

**PENENTUAN HARGA OPSI TIPE AMERIKA
MENGUNAKAN METODE BINOMIAL TIAN TREE**

SKRIPSI

**OLEH
ALIMATUR ROSYADAH
NIM. 210601110062**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**PENENTUAN HARGA OPSI TIPE AMERIKA
MENGUNAKAN METODE BINOMIAL TIAN TREE**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Alimatur Rosyadah
NIM. 210601110062**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

PENENTUAN HARGA OPSI TIPE AMERIKA MENGUNAKAN METODE BINOMIAL TIAN TREE

SKRIPSI

Oleh
Alimatur Rosyadah
NIM. 210601110062

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 20 Mei 2025

Dosen Pembimbing I


Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Dosen Pembimbing II


Aeh. Nasichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dikky Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005



**PENENTUAN HARGA OPSI TIPE AMERIKA
MENGUNAKAN METODE BINOMIAL TIAN TREE**

SKRIPSI

**Oleh
Alimatur Rosyadah
NIM. 210601110062**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 16 Juni 2025

Ketua Penguji : Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si



Anggota Penguji 1 : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si.

Anggota Penguji 2 : Abdul Aziz, M.Si



Anggota Penguji 3 : Ach. Nasichuddin, M.A



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Alimatur Rosyadah

NIM : 210601110062

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan
Metode Binomial Tian *Tree*

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya saya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pemikiran saya, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juni 2025



Alimatur Rosyadah

NIM. 210601110062

MOTO

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan”

(Q.S. Al-Insyirah: 5)

PERSEMBAHAAN

Bismillaahirrahmaanirrahiim

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Seluruh keluarga penulis, khususnya kedua orang tua tercinta, Bapak Rushadi dan Ibu Muryati, yang telah senantiasa memberikan kasih sayang, doa, dukungan moral dan material, serta pengorbanan yang tiada henti dalam setiap langkah penulis. Terima kasih atas kesabaran dan keikhlasan yang menjadi kekuatan terbesar dalam menyelesaikan skripsi ini. Dan tak lupa kepada diri sendiri yang telah berjuang dengan usaha dan penuh kesabaran, selalu menyertakan Allah SWT dalam setiap Prosesnya.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penyusunan draf skripsi yang berjudul “Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial *Tian Tree*” dapat diselesaikan. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi agung Muhammad SAW., yang telah membawa kita dari masa kegelapan menuju masa cahaya terang Islam, yakni Addinul Islam.

Skripsi ini dibuat oleh penulis untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar sarjana matematika dari Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Prof. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim sekaligus ketua penguji 1, yang telah memberi saran, arahan, kritik serta dukungan kepada penulis.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Bapak Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing 1 yang telah sabar memberikan bimbingan, motivasi, saran, nasihat, dan pengetahuan selama menyusun skripsi kepada penulis.
5. Bapak Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing 2 yang telah sabar memberikan bimbingan, motivasi, saran, nasihat, dan pengetahuan selama menyusun skripsi.
6. Ibu Ria Dhea Nur Karisma M.Si selaku anggota penguji 2 yang telah memberi saran, arahan, kritik serta dukungan kepada penulis.
7. Seluruh civitas akademik Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, khususnya seluruh dosen Program Studi Matematika, yang telah membimbing serta memberikan ilmunya kepada penulis.

8. Kepada Bapak Rushadi dan Ibu Muryati, dengan penuh kesabarannya, kasih sayang, serta doa yang tiada henti dan juga nasihat serta motivasi yang menjadi kekuatan utama penulis hingga dapat menyelesaikan skripsi ini dengan sebaik-baiknya.
9. Kepada adik dan seluruh keluarga besar yang senantiasa memberikan dukungan, motivasi, nasihat, serta doa yang tak henti-hentinya.
10. Teruntuk teman-teman Albar Khususnya Kamar “FAZA”, Lathifa, Aulia Cahya, Nanda, Aulia ‘Ilmi, dan Shofa, yang selalu memberikan dukungan dan semangat yang sangat luar biasa.
11. Kepada teman-teman seperjuangan, Nuril, Muthia, dan Putri, yang senantiasa memberikan nasihat, saran, dukungan, serta motivasi hingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini.
12. Kepada “kamar 33” yang selalu memberi semangat dan dukungan kepada penulis.
13. Kepada “CIWI-CIWI 148” yang juga selalu memberi semangat dan dukungan kepada penulis.
14. Kepada Seluruh mahasiswa angkatan 2021, khususnya teman-teman “AKTUARIA”, yang tidak pernah berhenti memberi dukungan, motivasi, nasihat, saran, dan membantu penulis dalam menyusun skripsi ini hingga selesai.
15. Dan yang terakhir, untuk diri sendiri, terima kasih telah bertahan sejauh ini. Terima kasih sudah kuat, terus berusaha, dan tetap percaya bahwa skripsi ini bisa diselesaikan.

Malang, 16 Juni 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR SIMBOL	viii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
مستخلص البحث	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	7
1.6 Definisi Istilah	7
BAB II KAJIAN TEORI	9
2.1 Teori Pendukung	9
2.1.1 Saham dan <i>Return</i> saham	9
2.1.2 Opsi	10
2.1.3 Opsi Tipe Amerika	14
2.1.4 Metode Binomial <i>Tree</i>	15
2.1.5 Metode Binomial Tian Tree	21
2.1.6 Metode <i>Black-Scholes</i> Opsi Tipe Amerika	22
2.1.7 Distribusi Normal	27
2.1.8 Galat	28
2.2 Prinsip bertransaksi dalam Islam	29
2.3 Kajian Topik Dengan Teori Pendukung	33
BAB III METODE PENELITIAN	36
3.1 Jenis Penelitian	36
3.2 Data dan Sumber Data	36
3.3 Tahapan Penelitian	36
3.4 <i>Flowchart</i>	38
BAB IV PEMBAHASAN	39
4.1 Perhitungan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial Tian <i>Tree</i>	39
4.1.1 Deskripsi Data	39
4.1.2 Perhitungan Metode Binomial Tian <i>Tree</i>	43

4.2	Keakuratan Metode Binomial Tian <i>Tree</i>	52
4.3	Penerapan Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Berdasarkan Prinsip-prinsip Transaksi dalam Islam	58
BAB V PENUTUPAN		62
5.1	Kesimpulan	62
5.2	Saran	63
DAFTAR PUSTAKA		64
LAMPIRAN		67
RIWAYAT HIDUP		85

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai MAPE	29
---	----

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik Perubahan Harga Saham dan Nilai Opsi.....	15
Gambar 2.2	Prinsip Metode Binomial	17
Gambar 2.3	Skema Fluktuasi Harga Saham Secara Binomial.....	18
Gambar 3.1	<i>Flowchart</i>	38
Gambar 4.1	Grafik Data Harga Penutupan Saham	39
Gambar 4.2	Pergerakan Harga Saham pada Opsi Tipe Amerika dengan $M=6$..	45
Gambar 4.3	<i>Payoff</i> dan Harga Opsi <i>Call</i> dengan $M=6$	47
Gambar 4.4	<i>Payoff</i> dan Harga Opsi <i>Put</i> dengan $M=6$	49
Gambar 4.5	Harga Opsi <i>Call</i> dengan 252 Partisi.....	50
Gambar 4.6	Harga Opsi <i>Put</i> dengan 252 Partisi	51
Gambar 4.7	Konvergensi Harga Opsi <i>Call</i> Tian <i>Tree</i> terhadap <i>Black-Scholes</i> ..	53
Gambar 4.8	Nilai <i>Error</i> Harga Opsi <i>Call</i>	54
Gambar 4.9	Konvergensi Harga Opsi <i>Put</i> Tian <i>Tree</i> terhadap <i>Black-Scholes</i> ...	55
Gambar 4.10	Nilai <i>Error</i> Harga Opsi <i>Put</i>	57

DAFTAR SIMBOL

t	: Periode
T	: Waktu jatuh tempo
K	: Harga kesepakatan
r	: <i>Risk-free rate</i>
M	: Partisi
i	: Banyak iterasi
t_i	: Waktu ke- i
C	: Nilai opsi <i>Call</i>
P	: Nilai opsi <i>Put</i>
u	: Faktor naik
d	: Faktor Turun
p	: Peluang harga naik
q	: Peluang harga turun
σ	: Volatilitas
s	: Standar deviasi
Δt	: Selisih waktu
S	: Harga saham
S_0	: Harga saham awal
S_T	: Harga saham pada saat ke T
R_z	: <i>Return</i> saham
V	: Nilai opsi
V_p	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>Put</i>
V_c	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>Call</i>
P_p	: Nilai opsi <i>Put BS</i>
P_c	: Nilai opsi <i>Call BS</i>
$N(d)$	: Fungsi distribusi normal baku kumulatif d
ε	: Galat

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Penutupan Microsoft Corporation (MSFT).....	67
Lampiran 2. <i>Return</i> Harga Saham.....	71
Lampiran 3. Hasil Harga Opsi <i>Call</i> dan Opsi <i>Put</i>	75
Lampiran 4. <i>Script</i> Perhitungan Opsi Tipe Amerika Metode <i>Tian Tree</i>	82

ABSTRAK

Rosyadah, Alimatur. 2025. **Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial Tian Tree**. Skripsi. Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

Kata kunci: Opsi Tipe Amerika, Binomial Tian Tree, *Black-Scholes*, Harga Opsi

Salah satu instrumen penting dalam dunia investing dan keuangan adalah saham yang merupakan suatu bukti kepemilikan suatu perusahaan. Seorang pemegang saham memiliki kebebasan untuk membuat pilihan tertentu sesuai hak perusahaan, yang dikenal sebagai opsi. Opsi yang sering digunakan yaitu opsi tipe Amerika, jenis opsi ini merupakan jenis opsi yang dapat dilaksanakan kapan saja sampai waktu jatuh tempo. dalam perhitungan harga opsi tipe Amerika dapat dianalisis menggunakan metode Binomial Tian Tree, di mana metode ini menunjukkan perubahan harga saham dengan dua kemungkinan yaitu naik dan turun. kemudian metode ini juga akan dianalisis keakuratannya menggunakan metode *Black-Scholes*. Metode Binomial Tian Tree menghasilkan harga opsi Amerika yang semakin stabil seiring bertambahnya partisi. Pada partisi ke-252, harga opsi *Call* sekitar \$29,8507 dan *Put* sekitar \$53,0422. Dibandingkan metode *Black-Scholes*, Tian Tree menunjukkan akurasi tinggi dengan selisih harga dan *error* yang sangat kecil, sehingga dapat disimpulkan sebagai metode yang efektif dan konsisten.

ABSTRACT

Rosyadah, Alimatur. 2025. **Determination of American Option Prices Using the Binomial Tian Tree Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

Keywords: American options, Binomial Tian Tree, Black-Scholes, option pricing

One of the most important instruments in the world of investing and finance is stock, which is proof of ownership of a company. A shareholder has the freedom to make certain choices in accordance with the company's rights, known as options. The most commonly used option is the American option, which is a type of option that can be exercised at any time until the expiration date. The price of an American option can be analyzed using the Binomial Tree method, which shows changes in stock prices based on two possibilities: an increase or a decrease. The accuracy of this method is then analyzed using the Black-Scholes method. The Binomial Tian Tree method produces American option prices that become more stable as the number of partitions increases. At the 252nd partition, the Call option price is approximately \$29,8507 and the Put option price is approximately \$53,0422. Compared to the Black-Scholes method, the Tian Tree method demonstrates high accuracy with minimal price differences and errors, thereby concluding it as an effective and consistent method.

مستخلص البحث

علمة الرّشدة. ٢٠٢٥. تحديد سعر الخيار الأمريكي باستخدام طريقة شجرة تيان الثنائية. أطروحة. برنامج دراسة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية، بمالانج. المشرفون: (١) عبد العزيز، الماجستير في العلوم. (٢) أحمد ناصح الدين، الماجستير في تعليم اللغة العربية.

الكلمات الأساسية: شجرة تيان الثنائية، بلاك-شولز، سعر الخيار، خيار من النوع الأمريكي.

أحد الأدوات المهمة في عالم الاستثمار والمالية هو اسهم، هو دليل على ملكية شركة ما. يمتلك حاصل السهم حرية اتخاذ قرارات معينة وفقًا لحقوق الشركة، والتي تُعرف باسم الخيارات. الخيار الأكثر استخدامًا هو الخيار الأمريكي، وهو نوع من الخيارات يمكن تنفيذه في أي وقت حتى تاريخ الاستحقاق. في حساب سعر الخيار الأمريكي، يمكن تحليله باستخدام طريقة شجرة تيان الثنائية، حيث توضح هذه الطريقة تغير سعر السهم مع احتمالين هما الصعود والهبوط. ثم تم تحليل دقة هذه الطريقة باستخدام طريقة بلاك-شولز. طريقة شجرة تيان الثنائية تنتج سعر خيار أمريكي أكثر استقرارًا مع زيادة التقسيم. في التقسيم ٢٥٢، سعر الخيار الشراء حوالي ٢٩,٨٥٠٧ دولارًا وسعر الخيار البيع حوالي ٥٣,٠٤٢٢ دولارًا. مقارنة بطريقة بلاك-شولز، ظهرت طريقة شجرة تيان دقة عالية مع فرق سعر وخطأ صغير جدًا، مما يجعلها طريقة فعالة ومتسقة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu instrumen penting yang ada di dalam dunia investasi dan keuangan adalah saham. Saham sendiri menurut Darmadji & Fakhruddin (2012) adalah tanda kepemilikan suatu perusahaan atau perseroan oleh seseorang atau badan yang terlibat. Saham tersebut berupa surat berharga yang terdiri dari bagian kertas yang menunjukkan pemilik kertas adalah pemilik perusahaan yang menerbitkannya. Selain itu, saham juga dapat diartikan sebagai sebuah tanda bukti modal seseorang dalam suatu perusahaan atau dalam suatu perseroan terbatas (Abi, 2016).

Menurut Andinata dkk., (2023) investasi saham dalam Islam dianggap sebagai bentuk muamalah yang diperbolehkan, selama hal itu dilakukan dengan mengikuti prinsip-prinsip dalam Islam. Prinsip-prinsip itu bisa dipahami dari QS. Al-Baqarah (2:282) yang berbunyi (Kementerian Agama, 2017):

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا إِذَا تَدَايَنْتُمْ بِدَيْنٍ إِلَىٰ أَجَلٍ مُّسَمًّى فَاكْتُبُوهُ وَلْيَكْتُب بَيْنَكُمْ كَاتِبٌ بِالْعَدْلِ وَلَا يَأْبَ كَاتِبٌ أَنْ يَكْتُبَ كَمَا عَلَّمَهُ اللَّهُ فَلْيَكْتُبْ وَلْيُمْلِلِ الَّذِي عَلَيْهِ الْحَقُّ وَلْيَتَّقِ اللَّهَ رَبَّهُ وَلَا بَيِّنْ مِنْهُ شَيْئًا

Artinya:

“Hai orang-orang yang beriman, apabila kamu bermuamalah tidak secara tunai untuk waktu yang ditentukan, hendaklah kamu menuliskannya. Hendaklah seorang penulis di antara kamu menuliskannya dengan benar. Janganlah penulis enggan menuliskannya sebagaimana Allah mengajarkannya. Hendaklah ia menulis. Hendaklah orang yang berhutang itu mengimla'kan (apa yang akan ditulis itu), dan hendaklah ia bertakwa kepada Allah, Tuhannya. Janganlah ia mengurangi sedikitpun dari hutangnya.”

Dalam tafsir kemenag ayat ini menjelaskan bahwa, Allah memerintah untuk mematuhi ketentuan-Nya dalam setiap transaksi, serta melengkapi ketentuan transaksi dengan bukti-bukti yang sah, sehingga bukti tersebut dapat digunakan sebagai dasar dalam menyelesaikan perselisihan apabila terjadi masalah dikemudian hari (Cahaya, 2011). Menurut Mooy dkk., (2017) seorang pemegang saham memiliki kebebasan untuk membuat pilihan yang menjadi hak suatu perusahaan berdasarkan persyaratan tertentu yang sering disebut sebagai opsi.

Menurut Martalena & Malinda (2011) opsi merupakan sebuah kontrak jual beli saham yang melibatkan pembeli opsi (*writer*) dan pemegang opsi (*holder*) yang meliPuti harga kesepakatan (*strike price*) dan jangka waktu tertentu. Pemegang opsi memiliki hak untuk menjual opsinya ataupun tidak, sampai batas waktu jatuh temponya berakhir. Selain itu, Tandelilin (2017) juga menjelaskan bahwa opsi merupakan hak untuk melakukan suatu pembelian atau penjualan sejumlah saham tertentu dengan waktu dan jumlah yang sudah ditentukan dan disepakati sebelumnya. Terdapat beberapa tipe opsi yang menjadi acuan di berbagai negara, di antaranya: opsi tipe Eropa, opsi tipe Asia, opsi tipe Amerika, opsi tipe Barrier, dan opsi tipe Bermudan. Tipe opsi yang sering dikenal ialah opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa.

Opsi tipe Eropa merupakan suatu opsi yang dapat dilaksanakan pada waktu jatuh tempo saja, opsi ini lebih sederhana dan lebih murah tetapi memiliki keterbatasan dalam waktu eksekusi. Selain itu, Opsi tipe Amerika merupakan suatu opsi di mana waktu pelaksanaannya bisa dilakukan setiap saat sebelum jatuh tempo, sampai periode waktu yang telah disepakati berakhir. Opsi ini lebih fleksibel dalam mengeksekusinya daripada opsi tipe Eropa, tetapi lebih mahal dan lebih sulit

dihitung(Hull, 2012). Jenis opsi ini terbagi menjadi 2, yaitu opsi *Put* dan opsi *Call*. Opsi *Call* adalah hak yang dimiliki oleh pemegang saham untuk membeli beberapa saham dari penjual opsi dengan harga yang telah disepakati dan pada tanggal yang ditentukan. Sedangkan, opsi *Put* adalah hak yang dimiliki oleh pemegang saham untuk menjual beberapa saham dari penjual opsi dengan harga yang telah ditetapkan dan pada waktu yang telah disepakati. Untuk menghitung harga opsi terdapat beberapa metode yang bisa digunakan, di mana metode tersebut digunakan juga dalam opsi lain.

Beberapa metode yang digunakan untuk menghitung harga opsi tipe Amerika di antaranya Binomial, Trinomial, dan *Black-Scholes*. Menurut Setyaningsih dkk., (2021) metode binomial adalah metode yang digunakan untuk menggambarkan pergerakan saham yang naik atau turun dalam interval diskrit. Nissa dkk., (2020) menjelaskan bahwa metode Trinomial adalah pendekatan dinamika harga saham yang mengantisipasi tiga skenario pergerakan harga, naik, stabil, dan turun. Pada tahun 1973, Fisher Black dan Myron Scholes mengembangkan model analitik untuk menentukan harga opsi yang biasa dikenal dengan metode *Black-Scholes*. Metode ini telah menjadi standar dalam penilaian harga opsi di industri keuangan. Asumsi yang mendasari metode ini termasuk tanpa pembayaran dividen dari saham, tidak ada biaya transaksi, suku bunga bebas risiko, dan pergerakan harga saham mengikuti pola acak (Rahman, 2010). Nurcanovic (2017) menjelaskan bahwa terdapat beberapa model pohon Binomial yang dapat digunakan sebagai penentuan harga opsi, khususnya Opsi Tipe Amerika di antaranya yaitu model yang paling terkenal dan sering digunakan yaitu *Cox-Ross-Rubinstein*(CRR), *Rendleman-Bartter*(RB), *Tian tree*, dan *Chang Palmer*(CP).

Peneliti Malek (2023) menjelaskan tentang metode *Black-Scholes* memiliki keterbatasan ketika diterapkan pada Opsi Tipe Amerika. Peneliti juga membahas berbagai alternatif atau modifikasi yang bisa dilakukan pada metode *Black-Scholes* agar lebih sesuai dengan karakteristik Opsi Tipe Amerika, seperti metode *Binomial Tree* yang lebih efektif digunakan. Hasil dari penelitian ini yaitu metode yang digunakan terbukti efisien, stabil, dan konvergen dengan baik pada solusi analitis metode *Black-Scholes*. Pendekatan ini lebih akurat dengan upaya komputasi minimal. Selain itu, metode ini juga dibandingkan dengan solusi lain dan akan diterapkan dalam metode yang lebih tinggi di penelitian selanjutnya.

Penelitian Chen & Joshi (2012) membahas mengenai penerapan *Tian Tree* dalam penentuan harga Opsi *Put* Tipe Amerika. Pada penelitian tersebut diimplementasikan dan dioptimalkan dari *Tian Tree*, khususnya dalam konteks penetapan harga Opsi *Put* Amerika dalam metode *Black-Scholes*. Hasil penelitian ini yaitu metode ini tidak hanya meningkatkan efisiensi tetapi juga mempertahankan, dan dalam beberapa kasus meningkatkan akurasi dalam penentuan harga Opsi *Put* Tipe Amerika.

Penelitian terkait juga dilakukan oleh Alfinnikmah (2020) yang menetapkan nilai Opsi Tipe Eropa menggunakan model *Tian Tree* dan *CRR Tree*. Peneliti membandingkan antara model *CRR Tree* dengan model *Tian Tree*. Hasil yang diperoleh dari perbandingan tersebut menunjukkan bahwa semakin besar iterasinya model *Tian Tree* semakin konvergen dibandingkan dengan model *CRR Tree*. Semakin banyak partisi yang diterapkan, semakin optimal model *Tian Tree*. Peneliti juga menyarankan pada penelitian selanjutnya model *Tian Tree* ini dapat dikembangkan pada opsi lain, seperti Opsi Tipe Amerika.

