

**IMPLEMENTASI METODE TRINOMIAL PADA
PERHITUNGAN HARGA OPSI ASIA TIPE EROPA DENGAN
PENDEKATAN RATA-RATA ARITMATIKA**

SKRIPSI

**OLEH
ITA NURYANAWATI
NIM. 210601110037**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**IMPLEMENTASI METODE TRINOMIAL PADA
PERHITUNGAN HARGA OPSI ASIA TIPE EROPA DENGAN
PENDEKATAN RATA-RATA ARITMATIKA**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Ita Nuryanawati
NIM. 210601110037**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**IMPLEMENTASI METODE TRINOMIAL PADA
PERHITUNGAN HARGA OPSI ASIA TIPE EROF A DENGAN
PENDEKATAN RATA-RATA ARITMATIKA**

SKRIPSI

Oleh
Ita Nuryanawati
NIM. 210601110037

Telah Disetujui untuk Diuji

Malang, 22 Mei 2025

Dosen Pembimbing I,



Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Dosen Pembimbing II,



Juhari, M.Si
NIPPPK. 19840209 202321 1 010

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika




Dr. Ely Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

IMPLEMENTASI METODE TRINOMIAL PADA PERHITUNGAN HARGA OPSI ASIA TIPE EROPA DENGAN PENDEKATAN RATA-RATA ARITMATIKA

SKRIPSI

Oleh
Ita Nuryanawati
NIM. 210601110037

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 16 Juni 2025

Ketua Penguji : Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji 1 : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si

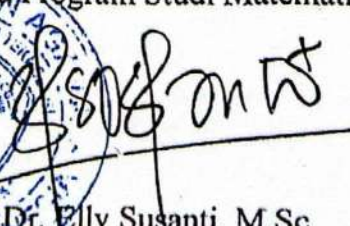
Anggota Penguji 2 : Abdul Aziz, M.Si

Anggota Penguji 3 : Juhari, M.Si



Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ita Nuryanawati

NIM : 210601110037

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Implementasi Metode Trinomial pada Perhitungan Harga Opsi
Asia Tipe Eropa dengan Pendekatan Rata-rata Aritmatika

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya saya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pemikiran saya, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juni 2025



Ita Nuryanawati

NIM.210601110037

MOTO

“Today must be better than yesterday”

“Jangan berbicara pada sesuatu yang tidak kamu ketahui. Karena bisa jadi kamu akan diragukan pada sesuatu yang kamu ketahui” (Kadam Sidik)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan dengan penuh rasa syukur dan cinta:
Kepada Ibu yang tak pernah lelah mendoakan dan menjadi sumber kekuatan di setiap langkah penulis. Kepada Bapak, sosok panutan sejati yang menjadi contoh dalam ketulusan dan kerja keras, serta tak pernah berhenti mengusahakan yang terbaik demi masa depan penulis. Kepada Kakak, yang dengan kesabaran dan perhatian, selalu menyempatkan waktu, memberi dukungan, dan menjadi teman dalam suka maupun duka untuk penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji dan syukur senantiasa penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, hidayah, serta taufik-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Implementasi Metode Trinomial pada Perhitungan Harga Opsi Asia Tipe Eropa dengan Pendekatan Rata-rata Aritmatika”. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah membimbing umat manusia dari zaman kegelapan menuju jalan yang terang benderang, yaitu agama Islam. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, bimbingan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A. selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si. selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus selaku ketua penguji yang telah memberikan saran dan motivasi kepada penulis.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc. selaku ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan ilmu, pengalaman, bimbingan, motivasi, saran, serta dukungan kepada penulis.
5. Juhari, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan pengetahuan, wawasan keislaman, serta dukungan kepada penulis.
6. Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si selaku anggota penguji I yang telah memberikan wawasan dan saran kepada penulis.
7. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah mendidik penulis selama masa perkuliahan.

8. Bapak Nuryatin, Ibu Purwati, Mas Irfan, Mas Maftuh, dan seluruh keluarga besar yang selalu mendoakan, memberikan dukungan, semangat, dan motivasi kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman di Program Studi Matematika, terutama konsorsium Aktuaria, yang telah memberikan bantuan, dorongan semangat, dan dukungan kepada penulis.

Penulis berharap, semoga skripsi ini nantinya dapat menjadi salah satu langkah awal dalam pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang keuangan. Melalui skripsi ini, semoga ilmu yang diperoleh dapat memberikan manfaat bagi banyak orang, serta kebaikan di dunia dan akhirat. Akhir kata, semoga Allah SWT senantiasa memberikan ridho dan berkah-Nya. *Aamiin*.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 16 Juni 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
مستخلص البحث	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	5
1.5 Batasan Masalah	6
1.6 Definisi Istilah	7
BAB II KAJIAN TEORI	9
2.1 Teori Pendukung	9
2.1.1 Saham	9
2.1.2 Opsi	10
2.1.3 Opsi Asia	15
2.1.4 Metode Trinomial	17
2.1.5 Metode <i>Black-Scholes</i>	24
2.1.6 Distribusi Normal	27
2.1.7 Galat (<i>Error</i>)	27
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an	29
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung	31
BAB III METODE PENELITIAN	34
3.1 Jenis Penelitian	34
3.2 Data dan Sumber Data	34
3.3 Prosedur Penelitian	34
3.4 <i>Flowchart</i>	36
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	37
4.1 Analisis Deskriptif Data	37
4.2 Perhitungan Harga Opsi Asia Menggunakan Metode Trinomial ...	40
4.3 Akurasi Perhitungan Harga Opsi Asia Tipe Eropa Menggunakan Metode Trinomial Terhadap <i>Black-Scholes</i>	48
4.4 Investasi dalam Islam	57
BAB V PENUTUP	59

5.1	Kesimpulan.....	59
5.2	Saran.....	60
DAFTAR PUSTAKA		61
LAMPIRAN.....		63
RIWAYAT HIDUP		85

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai MAPE	29
Tabel 4.1 Pamaeter-parameter dalam Perhitungan Harga Opsi.....	40

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Pergerakan Saham pada Metode Trinomial	18
Gambar 2.2 Pohon Harga Saham pada Metode Trinomial.	21
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i>	36
Gambar 4.1 Grafik Data Historis Harga Saham	37
Gambar 4.2 Hasil Perhitungan Harga Saham pada $M = 5$	43
Gambar 4.3 Hasil Perhitungan Harga Opsi <i>Call</i>	46
Gambar 4.4 Hasil Perhitungan Harga Opsi <i>Put</i>	47
Gambar 4.5 Konvergensi Harga Opsi <i>Call</i>	51
Gambar 4.6 Konvergensi Harga Opsi <i>Put</i>	52
Gambar 4.7 Nilai <i>Error</i> pada Opsi <i>Call</i>	54
Gambar 4.8 Nilai <i>Error</i> pada Opsi <i>Put</i>	55

DAFTAR SIMBOL

R_z	: <i>Return</i> saham pada waktu ke- z
$\bar{R}$	: Rata-rata <i>return</i> saham
S_z	: Harga saham pada waktu ke- z
S_{z-1}	: Harga saham pada waktu ke- $(z - 1)$
n	: Banyak data harga saham yang diteliti
z	: Indeks waktu pengamatan pada <i>return</i> saham, dengan $z = 1, 2, \dots, n$
s	: Standar deviasi <i>return</i> saham
σ	: Volatilitas harga saham
τ	: Panjang interval waktu perdagangan dalam satu tahun
V_C	: Nilai <i>payoff</i> pada <i>call European option</i>
V_P	: Nilai <i>payoff</i> pada <i>put European option</i>
S_T	: Harga saham pada waktu jatuh tempo
Δt	: Panjang setiap partisi
T	: Waktu jatuh tempo
M	: Banyak partisi
$\bar{S}_A(\xi, T)$	: Rata-rata harga saham
S_{t_i}	: Harga saham pada waktu ke- t_i , dengan $t_i = i\Delta t$
V_{AC}	: Nilai <i>payoff</i> pada <i>call option</i> Asia tipe Eropa
V_{AP}	: Nilai <i>payoff</i> pada <i>put option</i> Asia tipe Eropa
p_u	: Peluang harga saham naik
p_d	: Peluang harga saham turun
p_m	: Peluang harga saham tetap
u	: Faktor pergerakan harga saham naik
d	: Faktor pergerakan harga saham turun
r	: <i>Risk-free rate</i>
σ	: Volatilitas harga saham
S_{ji}	: Harga saham di <i>node</i> j pada waktu ke- i
S_0	: Harga saham awal
i	: Indeks waktu pengamatan harga saham, dengan $i = 0, 1, 2, \dots, M$
j	: Indeks kemungkinan harga saham, dengan $j = -i, \dots, i$

$S_{j+1,i+1}$	: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika terjadi pergerakan naik
$S_{j,i+1}$	: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika pergerakan tetap
$S_{j-1,i+1}$	: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika terjadi pergerakan turun
C_{BA}	: Harga opsi <i>call</i> Asia pada metode <i>Black-Scholes</i>
P_{BA}	: Harga opsi <i>put</i> Asia pada metode <i>Black-Scholes</i>
Δt	: Jarak antar partisi waktu
L	: Himpunan nilai x di mana rata-rata aritmatika yang diharapkan sama dengan <i>strike price</i> .
C_{BA}	: Harga opsi <i>call</i> pada opsi Asia metode <i>Black-Scholes</i>
C_A	: Harga opsi <i>call</i> pada opsi Asia metode Trinomial
P_{BA}	: Harga opsi <i>put</i> pada opsi Asia metode <i>Black-Scholes</i>
P_A	: Harga opsi <i>put</i> pada opsi Asia metode Trinomial
ε_{C_m}	: Galat mutlak untuk opsi <i>call</i>
ε_{P_m}	: Galat mutlak untuk opsi <i>put</i>

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Terakhir Microsoft Corporation (MSFT).....	63
Lampiran 2. <i>Return</i> Saham Microsoft Corporation (MSFT)	70
Lampiran 3. Parameter μ_i pada <i>Black-Scholes</i>	74
Lampiran 4. Parameter σ_i^2 pada <i>Black-Scholes</i>	75
Lampiran 5. Parameter γ_i pada <i>Black-Scholes</i>	76
Lampiran 6. Harga Opsi <i>Call</i> Asia tipe Eropa dan <i>Error</i> sebanyak 126 Partisi	77
Lampiran 7. Harga Opsi <i>Put</i> Asia tipe Eropa dan <i>Error</i> sebanyak 126 Partisi .	79
Lampiran 8. <i>Code Python</i> pada Perhitungan Harga Opsi Asia tipe Eropa.....	81

ABSTRAK

Nuryanawati, Ita. 2025. **Implementasi Metode Trinomial pada Perhitungan Harga Opsi Asia Tipe Eropa dengan Pendekatan Rata-rata Aritmatika**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Juhari, M.Si.

Kata Kunci: Opsi Asia, Aritmatika, Harga Opsi, Trinomial

Opsi merupakan salah satu instrumen penting dalam strategi investasi saham. Salah satu jenis opsi yang banyak diminati investor adalah Opsi Asia, karena menawarkan perlindungan yang lebih ekonomis terhadap fluktuasi harga saham dalam jangka panjang. Penelitian ini bertujuan menghitung harga opsi Asia tipe Eropa berdasarkan rata-rata aritmatika harga saham selama periode satu tahun. Metode Trinomial digunakan dengan mempertimbangkan tiga kemungkinan pergerakan harga saham pada setiap interval waktu, yaitu naik, tetap, atau turun. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Trinomial memberikan estimasi harga opsi yang memiliki konvergensi baik terhadap nilai analitiknya, yaitu *Black-Scholes*. Akurasi perhitungan ditunjukkan oleh nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang relatif kecil, yaitu 4,7135% untuk opsi *call* dan 2,3372% untuk opsi *put*.

ABSTRACT

Nuryanawati, Ita. 2025. **Implementation of the Trinomial Method in Pricing European-Style Asian Option Using the Arithmetic Average Approach.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Juhari, M.Si.

Kata Kunci: Asian Option, Arithmetic, Option Pricing, Trinomial

Options are important instruments in stock investment strategies. One type of option that is favored by investors is the Asian option, as it offers more cost-effective protection against long-term stock price fluctuations. This study aims to calculate the price of a European-style Asian option based on the arithmetic average of stock prices over a one-year period. The Trinomial method is applied by considering three possible stock price movements at each time interval, namely up, unchanged, or down. The results of the study show that the Trinomial method provides option price estimates that exhibit good convergence with their analytical values, namely those obtained from the Black-Scholes model. The accuracy of the pricing is indicated by relatively low Mean Absolute Percentage Error (MAPE) values, which are 4,7135% for call options and 2,3372% for put options.

مستخلص البحث

نورياناواتي ، إيتا. ٢٠٢٥. تنفيذ الطريقة الثلاثية لحساب سعر الخيارات الآسيوية من النوع الأوروبي بنهج المتوسط الحسابي. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولان مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) عبد العزيز، الماجستير في العلوم. (٢) جوهري، الماجستير في العلوم.

الكلمات الأساسية: الخيارات الآسيوية ، الحساب ، سعر الخيار ، الثلاثي الحدود

الخيارات هي إحدى الأدوات المهمة في استراتيجيات الاستثمار في الأسهم. من أنواع الخيارات التي يزداد الطلب عليها على المستثمرين هو الخيارات الآسيوية ، لأنها توفر حماية أكثر اقتصادا ضد تقلبات أسعار الأسهم على المدى الطويل. هدفت هذه الدراسة إلى حساب سعر الخيارات الآسيوية من النوع الأوروبي بناء على المتوسط الحسابي لأسعار الأسهم على مدى عام واحد. تم استخدام الطريقة الثلاثية من خلال النظر في ثلاث تحركات محتملة لأسعار الأسهم في كل فترة زمنية، وهي صعودا أو ثابتا أو هبوطا. أظهرت نتائج الدراسة أن الطريقة الثلاثية توفر تقديرا لسعر الخيارات التي لها تقارب جيد مع قيمتها التحليلية وهي *Black-Scholes*. شار إلى دقة الحساب من خلال قيمة متوسط النسبة المئوية المطلقة للخطأ (*MAPE*) الصغيرة نسبيا ، أي لخيارات ٤,٧١٣٥٪ / الشراء وخيارات البيع ٢,٣٣٧٢٪.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Investasi telah menjadi praktik yang lazim di berbagai bidang ekonomi. Investasi mengacu pada keputusan untuk mengalokasikan sejumlah uang atau sumber daya lain pada saat ini dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa yang akan datang. Dengan kata lain, investasi menggambarkan keputusan untuk menunda konsumsi saat ini guna meningkatkan konsumsi di masa yang akan datang. Investasi bisa melibatkan alokasi dana pada aset fisik seperti lahan, emas, dan rumah, atau pada instrumen keuangan seperti deposito, obligasi, reksa dana, dan saham (Tandelilin, 2017).

Saham merupakan bukti kepemilikan modal atau dana pada suatu perusahaan. Sebagai instrumen investasi, saham memungkinkan investor untuk membeli atau menjual bagian kepemilikan saham mereka (Tambunan, 2008). Menurut Hermuningsih, saham merupakan salah satu jenis surat berharga yang diperdagangkan di pasar modal (Hasan, dkk., 2022). Oleh karena itu, saham mewakili kepemilikan modal atau investasi pada suatu perusahaan dan memberi hak kepada pemegangnya atas aset perusahaan dan dapat diperjualbelikan untuk tujuan perencanaan keuangan jangka panjang.

Investasi saham yang dilakukan saat ini tentu akan berdampak pada kondisi keuangan di masa depan. Allah swt. berfirman dalam QS. Al-Hasyr ayat 18 (Kementerian Agama, 2017):

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَلْتَنْظُرْ نَفْسٌ مَّا قَدَّمَتْ لِإِعَادٍ وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ ﴿١٨﴾

Artinya: “Wahai orang-orang yang beriman! Bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap orang memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat), dan bertakwalah kepada Allah. Sungguh, Allah Maha Teliti terhadap apa yang kamu kerjakan” (QS. Al-Hasyr:18).

Ibnu Katsir menjelaskan bahwa ayat ini mendorong umat Islam untuk selalu mempersiapkan diri demi masa depan, bukan hanya berfokus pada kebutuhan saat ini. Allah swt. menekankan hal ini dengan menggambarkan sifat orang-orang munafik yang hanya memedulikan kepentingan duniawi tanpa memperhatikan keadaan mereka di akhirat nanti (Ar-Rifa'i, 2000).

Sejalan dengan prinsip mempersiapkan masa depan, opsi menjadi salah satu instrumen penting dalam investasi saham, yang memungkinkan investor mengambil keputusan tepat demi mencapai tujuan keuangan di kemudian hari. Opsi adalah kontrak yang disusun oleh individu atau lembaga, bukan oleh perusahaan publik (*emiten*), yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual saham (Murdiyanto & Kusumaningarti, 2020). Secara sederhana, opsi merupakan perjanjian antara dua pihak, di mana satu pihak memberikan hak kepada pihak lain untuk mengeksekusi saham, yaitu membeli atau menjual saham pada harga dan waktu yang telah disepakati (Hartono, 2022). Hak untuk membeli saham disebut opsi beli (*call option*), sedangkan hak untuk menjual saham disebut opsi jual (*put option*) (Chin, dkk., 2017).

Opsi terbagi menjadi dua jenis berdasarkan nilai *payoff*, yaitu opsi vanilla dan opsi eksotik. Opsi vanilla terdiri dari opsi Eropa dan opsi Amerika, sedangkan opsi eksotik terdiri dari *Barrier option*, *Lookback option*, dan *Asian option* (Cahyaningrum, dkk., 2022). Opsi Asia (*Asian Option*) merupakan opsi di mana nilai pembayarannya didasarkan pada rata-rata harga saham selama periode opsi.

Dalam opsi Asia, rata-rata yang digunakan bisa berupa aritmatika atau geometrik. Opsi Asia menawarkan cara yang lebih ekonomis untuk melindungi nilai aset dalam jangka panjang. Fitur rata-rata harga pada opsi ini menjadikan pembayaran lebih stabil dan tidak mudah terpengaruh oleh fluktuasi harga yang besar, termasuk potensi manipulasi harga menjelang waktu jatuh tempo (Chin, dkk., 2017).

Salah satu metode yang bisa digunakan untuk menghitung harga opsi adalah metode pohon (*tree*) (Zhang, 1998). Beberapa metode pohon (*tree*) yang umum digunakan antara lain metode Binomial dan metode Trinomial. Metode Binomial menyediakan cara yang paling sederhana untuk menghitung harga opsi (Higham, 2004). Sementara itu, metode Trinomial lebih sering digunakan dalam praktik karena memungkinkan tiga keadaan, yaitu harga aset yang dapat bergerak naik, turun, atau tetap. Metode Trinomial dengan akurasi terbaik dikembangkan oleh Kamrad dan Ritchken (Szylar, 2013).

Metode Trinomial untuk menentukan harga opsi Asia telah diteliti oleh Ogot, dkk. (2018) dan Amalia (2021). Pada penelitian Ogot, dkk. (2018), metode Trinomial *Kamrad and Ritchken* diterapkan untuk menghitung harga opsi Asia tipe Eropa dan tipe Amerika dengan pendekatan rata-rata aritmatika. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode tersebut menghasilkan harga opsi yang lebih akurat dengan konvergensi yang lebih halus daripada metode Binomial. Sementara itu, Amalia (2021) juga menggunakan metode Trinomial *Kamrad and Ritchken* untuk menentukan harga opsi Asia tipe Eropa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa harga opsi cenderung meningkat seiring dengan kenaikan volatilitas dan banyak partisi. Penelitian lain yang membahas tentang opsi Asia yaitu Winarti, dkk. (2017). Penelitian tersebut menggunakan rata-rata aritmatika dengan aproksimasi *curran*

untuk menentukan harga opsi Asia dengan metode *Black-Scholes*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa harga *put option* jauh lebih besar daripada harga *call option*.

Berdasarkan penelitian di atas, peneliti akan menerapkan metode Trinomial untuk menghitung harga opsi Asia tipe Eropa dengan pendekatan rata-rata aritmatika, serta membandingkannya dengan metode *Black-Scholes*. Peneliti memilih opsi Asia, karena opsi ini menawarkan keuntungan yang lebih stabil daripada opsi yang hanya bergantung pada harga saat waktu jatuh tempo. Metode Trinomial dipilih karena pada setiap langkah waktu, harga saham memiliki kemungkinan untuk naik, tetap, atau turun. Peneliti menggunakan model *Kamrad and Ritchken* dalam metode Trinomial, karena model tersebut dikenal dengan konvergensinya yang cepat menuju nilai *Black-Scholes*.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga saham Microsoft Corporation (MSFT). Sebagai perusahaan global dengan tiga segmen utama, yaitu *Productivity and Bussiness Processes*, *Intelegent Cloud*, dan *More Personal Computing*, Microsoft menyediakan produk-produk seperti Microsoft Office, LinkedIn, dan Windows. Menurut situs *Companies Ranked by Market Cap*, Microsoft berada di tiga besar dunia, yang menunjukkan bahwa perusahaan ini memiliki pengaruh besar dalam pasar global. Perubahan pendapatan Microsoft Corporation yang terus meningkat dari tahun 2022 hingga 2024 mencerminkan stabilitas keuangan dan potensi pertumbuhan yang menarik bagi investor. Dengan data MSFT, peneliti berharap dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan teori dan praktik perhitungan harga opsi Asia, khususnya dengan metode Trinomial.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial dengan pendekatan rata-rata aritmatika?
2. Bagaimana akurasi perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial dengan pendekatan rata-rata aritmatika terhadap nilai *Black-Scholes*?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Menganalisis hasil perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial dengan pendekatan rata-rata aritmatika.
2. Menganalisis keakuratan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial dengan pendekatan rata-rata aritmatika terhadap nilai *Black-Scholes*.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Peneliti

Meningkatkan pengalaman dan keterampilan dalam mengimplementasikan perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial, serta menganalisis perbandingannya dengan metode *Black-Scholes*.
2. Bagi Pembaca
 - a. Bagi Mahasiswa

Meningkatkan pemahaman mengenai perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial, dapat memberikan referensi tambahan bagi pembaca untuk melakukan penelitian serupa, serta memungkinkan mahasiswa untuk mengembangkan penelitian ini lebih lanjut.

b. Bagi Program Studi

Memberikan kontribusi dalam pengembangan teori pada matakuliah matematika keuangan, khususnya terkait harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial.

c. Bagi Pelaku Pasar Saham

Membantu pelaku pasar saham dalam memahami dan mengaplikasikan perhitungan harga opsi terutama dalam menghitung harga opsi Asia tipe Eropa dengan metode Trinomial, serta meningkatkan kemampuan dalam mengelola opsi Asia agar menjadi lebih kompetitif di pasar modal.

