

**APROKSIMASI NUMERIK METODE STANDAR DAN
ENHANCED PENTANOMIAL PADA PERHITUNGAN
HARGA OPSI *BARRIER* TIPE EROPA**

SKRIPSI

**OLEH:
WILDAN HIDAYAT
NIM. 210601110072**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**APROKSIMASI NUMERIK METODE STANDAR DAN
ENHANCED PENTANOMIAL PADA PERHITUNGAN
HARGA OPSI *BARRIER* TIPE EROPA**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Wildan Hidayat
NIM. 210601110072**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**APROKSIMASI NUMERIK METODE STANDAR DAN
ENHANCED PENTANOMIAL PADA PERHITUNGAN
HARGA OPSI *BARRIER* TIPE EROPA**

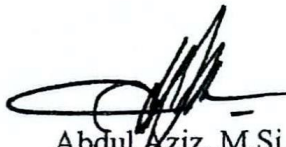
SKRIPSI

**Oleh
Wildan Hidayat
NIM. 210601110072**

Telah Disetujui untuk Diuji

Malang, 21 Mei 2025

Dosen Pembimbing I


Abdul Aziz, M.Si.
NIP. 19760318 200604 1 002

Dosen Pembimbing II


Dr. Abdussakir, M.Pd.
NIP. 19751006200312 1 001

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

**APROKSIMASI NUMERIK METODE STANDAR DAN
ENHANCED PENTANOMIAL PADA PERHITUNGAN
HARGA OPSI *BARRIER* TIPE EROPA**

SKRIPSI

**Oleh
Wildan Hidayat
NIM. 210601110072**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

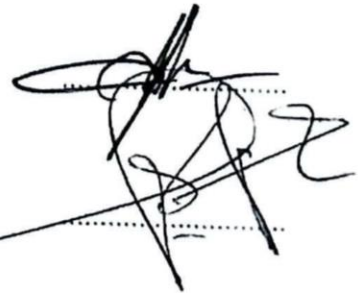
Tanggal, 5 Juni 2025

Ketua Penguji : Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si.



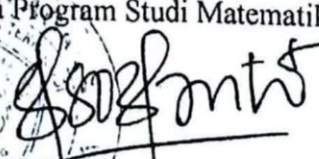
Anggota Penguji 1 : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si.

Anggota Penguji 2 : Abdul Aziz, M.Si.



Anggota Penguji 3 : Dr. Abdussakir, M.Pd.

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005



PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Wildan Hidayat
NIM : 210601110072
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Aproksimasi Numerik Metode Standar dan *Enhanced*
Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe
Eropa

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 5 Juni 2025
Yang membuat pernyataan,



wildan Hidayat
NIM. 210601110072

MOTO

“I Don’t Just Walk Through Destiny, I Create It.”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Almarhum Bapak yang selalu mendukung dan membanggakan penulis kepada orang-orang semasa hidupnya, meskipun belum bisa kebersamai penulis sampai akhir penulisan skripsi ini. Ibu yang selalu mendengar segala keluhan kesah penulis dan doa ajaibnya yang selalu senantiasa mengiringi setiap langkah penulis. Kakak-kakak tercinta yang selalu menjadi *support system* bagi penulis dalam keadaan apapun. Sahabat-sahabat terbaik penulis yang telah menjadi bagian berharga dalam perjalanan penulisan skripsi ini, menemani dengan kebersamaan dan semangat yang tak ternilai.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur kehadiran Allah SWT karena berkat limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aproksimasi Numerik Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa”. Shalawat serta salam semoga senantiasa dilimpahkan kepada nabi Muhammad SAW yang telah membimbing manusia dari kegelapan menuju kehidupan yang terang benderang dengan agama Islam.

Skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari bantuan banyak pihak. Sehingga, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus ketua penguji dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan dan saran kepada penulis.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan motivasi dalam penyelesaian skripsi.
4. Abdul Aziz, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan berbagai ilmu, kritik, saran, motivasi, dan arahan kepada penulis dalam proses penyusunan hingga penyelesaian skripsi.
5. Dr. Abdussakir, M.Pd., selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan pengetahuan, kritik, saran, dan arahan kepada penulis dalam proses penyusunan hingga penyelesaian skripsi.
6. Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si., anggota penguji I utama dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan dan saran kepada penulis.

7. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Almarhum Bapak M. Machin, yang senantiasa memberikan doa, dukungan, dan kasih sayang kepada penulis selama ini. Meskipun beliau telah berpulang ke *rahmatullah* di tengah proses penyusunan skripsi ini, doa dan semangat yang beliau berikan menjadi sumber kekuatan bagi penulis untuk menyelesaikan penelitian ini.
9. Ibu Suparni, yang dengan penuh kasih sayang dan ketulusan selalu memberikan doa, dukungan, serta semangat yang tak pernah putus hingga saat ini menjadi sumber kekuatan bagi penulis dalam menyelesaikan penelitian ini
10. Kakak-kakak tersayang, Makhidah Susanti, Ulul Azmi, dan Mochamad Dzulkifli, yang selalu memberikan dukungan, doa, serta semangat tanpa henti, menjadi penyemangat bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Sahabat-sahabat penulis yakni Keluarga Indomie part III, Vrulll, Aktuaria 21, dan BPH GenBI UIN Malang 2024/2025, yang telah menjadi bagian keluarga dalam perkuliahan bagi penulis, memberikan dukungan, kebersamaan, serta semangat yang tak ternilai harganya. Terima kasih atas canda tawa, motivasi, dan kebersamaan yang telah menjadi bagian penting dalam perjalanan ini.
12. Seluruh warga TEOREMA Program Studi Matematika Angkatan 2021, yang telah berjuang bersama-sama selama perkuliahan.

Semoga Allah SWT memberikan balasan atas segala bantuan dan kebaikan yang telah diberikan kepada penulis. Harapannya, skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang matematika keuangan, serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya.

Wasssalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 5 Juni 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xviii
ABSTRAK	xix
ABSTRACT	xx
مستخلص البحث	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	7
1.6 Definisi Istilah	7
BAB II KAJIAN TEORI	9
2.1 Teori Pendukung	9
2.1.1 Saham	9
2.1.2 Opsi	9
2.1.3 Metode Binomial	13
2.1.4 Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Standar	24
2.1.5 Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier Enhanced</i>	27
2.1.6 Metode <i>Black-Scholes</i>	28
2.1.7 Distribusi Normal	31
2.1.8 Galat	32
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Islam	34
2.2.1 Jual Beli dalam Islam	34
2.2.2 Transaksi Saham dalam Islam	35
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung	36
BAB III METODE PENELITIAN	40
3.1 Jenis Penelitian	40
3.2 Data dan Sumber Data	40
3.3 Tahapan Penelitian	40
3.4 Diagram Alir Penelitian	42
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	44
4.1 Aproksimasi Numerik Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	44

4.1.1	Parameter-parameter Metode Pentanomial	44
4.1.2	Metode Standar Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	49
4.1.3	Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	53
4.2	Hasil Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial	55
4.2.1	Analisis Deskriptif Data	55
4.2.2	Metode Standar Pentanomial	60
4.2.3	Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial	66
4.3	Konvergensi Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	73
4.3.1	Konvergensi Metode Standar Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	73
4.3.2	Konvergensi Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	79
4.3.3	Perbandingan Konvergensi Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Tipe Eropa	84
4.4	Kajian Hasil Penelitian dalam Islam	89
BAB V PENUTUP		91
5.1	Kesimpulan	91
5.2	Saran	92
DAFTAR RUJUKAN		93
LAMPIRAN		95
RIWAYAT HIDUP		125

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Hasil Numerik Harga Opsi <i>Put</i> Eropa.....	37
Tabel 2.2	Hasil Numerik Harga Opsi <i>Call</i> Eropa	37
Tabel 4.1	Harga Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Black-Scholes</i>	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik Pergerakan Harga Saham dan Harga Opsi	14
Gambar 2.2	Konsep Metode Binomial	15
Gambar 2.3	Pergerakan Harga Saham secara Binomial	16
Gambar 2.4	Posisi Opsi <i>Barrier</i>	27
Gambar 3.1	Diagram Alir.....	43
Gambar 4.1	Model Pergerakan Metode Binomial pada Empat Periode	44
Gambar 4.2	Model Pergerakan Harga Saham Metode Pentanomial.....	45
Gambar 4.3	Pergerakan Harga Saham secara Metode Pentanomial	48
Gambar 4.4	Pergerakan Harga Saham Metode Pentanomial	48
Gambar 4.5	Posisi <i>Payoff</i> Opsi <i>Call Down-and-out Barrier</i> terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial	49
Gambar 4.6	Posisi <i>Payoff</i> Opsi <i>Put Down-and-out Barrier</i> terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial.....	49
Gambar 4.7	Posisi <i>Payoff</i> Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial.....	50
Gambar 4.8	Posisi <i>Payoff</i> Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial.....	50
Gambar 4.9	Pergerakan Opsi <i>Call Down-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial	51
Gambar 4.10	Pergerakan Opsi <i>Put Down-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial	52
Gambar 4.11	Pergerakan Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial	52
Gambar 4.12	Pergerakan Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial	52
Gambar 4.13	Pergerakan Opsi <i>Down-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial	53
Gambar 4.14	Pergerakan Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial	54
Gambar 4.15	Grafik Pergerakan Harga Saham Penutup MSFT	56
Gambar 4.16	Grafik Perbandingan Kemungkinan Harga Saham dengan Aktual	57
Gambar 4.17	Model Perhitungan Harga Saham Metode Pentanomial Opsi <i>Barrier Up-and-out</i> pada Lima Periode Pertama	62
Gambar 4.18	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama	63
Gambar 4.19	Pergerakan Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> pada Metode Standar Pentanomial untuk 252 Partisi	64
Gambar 4.20	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama	65
Gambar 4.21	Pergerakan Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> pada Metode Standar Pentanomial untuk 252 Partisi.....	66
Gambar 4.22	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama dengan <i>Upper</i> dan <i>Lower Barrier</i>	67

Gambar 4.23	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Enhanced Pentanomial pada Lima Periode Pertama...	68
Gambar 4.24	Pergerakan Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> pada Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial untuk 252 Partisi.....	69
Gambar 4.25	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama dengan <i>Upper</i> dan <i>Lower Barrier</i>	70
Gambar 4.26	Model Perhitungan Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial pada Lima Periode Pertama...	71
Gambar 4.27	Pergerakan Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> pada Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial untuk 252 Partisi.....	72
Gambar 4.28	Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode <i>Black-Scholes</i>	74
Gambar 4.29	Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode <i>Black-Scholes</i>	75
Gambar 4.30	Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial terhadap Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi.....	76
Gambar 4.31	Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial terhadap Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi.....	77
Gambar 4.32	Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode <i>Black-Scholes</i>	79
Gambar 4.33	Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode <i>Black-Scholes</i>	80
Gambar 4.34	Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi	82
Gambar 4.35	Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi	83
Gambar 4.36	Perbandingan Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Harga Opsi <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi.....	84
Gambar 4.37	Perbandingan Pergerakan Konvergensi Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Harga Opsi <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi.....	85
Gambar 4.38	Perbandingan Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Call Up-and-out Barrier</i> Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi	86
Gambar 4.39	Perbandingan Pergerakan <i>Error</i> Harga Opsi <i>Put Up-and-out Barrier</i> Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap	

Metode <i>Black-Scholes</i> untuk 252 Partisi	87
---	----

DAFTAR SIMBOL

V_C	: <i>Payoff opsi call</i>
V_P	: <i>Payoff opsi put</i>
S_T	: Harga saham waktu ke- T
T	: <i>Expiration time</i>
K	: <i>Strike price</i>
R_w	: <i>Return harga saham ke-w</i>
S_w	: <i>Harga saham ke-w</i>
S_{w-1}	: <i>Harga saham ke-$w - 1$</i>
w	: <i>Indeks periode waktu harga saham</i>
n	: <i>Banyak data</i>
s	: <i>Standar deviasi return saham</i>
σ	: <i>Volatilitas harga saham</i>
τ	: <i>Panjang interval waktu perdagangan dalam satu tahun</i>
N	: <i>Banyak periode pengamatan</i>
x	: <i>Peubah acak kontinu</i>
μ	: <i>Rata-rata</i>
$\hat{\sigma}$	: <i>Variansi</i>
M	: <i>Banyaknya selang waktu</i>
t_i	: <i>Waktu ke-i</i>
i	: <i>Indeks periode waktu pergerakan harga saham</i>
S_0	: <i>Harga saham awal</i>
j	: <i>Indeks kenaikan harga saham</i>
B	: <i>Nilai Barrier</i>
V_{CDI}	: <i>Opsi call down and in</i>
V_{PDI}	: <i>Opsi put down and in</i>
V_{CDO}	: <i>Opsi call down and out</i>
V_{PDO}	: <i>Opsi put down and out</i>
V_{CUI}	: <i>Opsi call up and in</i>
V_{PUI}	: <i>Opsi put up and in</i>
V_{CUO}	: <i>Opsi call up and out</i>
V_{PUO}	: <i>Opsi put up and out</i>
$V(\cdot)$	: <i>Harga opsi standar</i>
$V * (\cdot)$	: <i>Harga opsi Enhanced</i>
U	: <i>Harga opsi level upper Barrier</i>
D	: <i>Harga opsi level lower Barrier</i>
$T(\cdot)$	: <i>Nilai pembayaran rebates</i>
g	: <i>Tingkat dividen</i>
$N(d_1)$	: <i>Fungsi distribusi kumulatif normal d_1</i>
$N(d_2)$	: <i>Fungsi distribusi kumulatif normal d_2</i>
r	: <i>Risk-free rate</i>
ε_c	: <i>Galat opsi call</i>
V_C	: <i>Harga opsi call</i>
C_{BS}	: <i>Harga opsi call Black-Scholes</i>
ε_P	: <i>Galat opsi put</i>

V_P	: Harga opsi <i>put</i>
P_{BS}	: Harga opsi <i>put Black-Scholes</i>
ε_{MC}	: Galat mutlak opsi <i>call</i>
ε_{MP}	: Galat mutlak opsi <i>put</i>
ε_{RC}	: Galat relatif opsi <i>call</i>
ε_{RP}	: Galat relatif opsi <i>put</i>

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Penutup MSFT.....	95
Lampiran 2. Hasil Perhitungan <i>Return</i> Harga Saham MSFT.....	102
Lampiran 3. Harga Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial..	105
Lampiran 4. Harga Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial	108
Lampiran 5. Nilai <i>Error</i> Harga Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode Standar Pentanomial terhadap <i>Black-Scholes</i>	111
Lampiran 6. Nilai <i>Error</i> Harga Opsi <i>Up-and-out Barrier</i> Metode <i>Enhanced</i> Pentanomial terhadap <i>Black-Scholes</i>	114
Lampiran 7. <i>Syntax Code</i> MATLAB untuk Perhitungan Harga Opsi <i>Barrier</i> Metode Standar dan <i>Enhanced</i> Pentanomial	117

ABSTRAK

Hidayat, Wildan. 2025. **Aproksimasi Numerik Metode Standar dan *Enhanced Pentanomial* pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata Kunci: *Enhanced Pentanomial*, Opsi *Barrier*, Saham, Standar *Pentanomial*

Investasi memiliki peran penting dalam mendorong pertumbuhan ekonomi, dan saham menjadi salah satu instrumen yang paling populer karena dianggap menjanjikan. Namun, fluktuasi harga saham menimbulkan risiko sehingga diperlukan instrumen lindung nilai seperti opsi. Salah satu jenis opsi yang sering digunakan adalah opsi *Barrier*, karena harganya cenderung lebih murah dibandingkan opsi standar. Perhitungan harga opsi *Barrier* yang dilakukan adalah jenis *up-and-out* untuk opsi *call* dan *put*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Standar dan *Enhanced Pentanomial*. Metode *Pentanomial* dikembangkan dengan menggabungkan empat periode waktu metode *Binomial* menjadi satu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *Enhanced Pentanomial* memiliki konvergensi yang lebih cepat dan stabil dengan *error* yang lebih rendah terhadap nilai analitiknya, yaitu metode *Black-Scholes* dibandingkan dengan metode Standar *Pentanomial*.

ABSTRACT

Hidayat, Wildan. 2025. **Numerical Approximation of Standard and Enhanced Pentanomial Methods in Calculation of European Type Barrier Option Price**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: Enhanced Pentanomial, Barrier Option, Stock, Standard Pentanomial

Investment plays an important role in driving economic growth, and stock is one of the most popular instruments because it is considered promising. However, fluctuations in stock prices pose a risk, hence the need for hedging instruments such as options. One type of option that is often used is the Barrier options, because the price tends to be cheaper than standard options. The calculation of the Barrier options price carried out is the up-and-out type for call and put options. The methods used in this research are Standard and Enhanced Pentanomial methods. The Pentanomial method is developed by combining the four time periods of the Binomial method into one. The results show that the Enhanced Pentanomial method has a faster and stable convergence with a lower error to its analytical value, namely the Black-Scholes method compared to the Standard Pentanomial method.

مستخلص البحث

هداية، ولدان. ٢٠٢٥. التقريب العددي للطرق *Standar* و *Enhanced* ذات الحدين الخماسي في حساب سعر خيار *Barrier* الأوروبي من النوع الأوروبي. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) عبد العزيز، الماجستير في العلوم (٢) الدكتور. عبد الساكر، الماجستير في العلوم.

الكلمات الأساسية: *Enhanced Pentanomial*، خيار *Barrier*، الأسهم، *Standar Pentanomial*

تُعدّ الاستثمارات التي لها دور مهم في دفع النمو الاقتصادي، وتُعتبر الأسهم من بين الأدوات المالية الأكثر شيوعاً لما تحملها من وعود بعوائد مجزية. ومع ذلك، فإن تقلبات أسعار الأسهم تخلق مخاطر تستدعي وجود أدوات تحوط مثل الخيارات. ومن بين أكثر أنواع الخيارات استخداماً خيار *Barrier*، لأنه عادة ما يكون أقل تكلفة مقارنة بالخيارات القياسية. وقد أُجري في هذا البحث حساب سعر خيار *Barrier* من نوع *up-and-out* لكل من خيار *call* وخيار *put*. الطريقتان المستخدمتان هما *Standar* و *Enhanced Pentanomial*. بنيت طريقة *Pentanomial* على دمج أربع فترات زمنية من طريقة *Binomial* في فترة واحدة. وتشير النتائج البحث إلى أن الطريقة *Enhanced Pentanomial* تُظهر تقارباً أسرع وأكثر استقراراً مع قيمة تحليلية أقل *error* مقارنة بطريقة *Standar Pentanomial*، وذلك عند مقارنتها بطريقة *Black-Scholes*.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada saat ini, investasi memiliki peranan penting dalam mendorong pertumbuhan ekonomi. Investasi tersebut berkaitan dengan cara seseorang dalam menanam modalnya sebagai investor. Investasi dapat dilakukan dalam berbagai bentuk, seperti melalui surat utang (obligasi), saham, reksadana, emas, ataupun jenis investasi yang lain. Adapun jenis investasi yang sangat populer karena dianggap lebih menguntungkan dan menjanjikan daripada jenis investasi lainnya adalah berupa saham (Sholihah & Hariyanto, 2021). Harga saham dapat mengalami fluktuasi, sehingga diperlukan instrumen untuk melindungi nilai saham tersebut berupa opsi.

Opsi merupakan suatu perjanjian yang mana pemegangnya (*holder*) diberikan pilihan untuk melakukan transaksi beli atau jual terhadap suatu aset pada harga kesepakatan (*strike price*) saat waktu jatuh tempo (*expiration time*). Terdapat dua tipe opsi, yaitu opsi *call* yang memberikan hak untuk melakukan pembelian, dan opsi *put* yang memberikan hak untuk melakukan penjualan. Berdasarkan kompleksitasnya, opsi dibagi menjadi opsi standar dan opsi eksotis. Opsi standar terdiri dari opsi Eropa dan opsi Amerika, sedangkan untuk opsi eksotis dibagi menjadi opsi Asia, opsi Bermuda, dan opsi *Barrier* (Seydel, 2009).

Opsi *Barrier* merupakan salah satu jenis opsi eksotis yang dirancang sebagai instrumen keuangan yang lebih kompleks untuk memenuhi kebutuhan spesifik investor dalam manajemen risiko. Instrumen ini sering digunakan sebagai

lindung nilai terhadap fluktuasi pasar yang tidak dapat diakomodasi oleh opsi standar. Opsi *Barrier* sering dipilih karena harganya lebih murah dibandingkan dengan opsi standar. Eksekusi opsi ini ditentukan oleh apakah nilai aset yang mendasarinya menyentuh atau tidak menyentuh batas tertentu selama periode waktu tertentu. Terdapat delapan tipe opsi *Barrier*, yaitu *call up-and-in*, *put up-and-in*, *call down-and-in*, *put down-and-in*, *call up-and-out*, *put up-and-out*, *call down-and-out*, dan *put down-and-out* (Atmadjaja, 2000).

Pada perhitungan harga opsi *Barrier*, terdapat beberapa macam metode, salah satunya adalah metode Binomial. Metode Binomial menggambarkan kemungkinan pergerakan harga saham yang mengalami fluktuasi meningkat atau menurun. Metode tersebut memerlukan pendekatan diskrit dengan memecah menjadi beberapa langkah hingga mencapai waktu jatuh tempo. Dengan cara ini, nilai yang dihasilkan oleh metode Binomial dapat mendekati pada nilai yang sesungguhnya (Aziz, 2005).

Parameter metode Binomial pernah diteliti oleh Aziz (2009) dengan membagi menjadi empat model. Model tersebut digunakan sebagai aproksimasi dalam menghitung harga opsi. Hasil penelitiannya diperoleh bahwa model 2 memiliki tingkat konvergensi yang paling cepat dalam mendekati model *Black-Scholes*.

Metode Binomial juga pernah diteliti oleh Aziz (2005) dengan membandingkan kecepatan konvergensi antara metode standar Binomial dan metode *Enhanced* Binomial. Dalam hasil penelitiannya ditunjukkan bahwa metode *Enhanced* Binomial memiliki konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode standar Binomial. Penelitian ini kemudian dikembangkan oleh Asnawi &

Aziz (2021) yang menggunakan metode standar Trinomial dan metode *Enhanced* Trinomial untuk menghitung harga opsi *Barrier*. Hasil penelitian tersebut diperoleh bahwa metode *Enhanced* Trinomial lebih cepat konvergen ke nilai analitik dibandingkan dengan metode standar Trinomial.

Penelitian Aziz (2005) juga dikembangkan oleh Akhyar (2017) dengan menggunakan metode standar Kuartinomial dan metode *Enhanced* Kuartinomial dalam aproksimasi numerik untuk perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Pada hasil penelitian tersebut ditunjukkan bahwa metode *Enhanced* Kuartinomial memiliki konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode standar Kuartinomial.

Penulis telah melakukan pra-riset dengan menganalisis perbandingan harga opsi Eropa menggunakan metode Binomial dan metode Multinomial. Hasil pra-riset tersebut menunjukkan bahwa metode dengan tingkat konvergensi yang paling cepat adalah metode Multinomial orde lima atau yang disebut dengan metode Pentanomial. Oleh karena itu, metode Pentanomial merupakan metode yang paling unggul dibandingkan dengan metode Binomial, Multinomial orde tiga (Trinomial), dan Multinomial orde empat (Kuartinomial).

Perhitungan harga opsi menggunakan metode Pentanomial akan dibandingkan dengan nilai analitik yang diperoleh melalui metode *Black-Scholes*. Harga opsi yang dihasilkan diamati untuk menilai apakah metode Pentanomial dapat menghasilkan hasil yang konvergen terhadap nilai *Black-Scholes*. Penelitian terkait metode *Black-Scholes* telah dilakukan oleh Khaerunnisa (2017). Dalam penelitiannya, diperoleh harga opsi *Barrier call up-and-out* dan *call up-and-in* menggunakan metode *Black-Scholes*.