Berdasarkan hasil dari beberapa penelitian di atas, peneliti tertarik untuk menentukan nilai opsi *Put* dan *Call* menggunakan model *Tian Tree* menggunakan Opsi Tipe Amerika yang akan dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*, di mana pada penelitian sebelumnya khususnya pada penelitian (Alfinnikmah, 2020) dijelaskan bahwa model *Tian Tree* lebih baik dari model *CRR Tree* tentunya pada Opsi Tipe Amerika, karena opsi tersebut lebih kompleks dengan mempertimbangkan keputusan waktu yang diambil oleh pelaku sahamnya. Kemudian data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data saham Microsoft Corporation (MSFT). Peneliti menggunakan data tersebut karena perusahaan ini merupakan perusahaan yang menyediakan opsi saham di mana hal tersebut banyak diminati oleh para investor. Selain itu, perusahaan ini juga merupakan salah satu perusahaan teknologi terbesar di dunia, dengan kinerja keuangan yang menunjukkan pertumbuhan yang signifikan. Dalam laporan, disebutkan bahwa harga saham Microsoft mengalami pertumbuhan yang cepat dan perusahaan melaporkan total pendapatan yang kuat dan menarik perhatian investor. Sehingga dengan menggunakan data tersebut, diharapkan dapat membantu investor memahami dinamika harga opsi dan merancang strategi investasi yang lebih baik.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil perhitungan harga Opsi Tipe Amerika menggunakan metode Binomial *Tian Tree*?
2. Bagaimana hasil perbandingan harga Opsi Tipe Amerika menggunakan metode Binomial *Tian Tree* dengan nilai *Black-Scholes*?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menganalisis hasil perhitungan harga Opsi Tipe Amerika menggunakan metode Binomial Tian *Tree*.
2. Menganalisis keakuratan metode Binomial Tian *Tree* terhadap metode *Black-Scholes* dengan perhitungan harga Opsi Tipe Amerika.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Bagi Penulis

Menambah pengetahuan baru tentang bagaimana cara menganalisis penentuan harga Opsi Tipe Amerika menggunakan metode Binomial Tian *Tree*.

2. Bagi Mahasiswa

Sebagai tambahan wawasan atau referensi mengenai penentuan harga opsi menggunakan Tipe Amerika dengan metode Binomial Tian *Tree*.

3. Bagi Program Studi

Menjadikan bahan referensi pengembangan pembelajaran bagi jurusan matematika khususnya mata kuliah matematika keuangan terkait penentuan harga opsi dengan metode Binomial Tian *Tree* dalam Tipe Amerika.

4. Bagi Pelaku Pasar Saham

Sebagai pemahaman baru tentang metode Binomial Tian *Tree* dengan Opsi Tipe Amerika yang dapat digunakan oleh pelaku saham untuk

mempertimbangkan strategi alternatif dalam menghadapi berbagai kondisi pasar.

1.5 Batasan Masalah

Agar penelitian ini sesuai dengan tujuan dan menghindari masalah baru, maka diperlukan adanya batasan masalah yaitu:

1. *Risk-free rate* diperoleh dari rata-rata *return* saham.
2. Nilai volatilitas yang digunakan diperoleh dari data historis harga saham.
3. Tidak ada pembayaran dividen
4. Periode yang digunakan sebelum jatuh tempo yaitu berupa harian sebanyak 252 partisi.

1.6 Definisi Istilah

1. Opsi : Sebuah kontrak yang memberi hak kepada pemegang saham untuk membeli atau menjual sahamnya dengan harga dan waktu yang telah disepakati, namun tanpa kewajiban untuk melakukannya.
2. Opsi Tipe Amerika : Jenis opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja selama masa kontrak berlangsung, sesuai dengan kesepakatan
3. Opsi *Put* : Hak untuk menjual beberapa saham dengan harga yang telah ditentukan.

4. Opsi *Call* : Hak untuk membeli beberapa saham dengan harga yang telah ditentukan
5. Volatilitas : Fluktuasi atau perubahan harga saham dari waktu ke waktu.
6. Dividen : Pembayaran dividen yang diberikan oleh perusahaan kepada pemegang saham.
7. *Risk-free rate* : Tingkat pengembalian yang dianggap bebas risiko dan digunakan dalam investasi
8. *Holder* : Pembeli opsi
9. *Writer* : Pihak yang menerbitkan suatu kontrak opsi

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Saham dan *Return* saham

Menurut Darmadji & Fakhruddin (2012) saham merupakan bukti kepemilikan dalam suatu perusahaan yang berupa surat berharga. Dengan demikian, sebagian keuntungan dan modal yang didapat oleh perusahaan tersebut adalah milik pemegang saham. Selain itu saham juga dapat diartikan sebagai sebuah tanda bukti modal seseorang dalam suatu perusahaan atau dalam suatu perseroan terbatas (Abi, 2016). Sehingga dapat disimpulkan bahwa saham adalah bukti kepemilikan seseorang atau pihak terhadap suatu perusahaan, yang menunjukkan bahwa mereka memiliki bagian dari modal dan keuntungan perusahaan tersebut. Dengan memiliki saham, seseorang secara tidak langsung menjadi bagian dari suatu perusahaan atau perseroan terbatas.

Return adalah hasil dari sebuah investasi. Hal ini dapat berupa *return* yang belum terjadi tetapi diperkirakan akan terjadi di masa depan (yang diharapkan) atau *return* yang sudah terwujud (yang sudah terjadi). *Return* saham merupakan tingkat keuntungan yang didapatkan investor dari investasi saham mereka (Parawansa, dkk., 2021). Adapun perhitungan *return* saham

$$R_z = \ln \frac{S_z}{S_{z-1}} \quad (2.1)$$

dengan rata-rata

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^n R_z \quad (2.2)$$

di mana:

R_z : *Return* saham

$\bar{R}$: Rata-rata R_z

z : interval waktu pengamatan, dengan $z = 1, 2, \dots, n - 1$

S_z : Harga Saham pada waktu ke- z

n : Banyaknya data yang diteliti

2.1.2 Opsi

Menurut Martalena & Malinda (2011) opsi merupakan sebuah kontrak jual beli saham yang melibatkan pembeli opsi (*writer*) dan pemegang opsi (*holder*) yang meliPuti jangka waktu tertentu dan juga harga kesepakatan (*strike price*). Pemegang opsi memiliki hak untuk menjual opsinya ataupun tidak, sampai batas jatuh temponya berakhir. Menurut Tandelilin (2017) opsi adalah hak untuk melakukan suatu pembelian atau penjualan sejumlah saham tertentu dengan waktu dan jumlah yang sudah ditentukan dan disepakati sebelumnya. Pemegang opsi memiliki fleksibilitas untuk memberi keputusan apakah akan digunakan hak tersebut atau tidak sebelum waktu jatuh tempo berakhir. Secara keseluruhan, opsi memberikan kesempatan bagi investor untuk mengelola risiko dan mengambil keuntungan dari pergerakan harga saham tanpa harus langsung membeli atau menjual saham tersebut.

Jenis opsi yang sering digunakan yaitu Opsi *Vanilla*, di mana dalam opsi tersebut terdapat dua tipe yaitu opsi tipe Eropa dan opsi tipe Amerika, di mana opsi tipe Eropa ini dapat di eksekusi pada waktu jatuh tempo saja sedangkan opsi tipe Amerika bisa dieksekusi kapan saja sampai waktu jatuh tempo, opsi ini juga sering digunakan karena perhitungan opsinya lebih sederhana dibandingkan opsi Eksotik yang lebih fleksibel, contohnya opsi tipe Asia atau opsi tipe *Barrier*(Resnianty dkk., 2016). Opsi tipe Asia yaitu jenis opsi yang nilai pembayarannya bergantung pada rata-rata harga saham selama opsi berlaku, sedangkan opsi tipe *Barrier* yaitu jenis opsi yang Nilai pembayarannya bergantung pada apakah harga saham menyentuh atau melewati batas tertentu selama periode yang ditentukan. Opsi *vanilla* lebih mudah dipahami dan lebih sederhana sedangkan opsi Eksotik lebih Fleksibilitas meskipun lebih kompleks dan berisiko (Hull, 2012).

Opsi dibedakan menjadi 2 yaitu opsi *Put* dan opsi *Call*. Opsi *Call* adalah hak yang dimiliki oleh pemegang saham untuk membeli beberapa saham dari penjual opsi dengan harga yang telah disepakati dan pada tanggal yang ditentukan. Sedangkan, opsi *Put* adalah hak yang dimiliki oleh pemegang saham untuk menjual beberapa saham dari penjual opsi pada tenggat dan dengan harga yang telah disepakati(Chen & Joshi, 2012).

Pada saat $t = T$, pemegang opsi *Call* tipe Eropa akan memeriksa Harga saat ini(S_T) dari saham. Pemegang opsi akan mengeksekusi opsi *Call* jika harga saham saat ini lebih tinggi dari harga kesepakatan ($S_T > K$), maka pemegang opsi dapat segera menjual saham dengan harga S_T dan mendapatkan keuntungan sebesar $S_T - K$ per saham. Dalam situasi ini, nilai opsi dapat dinyatakan dengan

$V = S_T - K$. Sebaliknya, jika harga saham lebih rendah dari harga kesepakatan ($S_T < K$), maka pemegang opsi tidak akan mengeksekusi opsi *Call*, karena harga saham dapat dibeli lebih murah dari harga saham di pasar, sehingga nilai opsinya yaitu $V = 0$. Oleh karena itu, *payoff* dari opsi *Call* pada saat jatuh tempo adalah (Seydel, 2009):

$$V_c(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & \text{pada saat } S_T > K \text{ (opsi dieksekusi)} \\ 0, & \text{pada saat } S_T \leq K \text{ (opsi tidak dieksekusi)} \end{cases} \quad (2.3)$$

atau

$$V_c(S_T, T) = \max(S_T - K, 0) \quad (2.4)$$

di mana:

V_c : Nilai *payoff* opsi *Call*

S_T : Harga saham saat ini

K : Harga kesepakatan

sedangkan untuk *payoff* nilai opsi *Put* adalah:

$$V_p(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & \text{pada saat } S_T < K \text{ (opsi dieksekusi)} \\ 0, & \text{pada saat } S_T \geq K \text{ (opsi tidak dieksekusi)} \end{cases} \quad (2.5)$$

atau

$$V_p(S_T, T) = \max(K - S_T, 0) \quad (2.6)$$

di mana

V_p : Nilai *payoff* opsi *Put*

Beberapa faktor yang dapat memengaruhi opsi, di antaranya yaitu (Hull, 2012):

1. Harga saham

Harga saham merupakan nilai yang ditentukan untuk satu nilai saham dari suatu perusahaan.

2. Harga kesepakatan

Harga kesepakatan (*Strike price*) merupakan harga yang ditentukan dalam sebuah opsi, di mana pada waktu jatuh tempo, pemegang opsi memiliki hak untuk membeli atau menjual sahamnya.

3. Waktu jatuh tempo

Waktu atau tanggal yang sudah ditentukan dalam kontrak opsi. Tanggal tersebut merupakan batas waktu yang dimiliki oleh pemegang opsi untuk mengeksekusi opsi tersebut atau tidak.

4. *Risk-free rate*

Ketika *risk-free rate* naik, investor mengharapkan pengembalian yang lebih tinggi dari saham. Ini mengakibatkan harga opsi *Call* meningkat, sedangkan opsi *Put* menurun.

5. Volatilitas harga saham

Volatilitas yaitu fluktuasi atau perubahan harga saham dari waktu ke waktu. Jika faktor lainnya diperkirakan konstan, maka semakin tinggi volatilitas harga saham, semakin tinggi pula harga opsi. Hal ini terjadi karena volatilitas mempengaruhi kemungkinan perubahan harga saham menjadi lebih besar.

Volatilitas dapat dihitung dengan standar deviasi. Standar deviasi dari harga saham adalah (Hull, 2012):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{z=1}^n (R_z - \bar{R}_z)^2} \quad (2.7)$$

Rumus untuk menghitung volatilitas harga saham adalah:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (2.8)$$

dengan τ merupakan asumsi banyak hari perdagangan harga saham dalam satu tahun yaitu 252 hari, sehingga diperoleh

$$\tau = \frac{1}{252} \quad (2.9)$$

di mana:

- s : Standar deviasi
- τ : Panjang interval waktu,
- n : Banyaknya data yang diteliti

6. Dividen

Dividen adalah jumlah keuntungan yang diberikan oleh penerbit efek kepada pemegang sahamnya (Halim, 2015).

2.1.3 Opsi Tipe Amerika

Menurut Privault (2022) opsi tipe Amerika adalah jenis opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja selama masa kontrak berlangsung, sesuai dengan kesepakatan antar pihak. Pemegang opsi memiliki kebebasan untuk mengeksekusi opsi kapan saja hingga tanggal kedaluwarsa. Seperti halnya opsi tipe Eropa, opsi tipe Amerika juga melibatkan kemungkinan untung rugi bagi investor. Adapun fungsi *payoff* untuk opsi *Call* dan *Put* Amerika untuk setiap $t \leq T$, untuk opsi *Call*,

$$V_c(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K \\ 0 \end{cases}$$

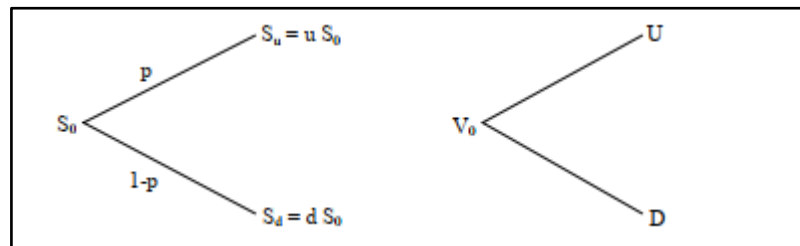
dan untuk opsi *Put*,

$$V_p(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T \\ 0 \end{cases}$$

Dalam hal ini, persamaan (2.4) dan persamaan (2.6) juga berlaku untuk opsi tipe Amerika (Seydel, 2009).

2.1.4 Metode Binomial Tree

Pergerakan harga saham dapat dimodelkan secara diskrit menggunakan metode binomial, yang merepresentasikan perubahan harga dalam bentuk pohon keputusan dengan kemungkinan naik atau turun pada setiap interval waktu. Misalkan harga saham pada waktu $t = 0$ saat opsi dibuat adalah S_0 . Pada waktu $t = T$, harga saham bisa naik menjadi S_u dengan kemungkinan p , atau turun menjadi S_d dengan kemungkinan $1 - p$. Oleh karena itu, nilai opsi pada waktu $t = 0$ adalah V_0 dan pada waktu $t = T$ harga akan naik menjadi U atau turun menjadi D (Hull, 2003), seperti gambar berikut



Gambar 2.1 Grafik Perubahan Harga Saham dan Nilai Opsi (Aziz, 2009)

Pemodelan matematika bertujuan untuk mempermudah pemahaman terhadap kondisi saat ini serta memperkirakan keadaan di masa yang akan datang. Oleh karena itu, agar model binomial dapat bekerja lebih optimal, model tersebut harus mencerminkan kondisi dunia nyata. Tantangan utama yang dihadapi adalah

menentukan nilai p , u , dan d sedemikian rupa sehingga model binomial semakin mendekati realitas (Aziz, 2009).

Kemudian langkah yang diambil menggunakan proses diskritisasi, di mana waktu kontinu t diubah menjadi waktu diskrit, dan menggantinya dengan waktu yang sama lamanya atau bisa dikatakan dengan t_i . Adapun notasi yang digunakan yaitu (Hull, 2003):

$$\Delta t = \frac{T}{M} \quad (2.10)$$

$$t_i = i \cdot \Delta t \quad (2.11)$$

dengan $i = 0, 1, \dots, M$

$$S_i = S(t_i) \quad (2.12)$$

di mana:

t_i : Waktu ke- i

T : Waktu jatuh tempo

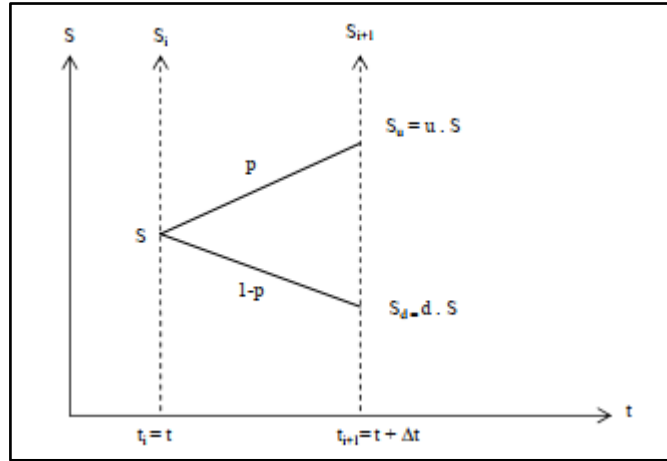
M : Jumlah partisi

Δt : Jarak waktu

S_0 : Harga saham awal

S_i : Harga saham pada saat ke- i

Selanjutnya pada bidang (S, t) digambarkan dengan garis-garis lurus sejajar yang berjarak Δt . Nilai kontinu S sepanjang garis pada $t = t_i$ diganti dengan nilai diskrit S_{ij} untuk setiap i dan j yang sesuai, seperti gambar berikut:



Gambar 2.2 Prinsip Metode Binomial(Aziz, 2009)

Pada gambar 2.2 ditunjukkan sebuah hubungan *grid* dengan perubahan dari t ke $t + \Delta t$, atau dari t_i ke t_{i+1} .

Menurut Figlewski, dkk., (1990), asumsi-asumsi yang digunakan dalam metode ini yaitu:

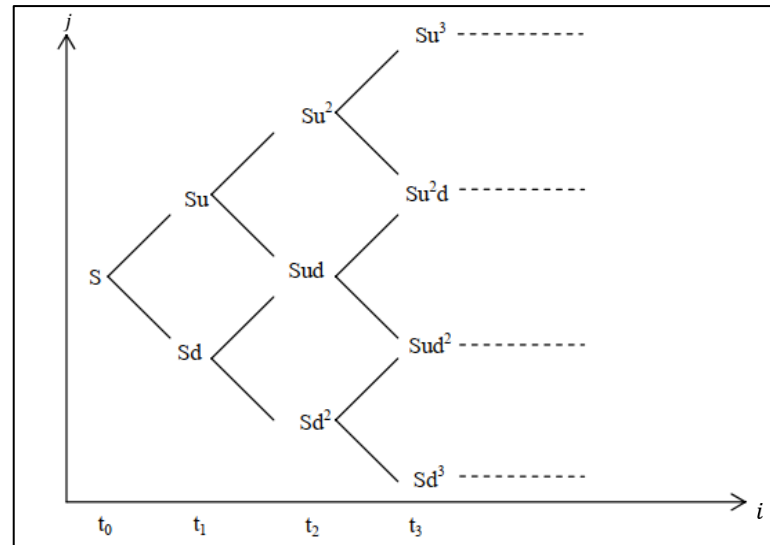
1. Harga S adalah harga saham awal, selama setiap waktu Δt hanya dapat berubah dalam dua kemungkinan yaitu naik menjadi S_u atau turun menjadi S_d dengan $0 < d < u$. Di sini u dan d masing-masing merupakan faktor perubahan naik dan turun yang konstan untuk setiap Δt .
2. Peluang perubahan naik adalah p dan peluang perubahan turun adalah $1 - p$.
3. Ekspektasi harga saham secara acak kontinu dengan *risk-free rate* (r) dari S_i pada waktu t_i menjadi S_{i+1} pada waktu t_{i+1} adalah

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t} \quad (2.13)$$

4. Tidak ada pembayaran dividen selama periode waktu tersebut. Jika ada pembayaran dividen (g), maka persamaan (2.13) menjadi

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{(r-g)\Delta t} \quad (2.14)$$

Model Binomial bisa membangun skema (*tree*) untuk fluktuasi harga saham secara diskrit. Berikut ilustrasi skema untuk fluktuasi harga saham:



Gambar 2.3 Skema Fluktuasi Harga Saham Secara Binomial

Pada gambar 2.3 diasumsikan bahwa harga saham pada saat $t = t_0$ adalah $S_0 = S_{00} = S$ dan ketika harga saham $t = t_1$ adalah $S_{01} = S_d$, dan $S_{11} = S_u$. Sehingga, secara umum harga saham pada saat $t = t_i$ terdapat $i + 1$, yang dinyatakan dengan rumus umum(Hull, 2003):

$$S_{ji} = S_0 u^j d^{i-j} \quad (2.15)$$

di mana

$$j : 0, 1, 2, \dots, i$$

Persamaan umum (2.15) adalah persamaan yang tidak rekursif, artinya perhitungan yang memerlukan waktu yang relatif lama, sehingga perlu adanya bentuk rekursif yang diperoleh dengan bantuan pada persamaan (2.13), karena tidak adanya pembayaran dividen selama periode waktu tersebut, maka persamaan yang digunakan yaitu(Hull, 2003),

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t} \quad (2.16)$$

dan,

$$\begin{aligned}
 S_{ji} &= E(S_{j,i+1}) \\
 &= pS_{ji}u + (1-p)S_{ji}d \\
 &= pS_{j+1,i+1} + (1-p)S_{j,i+1}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

sehingga terbentuk rekursif nilai opsi adalah,

$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= e^{-r\Delta t} E(V_{j,i+1}) \\
 &= e^{-r\Delta t} E(V_{ji}e^{r\Delta t}) \\
 &= e^{-r\Delta t} E(V_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1})
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Pada Opsi Tipe Amerika, opsi ini dapat mengeksekusinya sebelum jatuh tempo, $t < T$, Oleh karena itu, perlu adanya perhitungan nilai opsi pada setiap titik waktu t_i di mana $i = M - 1, M - 2, \dots, 0$, karena ada kemungkinan bahwa nilai opsi pada waktu-waktu tersebut lebih baik dibandingkan nilai opsi pada saat jatuh tempo (Hull, 2003). Untuk penentuan nilai *Call* dan *Put* opsi tipe Amerika dapat dilakukan:

untuk nilai *Call* opsi tipe Amerika (Hull, 2003),

$$V_c = \max(S_{jM} - K, 0) \tag{2.19}$$

dan

$$V_c = \max \left\{ \max(S_{ji} - K, 0), e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \right\} \tag{2.20}$$

dan untuk nilai *Put* opsi tipe Amerika,

$$V_p = \max(K - S_{jM}, 0) \tag{2.21}$$

dan

$$V_p = \max \left\{ \max(K - S_{ji}, 0), e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \right\} \tag{2.22}$$

Backward induction yang terjadi pada persamaan (2.20) dan (2.22) merupakan metode perhitungan harga derivatif dengan memulai dari akhir waktu

(jatuh tempo) dan bekerja mundur ke waktu awal. Di setiap titik, nilai opsi dihitung sebagai maksimum antara *payoff* saat itu dan nilai ekspektasi diskonto jika opsi ditahan. Metode ini penting terutama untuk opsi tipe Amerika yang bisa dieksekusi kapan saja (Hull, 2003).