1.5 Batasan Masalah

Batasan-batasan yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Menggunakan metode Trinomial *Kamrad and Ritchken*.
2. Menggunakan metode *Black-Scholes* dengan aproksimasi *Curran* untuk menganalisis keakuratan metode Trinomial pada opsi Asia.
3. *Risk-free rate* dihitung berdasarkan nilai rata-rata *return* saham dari data historis harga saham.
4. Volatilitas dihitung berdasarkan data historis harga saham.
5. Pembayaran dividen diasumsikan tidak terjadi pada saham yang dianalisis.

1.6 Definisi Istilah

Berikut adalah beberapa definisi istilah yang sering digunakan:

1. **Pasar Modal** : Pasar modal adalah tempat bertemunya para pelaku pasar, yaitu investor (pembeli) dan emiten (penjual), untuk melakukan transaksi jual beli efek atau instrumen keuangan jangka panjang, seperti saham, obligasi, reksa dana, dan sebagainya.
2. *Emiten* : Emiten adalah perusahaan yang menerbitkan dan menjual saham kepada investor untuk mendapatkan modal. Emiten dapat berupa perusahaan publik yang terdaftar di bursa efek.
3. *Writer* : Writer dalam konteks opsi adalah pihak yang menjual atau menulis kontrak opsi.
4. *Holder* : Holder adalah pembeli atau pemegang kontak opsi, yang memiliki hak, tetapi bukan kewajiban, untuk membeli atau menjual opsi saham pada harga tertentu dan dalam periode waktu tertentu.
5. **Opsi vanilla** : Opsi vanilla adalah jenis opsi standar yang sederhana dan umum, di mana kontraknya mencakup hak untuk membeli atau menjual saham pada harga tertentu sebelum atau pada tanggal jatuh tempo.
6. **Opsi eksotik** : Opsi eksotik adalah opsi yang memiliki fitur dan struktur

lebih kompleks daripada opsi vanilla. Opsi ini melibatkan ketentuan atau cara pembayaran yang berbeda dari biasanya.

7. *Risk-free rate* : *Risk-free rate* merupakan tingkat pengembalian investasi yang dianggap bebas dari risiko, atau tingkat pengembalian yang dapat diperoleh tanpa menghadapi risiko kerugian.
8. *Time decay* : *Time decay* adalah fenomena dalam dunia opsi yang menggambarkan pengurangan nilai suatu opsi seiring dengan berjalannya waktu, mendekati jatuh tempo.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Saham

Salah satu instrumen keuangan dalam dunia investasi adalah saham. Saham (*stock*) adalah dokumen berharga yang menunjukkan kepemilikan atau penyertaan modal pada suatu perusahaan berbentuk Perseroan Terbatas (PT), yang telah melalui proses penawaran umum (*go public*) (Murdiyanto & Kusumaningarti, 2020). Saham berfungsi sebagai instrumen investasi yang memungkinkan investor untuk membeli saham atau menjual kepemilikan saham mereka (Tambunan, 2008). Investasi saham menawarkan potensi *capital gain* dan dividen. *Capital gain* adalah selisih keuntungan yang diperoleh dari kenaikan harga jual dibandingkan dengan harga beli yang lebih rendah. Sementara itu, dividen adalah bagian dari laba perusahaan yang dibagikan kepada pemegang saham pada periode tertentu (Murdiyanto & Kusumaningarti, 2020).

Salah satu motivasi utama investor dalam berinvestasi saham adalah untuk memperoleh imbal balik atau *return*. *Return* merupakan kompensasi yang diterima investor karena bersedia menanggung risiko atas investasi yang mereka lakukan (Tandelilin, 2017). Adapun rumus untuk menghitung *return* saham dan rata-rata *return* saham adalah (Hull, 2012):

$$R_z = \ln \left(\frac{S_z}{S_{z-1}} \right) \quad (2.1)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^n R_z \quad (2.2)$$

di mana:

R_z : *Return* saham pada waktu ke- z

$\bar{R}$: Rata-rata *return* saham

S_z : Harga saham pada waktu ke- z

S_{z-1} : Harga saham pada waktu ke- $(z - 1)$

n : Banyak data harga saham yang diteliti

z : Indeks waktu pengamatan pada *return* saham, dengan $z = 1, 2, \dots, n$.

2.1.2 Opsi

Opsi adalah hak, namun bukan kewajiban, untuk membeli atau menjual saham pada waktu tertentu dengan harga yang sudah ditetapkan sebelumnya (Seydel, 2006). Opsi adalah dokumen dari individu atau lembaga bukan perusahaan publik (*emiten*) yang memberikan hak untuk membeli atau menjual saham (Murdiyanto & Kusumaningarti, 2020). Opsi merupakan sebuah kontrak antara dua pihak, di mana salah satu pihak memberikan hak kepada pihak lainnya untuk membeli atau menjual saham pada harga dan waktu yang telah ditetapkan sebelumnya (Hartono, 2022). Salah satu pihak, yaitu penulis (*writer*), menetapkan ketentuan kontrak dan menjual opsi. Sementara pihak lainnya, yaitu pemegang (*holder*), sebagai pembeli opsi (Seydel, 2006).

Ada dua jenis opsi, yaitu opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*). Pada opsi beli, *holder* memperoleh hak untuk membeli saham pada tanggal tertentu dengan harga tertentu. Sementara itu, pada opsi jual, *holder* memperoleh hak untuk menjual saham pada tanggal tertentu dengan harga tertentu. Harga yang tercantum dalam kontrak disebut harga kesepakatan (*strike price*), sedangkan

tanggal eksekusi dalam kontrak disebut waktu jatuh tempo. Berdasarkan waktu jatuh temponya, opsi dibagi menjadi dua jenis, yaitu opsi Amerika dan opsi Eropa. Opsi Amerika dapat dieksekusi kapan saja hingga waktu jatuh tempo, sedangkan opsi Eropa hanya dapat dilaksanakan pada waktu jatuh tempo. Kedua opsi tersebut disebut sebagai *vanilla option* (Hull, 2012).

Vanilla option memiliki karakteristik yang standar dan banyak digunakan dalam perdagangan. Namun, seiring berkembangnya kebutuhan pasar, *vanilla option* dikembangkan menjadi *exotic option* yang lebih fleksibel. Beberapa *exotic option* di antaranya yaitu *Barrier option*, *Lookback option*, dan *Asian option*. *Barrier option* adalah jenis opsi yang nilai pembayarannya ditentukan oleh apakah harga saham menyentuh atau melewati batas tertentu dalam jangka waktu yang telah ditetapkan. *Lookback option* adalah jenis opsi di mana nilai pembayarannya bergantung pada harga saham maksimum atau minimum yang terjadi selama masa berlaku opsi. Sedangkan *Asian option* adalah jenis opsi yang nilai pembayarannya bergantung pada rata-rata harga saham selama masa berlaku opsi (Hull, 2012). Opsi Asia ini akan menjadi fokus pembahasan dalam penelitian ini.

Terdapat beberapa faktor yang dapat mempengaruhi harga opsi baik *vanilla option* maupun *exotic option*, di antaranya harga saham saat ini (S_0), harga kesepakatan (K), waktu jatuh tempo (T), volatilitas harga saham (σ), *risk-free rate* (r), dan dividen yang diharapkan akan dibayarkan (Hull, 2012). Penjelasan lengkapnya adalah sebagai berikut:

1. Harga saham saat ini

Asumsikan semua faktor lain memiliki nilai yang sama, jika harga saham saat ini naik, maka harga *call option* akan naik dan *put option* akan turun.

Sebaliknya, ketika harga saham saat ini turun, maka harga *call option* akan turun dan *put option* akan naik (Beagles, 2009).

2. Harga Kesepakatan (*Strike Price*)

Strike Price, bisa disebut sebagai *exercise price*, adalah harga di mana saham dapat dibeli atau dijual jika opsi dieksekusi. Terdapat berbagai harga kesepakatan yang dapat ditetapkan untuk setiap waktu jatuh tempo opsi sesuai dengan masing-masing sekuritas yang mendasarinya (Clarke & Clarke, 2011).

3. Waktu Jatuh Tempo

Asumsikan semua faktor lain memiliki nilai yang sama, seiring berjalannya waktu dapat menyebabkan harga opsi turun. Proses ini dikenal sebagai *time decay* atau *erosion*, yaitu bagaimana nilai opsi cenderung berkurang seiring mendekatnya tanggal kadaluwarsa (Beagles, 2009).

4. Volatilitas Harga Saham

Volatilitas adalah rentang dan kecepatan pergerakan harga saham. Ketika harga saham bergerak dalam jumlah besar dalam waktu yang singkat, dapat dikatakan bahwa harga saham memiliki volatilitas tinggi. Jika harga saham memiliki volatilitas tinggi, maka kemungkinan opsi akan memberikan keuntungan bagi pembeli akan semakin besar (Clarke & Clarke, 2011). Harga saham biasanya memiliki volatilitas kisaran 15% hingga 60%. Volatilitas dihitung berdasarkan standar deviasi *return* saham. Standar deviasi tersebut dapat dihitung menggunakan rumus (Hull, 2012),

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{z=1}^n (R_z - \bar{R})^2} \quad (2.3)$$

Volatilitas harga saham dapat dihitung menggunakan rumus,

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (2.4)$$

di mana:

s : Standar deviasi *return* saham

σ : Volatilitas harga saham

τ : Panjang interval waktu perdagangan dalam satu tahun.

5. *Risk-free rate*

Risk-free rate mempengaruhi opsi dalam dua cara, yaitu (Beagles, 2009):

- a. Untuk opsi saham yang dapat dikirimkan secara fisik (ketika pembeli mengeksekusi opsinya, mereka akan menerima saham fisik dari penjual opsi) dengan asumsi semua faktor lain memiliki nilai yang sama. Jika *risk-free rate* naik, maka harga *call option* akan naik dan *put option* akan turun. Jika *risk-free rate* turun, maka harga *call option* akan turun dan *put option* akan naik.
- b. Untuk semua jenis opsi, dengan asumsi semua faktor lain memiliki nilai yang sama. Jika *risk-free rate* naik, maka harga *call option* dan *put option* akan turun. Sebaliknya, jika *risk-free rate* turun, maka harga *call option* dan *put option* akan naik.

6. Dividen yang diharapkan akan dibayarkan

Ketika suatu perusahaan mengumumkan dividen yang akan dibayarkan kepada pemegang saham, perusahaan tersebut juga mengumumkan tanggal *ex-dividen* dan tanggal pembayaran dividen. Tanggal *ex-dividen* adalah hari di mana semua pemegang saham yang memiliki saham pada akhir perdagangan hari itu berhak atas pembayaran dividen. Keesokan harinya,

harga saham biasanya turun sebesar jumlah dividen, karena pembeli saham pada hari itu tidak akan berhak atas dividen (Clarke & Clarke, 2011).

Pemahaman tentang faktor-faktor ini penting, karena mempengaruhi kapan dan bagaimana *holder* akan mengeksekusi opsi. *Holder* akan mengeksekusi *call option* (membeli saham sesuai dengan harga kesepakatan) ketika harga saham (S) di pasar lebih tinggi daripada harga kesepakatan (K). Sehingga, *holder* dapat menjual saham tersebut di pasar dengan harga pasar dan memperoleh keuntungan sebesar $(S - K)$ untuk setiap saham. Namun, jika harga saham di pasar lebih rendah atau sama dengan harga kesepakatan, maka *call option* tidak akan dilaksanakan karena tidak menguntungkan. Pada opsi Eropa, keuntungan atau *payoff* tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Seydel, 2006),

$$V_C = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } S_T \leq K \\ S_T - K, & \text{ jika } S_T > K \end{cases} \quad (2.5)$$

atau lebih singkatnya dapat dituliskan sebagai berikut,

$$V_C = \max(S_T - K, 0) \quad (2.6)$$

Jika harga saham di pasar lebih rendah daripada harga kesepakatan, maka *holder* dapat mengeksekusi *put option* dan mendapat keuntungan sebesar $(K - S)$ untuk setiap saham. Pada opsi Eropa, keuntungan atau *payoff* tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan berikut,

$$V_P = \begin{cases} K - S_T, & \text{ jika } S_T < K \\ 0 & , \text{ jika } S_T \geq K \end{cases} \quad (2.7)$$

atau lebih singkatnya dapat dituliskan sebagai berikut,

$$V_P = \max(K - S_T, 0) \quad (2.8)$$

di mana:

V_C : Nilai *payoff* pada *call European option*

V_P : Nilai *payoff* pada *put European option*

S_T : Harga saham pada waktu jatuh tempo.

2.1.3 Opsi Asia

Opsi Asia (*Asian Option*) adalah opsi yang pembayarannya bergantung pada rata-rata aritmatika harga saham acuan selama masa berlaku opsi (Hull, 2012). Opsi Asia merupakan jenis opsi di mana nilai pembayarannya didasarkan pada rata-rata harga saham selama periode waktu tertentu yang telah ditetapkan sebelumnya. Opsi ini menawarkan solusi yang lebih ekonomis untuk melindungi arus saham dalam jangka panjang. Dengan fitur perataan harga saham, opsi Asia menghasilkan pembayaran yang lebih stabil dan kurang terpengaruh oleh fluktuasi besar harga saham, termasuk potensi manipulasi harga menjelang waktu jatuh tempo (Chin, dkk., 2017).

Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi Asia dapat dikategorikan menjadi dua jenis, yaitu opsi Asia tipe Eropa dan opsi Asia tipe Amerika (Seydel, 2006). Opsi Asia tipe Eropa hanya dapat dilaksanakan pada tanggal jatuh tempo. Sedangkan opsi Asia tipe Amerika dapat dilaksanakan kapan saja sebelum jatuh tempo. Hal ini mengakibatkan harga opsi Asia tipe Amerika lebih mahal daripada opsi Asia tipe Eropa (Permana, dkk., 2015).

Sebagian besar opsi Asia menggunakan tipe Eropa. Hal ini disebabkan karena opsi Asia tipe Amerika yang memungkinkan pelaksanaan eksekusi lebih awal dapat menghilangkan tujuan utama dari perhitungan rata-rata harga saham

selama periode tertentu. Padahal rata-rata tersebut sering digunakan sebagai mekanisme perlindungan dari fluktuasi harga saham yang tinggi (Kwok, 2008).

Pada konteks perhitungan rata-rata harga saham opsi Asia, misalkan interval waktu $[\xi, T]$ dibagi menjadi M partisi yang sama panjang. Panjang setiap partisi didefinisikan sebagai (Chin, dkk., 2017),

$$\Delta t = \frac{T}{M} \quad (2.9)$$

di mana:

Δt : Panjang setiap partisi

T : Waktu jatuh tempo

M : Banyak partisi

Nilai Δt merepresentasikan selisih waktu antara dua titik pengambilan sampel berturut-turut dalam perhitungan rata-rata harga saham. Dengan menggunakan rata-rata aritmatika, rata-rata harga saham selama periode tersebut dapat dihitung menggunakan rumus,

$$\bar{S}_A(\xi, T) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M S_{t_i} \quad (2.10)$$

di mana:

$\bar{S}_A(\xi, T)$: Rata-rata harga saham

S_{t_i} : Harga saham pada waktu ke- t_i , dengan $t_i = i\Delta t$

dengan $\xi \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{M-1} < t_M \leq T$ adalah waktu pengambilan sampel selama interval waktu $[\xi, T]$.

Salah satu pendekatan yang digunakan dalam perhitungan harga opsi Asia adalah rata-rata *full-path*. Pada pendekatan ini, rata-rata harga saham dihitung dengan mempertimbangkan seluruh lintasan harga saham dari awal periode

pengamatan hingga waktu jatuh tempo. Dalam konteks metode pohon seperti Binomial dan Trinomial, rata-rata ini diperoleh dengan melacak setiap kemungkinan jalur pergerakan harga saham, kemudian menghitung rata-ratanya sepanjang jalur tersebut. Pendekatan *full-path* memberikan estimasi harga opsi yang lebih akurat karena mencerminkan seluruh evolusi harga saham selama periode kontrak. Menurut Hull (2012), opsi Asia yang menggunakan rata-rata penuh (*full-path*) cenderung menghasilkan harga opsi yang lebih rendah karena pengaruh dari rata-rata yang meredam perubahan harga saham yang tajam.

Setelah mengetahui rata-rata harga saham, harga opsi dapat dihitung berdasarkan nilai *payoff*. Pada opsi Asia tipe Eropa, nilai *payoff* dapat dihitung menggunakan rumus:

$$V_{AC} = \max(\bar{S}_A(\xi, T) - K, 0) \quad (2.11)$$

$$V_{AP} = \max(K - \bar{S}_A(\xi, T), 0) \quad (2.12)$$

di mana:

V_{AC} : Nilai *payoff* pada *call option* Asia tipe Eropa

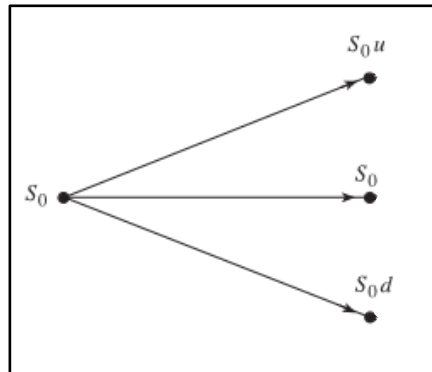
V_{AP} : Nilai *payoff* pada *put option* Asia tipe Eropa

2.1.4 Metode Trinomial

Pohon Trinomial pertama kali dikembangkan oleh Phelim Boyle pada tahun 1986. Sejak saat itu, berbagai penyempurnaan telah dilakukan, salah satunya oleh Kamrad dan Ritchken. Mereka mengembangkan metode ini untuk menghasilkan estimasi harga opsi yang lebih akurat sekaligus meningkatkan efisiensi perhitungan (Szylar, 2013). Pada perhitungan harga opsi menggunakan metode Trinomial, harga saham pada setiap periode waktu mengalami tiga kemungkinan

pergerakan, yaitu harga saham naik, harga saham tetap, atau harga saham turun.

Ilustrasi dari pergerakan tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.1 berikut,



Gambar 2.1 Pergerakan Saham pada Metode Trinomial (Hull, 2012).

Berdasarkan Gambar 2.1, harga saham dapat bergerak naik menjadi S_0u dengan probabilitas p_u , tetap sebesar S_0 dengan probabilitas p_m , atau turun menjadi S_0d dengan probabilitas p_d pada setiap titik partisi waktu. Proses ini berulang pada setiap langkah waktu dengan panjang partisi Δt , membentuk sebuah struktur pohon Trinomial (Hull, 2012).

Metode Trinomial digunakan untuk membuat pergerakan harga saham menjadi diskrit. Dalam pendekatan ini, perubahan harga $\zeta^a(t)$ memiliki tiga kemungkinan nilai, yaitu (Kamrad & Ritchken, 1991):

$$\zeta^a(t) = \begin{cases} \nu, & \text{dengan probabilitas } p_u \\ 0, & \text{dengan probabilitas } p_m \\ -\nu, & \text{dengan probabilitas } p_d \end{cases} \quad (2.13)$$

di mana,

p_u : Peluang harga saham naik

p_d : Peluang harga saham turun

p_m : Peluang harga saham tetap

dengan $v = \lambda\sigma\sqrt{\Delta t}$ dan $\lambda \geq 1$ sebagai faktor skala yang digunakan untuk menjaga akurasi metode. Dari persamaan (2.13), nilai u dan d dapat didefinisikan sebagai:

$$u = e^v = e^{\lambda\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (2.14)$$

$$d = e^{-v} = e^{-(\lambda\sigma\sqrt{\Delta t})} \quad (2.15)$$

di mana,

u : Faktor pergerakan harga saham naik

d : Faktor pergerakan harga saham turun

Lambda (λ) pada dasarnya merupakan parameter yang dapat disesuaikan untuk mengoptimalkan kecepatan dan akurasi metode Trinomial dalam menghitung harga opsi. Kamrad dan Ritchken telah berupaya menentukan λ yang optimal agar konvergensi menuju harga opsi *Black-Scholes* dapat berlangsung dengan cepat. Mereka menemukan bahwa $\lambda = \sqrt{1,5}$ menghasilkan konvergensi tercepat (Szylar, 2013).