Berdasarkan penelitian-penelitian di atas, penulis tertarik untuk mengembangkan metode Pentanomial dalam menghitung harga opsi *Barrier* tipe Eropa dengan menggunakan metode *Enhanced* Pentanomial. Pada penerapannya, penulis menggunakan data saham dari Microsoft Corporation (MSFT). Pemilihan ini didasarkan pada fakta bahwa MSFT menyediakan opsi saham, sehingga memberikan keleluasaan bagi investor dalam menentukan posisi berdasarkan pergerakan harga saham. Selain itu, Microsoft merupakan salah satu perusahaan teknologi terkemuka di dunia yang berfokus pada penyediaan perangkat lunak, elektronik, dan layanan terkait. Perusahaan ini memiliki tiga segmen utama, yaitu *Productivity and Business Processes*, *Intelligent Cloud*, dan *Personal Computing* (Cao dkk., 2022).

Pada penelitian ini diharapkan dapat menemukan metode yang paling efektif dalam perhitungan harga opsi. Dalam konteks ini, prinsip memilih metode terbaik selaras dengan QS. az-Zumar ayat 18, yang artinya:

"(yaitu) orang-orang yang mendengarkan perkataan lalu mengikuti apa yang paling baik di antaranya. Mereka itulah orang-orang yang telah diberi petunjuk oleh Allah dan mereka itulah orang-orang yang mempunyai akal." (QS. az-Zumar: 18)

Menurut Tafsir Al-Mishbah, ayat ini menekankan pentingnya mendengarkan dengan seksama dan merenung sebelum memutuskan. Orang-orang yang disebut dalam ayat ini bukan hanya orang-orang yang sekadar mendengar, tetapi juga yang mempertimbangkan dengan bijaksana segala hal yang diterima, lalu memilih yang terbaik di antaranya. Tafsir ini mengajarkan pentingnya pemanfaatan akal secara kritis dan reflektif untuk mengambil keputusan yang bijak dan tepat (Shihab, 2002).

Pada penelitian ini, penulis menerapkan prinsip tersebut dengan menganalisis metode perhitungan opsi *Barrier*. Penelitian ini membandingkan

metode standar dan *Enhanced* Pentanomial untuk menentukan metode yang memiliki konvergensi tercepat dan paling akurat dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Analisis konvergensi dilakukan dengan membandingkan hasil perhitungan kedua metode terhadap nilai analitik yang dihasilkan dari metode *Black-Scholes*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini:

1. Bagaimana aproksimasi numerik metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa?
2. Bagaimana hasil perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial?
3. Bagaimana perbandingan konvergensi metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini:

1. Mendapatkan hasil aproksimasi numerik metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa.
2. Menganalisis hasil perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial.
3. Menganalisis hasil perbandingan konvergensi metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat:

1. Bagi Penulis

Sebagai sarana dalam menambah pengalaman dan wawasan dalam menganalisis konvergensi metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa.

2. Bagi Mahasiswa

Sebagai tambahan sumber informasi untuk mendalami penelitian di masa yang akan datang guna menghasilkan penelitian yang komprehensif.

3. Bagi Program Studi

Sebagai acuan dalam pengembangan kurikulum dan metode pembelajaran matakuliah Matematika Keuangan pada mahasiswa program studi Matematika.

4. Bagi Pelaku Pasar Saham dan Opsi

Sebagai tambahan wawasan dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial yang dapat diterapkan secara efektif di pasar modal. Selain itu, bermanfaat sebagai landasan yang dapat digunakan untuk mempertimbangkan kebijakan terkait perhitungan harga opsi, khususnya opsi *Barrier*, yang membantu perusahaan dalam mengambil keputusan secara lebih strategis dan akurat.

1.5 Batasan Masalah

Batasan-batasan yang digunakan pada penelitian ini:

1. Penelitian ini membahas perhitungan harga opsi *Barrier knock-out* tipe Eropa.
2. Diasumsikan tidak ada nilai *rebates* dan pembayaran dividen.
3. Parameter u dan d yang digunakan diasumsikan $ud = 1$.
4. Nilai *Barrier* yang digunakan lebih dari *strike price*.
5. *Strike price* yang digunakan lebih dari harga saham awal.
6. *Risk-free rate* yang digunakan diperoleh dari nilai rata-rata *return* saham.
7. Volatilitas ditentukan dari historis harga saham.

1.6 Definisi Istilah

Adapun beberapa definisi istilah yang digunakan dalam penelitian ini:

- | | |
|---------------------|---|
| Opsi | : Hak untuk membeli atau menjual aset pada harga yang telah ditetapkan sebelumnya dalam jangka waktu tertentu. |
| Opsi <i>Barrier</i> | : Opsi yang menjadi aktif atau tidak aktif berdasarkan apakah harga aset dasar mencapai atau melewati tingkat harga tertentu (<i>Barrier</i>) selama masa berlaku opsi. |
| Opsi <i>call</i> | : Hak untuk membeli aset pada harga dan waktu tertentu. |
| Opsi <i>put</i> | : Hak untuk menjual aset pada harga dan waktu tertentu. |

<i>Holder</i>	: Pihak pemegang atau pembeli opsi.
<i>Writer</i>	: Pihak yang menerbitkan opsi.
<i>Payoff</i>	: Keuntungan yang diterima oleh <i>holder</i> saat opsi dieksekusi pada saat jatuh tempo atau ketika kondisi tertentu terpenuhi
<i>Strike price</i>	: Harga kesepakatan antara <i>holder</i> dan <i>writer</i> .
<i>Expiration time</i>	: Waktu jatuh tempo.
Volatilitas	: Ukuran fluktuasi harga saham dalam periode waktu tertentu.
<i>Risk-free rate</i>	: Tingkat pengembalian bebas risiko pada investasi.
<i>Rebates</i>	: Pembayaran yang diberikan kepada pemegang opsi jika harga aset dasar menyentuh atau melewati level penghalang (<i>Barrier</i>), tetapi opsi tersebut tidak memenuhi syarat untuk dieksekusi
Dividen	: Bagian dari keuntungan yang didapatkan dari kinerja perusahaan.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Saham

Saham adalah dokumen yang dapat dimiliki oleh seseorang yang berupa surat berharga dalam suatu perusahaan sebagai hasil dari investasi modal yang telah dilakukan. Pada masa lampau, saham memiliki wujud dokumen fisik berupa surat berharga. Namun, saat ini saham telah bertransformasi menjadi aset yang dapat diperdagangkan secara digital melalui aplikasi *online*. Harga saham mengalami pergerakan yang tidak stabil, sehingga mengindikasikan dapat mengalami fluktuasi naik atau fluktuasi turun (Priyadi dkk., 2021).

2.1.2 Opsi

Opsi adalah sebuah perjanjian yang dilakukan oleh *writer* kepada pemegang (*holder*) berupa hak untuk memilih apakah ingin melakukan eksekusi atau tidak dari aset dasar dengan kesepakatan harga (*strike price*) pada waktu jatuh tempo (*expiration time*) yang sudah ditentukan oleh keduanya (Lessy, 2013). Opsi terdapat dua tipe, yaitu *call* dan *put*. Opsi *call* merupakan hak yang dimiliki oleh *holder* untuk melakukan beli dari *writer* dengan harga kesepakatan dan waktu yang telah ditentukan oleh keduanya. Sedangkan, opsi *put* merupakan hak yang dimiliki oleh *holder* untuk melakukan jual kepada *writer* dengan harga kesepakatan dan waktu yang telah ditentukan oleh keduanya (Hull, 2003). Sebagian opsi memiliki batas waktu tertentu untuk dapat dieksekusi, sehingga opsi dibagi menjadi dua jenis,

yaitu opsi Eropa dan opsi Amerika. Opsi Eropa adalah hak yang dimiliki oleh *holder* untuk mengeksekusi aset dasar pada saat *expiration time*. Sedangkan, opsi Amerika adalah hak yang dimiliki oleh *holder* untuk mengeksekusi aset dasar pada waktu kapan saja (sebelum *expiration time*) atau pada saat *expiration time* (Seydel, 2009).

Menurut Seydel (2009), jika *holder* memiliki hak untuk melakukan beli aset kepada *writer* dengan *strike price* saat *expiration time*, maka keuntungan (*payoff*) untuk opsi *call* adalah:

$$V_C(S_T, T) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } S_T \leq K \\ S_T - K & , \text{ jika } S_T > K \end{cases} \quad (2.1)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut.

$$V_C = \max(S_T - K, 0) \quad (2.2)$$

Sedangkan, *payoff* untuk opsi *put* adalah:

$$V_P(S_T, T) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } S_T \geq K \\ K - S_T & , \text{ jika } S_T < K \end{cases} \quad (2.3)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut.

$$V_P = \max(K - S_T, 0) \quad (2.4)$$

dengan:

V_C : *Payoff* opsi *call*,

V_P : *Payoff* opsi *put*,

S_T : Harga saham waktu ke- T ,

T : *Expiration time*, dan

K : *Strike price*.

Menurut Hull (2003), beberapa faktor yang dapat mempengaruhi harga

opsi antara lain:

1. Harga Saham

Jika sebuah opsi *call* dieksekusi di masa mendatang, *payoff* dari opsi tersebut diambil dari selisih antara harga saham dan *strike price*. Dengan demikian, harga opsi *call* meningkat seiring kenaikan harga saham dan menurun seiring kenaikan *strike price*. Sebaliknya, untuk opsi *put*, *payoff*-nya diambil dari selisih antara *strike price* dan harga saham.

2. *Strike Price*

Strike price merupakan harga kesepakatan antara *holder* dan *writer* yang menentukan di harga berapa *underlying asset* dapat dibeli atau dijual saat opsi dieksekusi. *Strike price* menjadi acuan utama untuk menentukan apakah opsi layak untuk dieksekusi atau tidak, tergantung pada perbandingannya dengan *stock price* di pasar saat itu. Semakin tinggi nilai *strike price*, maka harga opsi *put* juga semakin tinggi. Sebaliknya, semakin tinggi nilai *strike price*, maka harga opsi *call* semakin rendah.

3. *Expiration Time*

Expiration time merupakan batas waktu dimana *holder* memiliki hak untuk mengeksekusi opsi. Jika sudah melewati *expiration time*, maka opsi menjadi tidak bernilai. Opsi dengan *expiration time* yang lama memiliki nilai lebih karena memberikan fleksibilitas dan kesempatan yang lebih besar. Namun, dalam beberapa kasus, perpanjangan *expiration time* tidak selalu meningkatkan harga opsi, terutama jika ada faktor eksternal, seperti dividen besar, yang dapat memengaruhi harga aset dasar sebelum opsi *expired*.

4. Volatilitas

Volatilitas harga saham menggambarkan tingkat ketidakpastian terkait pergerakan harga saham di masa mendatang. Semakin tinggi volatilitas, semakin besar kemungkinan harga saham akan fluktuatif secara signifikan. Karena volatilitas mencerminkan seberapa besar harga saham berubah, hal ini berkaitan erat dengan *return* saham yang diperoleh dari perubahan harga antar periode waktu. *Return* harga saham dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut.

$$R_w = \ln \frac{S_w}{S_{w-1}} \quad (2.5)$$

dengan:

R_w : *Return* harga saham ke- w ,

S_w : Harga saham ke- w ,

S_{w-1} : Harga saham ke- $w - 1$,

w : Indeks periode waktu harga saham, dengan $w = 1, 2, \dots, n - 1$,

dan

n : Banyak data.

Setelah menghitung *return* untuk setiap interval, standar deviasi *return* harga saham dihitung untuk mewakili fluktuasi *return* historis. Adapun rumus dari standar deviasi adalah sebagai berikut.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{w=1}^n (R_w - \bar{R})^2} \quad (2.6)$$

dengan:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{w=1}^n R_w \quad (2.7)$$

Sehingga diperoleh rumus untuk menghitung volatilitas harga saham adalah sebagai berikut.

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (2.8)$$

dengan:

$$\tau = \frac{T}{N} \quad (2.9)$$

dengan:

s : Standar deviasi *return* saham,

σ : Volatilitas harga saham,

τ : Panjang interval waktu perdagangan dalam satu tahun, dan

N : Banyak periode pengamatan.

5. *Risk-free Rate*

Risk-free rate merupakan tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dari investasi saham. Selain itu, *risk-free rate* berperan sebagai faktor diskon untuk menghitung nilai sekarang dari ekspektasi *payoff* yang diperkirakan dalam perhitungan opsi.

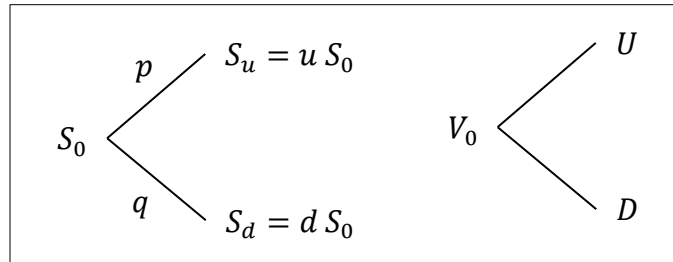
6. Dividen

Dividen adalah porsi keuntungan perusahaan yang dibagikan kepada para investor.

2.1.3 Metode Binomial

Dasar metode Binomial dalam menghitung harga opsi didasarkan pada kenyataan bahwa harga saham selalu mengalami fluktuasi naik atau turun di pasar bebas selama perubahan waktu. Jika harga saham pada awal waktu S_0 akan

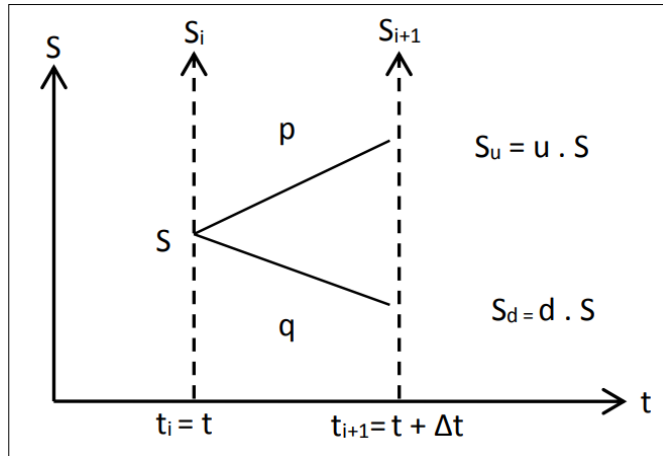
mengalami kenaikan sebesar p , maka harga saham tersebut akan menjadi S_u . Sebaliknya, jika mengalami penurunan sebesar q , maka harga saham tersebut akan menjadi S_d . Akibatnya harga opsi pada awal waktu V_0 akan mengalami fluktuasi, baik naik menjadi U atau turun menjadi D . Pergerakan harga saham dan harga opsi dalam metode Binomial tersebut dapat diilustrasikan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Grafik Pergerakan Harga Saham dan Harga Opsi (Aziz, 2005)

Penggunaan pemodelan matematika dalam menentukan harga saham metode Binomial diperlukan untuk memvalidasi model tersebut apakah dapat memberikan pemahaman yang akurat tentang situasi saat ini serta perkiraan masa depannya sesuai dengan realitas pasar. Tantangan yang dihadapi saat ini adalah bagaimana menentukan nilai p, u , dan d agar model binomial tersebut dapat mencerminkan dengan akurat kondisi di dunia nyata (Aziz, 2005).

Proses awal melibatkan diskritisasi yang mengubah waktu yang berkelanjutan (kontinu) t menjadi waktu diskrit dengan interval waktu yang sama, misalnya t_i . Garis-garis lurus paralel merepresentasikan bidang (S, t) yang terletak pada interval Δt . Nilai kontinu S_i pada setiap interval $t = t_i$ digantikan oleh nilai diskrit S_{ji} yang dilakukan untuk setiap i dan j yang sesuai. Berikut akan ditampilkan Gambar 2.2 yang merupakan suatu *grid* yang mengilustrasikan perubahan waktu dari suatu waktu t ke waktu selanjutnya yang berjarak Δt ($t + \Delta t$) atau dari satu titik waktu (t_i) ke satu titik waktu selanjutnya (t_{i+1}).



Gambar 2.2 Konsep Metode Binomial (Aziz, 2005)

Beberapa variabel pada Gambar 2.2 dapat dijelaskan sebagai berikut.

$$\Delta t = \frac{T}{M} \quad (2.10)$$

$$t_i = i\Delta t, \quad i = 0, 1, \dots, M \quad (2.11)$$

$$S_i = S(t_i) \quad (2.12)$$

dengan:

M : Banyaknya selang waktu,

t_i : Waktu ke- i , dan

i : Indeks periode waktu pergerakan harga saham.

Menurut Figlewski, dkk. (1990) beberapa asumsi yang diterapkan dalam metode Binomial adalah sebagai berikut.

- [1] Perubahan harga awal S_0 hanya dapat mengalami dua kemungkinan pada saat tiap periode waktu Δt yakni naik S_u atau turun S_d dengan $0 < d < u$, u dan d adalah masing-masing faktor perubahan naik dan turun yang tetap untuk Δt .
- [2] Probabilitas untuk terjadinya kenaikan adalah p , sedangkan untuk probabilitas terjadinya penurunan adalah $q = 1 - p$.

- [3] Ekspektasi perubahan harga saham secara acak kontinu dengan *risk-free rate* r , dari nilai S_i pada waktu t_i menjadi S_{i+1} pada waktu t_{i+1} adalah sebagai berikut.

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t}$$

Menurut Hull (2003), model Binomial dapat digunakan untuk membentuk skema (*tree*) yang menggambarkan perubahan harga saham secara diskrit. Secara umum, pada waktu $t = t_i$ harga saham dapat dituliskan sebagai berikut.

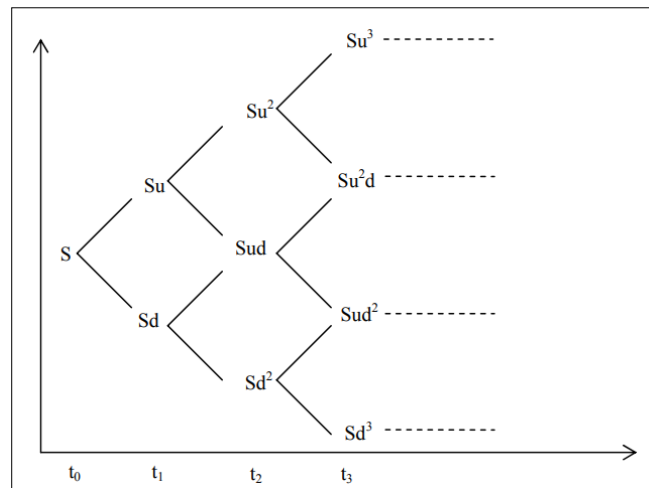
$$S_{ji} = S_0 u^{i-j} d^j, i = 0, 1, \dots, M \text{ dan } j = 0, 1, \dots, i \quad (2.13)$$

dengan:

S_0 : Harga saham awal, dan

j : Indeks kenaikan harga saham.

Adapun bentuk skema (*tree*) perubahan harga saham secara binomial berdasarkan persamaan (2.13) dapat diilustrasikan pada Gambar 2.3 berikut.



Gambar 2.3 Pergerakan Harga Saham secara Binomial (Aziz, 2005)

Menurut Hull (2003), persamaan (2.13) merupakan persamaan yang perhitungannya membutuhkan waktu yang lama, sehingga diperlukan bantuan persamaan ekspektasi berikut.

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t} \quad (2.14)$$

Akibatnya diperoleh bentuk persamaan harga saham adalah:

$$\begin{aligned} S_{ji} e^{r\Delta t} &= E(S_{j,i+1}) \\ &= pS_{ji}u + (1-p)S_{ji}d \\ &= pS_{j+1,i+1} + (1-p)S_{j,i+1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Sehingga bentuk persamaan harga opsi adalah:

$$\begin{aligned} V_{ji} &= e^{-r\Delta t} E(V_{j,i+1}) \\ &= e^{-r\Delta t} (V_{ji} e^{r\Delta t}) \\ &= e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Akibatnya diperoleh persamaan untuk harga opsi *call* Eropa adalah sebagai berikut.

$$V_{jM} = \max(S_{jM} - K, 0) \quad (2.17)$$

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \quad (2.18)$$

Sedangkan, untuk harga opsi *put* Eropa adalah sebagai berikut.

$$V_{jM} = \max(K - S_{jM}, 0) \quad (2.19)$$

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \quad (2.20)$$

Menurut Stampfli dan Goodman dalam Aziz (2009) dalam menentukan parameter u , d , dan p metode Binomial diperlukan tiga persamaan antara lain:

1. Menyamakan ekspektasi harga saham secara diskrit dengan yang kontinu.
2. Menyamakan variansi model diskrit dengan yang kontinu.
3. Menyamakan $ud = 1$.

Berdasarkan asumsi [1] dan [2], sehingga dapat diperoleh ekspektasi model diskrit:

$$\begin{aligned} E(S_{i+1}) &= pS_i u + (1-p)S_i d \\ &= S_i (pu + (1-p)d) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Kemudian, dengan menyamakan asumsi [3] dan persamaan (2.21) dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} S_i e^{r\Delta t} &= S_i (pu + (1-p)d) \\ e^{r\Delta t} &= pu + (1-p)d \end{aligned} \quad (2.22)$$

Sehingga, dengan menyelesaikan persamaan (2.22) untuk p dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} e^{r\Delta t} &= pu + (1-p)d \\ e^{r\Delta t} &= pu + d - pd \\ e^{r\Delta t} &= p(u-d) + d \\ p &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Karena p merupakan probabilitas yang harus berada dalam interval $0 \leq p \leq 1$, maka harus terpenuhi bahwa $e^{r\Delta t} - d \leq u - d$ atau secara ekuivalen $e^{r\Delta t} \leq u$ dengan syarat bahwa $u - d > 0$ atau $d \leq u$, akibatnya diperoleh $d \leq e^{r\Delta t} \leq u$. Pertidaksamaan tersebut mencerminkan keterkaitan antara dinamika pergerakan harga saham dan *risk-free rate* r . Pertidaksamaan ini bukan sekadar asumsi tambahan, melainkan merupakan hasil dari prinsip *no-arbitrage* yang menyatakan bahwa $0 < d < u$.

Berdasarkan persamaan (2.14) dapat diterapkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} E(S_{i+1}) &= S_i e^{r\Delta t} \\ E(S_{i+1}^2) &= S_i^2 e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Sehingga dari persamaan (2.24) dan (2.14), dapat diperoleh variansi kontinu:

$$\begin{aligned} Var(S_{i+1}) &= E(S_{i+1}^2) - (E(S_{i+1}))^2 \\ &= S_i^2 e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} - S_i^2 e^{2r\Delta t} \\ &= S_i^2 e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2\Delta t} - 1) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (2.21) dapat diterapkan sebagai berikut.

$$E(S_{i+1}^2) = p(S_i u)^2 + (1-p)(S_i d)^2 \quad (2.26)$$

Sehingga dari persamaan (2.21) dan (2.26), dapat diperoleh variansi dikrit:

$$\begin{aligned}
 Var(S_{i+1}) &= E(S_{i+1}^2) - (E(S_{i+1}))^2 \\
 &= p(S_i u)^2 + (1-p)(S_i d)^2 - (S_i(pu + (1-p)d))^2 \\
 &= S_i^2(pu^2 + (1-p)d^2) - (S_i e^{r\Delta t})^2 \\
 &= S_i^2(pu^2 + (1-p)d^2 - e^{2r\Delta t})
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Kemudian, dengan menyamakan persamaan (2.25) dan (2.27) dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
 S_i^2 e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2 \Delta t} - 1) &= S_i^2 (pu^2 + (1-p)d^2 - e^{2r\Delta t}) \\
 e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2 \Delta t} - 1) &= pu^2 + (1-p)d^2 - e^{2r\Delta t} \\
 e^{(2r\sigma^2)\Delta t} &= pu^2 + (1-p)d^2 \\
 e^{(2r\sigma^2)\Delta t} &= p(u^2 - d^2) + d^2 \\
 p &= \frac{e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2}{u^2 - d^2}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Selanjutnya, dengan memisalkan $ud = 1$ serta menyamakan persamaan (2.23) dan (2.28), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} &= \frac{e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2}{u^2 - d^2} \\
 \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} &= \frac{e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2}{(u+d)(u-d)} \\
 (e^{r\Delta t} - d)(u+d) &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2 \\
 ue^{r\Delta t} + de^{r\Delta t} - ud - d^2 &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2 \\
 (u+d)e^{r\Delta t} - 1 - d^2 &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2 \\
 (u+d)e^{r\Delta t} - 1 &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(u+d)e^{r\Delta t} - 1 &= e^{(r+\sigma^2)\Delta t} e^{r\Delta t} \\
(u+d-e^{r\Delta t})e^{r\Delta t} &= e^{(r+\sigma^2)\Delta t} e^{r\Delta t} \\
u+d-e^{r\Delta t} &= e^{(r+\sigma^2)\Delta t}
\end{aligned}$$

Karena $ud = 1$, sehingga $d = 1/u$, akibatnya diperoleh:

$$\begin{aligned}
u + \frac{1}{u} - e^{r\Delta t} &= e^{(r+\sigma^2)\Delta t} \\
u^2 + 1 - ue^{r\Delta t} &= ue^{(r+\sigma^2)\Delta t} \\
u^2 + 1 - ue^{r\Delta t} - ue^{(r+\sigma^2)\Delta t} &= 0 \\
u^2 - u \left(e^{r\Delta t} - e^{(r+\sigma^2)\Delta t} \right) + 1 &= 0
\end{aligned} \tag{2.29}$$

dengan memisalkan $\beta = 1/2 (e^{-r\Delta t} + e^{(r+\sigma^2)\Delta t})$ pada persamaan (2.29), sehingga dapat diperoleh sebagai berikut.

$$u^2 - 2\beta u + 1 = 0 \tag{2.30}$$

dengan akar-akar $u = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1}$, dimana $\beta^2 - 1 > 0$. Karena $d < u$, sehingga dapat dipilih $u = \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}$. Akibatnya diperoleh nilai u, d , dan p untuk model 1 adalah sebagai berikut.

$$u = \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}, \quad d = \frac{1}{u}, \quad \text{dan } p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \tag{2.31}$$

dengan $\beta = 1/2 (e^{-r\Delta t} + e^{(r+\sigma^2)\Delta t})$.

