

MOTO

"Sesungguhnya tidak ada yang berputus asa dari rahmat Allah, kecuali orang-orang kafir."
(QS. Yusuf: 87)

"Meski sekarang terasa berat, suatu hari nanti ini hanya akan jadi kenangan"
Nam Do San, dari "Start-Up" (2020)

Setelah hujan akan ada pelangi begitulah hidup, sesudah kesedihan akan ada kebahagiaan.

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan dengan penuh rasa syukur kepada:

Ayah Purwanto dan Ibu Hanifah yang senantiasa mendoakan tiada henti, cinta yang tulus, memberikan dukungan, dan nasihat, Serta untuk Kakak M. Farih Rizki P. dan Adik Wardah Rikza F. yang selalu memberikan semangat selama proses menyelesaikan tugas akhir.

Kepada diri saya sendiri yang kuat dan hebat sehingga bisa menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini dengan judul " Pemodelan Matematika Pada Kecanduan Alkohol". Penelitian ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan proposal penelitian ini, penulis mendapatkan bimbingan, dukungan, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Prof. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Malang
4. Juhari, M.Si., selaku Dosen Pembimbing I, yang telah memberikan bimbingan, masukan, dan kritik yang sangat berharga dalam penyelesaian penelitian ini.
5. Abdul Aziz, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah sabar memberikan bimbingan dalam penyusunan penelitian ini.
6. Dr. Usman Pagalay, M.Si., selaku ketua penguji dalam ujian skripsi yang telah memberikan bimbingan dan saran yang bermanfaat kepada penulis.
7. Dr. Mohammad Jamhuri, M.Si., selaku anggota penguji I dalam ujian skripsi yang telah memberikan bimbingan dan saran yang bermanfaat kepada penulis.
8. Dosen prodi Matematika yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat dan nasehat selama perkuliahan.
9. Terkhusus, kepada Ibu Hanifah dan Ayah Purwanto atas doa, dukungan, dan motivasi yang tiada henti. Cinta dan pengorbanan mereka menjadi sumber kekuatan terbesar dalam setiap langkah saya.

10. Kakak M. Farih Rizki Pratama dan Adik Wardah Rikza Firdaus atas dukungan, nasihat, dan kebersamaan yang selalu menguatkan saya dalam pembuatan skripsi.
11. Rahmadita Widya Astuti atas semangat, dukungan, dan persahabatan yang tulus selama di perantauan.
12. Kelompok Pkl (Safira, Sulastri, Mahmuda, Rahmadita) yang telah memberi dukungan dan doa pada masa pembuatan skipsi.
13. Terima kasih kepada teman TEOREMA yang telah menjadi teman saat masa perkuliahan.
14. Terima kasih kepada diri sendiri yang telah berusaha dan pantang menyerah dalam pembuatan skripsi.

Malang, 17 Juni 2025

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

$S(t)$	: Individu rentan
$E(t)$	: Individu terpapar
$D(t)$	: Individu pecandu
$R(t)$	: Individu pulih
s	: Proporsi individu rentan
e	: Proporsi individu terpapar
u	: Proporsi individu pecandu
r	: Proporsi individu pulih
N	: Total populasi
μ	: Laju kematian alami
β_1	: Tingkat kontak dengan terpapar
β_2	: Tingkat kontak dengan pecandu
α	: Laju transisi ke pecandu
γ	: Laju pemulihan
η	: Laju kekambuhan

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Rasyidah, Jihan Fikri. 2025. **Pemodelan Matematika pada Kecanduan Alkohol**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Juhari, M.Si. (2) Abdul Aziz, M.Si.

Kata kunci: Kecanduan alkohol, model matematika, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, sensitivitas parameter, nilai-nilai Islam.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan dinamika penyebaran kecanduan alkohol menggunakan pendekatan matematika dengan memodifikasi model *SED (Susceptible-Exposed-Dependent)* yang dikembangkan oleh Pérez Reyes (2020) dengan menambahkan kompartemen *Recovery (R)*. Penambahan kompartemen ini memungkinkan analisis proses pemulihan pecandu dan kemungkinan kekambuhan. Model dianalisis menggunakan transformasi ke bentuk proporsi populasi, analisis titik kesetimbangan, perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0), analisis sensitivitas parameter, dan simulasi numerik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai R_0, yang menandakan bahwa sistem berada dalam kondisi stabil asimtotik lokal pada titik kesetimbangan bebas kecanduan. Analisis sensitivitas memperlihatkan bahwa parameter paling berpengaruh terhadap penyebaran kecanduan adalah tingkat interaksi individu rentan dengan individu terpapar (β_1). Simulasi numerik mendukung hasil teoritis dengan menunjukkan dominasi individu rentan dalam populasi jangka panjang, serta penurunan proporsi pecandu dan terpapar. Integrasi nilai-nilai Islam dalam penelitian ini memberikan pendekatan kontekstual terhadap upaya pencegahan kecanduan alkohol dalam masyarakat.

ABSTRACT

Rasyidah, Jihan Fikri. 2025. **Mathematical Modeling of Alcohol Addiction.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Juhari, M.Si. (2) Abdul Aziz, M.Si.

Keywords: Alcohol addiction, mathematical model, equilibrium point, basic reproduction number, parameter sensitivity, Islamic values.

This study aims to model the dynamics of alcohol addiction using a mathematical approach by modifying the SED (Susceptible-Exposed-Dependent) model developed by Pérez Reyes (2020) by adding a *Recovery (R)* compartment. This addition enables a more comprehensive analysis of the recovery process and potential relapse. The model was analyzed using population proportion transformation, equilibrium point analysis, basic reproduction number (R_0) calculation, parameter sensitivity analysis, and numerical simulation. The results indicate that the value of $R_0 < 1$, suggesting that the system is locally asymptotically stable at the addiction-free equilibrium point. The sensitivity analysis shows that the most influential parameter on the spread of addiction is the interaction rate between susceptible and exposed individuals (β_1) Numerical simulations support the theoretical analysis by showing that the proportion of addicts and exposed individuals decreases over time, while the proportion of susceptible individuals dominates in the long term. The integration of Islamic values in this study provides a contextual approach to alcohol addiction prevention in society.

مستخلص البحث

راسيدة ، جيهان فكري. ٢٠٢٥. **النمذجة الرياضية على إدمان الكحول**. اطروحه. قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية ، مالانج. المشرفون: (1) جوهري، ماجستير في العلوم. (2) عبد العزيز ، ماجستير في العلوم.

الكلمات المفتاحية: إدمان الكحول، النموذج الرياضي، نقطة التوازن، الأعداد التناسلية الأساسية، حساسية المعلمات، القيم الإسلامية.

تهدف هذه الدراسة إلى نمذجة ديناميكيات انتشار إدمان الكحول باستخدام نهج رياضي من خلال تعديل نموذج *SED (الحساسة – المعرضة - المعتمدة* التي طورها بيريز رييس 2020 عن طريق إضافة حجرة التعافي .(R) تسمح إضافة هذه المقصورة بتحليل عملية تعافي المدمن وإمكانية الانتكاس. يتم تحليل النموذج باستخدام التحولات إلى شكل نسب السكان ، وتحليل نقطة التوازن ، وحساب الأعداد الإنجابية الأساسية . R_0 تحليل حساسية المعلمات والمحاكاة العددية. أظهرت النتائج أن القيم أشارت إلى أن النظام كان في حالة مستقرة من عدم ظهور الأعراض المحلية عند نقطة التوازن الخالي من الإدمان. .أظهر تحليل الحساسية أن المعلمة الأكثر تأثيرا لانتشار الإدمان هي مستوى تفاعل الأفراد المعرضين للخطر مع الأفراد المعرضين .(β_1) تدعم المحاكاة العددية النتائج النظرية من خلال إظهار هيمنة الأفراد الضعفاء في المجموعات السكانية طويلة الأجل ، فضلا عن انخفاض نسبة المدمنين والمعرضين. يوفر دمج القيم الإسلامية في هذه الدراسة نهجا سياقيا للجهود المبذولة للوقاية من إدمان الكحول في المجتمع.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model matematika digunakan untuk merepresentasikan permasalahan dalam bentuk persamaan diferensial, dengan tujuan menyederhanakan dan mempermudah pemahaman serta penyelesaiannya (Syam dkk., 2021). Model matematika dapat dikategorikan menjadi dua jenis: model dinamik dan model statik. Model disebut dinamik jika variabel kondisi bergantung pada variabel waktu, sedangkan model dikatakan statik jika variabel kondisi tidak bergantung pada waktu (Iswanto, 2012).

Model matematika yang cukup dikenal adalah model *SEIR (Suspected-Exposed-Infected-Recovery)*, yang merupakan pengembangan dari model SIR *(Suspected-Infected-Recovery)* (Kermack, 1927). Penelitian tentang penyebaran perilaku konsumsi alkohol di antara mahasiswa Kolombia menggunakan model matematika yang dikembangkan berdasarkan model *SEI*. Model ini berkembang menjadi model *SEIR* yang terbagi menjadi beberapa kelompok, yaitu individu yang rentan terhadap konsumsi alkohol *(Susceptible),* individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol namun belum kecanduan *(Exposed),* individu yang kecanduan alkohol *(Dependent)* (Pérez Reyes, 2020).

Kecanduan alkohol merupakan masalah kesehatan masyarakat yang serius di seluruh dunia. Berdasarkan data dari Organisasi Kesehatan Dunia (WHO), konsumsi alkohol berlebih menjadi salah satu faktor risiko utama yang berkontribusi terhadap lebih dari 3 juta kematian setiap tahunnya. Dampak negatif dari konsumsi alkohol tidak hanya memengaruhi kesehatan individu tetapi juga menyebabkan berbagai masalah sosial, ekonomi, dan kriminalitas di masyarakat.

Alkoholisme tidak hanya berdampak pada individu yang kecanduan, tetapi juga berdampak pada keluarga dan komunitas di sekitarnya. Individu yang kecanduan alkohol sering kali mengalami gangguan kesehatan fisik seperti penyakit hati, gangguan kardiovaskular, serta gangguan mental seperti depresi dan kecemasan. Hal ini membuat upaya untuk mengurangi dan mengatasi kecanduan alkohol menjadi salah satu prioritas penting dalam berbagai program kesehatan masyarakat.

Beberapa penelitian sebelumnya, seperti pada artikel yang ditulis oleh Pérez Reyes (2020), membahas bagaimana pemodelan matematika dapat diterapkan dalam memahami penyebaran perilaku konsumsi alkohol di kalangan mahasiswa dengan strategi pengendalian optimal. Perbedaan utama dalam penelitian ini adalah fokusnya pada perilaku kecanduan alkohol secara lebih spesifik, terutama pada kelompok mahasiswa di Kolombia, untuk memahami dinamika penyebaran dan upaya pemulihannya. Dalam penelitian Pérez Reyes (2020), model matematika yang digunakan terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu *SED (Susceptible-Exposed-Dependent)*.

Satana dan Kassaye (2022) mengembangkan model matematika deterministik untuk menganalisis epidemi kecanduan alkohol di Ethiopia. Model ini membagi populasi ke dalam empat kompartemen: non-peminum, peminum berat, peminum dalam perawatan, dan peminum yang pulih. Dengan pendekatan analisis kestabilan, mereka menemukan bahwa titik ekuilibrium bebas alkohol stabil jika $R_0 < 1$, yang menunjukkan bahwa kecanduan dapat dikendalikan jika tingkat kontak antara peminum berat dan non-peminum diminimalkan serta jumlah individu yang menjalani perawatan dimaksimalkan. Studi ini juga melakukan simulasi numerik menggunakan metode ODE45, yang menegaskan bahwa peningkatan akses terhadap perawatan dan pengurangan interaksi dengan peminum berat dapat membantu mengendalikan epidemi alkoholisme. Model ini memberikan dasar penting bagi kebijakan intervensi berbasis matematika dalam menangani penyebaran kecanduan alkohol.

Kunasegaran dan Ali (2023) mengembangkan model matematika PHTQ untuk menganalisis pola konsumsi alkohol dan strategi penanganannya. Model ini membagi populasi menjadi empat kompartemen: non-peminum (P), peminum berat (H), peminum dalam perawatan (T), dan mantan peminum (Q). Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas alkohol stabil jika $R_0 < 1$, sedangkan jika $R_0 > 1$, terjadi keadaan endemik dengan keseimbangan asimtotik. Simulasi numerik menggunakan MATLAB menegaskan bahwa pengurangan interaksi antara peminum berat dan non-peminum serta peningkatan jumlah individu yang memasuki perawatan dapat membantu mengendalikan epidemi alkoholisme. Studi ini menegaskan bahwa kebijakan intervensi yang menargetkan pencegahan dan rehabilitasi memiliki peran kunci dalam mengurangi tingkat konsumsi alkohol di masyarakat.

Penelitian ini memiliki beberapa perbedaan signifikan dibandingkan dengan penelitian-penelitian sebelumnya. Penelitian Pérez Reyes (2020) mengembangkan model *SED (Susceptible-Exposed-Dependent)* untuk menggambarkan dinamika penyebaran kecanduan alkohol di kalangan mahasiswa Kolombia, tanpa mempertimbangkan kompartemen individu yang telah pulih dari kecanduan. Penelitian oleh Satana dan Kassaye (2022) serta Kunasegaran dan Ali (2023) menambahkan kompartemen peminum dalam perawatan dan mantan peminum, namun belum memfokuskan pada transisi dinamis antara pemulihan dan kemungkinan kekambuhan secara eksplisit.

Berbeda dari studi-studi sebelumnya, penelitian ini memodifikasi model SED dengan menambahkan kompartemen *Recovery*, yang merepresentasikan individu yang berhasil pulih dari kecanduan alkohol. Penambahan ini memungkinkan analisis yang lebih realistis terhadap dinamika kecanduan, termasuk kemungkinan pemulihan dan transisi ulang ke status rentan. Model yang dimodifikasi juga dianalisis menggunakan pendekatan proporsi populasi agar lebih stabil terhadap perubahan ukuran populasi.

Selain itu, pendekatan penelitian ini juga diintegrasikan dengan nilai-nilai Islam yang relevan dalam upaya mengatasi kecanduan alkohol. Integrasi nilai keagamaan ini menjadikan model tidak hanya kuat secara matematis tetapi juga kontekstual dan aplikatif dalam pendekatan berbasis spiritual di masyarakat.