Pada metode ini, harga saham $S(t)$ diasumsikan mengikuti *Geometric Brownian Motion* (GBM), yang juga merupakan dasar dalam metode *Black-Scholes*. Dalam konteks penilaian, *drift* dari proses ini dinyatakan sebagai (Kamrad & Ritchken, 1991),

$$\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (2.16)$$

di mana,

r : *Risk-free rate*

σ : Volatilitas harga saham

Dalam model ini, perubahan harga saham dinyatakan sebagai,

$$\ln S(t + \Delta t) = \ln S(t) + \zeta(t) \quad (2.17)$$

di mana $\zeta(t)$ adalah variabel acak normal dengan *mean* sebesar $\mu\Delta t$ dan *variance* sebesar $\sigma^2\Delta t$. Artinya, dalam waktu Δt , harga saham mengalami kenaikan atau penurunan dengan distribusi tertentu. Agar metode Trinomial tetap sesuai dengan *Geometric Brownian Motion*, harus dipastikan bahwa *mean* dan *variance* dari distribusi diskrit ini sama dengan *mean* dan *variance* dari proses kontinu. Ekspektasi dari $\zeta^a(t)$ dihitung sebagai (Kamrad & Ritchken, 1991),

$$E\{\zeta^a(t)\} = v(p_u - p_d) \quad (2.18)$$

Pada model kontinu, diketahui bahwa *mean* dari $\zeta(t)$ adalah $\mu\Delta t$, sehingga,

$$v(p_u - p_d) = \mu\Delta t \quad (2.19)$$

dengan substitusi $v = \lambda\sigma\sqrt{\Delta t}$ diperoleh,

$$\begin{aligned} \lambda\sigma\sqrt{\Delta t}(p_u - p_d) &= \mu\Delta t \\ p_u - p_d &= \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\lambda\sigma} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Selanjutnya, variansi dari $\zeta^a(t)$ dihitung sebagai,

$$Var\{\zeta^a(t)\} = v^2(p_u + p_d) \quad (2.21)$$

Pada model kontinu, diketahui bahwa *variance* dari $\zeta(t)$ adalah $\sigma^2\Delta t$, sehingga,

$$v^2(p_u + p_d) = \sigma^2\Delta t \quad (2.22)$$

dengan substitusi $v^2 = \lambda^2\sigma^2\Delta t$ diperoleh,

$$\begin{aligned} \lambda^2\sigma^2\Delta t(p_u + p_d) &= \sigma^2\Delta t \\ p_u + p_d &= \frac{\sigma^2\Delta t}{\lambda^2\sigma^2\Delta t} \\ p_u + p_d &= \frac{1}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Setelah itu, selesaikan persamaan untuk p_1 dan p_3 . Pertama-tama, jumlahkan persamaan (2.20) dan (2.23), sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
2p_u &= \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\lambda\sigma} \\
p_u &= \frac{1}{2\lambda^2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\lambda\sigma}
\end{aligned}
\tag{2.24}$$

Kemudian, kurangkan persamaan (2.23) dengan persamaan (2.20),

$$\begin{aligned}
2p_d &= \frac{1}{\lambda^2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\lambda\sigma} \\
p_d &= \frac{1}{2\lambda^2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\lambda\sigma}
\end{aligned}
\tag{2.25}$$

Untuk probabilitas p_m , gunakan sifat,

$$p_u + p_m + p_d = 1 \tag{2.26}$$

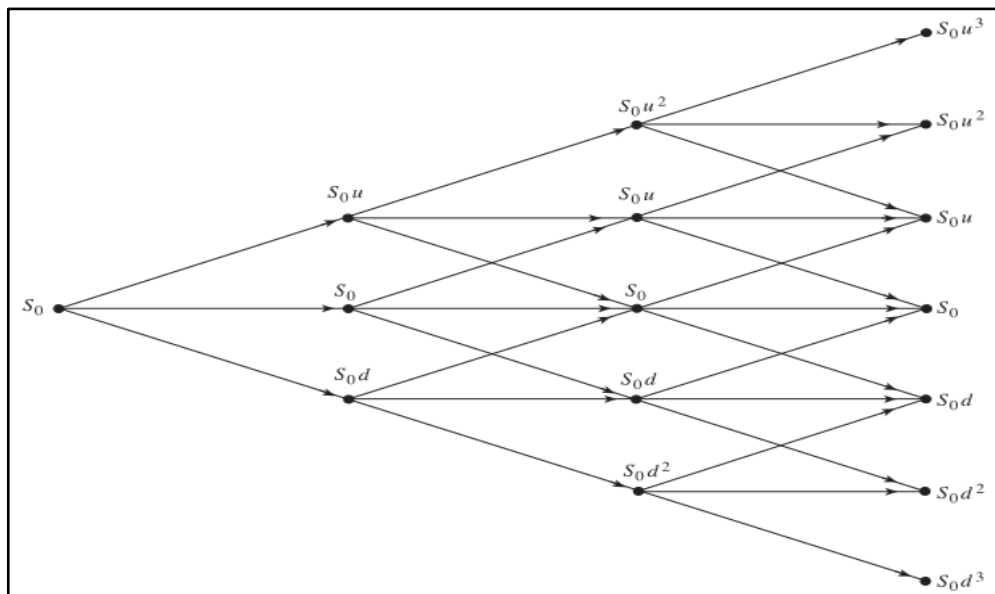
sehingga diperoleh,

$$p_m = 1 - (p_u + p_d) \tag{2.27}$$

Dengan substitusi persamaan (2.23) diperoleh,

$$p_m = 1 - \frac{1}{\lambda^2} \tag{2.28}$$

Skema pergerakan harga saham secara diskrit pada metode Trinomial dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut,



Gambar 2.2 Pohon Harga Saham pada Metode Trinomial (Hull, 2012).

Gambar 2.2 memperlihatkan skema pergerakan harga saham dengan tiga partisi waktu. Dari harga saham awal S_0 , saham dapat bergerak ke S_0u jika mengalami kenaikan, tetap di S_0 jika tidak berubah, atau turun ke S_0d jika mengalami penurunan (Hull, 2012). Secara umum, harga saham pada *node* ke- j pada langkah waktu ke- i dapat dinyatakan sebagai berikut (Jalaludin, dkk., 2024),

$$S_{ji} = \begin{cases} S_0u^j, & \text{untuk } j \geq 1 \\ S_0, & \text{untuk } j = 0 \\ S_0d^j, & \text{untuk } j \leq -1 \end{cases} \quad (2.29)$$

di mana:

S_{ji} : Harga saham di *node* j pada waktu ke- i

S_0 : Harga saham awal

i : Indeks waktu pengamatan harga saham, dengan $i = 0, 1, 2, \dots, M$

j : Indeks kemungkinan harga saham, dengan $j = -i, \dots, i$

Pada metode Trinomial, terdapat tiga kemungkinan harga saham setelah satu langkah waktu (naik, tetap, dan turun). Hanya menggunakan persamaan (2.29) belum cukup untuk mereplikasi ketiga keadaan tersebut secara tepat. Oleh karena itu menggunakan probabilitas p_u, p_m, p_d , serta simpul-simpul harga S_{ji} , pohon Trinomial dapat merepresentasikan distribusi probabilitas harga saham yang diasumsikan berdistribusi lognormal. Distribusi lognormal sepenuhnya ditentukan oleh dua parameter, yaitu ekspektasi dan variansi dari logaritma harga saham. Oleh karena itu, hanya dibutuhkan dua syarat untuk menyesuaikan struktur pohon Trinomial agar sesuai dengan distribusi lognormal tersebut (Deutsch & Beinker, 2019).

Nilai ekspektasi dari variabel acak lognormal setelah satu langkah waktu (Δt) dimulai dari *node* S_{ji} , ditunjukkan pada persamaan berikut (Deutsch & Beinker, 2019),

$$E[S_{i+1}] = S_{ji} e^{r\Delta t} \quad (2.30)$$

Sementara itu, berdasarkan struktur pohon Trinomial, ekspektasi tersebut juga dapat dihitung melalui,

$$E[S_{i+1}] = p_u S_{j+1,i+1} + p_m S_{j,i+1} + p_d S_{j-1,i+1} \quad (2.31)$$

di mana:

$S_{j+1,i+1}$: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika terjadi pergerakan naik

$S_{j,i+1}$: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika pergerakan tetap

$S_{j-1,i+1}$: Harga saham pada partisi ke- $(i + 1)$ ketika terjadi pergerakan turun

Dengan menyamakan persamaan (2.30) dan (2.31), diperoleh sebuah persamaan berikut,

$$S_{ji} e^{r\Delta t} = p_u S_{j+1,i+1} + p_m S_{j,i+1} + p_d S_{j-1,i+1} \quad (2.32)$$

Selain itu, menggunakan distribusi lognormal, variansi harga saham di masa mendatang dapat ditulis sebagai berikut,

$$Var[S_{i+1}] = S_{ji}^2 e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2 \Delta t} - 1) \quad (2.33)$$

Pada metode Trinomial, harga opsi pada node ke- j pada langkah waktu ke- i dinyatakan dengan V_{ji} . Untuk opsi Eropa, pada saat jatuh tempo ($t_M = T$), node-node diinisialisasi dengan nilai *payoff*. Pada opsi *call*, nilai *payoff* untuk opsi Eropa diberikan oleh,

$$V_{jM} = \max(S_{jM} - K, 0) \quad (2.34)$$

Selanjutnya, perhitungan harga opsi dilakukan secara *backward* dari langkah waktu $i = M - 1$ kembali ke $i = 0$. Pada setiap langkah *backward*, harga opsi *call* dan *put* dihitung menggunakan nilai dari harga opsi *call* dan *put* pada langkah waktu selanjutnya menggunakan persamaan,

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t} (p_u V_{j+1,i+1} + p_m V_{j,i+1} + p_d V_{j-1,i+1}) \quad (2.35)$$

Sehingga, V_{00} merupakan nilai sekarang dari harga opsi pada waktu $t_0 = 0$, dengan asumsi bahwa S_0 adalah harga saham pada waktu tersebut.

2.1.5 Metode *Black-Scholes*

Pada tahun 1970-an, Fischer Black, Myron Scholes, dan Robert Merton mengembangkan metode *Black-Scholes* yang menawarkan pendekatan analitik untuk menghitung harga opsi. Pengakuan terhadap pentingnya model ini semakin kuat ketika Robert Merton dan Myron Scholes dianugerahi *Nobel Prize for Economic* pada tahun 1997 (Hull, 2012). Namun, metode ini tidak dapat langsung diterapkan untuk menentukan harga opsi Asia. Opsi Asia dengan rata-rata aritmatika memiliki karakteristik khusus, yaitu meskipun harga saham berdistribusi lognormal, rata-rata aritmatikanya tidak mengikuti distribusi lognormal. Padahal, metode *Black-Scholes* mengasumsikan bahwa harga saham harus berdistribusi lognormal. Oleh karena itu, penentuan harga opsi Asia berbasis rata-rata aritmatika memerlukan pendekatan tambahan (Khuriyanti, 2009).

Salah satu pendekatan yang umum digunakan adalah metode *Curran*, yang mengaproksimasi rata-rata aritmatika dengan pendekatan rata-rata geometrik. Aproksimasi tersebut dijelaskan sebagai berikut (Winarti, dkk., 2017),

$$\begin{aligned}
C &= e^{-rT} E[(A - K)^+] \\
&= e^{-rT} E[E[(A - K)^+ | G]] \\
&= e^{-rT} \int_0^\infty E[(A - K)^+ | G = x] g(x) dx
\end{aligned} \tag{2.36}$$

di mana g adalah fungsi densitas lognormal dari G . Setelah itu didefinisikan:

$$C_1 = \int_0^K E[(A - K)^+ | G = x] g(x) dx \tag{2.37}$$

$$C_2 = \int_K^\infty E[(A - K)^+ | G = x] g(x) dx \tag{2.38}$$

Sehingga,

$$C = e^{-rT} (C_1 + C_2) \tag{2.39}$$

Rata-rata aritmatika selalu lebih besar daripada rata-rata geometrik ($A \geq G$), maka,

$$C_2 = \int_K^\infty E[(A - K) | G = x] g(x) dx \tag{2.40}$$

C_1 merepresentasikan kondisi di mana opsi geometrik belum menguntungkan dan harga opsi aritmatika masih belum diketahui. Sedangkan C_2 menggambarkan kondisi di mana kedua opsi (geometrik dan aritmatika) menguntungkan.

Pendekatan untuk menghitung C_1 adalah,

$$C_1 = \int_L^K E[A - K | G = x] g(x) dx \tag{2.41}$$

dengan $L = \{x | E(A | G = x) = K\}$ sehingga,

$$\begin{aligned}
C &= \exp(-rT) (C_1 + C_2) \\
&= \exp(-rT) \left(\int_L^K E[A - K | G = x] g(x) dx \right) \\
&= \exp(-rT) \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_L^K E[S_{t_i} | \ln G = \ln x] g(x) dx - K \int_L^K g(x) dx \right)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

dengan $K \int_L^\infty g(x) dx = KN \left(\frac{\mu_G - \ln L}{\sigma_G} \right)$.

Ketika harga saham diamati sebanyak M kali pengamatan (M partisi), formula *Black-Scholes* untuk menentukan harga *call Asian option* menggunakan aproksimasi *Curran* adalah,

$$C_{BA} = e^{-rT} \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\left(\mu_i + \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)} N\left(\frac{\mu_G - \ln L + \gamma_i}{\sigma_G}\right) - KN\left(\frac{\mu_G - \ln L}{\sigma_G}\right) \right) \quad (2.43)$$

sedangkan harga *put Asian option* menggunakan aproksimasi *Curran* dapat dihitung menggunakan formula berikut,

$$P_{BA} = e^{-rT} \left(KN\left(-\frac{\mu_G - \ln L}{\sigma_G}\right) - \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{\left(\mu_i + \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)} N\left(-\frac{\mu_G - \ln L + \gamma_i}{\sigma_G}\right) \right) \right) \quad (2.44)$$

dengan:

$$\mu_i = \ln S_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) t_i \quad (2.45)$$

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 t_i \quad (2.46)$$

$$\gamma_i = \frac{\sigma^2 \Delta t}{2M} ((2M+1)i - i^2) \quad (2.47)$$

$$\mu_G = \ln S_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \frac{T + \Delta t}{2} \quad (2.48)$$

$$\sigma_G^2 = \sigma^2 \Delta t \frac{(2M+1)(M+1)}{6M} \quad (2.49)$$

$$L = \{x \mid E(A \mid G = x) = K\} \quad (2.50)$$

di mana:

C_{BA} : Harga opsi *call* Asia pada metode *Black-Scholes*

P_{BA} : Harga opsi *put* Asia pada metode *Black-Scholes*

Δt : Jarak antar partisi waktu

L : Himpunan nilai x di mana rata-rata aritmatika yang diharapkan sama

dengan *stice price*

2.1.6 Distribusi Normal

Distribusi normal dengan rata-rata 0 dan variansi 1 disebut sebagai distribusi normal standar. Hal tersebut dinotasikan dengan $X \sim N(0,1)$. Fungsi densitas probabilitas (*probability density function*) untuk distribusi ini adalah,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.51)$$

Pada distribusi ini, nilai harapan dari X adalah $E[X] = 0$, sedangkan variansinya adalah $var(X) = 1$. Distribusi normal secara umum dapat memiliki rata-rata dan variansi yang berbeda. Distribusi ini ditulis sebagai $N(\mu^*, \bar{\sigma}^2)$ dengan fungsi densitas probabilitas (*probability density function*) berikut (Higham, 2004),

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{\sigma}^2}} e^{-\frac{(\mu^* - x)^2}{2\bar{\sigma}^2}} \quad (2.52)$$

di mana:

μ^* : Rata-rata

$\bar{\sigma}^2$: Variansi

2.1.7 Galat (*Error*)

Pada perhitungan numerik, hasil yang diperoleh sering kali merupakan suatu pendekatan terhadap nilai eksak yang sebenarnya. Hal ini juga berlaku dalam perhitungan harga opsi Asia menggunakan metode Trinomial, di mana hasilnya dapat berbeda jika dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*. Perbedaan ini menghasilkan selisih yang disebut sebagai galat atau *error*. Terdapat dua jenis

galat, yaitu galat mutlak (*absolute error*) dan galat relatif (*relative error*). Galat mutlak merupakan selisih antara nilai pendekatan (harga opsi Asia metode Trinomial) dengan nilai eksak (harga opsi Asia metode *Black-Scholes*). Secara berturut-turut, galat mutlak untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Zakaria & Muharramah, 2023):

$$\varepsilon_{C_m} = |C_{BA} - C_A| \quad (2.53)$$

$$\varepsilon_{P_m} = |P_{BA} - P_A| \quad (2.54)$$

di mana,

C_{BA} : Harga opsi *call* pada opsi Asia metode *Black-Scholes*

C_A : Harga opsi *call* pada opsi Asia metode Trinomial

P_{BA} : Harga opsi *put* pada opsi Asia metode *Black-Scholes*

P_A : Harga opsi *put* pada opsi Asia metode Trinomial

Galat relatif merupakan galat mutlak yang disesuaikan dengan nilai sebenarnya. Secara berturut-turut, galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$\varepsilon_{C_r} = \frac{\varepsilon_{C_m}}{C_{BA}} \quad (2.55)$$

$$\varepsilon_{P_r} = \frac{\varepsilon_{P_m}}{P_{BA}} \quad (2.56)$$

di mana,

ε_{C_m} : Galat mutlak untuk opsi *call*

ε_{P_m} : Galat mutlak untuk opsi *put*

Galat antara metode Trinomial dan metode *Black-Scholes* perlu dianalisis untuk mengukur tingkat akurasi perhitungan. Salah satu metode yang umum digunakan untuk mengevaluasi kesalahan dalam pemodelan numerik adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), yang menyajikan galat dalam bentuk persentase terhadap nilai eksak. Semakin rendah nilai MAPE artinya semakin baik metode yang digunakan. Nilai MAPE untuk opsi *call* dan opsi *put* secara berturut-turut dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Khairina, dkk., 2019):

$$MAPE = \begin{cases} \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_{C_r} \right) \times 100\%, & \text{untuk opsi call} \\ \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_{P_r} \right) \times 100\%, & \text{untuk opsi put} \end{cases} \quad (2.57)$$

MAPE menghasilkan persentase galat yang menunjukkan tingkat akurasi suatu metode. Interpretasi secara umum dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai MAPE

Nilai MAPE (%)	Akurasi Prediksi
$MAPE \leq 10$	Tinggi
$10 < MAPE \leq 20$	Baik
$20 < MAPE \leq 50$	Cukup
$MAPE > 50$	Rendah

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an

Konsep investasi dan perencanaan untuk masa depan sudah dikenal sejak zaman Nabi Yusuf, yang mengajarkan prinsip sumber daya dengan bijak. Allah swt. berfirman pada Al-Qur'an surah Yusuf ayat 47-49 (Kementerian Agama, 2017):

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَأَبًا فَمَا حَصَدْتُمْ فَذَرُوهُ فِي سُنْبُلِهِ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تَكُلُونَ ﴿٤٧﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِنْ بَعْدِ ذَلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تُحْصِنُونَ ﴿٤٨﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِنْ بَعْدِ ذَلِكَ عَامٌ فِيهِ يُغَاثُ النَّاسُ وَفِيهِ يَعْرِضُونَ ﴿٤٩﴾

“Dia (Yusuf) berkata, Agar kamu bercocok tanam tujuh tahun (berturut-turut) sebagaimana biasa; kemudian apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan di

tangkainya kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian setelah itu akan datang tujuh (tahun) yang sangat sulit, yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari apa (bibit gandum) yang kamu simpan. Setelah itu akan datang tahun, di mana manusia diberi hujan (dengan cukup) dan pada masa itu mereka memeras (anggur)” (QS. Yusuf: 47-49).

Menurut Ibnu Katsir, ayat tersebut mengajarkan prinsip penting tentang kebijaksanaan dalam mengelola sumber daya dan kesiapan dalam menghadapi masa depan. Ayat tersebut menggambarkan nasihat bijak Nabi Yusuf kepada raja Mesir untuk menyisihkan sebagian hasil panen selama tahun-tahun subur sebagai persiapan menghadapi tahun-tahun sulit. Investasi yang efektif harus didasarkan pada pengetahuan dan pengalaman yang cukup. Pada ayat tersebut, Nabi Yusuf menunjukkan kemampuannya dalam mengelola sumber daya pangan, sehingga raja Mesir mempercayakan pengelolaan tersebut kepadanya (Katsir, 1983). Nilai moral yang terkandung dalam ayat tersebut adalah pentingnya pengelolaan sumber daya yang bijaksana dan investasi untuk masa depan yang lebih baik.

Pentingnya perencanaan jangka panjang, terutama demi kesejahteraan generasi selanjutnya, juga ditegaskan dalam Al-Qur'an surah An-Nisa' ayat 9. Allah swt. berfirman dalam ayat tersebut (Kementerian Agama, 2017):

وَلْيَخْشَ الَّذِينَ لَوْ تَرَكَوْا مِنْ خَلْفِهِمْ ذُرِّيَّةً ضِعْفًا خَافُوا عَلَيْهِمْ فَلْيَتَّقُوا اللَّهَ وَلْيَقُولُوا قَوْلًا سَدِيدًا ﴿٩﴾

“Dan hendaklah takut (kepada Allah) orang-orang yang sekiranya mereka meninggalkan keturunan yang lemah di belakang mereka yang mereka khawatir terhadap (kesejahteraan)nya. Oleh sebab itu, hendaklah mereka bertakwa kepada Allah, dan hendaklah mereka berbicara dengan tutur kata yang benar” (QS. An-Nisa': 9).

Ayat tersebut menekankan pentingnya kepedulian terhadap masa depan keturunannya, khususnya dalam aspek ekonomi, moral, maupun sosial. Rasa khawatir meninggalkan generasi yang lemah menjadi dorongan bagi setiap individu untuk melakukan perencanaan yang matang demi keberlangsungan hidup anak cucu

mereka. Hal ini sejalan dengan prinsip investasi, yaitu menanamkan sumber daya sejak dini demi memperoleh manfaat di masa depan. Dalam tafsir Maudhu'i, Quraish Shihab (1996) menjelaskan bahwa kewajiban seseorang tidak hanya terbatas dalam lingkup keluarga, tetapi juga meluas ke dalam tatanan sosial masyarakat. Oleh karena itu, investasi tidak hanya dipandang sebagai aktivitas ekonomi, melainkan juga sebagai bentuk tanggung jawab sosial dan moral. Lebih lanjut ia menjelaskan bahwa prinsip keseimbangan antara hak dan kewajiban harus dijaga agar tercipta keserasian dalam kehidupan. Dalam konteks investasi, hal ini tercermin dari kewajiban investor untuk berinvestasi secara etis serta hak mereka untuk memperoleh imbal hasil yang adil. Dengan demikian, investasi yang direncanakan dan dilaksanakan dengan penuh kesadaran akan memberikan manfaat yang tidak hanya bersifat material, tetapi juga berdampak positif bagi keberlanjutan generasi dan masyarakat secara keseluruhan.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Pada penelitian ini, teori pendukung berperan penting dalam memahami dan menganalisis metode yang digunakan dalam perhitungan harga opsi Asia. Salah satu penelitian terdahulu yang menggunakan opsi Asia dalam menentukan harga opsi yaitu Winarti, dkk. (2017). Penelitian tersebut menggunakan rata-rata aritmatika dengan aproksimasi *curran* untuk menentukan harga opsi Asia menggunakan metode *Black-Scholes*. Hasil perhitungan dalam penelitian tersebut menunjukkan bahwa harga *call option* bernilai Rp69,3854, sedangkan harga *put option* bernilai Rp167,4696. Temuan ini mengindikasikan bahwa harga *put option* jauh lebih besar daripada harga *call option*.

Penelitian lain yang membahas opsi Asia yaitu penelitian yang dilakukan oleh Ogot, dkk. (2018). Penelitian ini menerapkan metode Trinomial untuk menentukan harga opsi. Secara khusus, metode Trinomial *Kamrad and Ritchken* diterapkan untuk menghitung harga opsi Asia tipe Eropa dan tipe Amerika dengan pendekatan rata-rata aritmatika. Dalam penelitian tersebut, harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Binomial pada partisi ke-30, 40, dan 50, menghasilkan nilai \$11,5413; \$11,5302; dan \$11,5449. Sedangkan pada metode Trinomial menghasilkan nilai \$11,5427; \$11,5446; dan \$11,5454. Sementara pada harga opsi Asia tipe Amerika, metode Binomial pada partisi ke-30, 40, dan 50, menghasilkan nilai \$13,0756; \$13,1416; dan \$13,1986. Sedangkan pada metode Trinomial menghasilkan nilai \$13,0987; \$13,1678; dan \$13,2159. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Trinomial menghasilkan harga opsi dengan konvergensi lebih halus daripada metode Binomial. Selain itu, harga opsi Asia tipe Eropa lebih murah daripada harga opsi Asia tipe Amerika.