Pada penerapannya, pembangunan pohon binomial untuk merepresentasikan pergerakan harga saham memerlukan pemilihan parameter u dan d agar sesuai dengan volatilitas harga saham. Misalkan *risk-free rate* adalah r dan volatilitasnya adalah σ . Pergerakan harga saham selama langkah pertama dalam pohon binomial diasumsikan terjadi dalam interval waktu sepanjang Δt . Pada langkah ini, harga saham dapat meningkat secara proporsional sebesar u atau menurun sebesar d . Probabilitas terjadinya kenaikan harga saham diasumsikan sebesar p (Hull, 2003).

Harga saham yang diharapkan pada akhir langkah pertama adalah $S_i e^{r\Delta t}$. Di sini S_i merupakan suatu nilai sebarang untuk t_i yang secara acak berubah menjadi S_{i+1} . Sehingga pada persamaan (2.16) dan (2.17) memberikan (Hull, 2003)

$$e^{r\Delta t} = pu + (1 - p)d \quad (2.23)$$

Ini merupakan persamaan pertama yang diperlukan untuk menentukan u, d, p . Selanjutnya dengan menyelesaikan persamaan (2.18) terhadap p , nilai p dapat diperoleh

$$e^{r\Delta t} = pu + (1 - p)d \quad (2.24)$$

atau

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (2.25)$$

Selanjutnya volatilitas dari harga saham didefinisikan sedemikian rupa sehingga $\sigma\sqrt{\Delta t}$ merupakan standar deviasi dari *return* harga saham dalam periode waktu singkat sepanjang Δt . Secara ekuivalen, variansi *return* dinyatakan sebagai $\sigma^2\sqrt{\Delta t}$. Variansi dapat dihitung dengan rumus berikut (Hull, 2003)

$$pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 \quad (2.26)$$

Untuk menyesuaikan nilai volatilitas saham dengan struktur parameter dalam pohon. Persamaan berikut harus dipenuhi,

$$pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 = \sigma^2 \Delta t \quad (2.27)$$

dengan menyubstitusikan persamaan (2.26) dan (2.27), diperoleh

$$e^{r\Delta t}(u+d) - ud - e^{2r\Delta t} = \sigma^2 \Delta t \quad (2.28)$$

Jika suku-suku dalam orde Δt^2 dan lebih tinggi diabaikan, maka salah satu solusi dari persamaan ini diberikan oleh

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (2.29)$$

Nilai-nilai dari parameter-parameter pada persamaan (2.25) dan persamaan (2.29) diperkenalkan oleh Cox, Ross, dan Rubinstein yang dikenal dengan *Binomial Tree* atau *Binomial CRR Tree*.

2.1.5 Metode Binomial Tian Tree

Metode *Tian Tree* merupakan metode yang diperkenalkan oleh Tian (1993) sebagai modifikasi dari metode *CRR Tree*, yaitu dengan dilakukannya pendekatan yang menghasilkan versi modifikasi dari metode CRR asli. Pada pendekatan ini, Tian menyusun kembali parameter u , d , dan p dalam model CRR sehingga diperoleh parameter baru yang berbeda, yaitu:

$$p = \frac{X-d}{u-d}, q = 1-p = \frac{u-X}{u-d} \quad (2.30)$$

$$u = \frac{XY}{2} \left[(Y+1) + \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \quad (2.31)$$

$$d = \frac{XY}{2} \left[(Y+1) - \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \quad (2.32)$$

atau

$$ud = (XY^2) \quad (2.33)$$

dengan,

$$X = e^{r\Delta t} \quad (2.34)$$

$$Y = e^{\sigma^2 \Delta t} \quad (2.35)$$

2.1.6 Metode *Black-Scholes* Opsi Tipe Amerika

Pada tahun 1973, Fisher Black dan Myron Scholes mengembangkan model analitik yang dikenal sebagai metode *Black-Scholes* untuk menentukan harga opsi. Metode ini menjadi standar dalam penilaian harga opsi di industri keuangan. Namun, untuk opsi tipe Amerika, yang dapat dieksekusi sebelum jatuh tempo, pendekatan yang lebih fleksibel dan efisien terus dikembangkan. Salah satu upaya yang dilakukan adalah mencari solusi analitik yang lebih sederhana dan mudah diterapkan dalam perhitungan harga opsi. Dengan metode yang lebih praktis, proses penetapan harga dapat dilakukan lebih cepat tanpa mengurangi keakuratan hasilnya (Alghalith, 2018). Pendekatan analitik dalam penetapan harga opsi tipe Amerika yang dikembangkan oleh Alghalith (2018), dengan persamaan

sebagai berikut dengan menggunakan asumsi dari model *Black-Scholes*.
Dinamika harga aset berisiko di bawah netral risiko diberikan oleh,

$$dS(u) = S(u)(rdu + \sigma dW(u)), \quad 0 \leq u < T \quad (2.36)$$

di mana:

r : *Risk-free rate*.

σ : Volatilitas.

$W(u)$: Gerak *brown*.

Proses keuntungan dari penjual opsi memenuhi persamaan stokastik berikut,

$$dX(u) = [rX(u) - c(u)]du + \pi(u)\sigma dW(u) \quad (2.37)$$

dengan $c(u) \geq 0$ sebagai tingkat keuntungan tambahan. Keuntungan ini menunjukkan potensi yang dimiliki penjual opsi ketika pembeli tidak mengeksekusi opsi tepat waktu, sehingga penjual memperoleh keuntungan tambahan. Dari persamaan tersebut dapat ditulis bahwa, $X(u) \geq P(u)$ dan $X(u) = P(u) + c(u)$, di mana $P(u)$ adalah harga opsi *Call* tipe Amerika (Alghalith, 2018).

Proses perubahan harga opsi dapat dinyatakan melalui model stokastik sebagai berikut,

$$dP(u, S(u)) = \left[P_u + rSP_s + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 P_{ss} \right] du + \sigma SP_s dW(u) \quad (2.38)$$

Berdasarkan asumsi model Black-Scholes, maka,

$$P(t) + rSP_s + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 P_{ss} = rX - c = r(P + c) - c \quad (2.39)$$

Sehingga, persamaan PDE Black-Scholes yang telah dimodifikasi menjadi,

$$P_t + r(SP_s - P) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 P_{ss} + (1-r)c = 0 \quad (2.40)$$

di mana s adalah harga aset saat ini (pada waktu 0).

Karena dalam konteks opsi *Put* Amerika, pendorong utama untuk eksekusi dini adalah tingkat suku bunga (r) karena memberikan pendapatan bunga tambahan bagi pemegang opsi c disetarakan dengan pendapatan bunga maksimum yang diperoleh penjual opsi jika pemegang tidak mengeksekusi tepat waktu, yaitu

$$c_m = (e^{rT} - 1)P \quad (2.41)$$

Sehingga, $c \in [0, c_m]$. Mengikuti pendekatan dalam literatur pada PDE dengan rata-ratanya,

$$c = \frac{(e^{rT} - 1)P}{2} \quad (2.42)$$

Substitusi persamaan (2.42) ke dalam (2.40) sehingga menghasilkan,

$$P_t + r(sP_s - P) + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 P_{ss} + \frac{1}{2}(e^{rT} - 1)(1 - r)P = 0 \quad (2.43)$$

Atau disederhanakan menjadi

$$P_t + rsP_s + \frac{1}{2}\sigma^2 s^2 P_{ss} - \beta P = 0, \quad P(T, S(T)) = g(s) \quad (2.44)$$

dengan

$$\beta = r - 0.5(e^{rT} - 1)(1 - r) \quad (2.45)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (2.44) dilakukan transformasi terhadap fungsi $P(t, S)$ menjadi $\tilde{P}(t, S)$ melalui substitusi,

$$P(t, S) = \exp[\phi(t)] \times \tilde{P}(t, S) \quad (2.46)$$

Hal ini bertujuan untuk mengubah struktur PDE sedemikian rupa agar $-\beta P$ dapat terserap pada fungsi eksponensial. Selanjutnya, dilakukan turunan terhadap $P(t, S)$ yang diperoleh sebagai berikut,

$$P_t = \phi(t) \exp[\phi(t)] \tilde{P}_t \quad (2.47)$$

Kemudian semua komponen tersebut di substitusikan kembali ke dalam persamaan (2.44) sehingga diperoleh,

$$\phi'(t) \exp[\phi] \tilde{P} + \exp[\phi] \tilde{P}_t + rS \exp[\phi] \tilde{P}_s + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \exp[\phi] \tilde{P}_{ss} - \beta \exp[\phi] \tilde{P} = 0 \quad (2.48)$$

Langkah berikutnya adalah menyederhanakan persamaan tersebut dengan membagi seluruh suku dengan $\exp[\phi(t)]$, sehingga diperoleh.

$$\tilde{P}_t + rS \tilde{P}_s + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \tilde{P}_{ss} + (\phi'(t) - \beta) \tilde{P} = 0 \quad (2.49)$$

Untuk menyederhanakan bentuk PDE ini, maka dipilih fungsi $\phi(t)$ sedemikian rupa sehingga diperoleh turunan dari $\phi(t)$ yaitu,

$$\phi'(t) = r - \beta \quad (2.50)$$

dengan solusi,

$$\phi(t) = (r - \beta)t + C \quad (2.51)$$

di mana C merupakan konstanta. Agar fungsi $\phi(t)$ sesuai dengan nilai konsumsi rata-rata yang telah dihitung sebelumnya, maka pada waktu jatuh tempo (T), nilai $\phi(T)$ didefinisikan sebagai,

$$\phi(T) = \frac{1}{2} (\exp[rT] - 1)(1 - r)T + C \quad (2.52)$$

Sehingga diperoleh

$$C = \phi(T) - (r - \beta)T \quad (2.53)$$

Dengan demikian, fungsi eksponensial transformasi lengkap dapat digunakan untuk menulis kembali solusi fungsi harga opsi $P(S, t)$ sebagai,

$$P(S, t) = \exp[r - \beta] \times \tilde{P}(S, t) \quad (2.54)$$

fungsi $\tilde{P}(S, t)$ menjadi identik dengan bentuk *Black-Scholes* standar, yaitu

$$\tilde{P}_t + rS\tilde{P}_S + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \tilde{P}_{SS} - r\tilde{P} = 0 \quad (2.55)$$

Solusi ini merupakan solusi *Black-Scholes* opsi tipe Eropa, yang dinotasikan sebagai,

$$\tilde{P}(S, t) = P_{BS}(S, t) \quad (2.56)$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.56) ke dalam persamaan (2.54), sehingga diperoleh

$$P(S, t) = \exp[r - \beta] \times P_{BS}(S, t) \quad (2.57)$$

Perhatikan bahwa,

$$r - \beta = \frac{1}{2}(\exp[rT] - 1)(1 - r) \quad (2.58)$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} (r - \beta)T &= \frac{1}{2}(\exp[rT] - 1)(1 - r)T \\ &\approx 0,5(\exp[rT] - 1)(1 - r)T \end{aligned} \quad (2.59)$$

Bentuk solusi umum dari PDE *Black-Scholes* yang diperoleh untuk persamaan harga opsi *Call* tipe Amerika yaitu,

$$P_c = \left[0,5(\exp[rT] - 1)(1 - r)T \right] \left[S_{ji}N(d_1) - e^{-rT}KN(d_2) \right] \quad (2.60)$$

dan untuk persamaan harga opsi *Put* tipe Amerika

$$P_p = \left[0,5(\exp[rT] - 1)(1 - r)T \right] \left[e^{-rT}KN(-d_2) - S_{ji}N(-d_1) \right] \quad (2.61)$$

dengan

$$d_1 = \frac{(\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

di mana:

P_p : *Black-Scholes* opsi *Put*

P_c : *Black-Scholes* opsi *Call*

$N(d_1)$: Fungsi distribusi normal baku kumulatif d_1

$N(d_2)$: Fungsi distribusi normal baku kumulatif d_2

Dalam konteks model *Black-Scholes* (Hull, 2003), fungsi distribusi normal kumulatif $N(d_1)$ dan $N(d_2)$ digunakan dalam perhitungan nilai opsi *Call*, sedangkan $N(-d_1)$ dan $N(-d_2)$ digunakan dalam perhitungan nilai opsi *Put*.

2.1.7 Distribusi Normal

Salah satu jenis peubah acak yang paling penting adalah ketika X merupakan peubah acak kontinu yang memiliki fungsi kepadatan tertentu (Higham, 2004),

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\mu}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.62)$$

Maka X memiliki distribusi normal standar, dan dinotasikan dengan $X \sim N(0,1)$, dimana N adalah normal, dengan nilai rata-rata 0, dan variansi 1. Sehingga, X memiliki nilai harapan $E(X) = 0$ dan nilai variansi $var(X) = 1$. Secara lebih umum, peubah acak $N(\mu, \sigma^2)$ disimbolkan dengan fungsi kepadatan,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\mu\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.63)$$

di mana:

μ : Rata-rata

σ^2 : Variansi

2.1.8 Galat

Galat atau *error* adalah perbedaan yang terjadi antara nilai yang dihasilkan oleh metode numerik dengan nilai sebenarnya (Ermawatii , PujiRahayui, 2017). Perbedaan numerik antara nilai pendekatan dengan nilai sesungguhnya yang dihasilkan dari pengukuran atau perhitungan disebut dengan kesalahan mutlak dari pengukuran, suatu angka, atau perhitungan, sehingga perhitungannya menggunakan tanda mutlak(Maharini & Suprpto, 2018),

$$|\varepsilon| = |P_{bs} - V_{cp}| \quad (2.64)$$

kemudian galat relatif (ε_R) didefinisikan dengan,

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{P_{bs}} \quad (2.65)$$

di mana:

ε : Galat

P_{bs} : Harga Opsi *Black-Scholes*

V_{cp} : Harga Opsi Binomial Tian *Tree*

Sedangkan persentase dari galat relatif dihitung dari persamaan (2.65) yang dinotasikan dalam bentuk,

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{P_{bs}} 100\% \quad (2.66)$$

Terdapat beberapa ukuran atau nilai yang dapat dijadikan salah satu pertimbangan keakuratan suatu model. Secara umum, semakin kecil nilai *error*

maka semakin baik suatu model. Salah satu perhitungan yang dapat digunakan untuk mengevaluasi kesalahan adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE adalah salah satu ukuran kesalahan (*error*) yang paling sering digunakan. MAPE mengukur selisih antara nilai aktual dan hasil perkiraan. Salah satu keunggulan MAPE adalah penyajiannya dalam bentuk persentase, sehingga memudahkan perbandingan antara berbagai model perkiraan dengan model lainnya. Adapun persamaan untuk menentukan nilai MAPE yaitu sebagai berikut(Khoiri, 2023),

$$MAPE = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_R \right) \times 100 \quad (2.67)$$

di mana:

ε_R : Galat relatif

M : Jumlah partisi yang digunakan

Interpretasi hasil peramalan berdasarkan pada nilai MAPE dijelaskan pada Tabel berikut(Khairina dkk., 2019)

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai MAPE

Nilai MAPE (%)	Akurasi Prediksi
$MAPE \leq 10\%$	Tinggi
$10\% < MAPE \leq 20\%$	Baik
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Cukup
$MAPE > 50$	Rendah

2.2 Prinsip bertransaksi dalam Islam

Pada sebuah transaksi Allah memerintahkan untuk mencatat setiap transaksi secara tertulis dan melibatkan saksi, sehingga semua pihak terlindungi dan tidak

terjadi perselisihan di kemudian hari. Prinsip ini merupakan salah satu dari prinsip muamalah (Habibullah, 2018). Muamalah sendiri menurut Munib (2018) adalah perintah-perintah Allah SWT yang mengatur interaksi antar manusia dalam usaha mereka memenuhi kebutuhan jasmani dengan cara yang baik. Perintah ini sejalan dengan adanya prinsip muamalah yang mengedepankan keadilan dan kejujuran dalam setiap transaksi. Selain itu, hal ini juga tercantum di dalam QS. Al-Baqarah (2:282) yang berbunyi (Kementerian Agama, 2017):

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا إِذَا تَدَايَنْتُمْ بِدَيْنٍ إِلَىٰ أَجَلٍ مُّسَمًّى فَاكْتُبُوهُ وَلْيَكْتُب بَيْنَكُمْ كَاتِبٌ بِالْعَدْلِ وَلَا يَأْبَ كَاتِبٌ أَنْ يَكْتُبَ كَمَا عَلَّمَهُ اللَّهُ فَلْيَكْتُبْ وَلْيُمْلِلِ الَّذِي عَلَيْهِ الْحَقُّ وَلْيَتَّقِ اللَّهَ رَبَّهُ ۖ وَلَا يَبْخَسَ مِنْهُ شَيْئًا

Artinya:

“Hai orang-orang yang beriman, apabila kamu bermuamalah tidak secara tunai untuk waktu yang ditentukan, hendaklah kamu menuliskannya. Hendaklah seorang penulis di antara kamu menuliskannya dengan benar. Janganlah penulis enggan menuliskannya sebagaimana Allah mengajarkannya. Hendaklah ia menulis. Hendaklah orang yang berhutang itu mengimlakan (apa yang akan ditulis itu), dan hendaklah ia bertakwa kepada Allah, Tuhannya. Janganlah ia mengurangi sedikitpun dari hutangnya”

Tafsir ayat ini menjelaskan bagaimana transaksi dilakukan antar manusia, melalui transaksi jual beli yang tidak dibayar secara tunai dengan menjaga aset tidak hilang. Selain itu, ayat ini juga memberikan aturan dalam transaksi antar individu, menjelaskan bagaimana cara melindungi dan mempertahankan hak, cara melakukan transaksi perdagangan, dan cara mengembangkan aset (Az - Zuhaili, 2013).

Pada Tafsir Munir, dijelaskan bahwa jika menjalankan transaksi tidak tunai, baik itu dalam bentuk penjualan atau pembelian, akad *salam* (pesanan), ataupun perjanjian utang-piutang, disarankan membuat surat bukti transaksi. Surat ini harus

mencantumkan tempo pelunasan yang jelas, seperti hitungan hari, bulan, atau tahun, agar tidak terjadi ketidakjelasan, misalnya "sampai waktu panen." dengan adanya bukti tertulis, kesepakatan menjadi lebih kuat dan perselisihan di kemudian hari dapat dihindari (Az-Zuhaili, 2013). Penjelasan dari tafsir tersebut selalu diperjuangkan dalam sistem muamalah dengan tujuan menghindari unsur *gharar* antara kedua belah pihak, dengan adanya kejelasan transaksi dan lainnya (Habibullah, 2018). Sistem ini juga termasuk ke dalam prinsip muamalah, adapun beberapa prinsip muamalah yang telah diatur dalam hukum Islam, yang dirangkum dalam prinsip dasar *fiqh* muamalah (Bariroh, 2021):

1. Hukum dasar bermuamalah adalah boleh

Prinsip ini telah disepakati oleh para ulama serta diberi kebebasan untuk mengembangkan transaksi yang dilakukan dalam berbagai model dan perjanjian di dalam muamalah, dengan syarat tetap mematuhi aturan *syara'*. Kebebasan ini dilakukan tanpa adanya ketidakadilan, unsur riba, atau tindakan yang dapat merugikan pihak yang terlibat dalam transaksi.

2. Hukum dasar dalam syarat-syarat muamalah adalah halal

Terdapat dua syarat yang ada dalam bermuamalah, yaitu syarat khusus dan syarat umum. Syarat umum yaitu ketentuan yang sudah ditentukan para ahli fikih berdasarkan Al-Qur'an dan *hadist*. Sedangkan, syarat khusus yaitu ketentuan yang dirancang sendiri antara pihak yang terkait dalam transaksi, di mana syarat ini bersifat mengikat bagi keduanya. Prinsip ini dapat memberikan keluasaan untuk mengembangkan ketentuan sendiri namun tidak boleh menyebabkan salah satu pihak mengalami kerugian dalam transaksi.

3. Larangan zalim

Zalim artinya berbuat tidak adil, yaitu menempatkan sesuatu tidak pada tempatnya. Dalam muamalah, zalim berarti melakukan tindakan yang tidak pantas atau tidak sesuai dalam berinteraksi dengan orang lain, terutama dalam hal jual beli atau urusan harta.

4. Larangan melakukan *gharar*

Gharar dalam konteks ini merupakan sebuah larangan ketidakjelasan dalam melakukan transaksi, sehingga hal itu dapat menimbulkan penipuan atau perselisihan di antara pihak yang bersangkutan dalam transaksi. Oleh karena itu, diperlukan adanya *gharar* untuk melindungi para pihak tersebut.

5. Larangan riba

Riba merupakan suatu tambahan atau kelebihan yang diambil secara berlebihan atau zalim. Sedangkan dalam Islam riba merupakan suatu yang diharamkan dalam konsep jual beli. Sehingga perlu adanya larangan riba dalam bermuamalah.

6. Larangan *maysir*

Maysir atau spekulasi adalah tindakan yang sama sekali tidak menggunakan dasar apa pun.

7. Prinsip jujur dan dapat dipercaya

Prinsip ini sangat penting untuk digunakan menjadi landasan bagi para pelaku bisnis dan juga dalam bertransaksi, agar pelaku dalam hal ini bisa mendapatkan keuntungan baik keuntungan ukhrawi ataupun keuntungan duniawi juga.

8. Prinsip *sad az-zar`ah*

Prinsip ini dijadikan dasar untuk muamalah dalam berbagai sarana ataupun perantara dalam bertransaksi di mana hal itu dapat menimbulkan kerusakan atau *kemudharatan* dalam transaksi.

2.3 Kajian Topik Dengan Teori Pendukung

Penelitian yang diambil sebagai pendukung dari penelitian sebelumnya mengenai topik yang akan di teliti yaitu Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial Tian *Tree* yang kemudian akan dibandingkan dengan Metode *Black Scholes*. Pada penelitian Alfinnikmah, (2020) membahas tentang penerapan Metode Tian *Tree* yang digunakan untuk menentukan nilai opsi *vanilla Call* dan *Put* tipe Eropa, kemudian dibandingkan dengan metode lain, yaitu metode CRR *Tree*. Hasil yang diperoleh dari perbandingan tersebut menunjukkan bahwa semakin besar iterasinya metode Tian *Tree* semakin konvergen dibandingkan dengan metode CRR *Tree*. Semakin banyak partisi yang diterapkan, semakin optimal metode Tian *Tree*. Hal ini diperkuat dengan hasil yang diperoleh dari nilai opsi *Put* metode Tian *Tree* pada iterasi ke-200 dan ke-250 sebesar 4,3421 dan 4,3392 dengan nilai *error* sebesar 0,0015 dan 0,0014. Kemudian nilai opsi *put* dengan metode CRR *Tree* pada iterasi yang sama diperoleh 4,3422 dan 4,3391 dengan nilai *error* 0,0016 dan 0,0015, dari kedua metode tersebut dapat dilihat bahwa metode Tian *Tree* cenderung memiliki nilai *error* yang lebih kecil dari metode CRR *Tree*. Selain itu, grafik yang dihasilkan menunjukkan bahwa konvergensi *error* dari nilai opsi *Call* dan *Put* menggunakan metode Tian *Tree* lebih cepat mendekati 0 dibandingkan dengan metode CRR *Tree*, yang menunjukkan bahwa metode Tian *Tree* lebih efektif.