Allah Subhanahu Wa Ta'ala berfirman:

يَسْـَٔلُوْنَكَ عَنِ الْخَمْرِ وَا لْمَيْسِرِ ۗ قُلْ فِيْهِمَآ اِثْمٌ كَبِيْرٌ وَّمَنَا فِعُ لِلنَّا سِ ۖ وَاِ ثْمُهُمَآ اَكْبَرُ مِنْ نَّفْعِهِمَا ۗ وَيَسْـَٔلُوْنَكَ مَا ذَا يُنْفِقُوْنَ ۗ قُلِ الْعَفْوَ ۗ كَذٰلِكَ يُبَيِّنُ اللّٰهُ لَكُمُ الْاٰ يٰتِ لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُوْنَ

"*Mereka menanyakan kepadamu (Muhammad) tentang khamar dan judi. Katakanlah, "Pada keduanya terdapat dosa besar dan beberapa manfaat bagi manusia. Tetapi dosanya lebih besar daripada manfaatnya." Dan mereka menanyakan kepadamu (tentang) apa yang (harus) mereka infakkan. Katakanlah, "Kelebihan (dari apa yang diperlukan)." Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu agar kamu memikirkan,*" (QS. Al-Baqarah 2: Ayat 219)

Ayat dalam Surah Al-Baqarah (2:219) menyampaikan panduan yang mendalam mengenai *khamar* (minuman keras) dan judi. Allah menjelaskan bahwa walaupun dalam keduanya terdapat beberapa manfaat bagi manusia, seperti mungkin adanya kesenangan sesaat atau keuntungan material, tetapi dampak negatifnya jauh lebih besar. Dalam konteks minuman keras, manfaat yang mungkin dirasakan adalah efek relaksasi atau pelepasan stres sementara, namun bahaya yang menyertainya sangat besar. *Khamar* dapat mengganggu akal sehat, menimbulkan kecanduan, merusak kesehatan fisik dan mental, serta menghancurkan hubungan sosial. Dalam kehidupan sosial, khamar juga dapat menyebabkan perilaku agresif, kecelakaan, dan tindakan yang membahayakan diri sendiri dan orang lain. Dalam ayat ini, Allah mengingatkan bahwa mudarat khamar lebih besar daripada manfaatnya, sehingga perilaku tersebut dilarang dan dihindari dalam Islam demi menjaga akal, kesehatan, serta keharmonisan individu dan masyarakat. Ayat ini menunjukkan kebijaksanaan Islam dalam mencegah perilaku yang dapat membahayakan diri dan orang lain, menegaskan bahwa segala perbuatan yang merugikan lebih baik dihindari (Kemenag, 2024).

Berdasarkan penjelasan di atas, peneliti melakukan modifikasi dan uji validalitas model matematika untuk memberikan solusi persamaan diferensial dari model matematika terkait perilaku konsumsi alkohol berisiko di kalangan mahasiswa Kolombia. Penelitian ini diharapkan dapat meningkatkan kesadaran masyarakat terhadap bahaya kecanduan alkohol, yang mungkin sebelumnya dianggap remeh. Dengan pendekatan ini, masyarakat diharapkan lebih memahami dampak negatif dari perilaku tersebut dan pentingnya langkah-langkah preventif dalam mengendalikan penyebaran kecanduan alkohol, khususnya di lingkungan sekitar.

Kontribusi utama dari penelitian ini adalah pengembangan model matematika kecanduan alkohol yang lebih komprehensif melalui penambahan kompartemen *Recovery*, yang merepresentasikan individu yang berhasil pulih dari kecanduan.

Dengan penambahan kompartemen ini, model dapat merepresentasikan dinamika penyebaran dan pemulihan kecanduan alkohol secara lebih realistis, serta memungkinkan analisis terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi peluang kekambuhan. Penelitian ini juga memberikan kontribusi metodologis melalui transformasi model ke dalam bentuk proporsi populasi dan penerapan analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar (R_0), sehingga mampu mengidentifikasi parameter-parameter kunci yang berpengaruh terhadap penyebaran kecanduan. Lebih lanjut, penelitian ini mengintegrasikan pendekatan ilmiah dengan nilai-nilai Islam, memberikan perspektif baru dalam pengendalian kecanduan alkohol yang tidak hanya bersifat matematis, tetapi juga spiritual dan kontekstual sesuai dengan nilai keagamaan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, maka rumusan masalah yang dipakai untuk penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana modifikasi model matematika kecanduan alkohol?
2. Bagaimana uji validitas modifikasi model matematika kecanduan alkohol?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui hasil proses modifikasi model matematika kecanduan alkohol.
2. Mengetahui uji validitas modifikasi model matematika kecanduan alkohol.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Pembaca

   Memberikan wawasan kepada pembaca mengenai dampak negatif dari kecanduan alkohol, serta memperluas pemahaman terkait model matematika yang telah dimodifikasi untuk menggambarkan kondisi nyata. Penelitian ini juga diharapkan dapat meningkatkan kesadaran pembaca tentang pentingnya pengendalian konsumsi alkohol dan upaya preventif terhadap kecanduan.

2. Bagi Instansi

   Menjadi referensi bagi instansi pendidikan maupun kesehatan dalam menyusun kebijakan atau program yang bertujuan untuk mengurangi perilaku kecanduan alkohol. Hasil penelitian ini juga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam merancang strategi intervensi berbasis data matematis untuk meningkatkan efektivitas penanganan kasus kecanduan alkohol di lingkungan masyarakat atau institusi pendidikan.

1.5 Batasan Masalah

1. Batasan masalah pada penelitian ini adalah model matematika kecanduan alkohol yang dikembangkan oleh Pérez Reyes (2020). Model tersebut membagi populasi ke dalam tiga kelompok utama, yaitu individu yang rentan terhadap konsumsi alkohol (*Susceptible*), individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol tetapi belum kecanduan (*Exposed*), dan individu yang telah mengalami kecanduan alkohol (*Dependent*). Pendekatan ini menggunakan persamaan diferensial untuk mempelajari dinamika

penyebaran kecanduan alkohol di kalangan mahasiswa Kolombia (Pérez Reyes, 2020).

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

$$\frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu) r$$

2. Nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini merujuk pada penelitian (Pérez Reyes, 2020).

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Teori Pendukung

Pada subbab ini, akan dikaji mengenai teori-teori pendukung yang terkait penelitian ini sebagai acuan dalam melakukan penelitian.

2.1.1 Model Matematika Bergantung waktu

Model matematika bergantung waktu adalah representasi matematis dari suatu sistem atau fenomena yang berubah seiring berjalannya waktu (Soebroto, 2005). Penyelesaian model ini dapat dilakukan secara analitik dengan menyelesaikan persamaan diferensial secara langsung, atau secara numerik melalui metode komputasi. Secara umum, bentuk dari model bergantung waktu memiliki struktur seperti berikut:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \tag{2.1}$$

Keterangan simbol:

y : Variabel keadaan (*state variable*) yang berubah terhadap waktu.

t : Variabel Waktu.

$\frac{dy}{dt}$: Laju perubahan variabel y terhadap waktu t.

$\frac{dy}{dt}$: Fungsi yang menggambarkan hubungan antara waktu (t) dan variabel keadaan (y).

Persamaan (2.1) merupakan variabel keadaan dimana turunan fungsi variabel y terhadap variabel t sedangkan $f(t, y)$ merupakan fungsi yang menggambarkan Persamaan (2.1) menunjukkan variabel keadaan yang merupakan turunan fungsi (y)terhadap waktu (t) Sementara itu, $f(t, y)$adalah fungsi yang menggambarkan perubahan variabel keadaan seiring berjalannya waktu, di mana t merupakan variabel waktu. Contoh dari model matematika bergantung pada waktu pada penelitian (Pérez Reyes, 2020) meliputi:

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s \tag{2.2}$$

Keterangan simbol:

$\frac{ds}{dt}$: Laju perubahan jumlah individu rentan terhadap waktu.

β_1 : Tingkat interaksi antara individu rentan (S) dan individu terpapar (E) yang menyebabkan transisi menjadi terpapar.

β_2 : Tingkat interaksi antara individu rentan (S) dan individu kecanduan (D) yang menyebabkan transisi menjadi terpapar.

Persamaan (2.2) menjelaskan bagaimana variabel *Susceptible (s)* mengalami perubahan seiring dengan jumlah individu yang terkait dalam populasi. Variabel ini mengalami penambahan karena adanya individu baru yang bergabung sebagai individu rentan terhadap kecanduan, ditandai dengan parameter μN. Di sisi lain, pengurangan jumlah individu sensitif terjadi karena individu tersebut berinteraksi dengan individu yang terpapar *(e)* dan terjangkit *(U)* di lingkungan mereka, sehingga mereka mulai terinfeksi dengan media sosial. Proses ini diwakili oleh parameter $\beta_1 se$ untuk interaksi dengan individu terpapar dan $\beta_2 su$ untuk interaksi dengan individu yang terjangkit. Selain itu, individu yang sensitif juga dapat keluar dari kelompok ini dengan laju kematian alami μN yang mencerminkan individu yang tidak lagi berada dalam kategori sensitif. Dengan demikian, persamaan ini mencakup faktor-faktor yang mempengaruhi perubahan jumlah individu sensitif dalam konteks kecanduan alkohol.

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e \tag{2.3}$$

Keterangan simbol:

α : Pemulihan atau transisi dari status terpapar (e) ke status terjangkit (u).

μ : Laju kematian alami atau kematian yang tidak tergantung pada status penyakit.

Persamaan (2.3) menunjukkan bagaimana jumlah individu yang terpapar berubah dengan mempertimbangkan laju penularan dari kelompok rentan ke terpapar (melalui kontak dengan kelompok lain), serta bagaimana individu dalam kategori (e) bertransisi atau berkurang seiring waktu.

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma d \tag{2.4}$$

Keterangan simbol:

$\frac{du}{dt}$: Perubahan jumlah individu dalam kelompok kecanduan alkohol.

γ : Laju pemulihan dari kelompok kecandaun (U).

Persamaan (2.4) menggambarkan perubahan jumlah individu yang berada dalam fase kecanduan. Komponen αE menunjukkan tingkat transisi individu yang terekspos alkohol (kelompok e) menjadi pecandu (kelompok u) ini mencerminkan bagaimana paparan atau penggunaan alkohol secara konsisten dapat berkontribusi pada kecanduan. Selanjutnya, γu mewakili tingkat pemulihan, yaitu jumlah individu dalam kelompok kecanduan yang berhasil meninggalkan ketergantungan mereka pada alkohol. Sementara itu, μU merepresentasikan kehilangan dari sistem, yang bisa mencakup kematian atau perpindahan keluar dari kelompok karena berbagai sebab. Persamaan ini memberikan gambaran tentang bagaimana paparan alkohol, pemulihan, dan kehilangan berpengaruh pada jumlah total individu yang terjebak dalam kecanduan alkohol dari waktu ke waktu.

2.1.2 Titik Kesetimbangan

Dalam studi dinamika sistem, khususnya dalam model matematika epidemiologi dan kecanduan, titik kesetimbangan (equilibrium point) merujuk pada keadaan ketika semua laju perubahan (turunan terhadap waktu) dari sistem menjadi nol, yang berarti populasi dalam setiap kompartemen tidak berubah seiring waktu (Murray, 2002). Titik ini merepresentasikan kondisi stabil dari sistem di mana penyebaran penyakit atau kondisi tertentu, seperti kecanduan, berada dalam keadaan konstan, baik dalam bentuk punah (bebas penyakit/kecanduan) maupun bertahan dalam populasi (endemik atau kecanduan menetap).

Menurut Brauer dan Castillo-Chavez (2012), titik kesetimbangan dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Titik Kesetimbangan Bebas Kecanduan (Disease-Free Equilibrium/DFE)
   Titik ini menggambarkan situasi di mana tidak ada individu yang terinfeksi atau terpengaruh oleh kecanduan dalam populasi. Dalam model kecanduan, hal ini berarti tidak ada individu yang berada dalam kompartemen terpapar, pecandu, maupun pulih. Titik kesetimbangan ini biasanya stabil hanya jika bilangan reproduksi dasar R_0 kurang dari satu ($R_0 < 1$), yang berarti kecanduan tidak mampu menyebar dalam populasi.

2. Titik Kesetimbangan Kecanduan (Endemic/Addiction Equilibrium)
   Titik ini menggambarkan kondisi di mana kecanduan tetap ada dalam populasi dalam jumlah yang konstan. Titik ini terjadi jika $R_0 > 1$,

menandakan bahwa satu individu dapat menularkan kondisi tersebut ke lebih dari satu individu lain, sehingga kecanduan bertahan dalam populasi jangka panjang (Hethcote, 2000).

Untuk menemukan titik kesetimbangan, pendekatan yang umum dilakukan adalah menyelesaikan sistem persamaan diferensial dengan mensubstitusikan kondisi laju perubahan nol pada setiap variabel populasi ($\frac{ds}{dt} = 0\,, \frac{de}{dt} = 0, dst$) Solusi dari sistem ini memberikan nilai konstan dari setiap kompartemen (s^*, e^*, u^*, r^*) yang merepresentasikan kondisi kesetimbangan.

Kesetimbangan bebas kecanduan sering digunakan untuk menganalisis kondisi ideal ketika program pencegahan atau rehabilitasi berhasil sepenuhnya, sedangkan kesetimbangan kecanduan menggambarkan kondisi yang realistis dalam banyak kasus nyata, di mana kecanduan tetap eksis karena berbagai faktor sosial, biologis, dan lingkungan (Martcheva, 2015).

Lebih lanjut, titik kesetimbangan juga menjadi dasar untuk analisis kestabilan sistem, termasuk menentukan apakah sistem akan kembali ke keadaan seimbang setelah terganggu. Oleh karena itu, analisis titik kesetimbangan memiliki peran penting dalam menyusun strategi intervensi yang efektif untuk mengendalikan kecanduan dalam masyarakat.