Penelitian Amalia (2021) juga menggunakan metode Trinomial *Kamrad and Ritchken* untuk menentukan harga opsi Asia tipe Eropa. Pada penelitian ini, penulis menyusun beberapa skenario dalam proses perhitungan harga opsi *call* Asia. Skenario tersebut mencakup volatilitas untuk 4 periode dengan banyak partisi waktu di setiap periode, dan skenario dengan beberapa variasi tingkat suku bunga, di mana parameter lainnya tetap sama. Hasil dari perhitungan ini dibandingkan dengan metode Trinomial *Hull and White*. Dengan variasi nilai volatilitas dan banyak partisi yang berbeda, diperoleh hasil harga opsi Asia yang berbeda pula. Semakin tinggi nilai volatilitas dan banyak partisi, harga opsi cenderung meningkat.

Namun, perubahan tingkat suku bunga juga mempengaruhi hasil harga opsi, tergantung pada model Trinomial dan nilai volatilitas yang diterapkan.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode gabungan, yaitu metode kuantitatif dan kualitatif. Pendekatan kuantitatif dipilih karena perhitungan harga opsi dilakukan secara numerik berdasarkan data harga saham. Sementara itu, pendekatan kualitatif dipilih untuk menganalisis konvergensi hasil perhitungan harga opsi secara deskriptif. Penelitian ini juga memanfaatkan literatur yang ada untuk memahami konsep dan teori yang relevan terkait harga saham dan harga opsi.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder berupa data harga saham penutupan Microsoft Corporation (MSFT) pada periode waktu 1 November 2022 hingga 31 Oktober 2024. Data diperoleh dari situs resmi www.investing.com/equities/microsoft-corp-historical-data yang diakses pada tanggal 1 November 2024. Data selengkapnya terdapat pada lampiran I.

3.3 Prosedur Penelitian

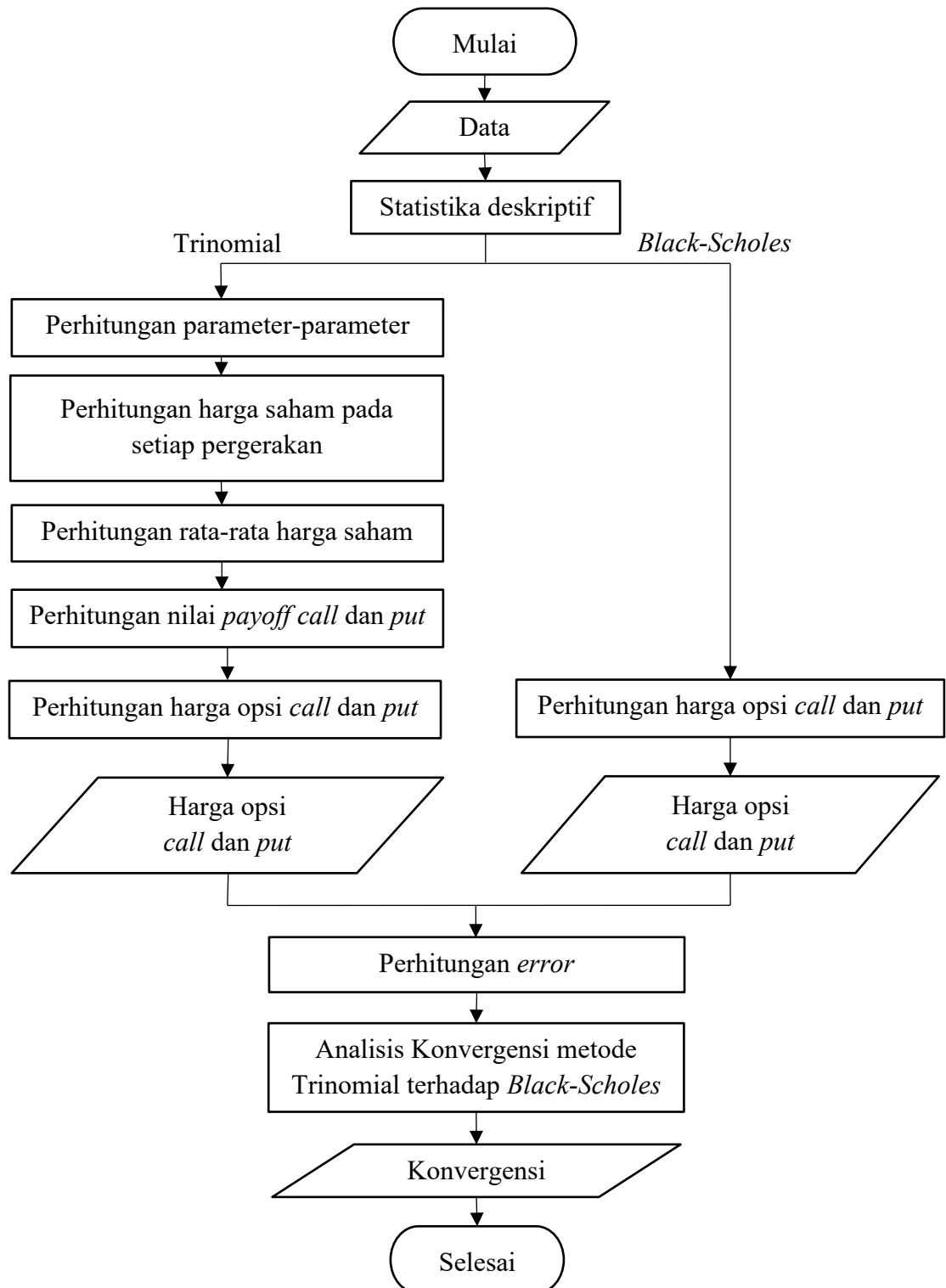
Terdapat beberapa prosedur dalam penelitian ini, yaitu:

1. Deskripsi data
 - a. Menggambar data historis pergerakan harga saham.
 - b. Menghitung *return* saham menggunakan persamaan (2.1).

- c. Menghitung *risk-free rate* menggunakan persamaan (2.2) dan volatilitas menggunakan persamaan (2.4).
 - d. Menentukan harga saham awal, waktu jatuh tempo, harga kesepakatan (*strike price*), dan banyak partisi.
2. Menghitung harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial
- a. Menghitung parameter-parameter menggunakan persamaan (2.14), (2.15), (2.24), (2.25), dan (2.28).
 - b. Menghitung harga saham pada setiap pergerakan menggunakan persamaan (2.29).
 - c. Menghitung rata-rata harga saham secara aritmatika menggunakan persamaan (2.10).
 - d. Menghitung nilai *payoff call* dan *put* menggunakan persamaan (2.11) dan (2.12).
 - e. Menghitung harga opsi *call* dan *put* menggunakan persamaan (2.35).
3. Menghitung akurasi Metode Trinomial terhadap nilai *Black-Scholes*
- a. Menghitung harga opsi *call* dan *put* pada metode *Black-Scholes* menggunakan persamaan (2.43) dan (2.44).
 - b. Menghitung nilai *error* harga opsi *call* dan *put* antara metode Trinomial dengan metode *Black-Scholes* menggunakan persamaan (2.53).
 - c. Menganalisis konvergensi harga opsi pada metode Trinomial terhadap nilai *Black-Scholes*.

3.4 Flowchart

Berdasarkan prosedur penelitian yang telah dijelaskan sebelumnya, penelitian ini dapat diilustrasikan dalam *flowchart* berikut:



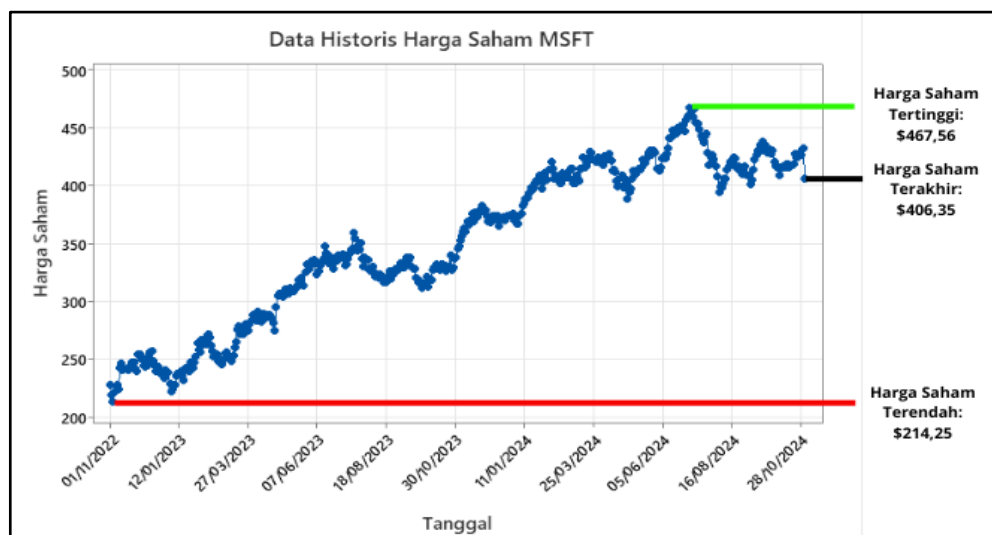
Gambar 3.1 Flowchart

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data harga saham penutupan Microsoft Corporation (MSFT) selama periode 1 November 2022 hingga 31 Oktober 2024, dengan total sebanyak 503 data. Data ini mencerminkan fluktuasi harga saham dalam kurun waktu dua tahun, yang menjadi faktor penting dalam menentukan keputusan berinvestasi pada perusahaan tersebut. Fluktuasi data historis harga saham dapat dilihat pada Gambar 4.1 berikut:



Gambar 4.1 Grafik Data Historis Harga Saham

Berdasarkan Gambar 4.1, terlihat bahwa harga saham MSFT secara umum mengalami tren kenaikan, meskipun terdapat beberapa titik penurunan. Harga saham MSFT cenderung rendah pada awal periode pengamatan, dengan harga terendah \$214,25 pada 3 November 2022. Hal ini merupakan dampak dari ketidakpastian ekonomi global akibat pandemi COVID-19. Seiring membaiknya kondisi ekonomi global, pertumbuhan kinerja keuangan perusahaan, serta

meningkatnya optimisme investor terhadap sektor teknologi, harga saham MSFT mulai meningkat secara bertahap. Tren kenaikan ini disertai fluktuasi naik turun dan mencapai titik tertinggi pada 05 Juli 2024 dengan harga \$467,56. Harga saham MSFT pada akhir pengamatan, yaitu pada tanggal 31 Oktober 2024, digunakan sebagai harga saham awal pada penelitian ini.

Sebelum menghitung harga opsi, terdapat beberapa parameter yang perlu diketahui, dua di antaranya yaitu *risk-free rate* dan volatilitas. Kedua variabel tersebut dapat dihitung menggunakan *return* saham yang diperoleh berdasarkan data historis harga saham. Perhitungan *return* saham menggunakan persamaan (2.1) disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \ln\left(\frac{S_1}{S_{1-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{220,10}{228,17}\right) \approx -0,03601 \\
 R_2 &= \ln\left(\frac{S_2}{S_{2-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_2}{S_1}\right) = \ln\left(\frac{214,25}{220,10}\right) \approx -0,02694 \\
 R_3 &= \ln\left(\frac{S_3}{S_{3-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_3}{S_2}\right) = \ln\left(\frac{221,39}{214,25}\right) \approx 0,03278 \\
 &\vdots \\
 R_{501} &= \ln\left(\frac{S_{501}}{S_{501-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_{501}}{S_{500}}\right) = \ln\left(\frac{432,53}{431,95}\right) \approx 0,00134 \\
 R_{502} &= \ln\left(\frac{S_{502}}{S_{502-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_{502}}{S_{501}}\right) = \ln\left(\frac{406,35}{432,53}\right) \approx -0,06244
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Hasil lengkap perhitungan nilai *return* saham pada persamaan (4.1) dapat dilihat pada Lampiran 2. Berdasarkan nilai *return* saham yang telah diperoleh, dilakukan perhitungan rata-rata *return* saham sebagai estimasi dari *risk-free rate* ($\bar{R} = r$). Perhitungan rata-rata *return* saham menggunakan persamaan (2.2) disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\bar{R} &= \frac{1}{502} \sum_{z=1}^{502} R_z \\
&= \frac{1}{502} ((-0,03601) + (-0,02694) + \dots + (-0,06244)) \\
&= \frac{1}{502} (0,57712) \\
&\approx 0,00115
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Selanjutnya, dilakukan perhitungan volatilitas berdasarkan standar deviasi *return* saham. Perhitungan standar deviasi *return* saham menggunakan persamaan (2.3) disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
s &= \sqrt{\frac{1}{502-1} \sum_{z=1}^{502} (R_z - \bar{R})^2} \\
&= \sqrt{\frac{1}{501} ((-0,03601 - 0,00115)^2 + \dots + (-0,06244 - 0,00115)^2)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{501} (0,00138 + \dots + 0,00404)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{501} (0,11727)} \\
&\approx 0,01530
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Berdasarkan nilai standar deviasi *return* saham yang diperoleh pada persamaan (4.3) serta asumsi bahwa waktu perdagangan dalam satu tahun sebanyak 252 hari ($\tau = \frac{1}{252}$), maka perhitungan volatilitas menggunakan persamaan (2.4) disajikan sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{0,0153}{\sqrt{\left(\frac{1}{252}\right)}} = \frac{0,0153}{0,06299} \approx 0,24287 \tag{4.4}$$

Sehingga diperoleh volatilitas harga saham sebesar 0,24287 atau 24,287% per tahun. Nilai ini dapat dikatakan wajar, karena volatilitas harga saham berada pada kisaran 15% hingga 60% per tahun.

Selanjutnya, perlu ditentukan beberapa parameter lain yang digunakan dalam perhitungan harga opsi, di antaranya harga saham awal, waktu jatuh tempo, harga kesepakatan (*strike price*), dan banyak partisi. Adapun penetapan parameter tersebut dijelaskan sebagai berikut:

1. Harga saham awal (S_0) ditentukan berdasarkan harga saham terakhir pada data pengamatan, yaitu sebesar \$406,35 pada 31 Oktober 2024.
2. Waktu jatuh tempo (T) pada penelitian ini ditetapkan selama satu tahun ($T = 1$). Sehingga opsi akan kadaluwarsa pada Oktober 2025.
3. Harga kesepakatan (K) yang digunakan pada penelitian ini adalah \$430,00. Informasi tersebut diperoleh dari laman resmi investing.com.
4. Banyak Partisi (M) yang digunakan pada penelitian ini adalah 126. Peneliti memilih setengah dari banyak hari perdagangan dalam 1 tahun agar durasi perhitungan harga opsi lebih efisien.

Parameter-parameter yang sudah diperoleh akan digunakan untuk menentukan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial. Parameter-parameter tersebut dirangkum pada tabel berikut:

Tabel 4.1 Parameter-parameter dalam Perhitungan Harga Opsi

S_0	\$406,35
K	\$430,00
T	1 tahun
r	0.00115
σ	0,24287
M	126 hari

4.2 Perhitungan Harga Opsi Asia Menggunakan Metode Trinomial

Tahap awal sebelum perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial adalah mengetahui parameter utama dalam membangun pohon

Trinomial, di antaranya faktor harga saham naik (u), faktor harga saham turun (d), peluang harga saham naik (p_u), peluang harga saham tetap (p_m), serta peluang harga saham turun (p_d). Sebelum menghitung parameter-parameter tersebut, terlebih dahulu dilakukan perhitungan panjang setiap partisi waktu menggunakan persamaan (2.9). Banyak partisi waktu (M) diasumsikan setengah dari banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun, yaitu sebanyak 126 hari. Oleh karena itu, ketika nilai $M = 126$, diperoleh panjang partisi waktu sebagai berikut:

$$\Delta t = \frac{1}{126} \approx 0,00794 \quad (4.5)$$

Selanjutnya, nilai $\lambda = \sqrt{1,5}$ digunakan untuk menghitung parameter u dan d secara berturut-turut berdasarkan persamaan (2.14) dan (2.15) dengan hasil sebagai berikut:

$$u = e^{(1,22474 \times 0,24287 \times \sqrt{0,00794})} \approx 1,02685 \quad (4.6)$$

$$d = e^{-(1,22474 \times 0,24287 \times \sqrt{0,00794})} \approx 0,97385 \quad (4.7)$$

Sebelum menghitung probabilitas pergerakan harga saham, *drift* dari proses *Geometric Brownian Motion* dihitung terlebih dahulu menggunakan persamaan (2.16) dengan hasil sebagai berikut,

$$\mu = 0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2 \approx -0,02834 \quad (4.8)$$

Sehingga, peluang harga saham naik (p_u), peluang harga saham tetap (p_m), dan peluang harga saham turun (p_d) dapat dihitung menggunakan persamaan (2.24), (2.28), dan (2.25) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
p_u &= \frac{1}{2 \times (1,22474)^2} + \frac{(-0,02834)\sqrt{0,00794}}{2 \times 1,22474 \times 0,24287} \\
&= \frac{1}{3} + \frac{(-0,00253)}{0,59491} \\
&= 0,33333 + (-0,00425) \\
&\approx 0,32909
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$p_m = 1 - \frac{1}{(1,2247)^2} = 1 - 0,66667 \approx 0,33333 \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}
p_d &= \frac{1}{2 \times (1,22474)^2} - \frac{(-0,02834)\sqrt{0,00794}}{2 \times 1,22474 \times 0,24287} \\
&= \frac{1}{3} - \frac{(-0,00253)}{0,59491} \\
&= 0,33333 - (-0,00425) \\
&\approx 0,33758
\end{aligned} \tag{4.11}$$

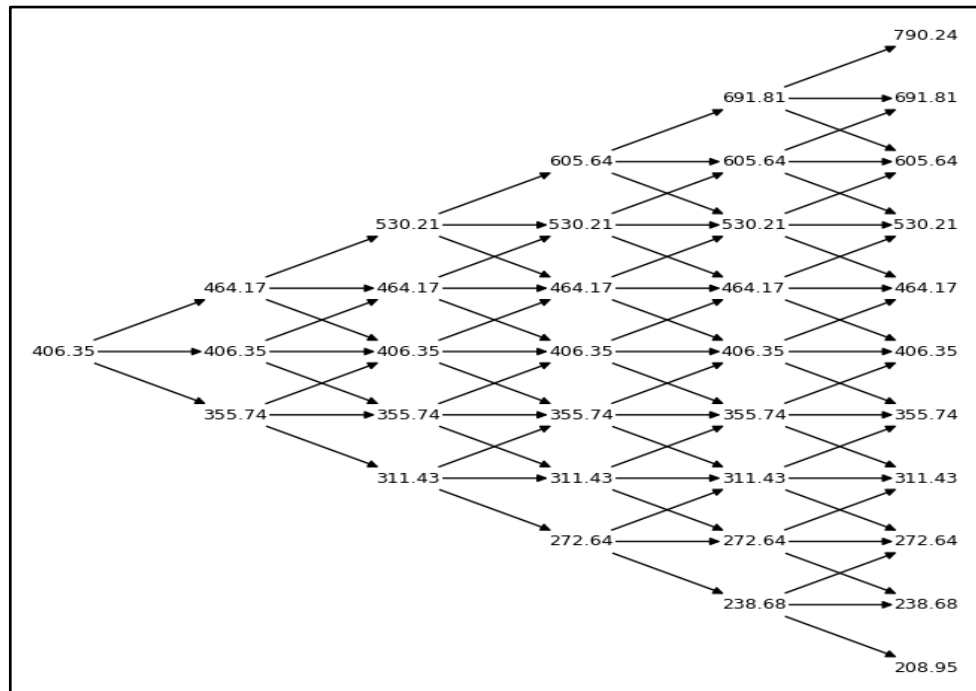
Berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.9), (4.10), dan (4.11), terlihat bahwa peluang harga saham turun lebih besar daripada peluang harga saham tetap maupun peluang harga saham naik. Kondisi ini dipengaruhi oleh nilai volatilitas dan *drift*. Kedua parameter tersebut dihitung berdasarkan data historis harga saham penutupan Microsoft Corporation (MSFT) selama periode 1 November 2022 hingga 31 Oktober 2024, yang memberikan gambaran tentang tingkat fluktuasi dan arah harga saham dalam kurun waktu tersebut. Oleh karena itu, data historis memiliki peran penting dalam mempengaruhi besarnya nilai probabilitas pergerakan harga saham.