Selanjutnya, digunakan aproksimasi bilangan eksponensial $e^x \approx 1 + x$ pada nilai β , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{1}{2} \left(1 - r\Delta t + 1 + (r + \sigma^2)\Delta t \right) \\
&= \frac{1}{2} (2 + \sigma^2\Delta t) \\
&= 1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Substitusikan persamaan (2.32) pada nilai u , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
u &= \left(1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t \right) + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t \right)^2 - 1} \\
&= 1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t + \sqrt{1 + \sigma^2\Delta t + \frac{1}{4} \sigma^4\Delta t^2 - 1} \\
&= 1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t + \sqrt{\sigma^2\Delta t + \frac{1}{4} \sigma^4\Delta t^2} \\
&\approx 1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t + \sqrt{\sigma^2\Delta t} \\
&= 1 + \frac{1}{2} \sigma^2\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} \\
&\approx 1 + \sigma\sqrt{\Delta t} \\
&\approx e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Akibatnya, diperoleh nilai u , d , dan p untuk model 2 adalah sebagai berikut.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad \text{dan } p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \tag{2.34}$$

Selanjutnya, substitusikan nilai u dan d pada persamaan (2.34) untuk nilai p , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
p &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \\
&= \frac{e^{r\Delta t} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}} \\
&= \frac{e^{r\Delta t} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}} \frac{e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}} \\
&= \frac{e^{r\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}} - 1}{e^{2\sigma\sqrt{\Delta t}} - 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\approx \frac{1+r\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} - 1}{1+2\sigma\sqrt{\Delta t} - 1} \\
&= \frac{r\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}}{2\sigma\sqrt{\Delta t}} \\
&= \frac{\left(\frac{r}{\sigma}\sqrt{\Delta t} + 1\right)\sigma\sqrt{\Delta t}}{2\sigma\sqrt{\Delta t}} \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{r}{\sigma}\sqrt{\Delta t} + 1\right)
\end{aligned}$$

Akibatnya, diperoleh nilai u , d , dan p untuk model 3 adalah sebagai berikut.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad \text{dan } p = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{\sigma}\sqrt{\Delta t} + 1\right) \quad (2.35)$$

Selanjutnya, dengan mengasumsikan $p = 0.5$, nilai u dan d akan ditentukan dengan mengikuti alur yang sama seperti pada persamaan sebelumnya.

Substitusikan nilai $p = 0.5$ pada persamaan (2.23), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
p &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \\
0.5 &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \\
\frac{1}{2} &= \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \\
\frac{1}{2}(u - d) + d &= e^{r\Delta t} \\
\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}d &= e^{r\Delta t} \\
\frac{1}{2}(u + d) &= e^{r\Delta t} \\
u + d &= 2e^{r\Delta t} \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Selanjutnya, substitusikan $p = 0.5$ pada persamaan (2.28), sehingga diperoleh:

$$p = \frac{e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2}{u^2 - d^2}$$

$$\begin{aligned}
0.5(u^2 - d^2) &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - d^2 \\
0.5u^2 + 0.5d^2 &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} \\
\frac{1}{2}(u^2 + d^2) &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} \\
u^2 + d^2 &= 2e^{(2r\sigma^2)\Delta t}
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Misalkan $u = b + c$ dan $d = b - c$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
u + d &= b + c + b - c \\
&= 2b
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.36), dapat diperoleh nilai $b = e^{r\Delta t}$. Selanjutnya untuk nilai $u^2 + d^2$ dapat dihitung:

$$\begin{aligned}
u^2 + d^2 &= b^2 + 2bc + c^2 + b^2 - 2bc + c^2 \\
&= 2b^2 + 2c^2
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Substitusi nilai $b = e^{r\Delta t}$ dan persamaan (2.37) pada persamaan (2.38), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
2e^{(2r\sigma^2)\Delta t} &= 2(e^{r\Delta t})^2 + 2c^2 \\
e^{(2r\sigma^2)\Delta t} &= e^{2r\Delta t} + c^2 \\
c^2 &= e^{(2r\sigma^2)\Delta t} - e^{2r\Delta t} \\
&= e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2\Delta t} - 1) \\
c &= e^{r\Delta t} \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1}
\end{aligned}$$

Substitusikan nilai b dan c yang diperoleh pada permasalahan u dan d , akibatnya didapatkan:

$$\begin{aligned}
u &= e^{r\Delta t} + e^{r\Delta t} \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} \\
&= e^{r\Delta t} \left(1 + \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} \right)
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
d &= e^{r\Delta t} - e^{r\Delta t} \sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1} \\
&= e^{r\Delta t} \left(1 - \sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1} \right)
\end{aligned}$$

Sehingga, diperoleh nilai u , d , dan p untuk model 4 adalah sebagai berikut.

$$u = e^{r\Delta t} \left(1 + \sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1} \right), \quad d = e^{r\Delta t} \left(1 - \sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1} \right), \quad \text{dan } p = \frac{1}{2} \quad (2.39)$$

2.1.4 Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Standar

Opsi *Barrier* merupakan jenis opsi derivatif di mana pembayarannya ditentukan oleh apakah nilai aset dasar menyentuh suatu batas tertentu dalam periode waktu yang telah ditentukan. Terdapat berbagai variasi opsi *Barrier* yang secara rutin diperdagangkan di pasar modal. Opsi ini diminati oleh beberapa pelaku pasar karena umumnya lebih murah dibandingkan dengan opsi standar. Opsi *Barrier* dapat dikategorikan menjadi, opsi *knock-out* dan opsi *knock-in*. Pada opsi *knock-out*, hak opsi akan hilang jika harga aset dasar mencapai batas yang telah ditentukan, sementara opsi *knock-in* baru akan berlaku apabila harga aset dasar mencapai batas tertentu (Hull, 2003). Menurut Higham (2004), kedua kategori tersebut dapat dibagi menjadi beberapa jenis antara lain:

1. *Down and In*

Jenis opsi ini hanya aktif setelah harga aset menyentuh atau melewati nilai *Barrier* yang telah ditentukan, dengan $B < S_0$ pada selang waktu $[0, T]$. Jika nilai *Barrier* terlewati, maka *payoff* untuk opsi *call down and in* adalah sebagai berikut.

$$V_{CDI}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T \geq B \\ 0, & S_T < B \end{cases} \quad (2.40)$$

Sedangkan, *payoff* untuk opsi *put down and in* adalah sebagai berikut.

$$V_{PDI}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T \geq B \\ 0, & S_T < B \end{cases} \quad (2.41)$$

dengan:

B : Nilai *Barrier*,

V_{CDI} : Opsi *call down and in*, dan

V_{PDI} : Opsi *put down and in*.

2. *Down and Out*

Jenis opsi ini tidak aktif atau menghasilkan nol ketika harga aset menyentuh atau melewati nilai *Barrier* yang telah ditentukan, dengan $B < S_0$ pada selang waktu $[0, T]$. Jika nilai *Barrier* tidak terlewati, maka *payoff* untuk opsi *call down and out* adalah sebagai berikut.

$$V_{CDO}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T > B \\ 0, & S_T \leq B \end{cases} \quad (2.42)$$

Sedangkan, *payoff* untuk opsi *put down and in* adalah sebagai berikut.

$$V_{PDO}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T > B \\ 0, & S_T \leq B \end{cases} \quad (2.43)$$

dengan:

V_{CDO} : Opsi *call down and out*, dan

V_{PDO} : Opsi *put down and out*.

3. *Up and In*

Jenis opsi ini hanya aktif setelah harga aset menyentuh atau melewati nilai *Barrier* yang telah ditentukan, dengan $B > S_0$ pada selang waktu $[0, T]$. Jika nilai *Barrier* terlewati, maka *payoff* untuk opsi *call up and in* adalah sebagai berikut.

$$V_{CUI}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T \leq B \\ 0, & S_T > B \end{cases} \quad (2.44)$$

Sedangkan, *payoff* untuk opsi *put up and in* adalah sebagai berikut.

$$V_{PUI}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T \leq B \\ 0, & S_T > B \end{cases} \quad (2.45)$$

dengan:

V_{CUI} : Opsi *call up and in*, dan

V_{PUI} : Opsi *put up and in*.

4. *Up and Out*

Jenis opsi ini tidak aktif atau menghasilkan nol ketika harga aset menyentuh atau melewati nilai *Barrier* yang telah ditentukan, dengan $B > S_0$ pada selang waktu $[0, T]$. Jika nilai *Barrier* tidak terlewati, maka *payoff* untuk opsi *call up and out* adalah sebagai berikut.

$$V_{CUO}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T < B \\ 0, & S_T \geq B \end{cases} \quad (2.46)$$

Sedangkan, *payoff* untuk opsi *put up and out* adalah sebagai berikut.

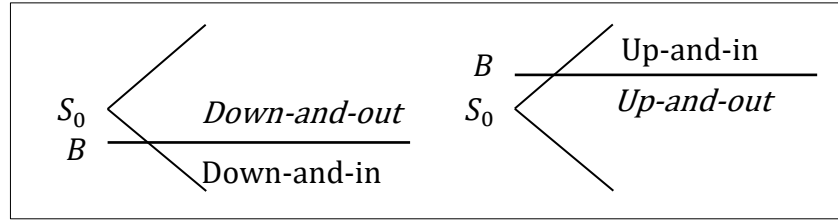
$$V_{PUO}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T < B \\ 0, & S_T \geq B \end{cases} \quad (2.47)$$

dengan:

V_{CUO} : Opsi *call up and out*, dan

V_{PUO} : Opsi *put up and out*.

Berdasarkan jenis-jenis opsi di atas, maka posisi opsi *Barrier* dapat diilustrasikan pada Gambar 2.4 berikut.



Gambar 2.4 Posisi Opsi *Barrier*

2.1.5 Perhitungan Harga Opsi *Barrier Enhanced*

Metode Binomial opsi *Barrier* dikembangkan secara umum termasuk metode *Lattice* lainnya oleh Derman dkk. (1995). Harga opsi tersebut diperhitungkan dengan mempertimbangkan proporsi jarak antara level *upper Barrier* dengan level *lower Barrier* terhadap nilai *Barrier*. Sehingga, diperoleh harga opsi yang lebih baik pada kedua level tersebut. Harga opsi yang lebih akurat akan ditemukan pada titik-titik yang lebih dekat dengan nilai *Barrier*.

Pada perhitungan harga opsi *Barrier*, Derman dkk. (1995) mengganti nilai level *upper* atau *lower Barrier* dengan rumus alternatif yang disebut sebagai metode *Enhanced Numerical*. Adapun rumus untuk level *upper Barrier* adalah sebagai berikut.

$$V^*(U) = \left(\frac{U-B}{U-D} \right) V(U) + \left(\frac{B-D}{U-D} \right) T(U) \quad (2.48)$$

Sedangkan, rumus untuk level *lower Barrier* adalah sebagai berikut.

$$V^*(D) = \left(\frac{B-D}{U-D} \right) V(D) + \left(\frac{U-B}{U-D} \right) T(D) \quad (2.49)$$

dengan:

$V(\cdot)$: Harga opsi standar,

$V^*(\cdot)$: Harga opsi *Enhanced*,

U : Harga opsi level *upper Barrier*,

D : Harga opsi level *lower Barrier*, dan

$T(\cdot)$: Nilai pembayaran *rebates*.

2.1.6 Metode *Black-Scholes*

Pada awal tahun 1970-an, Fisher Black dan Myron Scholes telah menemukan formula eksak dalam perhitungan harga opsi Eropa. Formula tersebut menggambarkan proses stokastik dari model skema harga saham (Laamena, 2021). Menurut Hull (2003), rumus untuk menghitung *Black-Scholes* opsi *call* Eropa adalah sebagai berikut.

$$C = S_0 e^{-gT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (2.50)$$

Sedangkan, rumus untuk menghitung *Black-Scholes* opsi *put* Eropa adalah sebagai berikut.

$$P = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-gT} N(-d_1) \quad (2.51)$$

dengan:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - g + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2.52)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.53)$$

dengan:

g : Tingkat dividen,

$N(d_1)$: Fungsi distribusi kumulatif normal d_1 ,

$N(d_2)$: Fungsi distribusi kumulatif normal d_2 , dan

r : *Risk-free rate*.

Menurut Hull (2003), rumus *Black-Scholes* dalam perhitungan harga opsi *Barrier* adalah sebagai berikut.

1. *Down and In*

Rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *call down and in* adalah sebagai berikut.

$$C_{DI} = \begin{cases} C - C_{Do} & , B \geq K \\ AN(y) - B_1N(E) & , B < K \end{cases} \quad (2.54)$$

Sedangkan, rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *put down and in* adalah sebagai berikut.

$$P_{DI} = \begin{cases} P & , B \geq K \\ -C_1N(-x_1) + D_1N(-G) + A[N(y) - N(y_1)] - B_1[N(E) - N(F)] & , B < K \end{cases} \quad (2.55)$$

dengan:

$$A = S_0 e^{-gT} \left(\frac{B}{S_0} \right)^{2\lambda} \quad (2.56)$$

$$B_1 = K e^{-rT} \left(\frac{B}{S_0} \right)^{2\lambda-2} \quad (2.57)$$

$$C_1 = S_0 e^{-gT} \quad (2.58)$$

$$D = K e^{-rT} \quad (2.59)$$

$$E = y - \sigma\sqrt{T} \quad (2.60)$$

$$F = y_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.61)$$

$$G = x_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.62)$$

$$\lambda = \frac{r - q + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2} \quad (2.63)$$

$$y = \frac{\ln \left[\frac{B^2}{(S_0 K)} \right]}{\sigma \sqrt{T}} + \lambda \sigma \sqrt{T} \quad (2.64)$$

$$x_1 = \frac{\ln \left(\frac{S_0}{B} \right)}{\sigma \sqrt{T}} + \lambda \sigma \sqrt{T} \quad (2.65)$$

$$y_1 = \frac{\ln \left(\frac{B}{S_0} \right)}{\sigma \sqrt{T}} + \lambda \sigma \sqrt{T} \quad (2.66)$$

2. Down and Out

Rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *call down and out* adalah sebagai berikut.

$$C_{DO} = \begin{cases} C_1 N(x_1) - D_1 N(G) - AN(y_1) + B_1 N(F) , & B \geq K \\ C - C_{DI} , & B < K \end{cases} \quad (2.67)$$

Sedangkan, rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *put down and out* adalah sebagai berikut.

$$P_{DO} = \begin{cases} 0 , & B \geq K \\ P - P_{DI} , & B < K \end{cases} \quad (2.68)$$

3. Up and In

Rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *call up and in* adalah sebagai berikut.

$$C_{UI} = \begin{cases} C , & B \leq K \\ C_1 N(x_1) - D_1 N(G) - A[N(-y) - N(-y_1)] + B_1[N(-E) - N(-F)] , & B > K \end{cases} \quad (2.69)$$

Sedangkan, rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *put up and in* adalah sebagai berikut.

$$P_{UI} = \begin{cases} P - P_{UI} , & B \leq K \\ -AN(-y) + B_1 N(-E) , & B > K \end{cases} \quad (2.70)$$

4. Up and Out

Rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *call up and out* adalah sebagai berikut.

$$C_{uo} = \begin{cases} 0 & , B \leq K \\ C - C_{ui} & , B > K \end{cases} \quad (2.71)$$

Sedangkan, rumus *Black-Scholes* untuk harga opsi *put up and out* adalah sebagai berikut.

$$P_{uo} = \begin{cases} -C_1 N(-x_1) + D_1 N(-G) + AN(-y_1) - B_1 N(-F) & , B \leq K \\ P - P_{ui} & , B > K \end{cases} \quad (2.72)$$

2.1.7 Distribusi Normal

Menurut Higham (2004), distribusi normal merupakan salah satu jenis dari variabel acak yang kontinu yang paling signifikan. Jika X adalah variabel acak kontinu yang memiliki fungsi kepadatan sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2.73)$$

maka X dikatakan berdistribusi normal standar yang dinotasikan $X \sim N(0,1)$, dengan rata-rata 0 dan variansi 1. Oleh karena itu, dalam distribusi ini berlaku $E(X) = 0$ dan $Var(X) = 1$. Secara umum, variabel acak dengan distribusi $N(\mu, \hat{\sigma}^2)$ ditentukan oleh fungsi kepadatan sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\hat{\sigma}^2}} \quad (2.74)$$

dengan:

x : Peubah acak kontinu,

μ : Rata-rata, dan

$\hat{\sigma}$: Variansi.

2.1.8 Galat

Menurut Maharini & Suprpto (2018), dalam metode numerik selalu terdapat kesalahan atau *error* yaitu berupa perbedaan antara nilai hasil perhitungan numerik dengan nilai analitik. Penyelesaian numerik persamaan matematika menghasilkan estimasi yang mendekati nilai analitik, sehingga terdapat selisih atau galat dibandingkan dengan solusi yang sebenarnya. Galat ini berkaitan dengan tingkat kedekatan solusi hampiran dengan solusi analitik. Semakin kecil galat yang dihasilkan, semakin akurat pula solusi numerik tersebut. Nilai galat opsi *call* dapat dihitung sebagai berikut.

$$\varepsilon_C = V_C - C_{BS} \quad (2.75)$$

dengan:

ε_C : Galat opsi *call*,

V_C : Harga opsi *call*, dan

C_{BS} : Harga opsi *call Black-Scholes*.

Sedangkan, untuk nilai galat opsi *put* dapat dihitung sebagai berikut.

$$\varepsilon_P = V_P - P_{BS} \quad (2.76)$$

dengan:

ε_P : Galat opsi *put*,

V_P : Harga opsi *put*, dan

P_{BS} : Harga opsi *put Black-Scholes*.

Menurut Maharini & Suprpto (2018), galat dapat bernilai positif maupun

negatif, namun hanya nilai mutlaknya yang diperhitungkan. Sehingga nilai galat mutlak untuk opsi *call* adalah sebagai berikut.

$$\varepsilon_{MC} = |V_C - C_{BS}| \quad (2.77)$$

Sedangkan, untuk nilai galat mutlak opsi *put* adalah sebagai berikut.

$$\varepsilon_{MP} = |V_P - P_{BS}| \quad (2.78)$$

dengan:

ε_{MC} : Galat mutlak opsi *call*, dan

ε_{MP} : Galat mutlak opsi *put*.

Ukuran galat mutlak sendiri tidak cukup informatif karena tidak memberikan gambaran mengenai besaran kesalahan relatif terhadap nilai sebenarnya. Dalam beberapa kasus, galat dengan nilai yang identik dapat memiliki makna berbeda berdasarkan pada konteks pengukuran. Oleh karena itu, untuk menginterpretasikan galat secara lebih akurat, digunakan pendekatan normalisasi terhadap nilai sebenarnya. Dengan demikian, diperkenalkan konsep galat relatif opsi *call* yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\varepsilon_{RC} = \frac{\varepsilon_{MC}}{C_{BS}} \quad (2.79)$$

Sedangkan untuk nilai galat mutlak opsi *put* adalah sebagai berikut.

$$\varepsilon_{RP} = \frac{\varepsilon_{MP}}{P_{BS}} \quad (2.80)$$

Nilai galat mutlak untuk opsi *call* dalam bentuk persentase adalah sebagai berikut.

$$\varepsilon_{RC} = \frac{\varepsilon_{MC}}{C_{BS}} \times 100\% \quad (2.81)$$

Sedangkan, nilai galat mutlak untuk opsi *put* dalam bentuk persentase adalah

sebagai berikut.

$$\varepsilon_{RP} = \frac{\varepsilon_{MP}}{P_{BS}} \times 100\% \quad (2.82)$$

dengan:

ε_{RC} : Galat relatif opsi *call*, dan

ε_{RP} : Galat relatif opsi *put*.

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Islam

2.2.1 Jual Beli dalam Islam

Menurut etimologi, jual beli merujuk pada aktivitas pertukaran dalam berbagai bentuk, baik antara sesama barang, antara barang dan uang, maupun antara uang dengan uang. Dalam bahasa Arab, jual beli adalah *al-bai'*. Lafal *al-bai'* terkadang digunakan untuk makna yang berlawanan, yaitu *asy-syira'* (beli). Oleh karena itu, kata *al-bai'* dapat merujuk pada baik jual maupun beli. Sedangkan menurut istilah syara', jual beli merupakan akad mu'awadhah antara dua pihak untuk tukar-menukar barang atau manfaat yang bersifat permanen, berbeda dengan ijarah yang hanya memberikan manfaat sementara sesuai perjanjian (Subairi, 2021).

Dasar hukum jual beli terdapat dalam al-Quran, sebagaimana disebutkan dalam surat an-Nisa ayat 29 yang artinya:

Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu saling memakan harta sesamamu dengan jalan yang batil, kecuali dengan jalan perniagaan yang berlaku dengan suka sama-suka di antara kamu. Dan janganlah kamu membunuh dirimu; sesungguhnya Allah adalah Maha Penyayang kepadamu (Q.S An-Nisa: 29).

Berdasarkan ayat tersebut, dapat diambil pemahaman bahwa Allah SWT melarang orang-orang beriman mengambil harta sesamanya dengan cara yang tidak benar.

Praktik ini memiliki cakupan yang luas, tidak terbatas pada riba saja, sementara Allah mengizinkan perdagangan yang didasarkan pada kerelaan dan kesepakatan bersama (Suretno, 2018).

2.2.2 Transaksi Saham dalam Islam

Pada konteks transaksi yang sah secara syariah, penting untuk mengacu pada prinsip-prinsip yang diajarkan dalam al-Quran, yang menekankan keadilan dan kejelasan dalam bermuamalah. Prinsip tersebut tercantum dalam QS. al-Baqarah ayat 282 yang artinya:

"Hai orang-orang yang beriman, apabila kamu bermuamalah (bertransaksi) tidak secara tunai untuk jangka waktu tertentu, maka hendaklah kamu menuliskannya. Dan biarlah di antara kamu ada yang mengadakan kesaksian. Dan janganlah ada saksi yang enggan apabila ia dipanggil. Dan janganlah kamu bosan menuliskannya, baik kecil maupun besar, sampai waktu jatuh tempo. Itulah yang lebih adil di sisi Allah dan lebih tepat untuk persaksian dan lebih mungkin menghindari keraguan di antara kamu." (QS. al-Baqarah: 282)

Ayat ini menekankan pentingnya ketentuan yang jelas dalam transaksi, seperti pencatatan dan kesaksian, untuk menghindari sengketa dan memastikan bahwa setiap pihak yang terlibat dalam transaksi dapat memahami hak dan kewajibannya. Ini menciptakan lingkungan bisnis yang transparan dan saling menguntungkan, yang menjadi dasar bagi hubungan bisnis yang sehat.