2.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar atau *basic reproduction number* yang dilambangkan dengan R_0, merupakan salah satu konsep penting dalam epidemiologi matematika yang menggambarkan potensi penularan suatu penyakit atau kondisi dalam suatu populasi. Secara umum, R_0 didefinisikan sebagai jumlah rata-rata individu baru yang terinfeksi langsung oleh satu individu yang terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan terhadap penyakit tersebut (Diekmann et al., 1990). Dalam konteks model kecanduan, R_0 menggambarkan jumlah rata-rata individu yang mulai mengalami kecanduan sebagai akibat dari satu individu yang telah terlebih dahulu kecanduan dalam populasi yang belum pernah terpapar. Nilai R_0 berfungsi sebagai indikator apakah suatu kondisi seperti kecanduan atau penyakit akan menyebar atau hilang dari populasi:

1. Jika $R_0 < 1$, maka kecanduan akan menurun dan pada akhirnya hilang dari populasi, karena rata-rata satu pecandu tidak cukup untuk mempertahankan penyebaran kecanduan.
2. Jika $R_0 > 1,$ maka kecanduan akan bertahan atau menyebar, karena setiap pecandu mampu "menularkan" kecanduan ke lebih dari satu individu lainnya.

Untuk menghitung R_0, pendekatan yang sering digunakan adalah metode Next Generation Matrix (NGM) atau matriks generasi berikutnya, sebagaimana diperkenalkan oleh Diekmann et al. (1990) dan diperluas oleh van den Driessche & Watmough (2002). Metode ini membagi sistem model diferensial menjadi dua bagian, yaitu:

1. Matriks F adalah menggambarkan laju masuknya individu ke dalam kompartemen terinfeksi (atau dalam konteks ini, terpapar kecanduan),
2. Matriks V adalah menggambarkan laju keluarnya individu dari kompartemen tersebut akibat pemulihan, kematian, atau transisi ke tahap selanjutnya.

Selanjutnya, bilangan reproduksi dasar R_0 dihitung sebagai nilai eigen terbesar dari matriks hasil perkalian F dan V^{-1}, yang disebut matriks generasi berikutnya. Nilai eigen ini menunjukkan laju pertumbuhan awal kecanduan ketika sistem masih berada dalam kondisi sepenuhnya rentan (sebelum ada kecanduan).

2.1.4 Analisis Sensitivitas Parameter

Analisis sensitivitas parameter adalah teknik dalam pemodelan matematika yang digunakan untuk menentukan sejauh mana perubahan nilai parameter mempengaruhi hasil dari suatu model (Saltelli et al., 2008). Dalam konteks pemodelan kecanduan alkohol, sensitivitas parameter bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor utama yang berkontribusi terhadap penyebaran kecanduan serta efektivitas intervensi.

Metode analisis sensitivitas yang umum digunakan dalam model epidemiologi, termasuk model kecanduan alkohol, meliputi:

1. Turunan Parsial Bilangan Reproduksi Dasar R_0 Terhadap Parameter

   Bilangan reproduksi dasar R_0 merupakan indikator yang menentukan apakah kecanduan akan menyebar dalam populasi atau tidak (Van den Driessche & Watmough, 2002). Turunan parsial terhadap parameter seperti β_1 (laju penularan dari individu rentan ke terpapar) dan γ (laju pemulihan) dapat menunjukkan sejauh mana perubahan parameter ini mempengaruhi R_0.

2. Koefisien Sensitivitas

   Koefisien sensitivitas dihitung dengan rumus:

$$S_x = \frac{\partial R_0}{\partial x} \times \frac{x}{R_0}$$

di mana x adalah parameter yang sedang dianalisis (Chitnis et al., 2008). Hasil analisis ini membantu dalam menentukan kebijakan intervensi yang paling efektif, misalnya dengan menurunkan nilai β_1 untuk mengurangi penyebaran kecanduan.

3. Metode Latin Hypercube Sampling (LHS) dan Partial Rank Correlation Coefficient (PRCC)

   LHS dan PRCC digunakan dalam analisis sensitivitas global untuk memahami dampak simultan dari beberapa parameter pada keluaran model (Marino et al., 2008). Metode ini berguna untuk mengevaluasi kebijakan yang paling efektif dalam mengurangi prevalensi kecanduan alkohol berdasarkan variasi parameter model.

2.1.5 Kecanduan Alkohol

Alkohol memiliki sifat adiktif dan merupakan zat psikoaktif yang dapat menyebabkan perubahan pada sistem tubuh, baik dalam jangka pendek maupun jangka panjang. Penyalahgunaan alkohol dapat mengakibatkan berbagai gangguan fungsi organ, seperti pada hati dan pankreas, serta meningkatkan risiko terjadinya kanker. Selain itu, alkohol juga dapat memiliki efek teratogenik pada janin yang sedang berkembang. Penyalahgunaan alkohol dapat menimbulkan masalah bagi individu yang mengonsumsinya dan juga bagi orang-orang di sekitarnya.

Minuman yang mengandung alkohol dapat menyebabkan gangguan kejiwaan organik (GMO), yang mencakup masalah dalam berpikir, kondisi emosional, dan perilaku. Karena sifat adiktif alkohol, konsumen sering kali tidak menyadari bahwa dosis yang mereka konsumsi telah melebihi batas aman, yang mengakibatkan kondisi mabuk dan ketergantungan. Menurut Padmaningrum (2012), zat adiktif adalah obat-obatan dan bahan aktif yang dikonsumsi oleh makhluk hidup yang dapat menyebabkan keracunan yang sulit dihentikan dan dapat mengakibatkan kelelahan yang parah akibat keinginan yang terus-menerus untuk menggunakannya atau rasa sakit yang menyiksa. Alkohol, seperti narkoba lainnya, memiliki banyak dampak negatif pada kehidupan fisik, mental, dan sosial seseorang. Beberapa negara di Eropa saat ini menerapkan sanksi dan hukuman berat terhadap individu yang mengonsumsi alkohol. Perseteruan dalam keluarga sering kali disebabkan oleh kebiasaan minum, dan pecandu bisa melakukan tindakan kriminal untuk mendapatkan uang demi membeli alkohol.

Alkohol telah dikaitkan dengan berbagai masalah kesehatan mental, termasuk depresi, kecemasan, ketergantungan nikotin, dan perilaku menyakiti diri sendiri. Sekitar 41% kasus bunuh diri berkaitan dengan ketergantungan alkohol, sementara 23% individu yang melakukan self-harm rentan terhadap ketergantungan alkohol. Sebuah penelitian di Inggris menunjukkan bahwa 85% pasien yang menerima perawatan untuk ketergantungan alkohol juga mengalami gangguan kejiwaan, dengan 81% di antaranya memiliki gangguan afektif dan/atau kecemasan (34% mengalami depresi berat, 47% mengalami depresi ringan, dan 32% mengalami kecemasan). Selain itu, 53% memiliki gangguan kepribadian, sedangkan hanya 19% yang mengalami gangguan psikotik.

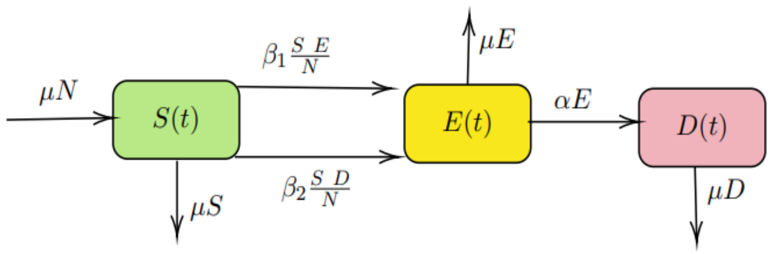
Penyalahgunaan alkohol merupakan masalah yang semakin meningkat di seluruh dunia. Menurut WHO (2018), jumlah kematian akibat konsumsi alkohol mencapai 3 juta kasus per tahun, yang setara dengan 5,3% dari total angka kematian global. Angka kematian ini lebih tinggi dibandingkan dengan kematian yang disebabkan oleh penyakit TBC, HIV/AIDS, dan diabetes. Selain itu, jumlah kematian akibat konsumsi alkohol lebih banyak terjadi pada laki-laki dibandingkan perempuan, dengan total 2,3 juta kematian.

Perilaku adalah respons individu terhadap suatu situasi yang dapat diamati dan memiliki tujuan tertentu. Terdapat beberapa teori yang dapat memengaruhi munculnya perilaku. Salah satunya adalah teori dari Green (1980), yang menyatakan bahwa perilaku manusia dipengaruhi oleh tiga faktor utama. Faktor pertama adalah faktor predisposisi, yang mencakup preferensi individu yang menjadi dasar terbentuknya perilaku, seperti pengetahuan, nilai, dan keyakinan. Faktor kedua adalah faktor pemungkin, yang terdiri dari elemen-elemen dari lingkungan yang mendukung terbentuknya perilaku, seperti sarana dan prasarana. Faktor ketiga adalah faktor penguat, yang mencakup dukungan dari keluarga dan masyarakat sekitar yang dapat memperkuat terjadinya perilaku tersebut.

2.1.6 Model SED

Model SED *(Susceptible-Exposed-Dependent)* dalam jurnal ini merupakan pendekatan matematika yang bertujuan untuk memahami penyebaran perilaku konsumsi alkohol di kalangan mahasiswa Kolombia. Model ini membagi populasi menjadi tiga kelompok: *Susceptible (S),* yaitu individu yang belum terpapar alkohol dalam kurun waktu tertentu tetapi berpotensi untuk mulai minum; *Exposed (E),* yaitu individu yang mengonsumsi alkohol tetapi belum mengalami ketergantungan; dan *Dependent (D),* yaitu individu yang sudah mengalami ketergantungan terhadap alkohol. Dengan memanfaatkan persamaan diferensial non-linear, model ini menggambarkan transisi antar kelompok tersebut dan dipengaruhi oleh parameter-parameter utama seperti $\beta1$ dan $\beta2$, yang merepresentasikan tingkat pengaruh dari individu dalam kelompok Exposed dan Dependent terhadap kelompok Susceptible dalam merekrut anggota baru; parameter α, yang menunjukkan tingkat di mana individu Exposed beralih menjadi Dependent; serta parameterμ, yang menunjukkan tingkat kematian atau kelahiran bersih dalam populasi.

Angka reproduksi dasar R_0 dalam model ini berfungsi untuk menentukan apakah penyebaran perilaku konsumsi alkohol akan terus meningkat atau menurun. Jika R_0 lebih besar dari 1, penyebaran alkohol cenderung meningkat sehingga populasi akan mencapai keseimbangan endemik, sementara jika R_0 kurang dari atau sama dengan 1, keseimbangan bebas alkohol dapat tercapai. Melalui analisis sensitivitas, ditemukan bahwa parameter β_1 dan β_2 memiliki pengaruh terbesar terhadap perubahanR_0, yang berarti pengendalian pada faktor-faktor ini, misalnya melalui program pencegahan atau rehabilitasi, dapat membantu mengurangi penyebaran ketergantungan alkohol di kalangan mahasiswa. Berikut adalah model SED pada penelitian Pérez Reyes (2020):



Gambar 2.1 Model SED

Dengan persamaan differensial sebagai berikut:

$$\dot{S} = \mu N - \beta_1 \frac{SE}{N} - \beta_2 \frac{SD}{N} - \mu S$$

$$\dot{E} = \beta_1 \frac{SE}{N} + \beta_2 \frac{SD}{N} - \alpha E - \mu E$$

$\dot{D} = \alpha E - \mu U$

Dengan kondisi awal $S(0) > 0, E(0) \geq 0, D \geq 0$ dan keterangan parameter yang akan diuraikan sebagai berikut:

Tabel 2.1 Definisi Variabel Pérez Reyes (2020)

Variabel	Deksripsi
S (t)	Individu yang rentan terhadap konsumsi alkohol *(Susceptible)*
E (t)	Individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol tetapi belum kecanduan *(Exposed)*
D (t)	Individu yang sudah mengalami kecanduan alkohol *(Dependent)*

2.2 Solusi Permasalahan dalam Al-Qur'an

Dalam Islam, setiap masalah yang dihadapi manusia selalu dapat dihubungkan dengan Al-Qur'an, sebagai pedoman utama umat Muslim. Al-Qur'an mengandung solusi bagi berbagai permasalahan serta mengajarkan kebijaksanaan dalam menghadapi tantangan hidup. Setiap orang akan diberi ujian hidup yang berbeda oleh Allah SWT, baik yang ringan maupun berat. Karena itu, Allah menurunkan Al-Qur'an untuk menjadi pegangan umat Islam dalam menjalani kehidupan. Terlepas dari jenis permasalahannya, Allah selalu menjadi penyembuh. Sebagaimana firman-Nya dalam Al-Qur'an surat Asy-Syu'ara ayat 80, "Dan apabila aku sakit, Dialah Yang menyembuhkan aku." (Asy-Syu'ara: 80). Ayat ini menunjukkan bahwa Allah adalah penyembuh segala penyakit manusia. Konsep ini bisa dihubungkan dengan penelitian pada model matematika ini, di mana Allah memberikan jalan penyembuhan terhadap penyakit kecanduan melalui pendekatan model matematika. Hal ini untuk menyadarkan manusia akan bahaya bertambahnya populasi pecandu, sehingga dibutuhkan langkah-langkah untuk mengurangi jumlah tersebut. Allah Subhanahu Wa Ta'ala berfirman dalam Al-Qur’an:

وَاِذَا مَرِضْتُ فَهُوَ يَشْفِيْنِ

"*Dan apabila aku sakit, Dialah yang menyembuhkan aku.*" (QS. Asy-Syu'ara: 80)

Ayat ini mengingatkan kita bahwa dalam setiap kondisi, baik itu kesulitan atau penyakit, kita senantiasa bergantung pada Allah sebagai sumber penyembuhan dan jalan keluar. Dalam konteks penelitian ini, Allah memberikan petunjuk untuk mengatasi masalah kecanduan, baik melalui kesadaran diri maupun intervensi yang mungkin dilakukan dengan pendekatan ilmiah, termasuk dalam bentuk model matematika yang kita kaji.