Langkah selanjutnya adalah menghitung harga saham pada setiap kemungkinan menggunakan persamaan (2.29). Sebagai ilustrasi perhitungan manual, digunakan lima periode waktu ($M = 5$), di mana perulangan dilakukan untuk nilai i dari 0 hingga 5 ($i = 0,1,2, \dots, M$). Untuk setiap nilai i , dilakukan

perulangan nilai j dari $-i$ hingga i ($j = -i, -i + 1, \dots, i - 1, i$). Hasil perhitungan harga saham untuk lima periode waktu ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_{-1,1} &= \$406,35 \times (0,87544)^1 = \$355,73621 \\
 S_{0,1} &= \$406,35 \\
 S_{1,1} &= \$406,35 \times (1,14228)^1 = \$464,16507 \\
 &\vdots \\
 S_{2,5} &= \$406,35 \times (1,14228)^2 = \$530,20600 \\
 S_{3,5} &= \$406,35 \times (1,14228)^3 = \$605,64317 \\
 S_{4,5} &= \$406,35 \times (1,14228)^4 = \$691,81347 \\
 S_{5,5} &= \$406,35 \times (1,14228)^5 = \$790,24399
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Hasil perhitungan harga saham menggunakan metode Trinomial selama lima periode waktu dapat divisualisasikan dalam bentuk pohon Trinomial berikut,



Gambar 4.2 Hasil Perhitungan Harga Saham pada $M = 5$

Berdasarkan Gambar 4.2, hasil perhitungan harga saham akan dirata-ratakan pada setiap lintasannya. Rata-rata harga saham pada setiap lintasan dihitung mulai dari waktu ke- t_1 sampai waktu ke- t_M . Banyaknya lintasan yang dihitung dinotasikan

dari lintasan ke-1 hingga lintasan ke- k , di mana k menyatakan banyak seluruh lintasan yang terbentuk pada pohon Trinomial. Rata-rata tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan (2.10). Hasil perhitungan rata-rata harga saham mulai dari lintasan paling bawah ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_1 &= \frac{1}{5} \left(\frac{355,73621 + 311,42673}{272,63631 + 238,67752 + 208,94853} \right) = \$277,48506 \\
 \bar{S}_2 &= \frac{1}{5} \left(\frac{355,73621 + 311,42673}{272,63631 + 238,67752 + 238,67752} \right) = \$283,43086 \\
 \bar{S}_3 &= \frac{1}{5} \left(\frac{355,73621 + 311,42673}{272,63631 + 238,67752 + 272,63631} \right) = \$290,22262 \\
 &\vdots \\
 \bar{S}_k &= \frac{1}{5} \left(\frac{464,16507 + 530,20600}{605,64317 + 691,81347 + 790,24399} \right) = \$616,41434
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Setelah rata-rata harga saham pada setiap lintasan dari waktu ke- t_1 hingga ke- t_M diketahui, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai *payoff*. Nilai *payoff call* dihitung menggunakan persamaan (2.11) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{AC_1} &= \max((277,48506 - 430,00), 0) = \$0,00000 \\
 V_{AC_2} &= \max((283,43086 - 430,00), 0) = \$0,00000 \\
 V_{AC_3} &= \max((290,22262 - 430,00), 0) = \$0,00000 \\
 &\vdots \\
 V_{AC_k} &= \max((616,41434 - 430,00), 0) = \$186,41434
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Sedangkan nilai *payoff put* dihitung menggunakan persamaan (2.12) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{AP_1} &= \max((430,00 - 277,48506), 0) = \$152,51494 \\
 V_{AP_2} &= \max((430,00 - 283,43086), 0) = \$146,56914 \\
 V_{AP_3} &= \max((430,00 - 290,22262), 0) = \$139,77738 \\
 &\vdots \\
 V_{AP_k} &= \max((430,00 - 616,41434), 0) = \$0,00000
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Nilai *payoff* yang telah diperoleh selanjutnya digunakan untuk menghitung harga opsi menggunakan persamaan (2.35). Hasil perhitungan harga opsi *call* ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{0,0} &= e^{-0,00115 \times \frac{1}{5}} (0,31203 \times 42,6835 + 0,33333 \times 10,7177 + \\
 &\quad 0,35464 \times 1,0090) \\
 &= 0,99977 (13,31840 + 3,57257 + 0,35783) \\
 &= 0,99977 \times 17,24880 \\
 &= \$17,24483
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Sedangkan hasil perhitungan harga opsi *put* ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{0,0} &= e^{-0,00115 \times \frac{1}{5}} (0,31203 \times 8,3439 + 0,33333 \times 34,1657 + \\
 &\quad 0,35464 \times 75,0467) \\
 &= 0,99977 (2,60352 + 11,38857 + 26,61454) \\
 &= 0,99977 \times 40,60663 \\
 &= \$40,59729
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Setelah diperoleh estimasi harga opsi, akan dilakukan ilustrasi mengenai proses eksekusi opsi. Dalam ilustrasi ini, digunakan rata-rata aritmatika pada harga saham yang diamati selama periode kontrak, yaitu satu tahun. Misalkan rata-rata harga saham selama satu tahun tersebut adalah:

$$\bar{S} = \$616,41434 \tag{4.18}$$

Harga kesepakatan (*strike price*) yang telah disepakati dalam kontrak opsi adalah:

$$K = \$430,00 \tag{4.19}$$

Karena rata-rata harga saham yang diamati selama satu tahun lebih tinggi daripada harga kesepakatan, maka akan dilakukan eksekusi pada opsi *call*. Sehingga keuntungan (*payoff*) yang akan diperoleh dapat dihitung menggunakan persamaan (2.11) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{AC} &= \max((\$616,41434 - \$430,00), \$0) \\
 &= \max((\$186,41434), \$0) \\
 &= \$186,41434
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

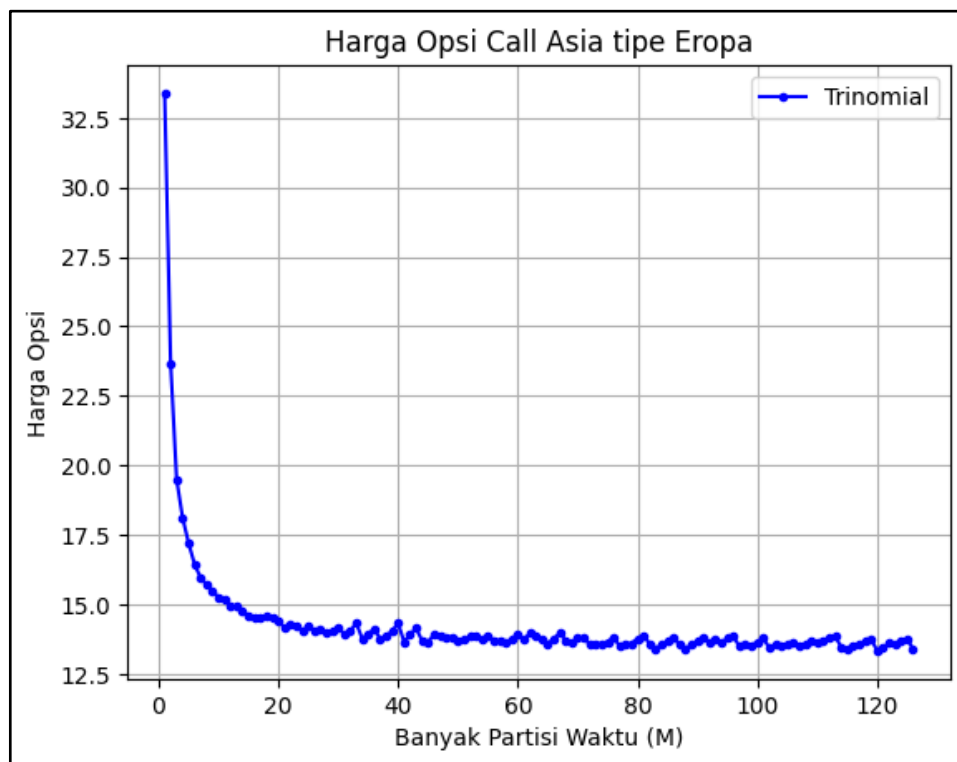
Pemegang opsi telah membayar premi atau harga opsi sebesar \$17,24483.

Sehingga, keuntungan akhir yang diperoleh pemegang opsi adalah:

$$\begin{aligned}
 \text{Keuntungan akhir} &= \$186,41434 - \$17,24483 \\
 &= \$169,16951
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

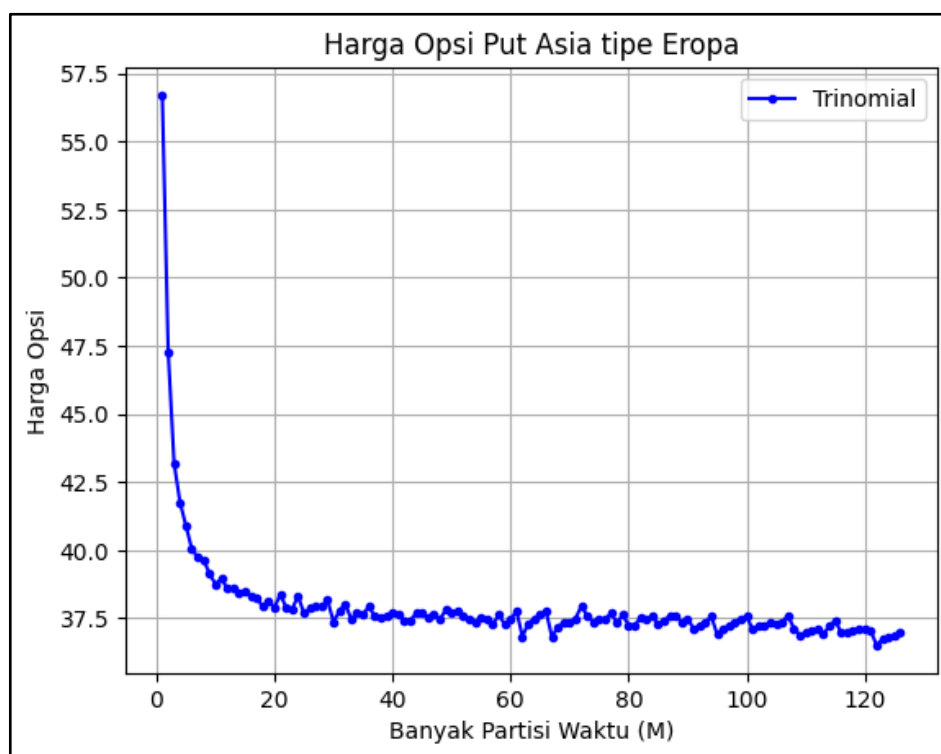
Berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.21), pemegang opsi memperoleh keuntungan sebesar \$169,16951 setelah dikurangi premi yang dibayarkan.

Perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial dilanjutkan hingga mencapai 126 partisi guna mencapai hasil yang lebih akurat. Hasil lengkap perhitungan untuk opsi *call* disajikan pada Lampiran 6, sedangkan untuk opsi *put* disajikan pada Lampiran 7. Hasil perhitungan untuk opsi *call* dari partisi 1 hingga partisi 126 dapat dilihat pada Gambar 4.3 berikut,



Gambar 4.3 Hasil Perhitungan Harga Opsi *Call*

Berdasarkan Gambar 4.3, dapat dilihat bahwa harga opsi *call* sangat tinggi dan belum stabil untuk nilai M kecil. Ini terjadi karena dengan partisi waktu yang sedikit, estimasi rata-rata aritmatika dari harga saham masih kasar. Sehingga estimasi harga opsi menjadi *overestimate* atau berlebihan. Seiring bertambahnya banyak partisi, terutama pada M di atas 20, harga opsi mulai mendekati ke suatu nilai stabil, yaitu sekitar \$13 hingga \$14. Sementara itu, hasil perhitungan harga opsi *put*, dapat dilihat pada Gambar 4.4 berikut,



Gambar 4.4 Hasil Perhitungan Harga Opsi *Put*

Berdasarkan Gambar 4.4, dapat dilihat bahwa harga opsi *put* sangat tinggi dan belum stabil untuk nilai M kecil, serupa dengan harga opsi *call*. Seiring bertambahnya banyak partisi, terutama pada M di atas 20, harga opsi mulai mendekati ke suatu nilai stabil, yaitu sekitar \$36 hingga \$37,5. Dari kedua opsi, dapat dilihat bahwa harga opsi *call* lebih rendah daripada harga opsi *put*. Hal ini disebabkan oleh harga kesepakatan (*strike price*) yang lebih tinggi daripada harga saham awal.

4.3 Akurasi Perhitungan Harga Opsi Asia Tipe Eropa Menggunakan Metode Trinomial Terhadap *Black-Scholes*

Harga opsi Asia tipe Eropa yang diperoleh menggunakan metode Trinomial akan dianalisis secara menyeluruh untuk mengevaluasi tingkat keakuratannya. Analisis dilakukan dengan membandingkan hasil perhitungan metode Trinomial terhadap harga acuan yang diperoleh melalui pendekatan analitik, yaitu metode *Black-Scholes*. Untuk menilai ketepatan metode Trinomial secara kuantitatif, digunakan ukuran galat relatif dan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebagai indikator akurasi numerik.

Langkah awal dalam mengevaluasi keakuratan metode Trinomial adalah menghitung solusi analitik menggunakan pendekatan *Black-Scholes*. Perlu diingat bahwa perhitungan harga opsi Asia menggunakan metode *Black-Scholes* bersifat aproksimatif, yaitu menggunakan pendekatan *Curran*. Dalam perhitungan ini, digunakan partisi waktu sebesar $M = 126$ hari, yang merepresentasikan setengah dari banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun. Pemilihan nilai ini didasarkan pada pengamatan bahwa hasil aproksimasi sudah cukup stabil meskipun dengan partisi yang relatif sedang. Dengan kata lain, jika nilai M yang lebih kecil seperti 126 sudah menghasilkan harga opsi yang mendekati nilai sebenarnya.

Sebelum melakukan perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put*, penting untuk menghitung beberapa parameter pendukung yang diperlukan dalam metode *Black-Scholes*. Parameter yang pertama yaitu μ_i . Parameter tersebut dihitung menggunakan persamaan (2.45) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= \ln(406,35) + \left(0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2\right)0,00794 \approx 6,00699 \\
\mu_2 &= \ln(406,35) + \left(0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2\right)0,01587 \approx 6,00677 \\
\mu_3 &= \ln(406,35) + \left(0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2\right)0,02381 \approx 6,00654 \\
&\vdots \\
\mu_{126} &= \ln(406,35) + \left(0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2\right)1,00000 \approx 5,97887
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Hasil lengkap perhitungan μ_i dapat dilihat pada Lampiran 3. Selanjutnya, parameter yang kedua yaitu σ_i^2 . Parameter tersebut dihitung menggunakan persamaan (2.46) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\sigma_1^2 &= (0,24287)^2 \times 0,00794 \approx 0,00047 \\
\sigma_2^2 &= (0,24287)^2 \times 0,01587 \approx 0,00094 \\
\sigma_3^2 &= (0,24287)^2 \times 0,02381 \approx 0,00140 \\
&\vdots \\
\sigma_{126}^2 &= (0,24287)^2 \times 1,00000 \approx 0,05899
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Hasil lengkap perhitungan σ_i^2 dapat dilihat pada Lampiran 4. Setelah itu, parameter yang ketiga yaitu γ_i . Parameter tersebut dihitung menggunakan persamaan (2.47) dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= \frac{(0,24287)^2 \frac{1}{126}}{2 \times 126} \left((2 \times 126 + 1)1 - 1^2\right) \approx 0,00047 \\
\gamma_2 &= \frac{(0,24287)^2 \frac{1}{126}}{2 \times 126} \left((2 \times 126 + 1)2 - 2^2\right) \approx 0,00093 \\
\gamma_3 &= \frac{(0,24287)^2 \frac{1}{126}}{2 \times 126} \left((2 \times 126 + 1)3 - 3^2\right) \approx 0,00139 \\
&\vdots \\
\gamma_{126} &= \frac{(0,24287)^2 \frac{1}{126}}{2 \times 126} \left((2 \times 126 + 1)126 - 126^2\right) \approx 0,02973
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Hasil lengkap perhitungan γ_i dapat dilihat pada Lampiran 5. Selanjutnya, parameter yang keempat yaitu μ_G . Parameter tersebut dihitung menggunakan persamaan (2.48) dengan hasil sebagai berikut,

$$\mu_G = \ln(406,35) + \left(0,00115 - \frac{1}{2}(0,24287)^2 \right) \frac{1 + \frac{1}{126}}{2} \approx 5,99293 \quad (4.25)$$

Parameter yang terakhir yaitu σ_G^2 . Parameter tersebut dihitung menggunakan persamaan (2.49) dengan hasil sebagai berikut,

$$\sigma_G^2 = (0,24287)^2 \frac{1}{126} \frac{(2 \times 126 + 1)(126 + 1)}{6 \times 126} \approx 0,01990 \quad (4.26)$$

Sebelum menghitung harga opsi, diperlukan parameter L seperti yang tercantum pada persamaan (2.50). Persamaan tersebut digunakan untuk menentukan nilai-nilai x di mana ekspektasi dari rata-rata harga saham, dengan syarat variabel $G = x$, sama dengan *strike price*. Dalam konteks penilaian opsi Asia, persamaan ini berguna untuk menentukan titik x kritis yang memisahkan kondisi menguntungkan dan tidak menguntungkan. Dengan memilih nilai batas $L = K$, secara efektif menetapkan kondisi batas yang memisahkan antara nilai rata-rata yang memberikan keuntungan bagi pemegang opsi dan yang tidak.

Setelah semua parameter diketahui, dapat dilakukan perhitungan harga opsi *call* pada metode *Black-Scholes* menggunakan persamaan (2.43). Hasil dari perhitungan tersebut disajikan pada persamaan berikut,

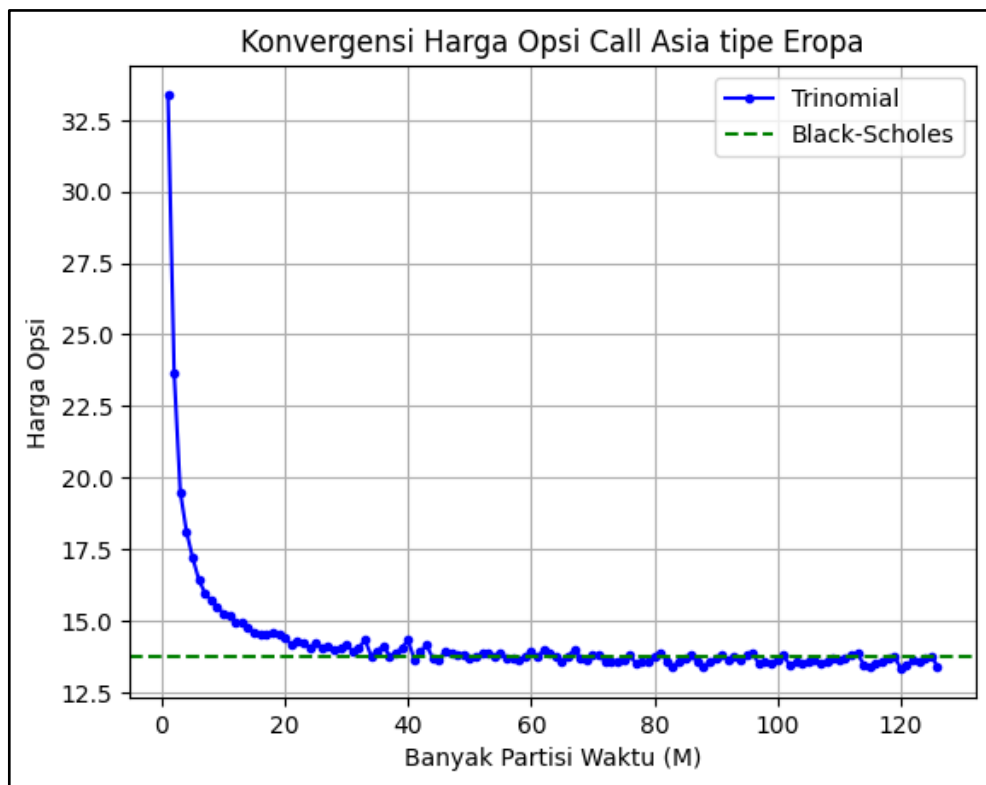
$$\begin{aligned} C_{BA} &= e^{-0,00115 \times 1} \left(\frac{1}{126} \sum_{i=1}^{126} e^{\left(\mu_i + \frac{1}{2} \sigma_i^2 \right)} N \left(\frac{5,99293 - \ln(430) + \gamma_i}{0,01990} \right) - \right. \\ &\quad \left. 430 N \left(\frac{5,99293 - \ln(430)}{0,01990} \right) \right) \\ &= \$13,72120 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Setelah itu, dapat dilakukan perhitungan harga opsi *put* pada metode *Black-Scholes* menggunakan persamaan (2.44). Hasil dari perhitungan tersebut disajikan pada persamaan berikut,

$$P_{BA} = e^{-0,00115 \times 1} \left(430 N \left(-\frac{5,99293 - \ln(430)}{0,01990} \right) - \frac{1}{126} \sum_{i=1}^{126} e^{\left(\mu_i + \frac{1}{2} \sigma_i^2 \right)} N \left(-\frac{5,99293 - \ln(430) + \gamma_i}{0,01990} \right) \right) \quad (4.28)$$

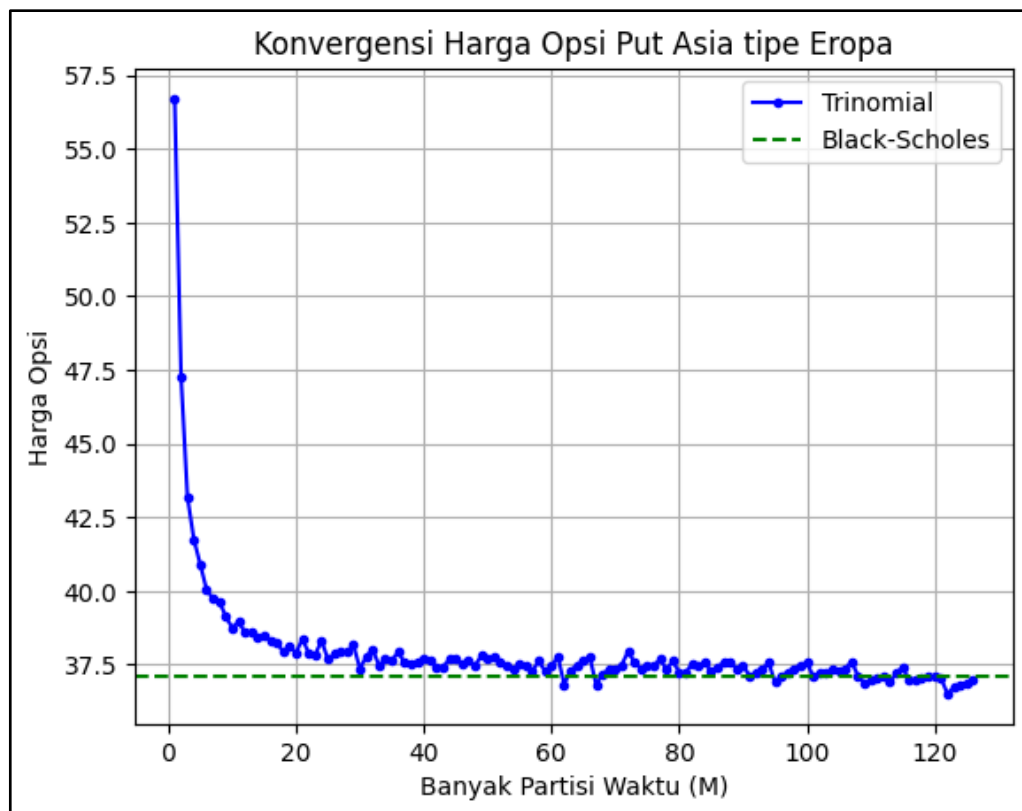
$$= \$37,10869$$

Berdasarkan hasil perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode *Black-Scholes* dan metode Trinomial sebelumnya, diperoleh grafik konvergensi harga opsi *call* dan opsi *put* pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6. Grafik-grafik ini memberikan gambaran yang jelas tentang hasil perhitungan harga opsi pada metode Trinomial yang semakin konvergen terhadap nilai *Black-Scholes* seiring dengan bertambahnya banyak partisi waktu (M) yang digunakan.



Gambar 4.5 Konvergensi Harga Opsi *Call*

Berdasarkan Gambar 4.5, terlihat bahwa pada partisi waktu M yang kecil, harga opsi *call* yang dihasilkan oleh metode Trinomial cenderung jauh lebih tinggi dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dari metode *Black-Scholes*. Namun, seiring bertambahnya partisi waktu, terutama pada M di atas 20, hasil perhitungan harga opsi menggunakan metode Trinomial secara bertahap menurun dan semakin mendekati nilai yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*. Pola konvergensi ini menunjukkan bahwa metode Trinomial memiliki sifat konvergen terhadap nilai analitik, yaitu *Black-Scholes*, apabila banyak partisi waktu yang digunakan cukup besar.