Sejalan dengan prinsip keadilan dan kejelasan dalam transaksi tersebut, Dr. Wahbah al-Zuhaili dalam Al-Fiqh Al-Islami wa Adillatuhu juz 3/184 berpendapat bahwa:

"Bermuamalah dengan (melakukan kegiatan transaksi atas) saham hukumnya boleh, karena pemilik saham adalah mitra dalam perseroan sesuai dengan saham yang dimilikinya."

Pendapat ini menegaskan bahwa bertransaksi dengan saham adalah sah secara syariah, karena pemilik saham dianggap sebagai mitra dalam perusahaan sesuai dengan proporsi saham yang dimiliki. Hal ini menunjukkan bahwa setiap pemegang saham memiliki hak dan tanggung jawab yang seimbang dalam pengelolaan perusahaan, serta berkontribusi terhadap keuntungan dan risiko yang mungkin timbul. Dengan demikian, prinsip-prinsip yang terkandung dalam QS. al-Baqarah ayat 282 terkait kejelasan dan keadilan dalam transaksi juga relevan dalam konteks perdagangan saham, di mana transparansi dan tanggung jawab bersama sangat penting untuk menjaga integritas dan keadilan di pasar.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Penelitian ini dirancang berdasarkan beberapa penelitian pendukung yang relevan terkait perhitungan harga opsi *Barrier* terutama dengan metode *Enhanced*. Beberapa penelitian terkait tersebut telah diteliti oleh Aziz (2005), Asnawi & Aziz (2021), dan Akhyar (2017). Selain itu, parameter yang digunakan dalam penelitian ini juga diambil berdasarkan penelitian Aziz (2009).

Pada penelitian Aziz (2009) telah diperoleh empat model parameter metode Binomial pada perhitungan harga opsi Eropa. Harga opsi Eropa yang dihasilkan dari parameter-parameter tersebut dibandingkan dengan harga opsi Eropa metode *Black-Scholes*. Data yang digunakan dalam penelitian tersebut adalah $S_0 = 5$, $K = 10$, $r = 0,06$, $\sigma = 0,3$, dan $T = 1$. Adapun hasil numerik dari harga opsi Eropa *call* dan *put* pada masing-masing model parameter yang dibandingkan dengan metode *Black-Scholes* (BS) adalah sebagai berikut.

Tabel 2.1 Hasil Numerik Harga Opsi *Put* Eropa

Partisi Model	8	16	32	64	128	256	512
Model 1	4,4251	4,4292	4,4299	4,4299	4,4300	4,4304	4,4304
Model 2	4,4248	4,4289	4,4297	4,4298	4,4300	4,4304	4,4304
Model 3	4,2010	4,2057	4,2065	4,2065	4,2067	4,2071	4,2071
Model 4	4,4247	4,4293	4,4298	4,4296	4,4302	4,4303	4,4304
BS	4,4305	4,4305	4,4305	4,4305	4,4305	4,4305	4,4305

Tabel 2.2 Hasil Numerik Harga Opsi *Call* Eropa

Partisi Model	8	16	32	64	128	256	512
Model 1	0,0074	0,0116	0,0122	0,0123	0,0124	0,0127	0,0127
Model 2	0,0071	0,0112	0,0120	0,0121	0,0124	0,0127	0,0127
Model 3	0,107	0,0168	0,0183	0,0187	0,0190	0,0195	0,0195
Model 4	0,0071	0,0117	0,0121	0,0120	0,0126	0,0126	0,0128
BS	0,0128	0,0128	0,0128	0,0128	0,0128	0,0128	0,0128

Berdasarkan **Error! Reference source not found.** dan Tabel 2.2 dapat dilihat bahwa model 1 dan model 2 memiliki harga opsi yang mendekati dengan harga opsi *Black-Scholes* baik opsi *call* maupun opsi *put* Eropa. Akan tetapi, model yang lebih cepat konvergen ke metode *Black-Scholes* adalah model 2, yaitu parameter pada persamaan (2.34).

Penelitian Aziz (2005) menggunakan metode standar dan *Enhanced* Binomial dalam perhitungan opsi *Barrier* tipe Eropa. Data yang digunakan dalam penelitian tersebut adalah $S_0 = 95, K = 100, B = 125, r = 0,1, \sigma = 0,25, T = 1$, dan $M = 6$. Harga opsi *call up-and-out* dan *call down-and-out Barrier* metode standar Binomial dalam 200 partisi tidak menunjukkan konvergensi terhadap nilai analitiknya. Sedangkan, dalam harga opsi *call up-and-out* dan *call down-and-out Barrier* metode *Enhanced* Binomial pada 100 partisi sudah menunjukkan konvergensi terhadap nilai analitiknya. Sehingga dari penelitian tersebut dapat disimpulkan bahwa metode *Enhanced* Binomial menunjukkan konvergensi yang

lebih tinggi dibandingkan dengan metode standar Binomial.

Penelitian Aziz (2005) dikembangkan oleh Asnawi & Aziz (2021), serta Akhyar (2017). Dalam penelitian Asnawi & Aziz (2021) metode standar dan *Enhanced* Binomial dikembangkan menjadi metode standar dan *Enhanced* Trinomial untuk perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Data yang digunakan bersumber dari data penelitian Aziz (2005). Dalam penelitiannya, diperoleh bahwa metode *Enhanced* Trinomial sudah menunjukkan kekonvergenan pada partisi ke-93, sedangkan metode standar Trinomial pada partisi ke-160 tidak menunjukkan kekonvergenan sama sekali. Nilai *error* metode *Enhanced* Trinomial pada partisi ke-93 untuk opsi *call up-and-out* adalah sebesar 0,000046690289 dan untuk opsi *put up-and-out* adalah sebesar 0,0000493988. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode *Enhanced* Trinomial lebih cepat konvergen terhadap nilai analitiknya dibandingkan dengan metode standar Trinomial.

Penelitian Akhyar (2017) mengembangkan metode standar dan *Enhanced* Binomial menjadi metode standar dan *Enhanced* Kuartinomial untuk perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Data yang digunakan dalam penelitiannya juga bersumber dari penelitian Aziz (2005). Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa metode *Enhanced* Kuartinomial untuk opsi *call up-and-out* telah mencapai kekonvergenan pada partisi ke-237 dengan nilai *error* relatif sebesar 0,0000150257, sedangkan metode standar Kuartinomial pada partisi ke-250 tidak menunjukkan kekonvergenan sama sekali. Selain itu, untuk opsi *put up-and-out* pada metode *Enhanced* Kuartinomial juga menunjukkan kekonvergenan yang lebih stabil dibandingkan dengan metode standar Kuartinomial yang membutuhkan lebih banyak iterasi lagi untuk mencapai kekonvergenan. Dengan demikian, dapat

disimpulkan bahwa metode *Enhanced* Kuartinomial menunjukkan konvergensi yang lebih cepat dibandingkan metode Kuartinomial standar.

Penelitian ini akan dibandingkan dengan metode *Black-Scholes* sebagai nilai analitiknya. Penelitian metode *Black-Scholes* telah diteliti oleh Khaerunnisa (2017) pada perhitungan opsi *call Barrier*. Dalam penelitiannya diperoleh harga opsi *call Barrier* jenis *up-and-out* dan *up-and-in* menggunakan metode *Black-Scholes* berturut-turut sebesar 0,1245 dan 49,2689.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan gabungan, yaitu pendekatan kuantitatif, kualitatif, dan studi literatur. Pendekatan kuantitatif digunakan untuk menghitung harga opsi melalui analisis data harga saham dengan metode numerik. Sementara itu, pendekatan kualitatif digunakan untuk menjelaskan formulasi harga opsi *Barrier* metode Pentanomial serta hasil konvergensi perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa metode Pentanomial. Selain itu, studi literatur juga dilakukan untuk mengumpulkan penelitian yang relevan sebagai dasar pengembangan formulasi dan pemilihan metode perhitungan opsi.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data tersebut berupa historis harga saham penutup harian dari Microsoft Corporation (MSFT) dengan periode waktu dari 1 November 2022 sampai 30 Oktober 2024. Data tersebut diperoleh dari laman *investing.com* yang diakses pada 1 November 2024. Adapun data tersebut terlampir pada Lampiran 1.

3.3 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

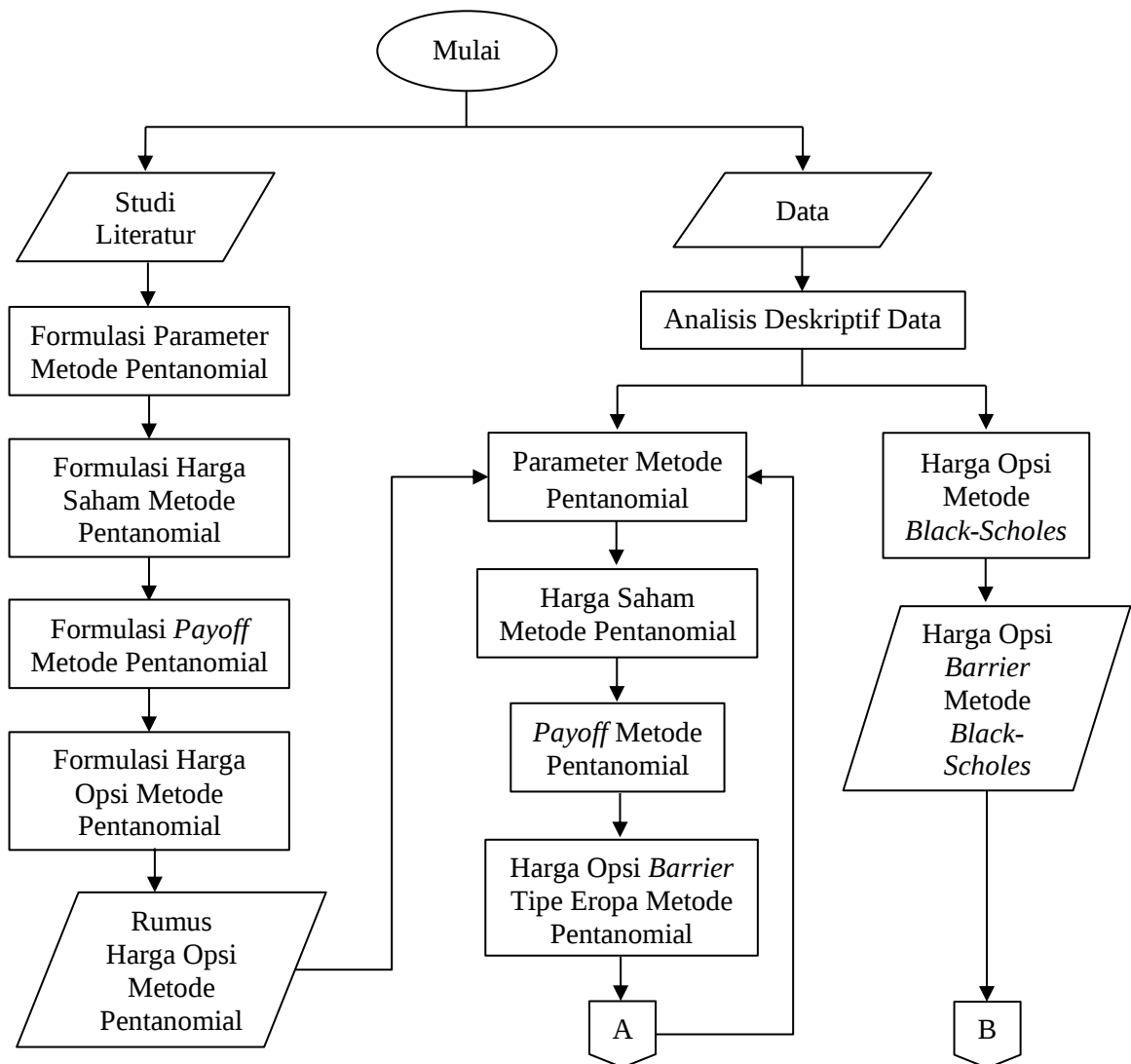
1. Aproksimasi perhitungan opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial.

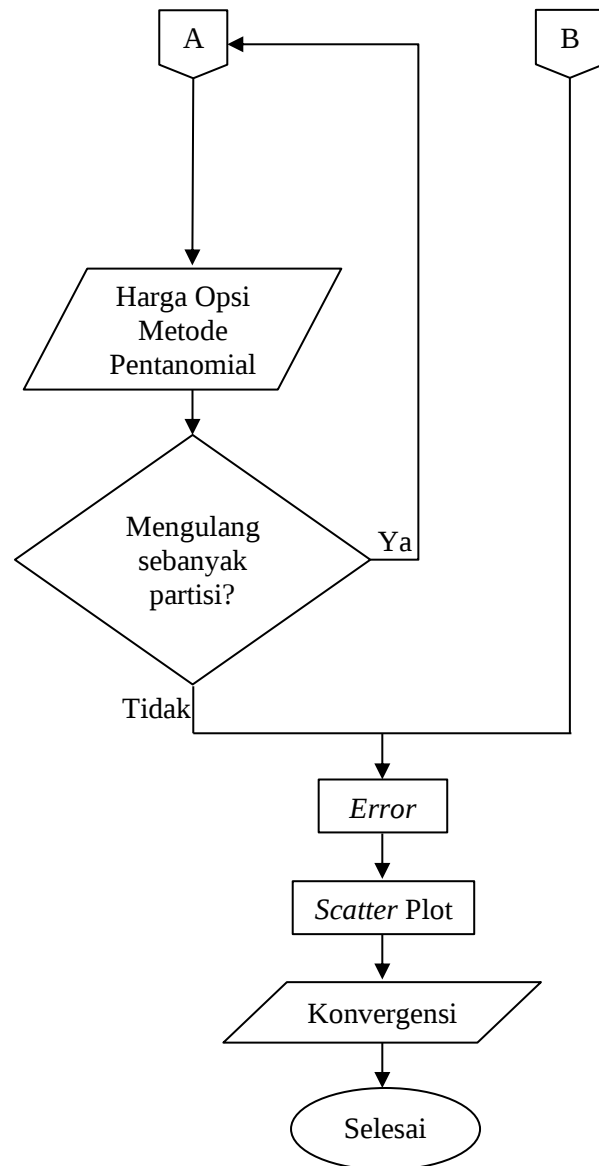
- a. Menentukan parameter peluang harga saham naik, peluang harga saham turun, serta faktor naik dan faktor turun harga saham untuk metode Pentanomial.
 - b. Menentukan harga saham mulai awal periode sampai *expiration time* untuk metode Pentanomial.
 - c. Menentukan *payoff* opsi *call* dan opsi *put* metode standar dan *Enhanced* Pentanomial.
 - d. Menentukan harga opsi *call* dan opsi *put* metode standar dan *Enhanced* Pentanomial.
2. Analisis deskriptif data.
 - a. Membuat grafik data historis harga saham MSFT.
 - b. Menghitung *return* saham, standar deviasi, dan volatilitas harga saham.
 - c. Menentukan *stock price* dari harga saham terakhir, *expiration time*, *strike price*, *risk-free rate*, batas opsi *Barrier*, dan banyak partisi.
 3. Perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada data harga saham MSFT.
 - a. Menghitung harga saham sampai *expiration time* untuk metode Pentanomial.
 - b. Menghitung *payoff* opsi *call* dan *put* saat *expiration time*.
 - c. Menghitung harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial.
 4. Perbandingan hasil perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial terhadap metode *Black-Scholes*.

- a. Menghitung solusi analitik perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode *Black-Scholes*.
- b. Menghitung nilai *error*.
- c. Membuat *scatter plot* perbandingan harga opsi dan konvergensi dari metode standar dan *Enhanced Pentanomial*.

3.4 Diagram Alir Penelitian

Berdasarkan tahapan penelitian di atas, maka diagram alir pada penelitian ini adalah sebagai berikut.





Gambar 3.1 Diagram Alir

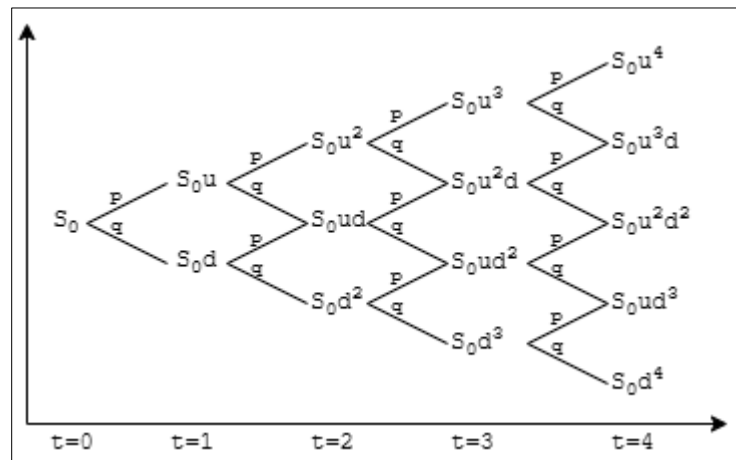
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Aproksimasi Numerik Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

4.1.1 Parameter-parameter Metode Pentanomial

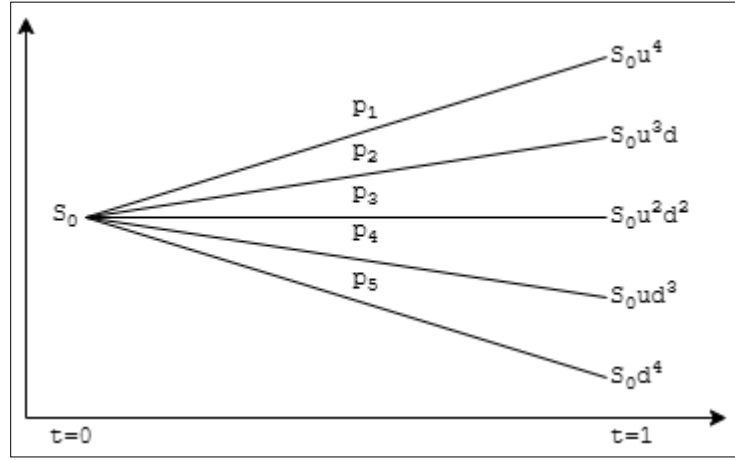
Metode Pentanomial atau bisa disebut dengan metode Multinomial orde lima merupakan metode penggabungan dari empat periode waktu metode Binomial menjadi satu periode waktu. Pergerakan harga saham pada metode Pentanomial yang didapatkan dari pergerakan harga sama metode Binomial dapat diilustrasikan pada Gambar 4.1 berikut.



Gambar 4.1 Model Pergerakan Metode Binomial pada Empat Periode

Gambar 4.1 merupakan skema pergerakan harga saham metode Binomial dalam empat periode. Berdasarkan gambar tersebut, dapat diperoleh bahwa nilai harga saham pada saat periode keempat adalah S_0u^4 , S_0u^3d , $S_0u^2d^2$, S_0ud^3 , dan S_0d^4 . Parameter u dan d berturut-turut adalah faktor harga saham naik dan turun. Sehingga, model pergerakan harga saham metode Pentanomial dapat diilustrasikan

dalam Gambar 4.2 berikut.



Gambar 4.2 Model Pergerakan Harga Saham Metode Pentanomial

Parameter-parameter yang digunakan pada metode Pentanomial tentu saja berbeda dengan parameter yang digunakan pada metode Binomial. Parameter u dan d pada metode Pentanomial dapat diperoleh dari faktor naik dan faktor turun selama empat periode pada metode Binomial. Berdasarkan persamaan (2.34) diperoleh parameter u dan d pada metode Pentanomial adalah sebagai berikut.

$$u^4 = \left(e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^4 = e^{4\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.1)$$

$$u^3 d = \left(e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^3 \left(e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right) = e^{2\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.2)$$

$$u^2 d^2 = \left(e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^2 \left(e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^2 = 1 \quad (4.3)$$

$$u d^3 = \left(e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right) \left(e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^3 = e^{-2\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.4)$$

dan

$$d^4 = \left(e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right)^4 = e^{-4\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (4.5)$$

Harga saham pada metode Binomial yang terjadi pada periode waktu $t = 4$, yaitu $S_0 u^4 = S_{0,4}, S_0 u^3 d = S_{1,4}, S_0 u^2 d^2 = S_{2,4}, S_0 u d^3 = S_{3,4}$, dan $S_0 d^4 = S_{4,4}$.

Secara umum, nilai $S_{j,i}$ dapat diperoleh dari $S_{j,i+4}, S_{j+1,i+4}, S_{j+2,i+4}, S_{j+3,i+4}$, dan $S_{j+4,i+4}$ dengan menggunakan persamaan (2.15) adalah sebagai berikut.

$$S_{j,i+3} = e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+4} + qS_{j+1,i+4}) \quad (4.6)$$

$$S_{j+1,i+3} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+4} + qS_{j+2,i+4}) \quad (4.7)$$

$$S_{j+2,i+3} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+2,i+4} + qS_{j+3,i+4}) \quad (4.8)$$

$$S_{j+3,i+3} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+4,i+4} + qS_{j+4,i+4}) \quad (4.9)$$

$$S_{j,i+2} = e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+3} + qS_{j+1,i+3}) \quad (4.10)$$

$$S_{j+1,i+2} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+3} + qS_{j+2,i+3}) \quad (4.11)$$

$$S_{j+2,i+2} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+2,i+3} + qS_{j+3,i+3}) \quad (4.12)$$

$$S_{j,i+1} = e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+2} + qS_{j+1,i+2}) \quad (4.13)$$

$$S_{j+1,i+1} = e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+2} + qS_{j+2,i+2}) \quad (4.14)$$

dan

$$S_{j,i} = e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+1} + qS_{j+1,i+1}) \quad (4.15)$$

Substitusikan persamaan (4.13) dan (4.14), dilanjut persamaan (4.10), (4.11), dan (4.12), serta dilanjut persamaan (4.6), (4.7), (4.8), dan (4.9), ke persamaan (4.15) sehingga menghasilkan:

$$\begin{aligned}
S_{j,i} &= e^{-r\Delta t} \left(p \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+2} + qS_{j+1,i+2}) \right] + q \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+2} + qS_{j+2,i+2}) \right] \right) \\
&= e^{-2r\Delta t} (p^2 S_{j,i+2} + 2pq S_{j+1,i+2} + q^2 S_{j+2,i+2}) \\
&= e^{-2r\Delta t} \left(p^2 \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+3} + qS_{j+1,i+3}) \right] + 2pq \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+3} + qS_{j+2,i+3}) \right] \right. \\
&\quad \left. + q^2 \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+2,i+3} + qS_{j+3,i+3}) \right] \right) \\
&= e^{-3r\Delta t} (p^3 S_{j,i+3} + 3p^2 q S_{j+1,i+3} + 3pq^2 S_{j+2,i+3} + q^3 S_{j+3,i+3}) \\
&= e^{-3r\Delta t} \left(p^3 \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j,i+4} + qS_{j+1,i+4}) \right] + 3p^2 q \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+1,i+4} + qS_{j+2,i+4}) \right] \right. \\
&\quad \left. + 3pq^2 \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+2,i+4} + qS_{j+3,i+4}) \right] + q^3 \left[e^{-r\Delta t} (pS_{j+3,i+4} + qS_{j+4,i+4}) \right] \right) \\
&= e^{-4r\Delta t} (p^4 S_{j,i+4} + 4p^3 q S_{j+1,i+4} + 6p^2 q^2 S_{j+2,i+4} + 4pq^3 S_{j+3,i+4} + q^4 S_{j+4,i+4})
\end{aligned} \tag{4.16}$$

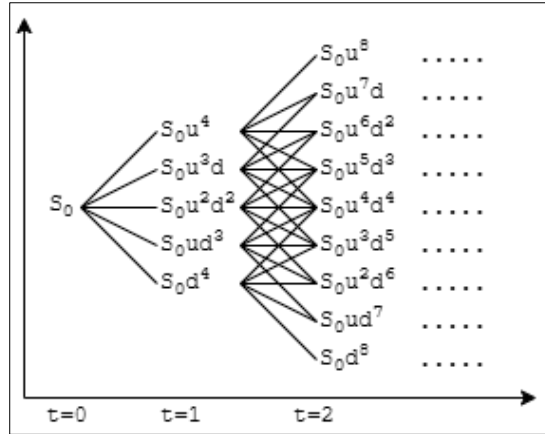
Pada persamaan (4.16), diperoleh nilai $S_{j,i}$ dengan parameter peluang dari pergerakan harga saham metode Pentanomial. Parameter peluang tersebut dapat dinyatakan sebagai $p_1 = p^4, p_2 = 4p^3q, p_3 = 6p^2q^2, p_4 = 4pq^3$, dan $p_5 = q^4$. Sehingga dapat diperoleh nilai $S_{j,i}$ sebagai berikut.

$$S_{j,i} = e^{-4r\Delta t} (p_1 S_{j,i+4} + p_2 S_{j+1,i+4} + p_3 S_{j+2,i+4} + p_4 S_{j+3,i+4} + p_5 S_{j+4,i+4}) \tag{4.17}$$

dengan $i = 0, 1, \dots, M$, $j = 0, 1, \dots, 4i$, r sebagai *risk-free rate*, dan $\Delta t = T/M$ dengan M adalah jumlah iterasi hingga *expired time*. Metode Pentanomial memiliki nilai faktor diskon sebesar $e^{-4r\Delta t}$. Hal ini dikarenakan metode tersebut merupakan metode penggabungan dari empat periode waktu metode Binomial. Akibatnya, metode Pentanomial memiliki nilai faktor diskon yang sama dengan faktor diskon selama empat periode pada metode Binomial. Dengan demikian, perubahan harga saham pada waktu $t = t + \Delta t$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$S(t + \Delta t) = \begin{cases} S(t)u^4 & , \text{ dengan peluang } p_1 = p^4 \\ S(t)u^3d & , \text{ dengan peluang } p_2 = 4p^3q \\ S(t)u^2d^2 & , \text{ dengan peluang } p_3 = 6p^2q^2 \\ S(t)ud^3 & , \text{ dengan peluang } p_4 = 4pq^3 \\ S(t)d^4 & , \text{ dengan peluang } p_5 = q^4 \end{cases} \tag{4.18}$$

Pergerakan harga saham metode Pentanomial secara diskrit dapat diilustrasikan seperti Gambar 4.3 berikut.