2.3 Kajian Model Matematika dengan Teori pendukung

Penelitian terkait penyebaran alkoholisme di kalangan mahasiswa telah dilakukan oleh Pérez Reyes (2020). Studi ini mengembangkan model matematika nonlinier untuk menggambarkan perilaku konsumsi alkohol berisiko tinggi di kalangan mahasiswa Kolombia. Melalui model ini, dilakukan simulasi numerik yang menunjukkan keberadaan dan stabilitas keseimbangan bebas alkohol dan keseimbangan endemik menggunakan prinsip Lyapunov dan invarian LaSalle. Studi ini juga menerapkan kontrol optimal untuk mengevaluasi dampak langkah preventif terhadap penyebaran konsumsi alkohol. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan kontrol optimal mampu mengurangi populasi mahasiswa yang kecanduan alkohol dalam jangka waktu tertentu.

Satana dan Kassaye (2022) mengembangkan model matematika deterministik untuk menganalisis epidemi kecanduan alkohol di Ethiopia. Model ini membagi populasi ke dalam empat kompartemen: non-peminum, peminum berat, peminum dalam perawatan, dan peminum yang pulih. Dengan pendekatan analisis kestabilan, mereka menemukan bahwa titik ekuilibrium bebas alkohol stabil jika $R_0 < 1$, yang menunjukkan bahwa kecanduan dapat dikendalikan jika tingkat kontak antara peminum berat dan non-peminum diminimalkan serta jumlah individu yang menjalani perawatan dimaksimalkan. Studi ini juga melakukan simulasi numerik menggunakan metode ODE45, yang menegaskan bahwa peningkatan akses terhadap perawatan dan pengurangan interaksi dengan peminum berat dapat membantu mengendalikan epidemi alkoholisme. Model ini memberikan dasar penting bagi kebijakan intervensi berbasis matematika dalam menangani penyebaran kecanduan alkohol.

Kunasegaran dan Ali (2023) mengembangkan model matematika PHTQ untuk menganalisis pola konsumsi alkohol dan strategi penanganannya. Model ini membagi populasi menjadi empat kompartemen: non-peminum (P), peminum berat (H), peminum dalam perawatan (T), dan mantan peminum (Q). Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas alkohol stabil jika $R_0 < 1$, sedangkan jika $R_0 > 1$, terjadi keadaan endemik dengan keseimbangan asimtotik. Simulasi numerik menggunakan MATLAB menegaskan bahwa pengurangan interaksi antara peminum berat dan non-peminum serta peningkatan jumlah individu yang memasuki perawatan dapat membantu mengendalikan epidemi alkoholisme. Studi ini menegaskan bahwa kebijakan intervensi yang menargetkan pencegahan dan rehabilitasi memiliki peran kunci dalam mengurangi tingkat konsumsi alkohol di masyarakat.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Metode kualitatif adalah jenis penelitian yang bertujuan memahami fenomena sosial atau perilaku manusia berdasarkan pandangan atau pengalaman individu. Data diperoleh melalui metode observasi, wawancara, atau kajian literatur yang mendalam, dan kemudian dianalisis untuk memahami pola atau makna dari fenomena yang diteliti (Sugiyono, 2012).

3.2 Tahapan Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan, yaitu sebagai berikut:

3.2.1 Modifikasi Model Matematika

Tahap pertama adalah memodifikasi model SED (Susceptible-Exposed-Dependent) yang dikembangkan oleh Pérez Reyes (2020), dengan menambahkan satu kompartemen baru, yaitu Recovery (R). Penambahan ini bertujuan untuk merepresentasikan individu yang telah pulih dari kecanduan alkohol. Modifikasi dilakukan dengan:

1. Mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan dalam model didasarkan pada kategori populasi yang terlibat dalam dinamika kecanduan Alkohol
2. Membentuk diagram kompartemen

   Diagram kompartemen dibentuk untuk merepresentasikan hubungan transisi antar kelompok populasi, yaitu dari individu rentan (s) menjadi terpapar (e) lalu menjadi pecandu (u) dan akhirnya bisa pulih (r). Diagram ini menampilkan arus transisi antar kompartemen sesuai asumsi model, termasuk pemulihan dan kekambuhan. Penambahan kompartemen recovery (r) menjadi aspek penting dari modifikasi ini karena mencerminkan adanya kemungkinan individu sembuh dari kecanduan alkohol.

3. Menyusun Sistem Persamaan Diferensial

   Berdasarkan diagram kompartemen, disusun sistem persamaan diferensial yang merepresentasikan laju perubahan jumlah individu dalam setiap kelompok terhadap waktu. Sistem persamaan diferensial tersebut adalah sebagai berikut:

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su + \alpha e - \mu e$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

$$\frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu) r$$

   Dengan asumsi bahwa jumlah populasi total Nbersifat konstan, maka $N = s + e + u + r$

4. Melakukan Transformasi Model ke Bentuk Proporsi Populasi

   Untuk menyederhanakan analisis dan menghindari pengaruh ukuran populasi yang berubah-ubah, dilakukan transformasi model ke dalam bentuk proporsi. Setiap kompartemen dibagi dengan jumlah populasi total N , sehingga diperoleh model dalam bentuk proporsi s, e, u, r yang nilainya berada dalam rentang 0 hingga 1. Transformasi ini bertujuan untuk mempermudah proses analisis kestabilan sistem, perhitungan bilangan reproduksi dasar R_0 serta pelaksanaan simulasi numerik tanpa bergantung pada nilai populasi absolut.

3.2.2 Uji Validitas Model Matematika

Setelah model dimodifikasi dengan menambahkan kompartemen recovery (r) langkah selanjutnya adalah melakukan uji validitas untuk memastikan bahwa model tersebut layak digunakan dalam menganalisis dinamika kecanduan alkohol. Uji validitas dilakukan melalui beberapa pendekatan sebagai berikut:

1. Analisis Titik Kesetimbangan

   Analisis ini bertujuan untuk mencari titik-titik dalam sistem ketika laju perubahan setiap variabel (kompartemen) bernilai nol. Titik ini disebut titik kesetimbangan atau steady state, yang mencerminkan kondisi stabil dalam populasi. Terdapat dua jenis titik kesetimbangan yaitu Titik kesetimbangan bebas kecanduan dan Titik kesetimbangan kecanduan.

2. Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

   Bilangan reproduksi dasar, atau basic reproduction number (R_0), menunjukkan jumlah rata-rata individu baru yang terinfeksi (atau dalam konteks ini, yang mulai mengonsumsi alkohol) dari satu individu pecandu dalam populasi yang sepenuhnya rentan. Nilai R_0 dihitung menggunakan metode Next Generation Matrix, yaitu pendekatan matematis untuk mengestimasi potensi penyebaran dalam sistem kompartemen. Interpretasi nilai R_0 adalah sebagai berikut:

a. Jika $R_0 > 0,$ maka kecanduan alkohol dalam populasi cenderung menurun dan akhirnya hilang.

b. Jika $R_0 > 0$, maka kecanduan cenderung menyebar dan bertahan dalam populasi.

3. Analisis Sensitivitas Parameter

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui sejauh mana perubahan nilai suatu parameter memengaruhi nilai bilangan reproduksi dasar R_0. Tujuan dari analisis ini adalah untuk mengidentifikasi parameter-parameter kunci yang paling berpengaruh terhadap penyebaran kecanduan alkohol. Dengan mengetahui parameter yang paling sensitif, upaya intervensi dapat difokuskan secara lebih efektif.

a. Menentukan Nilai Parameter Dasar

Langkah-langkah analisis sensitivitas dilakukan sebagai berikut: Parameter-parameter dasar yang digunakan dalam model ditentukan berdasarkan literatur atau asumsi yang relevan dengan dinamika kecanduan alkohol. Misalnya:

μ : Laju kematian alami

β_1 : Tingkat kontak antara individu rentan dengan individu terpapar

β_2 : Tingkat kontak antara individu rentan dengan individu pecandu

α : Laju transisi dari terpapar menjadi pecandu

γ : Laju pemulihan dari kecanduan

η : Laju kekambuhan Menghitung Bilangan Reproduksi Dasar

b. Menghitung Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar R_0 dihitung menggunakan pendekatan *Next Generation Matrix*, yang menghasilkan bentuk eksplisit dari R_0 sebagai fungsi dari parameter-parameter di atas.

c. Menentukan Formula Sensitivitas

Koefisien sensitivitas dihitung dengan rumus:

$$S_x = \frac{\partial R_0}{\partial x} \times \frac{x}{R_0}$$

4. Simulasi Model Numerik

Simulasi model numerik menunjukkan bahwa dinamika penyebaran dan pemulihan dari kecanduan alkohol sangat dipengaruhi oleh nilai parameter yang digunakan. Model s, e, u, r yang telah dimodifikasi berhasil menggambarkan transisi individu dari kondisi rentan hingga pulih. Grafik hasil simulasi memberikan pemahaman visual terhadap perilaku sistem, serta menunjukkan potensi pengendalian kecanduan melalui peningkatan laju pemulihan dan pengurangan kontak dengan individu pecandu.

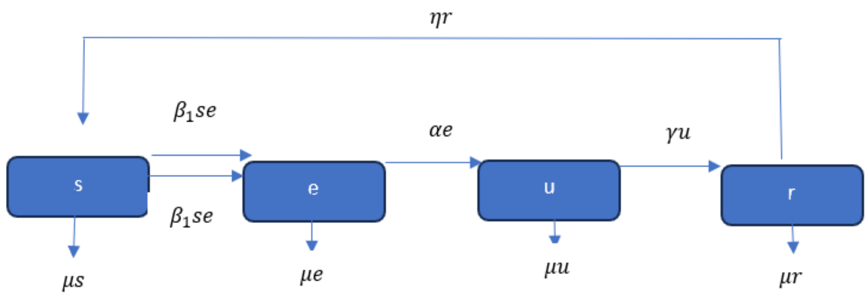
BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Modifikasi Model Matematika

Modifikasi dalam konteks model matematika merujuk pada upaya melakukan perubahan dengan menyesuaikan variabel serta persamaan diferensial agar lebih selaras dengan tujuan penelitian. Proses ini bertujuan untuk memperoleh solusi yang lebih optimal dan lebih relevan dengan permasalahan yang dikaji. Pada penelitian ini dilakukan modifikasi model matematika Pérez Reyes (2020) dengan menambah variabel *recorvery*. Terdapat beberapa langkah-langkah yang dilakukan pada modifikasi model matematika, yaitu:

4.1.1 Membentuk Diagram Kompartemen

Diagram kompartemen merupakan representasi visual yang menggambarkan sistem persamaan diferensial yang terbagi ke dalam beberapa kompartemen yang saling berhubungan. Diagram kompartemen pada penelitian ini dibentuk berdasarkan asumsi-asumsi yang berpengaruh terhadap kecanduan Alkohol. Berikut ini adalah diagram kompartemen yang telah dimodifikasi dengan menambah variabel *Recorvery*:



Gambar 4.1 Model Modifikasi Kecanduan Alkohol

Pada diagram kompartemen tersebut ditambah variabel *recorvery*. Alasan ditambahkan untuk mempresentasikan individu yang berhasil pulih dari kecanduan. Dalam sistem tanpa variabel ini, model hanya mempertimbangkan transisi dari individu rentan *(s)* menuju kecanduan *(u)* tanpa memperhitungkan proses pemulihan. Dengan memasukkan *r*, model dapat merepresentasikan individu yang berhenti dari kebiasaan adiktif, baik melalui intervensi medis, rehabilitasi, atau faktor lainnya. Selain itu, adanya *r* memungkinkan analisis mengenai tingkat kekambuhan (ηr), yang mencerminkan kemungkinan individu kembali ke status rentan setelah pemulihan. Ini memberikan pemahaman lebih realistis terhadap dinamika kecanduan, sehingga strategi pengendalian dan kebijakan rehabilitasi dapat dirancang lebih efektif.

4.1.2 Transformasi Model Kecanduan Alkohol ke Bentuk Proporsi

Dalam analisis sistem epidemiologi, model matematika sering kali dinyatakan dalam bentuk proporsi terhadap total populasi untuk menghindari pengaruh ukuran populasi yang berubah-ubah. Dengan demikian, model menjadi lebih stabil dan mudah dianalisis secara matematis. Berikut adalah penjelasan rinci mengenai proses transformasi model kecanduan alkohol ke dalam bentuk proporsi.

Model awal dinyatakan dalam jumlah individu dalam setiap kompartemen. Untuk menyesuaikan model dengan analisis proporsi, kita mendefinisikan variabel normalisasi sebagai berikut:

$$s = \frac{S}{N}, \qquad e = \frac{E}{N}, \quad u = \frac{U}{N}, r = \frac{R}{N}$$

Pendekatan ini dikenal sebagai *normalisasi populasi* dan umum digunakan dalam pemodelan epidemiologi. Tujuannya adalah menyederhanakan sistem persamaan diferensial dan menghindari ketergantungan eksplisit terhadap ukuran populasi *N*, terutama ketika diasumsikan konstan atau besar. Dengan mengubah variabel menjadi bentuk proporsi, model menjadi lebih mudah dianalisis dalam konteks kestabilan dan bilangan reproduksi dasar R_0 (van den Driessche & Watmough, 2002).

Di mana:

s : Proporsi individu yang berada dalam kategori rentan terhadap kecanduan

e : Proporsi individu yang telah terpapar kecanduan alkohol

u : Proporsi individu yang telah menjadi pecandu

r : Proposi individu yang pulih dari kecanduan alkohol

N : Total populasi yang dianggap konstan

Dengan definisi ini, s, e, u, r mewakili proporsi individu dalam setiap kompartemen, sehingga nilai variabel berada dalam rentang 0 hingga 1. Transformasi ini umum digunakan dalam pemodelan epidemiologi untuk memastikan bahwa analisis tetap valid terlepas dari perubahan jumlah populasi secara absolut (Hethcote, 2000).

Turunan terhadap waktu mendefinisikan variabel dalam bentuk proporsi, karena variabel s, e, u, r merupakan fungsi waktu, kita mencari turunannya menggunakan aturan rantai:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{N}\frac{dS}{dt},$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{N}\frac{dE}{dt},$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{N}\frac{du}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{N}\frac{dR}{dt}$$

Aturan ini digunakan untuk mengubah sistem diferensial berbasis jumlah individu menjadi sistem berbasis proporsi (Brauer & Castillo-Chavez, 2012).

Persamaan untuk kompartemen rentan.