Gambar 4.6 Konvergensi Harga Opsi *Put*

Berdasarkan Gambar 4.6, terlihat bahwa simulasi harga opsi menggunakan metode Trinomial dengan 126 partisi menunjukkan konvergensi yang semakin baik

terhadap nilai yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*. Namun, hasil simulasi masih menunjukkan adanya fluktuasi kecil di sekitar nilai *Black-Scholes*. Meskipun terdapat fluktuasi, pola umum yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 tetap mengindikasikan bahwa metode Trinomial mampu menghasilkan estimasi harga opsi yang konsisten dan mendekati nilai *Black-Scholes*, asalkan partisi waktu yang digunakan cukup besar.

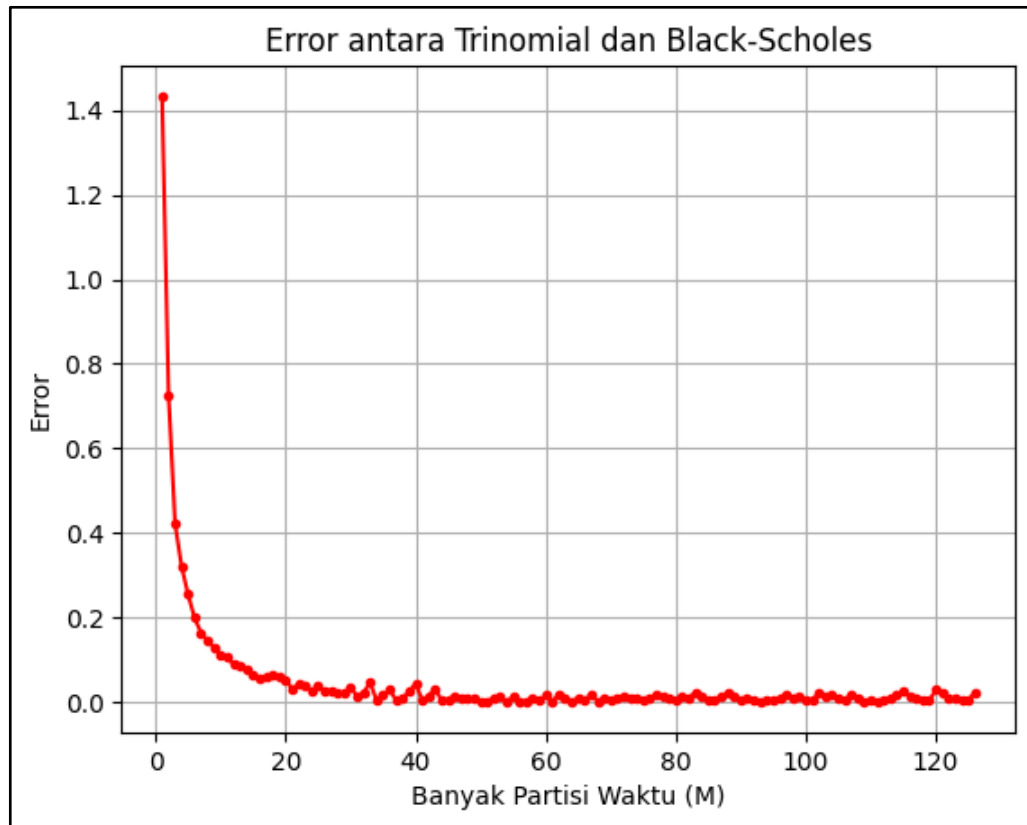
Dari grafik konvergensi pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6, dapat disimpulkan bahwa opsi Asia tipe Eropa lebih sesuai diterapkan untuk strategi investasi jangka menengah hingga jangka panjang. Hal ini didasarkan pada karakteristik estimasi harga yang semakin stabil dan akurat seiring dengan bertambahnya partisi waktu. Selain itu, karena harga opsi Asia didasarkan pada rata-rata harga saham selama periode tertentu, pendekatan ini secara alami mencerminkan tren harga dalam jangka panjang dan lebih tahan terhadap fluktuasi harga sesaat yang biasa terjadi dalam jangka pendek. Dengan demikian, opsi Asia tipe Eropa tidak hanya memberikan estimasi nilai yang lebih representatif terhadap kondisi pasar, tetapi juga menawarkan keunggulan dalam konteks lindung nilai jangka panjang yang lebih stabil dan dapat diandalkan.

Setelah memperoleh visualisasi pola konvergensi harga opsi metode Trinomial terhadap *Black-Scholes*, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai *error* pada setiap partisi waktu menggunakan galat relatif pada persamaan (2.55) dan (2.56). Galat relatif untuk harga opsi *call* dan harga opsi *put* pada partisi $M = 126$ ditunjukkan sebagai berikut:

$$\varepsilon_{C_r} = \frac{|13,72120 - 13,40075|}{13,72120} \approx 0,02335 \quad (4.29)$$

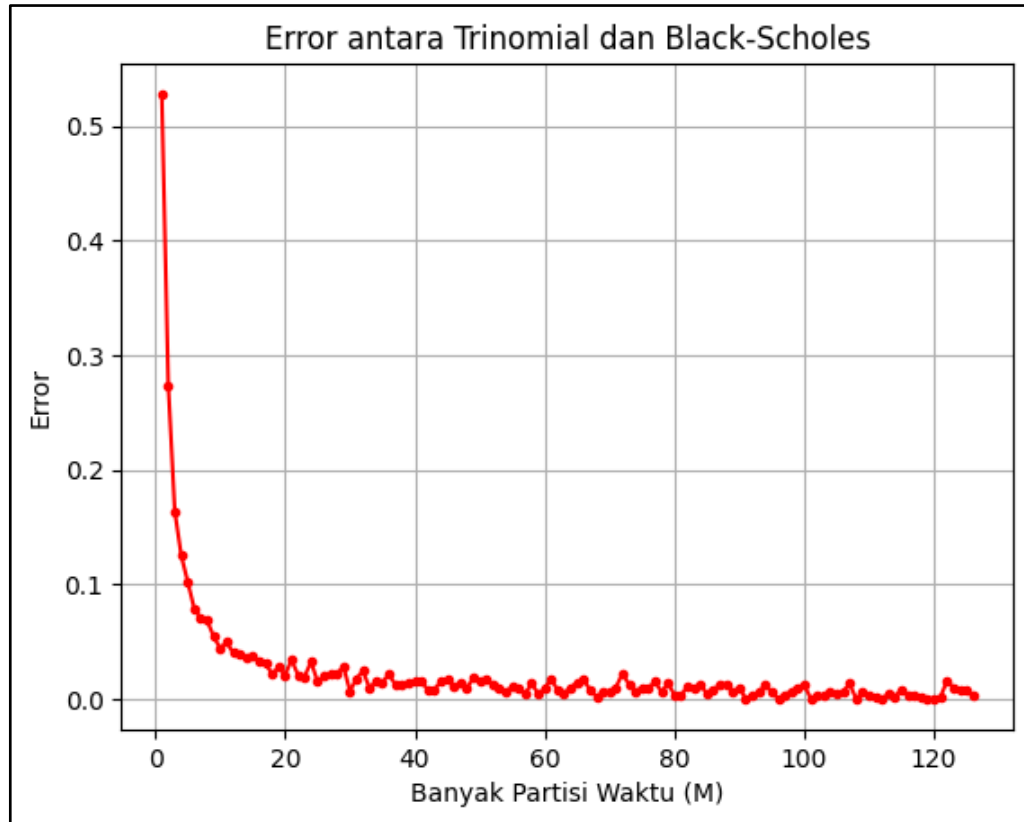
$$\varepsilon_p = \frac{|37,10869 - 37,00681|}{37,10869} \approx 0,00275 \quad (4.30)$$

Begitu pula perhitungan galat relatif pada partisi lainnya, yang disajikan pada Lampiran 6 untuk opsi *call* dan Lampiran 7 untuk opsi *put*. Pergerakan galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dilihat pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 berikut,



Gambar 4.7 Nilai *Error* pada Opsi *Call*

Berdasarkan Gambar 4.7, saat banyak partisi waktu masih sedikit, nilai *relative error* antara Trinomial dan *Black-Scholes* cukup besar, bahkan di atas 1,4. Seiring bertambahnya partisi waktu, nilai *relative error* menurun drastis dan mendekati nilai 0. Hal ini menunjukkan bahwa metode Trinomial semakin akurat mendekati nilai *Black-Scholes*.



Gambar 4.8 Nilai *Error* pada Opsi *Put*

Pada Gambar 4.8, saat banyak partisi waktu masih sedikit, nilai *relative error* antara metode Trinomial dan *Black-Scholes* masih cukup besar, bahkan melebihi 0,5. Namun nilai ini tetap lebih rendah daripada opsi *call*. Sama seperti pada opsi *call*, seiring bertambahnya partisi waktu, nilai *relative error* menurun secara signifikan dan mendekati nilai 0. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi metode Trinomial dalam mendekati nilai *Black-Scholes* semakin meningkat seiring bertambahnya partisi waktu.

Setelah diperoleh galat relatif pada setiap partisi, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai *MAPE* menggunakan persamaan (2.57). Nilai *MAPE* pada opsi *call* ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
MAPE \text{ Call} &= \left(\frac{1}{126} (1,43327 + 0,72458 + \dots + 0,02335) \right) \times 100\% \\
&= \left(\frac{1}{126} \times 5,93901 \right) \times 100\% \\
&\approx 4,71350\%
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Sedangkan nilai MAPE pada opsi *put* ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
MAPE \text{ Put} &= \left(\frac{1}{126} (0,52794 + 0,27398 + \dots + 0,00275) \right) \times 100\% \\
&= \left(\frac{1}{126} \times 2,94482 \right) \times 100\% \\
&\approx 2,33716\%
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Perbedaan nilai *MAPE* antara opsi *call* dan *put* menunjukkan bahwa secara numerik, metode Trinomial menghasilkan prediksi yang secara rata-rata lebih mendekati *Black-Scholes* pada opsi *put*. Namun, jika dilihat grafik *error* pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8, justru grafik *error* untuk opsi *call* tampak lebih stabil terutama setelah partisi melebihi 20, daripada grafik *error* untuk opsi *put* yang menunjukkan sedikit fluktuasi pada partisi besar. Hal ini mengindikasikan bahwa meskipun *MAPE* pada opsi *put* lebih kecil, stabilitas konvergensi pada opsi *call* justru lebih baik. Perbedaan ini dapat disebabkan oleh karakteristik harga opsi *call* yang cenderung lebih sensitif terhadap kondisi pasar. Dalam kasus ini, metode Trinomial mampu memberikan pendekatan yang lebih konsisten terhadap harga *call* dibandingkan *put*.

Secara keseluruhan, hasil ini memperkuat keandalan metode trinomial dalam menghitung harga opsi Asia tipe Eropa, baik untuk opsi *call* maupun *put*. Metode ini memberikan hasil yang akurat dan stabil ketika jumlah partisi waktu cukup besar. Dengan tingkat kesalahan yang relatif kecil dan pola konvergensi yang baik, metode Trinomial dapat menjadi alternatif untuk perhitungan harga opsi.

4.4 Investasi dalam Islam

Pada dunia investasi, investor menggunakan harga opsi sebagai salah satu strategi untuk menghindari risiko akibat volatilitas ekstrem di masa depan. Ketika harga saham di pasar mengalami penurunan hingga berada di bawah harga kesepakatan, investor dapat mengeksekusi opsi *put*. Dalam hal ini, mereka menjual saham kepada penjual opsi (*writer*) sesuai harga yang telah disepakati pada awal kontrak. Begitu pun sebaliknya, apabila harga saham di pasar melonjak tinggi, investor dapat mengeksekusi opsi *call*, yaitu membeli saham dari penjual opsi (*writer*) dengan harga kesepakatan yang pada saat itu lebih rendah daripada harga saham di pasar. Strategi ini mencerminkan perencanaan dalam menghadapi ketidakpastian di masa depan, sebagaimana dicontohkan oleh Nabi Yusuf dalam Q.S. Yusuf ayat 47-49. Dalam ayat tersebut, Nabi Yusuf menyarankan untuk menyimpan hasil panen selama masa subur sebagai antisipasi ketika masa paceklik. Meskipun konteksnya berbeda, prinsip kehati-hatian dan pengelolaan sumber daya yang bijak tetap relevan dalam praktik ekonomi dan investasi masa kini.

Selain itu, akurasi perhitungan metode Trinomial yang meningkat seiring bertambahnya partisi waktu mencerminkan pentingnya proses yang teliti dan perencanaan yang matang dalam menghadapi ketidakpastian di masa depan. Hal ini sejalan dengan prinsip yang diajarkan dalam Q.S. Yusuf ayat 47-49, ketika Nabi Yusuf merancang strategi jangka panjang untuk mengatasi masa paceklik. Ketelitian dalam menyimpan dan mendistribusikan hasil panen selama tujuh tahun masa subur menunjukkan pentingnya kehati-hatian dan perhitungan yang akurat dalam pengelolaan sumber daya.

Hasil perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa yang menunjukkan akurasi tinggi seiring meningkatnya partisi waktu mencerminkan pentingnya perencanaan dan kehati-hatian dalam pengambilan keputusan investasi. Prinsip ini sejalan dengan pesan moral dalam Al-Qur'an surah An-Nisa' ayat 9, yang menekankan agar setiap individu memiliki rasa tanggung jawab dalam memastikan kesejahteraan generasi selanjutnya, agar tidak meninggalkan keturunan yang lemah secara ekonomi. Dalam konteks investasi, hal ini berarti setiap keputusan finansial harus dilakukan dengan penuh pertimbangan dan dasar perhitungan yang akurat, seperti penggunaan metode Trinomial yang mampu memberikan estimasi harga opsi yang akurat.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan hasil pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil perhitungan harga opsi Asia tipe Eropa menggunakan metode Trinomial menunjukkan bahwa estimasi harga opsi menjadi semakin stabil seiring dengan peningkatan banyak partisi waktu. Pada saat partisi ke-126, diperoleh harga opsi *call* sebesar \$13,40075 dan harga opsi *put* sebesar \$37,00681.
2. Akurasi metode Trinomial dalam menghitung harga opsi Asia tipe Eropa terbukti meningkat seiring bertambahnya partisi waktu. Hasil estimasi harga opsi yang diperoleh dari metode Trinomial berada dalam kisaran nilai yang dihasilkan oleh metode *Black-Scholes*, yaitu sebesar \$13,72120 untuk opsi *call* dan \$37,10869 untuk opsi *put*. Kesesuaian antara kedua metode tersebut diperkuat oleh nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang relatif kecil, yaitu 4,7135% untuk opsi *call* dan 2,3372% untuk opsi *put*. Nilai *MAPE* yang rendah ini menunjukkan bahwa metode Trinomial mampu menghasilkan estimasi harga yang akurat untuk opsi Asia tipe Eropa. Oleh karena itu, metode ini layak dipertimbangkan sebagai alternatif dalam penentuan harga opsi.

5.2 Saran

Penelitian ini menggunakan pendekatan rata-rata aritmatika *full-path* pada setiap lintasan pohon Trinomial. Meskipun pendekatan ini mampu menghasilkan estimasi harga opsi yang sangat akurat, proses komputasinya menjadi cukup kompleks. Oleh karena itu, pada penelitian selanjutnya disarankan untuk mengeksplorasi alternatif pendekatan rata-rata, seperti menggunakan nilai maksimum atau minimum dari rata-rata sepanjang lintasan, guna mengurangi kompleksitas komputasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Amalia, A. (2021). *Penentuan Harga Opsi Asia Eropa Menggunakan Metode Kamrad Ritchken*. Universitas Pendidikan Indonesia.
- Ar-Rifa'i, M. (2000). *Kemudahan Dari Allah : Ringkasan Tafsir Ibnu Katsir Jilid 4* (Jilid 4). Gema Insani.
- Beagles, W. A. (2009). *Equity and Index Options Explained*. Wiley.
- Cahyaningrum, R. N., Prabowo, A., & Sihwaningrum, I. (2022). Penentuan Nilai Opsi Barrier dengan Metode Binomial dan Aplikasinya pada Harga Penutupan Saham Harian Netflix, inc. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Terapannya*, 3, 221–236.
- Chin, E., Nel, D., & lafsson, S. (2017). *Problems and Solutions in Mathematical Finance, Volume 2: Equity Derivatives*. Wiley.
- Clarke, J., & Clarke, D. (2011). *Options Made Simple: A Beginner's Guide to Trading Options for Success*. Wrightbooks.
- CompaniesMarketCap. (2024). *Largest Companies by Market Cap*. <https://companiesmarketcap.com/>
- Deutsch, H., & Beinker, M. (2019). *Derivatives and Internal Models: Modern Risk Management* (5th ed.). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-22899-6>
- Hartono, J. (2022). *Portofolio dan Analisis Investasi: Pendekatan Modul (Edisi 2)* (J. Hartono (ed.); 2nd ed.). Andi. Yogyakarta.
- Hasan, S., Elpisah, Sabtohad, J., M, N., Abdullah, & Fachrurazi. (2022). *Manajemen Keuangan* (Fachrurazi (ed.)). CV. Pena Persada.
- Higham, D. J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation* (Vol. 11, Issue 1). Cambridge University Press.
- Hull, J. (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives* (8th ed.). Pearson.
- Investing.com. (2024). *Microsoft Corporation (MSFT) Stock Historical Data*. <https://www.investing.com/equities/microsoft-corp-historical-data>
- Jalaludin, P., Rahman, A., Nuraini, A., & Amigo, R. (2024). Perhitungan Harga Opsi Eropadengan Metode Trinomial Pada Perusahaan Mitsubishi. *Jurnal Lentera Akuntansi*, 9(1), 116–124. <https://doi.org/10.34127/jrakt.v9i1.1179>
- Kamrad, B., & Ritchken, P. (1991). Multinomial Approximating Models for Options with k State Variables. *Management Science*, 37(12), 1640–1652. <https://doi.org/10.1287/mnsc.37.12.1640>
- Katsir, I. (1983). *Tafsir al-Qur'an al-'Azim*. Beirut : Dar al Fikri.

- Kementerian Agama, R. (2017). *Al-Qur'an dan Terjemah dilengkapi Panduan Waqaf & Ibtida'*. PT. Suara Agung.
- Khairina, D. M., Muaddam, A., Maharani, S., & Hatta, H. R. (2019). Forecasting of Groundwater Tax Revenue Using Single Exponential Smoothing Method. *E3S Web of Conferences*, 125(2019), 1–5. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912523006>
- Khuriyanti. (2009). *Penentuan Harga Opsi Asia*. Universitas Indonesia.
- Kwok, Y. K. (2008). *Mathematical Models of Financial Derivatives* (2nd ed.). Springer Berlin Heidelberg.
- Murdiyanto, E., & Kusumaningarti, M. (2020). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio Pasar Modal Indonesia* (A. Rofiq (ed.)). CV. Jakad Media Publishing.
- Ogot, D., Ngare, P., & Mung'atu, J. (2018). An Adjusted Trinomial Lattice for Pricing Arithmetic Average Based Asian Option. *American Journal of Applied Mathematics*, 6(2), 28–33. <https://doi.org/10.11648/j.ajam.20180602.11>
- Permana, F. J., Lesmono, D., & Chendra, E. (2015). Valuation of Asian American Option Using a Modified Path Simulation Method. *World Journal of Engineering and Technology*, 03(03), 296–301. <https://doi.org/10.4236/wjet.2015.33c044>
- Seydel, R. (2006). *Tools for Computational Finance* (Third). Springer.
- Shihab, M. Q. (1996). *Wawasan Al-Qur'an: Tafsir Maudhu'I atas Pelbagai Permasalahan Umat*. Mizan.
- Szyilar, C. (2013). *Handbook of Market Risk*. Wiley. ISBN 978-1-118-17302-9.
- Tambunan, A. (2008). *Menilai Harga Wajar Saham (Stock Valuation)* (E. Widjojo (ed.)). Elex Media Komputindo.
- Tandelilin, E. (2017). *Pasar Modal: Manajemen Portofolio dan Investasi* (G. Sudibyo (ed.)). PT Kanisius.
- Winarti, Y. G., Noviyanti, L., & Setyanto, G. R. (2017). The European Style Arithmetic Asian Option Pricing with Stochastic Interest Rate based on Black Scholes Model. *AIP Conference Proceedings*, 1827. <https://doi.org/10.1063/1.4979417>
- Zakaria, L., & Muharramah, U. (2023). *Pengantar Metode Numerik (Solusi Masalah Dengan Matematika)*. CV. Anugrah Utama Raharja.
- Zhang, P. (1998). *Exotic Options: A Guide To Second Generation Options (2nd Edition)* (2nd ed.). World Scientific Publishing Company.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Terakhir Microsoft Corporation (MSFT)

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
1	11/01/2022	228,17	37	12/22/2022	238,19
2	11/02/2022	220,1	38	12/23/2022	238,73
3	11/03/2022	214,25	39	12/27/2022	236,96
4	11/04/2022	221,39	40	12/28/2022	234,53
5	11/07/2022	227,87	41	12/29/2022	241,01
6	11/08/2022	228,87	42	12/30/2022	239,82
7	11/09/2022	224,51	43	01/03/2023	239,58
8	11/10/2022	242,98	44	01/04/2023	229,1
9	11/11/2022	247,11	45	01/05/2023	222,31
10	11/14/2022	241,55	46	01/06/2023	224,93
11	11/15/2022	241,97	47	01/09/2023	227,12
12	11/16/2022	241,73	48	01/10/2023	228,85
13	11/17/2022	241,68	49	01/11/2023	235,77
14	11/18/2022	241,22	50	01/12/2023	238,51
15	11/21/2022	242,05	51	01/13/2023	239,23
16	11/22/2022	245,03	52	01/17/2023	240,35
17	11/23/2022	247,58	53	01/18/2023	235,81
18	11/25/2022	247,49	54	01/19/2023	231,93
19	11/28/2022	241,76	55	01/20/2023	240,22
20	11/29/2022	240,33	56	01/23/2023	242,58
21	11/30/2022	255,14	57	01/24/2023	242,04
22	12/01/2022	254,69	58	01/25/2023	240,61
23	12/02/2022	255,02	59	01/26/2023	248
24	12/05/2022	250,2	60	01/27/2023	248,16
25	12/06/2022	245,12	61	01/30/2023	242,71
26	12/07/2022	244,37	62	01/31/2023	247,81
27	12/08/2022	247,4	63	02/01/2023	252,75
28	12/09/2022	245,42	64	02/02/2023	264,6
29	12/12/2022	252,51	65	02/03/2023	258,35
30	12/13/2022	256,92	66	02/06/2023	256,77
31	12/14/2022	257,22	67	02/07/2023	267,56
32	12/15/2022	249,01	68	02/08/2023	266,73
33	12/16/2022	244,69	69	02/09/2023	263,62
34	12/19/2022	240,45	70	02/10/2023	263,1
35	12/20/2022	241,8	71	02/13/2023	271,32
36	12/21/2022	244,43	72	02/14/2023	272,17