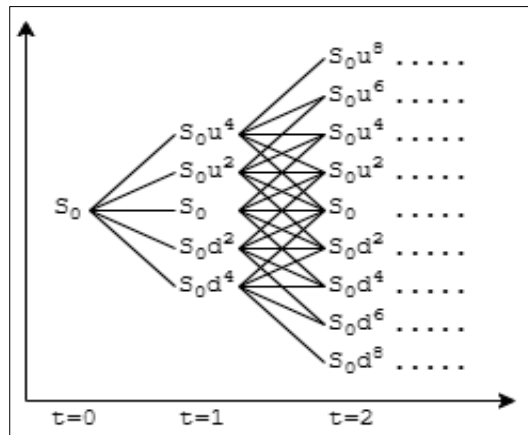


Gambar 4.3 Pergerakan Harga Saham secara Metode Pentanomial

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat diasumsikan bahwa harga saham pada waktu $t = 0$ adalah $S_{0,0}$, sementara harga saham pada waktu $t = 1$ adalah $S_{0,1} = S_0u^4$, $S_{1,1} = S_0u^3d$, $S_{2,1} = S_0u^2d^2$, $S_{3,1} = S_0ud^3$, dan $S_{4,1} = S_0d^4$. Dengan demikian, secara umum harga saham pada waktu $t = i$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S_{j,i} = S_0u^{4i-j}d^j \quad (4.19)$$

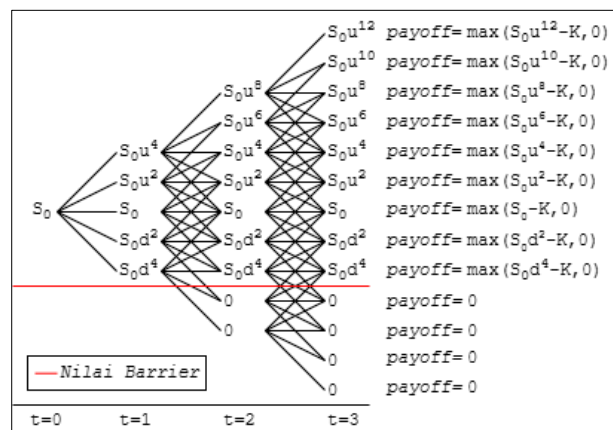
dengan $i = 0, 1, \dots, M$ dan $j = 0, 1, \dots, 4i$. Sehingga, dengan asumsi $ud = 1$, dapat dibentuk model pergerakan harga saham metode Pentanomial seperti Gambar 4.4 berikut.



Gambar 4.4 Pergerakan Harga Saham Metode Pentanomial

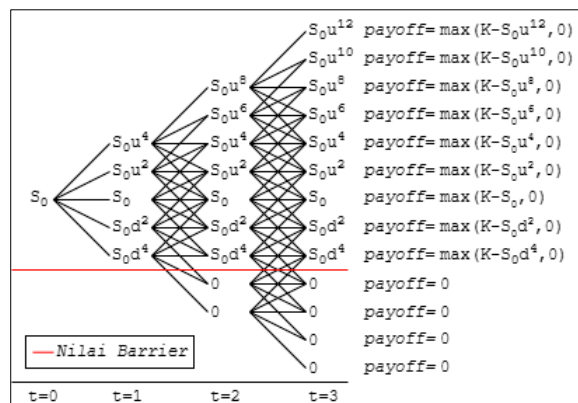
4.1.2 Metode Standar Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

Pada perhitungan opsi *Barrier* jenis *down-and-out*, jika nilai *Barrier* B kurang dari harga saham awal S_0 , maka opsi memiliki nilai selama harga saham berada di atas batas *Barrier* tersebut. Sebaliknya, jika harga saham turun di bawah nilai *Barrier*, maka harga opsi tersebut menjadi nol. Posisi *payoff* opsi *call down-and-out Barrier* terhadap harga saham dapat diilustrasikan pada Gambar 4.5 berikut.



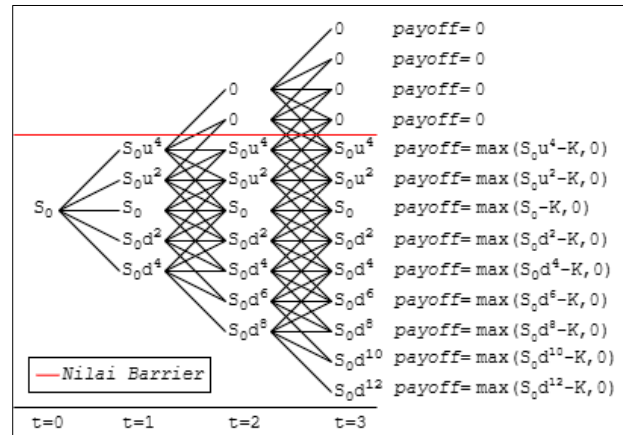
Gambar 4.5 Posisi *Payoff* Opsi *Call Down-and-out Barrier* terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial

Sedangkan, posisi *payoff* opsi *put down-and-out Barrier* terhadap harga saham dapat diilustrasikan pada Gambar 4.6 berikut.



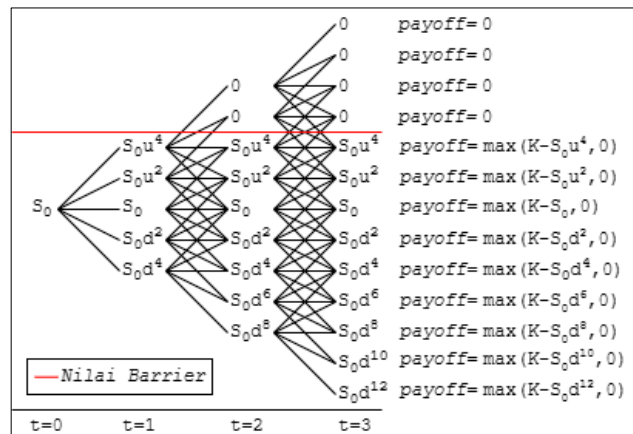
Gambar 4.6 Posisi *Payoff* Opsi *Put Down-and-out Barrier* terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial

Sementara itu, untuk opsi *Barrier* jenis *up-and-out*, jika nilai *Barrier* B lebih dari harga saham awal S_0 , maka opsi memiliki nilai selama harga saham berada di atas batas *Barrier* tersebut. Sebaliknya, jika harga saham melewati nilai *Barrier* ke atas, maka harga opsi tersebut menjadi nol. Posisi *payoff* opsi *call up-and-out Barrier* terhadap harga saham dapat diilustrasikan pada Gambar 4.7 berikut.



Gambar 4.7 Posisi *Payoff* Opsi *Call Up-and-out Barrier* terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial

Sedangkan, posisi *payoff* opsi *put up-and-out Barrier* terhadap harga saham dapat diilustrasikan pada Gambar 4.8 berikut.



Gambar 4.8 Posisi *Payoff* Opsi *Put Up-and-out Barrier* terhadap Harga Saham Metode Standar Pentanomial

Berdasarkan Gambar 4.5, Gambar 4.6, Gambar 4.7, dan Gambar 4.8 dapat diperoleh nilai *payoff* dari perhitungan opsi *call* dan *put knock-out Barrier* adalah

sebagai berikut.

$$V_{CDO}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T > B \quad (\text{exercised}) \\ 0, & S_T \leq B \quad (\text{expired}) \end{cases} \quad (4.20)$$

$$V_{CUO}(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, & S_T < B \quad (\text{exercised}) \\ 0, & S_T \geq B \quad (\text{expired}) \end{cases} \quad (4.21)$$

$$V_{PDO}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T > B \quad (\text{exercised}) \\ 0, & S_T \leq B \quad (\text{expired}) \end{cases} \quad (4.22)$$

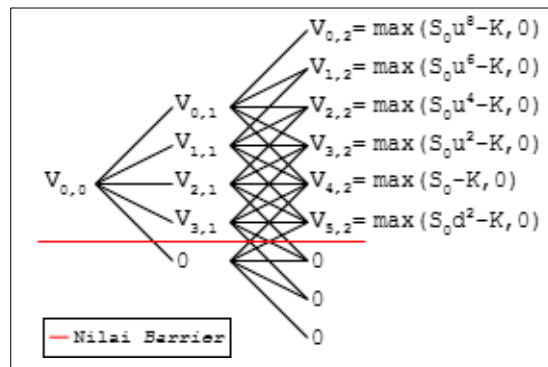
$$V_{PUO}(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & S_T < B \quad (\text{exercised}) \\ 0, & S_T \geq B \quad (\text{expired}) \end{cases} \quad (4.23)$$

Selanjutnya, untuk menentukan harga opsi *call* dan *put* dari metode standar Pentanomial dapat diperoleh dengan mengembangkan persamaan (2.20). Sehingga, diperoleh persamaan harga opsi dari metode standar Pentanomial adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V_{j,i} &= e^{-4r\Delta t} (p_1 V_{j,i+4} + p_2 V_{j+1,i+4} + p_3 V_{j+2,i+4} + p_4 V_{j+3,i+4} + p_5 S_{j+4,i+4}) \\ &= e^{-4r\Delta t} (p^4 V_{j,i+4} + 4p^3 q V_{j+1,i+4} + 6p^2 q^2 V_{j+2,i+4} + 4pq^3 V_{j+3,i+4} + q^4 V_{j+4,i+4}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

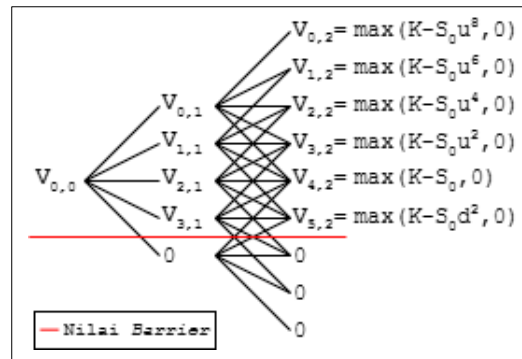
dengan $i = 0, 1, \dots, M, j = 0, 1, \dots, 4i$.

Misalkan diberikan $M = 2$ dengan nilai *Barrier* tertentu, maka model pergerakan opsi *call down-and-out Barrier* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.9 berikut.



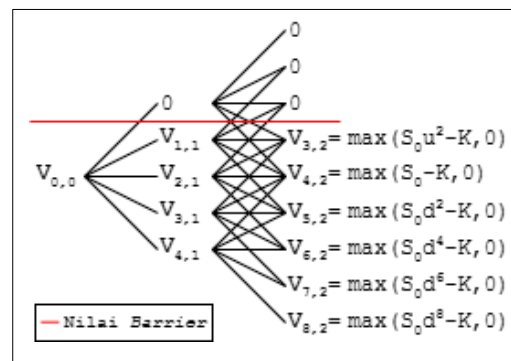
Gambar 4.9 Pergerakan Opsi *Call Down-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial

Sedangkan untuk model pergerakan opsi *put down-and-out Barrier* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.10 berikut.



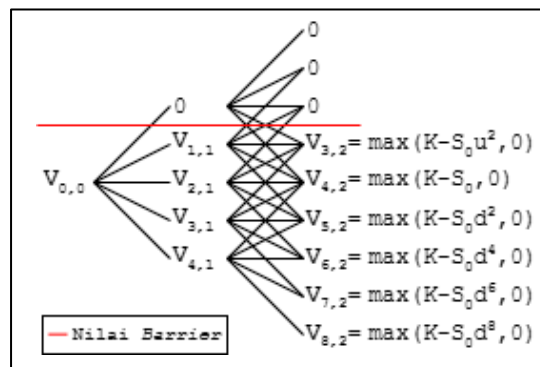
Gambar 4.10 Pergerakan Opsi Put Down-and-out Barrier Metode Standar Pentanomial

Untuk model pergerakan opsi *call up-and-out Barrier* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.11 berikut.



Gambar 4.11 Pergerakan Opsi Call Up-and-out Barrier Metode Standar Pentanomial

Sedangkan untuk model pergerakan opsi *put up-and-out Barrier* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.12 berikut.

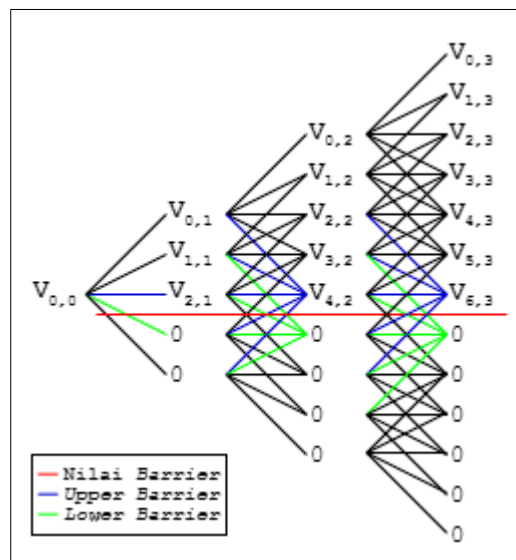


Gambar 4.12 Pergerakan Opsi Put Up-and-out Barrier Metode Standar Pentanomial

4.1.3 Metode *Enhanced* Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier*

Tipe Eropa

Perhitungan harga opsi *Barrier* yang letak nilai *Barrier* berada di tengah-tengah nilai saham, cenderung menghasilkan rentang yang jauh antara level *upper Barrier* dan level *lower Barrier* terhadap nilai *Barrier*. Oleh karena itu, metode *Enhanced* dapat diterapkan untuk mendekati nilai *true Barrier* agar memperoleh hasil perhitungan harga opsi yang lebih akurat. Misalnya dalam model pergerakan opsi *down-and-out Barrier* pada Gambar 4.13 berikut.



Gambar 4.13 Pergerakan Opsi *Down-and-out Barrier* Metode *Enhanced* Pentanomial

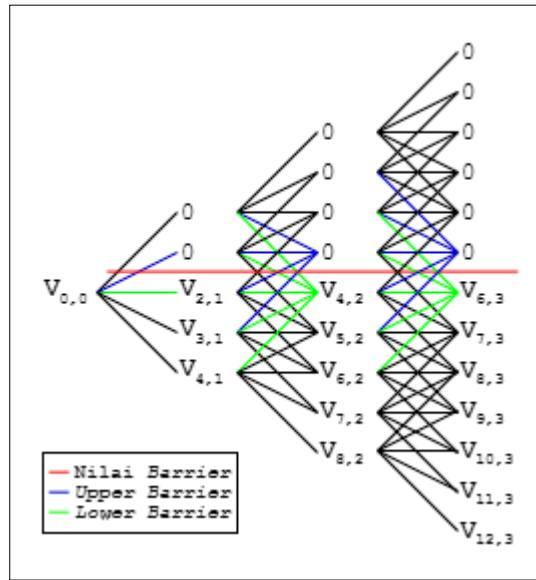
Berdasarkan Gambar 4.13, terlihat bahwa nilai *Barrier* terletak di tengah-tengah rentang harga opsi. Hal ini mengakibatkan adanya jarak antara harga opsi yang berada tepat di atas nilai *Barrier* (*upper Barrier*) dengan *true Barrier*. Jarak yang signifikan tersebut dapat menyebabkan hasil perhitungan opsi *Barrier* menjadi kurang akurat. Sehingga, nilai *upper Barrier* $V_{2,1}$ dan $V_{4,2}$ pada Gambar 4.13 dapat diganti dengan nilai *Enhanced* menggunakan persamaan (2.48) berikut.

$$V_1^*(U) = \left(\frac{U_{2,1} - B}{U_{2,1} - U_{3,1}} \right) V_{2,1}(U) \quad (4.25)$$

dan

$$V_2^*(U) = \left(\frac{U_{4,2} - B}{U_{4,2} - U_{5,2}} \right) V_{4,2}(U) \quad (4.26)$$

Sedangkan untuk model pergerakan opsi *up-and-out Barrier* pada Gambar 4.14 berikut.



Gambar 4.14 Pergerakan Opsi *Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial*

Berdasarkan Gambar 4.14 terlihat juga bahwa nilai *Barrier* terletak di tengah-tengah rentang harga opsi. Hal ini mengakibatkan adanya jarak antara harga opsi yang berada tepat di bawah nilai *Barrier* (*lower Barrier*) dengan *true Barrier*. Jarak yang signifikan tersebut dapat menyebabkan hasil perhitungan opsi *Barrier* menjadi kurang akurat. Sehingga, nilai *lower Barrier* $V_{2,1}$, dan $V_{4,2}$ pada Gambar 4.14 dapat diganti dengan nilai *Enhanced* menggunakan persamaan (2.49).

$$V_3^*(D) = \left(\frac{B - D_{2,1}}{U_{1,1} - D_{2,1}} \right) V_{2,1}(D) \quad (4.27)$$

dan

$$V_4^*(D) = \left(\frac{B - D_{4,2}}{U_{3,2} - D_{4,2}} \right) V_{4,2}(D). \quad (4.28)$$

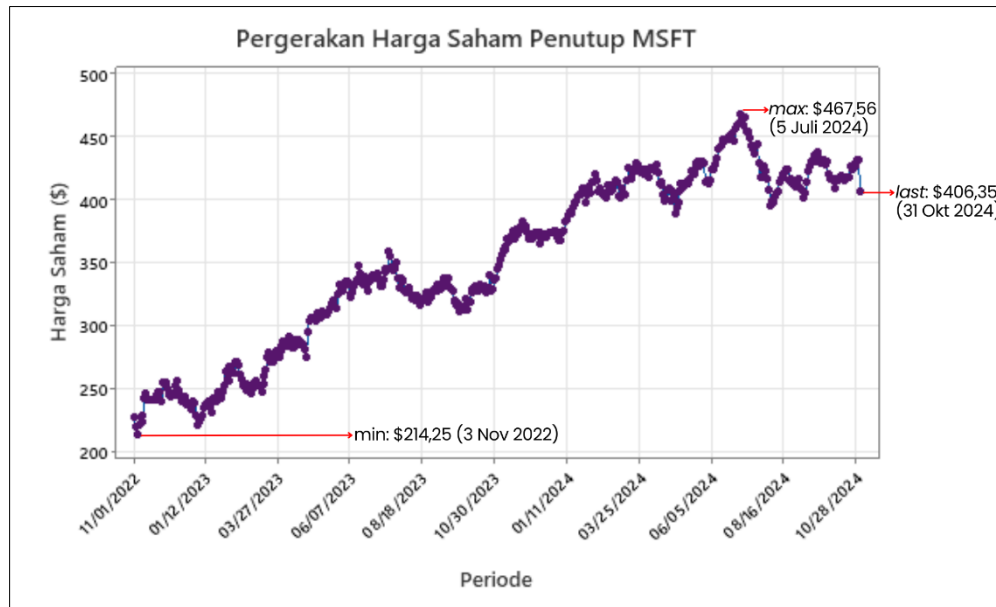
Selanjutnya, harga opsi metode *Enhanced* Pentanomial dapat dihitung dengan *backward induction* menggunakan persamaan (4.24).

4.2 Hasil Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial

4.2.1 Analisis Deskriptif Data

Pada perhitungan harga opsi, penentuan harga saham merupakan tahapan yang penting. Pergerakan harga saham menjadi indikator yang penting untuk digunakan sebagai dasar bagi investor untuk mengambil keputusan dalam menanamkan modal pada suatu perusahaan. Oleh karena itu, tahap awal analisis data dilakukan dengan memeriksa dan memahami karakteristik data yang digunakan, sehingga dapat memberikan gambaran yang jelas untuk langkah-langkah perhitungan selanjutnya.

Pada penelitian ini, data yang digunakan berupa data historis harga saham penutup harian Microsoft Corporation (MSFT) yang untuk periode 1 November 2022 sampai 31 Oktober 2024. Data harga saham tersebut ditampilkan dalam bentuk grafik seperti pada Gambar 4.15 berikut, sedangkan untuk data secara keseluruhan tercantum pada Lampiran 1.



Gambar 4.15 Grafik Pergerakan Harga Saham Penutup MSFT

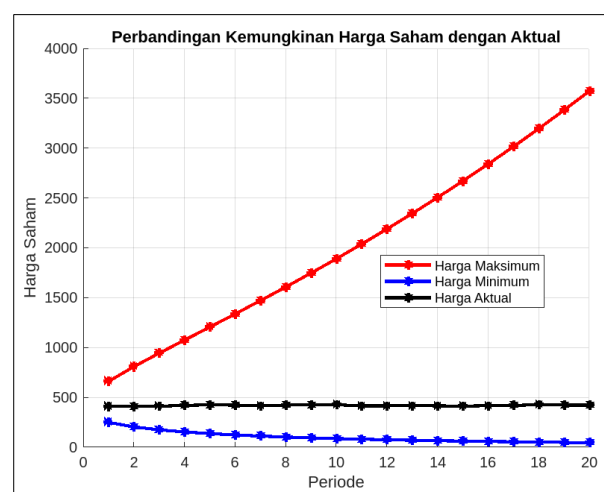
Gambar 4.15 menunjukkan grafik dengan pola fluktuasi yang signifikan dari waktu ke waktu. Grafik tersebut menunjukkan adanya pola tren kenaikan harga saham secara bertahap. Hal tersebut mencerminkan bahwa performa perusahaan yang sangat baik, sehingga dapat meningkatkan daya tarik investor untuk memperoleh keuntungan dari pergerakan harga saham yang terlihat menjanjikan.

Berdasarkan Gambar 4.15, harga saham penutup MSFT terendah dalam rentang hari perdagangan tercatat sebesar \$214,25 pada 3 November 2022. Penurunan ini terjadi karena adanya kenaikan suku bunga oleh The Federal Reserve, dan sektor teknologi mengalami penjualan besar-besaran (*sell-off*) pada tahun 2022, sehingga pendapatan perusahaan teknologi mengalami penurunan. Sementara itu, untuk harga saham penutup MSFT tertinggi adalah mencapai \$467,56 dan terjadi pada 5 Juli 2024, yang menunjukkan puncak kinerja saham selama periode perdagangan. Kenaikan ini dipengaruhi oleh pemulihan ekonomi global, serta optimisme investor terhadap perkembangan kecerdasan buatan (AI) dan investasi MSFT dalam teknologi AI tersebut, yang meningkatkan prospek

pertumbuhan perusahaan. Adapun harga saham penutup MSFT dalam periode terakhir perdagangan yaitu sebesar \$406,35 yang terjadi pada 31 Oktober 2024. Harga saham terakhir tersebut digunakan sebagai harga saham awal (S_0) dalam penelitian ini.