Pada penelitian Chen & Joshi (2012) membahas mengenai penerapan *Tian Tree* dalam penentuan harga opsi *Put* tipe Amerika. Pada penelitian tersebut diimplementasikan dan dioptimalkan dari *Tian Tree*, khususnya dalam konteks penetapan harga opsi *Put* Amerika. Hasil penelitian ini yaitu metode ini tidak hanya meningkatkan efisiensi tetapi juga mempertahankan, dan dalam beberapa kasus meningkatkan akurasi dalam penentuan harga opsi *Put* tipe Amerika. Selain itu, peneliti juga menyebutkan bahwa semakin banyak partisinya nilai *error* semakin kecil. Seperti pada, partisi ke-1300 nilai *error* yang diperoleh sebesar 0,0001, sedangkan pada partisi ke-200 nilai *error* yang diperoleh sebesar 0,001. Oleh karena itu pada partisi ke-1300 lebih baik daripada partisi ke-200.

Peneliti Malek (2023) menjelaskan berbagai alternatif atau modifikasi yang bisa dilakukan pada metode *Black-Scholes* agar lebih sesuai dengan karakteristik opsi tipe Amerika, seperti *Binomial Tree* yang lebih efektif digunakan. Hasil dari penelitian ini yaitu metode yang digunakan terbukti efisien, stabil, dan konvergen dengan baik pada solusi analitis model *Black-Scholes*. Pada penelitian ini ketika harga kesepakatan sebesar 80 dengan nilai volatilitas 0,5, 0,8 dan 1 menghasilkan nilai *error* semakin mendekati nilai 0 yaitu secara berturut-turut adalah 0,0842037, 0,0022, 0,0009. begitu juga ketika harga kesepakatan sebesar 120 dengan nilai volatilitas yang sama menghasilkan nilai *error* yang semakin mendekati nilai 0. Oleh karena itu, pada pendekatan ini dikatakan efisien dan stabil karena memiliki hasil yang sama.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini merupakan jenis penelitian kuantitatif di mana peneliti menggunakan data numerik untuk memberikan hasil yang objektif dan akurat, dan sesuai dengan kebutuhan analisis dalam penentuan harga opsi menggunakan metode Binomial *Tian Tree*, serta melihat konvergensi terhadap nilai *Black-Scholes*. Selain itu peneliti juga menggunakan jenis penelitian studi literatur di mana peneliti mengandalkan berbagai literatur untuk memperoleh landasan teori yang dapat mendukung pemecahan masalah dalam penelitian ini.

3.2 Data dan Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari website investing.com. data ini berupa data saham Microsoft Corporation (MSFT) pada tanggal 1 November 2022 sampai 31 Oktober 2024. Data tersebut dapat dilihat pada lampiran 1.

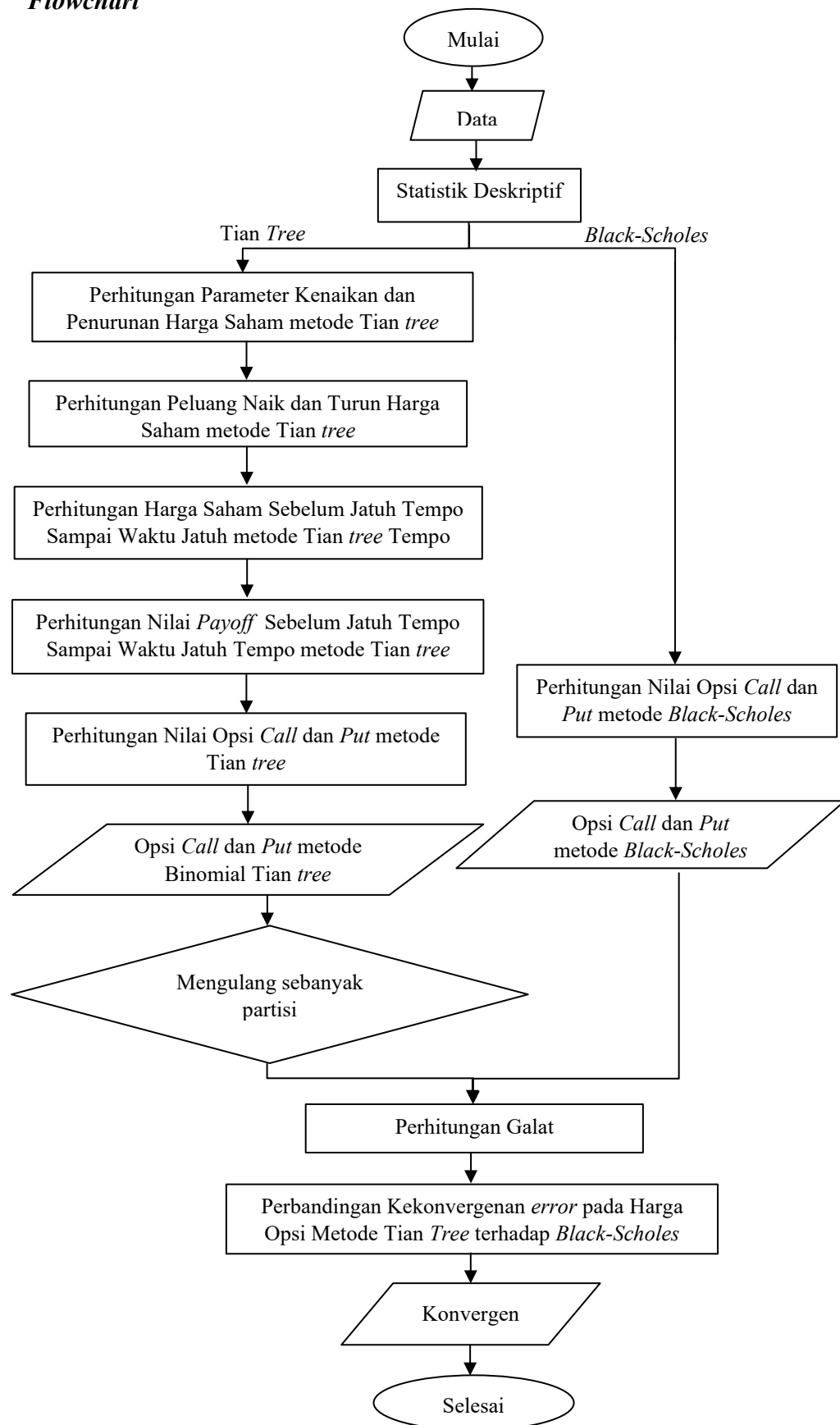
3.3 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan dalam penelitian ini:

1. Perhitungan harga Opsi Tipe Amerika menggunakan metode Binomial *Tian Tree*
 - a. Deskripsi data

- 1) Menggambar grafik data historis harga saham Microsoft Corporation.
 - 2) Menghitung *return* saham, standar deviasi, dan volatilitas harga saham.
 - 3) Menentukan harga saham awal dari harga saham terakhir, *risk-free rate*, harga kesepakatan, waktu jatuh tempo, periode sebelum jatuh tempo, dan banyak partisi.
- b. Menghitung nilai parameter metode Binomial Tian *Tree*, yaitu kenaikan harga saham, penurunan harga saham. peluang kenaikan harga saham dan peluang penurunan harga saham.
 - c. Menghitung harga saham sebelum jatuh tempo sampai waktu jatuh tempo.
 - d. Menghitung nilai *payoff* dari opsi *Call* dan *Put* tipe Amerika sebelum jatuh tempo sampai waktu jatuh tempo.
 - e. Menghitung opsi tipe Amerika dengan *backward induction* pada opsi *Call* dan opsi *Put*.
2. Keakuratan metode Binomial Tian *Tree* dengan metode *Black-Scholes*.
 - a. Menghitung nilai opsi *Call* dan *Put* menggunakan metode *Black-Scholes* Opsi Tipe Amerika.
 - b. Menghitung nilai *error* tiap partisi harga opsi metode Binomial Tian *Tree* terhadap harga opsi metode *Black-Scholes*.
 - c. Menganalisis perbandingan kekonvergenan *error* dengan pergerakan harga opsi metode Binomial Tian *Tree* terhadap metode *Black-Scholes*.

3.4 Flowchart



Gambar 3.1 Flowchart

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Perhitungan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial Tian Tree

4.1.1 Deskripsi Data

Perhitungan harga saham merupakan langkah awal yang penting dalam penentuan harga opsi tipe Amerika. Pergerakan harga saham sering dijadikan sebagai pertimbangan utama dalam strategi investasi, karena memberikan gambaran mengenai potensi keuntungan dan risiko yang akan dihadapi investor ketika memutuskan untuk menanamkan modalnya pada suatu perusahaan. Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data historis harga saham *Microsoft Corporation*. Data tersebut diperoleh dari laman [investing.com](https://www.investing.com) dan mencakup periode mulai dari 1 November 2022 hingga 31 Oktober 2024. Data tersebut disajikan dalam bentuk grafik pada gambar berikut:



Gambar 4.1 Grafik Data Harga Penutupan Saham

Pada gambar 4.1 perubahan harga saham ditunjukkan oleh garis berwarna ungu yang merepresentasikan fluktuasi pergerakan harga dari periode pertama hingga periode akhir, terlihat bahwa perubahan harga saham pada grafik menunjukkan adanya fluktuasi, yaitu pergerakan naik dan turun yang dipengaruhi oleh faktor naik (u) dan faktor turun (d). Meskipun terdapat beberapa penurunan di beberapa partisi, secara umum harga saham bergerak secara bertahap ke arah atas. Oleh karena itu, pola pergerakan harga saham pada grafik tersebut dapat dikategorikan sebagai tren naik (*uptrend*).

Pada gambar 4.1 juga terlihat bahwa pada tanggal 3 November 2022 terjadi penurunan harga saham sebesar \$214,25, hal itu dikarenakan Penurunan harga saham Microsoft yang berkaitan dengan dampak lanjutan COVID-19, seperti penurunan permintaan teknologi pasca pandemi dan ketidakpastian ekonomi global, sedangkan kenaikan harga yang terjadi pada 5 Juli 2024 dengan harga saham sebesar \$467,56, dipicu oleh inovasi dan pertumbuhan kuat di bidang AI dan *cloud* setelah kondisi pasar pulih.

Selanjutnya yaitu menghitung *return* saham (R_z) berdasarkan data historis penutupan harga saham, perhitungan ini digunakan untuk menghitung *risk-free rate* dan juga standar deviasi yang digunakan untuk menghitung volatilitas harga saham. Perhitungan *return* saham ini menggunakan persamaan (2.1) yang dihasilkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
R_1 &= \ln \frac{S_1}{S_{1-1}} = \ln \frac{220,1}{228,17} \approx -0,03601 \\
R_2 &= \ln \frac{S_2}{S_{2-1}} = \ln \frac{214,25}{220,1} \approx -0,02694 \\
R_3 &= \ln \frac{S_3}{S_{3-1}} = \ln \frac{221,39}{214,25} \approx 0,03278 \\
&\vdots \\
R_{501} &= \ln \frac{S_{501}}{S_{501-1}} = \ln \frac{432,53}{431,95} \approx 0,00134 \\
R_{502} &= \ln \frac{S_{502}}{S_{502-1}} = \ln \frac{406,4}{432,53} \approx -0,06231
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Hasil perhitungan *return* saham secara lengkap dapat dilihat pada Tabel yang tercantum dalam Lampiran 2.

Selanjutnya, hasil perhitungan *return* saham akan digunakan untuk menghitung rata-rata *return* saham, yang kemudian dijadikan sebagai nilai *risk-free rate* dalam perhitungan berikutnya. Rata-rata *return* saham dihitung menggunakan persamaan (2.2) sehingga diperoleh rata-rata *return* saham adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
\overline{R_z} &= \frac{1}{502} ((0,001381) + (0,000789) + (0,001001) + \dots + (0,004028)) \\
&\approx 0,00115
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Selanjutnya adalah menghitung volatilitas harga saham, volatilitas dihitung berdasarkan standar deviasi dan juga diperlukan panjang interval waktu dalam satu tahun yang diasumsikan terdiri dari 252 hari perdagangan. Standar deviasi dari *return* saham dihitung menggunakan persamaan (2.7), sehingga diperoleh nilai standar deviasi sebagai berikut,

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{z=1}^n (R_z - \overline{R_z})^2}$$

$$\begin{aligned}
s &= \sqrt{\frac{1}{502-1}((-0,03601-0,00115)^2 + \dots + (-0,06231-0,00115)^2)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{501}0,117256} \\
&= \sqrt{\frac{0,117256}{501}} \\
&\approx 0,0153
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Nilai τ merupakan panjang waktu dalam satuan tahun, dengan asumsi bahwa satu tahun perdagangan terdiri dari sekitar 252 hari perdagangan. Perhitungan nilai τ ini menggunakan persamaan (2.9), sehingga diperoleh,

$$\tau = \frac{1}{252} \approx 0,00397 \tag{4.4}$$

Persamaan (4.3) dan (4.4) ini akan digunakan dalam perhitungan volatilitas menggunakan persamaan (2.8), sehingga diperoleh nilai volatilitas sebagai berikut,

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} = \frac{0,01529}{\sqrt{0,00397}} \approx 0,24287 \tag{4.5}$$

Sehingga diperoleh nilai volatilitas sebesar 0,242857, yang mencerminkan tingkat fluktuasi harga saham tahunan sebesar 24,29%. Nilai ini masih berada dalam kisaran yang dianggap wajar untuk pergerakan harga saham, karena volatilitas saham masih berada dalam rentang 15% hingga 60% per tahun.

Terdapat beberapa parameter yang digunakan untuk menghitung harga opsi tipe Amerika yaitu, harga saham awal (S_0), harga kesepakatan (K), waktu jatuh tempo (T), *risk-free rate* (r), Volatilitas (σ), dan jumlah partisi (M). harga saham awal (S_0) diperoleh dari data saham penutup *Microsoft corporation* pada tanggal 31 Oktober 2024 yaitu sebesar \$406,35, Harga Kesepakatan(K) ditetapkan sebesar \$430 yang diperoleh dari laman Investing.com. Waktu jatuh

tempo (T) yang digunakan adalah selama satu tahun atau $T = 1$. *Risk-free rate* (r) sebesar 0,00115 diperoleh dari perhitungan rata-rata *return* saham, sedangkan volatilitas (σ) sebesar 0,24287 dihitung berdasarkan perhitungan volatilitas harga saham. Jumlah partisi (M) yang digunakan dalam perhitungan adalah 252, sesuai dengan jumlah hari perdagangan dalam satu tahun.

4.1.2 Perhitungan Metode Binomial Tian Tree

Langkah pertama dalam menghitung harga opsi menggunakan metode Binomial Tian Tree yaitu menghitung faktor kenaikan harga saham (u), faktor penurunan harga saham (d), peluang kenaikan harga saham (p), dan juga peluang penurunan harga saham (q). Sebelum melakukan perhitungan, diperlukan beberapa parameter yang akan digunakan. Parameter-parameter tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan (2.10), (2.34) dan (2.35), sehingga diperoleh:

$$\Delta t = \frac{T}{M} = \frac{1}{252} = 0,003968 \quad (4.6)$$

$$X = e^{0,00115 \times 0,003986} = 1,000004 \quad (4.7)$$

$$Y = e^{0,24287^2 \times 0,003986} = 1,000236 \quad (4.8)$$

Selanjutnya menghitung faktor kenaikan harga saham (u) dan faktor penurunan harga saham (d) menggunakan persamaan (2.31) dan (2.32):

$$\begin{aligned}
u &= \frac{XY}{2} \left[(Y+1) + \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \\
&= \frac{1,000004 \times 1,000236}{2} \left[(2,000236) + \sqrt{1,000236^2 + (2,000472) - 3} \right] \\
&= 0,500120(2,000236 + 0,030722) \\
&= 0,500120(2,030958) \\
&= 1,015723
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}
d &= \frac{XY}{2} \left[(Y+1) - \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \\
&= \frac{1,000004 \times 1,000236}{2} \left[(2,000236) - \sqrt{1,000236^2 + (2,000472) - 3} \right] \\
&= 0,500120(2,000236 - 0,030722) \\
&= 0,500120(1,969514) \\
&= 0,984993
\end{aligned} \tag{4.10}$$

kemudian menghitung peluang kenaikan harga saham (p) dan peluang penurunan harga saham (q) menggunakan persamaan (2.30):

$$p = \frac{1,000004 - 0,984993}{1,015723 - 0,984993} = 0,488482 \tag{4.11}$$

$$q = 1 - 0,488482 = 0,511518 \tag{4.12}$$

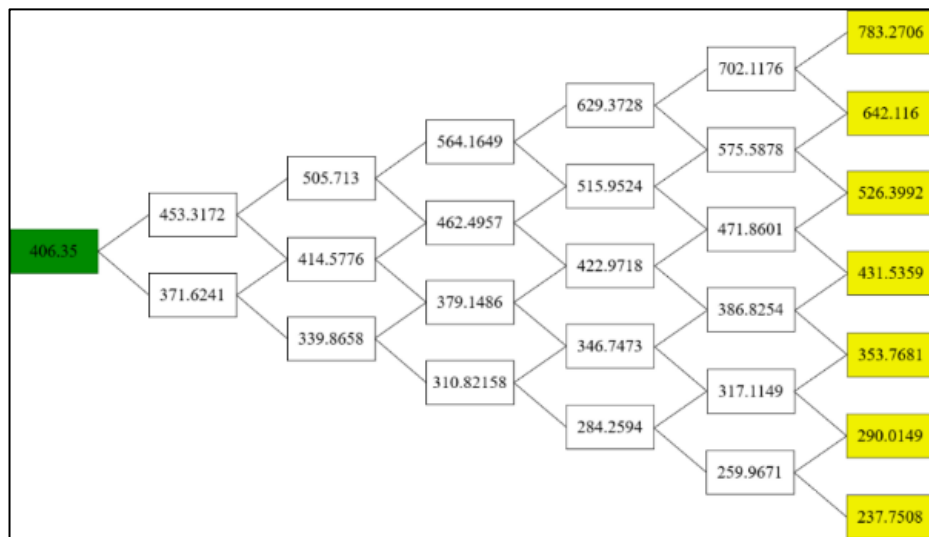
Nilai $p = 0,488482$ menunjukkan peluang kenaikan harga saham, sedangkan $q = 0,511518$ menunjukkan peluang penurunan harga saham. Nilai p lebih kecil dari nilai q , hal ini dipengaruhi oleh data historis pergerakan harga saham pada tanggal 1 November 2022 hingga 31 Oktober 2024 yang digunakan dalam perhitungan, yang mencerminkan kecenderungan pasar pada periode sebelumnya.

Langkah selanjutnya yaitu menghitung harga saham dari waktu ke t sampai waktu T . Pada metode Binomial Tian *Tree*, harga saham dihitung menggunakan persamaan (2.15). Kemudian untuk mengilustrasikan perhitungan manual, harga saham akan dihitung selama 6 periode yaitu $M = 6$, dengan

perulangan i dari 0 sampai 6. Untuk setiap i dilakukan juga perulangan j dari 0 hingga i , hasil perhitungan harga saham untuk enam periode di tunjukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_{0,1} &= S_0 u^0 d^{1-0} \\
 &= 406,35 \times 1,11558^0 \times 0,91454^1 = 371,6241 \\
 S_{1,1} &= S_0 u^1 d^{1-1} \\
 &= 406,35 \times 1,11558^1 \times 0,91454^0 = 453,3172 \\
 &\vdots \\
 S_{5,6} &= S_0 u^5 d^{6-5} \\
 &= 406,35 \times 1,11558^5 \times 0,91454^1 = 642,116 \\
 S_{6,6} &= S_0 u^6 d^{6-6} \\
 &= 406,35 \times 1,11558^6 \times 0,91454^0 = 783,2706
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Model simulasi pergerakan harga saham untuk metode Binomial Tian *Tree* pada opsi tipe Amerika dapat digambarkan dengan pohon binomial saat enam periode sebagai berikut,



Gambar 4.2 Pergerakan Harga Saham pada Opsi Tipe Amerika dengan $M=6$

Pada Gambar 4.2 menunjukkan model pergerakan harga saham menggunakan metode Tian *Tree* dalam model binomial untuk opsi tipe Amerika, di mana harga

saham dapat bergerak naik atau turun di setiap langkah waktu. Dari harga awal \$406,35, saham bercabang ke berbagai kemungkinan harga hingga jatuh tempo. Karena opsi bertipe Amerika, model ini memungkinkan eksekusi opsi kapan saja sepanjang periode, dengan mempertimbangkan antara melanjutkan atau langsung mengeksekusi di setiap titik.