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
73	02/15/2023	269,32	113	04/14/2023	286,14
74	02/16/2023	262,15	114	04/17/2023	288,8
75	02/17/2023	258,06	115	04/18/2023	288,37
76	02/21/2023	252,67	116	04/19/2023	288,45
77	02/22/2023	251,51	117	04/20/2023	286,11
78	02/23/2023	254,77	118	04/21/2023	285,76
79	02/24/2023	249,22	119	04/24/2023	281,77
80	02/27/2023	250,16	120	04/25/2023	275,42
81	02/28/2023	249,42	121	04/26/2023	295,37
82	03/01/2023	246,27	122	04/27/2023	304,83
83	03/02/2023	251,11	123	04/28/2023	307,26
84	03/03/2023	255,29	124	05/01/2023	305,56
85	03/06/2023	256,87	125	05/02/2023	305,41
86	03/07/2023	254,15	126	05/03/2023	304,4
87	03/08/2023	253,7	127	05/04/2023	305,41
88	03/09/2023	252,32	128	05/05/2023	310,65
89	03/10/2023	248,59	129	05/08/2023	308,65
90	03/13/2023	253,92	130	05/09/2023	307
91	03/14/2023	260,79	131	05/10/2023	312,31
92	03/15/2023	265,44	132	05/11/2023	310,11
93	03/16/2023	276,2	133	05/12/2023	308,97
94	03/17/2023	279,43	134	05/15/2023	309,46
95	03/20/2023	272,23	135	05/16/2023	311,74
96	03/21/2023	273,78	136	05/17/2023	314
97	03/22/2023	272,29	137	05/18/2023	318,52
98	03/23/2023	277,66	138	05/19/2023	318,34
99	03/24/2023	280,57	139	05/22/2023	321,18
100	03/27/2023	276,38	140	05/23/2023	315,26
101	03/28/2023	275,23	141	05/24/2023	313,85
102	03/29/2023	280,51	142	05/25/2023	325,92
103	03/30/2023	284,05	143	05/26/2023	332,89
104	03/31/2023	288,3	144	05/30/2023	331,21
105	04/03/2023	287,23	145	05/31/2023	328,39
106	04/04/2023	287,18	146	06/01/2023	332,58
107	04/05/2023	284,34	147	06/02/2023	335,4
108	04/06/2023	291,6	148	06/05/2023	335,94
109	04/10/2023	289,39	149	06/06/2023	333,68
110	04/11/2023	282,83	150	06/07/2023	323,38
111	04/12/2023	283,49	151	06/08/2023	325,26
112	04/13/2023	289,84	152	06/09/2023	326,79

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
153	06/12/2023	331,85	193	08/09/2023	322,23
154	06/13/2023	334,29	194	08/10/2023	322,93
155	06/14/2023	337,34	195	08/11/2023	321,01
156	06/15/2023	348,1	196	08/14/2023	324,04
157	06/16/2023	342,33	197	08/15/2023	321,86
158	06/20/2023	338,05	198	08/16/2023	320,4
159	06/21/2023	333,56	199	08/17/2023	316,88
160	06/22/2023	339,71	200	08/18/2023	316,48
161	06/23/2023	335,02	201	08/21/2023	321,88
162	06/26/2023	328,6	202	08/22/2023	322,46
163	06/27/2023	334,57	203	08/23/2023	327
164	06/28/2023	335,85	204	08/24/2023	319,97
165	06/29/2023	335,05	205	08/25/2023	322,98
166	06/30/2023	340,54	206	08/28/2023	323,7
167	07/03/2023	337,99	207	08/29/2023	328,41
168	07/05/2023	338,15	208	08/30/2023	328,79
169	07/06/2023	341,27	209	08/31/2023	327,76
170	07/07/2023	337,22	210	09/01/2023	328,66
171	07/10/2023	331,83	211	09/05/2023	333,55
172	07/11/2023	332,47	212	09/06/2023	332,88
173	07/12/2023	337,2	213	09/07/2023	329,91
174	07/13/2023	342,66	214	09/08/2023	334,27
175	07/14/2023	345,24	215	09/11/2023	337,94
176	07/17/2023	345,73	216	09/12/2023	331,77
177	07/18/2023	359,49	217	09/13/2023	336,06
178	07/19/2023	355,08	218	09/14/2023	338,7
179	07/20/2023	346,87	219	09/15/2023	330,22
180	07/21/2023	343,77	220	09/18/2023	329,06
181	07/24/2023	345,11	221	09/19/2023	328,65
182	07/25/2023	350,98	222	09/20/2023	320,77
183	07/26/2023	337,77	223	09/21/2023	319,53
184	07/27/2023	330,72	224	09/22/2023	317,01
185	07/28/2023	338,37	225	09/25/2023	317,54
186	07/31/2023	335,92	226	09/26/2023	312,14
187	08/01/2023	336,34	227	09/27/2023	312,79
188	08/02/2023	327,5	228	09/28/2023	313,64
189	08/03/2023	326,66	229	09/29/2023	315,75
190	08/04/2023	327,78	230	10/02/2023	321,8
191	08/07/2023	330,11	231	10/03/2023	313,39
192	08/08/2023	326,05	232	10/04/2023	318,95

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
233	10/05/2023	319,36	273	12/01/2023	374,51
234	10/06/2023	327,26	274	12/04/2023	369,14
235	10/09/2023	329,82	275	12/05/2023	372,52
236	10/10/2023	328,39	276	12/06/2023	368,8
237	10/11/2023	332,42	277	12/07/2023	370,95
238	10/12/2023	331,16	278	12/08/2023	374,23
239	10/13/2023	327,73	279	12/11/2023	371,3
240	10/16/2023	332,64	280	12/12/2023	374,38
241	10/17/2023	332,06	281	12/13/2023	374,37
242	10/18/2023	330,11	282	12/14/2023	365,93
243	10/19/2023	331,32	283	12/15/2023	370,73
244	10/20/2023	326,67	284	12/18/2023	372,65
245	10/23/2023	329,32	285	12/19/2023	373,26
246	10/24/2023	330,53	286	12/20/2023	370,62
247	10/25/2023	340,67	287	12/21/2023	373,54
248	10/26/2023	327,89	288	12/22/2023	374,58
249	10/27/2023	329,81	289	12/26/2023	374,66
250	10/30/2023	337,31	290	12/27/2023	374,07
251	10/31/2023	338,11	291	12/28/2023	375,28
252	11/01/2023	346,07	292	12/29/2023	376,04
253	11/02/2023	348,32	293	01/02/2024	370,87
254	11/03/2023	352,8	294	01/03/2024	370,6
255	11/06/2023	356,53	295	01/04/2024	367,94
256	11/07/2023	360,53	296	01/05/2024	367,75
257	11/08/2023	363,2	297	01/08/2024	374,69
258	11/09/2023	360,69	298	01/09/2024	375,79
259	11/10/2023	369,67	299	01/10/2024	382,77
260	11/13/2023	366,68	300	01/11/2024	384,63
261	11/14/2023	370,27	301	01/12/2024	388,47
262	11/15/2023	369,67	302	01/16/2024	390,27
263	11/16/2023	376,17	303	01/17/2024	389,47
264	11/17/2023	369,85	304	01/18/2024	393,87
265	11/20/2023	377,44	305	01/19/2024	398,67
266	11/21/2023	373,07	306	01/22/2024	396,51
267	11/22/2023	377,85	307	01/23/2024	398,9
268	11/24/2023	377,43	308	01/24/2024	402,56
269	11/27/2023	378,61	309	01/25/2024	404,87
270	11/28/2023	382,7	310	01/26/2024	403,93
271	11/29/2023	378,85	311	01/29/2024	409,72
272	11/30/2023	378,91	312	01/30/2024	408,59

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
313	01/31/2024	397,58	353	03/28/2024	420,72
314	02/01/2024	403,78	354	04/01/2024	424,57
315	02/02/2024	411,22	355	04/02/2024	421,44
316	02/05/2024	405,65	356	04/03/2024	420,45
317	02/06/2024	405,49	357	04/04/2024	417,88
318	02/07/2024	414,05	358	04/05/2024	425,52
319	02/08/2024	414,11	359	04/08/2024	424,59
320	02/09/2024	420,55	360	04/09/2024	426,28
321	02/12/2024	415,26	361	04/10/2024	423,26
322	02/13/2024	406,32	362	04/11/2024	427,93
323	02/14/2024	409,49	363	04/12/2024	421,9
324	02/15/2024	406,56	364	04/15/2024	413,64
325	02/16/2024	404,06	365	04/16/2024	414,58
326	02/20/2024	402,79	366	04/17/2024	411,84
327	02/21/2024	402,18	367	04/18/2024	404,27
328	02/22/2024	411,65	368	04/19/2024	399,12
329	02/23/2024	410,34	369	04/22/2024	400,96
330	02/26/2024	407,54	370	04/23/2024	407,57
331	02/27/2024	407,48	371	04/24/2024	409,06
332	02/28/2024	407,72	372	04/25/2024	399,04
333	02/29/2024	413,64	373	04/26/2024	406,32
334	03/01/2024	415,5	374	04/29/2024	402,25
335	03/04/2024	414,92	375	04/30/2024	389,33
336	03/05/2024	402,65	376	05/01/2024	394,94
337	03/06/2024	402,09	377	05/02/2024	397,84
338	03/07/2024	409,14	378	05/03/2024	406,66
339	03/08/2024	406,22	379	05/06/2024	413,54
340	03/11/2024	404,52	380	05/07/2024	409,34
341	03/12/2024	415,28	381	05/08/2024	410,54
342	03/13/2024	415,1	382	05/09/2024	412,32
343	03/14/2024	425,22	383	05/10/2024	414,74
344	03/15/2024	416,42	384	05/13/2024	413,72
345	03/18/2024	417,32	385	05/14/2024	416,56
346	03/19/2024	421,41	386	05/15/2024	423,08
347	03/20/2024	425,23	387	05/16/2024	420,99
348	03/21/2024	429,37	388	05/17/2024	420,21
349	03/22/2024	428,74	389	05/20/2024	425,34
350	03/25/2024	422,86	390	05/21/2024	429,04
351	03/26/2024	421,65	391	05/22/2024	430,52
352	03/27/2024	421,43	392	05/23/2024	427

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
393	05/24/2024	430,16	433	07/24/2024	428,9
394	05/28/2024	430,32	434	07/25/2024	418,4
395	05/29/2024	429,17	435	07/26/2024	425,27
396	05/30/2024	414,67	436	07/29/2024	426,73
397	05/31/2024	415,13	437	07/30/2024	422,92
398	06/03/2024	413,52	438	07/31/2024	418,35
399	06/04/2024	416,07	439	08/01/2024	417,11
400	06/05/2024	424,01	440	08/02/2024	408,49
401	06/06/2024	424,52	441	08/05/2024	395,15
402	06/07/2024	423,85	442	08/06/2024	399,61
403	06/10/2024	427,87	443	08/07/2024	398,43
404	06/11/2024	432,68	444	08/08/2024	402,69
405	06/12/2024	441,06	445	08/09/2024	406,02
406	06/13/2024	441,58	446	08/12/2024	406,81
407	06/14/2024	442,57	447	08/13/2024	414,01
408	06/17/2024	448,37	448	08/14/2024	416,86
409	06/18/2024	446,34	449	08/15/2024	421,03
410	06/20/2024	445,7	450	08/16/2024	418,47
411	06/21/2024	449,78	451	08/19/2024	421,53
412	06/24/2024	447,67	452	08/20/2024	424,8
413	06/25/2024	450,95	453	08/21/2024	424,14
414	06/26/2024	452,16	454	08/22/2024	415,55
415	06/27/2024	452,85	455	08/23/2024	416,79
416	06/28/2024	446,95	456	08/26/2024	413,49
417	07/01/2024	456,73	457	08/27/2024	413,84
418	07/02/2024	459,28	458	08/28/2024	410,6
419	07/03/2024	460,77	459	08/29/2024	413,12
420	07/05/2024	467,56	460	08/30/2024	417,14
421	07/08/2024	466,24	461	09/03/2024	409,44
422	07/09/2024	459,54	462	09/04/2024	408,9
423	07/10/2024	466,25	463	09/05/2024	408,39
424	07/11/2024	454,7	464	09/06/2024	401,7
425	07/12/2024	453,55	465	09/09/2024	405,72
426	07/15/2024	453,96	466	09/10/2024	414,2
427	07/16/2024	449,52	467	09/11/2024	423,04
428	07/17/2024	443,52	468	09/12/2024	427
429	07/18/2024	440,37	469	09/13/2024	430,59
430	07/19/2024	437,11	470	09/16/2024	431,34
431	07/22/2024	442,94	471	09/17/2024	435,15
432	07/23/2024	444,85	472	09/18/2024	430,81

No.	Tanggal	Harga Saham (USD)	No.	Tanggal	Harga Saham (USD)
473	09/19/2024	438,69	489	10/11/2024	416,32
474	09/20/2024	435,27	490	10/14/2024	419,14
475	09/23/2024	433,51	491	10/15/2024	418,74
476	09/24/2024	429,17	492	10/16/2024	416,12
477	09/25/2024	432,11	493	10/17/2024	416,72
478	09/26/2024	431,31	494	10/18/2024	418,16
479	09/27/2024	428,02	495	10/21/2024	418,78
480	09/30/2024	430,3	496	10/22/2024	427,51
481	10/01/2024	420,69	497	10/23/2024	424,6
482	10/02/2024	417,13	498	10/24/2024	424,73
483	10/03/2024	416,54	499	10/25/2024	428,15
484	10/04/2024	416,06	500	10/28/2024	426,59
485	10/07/2024	409,54	501	10/29/2024	431,95
486	10/08/2024	414,71	502	10/30/2024	432,53
487	10/09/2024	417,46	503	10/31/2024	406,35
488	10/10/2024	415,84			

Lampiran 2. *Return Saham Microsoft Corporation (MSFT)*

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
1	-0,03601	39	-0,01031	77	0,01288	115	0,00028
2	-0,02694	40	0,02725	78	-0,02203	116	-0,00815
3	0,03278	41	-0,00495	79	0,00376	117	-0,00122
4	0,02885	42	-0,00100	80	-0,00296	118	-0,01406
5	0,00438	43	-0,04473	81	-0,01271	119	-0,02279
6	-0,01923	44	-0,03009	82	0,01946	120	0,06993
7	0,07906	45	0,01172	83	0,01651	121	0,03153
8	0,01685	46	0,00969	84	0,00617	122	0,00794
9	-0,02276	47	0,00759	85	-0,01065	123	-0,00555
10	0,00174	48	0,02979	86	-0,00177	124	-0,00049
11	-0,00099	49	0,01155	87	-0,00545	125	-0,00331
12	-0,00021	50	0,00301	88	-0,01489	126	0,00331
13	-0,00191	51	0,00467	89	0,02121	127	0,01701
14	0,00343	52	-0,01907	90	0,02670	128	-0,00646
15	0,01224	53	-0,01659	91	0,01767	129	-0,00536
16	0,01035	54	0,03512	92	0,03974	130	0,01715
17	-0,00036	55	0,00978	93	0,01163	131	-0,00707
18	-0,02342	56	-0,00223	94	-0,02610	132	-0,00368
19	-0,00593	57	-0,00593	95	0,00568	133	0,00158
20	0,05980	58	0,03025	96	-0,00546	134	0,00734
21	-0,00177	59	0,00064	97	0,01953	135	0,00722
22	0,00129	60	-0,02221	98	0,01043	136	0,01429
23	-0,01908	61	0,02080	99	-0,01505	137	-0,00057
24	-0,02051	62	0,01974	100	-0,00417	138	0,00888
25	-0,00306	63	0,04582	101	0,01900	139	-0,01860
26	0,01232	64	-0,02390	102	0,01254	140	-0,00448
27	-0,00804	65	-0,00613	103	0,01485	141	0,03774
28	0,02848	66	0,04116	104	-0,00372	142	0,02116
29	0,01731	67	-0,00311	105	-0,00017	143	-0,00506
30	0,00117	68	-0,01173	106	-0,00994	144	-0,00855
31	-0,03244	69	-0,00197	107	0,02521	145	0,01268
32	-0,01750	70	0,03076	108	-0,00761	146	0,00844
33	-0,01748	71	0,00313	109	-0,02293	147	0,00161
34	0,00560	72	-0,01053	110	0,00233	148	-0,00675
35	0,01082	73	-0,02698	111	0,02215	149	-0,03135
36	-0,02586	74	-0,01572	112	-0,01285	150	0,00580
37	0,00226	75	-0,02111	113	0,00925	151	0,00469
38	-0,00744	76	-0,00460	114	-0,00149	152	0,01537

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
153	0,00733	193	0,00217	233	0,02444	273	-0,01444
154	0,00908	194	-0,00596	234	0,00779	274	0,00911
155	0,03140	195	0,00939	235	-0,00435	275	-0,01004
156	-0,01671	196	-0,00675	236	0,01220	276	0,00581
157	-0,01258	197	-0,00455	237	-0,00380	277	0,00880
158	-0,01337	198	-0,01105	238	-0,01041	278	-0,00786
159	0,01827	199	-0,00126	239	0,01487	279	0,00826
160	-0,01390	200	0,01692	240	-0,00175	280	-0,00003
161	-0,01935	201	0,00180	241	-0,00589	281	-0,02280
162	0,01800	202	0,01398	242	0,00366	282	0,01303
163	0,00382	203	-0,02173	243	-0,01413	283	0,00517
164	-0,00238	204	0,00936	244	0,00808	284	0,00164
165	0,01625	205	0,00223	245	0,00367	285	-0,00710
166	-0,00752	206	0,01445	246	0,03022	286	0,00785
167	0,00047	207	0,00116	247	-0,03824	287	0,00278
168	0,00918	208	-0,00314	248	0,00584	288	0,00021
169	-0,01194	209	0,00274	249	0,02249	289	-0,00158
170	-0,01611	210	0,01477	250	0,00237	290	0,00323
171	0,00193	211	-0,00201	251	0,02327	291	0,00202
172	0,01413	212	-0,00896	252	0,00648	292	-0,01384
173	0,01606	213	0,01313	253	0,01278	293	-0,00073
174	0,00750	214	0,01092	254	0,01052	294	-0,00720
175	0,00142	215	-0,01843	255	0,01116	295	-0,00052
176	0,03903	216	0,01285	256	0,00738	296	0,01870
177	-0,01234	217	0,00783	257	-0,00693	297	0,00293
178	-0,02339	218	-0,02536	258	0,02459	298	0,01840
179	-0,00898	219	-0,00352	259	-0,00812	299	0,00485
180	0,00389	220	-0,00125	260	0,00974	300	0,00993
181	0,01687	221	-0,02427	261	-0,00162	301	0,00462
182	-0,03836	222	-0,00387	262	0,01743	302	-0,00205
183	-0,02109	223	-0,00792	263	-0,01694	303	0,01123
184	0,02287	224	0,00167	264	0,02031	304	0,01211
185	-0,00727	225	-0,01715	265	-0,01165	305	-0,00543
186	0,00125	226	0,00208	266	0,01273	306	0,00601
187	-0,02663	227	0,00271	267	-0,00111	307	0,00913
188	-0,00257	228	0,00670	268	0,00312	308	0,00572
189	0,00342	229	0,01898	269	0,01074	309	-0,00232
190	0,00708	230	-0,02648	270	-0,01011	310	0,01423
191	-0,01238	231	0,01759	271	0,00016	311	-0,00276
192	-0,01179	232	0,00128	272	-0,01168	312	-0,02732

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
313	0,01547	353	0,00911	393	0,00037	433	-0,02479
314	0,01826	354	-0,00740	394	-0,00268	434	0,01629
315	-0,01364	355	-0,00235	395	-0,03437	435	0,00343
316	-0,00039	356	-0,00613	396	0,00111	436	-0,00897
317	0,02089	357	0,01812	397	-0,00389	437	-0,01086
318	0,00014	358	-0,00219	398	0,00615	438	-0,00297
319	0,01543	359	0,00397	399	0,01890	439	-0,02088
320	-0,01266	360	-0,00711	400	0,00120	440	-0,03320
321	-0,02176	361	0,01097	401	-0,00158	441	0,01122
322	0,00777	362	-0,01419	402	0,00944	442	-0,00296
323	-0,00718	363	-0,01977	403	0,01118	443	0,01064
324	-0,00617	364	0,00227	404	0,01918	444	0,00824
325	-0,00315	365	-0,00663	405	0,00118	445	0,00194
326	-0,00152	366	-0,01855	406	0,00224	446	0,01754
327	0,02327	367	-0,01282	407	0,01302	447	0,00686
328	-0,00319	368	0,00460	408	-0,00454	448	0,00995
329	-0,00685	369	0,01635	409	-0,00143	449	-0,00610
330	-0,00015	370	0,00365	410	0,00911	450	0,00729
331	0,00059	371	-0,02480	411	-0,00470	451	0,00773
332	0,01442	372	0,01808	412	0,00730	452	-0,00155
333	0,00449	373	-0,01007	413	0,00268	453	-0,02046
334	-0,00140	374	-0,03265	414	0,00152	454	0,00298
335	-0,03002	375	0,01431	415	-0,01311	455	-0,00795
336	-0,00139	376	0,00732	416	0,02165	456	0,00085
337	0,01738	377	0,02193	417	0,00557	457	-0,00786
338	-0,00716	378	0,01678	418	0,00324	458	0,00612
339	-0,00419	379	-0,01021	419	0,01463	459	0,00968
340	0,02625	380	0,00293	420	-0,00283	460	-0,01863
341	-0,00043	381	0,00433	421	-0,01447	461	-0,00132
342	0,02409	382	0,00585	422	0,01450	462	-0,00125
343	-0,02091	383	-0,00246	423	-0,02508	463	-0,01652
344	0,00216	384	0,00684	424	-0,00253	464	0,00996
345	0,00975	385	0,01553	425	0,00090	465	0,02069
346	0,00902	386	-0,00495	426	-0,00983	466	0,02112
347	0,00969	387	-0,00185	427	-0,01344	467	0,00932
348	-0,00147	388	0,01213	428	-0,00713	468	0,00837
349	-0,01381	389	0,00866	429	-0,00743	469	0,00174
350	-0,00287	390	0,00344	430	0,01325	470	0,00879
351	-0,00052	391	-0,00821	431	0,00430	471	-0,01002
352	-0,00169	392	0,00737	432	-0,03651	472	0,01813

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
473	-0,00783	481	-0,00850	489	0,00675	497	0,00031
474	-0,00405	482	-0,00142	490	-0,00095	498	0,00802
475	-0,01006	483	-0,00115	491	-0,00628	499	-0,00365
476	0,00683	484	-0,01579	492	0,00144	500	0,01249
477	-0,00185	485	0,01254	493	0,00345	501	0,00134
478	-0,00766	486	0,00661	494	0,00148	502	-0,06244
479	0,00531	487	-0,00389	495	0,02063		
480	-0,02259	488	0,00115	496	-0,00683		