Pada penelitian ini, nilai *Barrier* (B) yang digunakan lebih besar dari *strike price* (K) dan harga saham awal (S_0), sehingga jenis *Barrier* yang digunakan adalah *knock-up*. Selain itu, perhitungan dibatasi pada jenis *Barrier knock-out*, sehingga harga saham seharusnya tidak melewati atau menyentuh batas *Barrier*. Oleh karena itu, nilai *Barrier* harus disesuaikan dengan historis harga saham agar tidak melebihi harga maksimum yang pernah dicapai. Mengacu pada Gambar 4.15, di mana harga saham penutup MSFT tertinggi adalah \$467,56, maka nilai *Barrier* (B) yang digunakan dalam penelitian ini ditetapkan sebesar \$467,56.

Selanjutnya, data harga saham aktual MSFT pada bulan November 2024 digunakan sebagai data pengujian dan dibandingkan dengan estimasi harga saham yang dihitung menggunakan metode Pentanomial. Adapun grafik perbandingan antara harga saham aktual dengan hasil perhitungan kemungkinan harga saham metode Pentanomial dapat diilustrasikan pada Gambar 4.16 berikut.



Gambar 4.16 Grafik Perbandingan Kemungkinan Harga Saham dengan Aktual

Gambar 4.16 menunjukkan bahwa harga saham aktual selalu berada di antara rentang harga saham maksimum dan minimum yang dihasilkan oleh simulasi metode Pentanomial untuk setiap periode waktunya. Hal ini menunjukkan bahwa metode Pentanomial mampu mengestimasi kemungkinan pergerakan harga saham secara cukup baik, karena nilai aktual saham tidak pernah berada di luar batas simulasi.

Selanjutnya, berdasarkan data yang telah diperoleh, *return* harga saham MSFT dapat dihitung sebagai dasar untuk menghitung parameter dalam perhitungan harga opsi, seperti *risk-free rate* dan volatilitas harga saham. *Return* harga saham dapat dihitung menggunakan persamaan (2.5), sehingga diperoleh:

$$R_1 = \ln \frac{S_1}{S_0} = \ln \frac{220,10}{228,17} \approx -0,036 \quad (4.29)$$

$$R_2 = \ln \frac{S_2}{S_1} = \ln \frac{214,25}{220,10} \approx -0,027 \quad (4.30)$$

$$R_3 = \ln \frac{S_3}{S_2} = \ln \frac{221,39}{214,25} \approx 0,033 \quad (4.31)$$

⋮

$$R_{500} = \ln \frac{S_{500}}{S_{499}} = \ln \frac{431,95}{426,59} \approx 0,012 \quad (4.32)$$

$$R_{501} = \ln \frac{S_{501}}{S_{500}} = \ln \frac{432,53}{431,95} \approx 0,001 \quad (4.33)$$

$$R_{502} = \ln \frac{S_{502}}{S_{501}} = \ln \frac{406,35}{432,53} \approx -0,062 \quad (4.34)$$

Hasil perhitungan *return* harga saham selengkapnya tercantum pada Lampiran 2.

Berdasarkan *return* harga saham yang telah diperoleh, rata-rata *return*

(*expected return*) harga saham dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.7), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{1}{502} [(-0,036) + (-0,027) + \dots + (-0,062)] \\ &= \frac{0,577}{502} \\ &\approx 0,001\end{aligned}\tag{4.35}$$

Nilai *risk-free rate* dapat diperoleh dari rata-rata *return (expected return)* harga saham, sehingga diperoleh:

$$r = \bar{R} = 0,001\tag{4.36}$$

Selain itu, berdasarkan *return* harga saham yang telah diperoleh juga dapat dilakukan perhitungan nilai standar deviasi *return* harga saham. Nilai tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan (2.6), sehingga diperoleh standar deviasi *return* harga saham adalah:

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{1}{502-1} ((-0,036 - 0,001)^2 + \dots + (-0,062 - 0,001)^2)} \\ &= \sqrt{\frac{0,001 + \dots + 0,004}{501}} \\ &= \sqrt{\frac{0,117}{501}} \\ &\approx 0,0153\end{aligned}\tag{4.37}$$

Selanjutnya, berdasarkan hasil perhitungan standar deviasi *return* tersebut dapat dilakukan perhitungan volatilitas harga saham. Perhitungan volatilitas harga saham dilakukan dengan mengasumsikan bahwa perdagangan saham berlangsung selama 252 hari dalam satu tahun, sehingga diperoleh interval waktu perdagangan dalam satu tahun menggunakan persamaan (2.9) adalah sebagai berikut.

$$\tau = \frac{1}{252}\tag{4.38}$$

Sehingga, dapat diperoleh nilai volatilitas harga saham dengan menggunakan persamaan (2.8) adalah:

$$\sigma = \frac{0,0153}{\sqrt{\frac{1}{252}}} = \frac{0,0153}{0,063} \approx 0,243 \quad (4.39)$$

Pada perhitungan harga opsi *Barrier*, terdapat beberapa parameter yang dibutuhkan yaitu harga saham awal (S_0), *strike price* (K), *expiration time* (T), *risk-free rate* (r), volatilitas (σ), nilai *Barrier* (B), dan jumlah partisi (M). Parameter yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. $S_0 = \$406,35$, diperoleh dari data harga saham penutup MSFT pada tanggal 31 Oktober 2024.
2. $K = \$410$, diperoleh dari laman *investing* pada opsi saham MSFT ketika jatuh tempo.
3. $T = 1$, waktu jatuh tempo yang digunakan adalah selama satu tahun.
4. $r = 0,001$, diperoleh dari nilai rata-rata *return* harga saham pada persamaan (4.35).
5. $\sigma = 0,243$, diperoleh dari perhitungan volatilitas harga saham pada persamaan (4.39).
6. $B = \$467,56$, diperoleh dari nilai maksimum harga saham penutup MSFT selama periode perdagangan.
7. $M = 252$, diperoleh dari asumsi banyak hari perdagangan di pasar saham selama setahun.

4.2.2 Metode Standar Pentanomial

Perhitungan opsi *Barrier* metode standar Pentanomial dapat dilakukan

dengan menghitung parameter-parameternya terlebih dahulu. Adapun parameter-parameter tersebut dapat dihitung menggunakan persamaan (2.23), (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), dan peluang-peluang metode Pentanomial pada persamaan (4.18) adalah sebagai berikut.

$$p = \frac{e^{0.001\sqrt{\frac{1}{252}}} - e^{-0.243\sqrt{\frac{1}{252}}}}{e^{0.243\sqrt{\frac{1}{252}}} - e^{-0.243\sqrt{\frac{1}{252}}}} = 0,4919 \quad (4.40)$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{e^{0.001\sqrt{\frac{1}{252}}} - e^{-0.243\sqrt{\frac{1}{252}}}}{e^{0.243\sqrt{\frac{1}{252}}} - e^{-0.243\sqrt{\frac{1}{252}}}} = 0,5081 \quad (4.41)$$

$$u^4 = \left(e^{0.243\sqrt{\frac{1}{252}}} \right)^4 = 1,0631 \quad (4.42)$$

$$u^3d = e^{2(0.243)\sqrt{\frac{1}{252}}} = 1,0311 \quad (4.43)$$

$$u^2d^2 = 1 \quad (4.44)$$

$$ud^3 = e^{-2(0.243)\sqrt{\frac{1}{252}}} = 0,9699 \quad (4.45)$$

$$d^4 = e^{-4(0.243)\sqrt{\frac{1}{252}}} = 0,9406 \quad (4.46)$$

$$p_1 = p^4 = 0,0585 \quad (4.47)$$

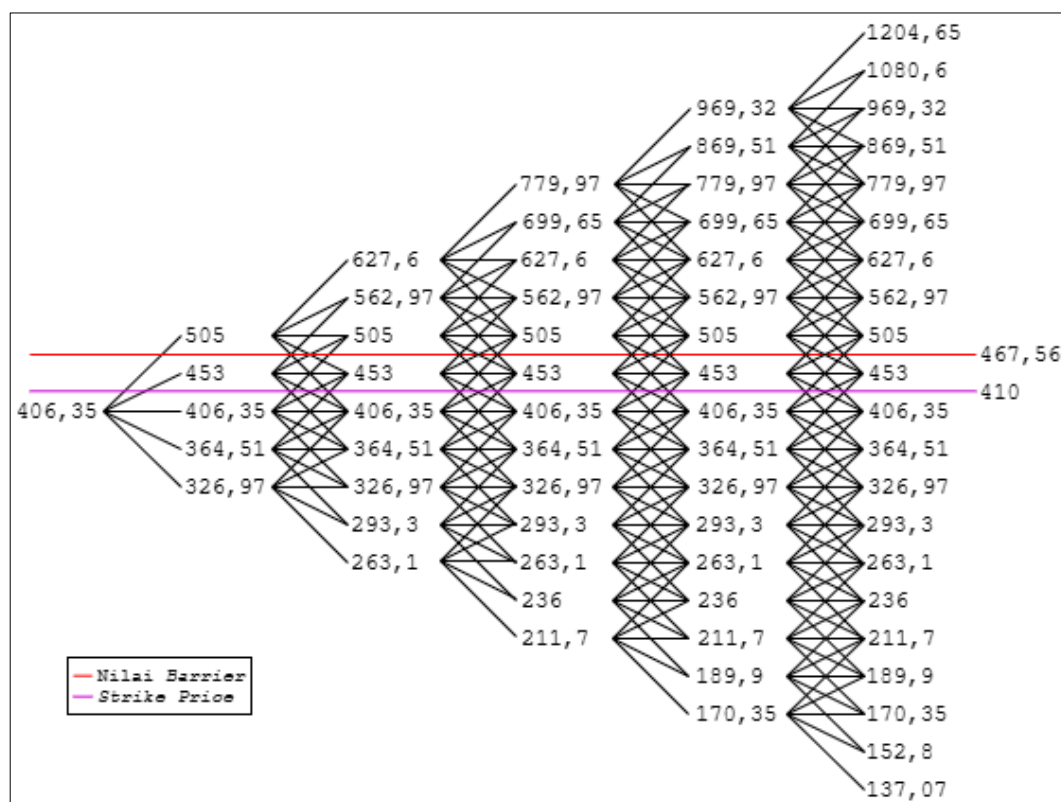
$$p_2 = 4p^3q = 0,2419 \quad (4.48)$$

$$p_3 = 6p^2q^2 = 0,3748 \quad (4.49)$$

$$p_4 = 4pq^3 = 0,2581 \quad (4.50)$$

$$p_5 = q^4 = 0,0666 \quad (4.51)$$

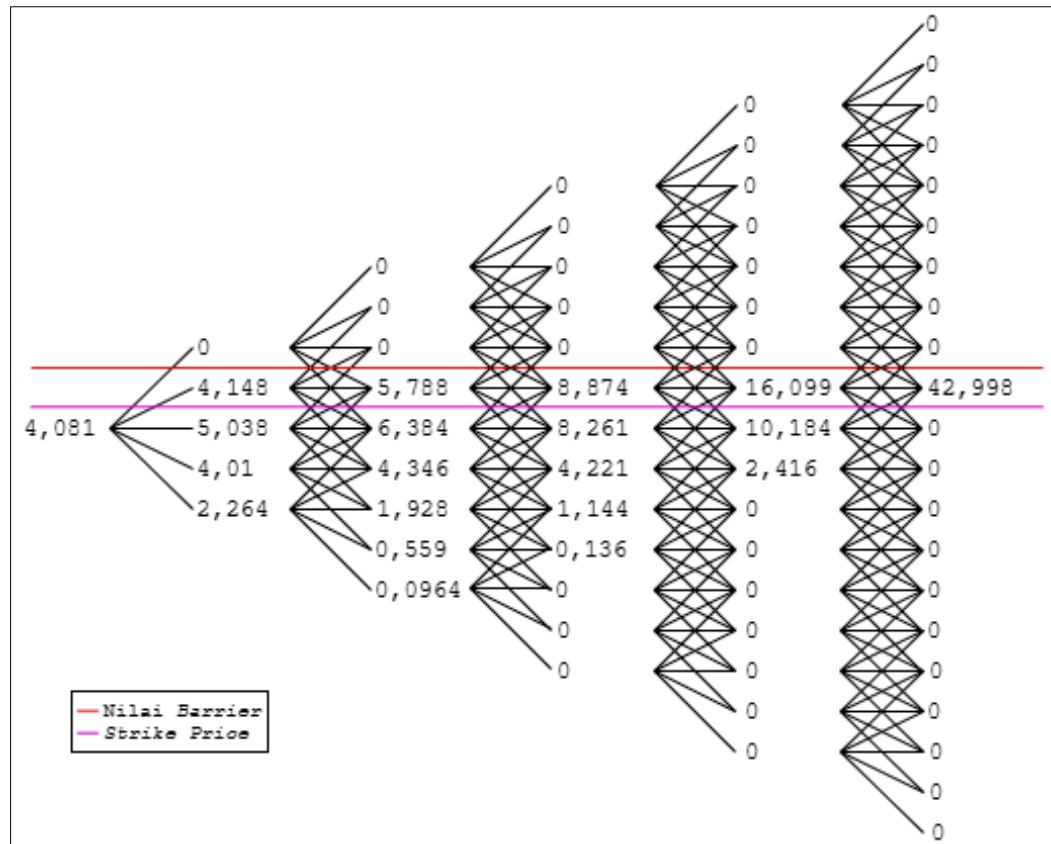
Selanjutnya, dapat dilakukan perhitungan harga saham metode Pentanomial menggunakan persamaan (4.19) sampai waktu jatuh tempo. Adapun model simulasi pergerakan harga saham metode Pentanomial pada opsi *Barrier* jenis *up-and-out* untuk lima periode pertama dapat diilustrasikan pada Gambar 4.17 berikut.



Gambar 4.17 Model Perhitungan Harga Saham Metode Pentanomial Opsi *Barrier Up-and-out* pada Lima Periode Pertama

Berdasarkan Gambar 4.17 nilai *payoff* opsi *call up-and-out Barrier* dapat dihitung menggunakan persamaan (4.21) dengan mengambil nilai positif dari selisih antara harga saham pada *expiration time* dan *strike price*. Nilai *payoff* yang telah diperoleh kemudian digunakan untuk menghitung harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial dengan menggunakan persamaan (4.24). Sehingga, pergerakan

harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial untuk lima periode pertama dapat diilustrasikan pada Gambar 4.18 berikut.

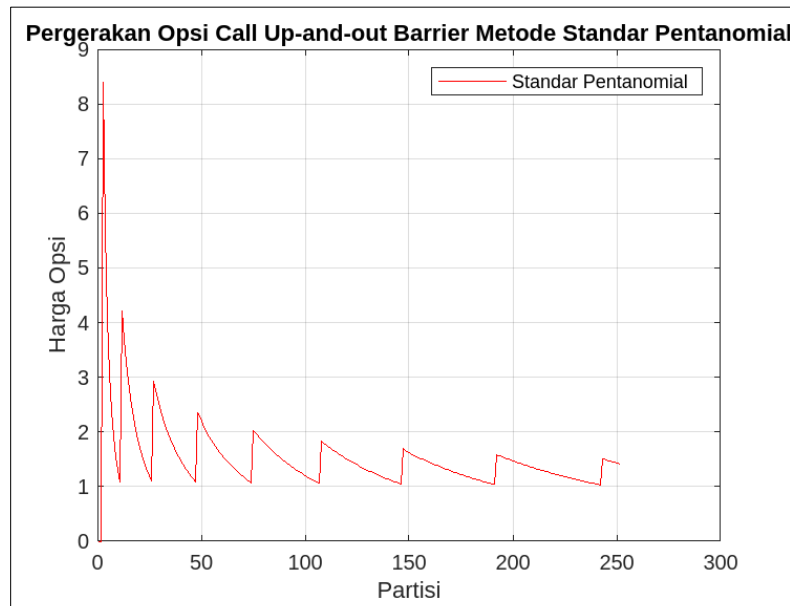


Gambar 4.18 Model Perhitungan Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama

Pada Gambar 4.18 dapat dilihat bahwa nilai *payoff* opsi *call up-and-out Barrier* adalah sebesar \$42,998 saja. Kemudian, setelah dilakukan perhitungan harga opsi menggunakan persamaan (4.24), sehingga dapat diperoleh harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial untuk lima periode pertama adalah sebesar \$4,081.

Selanjutnya, model perhitungan harga opsi dilakukan sampai 252 partisi. Hasil perhitungan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial secara keseluruhan tercantum pada Lampiran 3. Sehingga, pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial dapat diilustrasikan pada

Gambar 4.19 berikut.

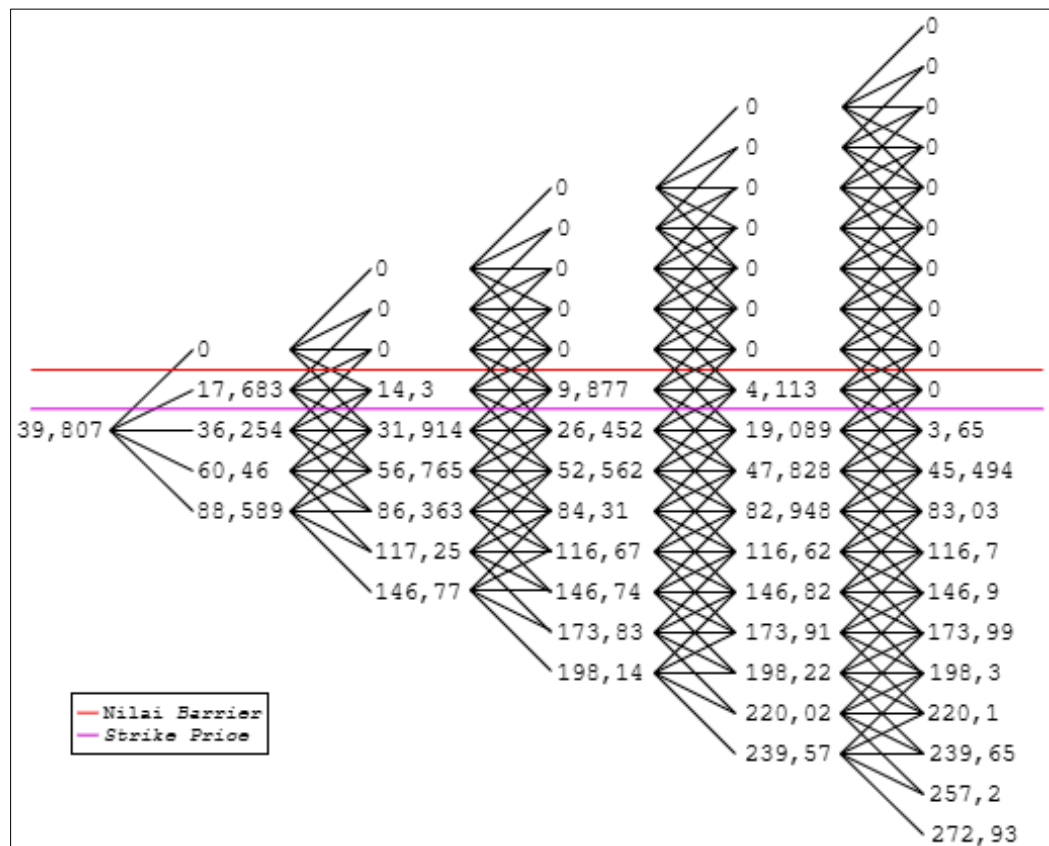


Gambar 4.19 Pergerakan Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* pada Metode Standar Pentanomial untuk 252 Partisi

Gambar 4.19 menunjukkan bahwa harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial mengalami penurunan seiring dengan bertambahnya jumlah partisi. Namun, pola harga opsi menunjukkan adanya fluktuasi yang berulang, terutama pada partisi kecil. Pola tren grafik harga opsi mendekati \$1, tetapi masih terdapat pola osilasi yang menunjukkan bahwa harga opsi masih belum sepenuhnya stabil.

Berdasarkan Gambar 4.17 juga dapat dihitung nilai *payoff* opsi *put up-and-out Barrier* menggunakan persamaan (4.23) dengan mengambil nilai positif dari selisih antara *strike price* dan harga saham pada *expiration time*. Nilai *payoff* yang telah diperoleh kemudian digunakan untuk menghitung harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial dengan menggunakan persamaan (4.24). Sehingga, pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial untuk lima periode pertama dapat diilustrasikan pada Gambar 4.20

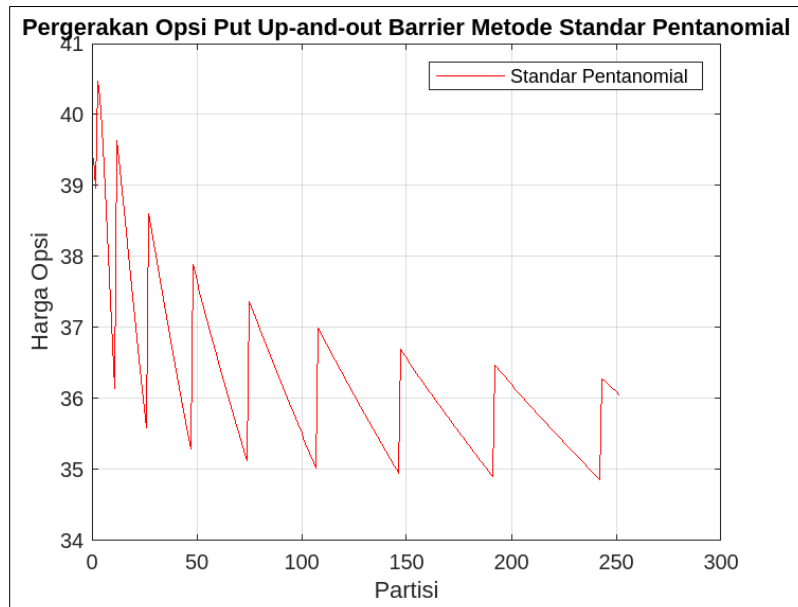
berikut.



Gambar 4.20 Model Perhitungan Harga Opsi Put Up-and-out Barrier Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama

Pada Gambar 4.20 dapat dilihat bahwa nilai *payoff* opsi *put up-and-out Barrier* adalah sebesar \$3,65, \$45,494, \$83,03, \$116,7, \$146,9, \$173,99, \$198,3, \$220,1, \$239,65, \$257,2, dan \$272,93. Kemudian, setelah dilakukan perhitungan harga opsi menggunakan persamaan (4.24), dapat diperoleh harga opsi *put up-and-out Barrier* untuk lima periode pertama adalah sebesar \$39,807.

Selanjutnya, model perhitungan harga opsi dilakukan sampai 252 partisi. Hasil perhitungan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial secara keseluruhan tercantum pada Lampiran 3. Sehingga, pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial dapat diilustrasikan pada Gambar 4.21 berikut.