Model awal dalam jumlah individu dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta_1 \frac{SE}{N} - \beta_2 \frac{SU}{N} - \mu S$$

Seluruh persamaan ini dibagi dengan N:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \frac{\mu N - \beta_1 \frac{SE}{N} - \beta_2 \frac{SU}{N} - \mu S}{N}$$

Sehingga:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \mu - \beta_1 \frac{SE}{N^2} - \beta_2 \frac{SU}{N^2} - \mu \cdot \frac{S}{N}$$

Definisi variabel proporsi:

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, u = \frac{U}{N}$$

Menjadi:

$$S = sN$$

$$E = eN$$

$$U = uN$$

Substitusi Variabel Proporsi ke dalam Persamaan:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \mu - \beta_1 \frac{(sN)(eN)}{N^2} - \beta_2 \frac{(sN)(uN)}{N^2} - \mu s$$

Menjadi:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \mu - \beta_1 \frac{seN^2}{N^2} - \beta_2 \frac{suN^2}{N^2} - \mu s$$

Sehingga:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

Karena $s = \frac{S}{N}$ dan N adalah konstan (total populasi tidak berubah terhadap waktu), maka berlaku:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{1}{N}\frac{dS}{dt}$$

Menjadi:

$$\frac{1}{N}\frac{dS}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

maka persamaan menjadi:

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

Transformasi ini menghindari ketergantungan pada ukuran populasi mutlak, sehingga lebih mudah digunakan dalam analisis kestabilan sistem (van den Driessche & Watmough, 2002).

Persamaan untuk kompartemen terpapar e

Model awal sebelum transformasi:

$$\frac{dE}{dt} = \beta_1 \frac{SE}{N} + \beta_2 \frac{SU}{N} - \alpha E - \mu E$$

Dengan membagi seluruh persamaan dengan N, diperoleh:

$$\frac{1}{N}\frac{dE}{dt} = \frac{1}{N}\left(\beta_1 \frac{SE}{N} + \beta_2 \frac{SU}{N} - \alpha E - \mu E\right)$$

Sehingga:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dE}{dt} = \beta_1 \frac{SE}{N^2} + \beta_2 \frac{SU}{N^2} - \alpha \frac{E}{N} - \mu \frac{E}{N}$$

Definisi variabel proporsi:

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, u = \frac{U}{N}$$

Maka:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dE}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e$$

Menggunakan aturan rantai:

$e = \frac{E}{N}$ dan N adalah konstan, sehingga $\frac{de}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \frac{dE}{dt}$

Diperoleh Persamaan :

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su + \alpha e - \mu e$$

Transformasi ini memastikan bahwa model lebih relevan dalam skenario di mana total populasi tetap konstan (Chitnis et al., 2008).

Persamaan untuk Kompartemen Pecandu u

Model awal:

$$\frac{dU}{dt} = \alpha E - \gamma U - \mu U$$

Dibagi dengan N:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dU}{dt} = \frac{1}{N} (\alpha E - \gamma U - \mu U)$$

Sehingga:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dU}{dt} = \left(\alpha \cdot \frac{E}{N} - \gamma \cdot \frac{U}{N} - \mu \cdot \frac{U}{N} \right)$$

Menggunakan definisi proporsi:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dU}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

Menggunakan aturan rantai, karena:

$u = \frac{U}{N}$ dan N adalah konstan, sehingga $\frac{du}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \frac{dU}{dt}$

Menjadi:

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

Transformasi ini banyak diterapkan dalam model epidemiologi untuk menyederhanakan analisis dinamika populasi (Marino et al., 2008).

Persamaan awal untuk R dalam jumlah individu adalah:

$$\frac{dR}{dt} = \gamma U - (\eta + \mu)R$$

Seluruh persamaan dibagi dengan N untuk mendapatkan proporsi:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dR}{dt} = \frac{1}{N}(\gamma U - (\eta + \mu)R)$$

Distribusikan pembagian:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dR}{dt} = \gamma \frac{U}{N} - (\eta + \mu) \frac{R}{N}$$

Dengan menggunakan definisi $u = \frac{U}{N}$ dan $r = \frac{R}{N}$, sehingga diperoleh:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu)r$$

Menggunakan aturan rantai, karena:

$r = \frac{R}{N}$ dan N konstan, sehingga $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \frac{dR}{dt}$

Sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu)r$$

Setelah dilakukan transformasi, model dalam bentuk proporsi populasi total menjadi:

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s$$

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su + \alpha e - \mu e$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

$$\frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu)r$$

Dengan model matematika di atas, analisis dapat dilakukan tanpa perlu mempertimbangkan jumlah absolut individu dalam populasi, melainkan berdasarkan proporsi setiap kompartemen dalam populasi total.

4.1.3 Mendefinisikan Variabel dan Nilai Parameter

Variabel yang terkait dalam pembentukan diagram kompartemen diambil dari beberapa asumsi yang telah dibentuk serta menggunakan nilai parameter yang bersumber dari beberapa rujukan yang telah dikaji oleh peneliti. Berikut akan dipaparkan definisi dari variabel yang terkait dengan model matematika kecanduan Alkohol:

Tabel 4.1 Definisi Variabel Modifikasi Model Kecanduan Alkohol

Variabel	Keterangan
$s(t)$	Kelompok individu yang rentan terhadap kecanduan alkohol tetapi belum mengkonsumsinya
$e(t)$	Kelompok individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol tetapi belum sepenuhnya kecanduan

$u(t)$	Kelompok individu yang sudah mengalami kecanduan alkohol
$r(t)$	Kelompok individu yang telah berhasil pulih dari kecanduan alkohol melalui rehabilitasi

Serta keterangan nilai parameter yang terkait dengan model matematika kecanduan Alkohol sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Parameter Kecanduan Alkohol Pérez Reyes (2020)

Parameter	Deksripsi	Nilai	Satuan
β_1	Tingkat Penularan Kecanduan Alkohol dari individu rentan ke individu terpapar	0,33	$\frac{1}{\text{tahun}}$
β_2	Tingkat penularan kecanduan Alkohol dari individu rentan ke individu pecandu	0,3	$\frac{1}{\text{tahun}}$
μ	Tingkat kematian alami dalam populasi	0,3	$\frac{1}{\text{tahun}}$
α	Tingkat individu terpapar yang berpindah menjadi pecandu	0,2	$\frac{1}{\text{tahun}}$
γ	Tingkat pemulihan individu dari kecanduan	0,09	$\frac{1}{\text{tahun}}$
η	Faktor tambahan yang mempengaruhi pemulihan individu	0.03	$\frac{1}{\text{tahun}}$

4.1.4 Menyusun Persamaan Diffrensial

Model matematika kecanduan alkohol yang dimodifikasi ini membagi populasi ke dalam empat kompartemen utama, yaitu individu yang rentan terhadap kecanduan alkohol (s), individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol tetapi belum sepenuhnya kecanduan (e), individu yang telah mengalami kecanduan alkohol (u), dan individu yang berhasil pulih dari kecanduan melalui proses pemulihan atau rehabilitasi (r). Perubahan jumlah individu dalam setiap kompartemen dipengaruhi oleh proses rekrutmen, transisi antar kompartemen, serta kematian alami. Penjelasan dinamika masing-masing kompartemen disampaikan sebagai berikut.

Individu dalam kelompok rentan (s) merupakan populasi yang belum terpapar alkohol, namun memiliki potensi untuk berpindah ke kelompok terpapar atau pecandu. Jumlah individu dalam kompartemen ini bertambah melalui rekrutmen penduduk baru, misalnya akibat pertumbuhan populasi dengan laju μ. Sebaliknya, individu dalam kelompok rentan dapat berpindah ke kelompok terpapar melalui interaksi dengan individu yang telah terpapar alkohol, dengan laju penularan β_1, serta melalui interaksi dengan pecandu, dengan laju penularan β_2. Selain itu, individu dalam kompartemen ini juga mengalami pengurangan akibat kematian alami dengan laju μ. Secara matematis, dinamika kompartemen s dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{ds}{dt} = \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s \qquad (4.3)$$

Kompartemen terpapar (e) terdiri atas individu yang telah mulai mengonsumsi alkohol, namun belum menunjukkan tanda-tanda ketergantungan.

Penambahan individu ke dalam kelompok ini berasal dari individu rentan yang berinteraksi dengan individu terpapar $(\beta_1 se)$ maupun dengan pecandu $(\beta_2 su)$ Pengurangan jumlah individu dalam kelompok ini terjadi akibat perpindahan ke kelompok pecandu dengan laju α, serta akibat kematian alami dengan laju μ. Dengan demikian, perubahan jumlah individu dalam kompartemen (e) dirumuskan sebagai:

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e \qquad (4.4)$$

Kompartemen pecandu (u) terdiri dari individu yang telah mengalami ketergantungan terhadap alkohol. Penambahan individu dalam kelompok ini disebabkan oleh transisi dari kelompok terpapar dengan laju α. Pengurangan dalam kelompok pecandu dapat terjadi melalui dua mekanisme, yaitu pemulihan dengan laju γ dan kematian alami dengan laju μ. Persamaan diferensial yang menggambarkan dinamika kelompok pecandu adalah sebagai berikut:

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u \qquad (4.5)$$

Kompartemen pulih (r) mencakup individu yang telah berhasil sembuh dari kecanduan alkohol, baik melalui program rehabilitasi maupun upaya pemulihan lainnya. Individu memasuki kelompok ini dari kelompok pecandu dengan laju γ. Jumlah individu dalam kompartemen (r) dapat berkurang karena dua faktor, yaitu kekambuhan (relaps) dengan laju η dan kematian alami dengan laju μ. Persamaan diferensial yang memodelkan perubahan jumlah individu dalam kompartemen (r) dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dr}{dt} = \gamma u - (\eta + \mu) r \qquad (4.6)$$

4.2 Uji Validitas Model Matematika

4.2.1 Titik Kesetimbangan

Titik Kesetimbangan diperoleh dengan mencari kondisi di mana semua laju perubahan dalam sistem menjadi nol, yaitu dengan menyelesaikan sistem berikut:

$$\frac{ds}{dt} \rightarrow \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s = 0$$

$$\frac{de}{dt} \rightarrow \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e = 0$$

$$\frac{du}{dt} \rightarrow \alpha e - \gamma u - \mu u = 0$$

$$\frac{dr}{dt} \rightarrow \gamma u - (\eta + \mu) r = 0$$

1. Titik Kesetimbangan Bebas Kecanduan

   Kesetimbangan bebas kecanduan merupakan kondisi di mana tidak terdapat individu dalam kompartemen e (terpapar), u (pecandu), dan r (pulih). Dengan demikian, asumsi yang digunakan dalam perhitungan ini adalah:

$$e^* = 0, \qquad u^* = 0, \qquad r^* = 0$$

   Untuk menentukan titik kesetimbangan, nilai-nilai ini disubstitusikan ke dalam sistem persamaan diferensial yang telah ditetapkan, yaitu:

$$\frac{ds}{dt} \rightarrow \mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s = 0$$

$$\frac{de}{dt} \rightarrow \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e = 0$$

$$\frac{du}{dt} \rightarrow \alpha e - \gamma u - \mu u = 0$$

$$\frac{dr}{dt} \rightarrow \gamma u - (\eta + \mu) r = 0$$

Menentukan Nilai Kesetimbangan untuk s^*

Persamaan keseimbangan untuk sss diberikan sebagai berikut:

$$\mu - \beta_1 se - \beta_2 su - \mu s = 0$$

Dengan mensubstitusikan $e^* = 0 \quad dan\, u^* = 0$, diperoleh:

$$\mu - \beta_1 s(0) - \beta_2 s(0) - \mu s = 0$$

$$\mu - \mu s = 0$$

Menjadi:

$$\mu = \mu s$$

Dengan membagi kedua sisi dengan μ dengan asumsi $\mu \neq 0$, diperoleh:

$$s^* = \frac{\mu}{\mu} = 1$$

Memverifikasi Nilai Kesetimbangan untuk e^*, u^*, r^*

Setelah menemunakan $s^* = 1$, perlu dipastikan bahwa nilai keseimbangan untuk e^*, u^*, r^* tetap nol dengan mensubstitusikan ke dalam persamaan masing-masing.

Persamaan keseimbangan untuk e:

$$\beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e = 0$$

Dengan substitusi $s^* = 1, e^* = 0, u^* = 0$, diperoleh:

$$\beta_1(1)(0) + \beta_2(1)(0) - \alpha(0) - \mu(0) = 0$$

Sehingga $e^* = 0$ adalah solusi yang valid.

Persamaan keseimbangan untuk u:

$$\alpha e - \gamma u - \mu u = 0$$

Dengan substitusi $e^* = 0, u^* = 0,$ diperoleh:

$$\alpha(0) - \gamma(0) - \mu(0) = 0$$

Sehingga $u = 0$ adalah solusi yang valid.

Persamaan keseimbangan untuk r:

$$\gamma u - (\eta + \mu) = 0$$

Dengan substitusi $u^* = 0, r^* = 0$, diperoleh:

$$\gamma(0) - (\eta + \mu)(0) = 0$$

Sehingga $r^* = 0$ adalah solusi yang valid.

Dari perhitungan di atas, diperoleh titik kesetimbangan:

$$s^* = 1, \quad e^* = 0, u^* = 0, r^* = 0$$

Sehingga

$$(s^*, e^*, u^*, r^*) = (1,0,0,0)$$

2. Titik Kesetimbangan Kecanduan

Kesetimbangan kecanduan adalah keadaan di mana penyakit atau kondisi tertentu tetap ada dalam populasi dalam jangka panjang, tanpa punah atau meledak menjadi wabah. Pada titik ini, jumlah individu dalam setiap kategori (misalnya, rentan, terpapar, pecandu, dan sembuh dalam model kecanduan alkohol) mencapai nilai konstan, yang ditentukan oleh keseimbangan antara tingkat infeksi, pemulihan, dan faktor lain dalam sistem. Dalam model matematika, kesetimbangan kecanduan diperoleh dengan mencari titik keseimbangan selain keseimbangan bebas penyakit, di mana $R_0 > 0$ menunjukkan bahwa penyakit atau kecanduan tetap bertahan dalam populasi.