Langkah selanjutnya yaitu menghitung nilai *payoff* dan juga harga opsi *Call* dan *Put*. Perhitungan *payoff* untuk harga opsi *Call* menggunakan persamaan (2.19) dan perhitungan harga opsi *Call* menggunakan persamaan (2.20). Hasil dari perhitungan *payoff* untuk harga opsi *Call* yaitu sebagai berikut:

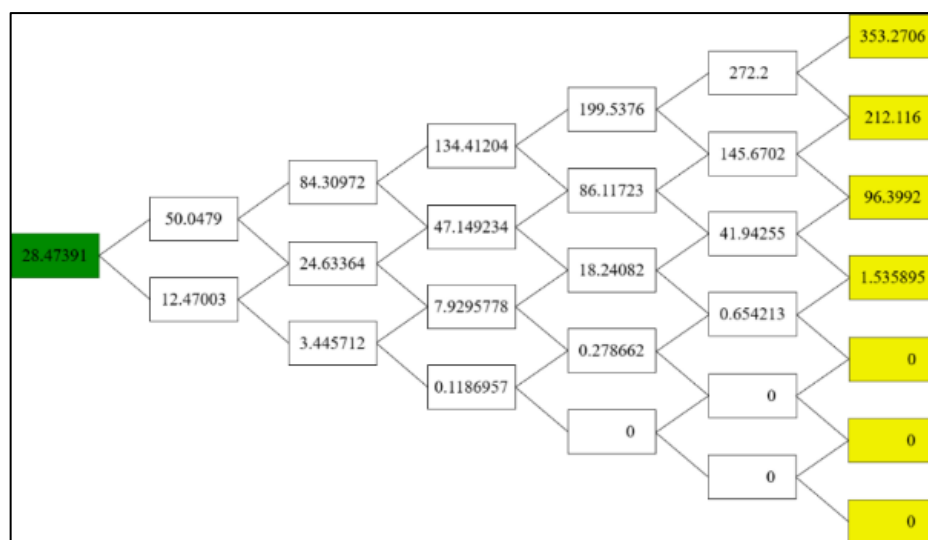
$$\begin{aligned}
 V_{6,6} &= \max(S_{6,6} - K, 0) \\
 &= \max((783,2706 - 430), 0) \\
 &= \max((353,2706), 0) \\
 &= 353,2706 \\
 &\vdots \\
 V_{0,6} &= \max(S_{0,6} - K, 0) \\
 &= \max((237,7508 - 430), 0) \\
 &= \max((-192,249), 0) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

dan hasil perhitungan harga opsi *Call* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{5,5} &= \max(\max(S_{5,5} - K, 0), e^{-r\Delta t} (pV_{6,6} + (1-p)V_{6,5})) \\
 &= \max((272,1004), (272,1828)) = 272.2 \\
 &\vdots \\
 V_{0,0} &= \max(\max(S_{0,0} - K, 0), e^{-r\Delta t} (pV_{1,1} + (1-p)V_{1,0})) \\
 &= \max(0, (28,47391)) \\
 &= 28,47391
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Karena harga opsi pada opsi tipe Amerika bisa dieksekusi kapan saja, maka pada perhitungan harga opsi *Call* ini terdapat nilai *payoff* pada setiap titiknya. Pada setiap titik terdapat dua kemungkinan yaitu nilai *payoff* dan nilai ekspektasi

diskonto, di mana kedua nilai tersebut akan di maksimumkan. Sebagai contoh pada langkah $V_{5,5}$ nilai *payoff* sebesar \$272,1004 sedangkan nilai ekspektasi diskonto sebesar \$272,1828. Karena nilai ekspektasi diskonto lebih tinggi, maka harga opsi yang diambil sebesar \$272,1828. Dalam opsi tipe Amerika, jika nilai ekspektasi diskonto lebih tinggi daripada nilai *payoff*, maka opsi sebaiknya tidak dieksekusi pada saat itu. Sebaliknya, jika nilai *payoff* lebih besar dari nilai ekspektasi diskonto, maka opsi dapat dieksekusi segera untuk mendapatkan keuntungan maksimal. Pada langkah $V_{5,5}$ nilai ekspektasi diskonto lebih besar daripada nilai *payoff*, sehingga sebaiknya opsi tidak dieksekusi pada saat itu. Karena jika nilai ekspektasi diskonto lebih besar, opsi lebih menguntungkan ditunda eksekusinya, bukan langsung dieksekusi, begitu juga dengan langkah setelahnya. Model simulasi pergerakan harga opsi *Call* metode Binomial Tian *Tree* dapat digambarkan sebagai berikut,



Gambar 4.3 *Payoff* dan Harga Opsi *Call* dengan $M=6$

Gambar 4.3 menunjukkan pergerakan harga opsi *Call* tipe Amerika menggunakan metode Binomial Tian *Tree*. Kolom berwarna kuning merupakan

nilai *payoff* dari masing-masing harga saham terakhir selama 6 periode. Kolom berwarna Putih merupakan harga opsi yang dihitung mundur di mana setiap titiknya dipilih nilai maksimum antara nilai ekspektasi diskonto dari opsi di periode berikutnya dan nilai *payoff* jika opsi langsung dieksekusi pada saat itu. Hal ini mencerminkan fleksibilitas opsi Amerika yang memungkinkan eksekusi kapan saja sebelum jatuh tempo.

Kemudian, Perhitungan *payoff* untuk harga opsi *Put* menggunakan persamaan (2.21) dan perhitungan harga opsi *Put* menggunakan persamaan (2.22). Adapun hasil dari perhitungan *payoff* untuk harga opsi *Put* yaitu sebagai berikut:

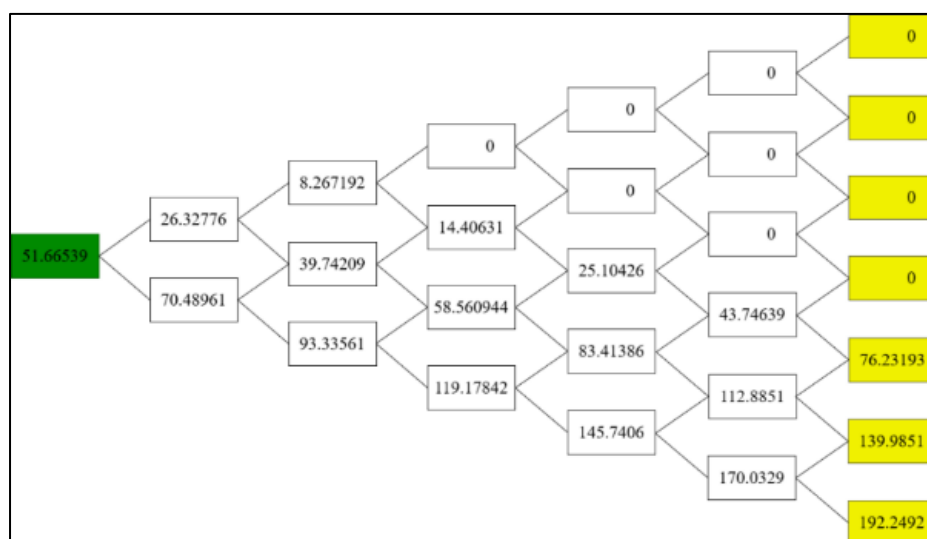
$$\begin{aligned}
 V_{6,6} &= \max(K - S_{6,6}, 0) \\
 &= \max((430 - 783, 2706), 0) \\
 &= \max((-353, 271), 0) \\
 &= 0 \\
 &\vdots \\
 V_{0,6} &= \max(K - S_{0,6}, 0) \\
 &= \max((237, 7508 - 430), 0) \\
 &= \max((192, 244), 0) \\
 &= 192, 2492
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

dan hasil perhitungan harga opsi *Put* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{5,5} &= \max\{\max(K - S_{5,5}, 0), e^{-r\Delta t}(pV_{6,6} + (1 - P)V_{5,6})\} \\
 &= \max(0, 0) = 0 \\
 &\vdots \\
 V_{0,0} &= \max\{\max(K - S_{0,0}, 0), e^{-r\Delta t}(pV_{1,1} + (1 - P)V_{0,1})\} \\
 &= \max\{(23, 65), (51, 66539)\} = 51, 66539
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Sama halnya dengan opsi *Call*, perhitungan harga opsi *Put* juga melibatkan nilai *payoff* di setiap titik. Pada setiap titik terdapat dua kemungkinan yaitu nilai *payoff* dan nilai ekspektasi diskonto, di mana kedua nilai tersebut akan di

maksimumkan. Sebagai contoh pada langkah $V_{0,0}$ nilai *payoff* sebesar \$23,65 sedangkan nilai ekspektasi diskonto sebesar \$51,66539. Karena nilai ekspektasi diskonto lebih tinggi, maka harga opsi yang diambil sebesar \$51,66539. Dalam opsi tipe Amerika, jika nilai ekspektasi diskonto lebih tinggi daripada nilai *payoff*, maka opsi sebaiknya tidak dieksekusi pada saat itu. Sebaliknya, jika nilai *payoff* lebih besar dari nilai ekspektasi diskonto, maka opsi dapat dieksekusi segera untuk mendapatkan keuntungan maksimal. Pada langkah $V_{0,0}$ nilai ekspektasi diskonto lebih besar daripada nilai *payoff*, sehingga sebaiknya opsi tidak dieksekusi pada saat itu. Karena jika nilai ekspektasi diskonto lebih besar, opsi lebih menguntungkan ditunda eksekusinya, bukan langsung dieksekusi, begitu juga dengan langkah setelahnya. Model simulasi pergerakan harga opsi *Call* metode Binomial Tian Tree dapat digambarkan sebagai berikut:

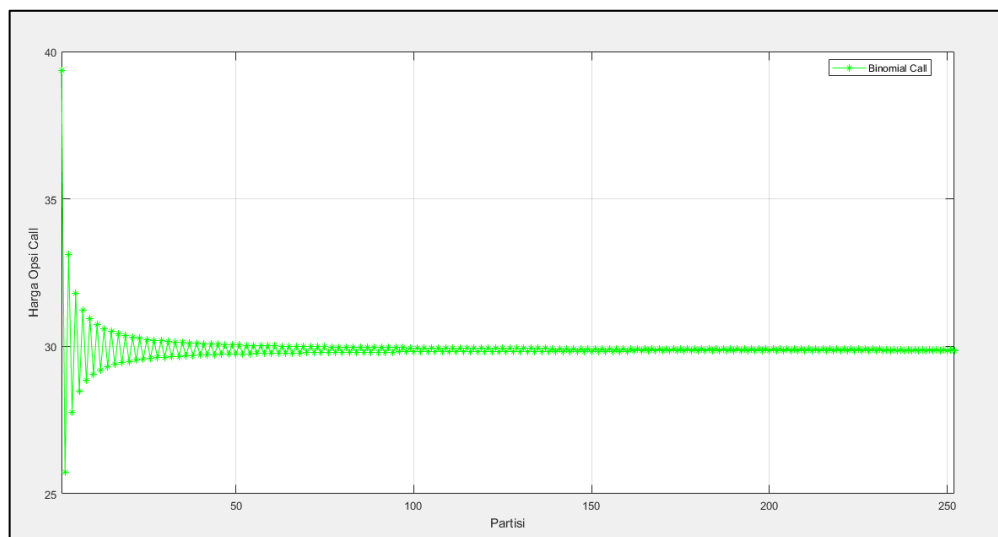


Gambar 4.4 Payoff dan Harga Opsi Put dengan M=6

Gambar 4.4 menunjukkan pergerakan harga opsi *Put* tipe Amerika menggunakan metode Binomial Tian Tree. Kolom berwarna kuning merupakan nilai *payoff* dari masing-masing harga saham terakhir selama 6 periode. Kolom

berwarna Putih merupakan harga opsi yang dihitung mundur di mana setiap titiknya dipilih nilai maksimum antara nilai ekspektasi diskonto dari opsi di periode berikutnya dan nilai *payoff* jika opsi langsung dieksekusi pada saat itu. Hal ini mencerminkan fleksibilitas opsi tipe Amerika yang memungkinkan eksekusi kapan saja sebelum jatuh tempo.

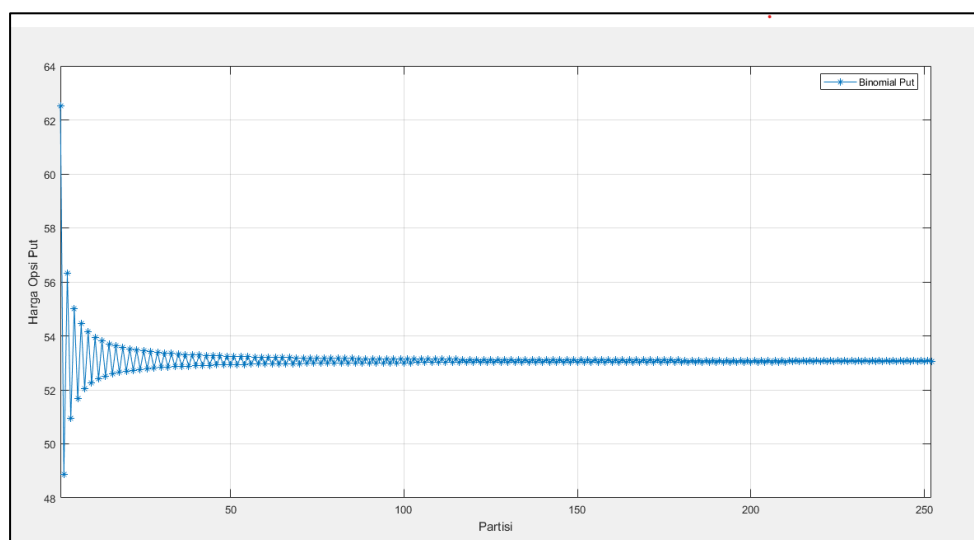
Selanjutnya, model pergerakan harga opsi *Call* dan *Put* metode *Tian Tree* akan dilanjutkan sampai partisi ke 252 partisi. Berikut adalah pergerakan harga opsi *Call* menggunakan metode *Tian Tree*,



Gambar 4.5 Harga Opsi *Call* dengan 252 Partisi

Gambar 4.5 menunjukkan pergerakan harga opsi *Call* tipe Amerika yang dihitung dengan metode Binomial *Tian Tree* menggunakan 252 partisi. Terlihat bahwa semakin banyak partisi yang digunakan, harga opsi menjadi semakin stabil, dan pada partisi ke-252 nilainya mencapai sekitar \$29,8507. Dengan asumsi harga saham saat ini sebesar \$699,99 dan *strike price* \$430, maka opsi berada dalam kondisi *in the money*, artinya layak untuk dieksekusi. Jika pemegang opsi memutuskan untuk mengeksekusi, ia dapat membeli saham

seharga \$430 dan langsung menjualnya di pasar seharga \$699,99, sehingga memperoleh keuntungan sekitar \$269,99 per lembar. kemudian dikurangi harga opsi sebesar \$29,8507, keuntungan akhir yang diperoleh oleh pembeli opsi menjadi sekitar \$240,14. Harga opsi selengkapnya dapat dilihat di Lampiran 3.



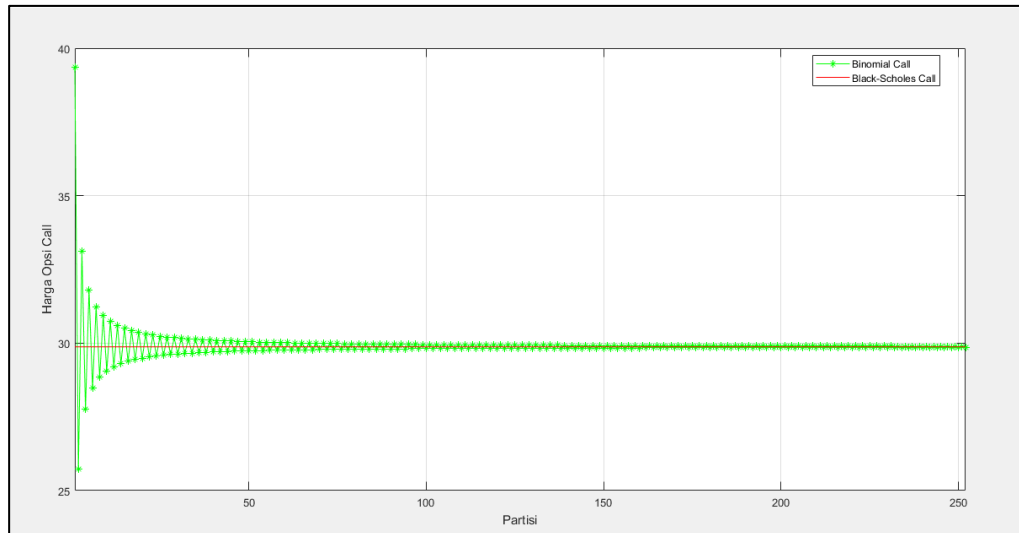
Gambar 4.6 Harga Opsi *Put* dengan 252 Partisi

Gambar 4.6 menunjukkan pergerakan harga opsi *Put* tipe Amerika yang dihitung dengan metode Binomial *Tian Tree* menggunakan 252 partisi. Terlihat bahwa semakin banyak partisi yang digunakan, harga opsi menjadi semakin stabil, dan pada partisi ke-252 nilainya mencapai sekitar \$53,0422. Dengan asumsi harga saham saat ini sebesar \$699,99 dan *strike price* \$430, opsi berada dalam kondisi *out of the money*, sehingga belum layak untuk dieksekusi. Karena opsi *Put* tipe Amerika dapat dieksekusi kapan saja sebelum jatuh tempo, pemegang opsi akan menunggu hingga harga saham turun di bawah *strike price* agar eksekusi menjadi menguntungkan. Jika nantinya harga saham turun dan opsi dieksekusi, pemegang opsi dapat menjual saham dengan harga \$430 meskipun harga pasar lebih rendah, dan memperoleh keuntungan bersih setelah

dikurangi harga opsi. Namun jika hingga jatuh tempo harga saham tetap di atas \$430, maka pemegang opsi tersebut boleh tidak mengeksekusi opsinya.

4.2 Keakuratan Metode Binomial Tian Tree

Keakuratan metode Binomial Tian Tree dapat diukur dengan hasil perhitungan metode Binomial Tian Tree yang akan dibandingkan dengan hasil perhitungan metode *Black-Scholes*. Parameter yang digunakan dalam perhitungan metode *Black-Scholes* sama dengan metode Binomial Tian Tree, di mana metode ini melibatkan fungsi distribusi normal kumulatif untuk menentukan probabilitas harga aset yang diharapkan di masa depan. Dengan demikian, perbandingan antara kedua metode ini dapat memberikan gambaran mengenai seberapa tepat metode Binomial Tian Tree dalam menghitung harga opsi. Persamaan yang digunakan untuk menghitung harga opsi *Call* menggunakan metode *Black-Scholes* yaitu dengan persamaan (2.61) sedangkan untuk menghitung harga opsi *Put* menggunakan metode *Black-Scholes* dengan persamaan (2.60). Berikut merupakan grafik yang dihasilkan harga opsi *Call* metode Tian Tree yang dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*



Gambar 4.7 Konvergensi Harga Opsi *Call* Tian *Tree* terhadap *Black-Scholes*

Gambar 4.7 menunjukkan perbandingan harga opsi *Call* yang dihitung menggunakan metode Tian *Tree* dengan metode *Black-Scholes*. Berdasarkan hasil perhitungan, pada partisi ke-252, harga opsi *Call* menggunakan metode Tian *Tree* diperoleh sebesar \$29,8507, sedangkan harga opsi *Call* menggunakan metode *Black-Scholes* dihitung menggunakan persamaan (2.60) diperoleh,

$$P_c = e^{0,5(e^{0,00115 \times 1} - 1)(1 - 0,00115)^1} \left[403,35 \times 0,6331 - e^{-0,00115 \times 1} 430 \times 0,457492 \right] \quad (4.18)$$

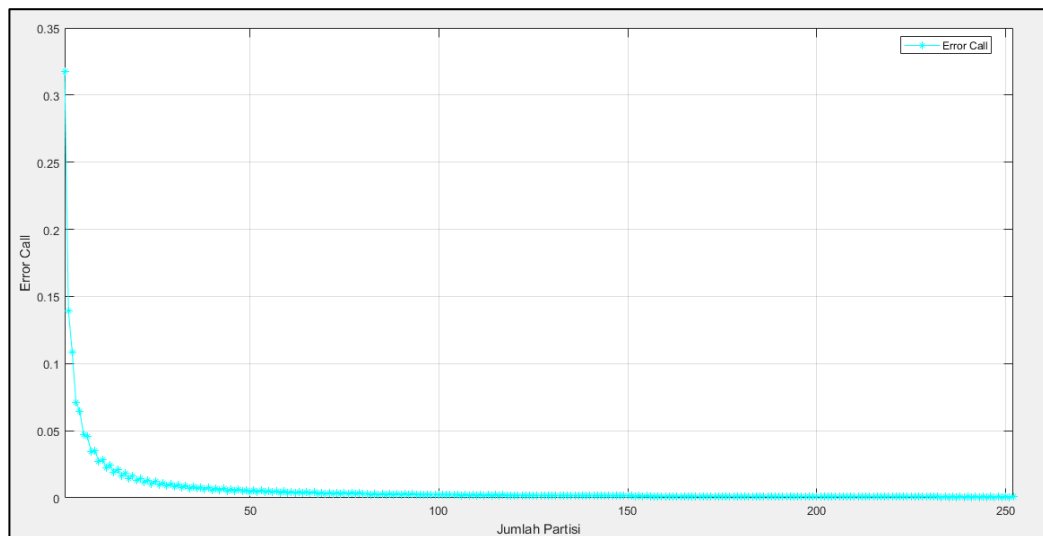
$$= 29,8751$$

dengan hasil perhitungan metode *Black-Scholes* yang diperoleh sebesar \$29,8751. Selisih harga antara kedua metode tersebut sangat kecil, yaitu sekitar 0,0244. Hal ini menunjukkan bahwa dengan jumlah partisi yang cukup besar, metode Tian *Tree* mampu menghasilkan estimasi harga opsi yang sangat mendekati hasil model *Black-Scholes*. Secara umum, semakin banyak jumlah partisi dalam metode Tian *Tree*, maka harga opsi yang diperoleh akan semakin konvergen dan stabil mendekati model *Black-Scholes*.