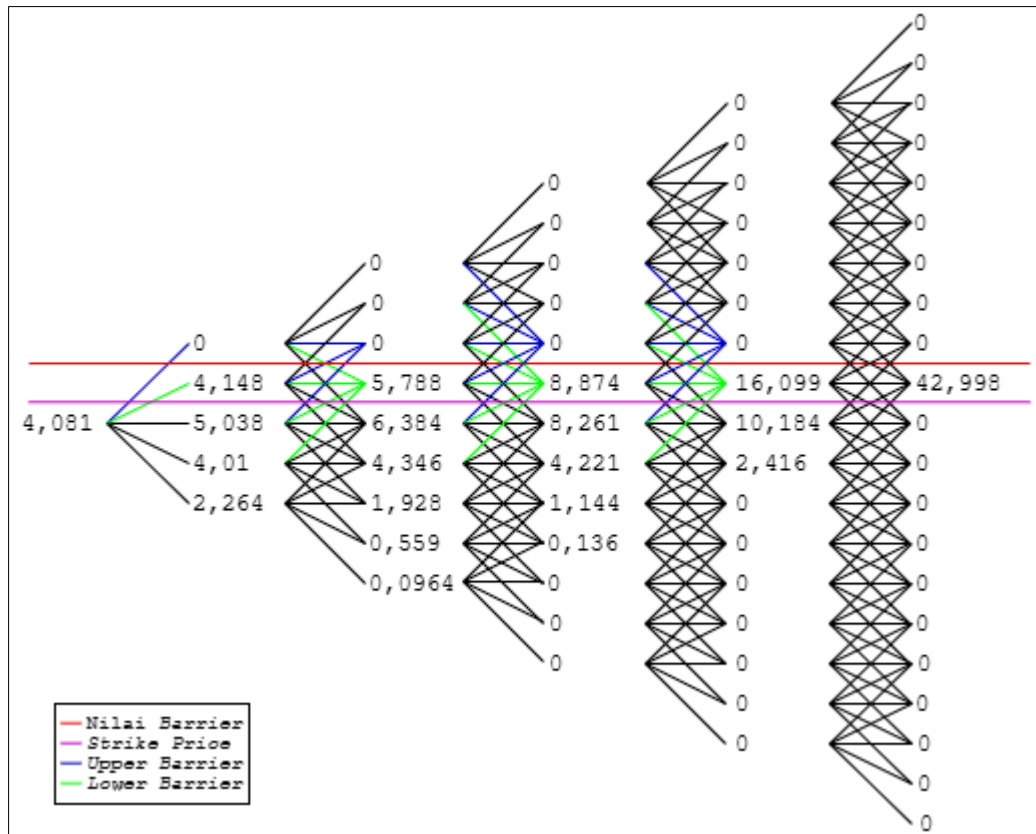
Gambar 4.21 Pergerakan Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* pada Metode Standar Pentanomial untuk 252 Partisi

Gambar 4.21 menunjukkan bahwa grafik harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial juga mengalami tren penurunan seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada partisi kecil, harga opsi berada di kisaran \$40, kemudian terus menurun hingga mendekati \$35. Meskipun fluktuasi semakin mengecil dengan bertambahnya partisi, pola osilasi ini masih terlihat hingga partisi besar, yang menunjukkan bahwa harga opsi belum sepenuhnya mencapai kestabilan.

4.2.3 Metode *Enhanced Pentanomial*

Perhitungan harga opsi *Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* juga dapat dilakukan dengan menggunakan parameter-parameter pada persamaan (4.40) sampai persamaan (4.51). Selanjutnya dapat dihitung harga saham metode Pentanomial sampai waktu jatuh tempo menggunakan persamaan (4.19). Adapun untuk model simulasi pergerakan harga saham metode Pentanomial pada opsi *Barrier* jenis *up-and-out* untuk lima periode pertama dapat diilustrasikan pada

Gambar 4.17 di atas. Kemudian, dapat diperoleh nilai *payoff* opsi *call up-and-out Barrier* serta harga opsinya menggunakan metode standar Pentanomial. Adapun model pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* untuk metode standar Pentanomial pada lima periode pertama dapat diilustrasikan pada Gambar 4.22 berikut.



Gambar 4.22 Model Perhitungan Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama dengan *Upper* dan *Lower Barrier*

Selanjutnya, harga opsi *call up-and-out* pada level *lower Barrier* dalam Gambar 4.22 dapat diganti dengan nilai *Enhanced* menggunakan persamaan (2.49) Sehingga berdasarkan Gambar 4.17 dan Gambar 4.18 nilai *lower Barrier* dapat diganti menjadi:

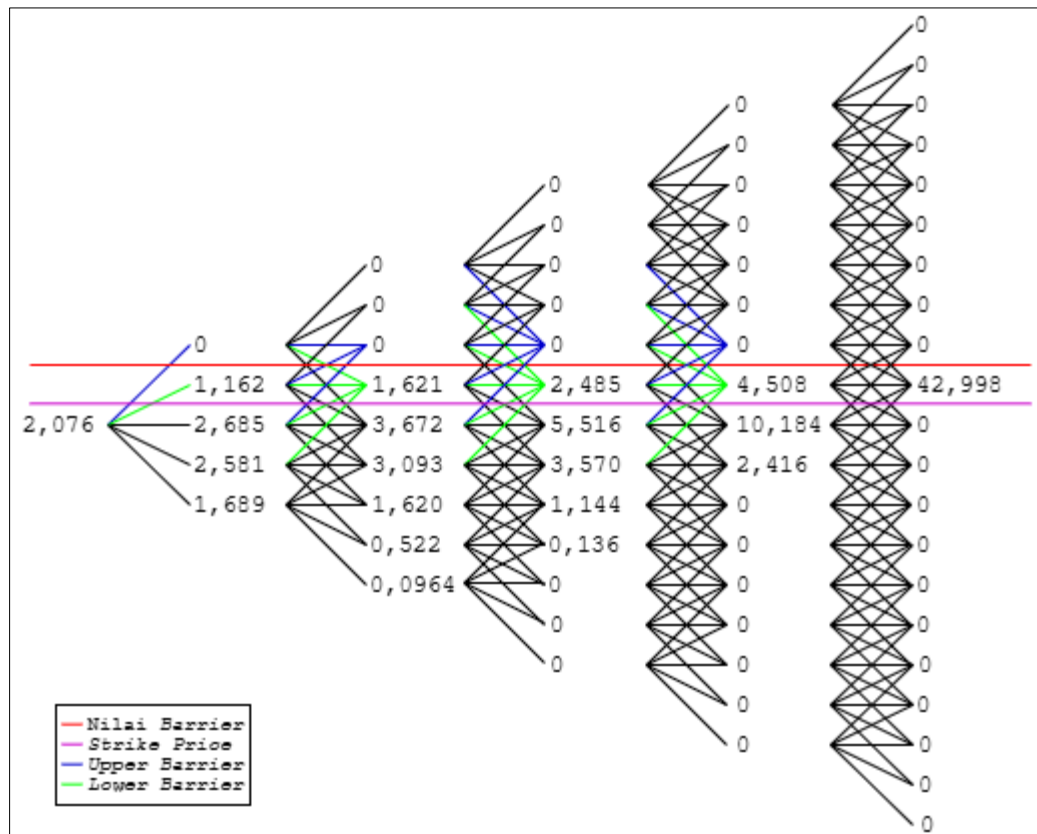
$$V_1^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (4,148) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 1,162 \quad (4.52)$$

$$V_2^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (5,788) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 1,621 \quad (4.53)$$

$$V_3^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (8,874) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 2,485 \quad (4.54)$$

$$V_4^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (16,099) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 4,508 \quad (4.55)$$

Sehingga, diperoleh model pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* untuk metode *Enhanced Pentanomial* pada lima periode pertama seperti Gambar 4.23 berikut.

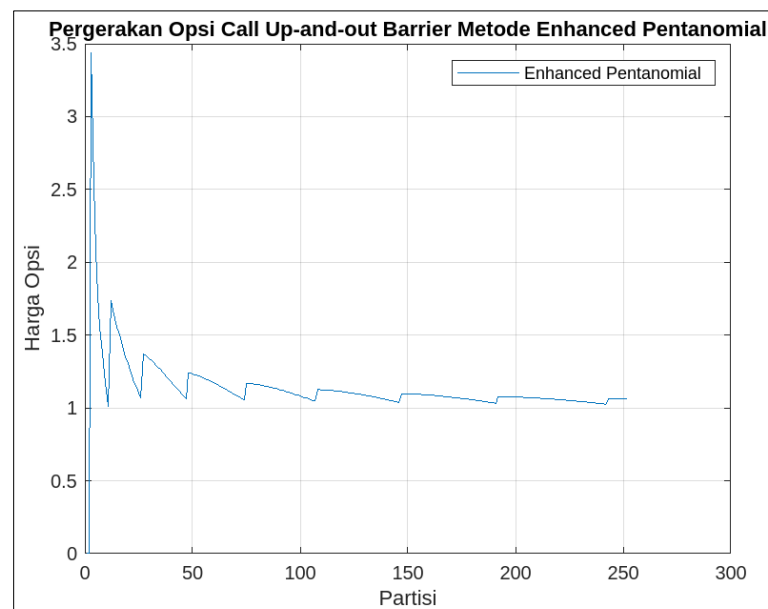


Gambar 4.23 Model Perhitungan Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* pada Lima Periode Pertama

Pada Gambar 4.23 dapat dilihat bahwa nilai *payoff* opsi *call up-and-out Barrier* adalah sebesar \$42,998. Kemudian, setelah dilakukan perhitungan harga opsi menggunakan persamaan (4.24) dan mengganti nilai *lower Barrier* dengan

menggunakan persamaan (4.52), (4.53), (4.54), dan (4.55), sehingga dapat diperoleh harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* untuk lima periode pertama adalah sebesar \$2,076.

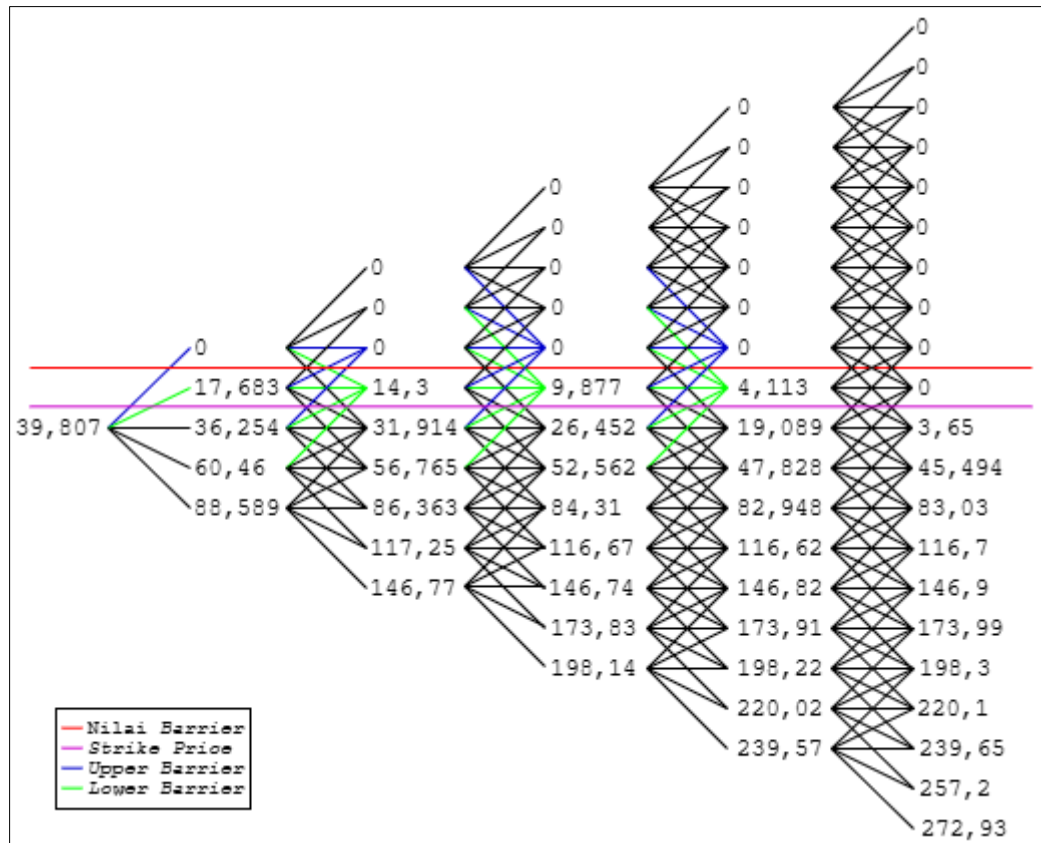
Selanjutnya, model perhitungan harga opsi dilakukan sampai 252 partisi. Hasil perhitungan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* secara keseluruhan tercantum pada Lampiran 4. Sehingga, pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.24 berikut.



Gambar 4.24 Pergerakan Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* pada Metode *Enhanced Pentanomial* untuk 252 Partisi

Gambar 4.24 menunjukkan bahwa grafik harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* mengalami penurunan seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada partisi kecil, harga opsi berada di sekitar \$3, kemudian menurun secara bertahap hingga mendekati nilai sekitar \$1. Meskipun terdapat fluktuasi pada partisi kecil, fluktuasi tersebut semakin berkurang lebih cepat seiring bertambahnya jumlah partisi, yang menunjukkan bahwa harga opsi lebih stabil.

Berdasarkan Gambar 4.17 juga dapat dihitung nilai *payoff* opsi *put up-and-out Barrier* serta harga opsinya menggunakan metode standar Pentanomial. Adapun model pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* untuk metode standar Pentanomial pada lima periode pertama dapat diilustrasikan pada Gambar 4.25 berikut.



Gambar 4.25 Model Perhitungan Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial pada Lima Periode Pertama dengan *Upper* dan *Lower Barrier*

Selanjutnya, harga opsi *put up-and-out* pada level *lower Barrier* dalam Gambar 4.25 dapat diganti dengan nilai *Enhanced* menggunakan persamaan (2.49) Sehingga berdasarkan Gambar 4.17 dan Gambar 4.20 nilai *lower Barrier* dapat diganti menjadi:

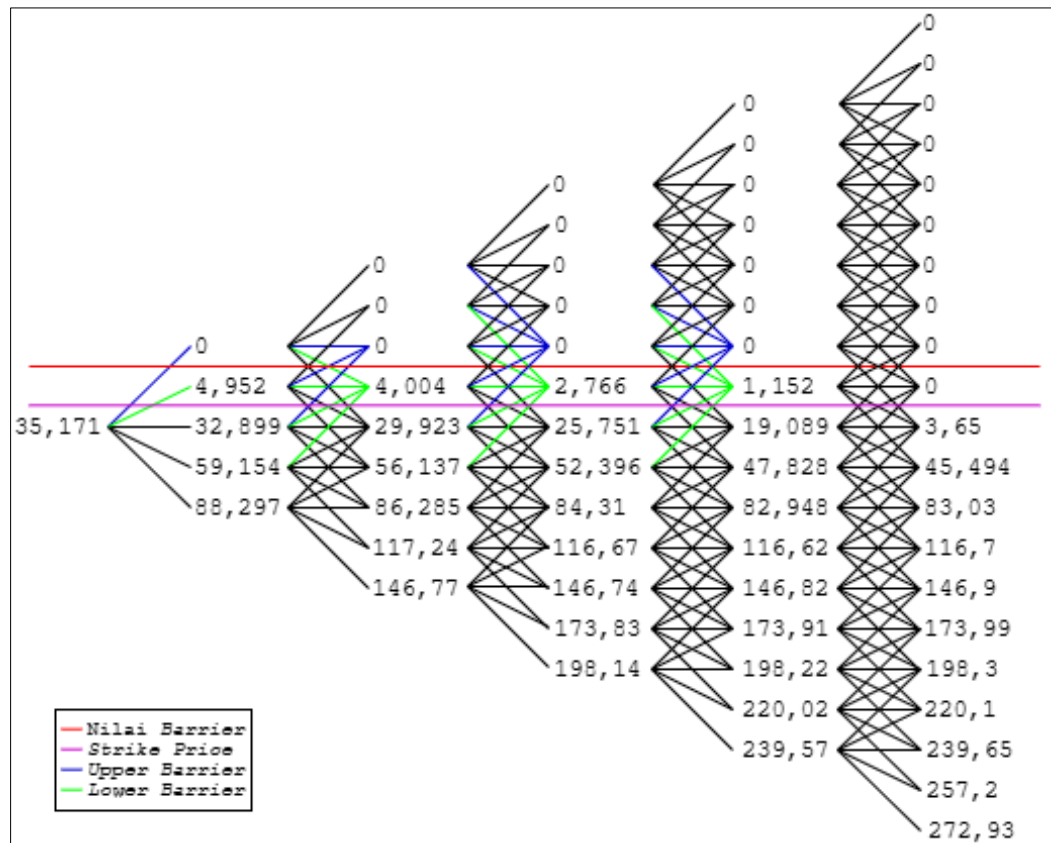
$$V_1^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (17,683) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 4,952 \quad (4.56)$$

$$V_2^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (14,3) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 4,004 \quad (4.57)$$

$$V_3^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (9,877) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 2,766 \quad (4.58)$$

$$V_4^*(D) = \left(\frac{467,56 - 453}{505 - 453} \right) (4,113) + \left(\frac{505 - 467,56}{505 - 453} \right) (0) = 1,152 \quad (4.59)$$

Sehingga diperoleh model pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* untuk metode *Enhanced Pentanomial* pada lima periode pertama seperti Gambar 4.26 berikut.

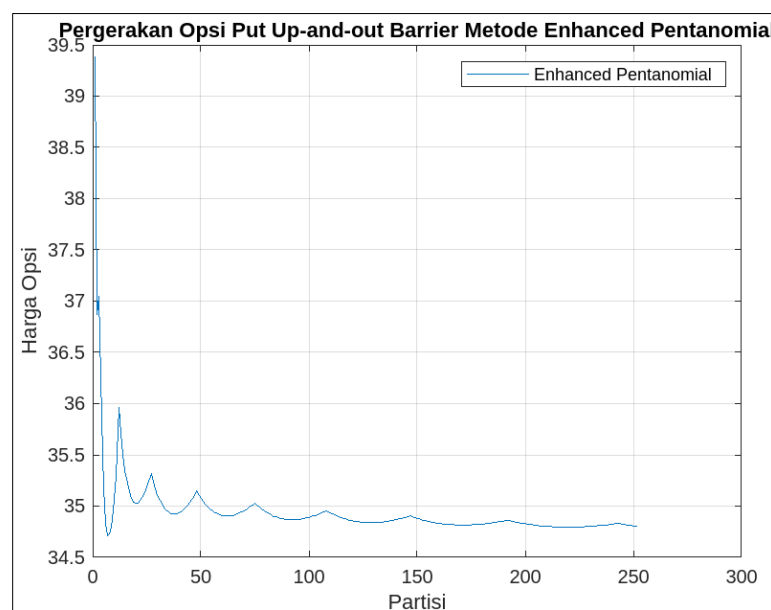


Gambar 4.26 Model Perhitungan Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* pada Lima Periode Pertama

Pada Gambar 4.26 dapat dilihat bahwa nilai *payoff* opsi *put up-and-out Barrier* adalah sebesar \$3,65, \$45,494, \$83,03, \$116,7, \$146,9, \$173,99, \$198,3,

\$220,1, \$239,65, \$257,2, dan \$272,93. Kemudian, setelah dilakukan perhitungan harga opsi menggunakan persamaan (4.24) dan mengganti nilai *lower Barrier* dengan menggunakan persamaan (4.56), (4.57), (4.58), dan (4.59), sehingga dapat diperoleh harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* untuk lima periode pertama adalah sebesar \$35,171.

Selanjutnya, model perhitungan harga opsi dilakukan sampai 252 partisi. Hasil perhitungan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* secara keseluruhan tercantum pada Lampiran 4. Sehingga, pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.27 berikut.



Gambar 4.27 Pergerakan Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* pada Metode *Enhanced Pentanomial* untuk 252 Partisi

Gambar 4.27 menunjukkan bahwa grafik harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* mengalami tren penurunan harga opsi seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada partisi kecil, harga opsi berada di sekitar \$39, lalu mengalami penurunan yang cukup tajam hingga mencapai kisaran \$35. Setelah itu, harga opsi

terus mengalami fluktuasi yang lebih kecil, hingga akhirnya mulai stabil di sekitar nilai \$34,5 hingga \$35 setelah partisi sekitar 100. Meskipun terdapat sedikit fluktuasi pada partisi awal, pergerakan harga opsi cenderung lebih stabil terutama dalam jumlah partisi yang lebih besar.

4.3 Konvergensi Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

Konvergensi metode standar dan *Enhanced* Pentanomial dilakukan dengan membandingkan harga opsi yang telah diperoleh terhadap harga opsi yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*. Harga opsi *call up-and-out* metode *Black-Scholes* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.71), sedangkan untuk harga opsi *put up-and-out* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.72). Hasil perhitungan harga opsi *Barrier* jenis *up-and-out* untuk metode *Black-Scholes* dengan bantuan *software* MATLAB dapat disajikan dalam Tabel 4.1 berikut.

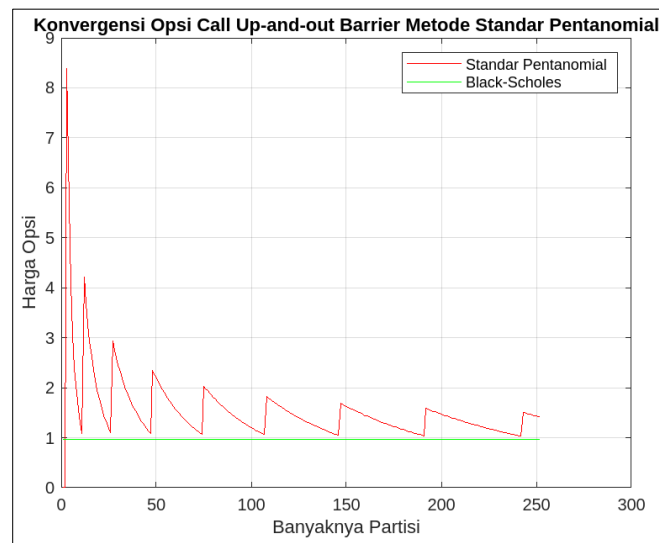
Tabel 4.1 Harga Opsi *Up-and-out Barrier* Metode *Black-Scholes*

Opsi Call	Opsi Put
\$0,9739	\$34,5846

4.3.1 Konvergensi Metode Standar Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

Konvergensi metode standar Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* dapat diamati melalui grafik. Pada bagian ini, konvergensi akan dianalisis berdasarkan pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* yang telah diperoleh pada Gambar 4.19. Pergerakan harga opsi tersebut kemudian dibandingkan dengan harga opsi *Barrier* yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*. Sehingga, pergerakan konvergensi harga opsi *call up-and-out Barrier* terhadap harga opsi

metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.28 berikut.

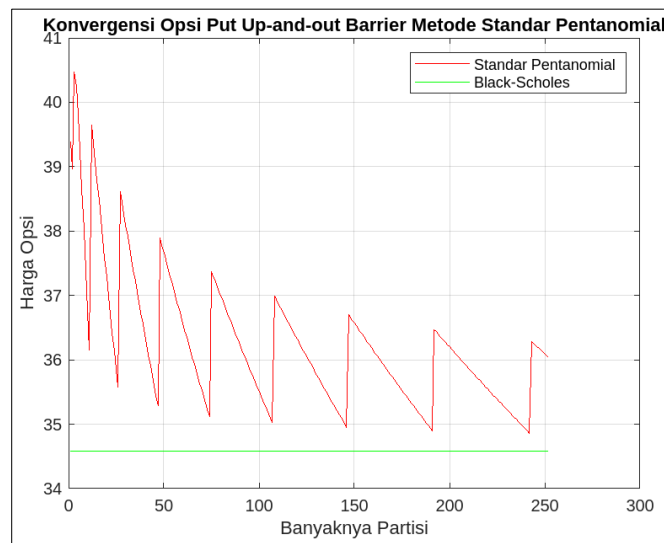


Gambar 4.28 Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode *Black-Scholes*

Gambar 4.28 menunjukkan bahwa seiring bertambahnya jumlah partisi, harga opsi yang dihitung dengan metode standar Pentanomial semakin mendekati hasil metode *Black-Scholes*. Pada jumlah partisi yang kecil (kurang dari 10), metode standar Pentanomial mengalami fluktuasi yang cukup besar, mengindikasikan ketidakstabilan perhitungan. Namun, dengan peningkatan jumlah partisi (setelah partisi 10), fluktuasi dalam metode standar Pentanomial mulai berkurang secara periodik, dan hasilnya semakin dekat dengan nilai metode *Black-Scholes*. Oleh karena itu, dapat diperkirakan bahwa pada partisi-partisi tertentu misalnya partisi 16, 32, 64, dan 128, fluktuasi harga harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial semakin tereduksi, sehingga menunjukkan konvergensi yang lebih stabil terhadap metode *Black-Scholes* meskipun diperlukan jumlah partisi yang lebih besar untuk mencapai hasil yang lebih akurat.

Selanjutnya, pergerakan konvergensi harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial terhadap harga opsi metode *Black-Scholes* dapat

diilustrasikan pada Gambar 4.29 berikut.