Diketahui persamaan keseimbangan untuk u^*:

$$\alpha e^* = (\gamma + \mu)u^*$$

Untuk mencari nilai keseimbangan u^*, isolasi variabel sebagai berikut:

$$u^* = \frac{\alpha e}{\gamma + \mu}$$

Dari persamaan keseimbangan untuk r^*:

$$\gamma u^* = (\eta + \mu)r^*$$

Menjadi:

$$r^* = \frac{\gamma}{\eta + \mu}u^*$$

Substitusi u^*:

$$r^* = \frac{\gamma}{\eta + \mu} \cdot \frac{\alpha e}{\gamma + \mu}$$

Menjadi:

$$r^* = \frac{\gamma \alpha e}{(\eta + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Dari persamaan keseimbangan untuk s^*:

$$\mu - \beta_1 s^* e^* - \beta_2 s^* u^* - \mu s = 0$$

$$\mu - \mu s^* = \beta_1 s^* e^* + \beta_2 s^* u^*$$

$$s^*(\mu + \beta_1 e^* + \beta_2 u^*) = \mu$$

Substitusi u^*:

$$s^*\left(\mu + \beta_1 e^* + \beta_2 \frac{\alpha e^*}{\gamma + \mu}\right) = \mu$$

$$s^*\left(\mu + \beta_1 e^* + \frac{\beta_2 \alpha e^*}{\gamma + \mu}\right) = \mu$$

$$s^* = \frac{\mu}{\mu + \left(\beta_1 e^* + \frac{\beta_2 \alpha}{\gamma + \mu}\right)}$$

Dari persamaan kesetimbangan untuk e^*:

$$\beta_1 s^* e^* + \beta_2 s^* u^* - \alpha e^* - \mu e^* = 0$$

$$s^*(\beta_1 e^* + \beta_2 u^*) = (\alpha + \mu)e^*$$

Substitusi u^*:

$$s^*\left(\beta_1 e^* + \beta_2 \frac{\alpha e^*}{\gamma + \mu}\right) = (\alpha + \mu)e^*$$

$$s^*\left(\beta_1 e^* + \beta_2 \frac{\alpha e^*}{\gamma + \mu}\right) e^* = (\alpha + \mu)e^*$$

Substitusi s^*:

$$\frac{\mu}{\left(\beta_1 e^* + \beta_2 \frac{\alpha e^*}{\gamma + \mu}\right) e^*}\left(\beta_1 + \frac{\beta_2 \alpha}{\gamma + \mu}\right) e^* = (\alpha + \mu)e^*$$

Selesaikan untuk e^*:

$$\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2 \alpha}{\gamma + \mu}\right) e^* = (\alpha + \mu)e^*\left(\beta_1 e^* + \frac{\beta_2 \alpha}{\gamma + \mu}\right) e^*$$

Setelah penyederhanaan, diperoleh:

$$e^* = \frac{\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2(\gamma + \mu)}{\alpha} - \alpha - \mu\right)}{(\alpha + \mu)\left(\beta_1 + \frac{\beta_2(\gamma + \mu)}{\alpha}\right)}$$

Sehingga diperoleh nilai kesetimbangan kecanduan sebagai berikut:

$$s^* = \frac{\mu}{\mu + \left(\beta_1 e^* + \frac{\beta_2 \alpha}{\gamma + \mu}\right)}$$

$$e^* = \frac{\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2(\gamma + \mu)}{\alpha} - \alpha - \mu\right)}{(\alpha + \mu)\left(\beta_1 + \frac{\beta_2(\gamma + \mu)}{\alpha}\right)}$$

$$u^* = \frac{\alpha e}{\gamma + \mu}$$

$$r^* = \frac{\gamma \alpha e}{(\eta + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Substitusi nilai parameter ke nilai kesetimbangan kecanduan, sehingga diperoleh:

$$s^* \approx 0{,}551$$

$$e^* \approx 0{,}272$$

$$u^* \approx 0{,}139$$

$$r^* \approx 0{,}038$$

4.2.2 Analisis Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar, yang dilambangkan dengan R_0, merupakan indikator penting dalam mempelajari penyebaran suatu fenomena dalam populasi, baik itu penyakit menular, kecanduan, maupun penyebaran informasi. Secara definisi, R_0 adalah jumlah rata-rata individu baru yang akan terinfeksi atau terdampak secara langsung oleh satu individu yang telah terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan, tanpa adanya intervensi seperti vaksinasi, pengobatan, atau perubahan perilaku (Diekmann, Heesterbeek, & Metz, 1990).

Berikut ini langkah-langkah mencari bilangan reproduksi dasar R_0 sebagai berikut:

1. Menentukan matriks transmisi F dan matriks transisi V

   Diketahui sistem persamaan diferensial:

$$\frac{de}{dt} = \beta_1 se + \beta_2 su - \alpha e - \mu e$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha e - \gamma u - \mu u$$

   Matriks F menggambarkan individu yang baru masuk ke kompartemen e (terpapar) akibat kontak dengan individu yang telah kecanduan. Sehingga:

$$F = \begin{bmatrix} \beta_1 s^* & \beta_2 s^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks V menggambarkan individu yag keluar dari kompartemen e (tepapar) dan u (pecandu) akibat pemulihan atau kematian. Sehingga:

$$V = \begin{bmatrix} \alpha + \mu & 0 \\ -\alpha & \gamma + \mu \end{bmatrix}$$

2. Menentukan Invers Matrika V^{-1}

   Menghitung determinan V sehingga:

$$\det(V) = (\alpha + \mu)(\gamma + \mu) - (0)(-\alpha) = (\alpha + \mu)(\gamma + \mu)$$

   Matriks Adjoin dari V adalah:

$$Adj(V) = \begin{bmatrix} \gamma + \mu & 0 \\ \alpha & \alpha + \mu \end{bmatrix}$$

   Dengan menggunakan rumus invers:

$$V^{-1} = \frac{1}{\det{(V)}} \cdot Adj(V)$$

$$V^{-1} = \frac{1}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)} \cdot \begin{bmatrix} \gamma + \mu & 0 \\ \alpha & \alpha + \mu \end{bmatrix}$$

   Sehingga diperoleh:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha + \mu)} & 0 \\ \frac{\alpha}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)} & \frac{1}{(\gamma + \mu)} \end{bmatrix}$$

3. Menghitung FV^{-1}

   Matriks F yang mempresentasikan individu baru yang masuk ke dalam kompartemen terpapar *(e)* diberikan oleh:

$$F = \begin{bmatrix} \beta_1 s^* & \beta_2 s^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan invers dari matriks trensisi V^{-1} yang telah dihitung sebelumnya adalah:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(\alpha+\mu)} & 0 \\ \dfrac{\alpha}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)} & \dfrac{1}{(\gamma+\mu)} \end{bmatrix}$$

Perkalian antara F dan V^{-1} dilakukan sebagai berikut:

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_1 s^* & \beta_2 s^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(\alpha+\mu)} & 0 \\ \dfrac{\alpha}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)} & \dfrac{1}{(\gamma+\mu)} \end{bmatrix}$$

Perkalian baris 1 dari F dari kolom 1 dari V^{-1}:

$$(\beta_1 s^*) \cdot \left(\frac{1}{\alpha+\mu}\right) + (\beta_2 s^*) \cdot \left(\frac{\alpha}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)}\right)$$

$$= \frac{\beta_1 s^*}{\alpha+\mu} + \frac{\beta_2 s^*}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)}$$

Perkalian baris 1 dari F dan kolom 2 dari V^{-1}:

$$(\beta_1 s^*) \cdot 0 + (\beta_2 s^*) \cdot \left(\frac{1}{\alpha+\mu}\right) = \frac{\beta_2 s^*}{(\gamma+\mu)}$$

Sehingga diperoleh:

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{\beta_1 s^*}{\alpha+\mu} + \dfrac{\beta_2 s^*}{(\alpha+\mu)(\gamma+\mu)} & \dfrac{\beta_2 s^*}{(\gamma+\mu)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Menentukan Nilai Eigen Terbesar

Nilai eigen dari matriks FV^{-1} diperoleh dengan mengambil elemen diagonal terbesar dari hasil perkalian di atas:

$$R_0 = \frac{\beta_1 s}{\alpha + \mu} + \frac{\beta_2 s \alpha}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Substitusi nilai parameter:

Sehingga:

$$R_0 = \frac{0{,}33 \times 1}{0{,}2 + 0{,}3} + \frac{0{,}3 \times 1 \times 0{,}2}{(0{,}2 + 0{,}3)(0{,}09 + 0{,}3)}$$

Menjadi:

$$R_0 = \frac{0{,}33}{0{,}5} + \frac{0{,}06}{(0{,}5)(0{,}39)}$$

Sehingga:

$$R_0 = 0{,}66 + 0{,}3077 = 0{,}9677$$

Berdasarkan hasil perhitungan yang ditemukan maka terbukti bahwa $R_0 < 1$, maka dapat disimpulkan bahwa bilangan reproduksi dasar R_0 bersifat stabil asimtotik lokal pada titik kesetimbangan bebas kecanduan. Maka jumlah kecanduan akan berkurang dari waktu ke waktu dengan sendirinya dan tingkat kecanduan semakin lama akan semakin menurun (Giesecke, 2017).

4.2.3 Analisis Sensivitas Parameter

Dalam penelitian ini, dilakukan analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar R_0 untuk menentukan sejauh mana setiap parameter dalam model memengaruhi penyebaran kecanduan alkohol dalam populasi. Sensitivitas dihitung berdasarkan turunan parsial R_0 terhadap setiap parameter, yang kemudian dikombinasikan dengan koefisien sensitivitas untuk menilai dampaknya secara relatif (van den Driessche & Watmough, 2002).

Turunan parsial R_0 terhadap setiap parameter.

Bilangan Reproduksi dasar diberikan persamaan:

$$R_0 = \frac{\beta_1 s}{\alpha + \mu} + \frac{\beta_2 s\alpha}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Turunan parsial terhadap setiap parameter dihitung sebagai berikut:

1. Turunan Terhadap β_1 (Tingkat Transmisi dari rentan ke terpapar)

$$\frac{\partial R_0}{\partial \beta_1} = \frac{s}{\alpha + \mu} = \frac{1}{0.5} = 2$$

2. Turunan Terhadap β_2 (Tingkat Transmisi dari rentan ke pecandu)

$$\frac{\partial R_0}{\partial \beta_2} = \frac{s\alpha}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)} = \frac{1\ (0.2)}{0.5 \times 0.39} = \frac{0.2}{0.195} \approx 1.0256$$

3. Turunan terhadap α (Laju individu terpapar menjadi pecandu)

$$\frac{\partial R_0}{\partial \alpha} = -\frac{\beta_1 s}{(\alpha + \mu)^2} + \frac{\beta_2 s(\gamma + \mu - \alpha)}{(\alpha + \mu)^2(\gamma + \mu)}$$

$$= -\frac{0.33}{0.25} + \frac{0.3 \times 0.19}{0.25 \times 0.39} = -1.32 + 0.5846$$

$$= -0.7354$$

4. Turunan terhadap γ (Laju pemulihan pecandu)

$$\frac{\partial R_0}{\partial \gamma} = \frac{\beta_2 s\alpha}{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)^2} = -\frac{0.06}{0.5 \times 0.15221} = -\frac{0.06}{0.07605}$$

$$\approx -0.7887$$

5. Turunan terhadap μ (Laju kematian alami dalam populasi)

$$\frac{\partial R_0}{\partial \mu} = \frac{\beta_1 s}{(\alpha + \mu)^2} - \frac{\beta_2 s\alpha(\gamma + \mu + \alpha + \mu)}{(\alpha + \mu)^2(\gamma + \mu)}$$

$$= -\frac{0.33}{0.25} - \frac{0.06 \times 0.89}{0.25 \times 0.1521} = -1.32 - 1.4045$$

$$= -2.7245$$

Koefisien sensitivitas dihitung dengan rumus :

$$S_x = \frac{\partial R_0}{\partial_x} \times \frac{x}{R_0}$$

Dengan substitusi nilai parameter:

$$S\beta_1 = 2 \times \frac{0.33}{0.9677} = 0.6818$$

$$S\beta_2 = 1.0256 \times \frac{0.3}{0.9677} = 0.318$$

$$S_\alpha = -0.7354 \times \frac{0.2}{0.9677} = -0.1519$$

$$S_\gamma = -0.7887 \times \frac{0.09}{0.9677} = -0.0733$$

$$S_\mu = -2.7245 \times \frac{0.3}{0.9677} = -0.08447$$

1. Sensitivitas terhadap β_1 (Tingkat Penularan dari rentan ke Terpapar)

   Koefisien sensitivitas $S_{\beta_1} = 0.6818$ menunjukkan bahwa jika nilai β_1 meningkat sebesar 10%, maka nilai R_0 akan meningkat sekitar 6.818%. Ini menunjukkan bahwa β_1 adalah parameter yang paling berpengaruh terhadap peningkatan R_0. Artinya, semakin besar tingkat penularan dari individu rentan ke individu terpapar, maka semakin tinggi pula potensi penyebaran kecanduan alkohol dalam populasi. Oleh karena itu, intervensi untuk mengurangi kontak atau pengaruh dari individu terpapar sangat penting untuk menekan penyebaran kecanduan.

2. Sensitivitas terhadap β_2 (Tingkat Penularan dari rentan ke Pecandu)

   Koefisien sensitivitas $S_{\beta_2} = 0.3181$ berarti bahwa kenaikan 10% pada β_2 akan menyebabkan kenaikan sekitar 3.181% pada R_0. Meski nilai ini lebih rendah dari β_1, tetap menunjukkan bahwa transmisi langsung ke fase kecanduan juga berperan dalam penyebaran. Namun, dibandingkan dengan β_1, dampaknya lebih kecil, sehingga pencegahan lebih baik difokuskan pada fase awal (dari rentan ke terpapar) daripada langsung ke pecandu.

3. Sensitivitas terhadap α (Tingkat Pemulihan Pecandu)

   Nilai koefisien sensitivitas $S_\alpha = -0.1519$ berarti jika αmeningkat 10%, maka R_0 akan menurun sekitar 1.519%. Tanda negatif menunjukkan bahwa peningkatan laju transisi dari terpapar ke pecandu justru menurunkan potensi penyebaran, karena individu yang cepat menjadi pecandu akan lebih cepat pula masuk ke fase pemulihan atau keluar dari siklus penularan. Ini mencerminkan bahwa mempercepat identifikasi dan penanganan kasus terpapar bisa menjadi strategi efektif dalam mengendalikan penyebaran.