Pada Gambar 4.7 terlihat bahwa pergerakan harga opsi *Call* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree* tampak tidak teratur atau kurang *smooth*. Harga opsi yang diperoleh dari metode *Tian Tree* berbeda dengan harga yang dihitung menggunakan model *Black-Scholes*, sehingga muncul selisih yang disebut sebagai *error*. Perhitungan nilai *error* yang dilakukan pada harga opsi ini yaitu menggunakan persamaan (2.65), sebagai contoh, nilai *error* pada metode Binomial *Tian Tree* dihitung pada partisi ke-252 pada harga opsi *Call* sebagai berikut,

$$\varepsilon_R = \frac{|29,8923 - 29,8507|}{29,8923} = 0,001392 \quad (4.19)$$

Berikut ditampilkan grafik *error* dari harga opsi *Call* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree*,

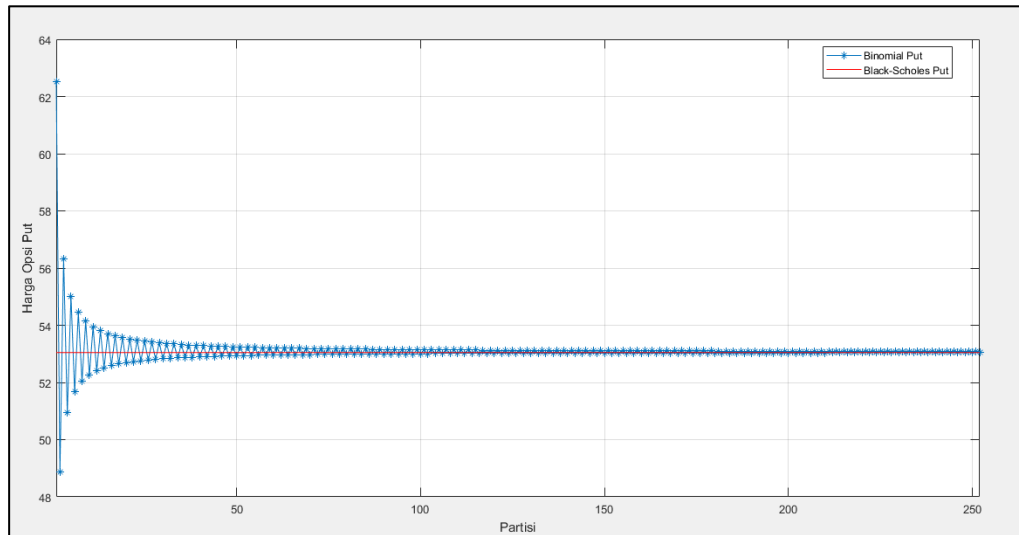


Gambar 4.8 Nilai *Error* Harga Opsi *Call*

Pada gambar 4.8 terlihat bahwa *error* harga opsi *Call* menurun seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, *error* relatif besar, namun seiring peningkatan jumlah partisi, *error* tersebut berkurang secara signifikan. Setelah melewati sekitar 50 partisi, penurunan *error* mulai melambat

dan grafik cenderung mendatar. Dengan menggunakan 252 partisi, *error* yang dihasilkan sangat kecil, sehingga mendekati 0.

Berikut merupakan grafik yang dihasilkan harga opsi *Put* metode *Tian Tree* yang dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*,



Gambar 4.9 Konvergensi Harga Opsi *Put* *Tian Tree* terhadap *Black-Scholes*

Gambar 4.9 memperlihatkan perbandingan harga opsi *Put* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree* dengan metode *Black-Scholes*. Berdasarkan hasil perhitungan, pada partisi ke-252, harga opsi *Put* menggunakan metode *Tian Tree* adalah sebesar \$53,0422, sedangkan harga opsi *Call* menggunakan metode *Black-Scholes* dihitung menggunakan persamaan (2.61) diperoleh,

$$P_p = e^{0,5(e^{0,00115 \times 1} - 1)(1 - 0,00115)^1} \left[e^{-0,00115 \times 1} 430 \times 0,63669 - 403,35 \times 0,542508 \right] \quad (4.20)$$

$$= 53,0442$$

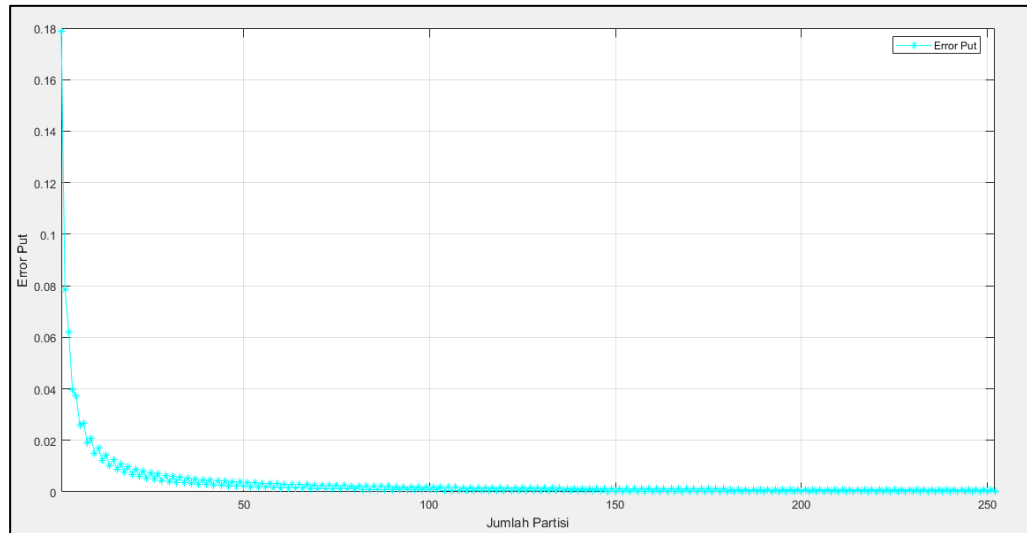
dengan hasil perhitungan metode *Black-Scholes* yang diperoleh sebesar \$53,0442. Selisih harga antara kedua metode tersebut sangat kecil, yaitu sekitar 0,002. Hal ini menunjukkan bahwa dengan jumlah partisi yang cukup besar, metode *Tian Tree* mampu memberikan estimasi harga opsi *Put* yang sangat mendekati hasil metode

Black-Scholes. Secara umum, dapat disimpulkan bahwa semakin banyak partisi yang digunakan dalam metode *Tian Tree*, maka harga opsi yang diperoleh akan semakin konvergen dan stabil mendekati metode *Black-Scholes*. Oleh karena itu, penggunaan 252 partisi dalam perhitungan ini sudah cukup untuk memperoleh hasil yang akurat.

Begitu juga dengan opsi *Put*, Pada Gambar 4.9 terlihat bahwa pergerakan harga opsi *Put* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree* tampak tidak teratur atau kurang *smooth*. Harga opsi yang diperoleh dari metode *Tian Tree* berbeda dengan harga yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*, sehingga muncul selisih yang disebut sebagai *error*. Perhitungan nilai *error* yang dilakukan pada harga opsi ini juga menggunakan persamaan (2.65), sebagai contoh, nilai *error* pada metode Binomial *Tian Tree* dihitung pada partisi ke-252 pada harga opsi *Put* sebagai berikut,

$$\varepsilon_R = \frac{|53,0747 - 53,0422|}{53,0747} = 0,000613 \quad (4.21)$$

Nilai *error* selengkapnya terlampir pada lampiran 3. Berikut ditampilkan grafik *error* dari harga opsi *Call* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree*,



Gambar 4.10 Nilai *Error* Harga Opsi *Put*

Pada gambar 4.10 terlihat bahwa *error* harga opsi *Put* yang dihitung menggunakan metode *Tian Tree* menurun seiring dengan bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, *error* cukup besar, namun seiring bertambahnya partisi, *error* mengalami penurunan yang signifikan. Pada jumlah partisi 252, *error* yang dihasilkan sangat kecil dan mendekati 0.

Secara umum, dapat disimpulkan bahwa semakin besar jumlah pembagian waktu (M) dalam metode *Tian Tree*. Hasil perhitungan harga opsi menjadi semakin mendekati hasil dari metode *Black-Scholes* baik itu opsi *Call* maupun opsi *Put*, dengan galat yang semakin kecil. Oleh karena itu, metode *Tian Tree* merupakan metode yang efektif untuk menghitung harga opsi baik untuk *Call* maupun *Put*.

Kemudian untuk melihat keakuratan dari metode Binomial *Tian Tree*, berdasarkan hasil perhitungan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) menggunakan persamaan (2.67), terlihat bahwa metode *Tian Tree* menghasilkan tingkat kesalahan yang bervariasi pada masing-masing jenis opsi. Untuk opsi *Call*,

$$MAPE = \left(\frac{1}{252} (0,316966 + 0,139611 + \dots + 0,001392) \times 100 \right) \quad (4.22)$$

$$= 0,6679$$

dan untuk opsi *Put*,

$$MAPE = \left(\frac{1}{252} (0,178017 + 0,079132 + \dots + 0,000613) \times 100 \right) \quad (4.23)$$

$$= 0,3778$$

dari hasil perhitungan (4.22) untuk opsi *Call* dan (4.23) untuk opsi *Put* diperoleh MAPE sebesar 0,6679% dan 0,3778%. Nilai-nilai tersebut menunjukkan bahwa metode *Tian Tree* memiliki tingkat akurasi yang tinggi dalam menghitung harga opsi tipe Amerika, khususnya pada opsi *Put* yang menunjukkan kesalahan prediksi yang relatif lebih rendah. Dengan demikian, metode *Tian Tree* dapat dikatakan sangat bagus dan akurat dalam menghitung harga opsi tipe Amerika. Dengan nilai *error* pada opsi *Call* maupun *Put* yang mendekati nol pada partisi ke-252, serta nilai MAPE keduanya yang kurang dari 1%, hal ini menunjukkan bahwa metode Binomial *Tian Tree* telah memberikan hasil yang stabil dan memiliki tingkat akurasi tinggi dalam menghitung harga opsi tipe Amerika.

4.3 Penerapan Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Berdasarkan Prinsip-prinsip Transaksi dalam Islam

Seluruh aspek kehidupan manusia telah diatur secara menyeluruh dalam ajaran Islam, termasuk dalam hal transaksi keuangan dan investasi. Prinsip-prinsip muamalah dalam Islam menekankan pentingnya keadilan, kejujuran, transparansi, serta larangan terhadap *riba*, *gharar*, dan *maysir*. Setiap bentuk transaksi, termasuk dalam kegiatan pasar modal seperti perdagangan saham dan opsi, harus dilakukan

sesuai dengan ketentuan syariat agar terhindar dari hal-hal yang diharamkan. Salah satu instrumen pasar modal yang perlu dicermati dari sudut pandang syariah adalah opsi tipe Amerika.

Opsi tipe Amerika memberikan hak, bukan kewajiban, kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual suatu aset pada harga tertentu sebelum atau pada waktu jatuh tempo. Opsi ini diterapkan untuk menjaga kestabilan harga suatu barang atau aset, sehingga opsi ini bisa dianggap sebagai alat untuk mengelola risiko yang dibolehkan dalam Islam, sejauh tidak digunakan untuk spekulasi. Untuk mendukung analisis terhadap instrumen ini, digunakan metode perhitungan tertentu yaitu Metode Binomial Tian *Tree*.

Metode Binomial Tian *Tree* sendiri hanyalah alat numerik untuk menghitung estimasi harga opsi. Metode ini berbasis pada pendekatan diskrit terhadap pergerakan harga opsi dengan mempertimbangkan peluang naik-turun pada tiap titik waktu. Selain itu, dalam perhitungan ini tidak mengandung unsur riba, *maysir*, maupun *gharar*. Oleh karena itu, penggunaan metode Tian *Tree* untuk menentukan harga opsi tipe Amerika secara matematis dapat dinyatakan tidak bertentangan dengan ajaran Islam, selama objek transaksi dan tujuan penggunaannya sesuai dengan prinsip-prinsip syariah.

Sebagaimana yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya bahwa Islam memperbolehkan transaksi saham dan derivatif seperti opsi, selama tidak mengandung unsur riba, *gharar* (Ketidakpastian yang berlebihan), penipuan, serta harus berdasarkan prinsip keadilan dan kejujuran, sebagaimana tertuang dalam QS. Al-Baqarah (2:282). Dalam perhitungan opsi tipe Amerika menggunakan metode Binomial Tian *Tree* ini, prinsip Islam dilakukan melalui beberapa aspek:

1. Keadilan dan kejelasan transaksi

Perhitungan harga opsi yang dilakukan menggunakan metode yang terstruktur dan jelas, menggunakan parameter yang diketahui seperti harga saham, volatilitas, *risk-free rate*, harga kesepakatan, dan waktu jatuh tempo.

2. Menghindari unsur *gharar*

Perbandingan antara dua metode dalam harga opsi dihitung berdasarkan data dan rumus matematis yang terukur. Dengan demikian, analisis dilakukan berdasarkan data asli dan tidak mengandalkan spekulasi liar, sehingga sejalan dengan prinsip menghindari *gharar* dan juga *maysir*. Selain itu, pengukuran *error* seperti MAPE, juga termasuk hal yang menghindari *gharar*. Dalam dunia keuangan, *gharar* bisa muncul bila keputusan investasi atau transaksi dilakukan tanpa dasar perhitungan yang akurat, yang bisa menimbulkan kerugian tidak adil. Oleh karena itu, menyampaikan galat perhitungan secara terbuka adalah bentuk penerapan prinsip kehati-hatian dan kejelasan dalam transaksi.

3. Tidak mengandung unsur riba

Risk-free rate yang digunakan dalam perhitungan ini berupa rata-rata dari *return* saham harian yang mana sifatnya netral terhadap prinsip riba. Tidak ada unsur bunga tambahan di luar ketentuan pasar yang adil, sehingga aspek ini tetap sejalan dengan prinsip syariah.

4. Prinsip jujur dan dapat dipercaya

Seluruh perhitungan dilakukan berdasarkan metode numerik yang sistematis dan dapat di replikasi, tanpa ada rekayasa hasil. Ini mencerminkan prinsip kejujuran dalam bermuamalah. Begitu juga dengan penggunaan MAPE untuk

mengukur tingkat keakuratan merupakan bentuk komitmen terhadap kejujuran ilmiah. Penggunaan ukuran galat menunjukkan keterbukaan informasi dan kejujuran peneliti dalam menyampaikan kelemahan metode, sesuai prinsip amanah dalam Islam.

Dengan memperhatikan seluruh aspek tersebut, dapat memastikan bahwa proses perhitungan harga opsi tidak hanya memenuhi kaidah ilmiah, tetapi juga selaras dengan prinsip-prinsip transaksi dalam Islam. Hal ini diharapkan dapat menjadi kontribusi nyata dalam pengembangan keuangan syariah, khususnya dalam pengelolaan investasi berbasis prinsip Islam.

BAB V

PENUTUPAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh Kesimpulan untuk menjawab rumusan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Hasil perhitungan menggunakan metode Binomial Tian *Tree* menunjukkan bahwa, baik harga opsi *Call* maupun opsi *Put* tipe Amerika mengalami fluktuasi yang cukup besar pada jumlah partisi yang kecil. Namun, seiring dengan peningkatan jumlah partisi, nilai harga opsi menunjukkan pola yang semakin stabil. Pada partisi ke-252, harga opsi *Call* mencapai nilai sekitar \$29,8507 dan harga opsi *Put* mencapai nilai sekitar \$53,0422.
2. Perbandingan antara metode Tian *Tree* dan metode *Black-Scholes* menunjukkan tingkat keakuratan yang tinggi dalam menghitung harga opsi, baik untuk opsi *Call* maupun *Put*. Dengan jumlah partisi yang besar, seperti partisi 252, metode Tian *Tree* mampu menghasilkan harga opsi yang sangat mendekati hasil dari model *Black-Scholes*, ditunjukkan oleh selisih harga yang sangat kecil dan nilai *error* yang mendekati nol, grafik *error* yang semakin menurun seiring bertambahnya partisi semakin memperkuat bahwa metode ini mampu memberikan estimasi harga opsi yang akurat dan stabil. Oleh karena itu, metode Binomial Tian *Tree* dapat disimpulkan sebagai metode yang efektif dan andal dalam menghitung harga opsi tipe Amerika.

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan lebih lanjut dengan menerapkan metode yang sama, yaitu metode Binomial Tian *Tree*, pada jenis opsi yang berbeda, seperti opsi Asia tipe Amerika.

DAFTAR PUSTAKA

- Abi, F. P. P. (2016). *Semakin dekat dengan pasar modal indonesia*. Deepublish.
- Alfinnikmah, A. (2020). *Metode Tian Tree Dalam Penentuan Nilai Opsi Vanilla Tipe Eropa*. UIN Maulana Malik Ibrahim.
- Alghalith, M. (2018). *Pricing the American Options Using the Black-Scholes Pricing Formula*. <https://ssrn.com/abstract=3068888>
- Andinata, I., Akbar, F., & Amelia, R. (2023). Investasi Saham Syariah dalam Perspektif Ekonomi dan Hukum Islam. *Madani: Jurnal Ilmiah Multidisiplin*, 1(6), 340–348.
- Az-Zuhaili, P. D. W. (2013). *Tafsir Al-Munir : Gema Insani*.
- Aziz, A. (2009). Empat Model Aproksimasi Binomial Harga Saham Model Black-Scholes. *Cauchy: Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 1, 15–24. <https://doi.org/https://doi.org/10.18860/ca.v1i1.1702>
- Bariroh, M. (2021). *Fikih Muamalah Kontemporer*.
- Cahaya, W. (2011). *Al-Qur'an dan Tafsirnya*.
- Chen, T., & Joshi, M. (2012). Truncation and acceleration of the Tian tree for the pricing of American put options. *Quantitative Finance*, 12(11), 1695–1708. <https://doi.org/10.1080/14697688.2011.617776>
- Darmadji, T., & Fakhruddin, H. M. (2012). *Pasar Modal di Indonesia, Edisi 3, Salemba Empat*. Jakarta.
- Ermawatii, PujiRahayui, F. Z. (2017). Perbandingan Solusi Numerik Integral Lipat Dua Pada Fungsi Aljabar dengan Metode Romberg dan Simulasi Monte Carlo. *Jurnal Msa*, 5(1), 46–57.
- Figlewski, S., Silber, W. L. ., & Subrahmanyam, M. G. . (1990). *Financial options : from theory to practice*. 580.
- Habibullah, E. S. (2018). Prinsip-Prinsip Muamalah Dalam Islam. *Ad Deenar: Jurnal Ekonomi Dan Bisnis Islam*, 2(01), 25. <https://doi.org/10.30868/ad.v2i01.237>
- Halim, A. (2015). *Manajemen keuangan bisnis: Konsep dan aplikasi*. Mitra Wacana Media.
- Higham, D. J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation* (Vol. 11, Issue 1). Cambridge University Press.
- Hull. (2003). *Options, Futures, and Other Derivatives* (5th ed.). Prentice Hall.
- Hull, J. . (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives* (8th ed.). Pearson Education Inc.
- Investing.com. (2024). *Microsoft Corporation (MSFT) Stock Historical Data*. <https://www.investing.com/equities/microsoft-corp-historical-data>

- Kementerian Agama, R. (2017). *Al-Qur'an dan Terjemah dilengkapi Panduan Waqaf & Ibtida'*. PT. Suara Agung.
- Khairina, D. M., Muaddam, A., Maharani, S., & Hatta, H. R. (2019). Forecasting of Groundwater Tax Revenue Using Single Exponential Smoothing Method. *E3S Web of Conferences*, 125(2019), 1–5.
- Khoiri, H. A. (2023). *Analisis Deret Waktu* (C. P. Hendrastati (ed.); pertama). UNIPMA Press.
- Maharini, S., & Suprpto, E. (2018). *Analisis Numerik: Berbasis Group Investigation untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis* (1st ed.). CV. Ae Medika Grafika. www.aemediagrafika.com
- Malek, R. (2023). About the valuation of American option under Black-Scholes model: a numerical study. *Moroccan Journal of Pure and Applied Analysis*, 9(1), 75–85. <https://doi.org/10.2478/mjpaa-2023-0005>
- Martalena, & Malinda, M. (2011). *Pengantar Pasar Modal Edisi Pertama*. Andi. Yogyakarta.
- Mooy, M. N., Rusgiyono, A., & Rahmawati, R. (2017). Penentuan Harga Opsi Put Dan Call Tipe Eropa Terhadap Saham Menggunakan Model Black-Scholes. *Jurnal Gaussian*, 6(3), 407–417. <http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian>
- Munib, A. (2018). Hukum Islam dan Muamalah (Asas-asas hukum Islam dalam bidang muamalah). *Al-Ulum : Jurnal Penelitian Dan Pemikiran Ke Islaman*, 5(1), 72–80. <https://doi.org/10.31102/alulum.5.1.2018.72-80>
- Nissa, Q., Satyahadewi, N., & Perdana, H. (2020). Penentuan harga opsi beli tipe eropa menggunakan metode trinomial. 09(3), 379–386.
- Nurcanovic. (2017). *The Split tree for option pricing* '.
- Parawansa, D. S., Rahayu, M., & Sari, B. (2021). Pengaruh ROA, DER dan SIZE Terhadap Return Saham . *Jurnal IKRA- ITH Ekonomika*, 4(2), 1–10.
- Privault, N. (2022). *Introduction to stochastic finance with market examples*. Chapman and Hall/CRC.
- Rahman, A. (2010). *Model Black-Scholes Put Call Parity Nilai opsi Tipe Eropa dengan Pembagian Dividen*. Universitas Semarang.
- Resnianty, A., Saepudin, D., & Umbara, R. F. (2016). Penentuan Nilai Opsi Vanilla Tipe Eropa Multi Aset Menggunakan Metode Lattice Multinomial. *E-Proceeding of Engineering*, 3(1), 1293–1304.
- Setyaningsih, A., Gunawan., M. I., Fauzi, L., & Taher., R. A. A. M. (2021). Metode Binomial Mengenai Keberhasilan Pemerintah dalam Mengatasi Kemacetan di Ibu Kota Jakarta. *Bulletin of Applied Industrial Engineering Theory.*, 2(1), 21–23.
- Seydel, R. . (2009). *Tools for Computational Finance* (Fourth). Springer.

<https://doi.org/10.1007/978-3-540-92929-1>

Tandelilin, E. (2017). *Pasar Modal: Manajemen Portofolio dan Investasi* (G. Sudibyo (ed.)). PT Kanisius.

Tian, Y. (1993). *Modified Lattice Approach*. 13(5), 563–577.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Penutupan Microsoft Corporation (MSFT).