Lampiran 3. Parameter μ_i pada *Black-Scholes*

i	μ_i	i	μ_i	i	μ_i	i	μ_i
1	6,00699	33	5,99979	65	5,99259	97	5,98540
2	6,00677	34	5,99957	66	5,99237	98	5,98517
3	6,00654	35	5,99934	67	5,99214	99	5,98495
4	6,00632	36	5,99912	68	5,99192	100	5,98472
5	6,00609	37	5,99889	69	5,99169	101	5,98450
6	6,00587	38	5,99867	70	5,99147	102	5,98427
7	6,00564	39	5,99844	71	5,99124	103	5,98405
8	6,00542	40	5,99822	72	5,99102	104	5,98382
9	6,00519	41	5,99799	73	5,99079	105	5,98360
10	6,00497	42	5,99777	74	5,99057	106	5,98337
11	6,00474	43	5,99754	75	5,99034	107	5,98315
12	6,00452	44	5,99732	76	5,99012	108	5,98292
13	6,00429	45	5,99709	77	5,98989	109	5,98270
14	6,00407	46	5,99687	78	5,98967	110	5,98247
15	6,00384	47	5,99664	79	5,98944	111	5,98225
16	6,00362	48	5,99642	80	5,98922	112	5,98202
17	6,00339	49	5,99619	81	5,98899	113	5,98180
18	6,00317	50	5,99597	82	5,98877	114	5,98157
19	6,00294	51	5,99574	83	5,98855	115	5,98135
20	6,00272	52	5,99552	84	5,98832	116	5,98112
21	6,00249	53	5,99529	85	5,98810	117	5,98090
22	6,00227	54	5,99507	86	5,98787	118	5,98067
23	6,00204	55	5,99484	87	5,98765	119	5,98045
24	6,00182	56	5,99462	88	5,98742	120	5,98022
25	6,00159	57	5,99439	89	5,98720	121	5,98000
26	6,00137	58	5,99417	90	5,98697	122	5,97977
27	6,00114	59	5,99394	91	5,98675	123	5,97955
28	6,00092	60	5,99372	92	5,98652	124	5,97932
29	6,00069	61	5,99349	93	5,98630	125	5,97910
30	6,00047	62	5,99327	94	5,98607	126	5,97887
31	6,00024	63	5,99304	95	5,98585		
32	6,00002	64	5,99282	96	5,98562		

Lampiran 4. Parameter σ_i^2 pada *Black-Scholes*

i	σ_i^2	i	σ_i^2	i	σ_i^2	i	σ_i^2
1	0,00047	33	0,01545	65	0,03043	97	0,04541
2	0,00094	34	0,01592	66	0,03090	98	0,04588
3	0,00140	35	0,01638	67	0,03137	99	0,04635
4	0,00187	36	0,01685	68	0,03183	100	0,04681
5	0,00234	37	0,01732	69	0,03230	101	0,04728
6	0,00281	38	0,01779	70	0,03277	102	0,04775
7	0,00328	39	0,01826	71	0,03324	103	0,04822
8	0,00375	40	0,01873	72	0,03371	104	0,04869
9	0,00421	41	0,01919	73	0,03417	105	0,04915
10	0,00468	42	0,01966	74	0,03464	106	0,04962
11	0,00515	43	0,02013	75	0,03511	107	0,05009
12	0,00562	44	0,02060	76	0,03558	108	0,05056
13	0,00609	45	0,02107	77	0,03605	109	0,05103
14	0,00655	46	0,02153	78	0,03652	110	0,05150
15	0,00702	47	0,02200	79	0,03698	111	0,05196
16	0,00749	48	0,02247	80	0,03745	112	0,05243
17	0,00796	49	0,02294	81	0,03792	113	0,05290
18	0,00843	50	0,02341	82	0,03839	114	0,05337
19	0,00889	51	0,02388	83	0,03886	115	0,05384
20	0,00936	52	0,02434	84	0,03932	116	0,05430
21	0,00983	53	0,02481	85	0,03979	117	0,05477
22	0,01030	54	0,02528	86	0,04026	118	0,05524
23	0,01077	55	0,02575	87	0,04073	119	0,05571
24	0,01124	56	0,02622	88	0,04120	120	0,05618
25	0,01170	57	0,02668	89	0,04166	121	0,05665
26	0,01217	58	0,02715	90	0,04213	122	0,05711
27	0,01264	59	0,02762	91	0,04260	123	0,05758
28	0,01311	60	0,02809	92	0,04307	124	0,05805
29	0,01358	61	0,02856	93	0,04354	125	0,05852
30	0,01404	62	0,02902	94	0,04401	126	0,05899
31	0,01451	63	0,02949	95	0,04447		
32	0,01498	64	0,02996	96	0,04494		

Lampiran 5. Parameter γ_i pada *Black-Scholes*

i	γ_i	i	γ_i	i	γ_i	i	γ_i
1	0,00047	33	0,01349	65	0,02270	97	0,02811
2	0,00093	34	0,01383	66	0,02293	98	0,02822
3	0,00139	35	0,01417	67	0,02315	99	0,02832
4	0,00185	36	0,01451	68	0,02337	100	0,02842
5	0,00230	37	0,01485	69	0,02359	101	0,02852
6	0,00275	38	0,01518	70	0,02380	102	0,02861
7	0,00320	39	0,01550	71	0,02401	103	0,02870
8	0,00364	40	0,01583	72	0,02421	104	0,02879
9	0,00408	41	0,01615	73	0,02441	105	0,02887
10	0,00451	42	0,01646	74	0,02461	106	0,02895
11	0,00495	43	0,01678	75	0,02480	107	0,02902
12	0,00537	44	0,01708	76	0,02499	108	0,02909
13	0,00580	45	0,01739	77	0,02518	109	0,02916
14	0,00622	46	0,01769	78	0,02536	110	0,02922
15	0,00663	47	0,01799	79	0,02554	111	0,02928
16	0,00704	48	0,01828	80	0,02571	112	0,02934
17	0,00745	49	0,01857	81	0,02588	113	0,02939
18	0,00786	50	0,01886	82	0,02605	114	0,02944
19	0,00826	51	0,01914	83	0,02621	115	0,02948
20	0,00866	52	0,01942	84	0,02637	116	0,02952
21	0,00905	53	0,01969	85	0,02653	117	0,02956
22	0,00944	54	0,01996	86	0,02668	118	0,02959
23	0,00983	55	0,02023	87	0,02683	119	0,02962
24	0,01021	56	0,02049	88	0,02697	120	0,02965
25	0,01059	57	0,02075	89	0,02712	121	0,02967
26	0,01096	58	0,02101	90	0,02725	122	0,02969
27	0,01134	59	0,02126	91	0,02739	123	0,02970
28	0,01170	60	0,02151	92	0,02752	124	0,02972
29	0,01207	61	0,02176	93	0,02764	125	0,02972
30	0,01243	62	0,02200	94	0,02777	126	0,02973
31	0,01278	63	0,02224	95	0,02788		
32	0,01314	64	0,02247	96	0,02800		

Lampiran 6. Harga Opsi *Call* Asia tipe Eropa dan *Error* sebanyak 126 Partisi

<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	<i>Error</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	<i>Error</i>
1	33,38740	1,43327	40	14,32177	0,04377
2	23,66330	0,72458	41	13,65825	0,00459
3	19,50021	0,42117	42	13,90880	0,01367
4	18,12254	0,32077	43	14,15921	0,03192
5	17,20658	0,25401	44	13,68775	0,00244
6	16,44452	0,19848	45	13,65416	0,00489
7	15,96615	0,16361	46	13,92270	0,01469
8	15,70412	0,14451	47	13,84174	0,00878
9	15,47907	0,12811	48	13,83950	0,00862
10	15,26574	0,11257	49	13,82531	0,00759
11	15,16976	0,10557	50	13,70383	0,00127
12	14,93122	0,08819	51	13,74920	0,00204
13	14,91913	0,08730	52	13,84632	0,00912
14	14,78634	0,07763	53	13,88490	0,01193
15	14,59425	0,06363	54	13,74296	0,00159
16	14,50340	0,05701	55	13,88049	0,01161
17	14,51498	0,05785	56	13,71420	0,00051
18	14,57214	0,06202	57	13,69468	0,00193
19	14,54729	0,06021	58	13,62242	0,00720
20	14,42452	0,05126	59	13,76507	0,00320
21	14,15733	0,03179	60	13,93345	0,01547
22	14,28411	0,04102	61	13,73563	0,00105
23	14,24752	0,03836	62	13,96829	0,01801
24	14,04878	0,02387	63	13,84384	0,00894
25	14,22214	0,03651	64	13,75093	0,00217
26	14,07368	0,02569	65	13,59876	0,00892
27	14,09307	0,02710	66	13,76769	0,00339
28	13,99641	0,02006	67	13,97786	0,01871
29	14,02404	0,02207	68	13,71185	0,00068
30	14,17724	0,03324	69	13,62176	0,00725
31	13,91646	0,01423	70	13,78690	0,00479
32	14,02623	0,02223	71	13,81690	0,00697
33	14,34932	0,04578	72	13,54740	0,01267
34	13,76185	0,00296	73	13,58853	0,00967
35	13,94199	0,01609	74	13,58701	0,00978
36	14,11886	0,02898	75	13,66034	0,00444
37	13,77084	0,00362	76	13,81558	0,00688
38	13,86106	0,01019	77	13,50287	0,01591
39	14,04784	0,02381	78	13,55266	0,01228

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Error</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Error</i>
79	13,60013	0,00882	103	13,55345	0,01223
80	13,77966	0,00426	104	13,50727	0,01559
81	13,89387	0,01258	105	13,57461	0,01068
82	13,58375	0,01002	106	13,63669	0,00616
83	13,42054	0,02191	107	13,49314	0,01662
84	13,55139	0,01238	108	13,59107	0,00948
85	13,67673	0,00324	109	13,70258	0,00136
86	13,80060	0,00579	110	13,63404	0,00635
87	13,54485	0,01285	111	13,70585	0,00112
88	13,41714	0,02216	112	13,80923	0,00642
89	13,55134	0,01238	113	13,85283	0,00959
90	13,67109	0,00365	114	13,47176	0,01818
91	13,82728	0,00773	115	13,37203	0,02545
92	13,63148	0,00654	116	13,53910	0,01327
93	13,74055	0,00141	117	13,58757	0,00974
94	13,64377	0,00564	118	13,67739	0,00319
95	13,78256	0,00447	119	13,76440	0,00315
96	13,85795	0,00997	120	13,33706	0,02800
97	13,48541	0,01718	121	13,43427	0,02091
98	13,59935	0,00888	122	13,62429	0,00706
99	13,53206	0,01378	123	13,58954	0,00960
100	13,65236	0,00502	124	13,67536	0,00334
101	13,78665	0,00477	125	13,77135	0,00365
102	13,44132	0,02040	126	13,40075	0,02335

Lampiran 7. Harga Opsi *Put* Asia tipe Eropa dan *Error* sebanyak 126 Partisi

<i>M</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>Error</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>Error</i>
1	56,69967	0,52794	40	37,67744	0,01533
2	47,27570	0,27398	41	37,67099	0,01515
3	43,19561	0,16403	42	37,41907	0,00836
4	41,75852	0,12530	43	37,41291	0,00820
5	40,90523	0,10231	44	37,68240	0,01546
6	40,04210	0,07905	45	37,73522	0,01688
7	39,73323	0,07073	46	37,50914	0,01079
8	39,65082	0,06851	47	37,64846	0,01455
9	39,13287	0,05455	48	37,44525	0,00907
10	38,75548	0,04438	49	37,80794	0,01884
11	38,95162	0,04966	50	37,68022	0,01540
12	38,60349	0,04028	51	37,73978	0,01701
13	38,57855	0,03961	52	37,59951	0,01323
14	38,43456	0,03573	53	37,46955	0,00972
15	38,51144	0,03780	54	37,35310	0,00659
16	38,32017	0,03265	55	37,50737	0,01074
17	38,26175	0,03107	56	37,47915	0,00998
18	37,91951	0,02185	57	37,28008	0,00462
19	38,14585	0,02795	58	37,61729	0,01371
20	37,88965	0,02105	59	37,28348	0,00471
21	38,38203	0,03431	60	37,44047	0,00894
22	37,88439	0,02090	61	37,78106	0,01812
23	37,83686	0,01962	62	36,83016	0,00751
24	38,32080	0,03266	63	37,30707	0,00535
25	37,67812	0,01534	64	37,47683	0,00992
26	37,86401	0,02035	65	37,65509	0,01472
27	37,93445	0,02225	66	37,75534	0,01743
28	37,92461	0,02199	67	36,82057	0,00776
29	38,16902	0,02857	68	37,19052	0,00221
30	37,36419	0,00689	69	37,33337	0,00605
31	37,77392	0,01793	70	37,36398	0,00688
32	38,02249	0,02462	71	37,49022	0,01028
33	37,47062	0,00975	72	37,95249	0,02274
34	37,68236	0,01546	73	37,57580	0,01259
35	37,64981	0,01458	74	37,37350	0,00714
36	37,92513	0,02200	75	37,48323	0,01009
37	37,56472	0,01229	76	37,45818	0,00942
38	37,55611	0,01206	77	37,68474	0,01552
39	37,61041	0,01352	78	37,34215	0,00629

<i>M</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>Error</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>Error</i>
79	37,61717	0,01370	103	37,23410	0,00338
80	37,25066	0,00383	104	37,35063	0,00652
81	37,21624	0,00290	105	37,30085	0,00518
82	37,53021	0,01136	106	37,35542	0,00665
83	37,47878	0,00997	107	37,60885	0,01348
84	37,56275	0,01224	108	37,11750	0,00024
85	37,29212	0,00494	109	36,89051	0,00588
86	37,39387	0,00768	110	36,96675	0,00383
87	37,59834	0,01319	111	37,03373	0,00202
88	37,60004	0,01324	112	37,12123	0,00034
89	37,35205	0,00656	113	36,93014	0,00481
90	37,48274	0,01008	114	37,19910	0,00244
91	37,11765	0,00024	115	37,42860	0,00862
92	37,22310	0,00308	116	36,96484	0,00388
93	37,33279	0,00604	117	36,99168	0,00315
94	37,58341	0,01279	118	37,06926	0,00106
95	36,89592	0,00573	119	37,12028	0,00031
96	37,12110	0,00033	120	37,09527	0,00036
97	37,24356	0,00363	121	37,04444	0,00173
98	37,37348	0,00714	122	36,50970	0,01614
99	37,49098	0,01030	123	36,73197	0,01015
100	37,57476	0,01256	124	36,78507	0,00872
101	37,08850	0,00054	125	36,83595	0,00735
102	37,21786	0,00294	126	37,00681	0,00275

Lampiran 8. Code Phyton pada Perhitungan Harga Opsi Asia tipe Eropa

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
from collections import defaultdict
import time

# Fungsi bantu
def make_key(S, A, decimals=0):
    return f"{round(S, decimals)}_{round(A, decimals)}"

# Parameter
S0 = 406.35
K = 430
T = 1
r = 0.00115
sigma = 0.24287
M_values = np.arange(1, 126+1, 1)
tipe = 1 # 1 = Call, 2 = Put
title_str = "Opsi Call Asia Tipe Eropa" if tipe == 1 else
"Opsi Put Asia Tipe Eropa"

start_time = time.time()

# Black-Scholes (Curran)
M_bs = 126
dt_bs = T / M_bs
t = np.linspace(dt_bs, T, M_bs)
mu = np.log(S0) + (r - 0.5 * sigma**2) * t
sigma_2 = sigma**2 * t
gamma = (sigma**2 * dt_bs / (2 * M_bs)) * ((2 * M_bs + 1) *
np.arange(1, M_bs + 1) - np.arange(1, M_bs + 1)**2)
mu_G = np.log(S0) + (r - 0.5 * sigma**2) * ((T + dt_bs) / 2)
sigma_G = np.sqrt(sigma**2 * dt_bs * ((2 * M_bs + 1) * (M_bs +
1) / (6 * M_bs)))
d2 = (mu_G - np.log(K)) / sigma_G
Rata1 = np.mean(np.exp(mu + 0.5 * sigma_2) * norm.cdf((mu_G -
np.log(K) + gamma) / sigma_G))
bs_val = np.exp(-r * T) * (Rata1 - K * norm.cdf(d2)) if tipe
== 1 else np.exp(-r * T) * (K * norm.cdf(-d2) - Rata2)
bs_val = max(bs_val, 1e-10) # Hindari pembagian dengan nol

# Simulasi Trinomial
trinomial_values = []
errors = []
```

```

print("="*70)
print("|    M    | Trinomial Value | Black-Scholes Value  
|    Error    |")
print("="*70)

for M in M_values:
    dt = T / M
    lambda_ = np.sqrt(1.5)
    mu = r - 0.5 * sigma**2
    u = np.exp(lambda_ * sigma * np.sqrt(dt))
    d = 1 / u
    pu = 1 / (2 * lambda_**2) + (mu * np.sqrt(dt)) / (2 *
lambda_ * sigma)
    pd = 1 / (2 * lambda_**2) - (mu * np.sqrt(dt)) / (2 *
lambda_ * sigma)
    pm = 1 - 1 / lambda_**2

    Tree = [defaultdict(float) for _ in range(M + 1)]
    Tree[0][make_key(S0, S0)] = 0.0

    # Forward pass (tanpa simpan S & A untuk kecepatan)
    for i in range(1, M + 1):
        for key in Tree[i - 1]:
            S_prev, A_prev = map(float, key.split('_'))
            for move, prob in zip([-1, 0, 1], [pd, pm, pu]):

                A_new = ((i - 1) * A_prev + S_new) / i
                new_key = make_key(S_new, A_new)
                Tree[i][new_key] += prob * np.exp(-r * dt) *
Tree[i - 1][key]

    # Terminal payoff
    for key in Tree[M]:

        Tree[M][key] = max(A - K, 0) if tipe == 1 else max(K -
A, 0)

    # Backward pass
    for i in reversed(range(M)):
        for key in Tree[i]:
            S, A = map(float, key.split('_'))
            V_next = 0
            for move, prob in zip([-1, 0, 1], [pd, pm, pu]):
                S_new = S * (d if move == -1 else u if move ==
1 else 1)

                A_new = ((i) * A + S_new) / (i + 1)
                next_key = make_key(S_new, A_new)

```

```

        if next_key in Tree[i + 1]:
            V_next += prob * Tree[i + 1][next_key]
            Tree[i][key] = np.exp(-r * dt) * V_next

    val = Tree[0][make_key(S0, S0)]
    err = abs(val - bs_val) / bs_val if bs_val > 1e-10 else
0.0
    trinomial_values.append(val)
    errors.append(err)

    if M % 1 == 0:
        print(f"| {M:3d} | {val:14.5f} | {bs_val:18.5f} |
{err:13.5f} |")

MAPE = np.mean(errors) * 100
print("=" * 60)
print(f"Nilai MAPE = {MAPE:.4f}%")
print(f"Total waktu eksekusi: {time.time() - start_time:.2f}
detik")

# Plot
plt.figure()
plt.plot(M_values, trinomial_values, 'b-o',
label='Trinomial', markersize=3)
plt.xlabel('Banyak Partisi Waktu (M)')
plt.ylabel('Harga Opsi')
plt.title('Harga Opsi Call Asia tipe Eropa')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

# Plot
plt.figure()
plt.plot(M_values, trinomial_values, 'b-o',
label='Trinomial', markersize=3)
plt.axhline(y=bs_val, color='g', linestyle='--',
label=f'Black-Scholes')
plt.xlabel('Banyak Partisi Waktu (M)')
plt.ylabel('Harga Opsi')
plt.title('Konvergensi Harga Opsi Call Asia tipe Eropa')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

plt.figure()
plt.plot(M_values, errors, 'r-o', markersize=3)
plt.xlabel('Banyak Partisi Waktu (M)')

```

```
plt.ylabel('Error')  
plt.title('Error antara Trinomial dan Black-Scholes')  
plt.grid(True)  
plt.show()
```

RIWAYAT HIDUP



Ita Nuryanawati, yang lebih dikenal dengan nama Ita, lahir di Kabupaten Kediri pada 30 Juni 2002. Penulis merupakan anak ketiga dari pasangan Bapak Nuryatin dan Ibu Purwati, serta adik dari Muh. Irfan Musta'in dan Muh. Maftuh Roziqin. Penulis memulai jenjang pendidikannya di RA Kusuma Mulia dan lulus pada tahun 2009. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan sekolah dasar di SDN SONOREJO 1 dan lulus pada tahun 2015. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di SMPN 1 GROGOL dan diselesaikan pada tahun 2018, kemudian dilanjutkan ke jenjang menengah atas di SMAN 1 GROGOL dan lulus pada tahun 2021. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Selama masa perkuliahan, penulis aktif mengikuti beberapa kegiatan kemahasiswaan. Penulis bergabung dalam Unit Kegiatan Mahasiswa (UKM) Korps Sukarela Palang Merah Indonesia (KSR PMI) dan menjabat sebagai anggota divisi Pendidikan dan Ketenagaan pada periode pertama, lalu menjabat sebagai bendahara divisi Rumah Tangga pada periode kedua. Selain itu, penulis juga turut berpartisipasi dalam kegiatan KOMET XXIII dan menjadi bagian dari *Academik Team*.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Ita Nuryanawati
NIM : 210601110037
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Implementasi Metode Trinomial pada Perhitungan Harga Opsi Asia Tipe Eropa dengan Pendekatan Rata-rata Aritmatika
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si.
Pembimbing II : Juhari, M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	02 September 2024	Konsultasi Topik dan Data	1. ✓
2.	19 September 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2. ✓
3.	10 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	3. ✓
4.	29 Oktober 2024	ACC Bab I, II, dan III	4. ✓
5.	06 November 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	06 November 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	6.
7.	14 November 2024	ACC Seminar Proposal	7. ✓
8.	30 Januari 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	8. ✓
9.	12 Februari 2025	Konsultasi Bab IV dan V	9. ✓
10.	21 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	10.
11.	24 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	11.
12.	02 Mei 2025	Konsultasi Bab IV dan V	12.
13.	14 Mei 2025	ACC Bab IV dan V	13.
14.	15 Mei 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	14.
15.	15 Mei 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	16 Mei 2025	ACC Seminar Hasil	16. ✓
17.	03 Juni 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	17. ✓
18.	10 Juni 2025	ACC Sidang Skripsi	18. ✓
19.	16 Juni 2025	ACC Keseluruhan	19. ✓

Malang, 16 Juni 2025

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ely Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005