4. Sensitivitas terhadap γ (Laju Individu yang Menjadi Pecandu)

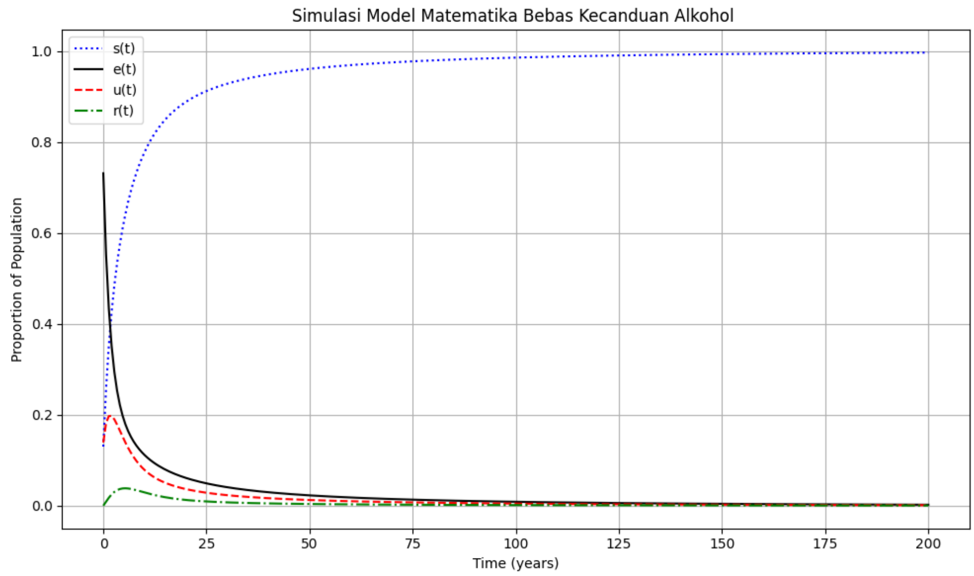
   Koefisien sensitivitas $S_\gamma = -0.0733$ menunjukkan bahwa jika γ meningkat 10%, maka R_0 akan menurun sekitar 0.733%. Ini berarti bahwa peningkatan tingkat pemulihan berkontribusi dalam mengurangi potensi penyebaran kecanduan alkohol, meskipun pengaruhnya relatif kecil. Tetap saja, hal ini menekankan pentingnya penyediaan akses terhadap rehabilitasi dan pemulihan bagi pecandu.

5. Sensitivitas terhadap μ (Tingkat Kematian Alami)

   Dengan koefisien sensitivitas $S_\mu = -0.8447$, peningkatan 10% pada μ akan menurunkan R_0 sebesar 8.447%. Ini merupakan nilai negatif paling besar dalam analisis ini, yang menunjukkan bahwa semakin besar jumlah individu yang keluar dari sistem (baik karena kematian, pindah, atau rehabilitasi permanen), maka semakin kecil peluang penyebaran kecanduan. Dengan kata lain, menurunkan lama waktu individu berada dalam sistem penularan sangat efektif untuk menekan angka kecanduan.

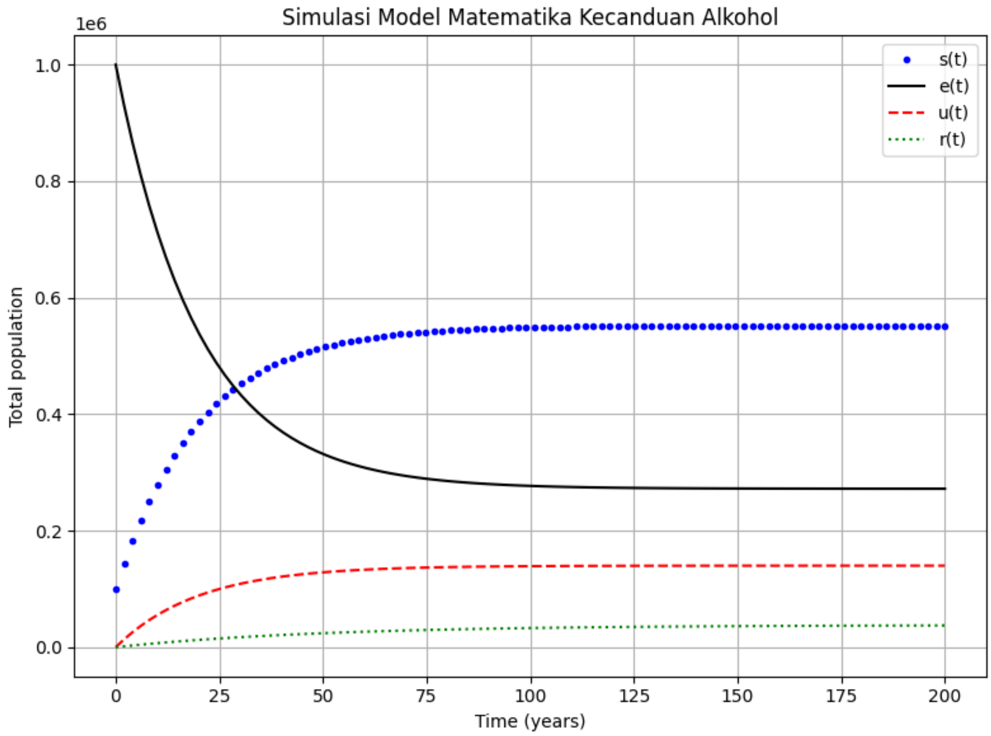
4.2.4 Simulasi Model Numerik

Dalam penelitian ini, simulasi dilakukan untuk menggambarkan penyebaran kecanduan Alkohol menggunakan modifikasi model matematika, yaitu model s, e, u, r yang telah melakukan penyembuhan dari kecanduan Alkohol yang mereka alami. Pada simulasi ini, nilai parameter sesuai dengan Tabel (4.2). Kemudian menginput model, serta nilai awal dan parameter pada phyton sehingga dapat diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 4.2 Simulasi Model Matematika Bebas Kecanduan Alkohol

Grafik di atas menunjukkan perubahan proporsi populasi dalam empat kelompok utama, yaitu individu rentan (s) , terpapar (e) pecandu (u) dan pulih (r) terhadap waktu selama 200 tahun. Berdasarkan grafik, proporsi individu rentan meningkat tajam dari awal waktu dan secara bertahap mendekati angka satu, menunjukkan bahwa sebagian besar populasi pada akhirnya tetap berada dalam kondisi rentan terhadap kecanduan alkohol, namun tidak masuk ke tahap lanjut. Sebaliknya, proporsi individu yang terpapar dan menjadi pecandu awalnya cukup signifikan, namun menurun drastis seiring waktu menuju nol. Hal ini mencerminkan bahwa baik individu terpapar maupun pecandu tidak bertahan lama dalam status tersebut, kemungkinan karena proses pemulihan atau faktor keluarnya individu dari sistem, seperti kematian. Sementara itu, proporsi individu yang pulih sempat mengalami peningkatan di awal, namun kemudian juga menurun hingga mendekati nol, menunjukkan bahwa tingkat pemulihan relatif kecil dibandingkan dengan dinamika populasi secara keseluruhan. Secara keseluruhan, grafik ini menggambarkan sistem yang menuju kondisi kesetimbangan, di mana mayoritas populasi tetap dalam keadaan rentan dan hanya sebagian kecil yang mengalami transisi ke tahap lain dalam jangka panjang.



Gambar 4.3 Simulasi Model Matematika Kecanduan Alkohol

Grafik menunjukkan dinamika perubahan proporsi populasi dalam empat kelompok utama, yaitu rentan (s), terpapar (e), pecandu (u), dan pulih (r). selama periode 200 tahun. Proporsi individu rentan mengalami peningkatan tajam di awal waktu dan kemudian stabil pada nilai tertinggi, menunjukkan bahwa sebagian besar populasi tetap berada dalam kondisi rentan terhadap kecanduan, namun tidak berpindah ke tahap lanjut. Sebaliknya, proporsi individu terpapar dan pecandu menunjukkan dinamika yang berbeda, di mana populasi terpapar menurun signifikan dan mencapai kestabilan di tingkat sedang, sementara populasi pecandu meningkat di awal dan kemudian melandai pada proporsi yang lebih kecil. Adapun populasi pulih mengalami kenaikan lambat dan menetap di proporsi paling rendah, mengindikasikan bahwa tingkat pemulihan relatif kecil dibandingkan dengan dinamika lainnya. Secara keseluruhan, grafik mencerminkan bahwa sistem mencapai titik kesetimbangan, di mana setiap kompartemen stabil pada proporsi tertentu, dengan mayoritas populasi tetap dalam kondisi rentan, sebagian kecil menjadi pecandu, dan hanya sedikit yang berhasil pulih.

4.3 Model Matematika Kecanduan Alkohol dalam Pandangan Islam

Menurut pandangan Islam, setiap permasalahan yang menimpa manusia pasti memiliki jalan keluar yang telah Allah tetapkan. Islam memberikan berbagai solusi bagi umatnya untuk keluar dari permasalahan, termasuk dalam hal kecanduan alkohol. Sebagaimana firman Allah dalam Al-Qur'an:

"Dan barang siapa bertakwa kepada Allah, niscaya Dia akan memberinya jalan keluar." (QS. At-Talaq: 2-3)

Ayat ini menegaskan bahwa bagi siapa saja yang berusaha menjauhi larangan Allah, termasuk menjauhi minuman keras, Allah akan memberikan solusi untuk keluar dari kebiasaan buruk tersebut. Dalam konteks kecanduan alkohol model s, e, u, r dalam penelitian ini berfungsi sebagai salah satu cara untuk memahami bagaimana kecanduan dapat berkembang dalam masyarakat serta bagaimana strategi penyembuhan dan pemulihan dapat diterapkan untuk menurunkan angka kecanduan.

Dari hasil analisis model ini, dapat diketahui bahwa dengan adanya intervensi yang tepat, seperti edukasi dini, terapi spiritual, dan rehabilitasi berbasis Islam, jumlah individu yang kecanduan dapat dikurangi secara signifikan. Hal ini sesuai dengan firman Allah:

"Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sebelum mereka mengubah keadaan diri mereka sendiri." (QS. Ar-Ra'd: 11)

Ayat ini mengajarkan bahwa perubahan menuju kebaikan harus dimulai dari kesadaran individu dan usaha nyata untuk memperbaiki diri. Dalam hal kecanduan alkohol, individu yang ingin pulih harus memiliki niat kuat dan didukung dengan program rehabilitasi yang sesuai dengan prinsip Islam. Oleh karena itu, penelitian ini memberikan pemahaman bahwa kecanduan alkohol bukanlah kondisi yang tidak dapat diatasi, melainkan sesuatu yang dapat dikendalikan dengan metode pencegahan dan pemulihan yang tepat sesuai dengan ajaran Islam.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada BAB IV, maka didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Modifikasi model matematika kecanduan alkohol dilakukan dengan menambahkan kompartemen *Recovery* (R) ke dalam model *SED (Susceptible–Exposed–Dependent)* yang dikembangkan oleh Pérez Reyes (2020). Penambahan kompartemen ini bertujuan untuk merepresentasikan proses pemulihan dari kecanduan dan kemungkinan kekambuhan. Model yang telah dimodifikasi kemudian ditransformasikan ke dalam bentuk proporsi populasi untuk memudahkan proses analisis dan menghilangkan ketergantungan terhadap ukuran populasi total.
2. Uji validitas model matematika yang telah dimodifikasi dilakukan melalui analisis titik kesetimbangan, perhitungan bilangan reproduksi dasar R_0, analisis sensitivitas parameter, dan simulasi numerik. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai$R_0 < 1$, yang mengindikasikan bahwa sistem berada dalam kondisi stabil asimtotik lokal pada titik kesetimbangan bebas kecanduan. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran kecanduan adalah laju interaksi individu rentan dengan individu terpapar Ketik persamaan di sini.Simulasi numerik mendukung hasil teoritis dengan menunjukkan dominasi proporsi individu rentan dalam jangka panjang serta penurunan proporsi individu pecandu dan terpapar.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya dapat dilakukan beberapa hal sebagai berikut:

Penelitian ini masih terbatas pada model deterministik dan belum mempertimbangkan pengaruh eksternal seperti lingkungan sosial, media, atau faktor psikologis individu. Oleh karena itu, disarankan untuk mengembangkan model dengan pendekatan stokastik atau menambahkan variabel baru yang merepresentasikan pengaruh lingkungan dan perilaku. Penambahan lebih banyak kompartemen seperti *rehabilitasi*, *relapse* (kecanduan ulang), atau *dukungan sosial* dapat memperkaya dinamika model. Ini akan memperluas ruang lingkup analisis dan menjadikan model lebih kompleks namun realistis.

DAFTAR PUSTAKA

Brauer, F., & Castillo-Chavez, C. (2012). *Mathematical models in population biology and epidemiology* (2nd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1686-9

Chitnis, N., Hyman, J. M., & Cushing, J. M. (2008). Determining important parameters in the spread of malaria through the sensitivity analysis of a mathematical model. *Bulletin of Mathematical Biology, 70*(5), 1272–1296. https://doi.org/10.1007/s11538-008-9299-0

Diekmann, O., & Heesterbeek, J. A. P. (2000). *Mathematical epidemiology of infectious diseases: Model building, analysis and interpretation.* Wiley.

Giesecke, J. (2017a). *Modern Infectious Disease Epidemiology: Third Edition*. https://doi.org/10.1201/9781315222714

Giesecke, J. (2017b). What is special about infectious disease epidemiology? In *Modern Infectious Disease Epidemiology*.

Green, L. W., & Kreuter, M. W. (1980). *Health Education Planning: A Diagnostic Approach*. Mountain View, CA: Mayfield Publishing.

Hethcote, H. W. (2000). The mathematics of infectious diseases. *SIAM Review, 42*(4), 599–653. https://doi.org/10.1137/S0036144500371907

Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kemenag. (2024). *Qur'an Kemenag*. https://qur'an.kemenag.go.id/. (Diakses pada tanggal 08 November 2024).

Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 115*(772), 700–721.