No	Date	Price	No	Date	Price	No	Date	Price
1	11/1/2022	228,17	40	12/28/2022	234,53	79	2/24/2023	249,22
2	11/2/2022	220,1	41	12/29/2022	241,01	80	2/27/2023	250,16
3	11/3/2022	214,25	42	12/30/2022	239,82	81	2/28/2023	249,42
4	11/4/2022	221,39	43	1/3/2023	239,58	82	3/1/2023	246,27
5	11/7/2022	227,87	44	1/4/2023	229,1	83	3/2/2023	251,11
6	11/8/2022	228,87	45	1/5/2023	222,31	84	3/3/2023	255,29
7	11/9/2022	224,51	46	1/6/2023	224,93	85	3/6/2023	256,87
8	11/10/2022	242,98	47	1/9/2023	227,12	86	3/7/2023	254,15
9	11/11/2022	247,11	48	1/10/2023	228,85	87	3/8/2023	253,7
10	11/14/2022	241,55	49	1/11/2023	235,77	88	3/9/2023	252,32
11	11/15/2022	241,97	50	1/12/2023	238,51	89	3/10/2023	248,59
12	11/16/2022	241,73	51	1/13/2023	239,23	90	3/13/2023	253,92
13	11/17/2022	241,68	52	1/17/2023	240,35	91	3/14/2023	260,79
14	11/18/2022	241,22	53	1/18/2023	235,81	92	3/15/2023	265,44
15	11/21/2022	242,05	54	1/19/2023	231,93	93	3/16/2023	276,2
16	11/22/2022	245,03	55	1/20/2023	240,22	94	3/17/2023	279,43
17	11/23/2022	247,58	56	1/23/2023	242,58	95	3/20/2023	272,23
18	11/25/2022	247,49	57	1/24/2023	242,04	96	3/21/2023	273,78
19	11/28/2022	241,76	58	1/25/2023	240,61	97	3/22/2023	272,29
20	11/29/2022	240,33	59	1/26/2023	248	98	3/23/2023	277,66
21	11/30/2022	255,14	60	1/27/2023	248,16	99	3/24/2023	280,57
22	12/1/2022	254,69	61	1/30/2023	242,71	100	3/27/2023	276,38
23	12/2/2022	255,02	62	1/31/2023	247,81	101	3/28/2023	275,23
24	12/5/2022	250,2	63	2/1/2023	252,75	102	3/29/2023	280,51
25	12/6/2022	245,12	64	2/2/2023	264,6	103	3/30/2023	284,05
26	12/7/2022	244,37	65	2/3/2023	258,35	104	3/31/2023	288,3
27	12/8/2022	247,4	66	2/6/2023	256,77	105	4/3/2023	287,23
28	12/9/2022	245,42	67	2/7/2023	267,56	106	4/4/2023	287,18
29	12/12/2022	252,51	68	2/8/2023	266,73	107	4/5/2023	284,34
30	12/13/2022	256,92	69	2/9/2023	263,62	108	4/6/2023	291,6
31	12/14/2022	257,22	70	2/10/2023	263,1	109	4/10/2023	289,39
32	12/15/2022	249,01	71	2/13/2023	271,32	110	4/11/2023	282,83
33	12/16/2022	244,69	72	2/14/2023	272,17	111	4/12/2023	283,49
34	12/19/2022	240,45	73	2/15/2023	269,32	112	4/13/2023	289,84
35	12/20/2022	241,8	74	2/16/2023	262,15	113	4/14/2023	286,14
36	12/21/2022	244,43	75	2/17/2023	258,06	114	4/17/2023	288,8
37	12/22/2022	238,19	76	2/21/2023	252,67	115	4/18/2023	288,37
38	12/23/2022	238,73	77	2/22/2023	251,51	116	4/19/2023	288,45

118	4/21/2023	285,76	161	6/23/2023	335,02	204	8/24/2023	319,97
119	4/24/2023	281,77	162	6/26/2023	328,6	205	8/25/2023	322,98
120	4/25/2023	275,42	163	6/27/2023	334,57	206	8/28/2023	323,7
121	4/26/2023	295,37	164	6/28/2023	335,85	207	8/29/2023	328,41
122	4/27/2023	304,83	165	6/29/2023	335,05	208	8/30/2023	328,79
123	4/28/2023	307,26	166	6/30/2023	340,54	209	8/31/2023	327,76
124	5/1/2023	305,56	167	7/3/2023	337,99	210	9/1/2023	328,66
125	5/2/2023	305,41	168	7/5/2023	338,15	211	9/5/2023	333,55
126	5/3/2023	304,4	169	7/6/2023	341,27	212	9/6/2023	332,88
127	5/4/2023	305,41	170	7/7/2023	337,22	213	9/7/2023	329,91
128	5/5/2023	310,65	171	7/10/2023	331,83	214	9/8/2023	334,27
129	5/8/2023	308,65	172	7/11/2023	332,47	215	9/11/2023	337,94
130	5/9/2023	307	173	7/12/2023	337,2	216	9/12/2023	331,77
131	5/10/2023	312,31	174	7/13/2023	342,66	217	9/13/2023	336,06
132	5/11/2023	310,11	175	7/14/2023	345,24	218	9/14/2023	338,7
133	5/12/2023	308,97	176	7/17/2023	345,73	219	9/15/2023	330,22
134	5/15/2023	309,46	177	7/18/2023	359,49	220	9/18/2023	329,06
135	5/16/2023	311,74	178	7/19/2023	355,08	221	9/19/2023	328,65
136	5/17/2023	314	179	7/20/2023	346,87	222	9/20/2023	320,77
137	5/18/2023	318,52	180	7/21/2023	343,77	223	9/21/2023	319,53
138	5/19/2023	318,34	181	7/24/2023	345,11	224	9/22/2023	317,01
139	5/22/2023	321,18	182	7/25/2023	350,98	225	9/25/2023	317,54
140	5/23/2023	315,26	183	7/26/2023	337,77	226	9/26/2023	312,14
141	5/24/2023	313,85	184	7/27/2023	330,72	227	9/27/2023	312,79
142	5/25/2023	325,92	185	7/28/2023	338,37	228	9/28/2023	313,64
143	5/26/2023	332,89	186	7/31/2023	335,92	229	9/29/2023	315,75
144	5/30/2023	331,21	187	8/1/2023	336,34	230	10/2/2023	321,8
145	5/31/2023	328,39	188	8/2/2023	327,5	231	10/3/2023	313,39
146	6/1/2023	332,58	189	8/3/2023	326,66	232	10/4/2023	318,95
147	6/2/2023	335,4	190	8/4/2023	327,78	233	10/5/2023	319,36
148	6/5/2023	335,94	191	8/7/2023	330,11	234	10/6/2023	327,26
149	6/6/2023	333,68	192	8/8/2023	326,05	235	10/9/2023	329,82
150	6/7/2023	323,38	193	8/9/2023	322,23	236	10/10/2023	328,39
151	6/8/2023	325,26	194	8/10/2023	322,93	237	10/11/2023	332,42
152	6/9/2023	326,79	195	8/11/2023	321,01	238	10/12/2023	331,16
153	6/12/2023	331,85	196	8/14/2023	324,04	239	10/13/2023	327,73
154	6/13/2023	334,29	197	8/15/2023	321,86	240	10/16/2023	332,64
155	6/14/2023	337,34	198	8/16/2023	320,4	241	10/17/2023	332,06
156	6/15/2023	348,1	199	8/17/2023	316,88	242	10/18/2023	330,11
157	6/16/2023	342,33	200	8/18/2023	316,48	243	10/19/2023	331,32
158	6/20/2023	338,05	201	8/21/2023	321,88	244	10/20/2023	326,67
159	6/21/2023	333,56	202	8/22/2023	322,46	245	10/23/2023	329,32
160	6/22/2023	339,71	203	8/23/2023	327	246	10/24/2023	330,53

247	10/25/2023	340,67	290	12/27/2023	374,07	333	2/29/2024	413,64
248	10/26/2023	327,89	291	12/28/2023	375,28	334	3/1/2024	415,5
249	10/27/2023	329,81	292	12/29/2023	376,04	335	3/4/2024	414,92
250	10/30/2023	337,31	293	1/2/2024	370,87	336	3/5/2024	402,65
251	10/31/2023	338,11	294	1/3/2024	370,6	337	3/6/2024	402,09
252	11/1/2023	346,07	295	1/4/2024	367,94	338	3/7/2024	409,14
253	11/2/2023	348,32	296	1/5/2024	367,75	339	3/8/2024	406,22
254	11/3/2023	352,8	297	1/8/2024	374,69	340	3/11/2024	404,52
255	11/6/2023	356,53	298	1/9/2024	375,79	341	3/12/2024	415,28
256	11/7/2023	360,53	299	1/10/2024	382,77	342	3/13/2024	415,1
257	11/8/2023	363,2	300	1/11/2024	384,63	343	3/14/2024	425,22
258	11/9/2023	360,69	301	1/12/2024	388,47	344	3/15/2024	416,42
259	11/10/2023	369,67	302	1/16/2024	390,27	345	3/18/2024	417,32
260	11/13/2023	366,68	303	1/17/2024	389,47	346	3/19/2024	421,41
261	11/14/2023	370,27	304	1/18/2024	393,87	347	3/20/2024	425,23
262	11/15/2023	369,67	305	1/19/2024	398,67	348	3/21/2024	429,37
263	11/16/2023	376,17	306	1/22/2024	396,51	349	3/22/2024	428,74
264	11/17/2023	369,85	307	1/23/2024	398,9	350	3/25/2024	422,86
265	11/20/2023	377,44	308	1/24/2024	402,56	351	3/26/2024	421,65
266	11/21/2023	373,07	309	1/25/2024	404,87	352	3/27/2024	421,43
267	11/22/2023	377,85	310	1/26/2024	403,93	353	3/28/2024	420,72
268	11/24/2023	377,43	311	1/29/2024	409,72	354	4/1/2024	424,57
269	11/27/2023	378,61	312	1/30/2024	408,59	355	4/2/2024	421,44
270	11/28/2023	382,7	313	1/31/2024	397,58	356	4/3/2024	420,45
271	11/29/2023	378,85	314	2/1/2024	403,78	357	4/4/2024	417,88
272	11/30/2023	378,91	315	2/2/2024	411,22	358	4/5/2024	425,52
273	12/1/2023	374,51	316	2/5/2024	405,65	359	4/8/2024	424,59
274	12/4/2023	369,14	317	2/6/2024	405,49	360	4/9/2024	426,28
275	12/5/2023	372,52	318	2/7/2024	414,05	361	4/10/2024	423,26
276	12/6/2023	368,8	319	2/8/2024	414,11	362	4/11/2024	427,93
277	12/7/2023	370,95	320	2/9/2024	420,55	363	4/12/2024	421,9
278	12/8/2023	374,23	321	2/12/2024	415,26	364	4/15/2024	413,64
279	12/11/2023	371,3	322	2/13/2024	406,32	365	4/16/2024	414,58
280	12/12/2023	374,38	323	2/14/2024	409,49	366	4/17/2024	411,84
281	12/13/2023	374,37	324	2/15/2024	406,56	367	4/18/2024	404,27
282	12/14/2023	365,93	325	2/16/2024	404,06	368	4/19/2024	399,12
283	12/15/2023	370,73	326	2/20/2024	402,79	369	4/22/2024	400,96
284	12/18/2023	372,65	327	2/21/2024	402,18	370	4/23/2024	407,57
285	12/19/2023	373,26	328	2/22/2024	411,65	371	4/24/2024	409,06
286	12/20/2023	370,62	329	2/23/2024	410,34	372	4/25/2024	399,04
287	12/21/2023	373,54	330	2/26/2024	407,54	373	4/26/2024	406,32
288	12/22/2023	374,58	331	2/27/2024	407,48	374	4/29/2024	402,25
289	12/26/2023	374,66	332	2/28/2024	407,72	375	4/30/2024	389,33

376	5/1/2024	394,94	419	7/3/2024	460,77	462	9/4/2024	408,9
377	5/2/2024	397,84	420	7/5/2024	467,56	463	9/5/2024	408,39
378	5/3/2024	406,66	421	7/8/2024	466,24	464	9/6/2024	401,7
379	5/6/2024	413,54	422	7/9/2024	459,54	465	9/9/2024	405,72
380	5/7/2024	409,34	423	7/10/2024	466,25	466	9/10/2024	414,2
381	5/8/2024	410,54	424	7/11/2024	454,7	467	9/11/2024	423,04
382	5/9/2024	412,32	425	7/12/2024	453,55	468	9/12/2024	427
383	5/10/2024	414,74	426	7/15/2024	453,96	469	9/13/2024	430,59
384	5/13/2024	413,72	427	7/16/2024	449,52	470	9/16/2024	431,34
385	5/14/2024	416,56	428	7/17/2024	443,52	471	9/17/2024	435,15
386	5/15/2024	423,08	429	7/18/2024	440,37	472	9/18/2024	430,81
387	5/16/2024	420,99	430	7/19/2024	437,11	473	9/19/2024	438,69
388	5/17/2024	420,21	431	7/22/2024	442,94	474	9/20/2024	435,27
389	5/20/2024	425,34	432	7/23/2024	444,85	475	9/23/2024	433,51
390	5/21/2024	429,04	433	7/24/2024	428,9	476	9/24/2024	429,17
391	5/22/2024	430,52	434	7/25/2024	418,4	477	9/25/2024	432,11
392	5/23/2024	427	435	7/26/2024	425,27	478	9/26/2024	431,31
393	5/24/2024	430,16	436	7/29/2024	426,73	479	9/27/2024	428,02
394	5/28/2024	430,32	437	7/30/2024	422,92	480	9/30/2024	430,3
395	5/29/2024	429,17	438	7/31/2024	418,35	481	10/1/2024	420,69
396	5/30/2024	414,67	439	8/1/2024	417,11	482	10/2/2024	417,13
397	5/31/2024	415,13	440	8/2/2024	408,49	483	10/3/2024	416,54
398	6/3/2024	413,52	441	8/5/2024	395,15	484	10/4/2024	416,06
399	6/4/2024	416,07	442	8/6/2024	399,61	485	10/7/2024	409,54
400	6/5/2024	424,01	443	8/7/2024	398,43	486	10/8/2024	414,71
401	6/6/2024	424,52	444	8/8/2024	402,69	487	10/9/2024	417,46
402	6/7/2024	423,85	445	8/9/2024	406,02	488	10/10/2024	415,84
403	6/10/2024	427,87	446	8/12/2024	406,81	489	10/11/2024	416,32
404	6/11/2024	432,68	447	8/13/2024	414,01	490	10/14/2024	419,14
405	6/12/2024	441,06	448	8/14/2024	416,86	491	10/15/2024	418,74
406	6/13/2024	441,58	449	8/15/2024	421,03	492	10/16/2024	416,12
407	6/14/2024	442,57	450	8/16/2024	418,47	493	10/17/2024	416,72
408	6/17/2024	448,37	451	8/19/2024	421,53	494	10/18/2024	418,16
409	6/18/2024	446,34	452	8/20/2024	424,8	495	10/21/2024	418,78
410	6/20/2024	445,7	453	8/21/2024	424,14	496	10/22/2024	427,51
411	6/21/2024	449,78	454	8/22/2024	415,55	497	10/23/2024	424,6
412	6/24/2024	447,67	455	8/23/2024	416,79	498	10/24/2024	424,73
413	6/25/2024	450,95	456	8/26/2024	413,49	499	10/25/2024	428,15
414	6/26/2024	452,16	457	8/27/2024	413,84	500	10/28/2024	426,59
415	6/27/2024	452,85	458	8/28/2024	410,6	501	10/29/2024	431,95
416	6/28/2024	446,95	459	8/29/2024	413,12	502	10/30/2024	432,53
417	7/1/2024	456,73	460	8/30/2024	417,14	503	10/31/2024	406,35
18	7/2/2024	459,28	461	9/3/2024	409,44			

Lampiran 2, Return Harga Saham

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
1	-0,03601	41	-0,00495	81	-0,01271	121	0,031525
2	-0,02694	42	-0,001	82	0,019463	122	0,00794
3	0,032782	43	-0,04473	83	0,016509	123	-0,00555
4	0,028849	44	-0,03009	84	0,00617	124	-0,00049
5	0,004379	45	0,011716	85	-0,01065	125	-0,00331
6	-0,01923	46	0,009689	86	-0,00177	126	0,003313
7	0,079059	47	0,007588	87	-0,00545	127	0,017012
8	0,016854	48	0,02979	88	-0,01489	128	-0,00646
9	-0,02276	49	0,011554	89	0,021214	129	-0,00536
10	0,001737	50	0,003014	90	0,026696	130	0,017149
11	-0,00099	51	0,004671	91	0,017673	131	-0,00707
12	-0,00021	52	-0,01907	92	0,039736	132	-0,00368
13	-0,00191	53	-0,01659	93	0,011627	133	0,001585
14	0,003435	54	0,03512	94	-0,0261	134	0,007341
15	0,012236	55	0,009776	95	0,005678	135	0,007223
16	0,010353	56	-0,00223	96	-0,00546	136	0,014292
17	-0,00036	57	-0,00593	97	0,01953	137	-0,00057
18	-0,02342	58	0,030251	98	0,010426	138	0,008882
19	-0,00593	59	0,000645	99	-0,01505	139	-0,0186
20	0,059799	60	-0,02221	100	-0,00417	140	-0,00448
21	-0,00177	61	0,020795	101	0,019002	141	0,037737
22	0,001295	62	0,019739	102	0,012541	142	0,02116
23	-0,01908	63	0,045818	103	0,014851	143	-0,00506
24	-0,02051	64	-0,0239	104	-0,00372	144	-0,00855
25	-0,00306	65	-0,00613	105	-0,00017	145	0,012679
26	0,012323	66	0,041163	106	-0,00994	146	0,008443
27	-0,00804	67	-0,00311	107	0,025212	147	0,001609
28	0,02848	68	-0,01173	108	-0,00761	148	-0,00675
29	0,017314	69	-0,00197	109	-0,02293	149	-0,03135
30	0,001167	70	0,030765	110	0,002331	150	0,005797
31	-0,03244	71	0,003128	111	0,022152	151	0,004693
32	-0,0175	72	-0,01053	112	-0,01285	152	0,015365
33	-0,01748	73	-0,02698	113	0,009253	153	0,007326
34	0,005599	74	-0,01572	114	-0,00149	154	0,009082
35	0,010818	75	-0,02111	115	0,000277	155	0,031398
36	-0,02586	76	-0,0046	116	-0,00815	156	-0,01671
37	0,002265	77	0,012878	117	-0,00122	157	-0,01258
38	-0,00744	78	-0,02203	118	-0,01406	158	-0,01337
39	-0,01031	79	0,003765	119	-0,02279	159	0,01827
40	0,027255	80	-0,00296	120	0,069932	160	-0,0139

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
161	-0,01935	203	-0,02173	244	0,008079	286	0,007848
162	0,018005	204	0,009363	245	0,003668	287	0,00278
163	0,003819	205	0,002227	246	0,030217	288	0,000214
164	-0,00238	206	0,014446	247	-0,03824	289	-0,00158
165	0,016253	207	0,001156	248	0,005839	290	0,003229
166	-0,00752	208	-0,00314	249	0,022486	291	0,002023
167	0,000473	209	0,002742	250	0,002369	292	-0,01384
168	0,009184	210	0,014769	251	0,02327	293	-0,00073
169	-0,01194	211	-0,00201	252	0,006481	294	-0,0072
170	-0,01611	212	-0,00896	253	0,01278	295	-0,00052
171	0,001927	213	0,013129	254	0,010517	296	0,018696
172	0,014127	214	0,010919	255	0,011157	297	0,002931
173	0,016062	215	-0,01843	256	0,007378	298	0,018404
174	0,007501	216	0,012848	257	-0,00693	299	0,004848
175	0,001418	217	0,007825	258	0,024592	300	0,009934
176	0,039028	218	-0,02536	259	-0,00812	301	0,004623
177	-0,01234	219	-0,00352	260	0,009743	302	-0,00205
178	-0,02339	220	-0,00125	261	-0,00162	303	0,011234
179	-0,00898	221	-0,02427	262	0,01743	304	0,012113
180	0,00389	222	-0,00387	263	-0,01694	305	-0,00543
181	0,016866	223	-0,00792	264	0,020314	306	0,006009
182	-0,03836	224	0,00167	265	-0,01165	307	0,009133
183	-0,02109	225	-0,01715	266	0,012731	308	0,005722
184	0,022868	226	0,00208	267	-0,00111	309	-0,00232
185	-0,00727	227	0,002714	268	0,003122	310	0,014232
186	0,00125	228	0,006705	269	0,010745	311	-0,00276
187	-0,02663	229	0,018979	270	-0,01011	312	-0,02732
188	-0,00257	230	-0,02648	271	0,000158	313	0,015474
189	0,003423	231	0,017586	272	-0,01168	314	0,018258
190	0,007083	232	0,001285	273	-0,01444	315	-0,01364
191	-0,01238	233	0,024436	274	0,009115	316	-0,00039
192	-0,01179	234	0,007792	275	-0,01004	317	0,020891
193	0,00217	235	-0,00435	276	0,005813	318	0,000145
194	-0,00596	236	0,012197	277	0,008803	319	0,015432
195	0,009395	237	-0,0038	278	-0,00786	320	-0,01266
196	-0,00675	238	-0,01041	279	0,008261	321	-0,02176
197	-0,00455	239	0,014871	280	-0,00003	322	0,007771
198	-0,01105	240	-0,00175	281	-0,0228	323	-0,00718
199	-0,00126	241	-0,00589	282	0,013032	324	-0,00617
200	0,016919	242	0,003659	283	0,005166	325	-0,00315
201	0,0018	243	-0,01413	284	0,001636	326	-0,00152
202	0,013981	244	0,008079	285	-0,0071	327	0,023274

z	R_z	z	R_z	z	R_z	z	R_z
328	-0,00319	370	0,003649	412	0,0073	454	0,00298
329	-0,00685	371	-0,0248	413	0,00268	455	-0,00795
330	-0,00015	372	0,018079	414	0,001525	456	0,000846
331	0,000589	373	-0,01007	415	-0,01311	457	-0,00786
332	0,014415	374	-0,03265	416	0,021646	458	0,006119
333	0,004487	375	0,014307	417	0,005568	459	0,009684
334	-0,0014	376	0,007316	418	0,003239	460	-0,01863
335	-0,03002	377	0,021928	419	0,014629	461	-0,00132
336	-0,00139	378	0,016777	420	-0,00283	462	-0,00125
337	0,017381	379	-0,01021	421	-0,01447	463	-0,01652
338	-0,00716	380	0,002927	422	0,014496	464	0,009958
339	-0,00419	381	0,004326	423	-0,02508	465	0,020686
340	0,026252	382	0,005852	424	-0,00253	466	0,021118
341	-0,00043	383	-0,00246	425	0,000904	467	0,009317
342	0,024087	384	0,006841	426	-0,00983	468	0,008372
343	-0,02091	385	0,015531	427	-0,01344	469	0,00174
344	0,002159	386	-0,00495	428	-0,00713	470	0,008794
345	0,009753	387	-0,00185	429	-0,00743	471	-0,01002
346	0,009024	388	0,012134	430	0,013249	472	0,018126
347	0,009689	389	0,008661	431	0,004303	473	-0,00783
348	-0,00147	390	0,003444	432	-0,03651	474	-0,00405
349	-0,01381	391	-0,00821	433	-0,02479	475	-0,01006
350	-0,00287	392	0,007373	434	0,016286	476	0,006827
351	-0,00052	393	0,000372	435	0,003427	477	-0,00185
352	-0,00169	394	-0,00268	436	-0,00897	478	-0,00766
353	0,009109	395	-0,03437	437	-0,01086	479	0,005313
354	-0,0074	396	0,001109	438	-0,00297	480	-0,02259
355	-0,00235	397	-0,00389	439	-0,02088	481	-0,0085
356	-0,00613	398	0,006148	440	-0,0332	482	-0,00142
357	0,018118	399	0,018904	441	0,011224	483	-0,00115
358	-0,00219	400	0,001202	442	-0,00296	484	-0,01579
359	0,003972	401	-0,00158	443	0,010635	485	0,012545
360	-0,00711	402	0,00944	444	0,008235	486	0,006609
361	0,010973	403	0,011179	445	0,001944	487	-0,00389
362	-0,01419	404	0,019182	446	0,017544	488	0,001154
363	-0,01977	405	0,001178	447	0,00686	489	0,006751
364	0,00227	406	0,002239	448	0,009954	490	-0,00095
365	-0,00663	407	0,01302	449	-0,0061	491	-0,00628
366	-0,01855	408	-0,00454	450	0,007286	492	0,001441
367	-0,01282	409	-0,00143	451	0,007728	493	0,00345
368	0,0046	410	0,009112	452	-0,00155	494	0,001482
369	0,016351	411	-0,0047	453	-0,02046	495	0,020632

z	R_z
496	-0,00683
497	0,000306
498	0,00802
499	-0,00365
500	0,012486
501	0,001342
502	-0,06244