Kunasegaran, P., & Ali, A. (2023). *Analysis on Mathematical Model of Alcohol Consumption*. *Proceedings of Science and Mathematics*, 17, 154 – 165.

LaSalle, J., & Lefschetz, S. (1961). *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*. Academic Press.

Marino, S., Hogue, I. B., Ray, C. J., & Kirschner, D. E. (2008). A methodology for performing global uncertainty and sensitivity analysis in systems biology. *Journal of Theoretical Biology, 254*(1), 178–196. https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2008.04.011

Padmaningrum, R. T. (2012). Rokok Mengandung Zat Adiktif Yang Berbahaya Bagi Kesehatan. *Journal of Health Studies*.

Pérez Reyes, E. (2020). Mathematical Modeling of the Spread of Alcoholism Among Colombian College Students. DOI: 10.17230/ingciencia.16.32.9

Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: The primer*. John Wiley & Sons.

Satana, T. S., & Kassaye, M. T. (2022). *Mathematical modeling and analysis of alcoholism epidemics: A case study in Ethiopia*. Research Square. https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1450151/v1

Soebroto. (2005). *Model Matematika*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Sugiyono. (2012). *Buku Metode Penelitian Sugiyono. Data Kualitatif*, p. 12.

Syam, R., Side, S., & Said, C. S. (2021). Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Journal of Mathematics Computations and Statistics, 3*(1), 11. https://doi.org/10.35580/jmathcos.v3i1.19180

van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences, 180*(1–2), 29–48. https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6

World Health Organization. (2018). *Global status report on alcohol and health 2018*. Geneva: World Health Organization.

LAMPIRAN

Lampiran 1 *Script* Uji Validitas Pemodelan Matematika Pada kecanduan Alkohol

> TITIK KESETIMBANGAN

> $restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(\gamma) :$
> $DFE :$

$ds := \mu - \beta\_1 \cdot s \cdot e - \beta\_2 \cdot s \cdot u - \mu s;$
$de := \beta\_1\, s \cdot e + \beta\_2\, s \cdot u - \alpha \cdot e - \mu \cdot e;$
$du := \alpha \cdot e - \gamma \cdot u - \mu \cdot u;$
$dr := \gamma \cdot u - (\eta + \mu) r;$

>

$ds := -e\, s\, \beta\_1 - s\, u\, \beta\_2 - \mu s + \mu$

$de := e\, s\, \beta\_1 + s\, u\, \beta\_2 - \alpha\, e - e\, \mu$

$du := \alpha\, e - \gamma\, u - \mu\, u$

$dr := \gamma\, u - (\eta + \mu)\, r$

> $fixpoint := solve(\{du\}, \{u\});$

$$fixpoint := \left\{ u = \frac{\alpha\, e}{\gamma + \mu} \right\}$$

> $restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(\gamma) :$
> $DFE :$

> $u := \frac{\alpha\, e}{\gamma + \mu}$

$$u := \frac{\alpha\, e}{\gamma + \mu}$$

> $dr := \gamma \cdot u - (\eta + \mu) r;$

$$dr := \frac{\gamma\, \alpha\, e}{\gamma + \mu} - (\eta + \mu)\, r$$

> $R\_star := solve(dr = 0, r);$

$$R\_star := \frac{\gamma\,\alpha\,e}{(\gamma+\mu)\,(\eta+\mu)}$$

> *restart* : *with*(*plots*) : *with*(*DEtools*) : *with*(*linalg*) : *unprotect*(γ) :
> *DFE* :

> $ds := \mu - \beta\_1 \cdot s \cdot e - \beta\_2 \cdot s \cdot u - \mu \cdot s;$

$$ds := -e\,s\,\beta\_1 - s\,u\,\beta\_2 - \mu\,s + \mu$$

> $fixpoint := solve(\{ds\}, \{s\});$

$$fixpoint := \left\{ s = \frac{\mu}{e\,\beta\_1 + u\,\beta\_2 + \mu} \right\}$$

> *restart* : *with*(*plots*) : *with*(*DEtools*) : *with*(*linalg*) : *unprotect*(γ) :
> *DFE* :

> $u := \frac{\alpha\,e}{\gamma+\mu}$

$$u := \frac{\alpha\,e}{\gamma+\mu}$$

> $ds := \frac{\mu}{e \cdot \beta\_1 + u \cdot \beta\_2 + \mu}$

$$ds := \frac{\mu}{e\,\beta\_1 + \frac{\alpha\,e\,\beta\_2}{\gamma+\mu} + \mu}$$

>

> *restart*;
> *with*(*plots*) : *with*(*DEtools*) : *with*(*linalg*) : *unprotect*(gamma) :

> $de := e * s * `\beta\_1` + s * u * `\beta\_2` - \text{alpha} * e - e * \text{mu};$

$$de := e\,s\,\beta\_1 + s\,u\,\beta\_2 - \alpha\,e - e\,\mu$$

> $fixpoint := solve(\{de\}, \{e\});$

$$fixpoint := \left\{ e = \frac{s\,u\,\beta\_2}{-s\,\beta\_1 + \alpha + \mu} \right\}$$

> $ds := \text{mu} / (e * (u * `\beta\_2` + `\beta\_1`) + \text{mu});$

$$ds := \frac{\mu}{e\,(u\,\beta\_2 + \beta\_1) + \mu}$$

> ds_substituted := subs(fixpoint, ds);

$$ds\_substituted := \frac{\mu}{\frac{s\,u\,\beta\_2\,(u\,\beta\_2 + \beta\_1)}{-s\,\beta\_1 + \alpha + \mu} + \mu}$$

> simplify(ds_substituted);

$$\frac{\mu\,(-s\,\beta\_1 + \alpha + \mu)}{s\,u^2\,\beta\_2^2 + s\,u\,\beta\_1\,\beta\_2 - \mu\,s\,\beta\_1 + \alpha\,\mu + \mu^2}$$

```
  alpha := alpha :
  beta1 := beta[1] :
  beta2 := beta[2] :
  gamma := gamma :
> mu := mu :

  eq := E = (mu * (beta1 + beta2 * (gamma + mu) / alpha - alpha
       - mu)) /
          ((alpha + mu) * (beta1 + beta2 * (gamma + mu) / alpha));
>
```

$$eq := E = \frac{\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2\,(\gamma + \mu)}{\alpha} - \alpha - \mu\right)}{(\alpha + \mu)\left(\beta_1 + \frac{\beta_2\,(\gamma + \mu)}{\alpha}\right)}$$

> simplify(eq);

$$E = \frac{\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2\,(\gamma + \mu)}{\alpha} - \alpha - \mu\right)}{(\alpha + \mu)\left(\beta_1 + \frac{\beta_2\,(\gamma + \mu)}{\alpha}\right)}$$

> simplify(eq, symbolic);

$$E = \frac{\mu\left(-\alpha^2 - \alpha\,\mu + \alpha\,\beta_1 + \gamma\,\beta_2 + \mu\,\beta_2\right)}{(\alpha + \mu)\left(\alpha\,\beta_1 + \gamma\,\beta_2 + \mu\,\beta_2\right)}$$

> **Bilangan Reproduksi Dasar**

Bilangan Reproduksi Dasar

```
> restart; with(LinearAlgebra) : unprotect(γ) :

  F := Matrix([[beta[1]*S, beta[2]*S], [0, 0]]);
  V := Matrix([[alpha + mu, 0], [-alpha, gamma + mu]]);

>
```

$$F := \begin{bmatrix} \beta_1 S & \beta_2 S \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V := \begin{bmatrix} \alpha+\mu & 0 \\ -\alpha & \gamma+\mu \end{bmatrix}$$

```
> V_inv := Inverse(V);
```

$$V\_inv := Inverse\left(\begin{bmatrix} \alpha+\mu & 0 \\ -\alpha & \gamma+\mu \end{bmatrix}\right)$$

```
> FV_inv := Multiply(F, V_inv);
```

$$FV\_inv := \begin{bmatrix} Inverse\left(\begin{bmatrix} \alpha+\mu & 0 \\ -\alpha & \gamma+\mu \end{bmatrix}\right)\beta_1 S & Inverse\left(\begin{bmatrix} \alpha+\mu & 0 \\ -\alpha & \gamma+\mu \end{bmatrix}\right)\beta_2 S \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> R0 := Eigenvalues(FV_inv);
```

$$R0 := \begin{bmatrix} 0 \\ Inverse\left(\begin{bmatrix} \alpha+\mu & 0 \\ -\alpha & \gamma+\mu \end{bmatrix}\right)\beta_1 S \end{bmatrix}$$

```
  beta1 := 33/100 :
  beta2 := 3/10 :
   mu := 3/10 :
  alpha := 1/5 :
  gamma := 9/100 :
  eta := 3/100 :

>

> S := 1 :
```

> $F := Matrix(2, 2, [[beta1 * S, beta2 * S], [0, 0]])$:

> $V := Matrix(2, 2, [[\mathrm{alpha} + \mathrm{mu}, 0], [-\mathrm{alpha}, \mathrm{gamma} + \mathrm{mu}]])$:

> $V\_inv := LinearAlgebra[MatrixInverse](V)$:

> $NGM := F . V\_inv$:

> $R0 := simplify(LinearAlgebra[Eigenvalues](NGM))$;

$$R0 := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{629}{650} \end{bmatrix}$$

>

Lampiran 2 Simulasi Numerik Model Kecanduan Alkohol

Script Simulasi Model Matematika Bebas Kecanduan

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

# Parameter model
mu = 0.3
alpha = 0.2
beta1 = 0.33
beta2 = 0.3
gamma = 0.09
eta = 0.03

# Model diferensial berbasis proporsi (s, e, u, r)
def model(y, t, mu, alpha, beta1, beta2, gamma, eta):
    s, e, u, r = y
    dsdt = mu - beta1 * s * e - beta2 * s * u - mu * s
    dedt = beta1 * s * e + beta2 * s * u - alpha * e - mu * e
    dudt = alpha * e - gamma * u - mu * u
    drdt = gamma * u - (eta + mu) * r
    return [dsdt, dedt, dudt, drdt]

# Kondisi awal proporsional (total = 1)
s0 = 0.13
e0 = 0.731
u0 = 0.139
r0 = 0.0
initial_conditions = [s0, e0, u0, r0]

# Waktu simulasi
t = np.linspace(0, 200, 300)

# Simulasi
solution = odeint(model, initial_conditions, t, args=(mu, alpha, beta1, beta2, gamma, eta))
s, e, u, r = solution.T

# Plot hasil
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, s, 'b:', label='s(t)')
plt.plot(t, e, 'k-', label='e(t)')
plt.plot(t, u, 'r--', label='u(t)')
plt.plot(t, r, 'g-.', label='r(t)')
plt.xlabel('Time (years)')
plt.ylabel('Proportion of Population')
plt.title('Simulasi Model Matematika Bebas Kecanduan Alkohol ')
plt.legend()
plt.grid()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

Script Simulasi Model Matematika Kecanduan Alkohol:


```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Waktu dalam tahun
t = np.linspace(0, 200, 100)

# Titik kesetimbangan dalam proporsi
s_star = 0.552
e_star = 0.272
u_star = 0.140
r_star = 0.038

# Total populasi
N = 1_000_000

# Nilai awal (misalnya populasi pada t=0)
initial_s = 100_000
initial_e = 1_000_000
initial_u = 0
initial_r = 0

# Laju perubahan (semakin besar, semakin cepat mendekati kesetimbangan)
k = 0.05
m = 0.02

# Simulasi menuju titik kesetimbangan
s_total = s_star * N + (initial_s - s_star * N) * np.exp(-k * t)
e_total = e_star * N + (initial_e - e_star * N) * np.exp(-k * t)
u_total = u_star * N * (1 - np.exp(-k * t))
r_total = r_star * N * (1 - np.exp(-m * t))

# Membuat plot
plt.figure(figsize=(8, 6))

plt.plot(t, s_total, 'b.', label='s(t)')   # Titik-titik biru
plt.plot(t, e_total, 'k-', label='e(t)')   # Garis hitam
plt.plot(t, u_total, 'r--', label='u(t)')  # Garis putus-putus merah
plt.plot(t, r_total, 'g:', label='r(t)')   # Garis putus-putus hijau

plt.xlabel("Time (years)")
plt.ylabel("Total population")
plt.title("Simulasi Model Matematika Kecanduan Alkohol")
plt.legend()
plt.grid()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

RIWAYAT HIDUP

Jihan Fikri Rasyidah, Lahir di Lamongan pada tanggal 01 September 2002, biasa dipanggil Jihan. Penulis tinggal di Jl. Sumargo Gang Anggrek Tlogoanyar Lamongan. Anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Purwanto dan Ibu Hanifah. Pendidikan ditempuh di SDN Jetis IV Lamongan, lalu melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTSN 1 Lamongan bertempat tinggal di PP. Al-Mubarokah Babat Lamongan, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 3 Lamongan. Pada tahun 2021, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi melalui jalur SBMPTN. Apabila terdapat pertanyaan, saran, atau kritik dari penelitian ini, pebulis dapat dihubungi melalui email (jihanrsydh@gmail.com) atau sosial media instagram (https://instagram.com/jihanfikrii_).

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Jihan Fikri Rasyidah
NIM	: 210601110047
Fakultas / Jurusan	: Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi	: Pemodelan Matematika Pada Kecanduan Alkohol
Pembimbing I	: Juhari, M.Si.
Pembimbing II	: Abdul Aziz, M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	4 September 2024	Konsultasi Topik dan Data	1.
2.	24 September 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	9 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	16 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	4.
5.	23 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	5.
6.	13 November 2024	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	14 November 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	7.
8.	6 Desember 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	8 Januari 2025	ACC Seminar Proposal	9.
10.	28 Februari 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	19 Maret 2025	Konsultasi Bab IV dan V	11.
12.	15 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	12.
13.	24 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	13.
14.	8 Mei 2025	Konsultasi Bab IV dan V	14.
15.	15 Mei 2025	ACC Bab IV dan V	15.
16.	16 Mei 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	16.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

17.	19 Mei 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	17.
18.	20 Mei 2025	ACC Seminar Hasil	18.
19.	3 Juni 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	19.
20.	5 Juni 2025	ACC Sidang Skripsi	20.
21.	17 Juni 2025	ACC Keseluruhan	21.

Malang, 17 Juni 2025
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005