Lampiran 3, Hasil Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put*

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
1	39,3671	62,5229	0,316966	0,178017
2	25,7190	48,8748	0,139611	0,079132
3	33,1086	56,3244	0,107595	0,061229
4	27,7530	50,9342	0,071567	0,040331
5	31,7994	55,0183	0,063798	0,036619
6	28,4739	51,6654	0,047450	0,026554
7	31,2391	54,4562	0,045054	0,026028
8	28,8386	52,0354	0,035251	0,019581
9	30,9288	54,1434	0,034676	0,020136
10	29,0574	52,2568	0,027929	0,015411
11	30,7320	53,9441	0,028090	0,01638
12	29,2029	52,4025	0,023064	0,012666
13	30,5960	53,8058	0,023540	0,013774
14	29,3062	52,5055	0,019607	0,010726
15	30,4964	53,7043	0,020210	0,011862
16	29,3833	52,5826	0,017029	0,009271
17	30,4204	53,6266	0,017667	0,010398
18	29,4429	52,6420	0,015036	0,008153
19	30,3605	53,5653	0,015662	0,009243
20	29,4902	52,6891	0,013451	0,007266
21	30,3120	53,5157	0,014040	0,008309
22	29,5288	52,7273	0,012162	0,006547
23	30,2720	53,4747	0,012701	0,007537
24	29,5607	52,7588	0,011095	0,005953
25	30,2384	53,4403	0,011577	0,006888
26	29,5875	52,7852	0,010197	0,005455
27	30,2098	53,4110	0,010621	0,006336
28	29,6104	52,8077	0,009432	0,00503
29	30,1851	53,3857	0,009796	0,005859
30	29,6301	52,8272	0,008773	0,004663
31	30,1637	53,3636	0,009079	0,005443
32	29,6472	52,8441	0,008200	0,004345
33	30,1448	53,3442	0,008448	0,005078
34	29,6622	52,8589	0,007697	0,004067
35	30,1282	53,3270	0,007890	0,004754
36	29,6755	52,8719	0,007252	0,003821
37	30,1133	53,3117	0,007393	0,004465
38	29,6874	52,8835	0,006856	0,003602
39	30,0999	53,2980	0,006946	0,004207
40	29,6979	52,8939	0,006502	0,003406

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
41	30,0879	53,2856	0,006543	0,003973
42	29,7075	52,9033	0,006183	0,00323
43	30,0770	53,2743	0,006178	0,003761
44	29,7161	52,9117	0,005895	0,003071
45	30,0670	53,2641	0,005846	0,003568
46	29,7239	52,9194	0,005633	0,002926
47	30,0579	53,2548	0,005541	0,003392
48	29,7310	52,9264	0,005395	0,002795
49	30,0496	53,2462	0,005262	0,003231
50	29,7376	52,9328	0,005176	0,002675
51	30,0419	53,2383	0,005004	0,003082
52	29,7436	52,9386	0,004975	0,002564
53	30,0348	53,2309	0,004766	0,002944
54	29,7491	52,9440	0,004790	0,002463
55	30,0282	53,2242	0,004546	0,002816
56	29,7542	52,9490	0,004620	0,002368
57	30,0221	53,2179	0,004341	0,002697
58	29,7589	52,9536	0,004461	0,002281
59	30,0163	53,2120	0,004149	0,002586
60	29,7633	52,9579	0,004314	0,002201
61	30,0110	53,2065	0,003971	0,002482
62	29,7674	52,9619	0,004177	0,002126
63	30,0060	53,2013	0,003803	0,002385
64	29,7713	52,9656	0,004049	0,002056
65	30,0013	53,1965	0,003647	0,002294
66	29,7748	52,9691	0,003930	0,00199
67	29,9969	53,1919	0,003499	0,002208
68	29,7782	52,9723	0,003818	0,001929
69	29,9927	53,1876	0,003360	0,002127
70	29,7813	52,9754	0,003713	0,001872
71	29,9888	53,1836	0,003229	0,002051
72	29,7843	52,9782	0,003614	0,001818
73	29,9851	53,1797	0,003105	0,001979
74	29,7870	52,9809	0,003521	0,001767
75	29,9816	53,1761	0,002987	0,001911
76	29,7897	52,9835	0,003433	0,001719
77	29,9783	53,1727	0,002876	0,001846
78	29,7921	52,9859	0,003350	0,001674
79	29,9751	53,1694	0,002771	0,001784
80	29,7945	52,9882	0,003272	0,001631
81	29,9721	53,1663	0,002670	0,001726
82	29,7967	52,9903	0,003198	0,00159

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
83	29,9693	53,1634	0,002575	0,00167
84	29,7988	52,9924	0,003127	0,001552
85	29,9665	53,1606	0,002484	0,001617
86	29,8008	52,9943	0,003061	0,001515
87	29,9639	53,1579	0,002397	0,001567
88	29,8027	52,9961	0,002997	0,001481
89	29,9615	53,1553	0,002314	0,001519
90	29,8045	52,9979	0,002937	0,001448
91	29,9591	53,1529	0,002235	0,001473
92	29,8062	52,9995	0,002879	0,001416
93	29,9568	53,1506	0,002159	0,001429
94	29,8079	53,0011	0,002824	0,001386
95	29,9547	53,1483	0,002086	0,001387
96	29,8094	53,0027	0,002772	0,001358
97	29,9526	53,1462	0,002016	0,001346
98	29,8109	53,0041	0,002722	0,001331
99	29,9506	53,1441	0,001949	0,001307
100	29,8124	53,0055	0,002674	0,001305
101	29,9487	53,1421	0,001885	0,00127
102	29,8137	53,0068	0,002628	0,00128
103	29,9468	53,1402	0,001824	0,001234
104	29,8151	53,0081	0,002584	0,001256
105	29,9450	53,1384	0,001764	0,0012
106	29,8163	53,0093	0,002542	0,001233
107	29,9433	53,1366	0,001707	0,001167
108	29,8175	53,0105	0,002502	0,001211
109	29,9417	53,1349	0,001652	0,001135
110	29,8187	53,0116	0,002463	0,00119
111	29,9401	53,1333	0,001599	0,001104
112	29,8198	53,0126	0,002426	0,001169
113	29,9386	53,1317	0,001548	0,001074
114	29,8209	53,0137	0,002390	0,00115
115	29,9371	53,1302	0,001498	0,001045
116	29,8219	53,0147	0,002356	0,001131
117	29,9357	53,1287	0,001451	0,001018
118	29,8229	53,0156	0,002323	0,001113
119	29,9343	53,1273	0,001405	0,000991
120	29,8238	53,0165	0,002291	0,001096
121	29,9330	53,1259	0,001360	0,000965
122	29,8247	53,0174	0,002260	0,001079
123	29,9317	53,1246	0,001317	0,00094
124	29,8256	53,0183	0,002231	0,001063

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
125	29,9304	53,1233	0,001275	0,000916
126	29,8265	53,0191	0,002202	0,001048
127	29,9292	53,1221	0,001235	0,000892
128	29,8273	53,0199	0,002175	0,001033
129	29,9280	53,1209	0,001196	0,000869
130	29,8281	53,0206	0,002148	0,001019
131	29,9269	53,1197	0,001158	0,000847
132	29,8289	53,0214	0,002122	0,001005
133	29,9258	53,1185	0,001121	0,000826
134	29,8296	53,0221	0,002097	0,000992
135	29,9247	53,1174	0,001085	0,000805
136	29,8303	53,0228	0,002073	0,000979
137	29,9237	53,1164	0,001050	0,000785
138	29,8310	53,0234	0,002050	0,000966
139	29,9227	53,1153	0,001017	0,000765
140	29,8317	53,0241	0,002028	0,000954
141	29,9217	53,1143	0,000984	0,000746
142	29,8323	53,0247	0,002006	0,000942
143	29,9208	53,1133	0,000952	0,000728
144	29,8330	53,0253	0,001985	0,000931
145	29,9198	53,1124	0,000921	0,00071
146	29,8336	53,0259	0,001965	0,00092
147	29,9189	53,1114	0,000891	0,000692
148	29,8342	53,0265	0,001945	0,000909
149	29,9181	53,1105	0,000862	0,000675
150	29,8347	53,0270	0,001926	0,000899
151	29,9172	53,1097	0,000833	0,000659
152	29,8353	53,0275	0,001907	0,000889
153	29,9164	53,1088	0,000805	0,000642
154	29,8358	53,0281	0,001889	0,000879
155	29,9156	53,1080	0,000778	0,000627
156	29,8364	53,0286	0,001871	0,00087
157	29,9148	53,1072	0,000752	0,000611
158	29,8369	53,0290	0,001854	0,00086
159	29,9140	53,1064	0,000726	0,000596
160	29,8374	53,0295	0,001838	0,000852
161	29,9133	53,1056	0,000701	0,000582
162	29,8378	53,0300	0,001822	0,000843
163	29,9125	53,1048	0,000677	0,000568
164	29,8383	53,0304	0,001806	0,000834
165	29,9118	53,1041	0,000653	0,000554
166	29,8388	53,0309	0,001791	0,000826

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
167	29,9111	53,1034	0,000630	0,00054
168	29,8392	53,0313	0,001776	0,000818
169	29,9104	53,1027	0,000607	0,000527
170	29,8396	53,0317	0,001762	0,000811
171	29,9098	53,1020	0,000585	0,000514
172	29,8401	53,0321	0,001748	0,000803
173	29,9091	53,1013	0,000563	0,000501
174	29,8405	53,0325	0,001734	0,000796
175	29,9085	53,1007	0,000542	0,000489
176	29,8409	53,0329	0,001721	0,000789
177	29,9079	53,1000	0,000521	0,000477
178	29,8413	53,0332	0,001708	0,000782
179	29,9073	53,0994	0,000501	0,000465
180	29,8416	53,0336	0,001695	0,000775
181	29,9067	53,0988	0,000481	0,000453
182	29,8420	53,0339	0,001683	0,000768
183	29,9061	53,0982	0,000462	0,000442
184	29,8424	53,0343	0,001671	0,000762
185	29,9055	53,0976	0,000443	0,000431
186	29,8427	53,0346	0,001659	0,000756
187	29,9050	53,0970	0,000424	0,00042
188	29,8430	53,0349	0,001648	0,00075
189	29,9044	53,0965	0,000406	0,00041
190	29,8434	53,0352	0,001637	0,000744
191	29,9039	53,0959	0,000388	0,000399
192	29,8437	53,0356	0,001626	0,000738
193	29,9034	53,0954	0,000371	0,000389
194	29,8440	53,0359	0,001615	0,000732
195	29,9029	53,0949	0,000354	0,000379
196	29,8443	53,0362	0,001605	0,000727
197	29,9024	53,0943	0,000337	0,00037
198	29,8446	53,0364	0,001595	0,000721
199	29,9019	53,0938	0,000321	0,00036
200	29,8449	53,0367	0,001585	0,000716
201	29,9014	53,0933	0,000305	0,000351
202	29,8452	53,0370	0,001575	0,000711
203	29,9009	53,0929	0,000289	0,000342
204	29,8455	53,0373	0,001566	0,000706
205	29,9005	53,0924	0,000274	0,000333
206	29,8458	53,0375	0,001557	0,000701
207	29,9000	53,0919	0,000259	0,000324
208	29,8460	53,0378	0,001548	0,000696

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error Call</i>	<i>error Put</i>
209	29,8996	53,0915	0,000244	0,000316
210	29,8463	53,0380	0,001539	0,000691
211	29,8992	53,0910	0,000229	0,000307
212	29,8465	53,0383	0,001531	0,000687
213	29,8987	53,0906	0,000215	0,000299
214	29,8468	53,0385	0,001522	0,000682
215	29,8983	53,0901	0,000201	0,000291
216	29,8470	53,0387	0,001514	0,000678
217	29,8979	53,0897	0,000187	0,000283
218	29,8473	53,0390	0,001506	0,000673
219	29,8975	53,0893	0,000174	0,000275
220	29,8475	53,0392	0,001498	0,000669
221	29,8971	53,0889	0,000161	0,000267
222	29,8477	53,0394	0,001490	0,000665
223	29,8967	53,0885	0,000148	0,00026
224	29,8480	53,0396	0,001483	0,000661
225	29,8963	53,0881	0,000135	0,000252
226	29,8482	53,0398	0,001476	0,000657
227	29,8960	53,0877	0,000122	0,000245
228	29,8484	53,0400	0,001468	0,000653
229	29,8956	53,0873	0,000110	0,000238
230	29,8486	53,0402	0,001461	0,00065
231	29,8952	53,0870	0,000098	0,000231
232	29,8488	53,0404	0,001454	0,000646
233	29,8949	53,0866	0,000086	0,000224
234	29,8490	53,0406	0,001448	0,000642
235	29,8945	53,0862	0,000074	0,000217
236	29,8492	53,0408	0,001441	0,000639
237	29,8942	53,0859	0,000063	0,00021
238	29,8494	53,0410	0,001434	0,000635
239	29,8938	53,0855	0,000051	0,000204
240	29,8496	53,0412	0,001428	0,000632
241	29,8935	53,0852	0,000040	0,000197
242	29,8498	53,0414	0,001422	0,000628
243	29,8932	53,0848	0,000029	0,000191
244	29,8500	53,0415	0,001416	0,000625
245	29,8929	53,0845	0,000018	0,000184
246	29,8502	53,0417	0,001410	0,000622
247	29,8925	53,0842	0,000008	0,000178
248	29,8503	53,0419	0,001404	0,000619
249	29,8922	53,0839	0,000003	0,000172
250	29,8505	53,0420	0,001398	0,000616

Partisi	<i>Call</i> Tian	<i>Put</i> Tian	<i>error</i> <i>Call</i>	<i>error</i> <i>Put</i>
251	29,8919	53,0835	0,000013	0,000166
252	29,8507	53,0422	0,001392	0,000613

Lampiran 4, Script Perhitungan Opsi Tipe Amerika Metode Binomial Tian Tree

```

clc;

% InPut Data
S0 = 406,35;
K = 430;
r = 0,00115;
T = 1;
sig = 0,24287;
jumlah_partisi = 252;

% Perhitungan Black-Scholes sebagai acuan
d1 = (log(S0/K) + (r + (sig^2)/2) * T) / (sig * sqrt(T));
d2 = d1 - sig * sqrt(T);
b = exp((exp(r*T) - 1) * (1 - r) * T);
BSCall = b * (S0 * normcdf(d1) - K * exp(-r * T) * normcdf(d2));
BSPut = b * (K * exp(-r * T) * normcdf(-d2) - S0 * normcdf(-d1));

fprintf('Nilai Opsi Call (Black-Scholes) : %,4f\n', BSCall);
fprintf('Nilai Opsi Put (Black-Scholes) : %,4f\n', BSPut);

for M = 1:jumlah_partisi
    deltaT = T / M;
    Y = exp(sig^2 * deltaT);
    X = exp(r * deltaT);

    u = (X * Y / 2) * ((Y + 1) + sqrt(Y^2 + 2 * Y - 3));
    d = (X * Y / 2) * ((Y + 1) - sqrt(Y^2 + 2 * Y - 3));
    p = (X - d) / (u - d);

    S = zeros(M+1, M+1);
    C = zeros(M+1, M+1);
    P = zeros(M+1, M+1);

    for i = 1:M+1
        for j = 1:i
            S(j, i) = S0 * u^(i-j) * d^(j-1);
        end
    end

    for j = 1:M+1
        C(j, M+1) = max(S(j, M+1) - K, 0);
        P(j, M+1) = max(K - S(j, M+1), 0);
    end

    for i = M:-1:1
        for j = 1:i
            C(j, i) = max(max(S(j, i) - K, 0), a * (p * C(j, i+1)
+ (1 - p) * C(j+1, i+1)));
            P(j, i) = max(max(K - S(j, i), 0), a * (p * P(j, i+1)
+ (1 - p) * P(j+1, i+1)));
        end
    end

    Call_results(M) = C(1,1);
    Put_results(M) = P(1,1);

```

```

        if M == jumlah_partisi
            fprintf('Nilai Opsi Call (Tian Tree) : %,4f\n',
Call_results(M));
            fprintf('Nilai Opsi Put (Tian Tree) : %,4f\n',
Put_results(M));
        end
    end

% Plot hasil opsi American Call
figure;
plot(1:jumlah_partisi, Call_results, 'g-0', 'DisplayName',
'Binomial Call');
hold on;
plot(1:jumlah_partisi, BSCall * ones(1, jumlah_partisi), 'r',
'DisplayName', 'Black-Scholes Call');
hold off;
xlabel('Partisi');
ylabel('Harga Opsi Call');
legend('Location', 'best');
grid on;

% Plot hasil opsi American Put
figure;
plot(1:jumlah_partisi, Put_results, '-', 'DisplayName', 'Binomial
Put');
hold on;
plot(1:jumlah_partisi, BSPut * ones(1, jumlah_partisi), 'r',
'DisplayName', 'Black-Scholes Put');
hold off;
xlabel('Partisi');
ylabel('Harga Opsi Put');
legend('Location', 'best');
grid on;

% Hitung error absolut terhadap Black-Scholes
Call_error = abs((Call_results - BSCall)/BSCall);
Put_error = abs((Put_results - BSPut)/BSPut);

% Plot konvergensi error Call
figure;
plot(1:jumlah_partisi, Call_error, 'c-', 'DisplayName', 'Error
Call');
xlabel('Jumlah Partisi');
ylabel('Error Call');
grid on;
legend('Location', 'best');

% Plot konvergensi error Put
figure;
plot(1:jumlah_partisi, Put_error, 'c-', 'DisplayName', 'Error
Put');
xlabel('Jumlah Partisi');
ylabel('Error Put');
grid on;
legend('Location', 'best');

```

```

% Tampilkan hasil error absolut
fprintf('\n=====\\n')
);
fprintf(' Partisi | Error Call (abs) | Error Put (abs) \\n');
fprintf('-----\\n');
for M = 1:jumlah_partisi
    fprintf(' %3d | %12,6f | %12,6f\\n', M,
Call_error(M), Put_error(M));
end
fprintf('=====\\n');

% Hitung MAPE (Mean Absolute Percentage Error)
Call_mape = mean(abs((Call_results - BSCall) / BSCall)) * 100;
Put_mape = mean(abs((Put_results - BSPut) / BSPut)) * 100;

fprintf('\\n=====\\n');
fprintf(' HASIL PERHITUNGAN MAPE \\n');
fprintf('-----\\n');
fprintf(' MAPE Call terhadap Black-Scholes : %,4f%%\\n',
Call_mape);
fprintf(' MAPE Put terhadap Black-Scholes : %,4f%%\\n', Put_mape);
fprintf('=====\\n');

```

RIWAYAT HIDUP



Alimatur Rosyadah atau lebih dikenal Ima, lahir di Kabupaten Blitar pada 23 Oktober 2001. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan bapak Rushadi dan ibu Muryati. Penulis telah menempuh pendidikan mulai dari TK Dharma Wanita Tulungrejo 1 yang lulus pada tahun 2008. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan dasarnya di SDN Tulungrejo 1 dan lulus pada tahun 2014. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan agama di pondok pesantren Mamba'us Solihin Blitar sekaligus menempuh pendidikan menengah pertama di SMP Mambaus Solihin dan lulus pada 2017, yang dilanjut pendidikan atas di yayasan yang sama di SMA Mambaus Solihin dan lulus pada 2020. Penulis menyelesaikan pendidikan agamanya pada tahun 2021. Setelah menyelesaikan pendidikannya, pada yang tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikannya di bangku perkuliahan sebagai mahasiswa program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama masa perkuliahan, penulis juga aktif dalam organisasi kampus. Salah satunya sebagai anggota divisi Penalaran dan Keagamaan Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika (HMPS) "Integral" Matematika pada tahun 2022 sampai tahun 2023. Selain itu, penulis juga melanjutkan pendidikan agamanya di pondok pesantren Al Barokah Malang sejak 2022 sampai sekarang. Sekian, Apabila terdapat pertanyaan, saran, ataupun kritik dari penelitian ini, penulis dapat dihubungi melalui email (alimaturrosyadah08@gmail.com) atau sosial media instagram (https://instagram.com/alimaturrosyadah_)



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Alimatur Rosyadah
NIM : 210601110062
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Penentuan Harga Opsi Tipe Amerika Menggunakan Metode Binomial *Tian Tree*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si.
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.A.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	19 September 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	10 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	17 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	3.
4.	29 Oktober 2024	ACC Bab I, II, dan III	4.
5.	30 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	01 November 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	6.
7.	14 November 2024	ACC Seminar Proposal	7.
8.	12 Februari 2025	Konsultasi Bab IV dan V	8.
9.	21 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	9.
10.	24 April 2025	Konsultasi Bab IV dan V	10.
11.	02 Mei 2025	Konsultasi Bab IV dan V	11.
12.	02 Mei 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	12.
13.	05 Mei 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	13.
14.	08 Mei 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	14.
15.	14 Mei 2025	ACC Bab IV dan V	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
16.	16 Mei 2025	ACC Seminar Hasil	16.
17.	03 Juni 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	17.
18.	10 Juni 2025	ACC Sidang Skripsi	18.
19.	16 Juni 2025	ACC Keseleruhan	19.

Malang, 16 Juni 2025

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ety Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005