Gambar 4.29 Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial terhadap Harga Opsi Metode *Black-Scholes*

Gambar 4.29 menunjukkan bahwa grafik pergerakan harga opsi mengalami fluktuasi yang signifikan pada jumlah partisi yang kecil (kurang dari 10). Harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial ini awalnya jauh lebih tinggi dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*. Namun, seiring bertambahnya jumlah partisi (setelah partisi 10), fluktuasi harga opsi mulai berkurang secara periodic dan hasilnya mendekati nilai *Black-Scholes*. Sama halnya dengan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial, pada partisi-partisi tertentu, misalnya partisi 16, 32, 64, dan 128, fluktuasi harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial semakin tereduksi. Sehingga, harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial juga menunjukkan kekonvergenan terhadap metode *Black-Scholes*, tetapi membutuhkan jumlah partisi yang lebih besar untuk mencapai hasil yang lebih stabil dan akurat.

Selain melalui pergerakan harga opsi, konvergensi juga dapat dianalisis berdasarkan nilai *error*. Nilai *error* ini dihitung dari galat relatif setiap partisi pada

opsi *Barrier* terhadap harga opsi metode *Black-Scholes*. Galat relatif pada opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.79), sedangkan untuk opsi *put* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.80). Sebagai contoh perhitungan manual, nilai *error* harga opsi *call up-and-out* dan *put up-and-out* pada metode standar Pentanomial dihitung untuk partisi ke-252, sebagaimana disajikan berikut.

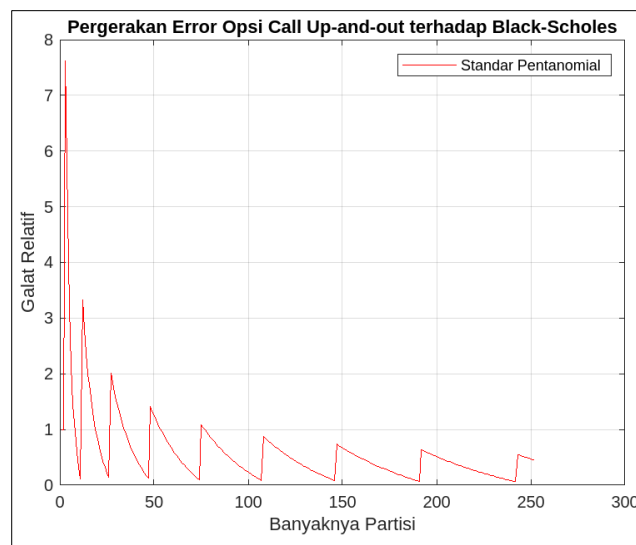
$$\varepsilon_{RC} = \frac{|1,4131 - 0,9739|}{0,9739} \approx 0,4510 \quad (4.60)$$

dan

$$\varepsilon_{RP} = \frac{|36,0391 - 34,5846|}{34,5846} \approx 0,0421 \quad (4.61)$$

Hasil perhitungan *error* harga opsi *call* dan *put up-and-out Barrier* pada metode standar Pentanomial terhadap metode *Black-Scholes* selengkapnya tercantum pada Lampiran 5.

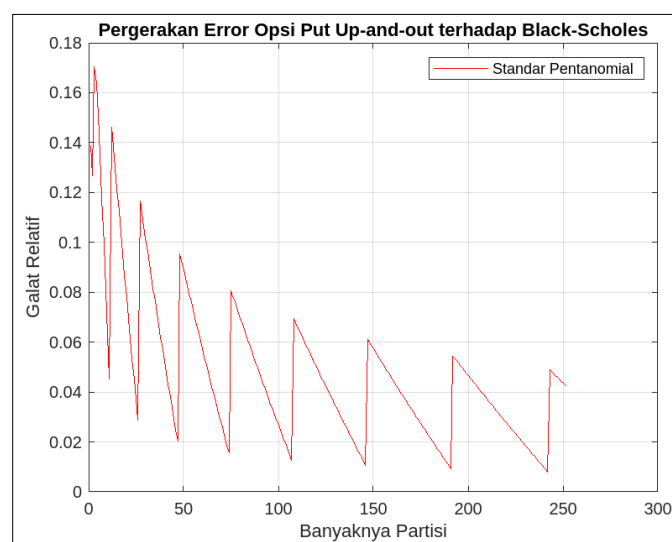
Berdasarkan hasil perhitungan *error* yang telah diperoleh, pergerakan *error* harga opsi *call up-and-out* terhadap metode *Black-Scholes* untuk 252 partisi dapat disajikan pada Gambar 4.30 berikut.



Gambar 4.30 Pergerakan *Error* Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.30 menunjukkan bahwa pada jumlah partisi yang kecil, *error* metode standar Pentanomial sangat tinggi, bahkan melebihi angka 7. Ketika jumlah partisi mendekati 252, nilai *error* semakin kecil dan hampir mencapai nol. Akan tetapi, pola pergerakan *error* yang dihasilkan menunjukkan pola osilasi. Namun, pada partisi-partisi tertentu seperti 16, 32, 64, dan 128, pergerakan *error* tampak lebih stabil dan mendekati nol secara lebih konsisten. Hal ini menunjukkan bahwa dengan memilih jumlah partisi tertentu, pola *error* dapat menjadi lebih landai ke bawah dan tidak berosilasi, sehingga memberikan kecenderungan konvergensi yang lebih halus dan stabil terhadap metode *Black-Scholes*. Dengan demikian, seiring dengan bertambahnya jumlah partisi, nilai *error* mengalami penurunan bertahap, yang menunjukkan bahwa metode standar Pentanomial konvergen terhadap metode *Black-Scholes*. Selain itu, pemilihan partisi yang tepat juga dapat mereduksi fluktuasi *error* dan menghasilkan konvergensi yang lebih halus terhadap metode *Black-Scholes*.

Selanjutnya, untuk pergerakan *error* harga opsi *put up-and-out* terhadap metode *Black-Scholes* untuk 252 partisi dapat disajikan pada Gambar 4.31 berikut.



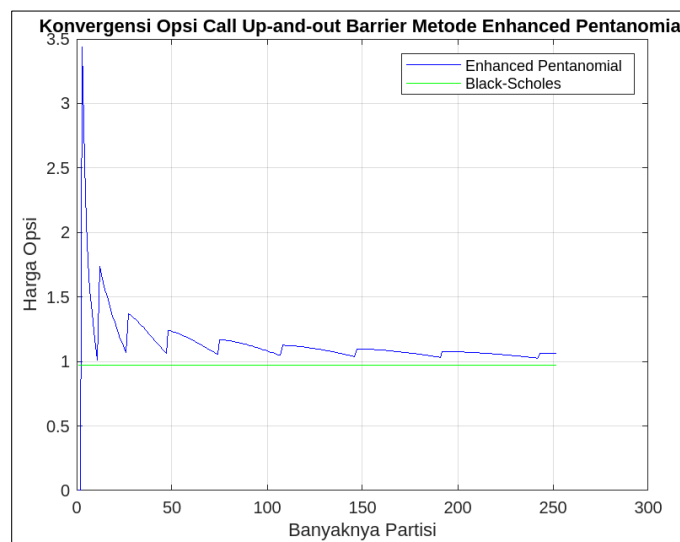
Gambar 4.31 Pergerakan *Error* Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.31 menunjukkan bahwa nilai *error* cenderung menurun seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada awalnya, *error* memiliki nilai mendekati 0,18, namun secara bertahap mengalami penurunan dengan pola fluktuatif sebelum akhirnya mendekati nilai yang lebih kecil. Sehingga, seiring bertambahnya jumlah partisi, nilai *error* terus menurun secara bertahap, yang menunjukkan bahwa metode standar Pentanomial konvergen terhadap metode *Black-Scholes*. Sama halnya dengan pola *error* pada harga opsi *call up-and-out* terhadap metode *Black-Scholes*, pemilihan jumlah partisi yang tepat juga berperan penting dalam mereduksi fluktuasi *error* harga opsi *put up-and-out*.

Berdasarkan hasil konvergensi metode standar Pentanomial terhadap metode *Black-Scholes*, dapat diperoleh bahwa metode standar Pentanomial menunjukkan kecenderungan konvergen seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, nilai *error* masih sangat besar, namun seiring peningkatan jumlah partisi, nilai *error* mengalami penurunan bertahap dengan pola fluktuatif sebelum akhirnya mendekati nol. Hal ini menunjukkan bahwa metode standar Pentanomial cukup akurat dalam menghitung harga opsi *up-and-out Barrier* ketika jumlah partisi diperbesar, baik untuk opsi *call* maupun *put*. Selain itu, terdapat partisi-partisi tertentu yang secara khusus menghasilkan pola *error* yang lebih stabil dan cenderung mendekati nol, yang dapat digunakan untuk mereduksi fluktuasi perhitungan. Dengan demikian, untuk memperoleh hasil perhitungan yang lebih mendekati metode *Black-Scholes*, diperlukan jumlah partisi yang cukup besar atau pemilihan partisi-partisi agar nilai *error* semakin kecil serta hasilnya lebih stabil dan akurat.

4.3.2 Konvergensi Metode *Enhanced Pentanomial* pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

Konvergensi metode *Enhanced Pentanomial* pada perhitungan harga opsi *Barrier* dapat diamati melalui grafik. Pada bagian ini, konvergensi akan dianalisis berdasarkan pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* yang telah diperoleh pada Gambar 4.24. Pergerakan harga opsi tersebut kemudian dibandingkan dengan harga opsi *Barrier* yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*. Sehingga, pergerakan konvergensi harga opsi *call up-and-out Barrier* terhadap harga opsi metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.32 berikut.

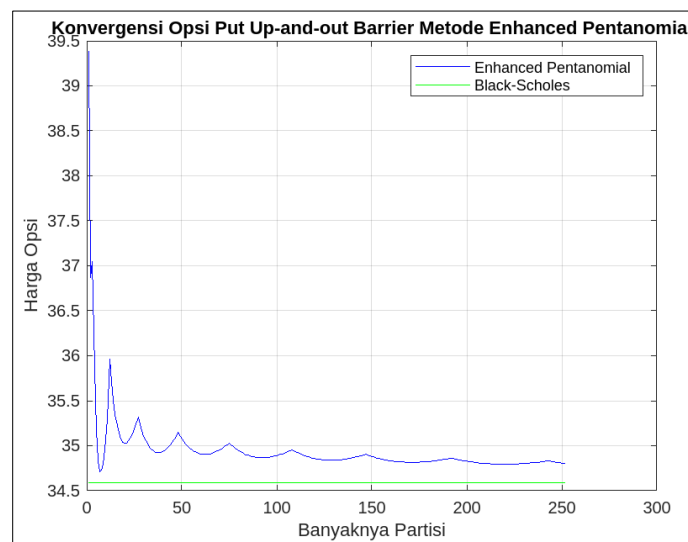


Gambar 4.32 Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* terhadap Harga Opsi Metode *Black-Scholes*

Gambar 4.32 menunjukkan bahwa harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* mengalami konvergensi terhadap metode *Black-Scholes* seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil (kurang dari 5), harga opsi metode *Enhanced Pentanomial* jauh lebih tinggi dibandingkan dengan metode *Black-Scholes*, dengan nilai awal melebihi \$3. Namun, seiring bertambahnya jumlah partisi, harga opsi mengalami penurunan bertahap dengan

pola fluktuatif sebelum akhirnya mendekati hasil metode *Black-Scholes*. Agar pola fluktuatif harga opsi tereduksi, dapat dipilih beberapa partisi tertentu seperti 4, 8, 16, 32, 64, dan 128, sehingga menghasilkan pola harga opsi yang lebih stabil dan tidak menghasilkan osilasi. Hal tersebut menunjukkan bahwa harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* konvergen lebih cepat dan stabil terhadap metode *Black-Scholes*.

Selanjutnya, pergerakan konvergensi harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* terhadap harga opsi metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.33 berikut.



Gambar 4.33 Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* terhadap Harga Opsi Metode *Black-Scholes*

Gambar 4.33 menunjukkan bahwa harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* mengalami konvergensi terhadap metode *Black-Scholes* seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil (kurang dari 4), harga opsi memiliki nilai yang jauh lebih tinggi dibandingkan metode *Black-Scholes*, dengan nilai awal mendekati \$39,5. Namun, seiring bertambahnya jumlah partisi, harga opsi mengalami penurunan bertahap dengan pola fluktuatif yang lebih

stabil sebelum akhirnya mendekati hasil metode *Black-Scholes*. Ketika jumlah partisi mendekati 252, harga opsi hampir memiliki nilai yang sama dengan hasil metode *Black-Scholes*. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi *put up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* lebih akurat dan lebih cepat dalam mencapai konvergensi.

Selain melalui pergerakan harga opsi, konvergensi juga dapat dianalisis berdasarkan nilai *error*-nya. Nilai *error* ini dihitung dari galat relatif setiap partisi pada opsi *Barrier* terhadap harga opsi metode *Black-Scholes*. Galat relatif pada opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.79), sedangkan untuk opsi *Put* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.80). Sebagai contoh perhitungan manual, nilai *error* harga opsi *call up-and-out* dan *put up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* yang dihitung pada partisi ke-252, sebagaimana disajikan berikut.

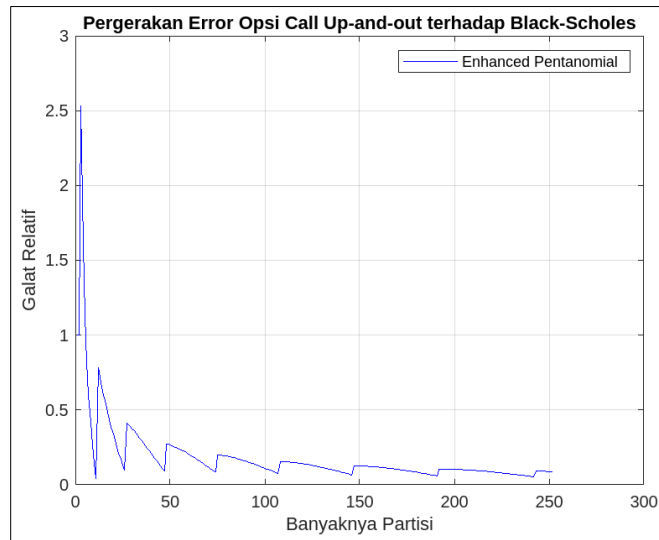
$$\varepsilon_{RC} = \frac{|1,0603 - 0,9739|}{0,9739} \approx 0,0888 \quad (4.62)$$

dan

$$\varepsilon_{RP} = \frac{|34,8031 - 34,5846|}{34,5846} \approx 0,0063 \quad (4.63)$$

Hasil perhitungan *error* harga opsi *call* dan *put up-and-out Barrier* pada metode *Enhanced Pentanomial* terhadap *Black-Scholes* selengkapnya tercantum pada Lampiran 6.

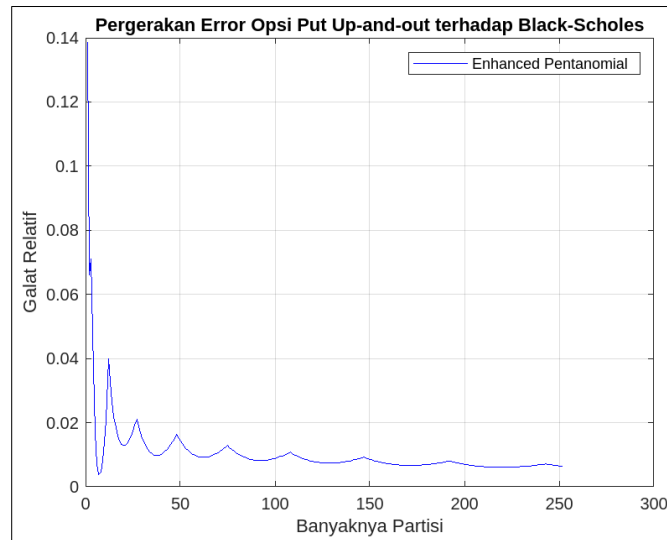
Berdasarkan hasil perhitungan *error* yang telah diperoleh, pergerakan *error* harga opsi *call up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes* untuk 252 partisi dapat disajikan pada Gambar 4.34 berikut.



Gambar 4.34 Pergerakan *Error Harga Opsi Call Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.34 menunjukkan bahwa nilai *error* harga opsi *call up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* cenderung menurun seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada awalnya, nilai *error* memiliki mendekati 2,5, namun secara bertahap mengalami penurunan dengan pola fluktuatif sebelum akhirnya mendekati nilai yang lebih kecil. Pola fluktuatif tersebut dapat direduksi dengan hanya mengambil beberapa partisi, seperti partisi 4, 8, 16, 32, 64, dan 128, sehingga menghasilkan pola *error* yang lebih halus dan stabil. Hal ini menunjukkan bahwa dengan memilih jumlah partisi tertentu, pola *error* dapat menjadi lebih landai ke bawah dan tidak fluktuatif, sehingga memberikan kecenderungan konvergensi yang lebih halus dan stabil terhadap metode *Black-Scholes*.

Selanjutnya, untuk pergerakan *error* harga opsi *put up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes* untuk 252 partisi dapat disajikan pada Gambar 4.35 berikut.



Gambar 4.35 Pergerakan *Error* Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

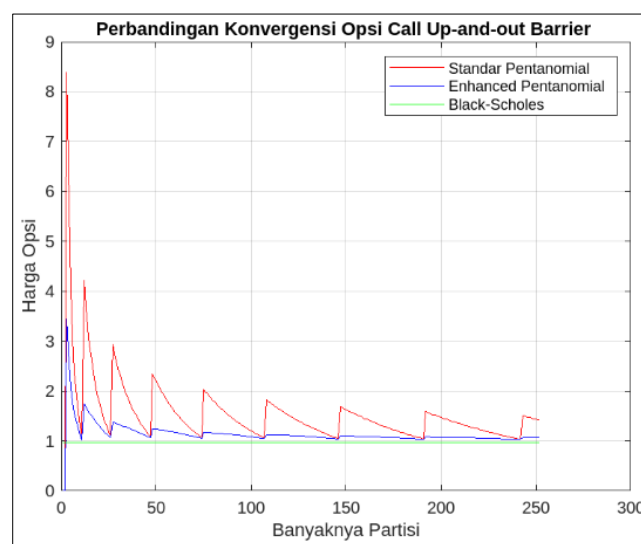
Gambar 4.35 menunjukkan bahwa nilai *error* harga opsi *put up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* cenderung menurun seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada awalnya, nilai *error* mendekati 0,14 dan mengalami penurunan secara bertahap. Nilai *error* mengalami sedikit fluktuasi naik dan stabil di sekitar partisi 200 ke atas dengan nilai *error* sekitar 0,0060. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi *put up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* mengalami konvergensi yang baik terhadap metode *Black-Scholes*.

Berdasarkan hasil konvergensi metode *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes*, dapat diperoleh bahwa metode *Enhanced Pentanomial* menunjukkan kecenderungan konvergen seiring bertambahnya jumlah partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, nilai *error* relatif lebih besar, namun secara bertahap mengalami penurunan dengan pola fluktuatif sebelum akhirnya mencapai nilai yang lebih stabil. Meskipun nilai *error* tidak selalu menurun secara monoton, tren keseluruhannya tetap menunjukkan pergerakan menuju nilai yang lebih kecil. Hal ini mengindikasikan bahwa metode *Enhanced Pentanomial* sangat baik digunakan

dalam menghitung harga opsi *up-and-out Barrier*, baik untuk opsi *call* maupun *put*. Selain itu, dengan memilih jumlah partisi tertentu, pola fluktuatif dalam *error* dapat direduksi sehingga menghasilkan grafik *error* yang lebih halus dan stabil.

4.3.3 Perbandingan Konvergensi Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe Eropa

Perbandingan model pergerakan harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar dan *Enhanced* Pentanomial terhadap metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.36 berikut.

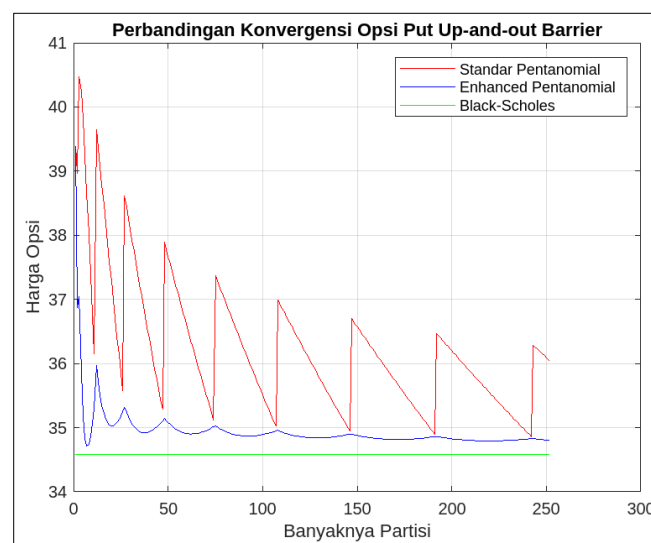


Gambar 4.36 Perbandingan Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar dan *Enhanced* Pentanomial terhadap Harga Opsi *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.36 menunjukkan perbandingan konvergensi harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar Pentanomial, *Enhanced* Pentanomial, dan *Black-Scholes* pada 252 partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, harga opsi metode standar Pentanomial memiliki fluktuasi yang lebih besar dari harga opsi metode *Black-Scholes*. Sementara itu, metode *Enhanced* Pentanomial menunjukkan pergerakan

yang lebih stabil dan mendekati nilai *Black-Scholes*, lebih cepat dibandingkan dengan metode standar Pentanomial. Seiring bertambahnya jumlah partisi, baik metode standar maupun *Enhanced Pentanomial* mengalami konvergensi menuju nilai *Black-Scholes*, meskipun metode *Enhanced Pentanomial* menunjukkan tingkat konvergensi yang lebih cepat dengan fluktuasi yang lebih kecil. Hal ini menunjukkan bahwa harga opsi *call up-and-out Barrier* metode *Enhanced Pentanomial* lebih efektif dalam mendekati hasil metode *Black-Scholes* dibandingkan metode standar Pentanomial.

Selanjutnya, untuk perbandingan model pergerakan harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.37 berikut.

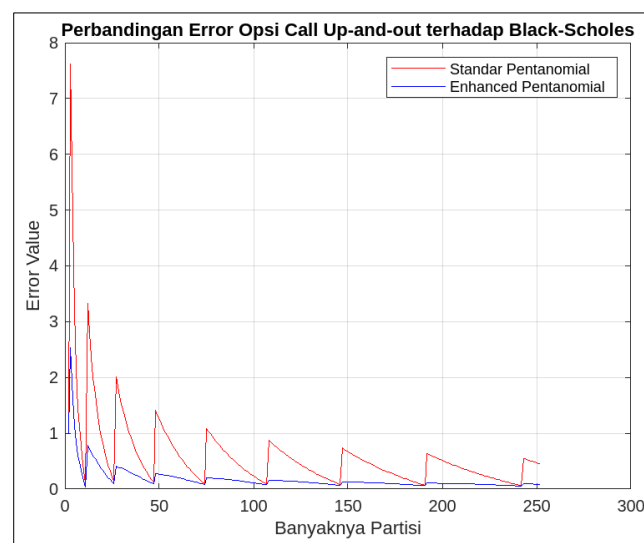


Gambar 4.37 Perbandingan Pergerakan Konvergensi Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode Standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap Harga Opsi *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.37 menunjukkan perbandingan konvergensi harga opsi *put up-and-out Barrier* antara metode standar Pentanomial, *Enhanced Pentanomial*, dan *Black-Scholes* pada 252 partisi. Pada jumlah partisi yang kecil, pergerakan harga opsi *put up-and-out* metode standar Pentanomial memiliki fluktuasi yang sangat besar dari

harga opsi metode *Black-Scholes*. Sementara itu, harga opsi *put up-and-out* metode *Enhanced Pentanomial* menunjukkan pergerakan yang lebih stabil dan lebih mendekati metode *Black-Scholes* dibandingkan metode standar *Pentanomial*. Seiring bertambahnya jumlah partisi, baik metode standar maupun *Enhanced Pentanomial* mengalami konvergensi menuju nilai *Black-Scholes*, tetapi metode *Enhanced Pentanomial* lebih cepat mendekati nilai metode *Black-Scholes* dengan fluktuasi yang lebih kecil. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Enhanced Pentanomial* memberikan estimasi harga opsi yang lebih baik dibandingkan metode standar *Pentanomial*, terutama untuk jumlah partisi yang besar.

Perbandingan pergerakan nilai *error* harga opsi *call up-and-out Barrier* metode standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.38 berikut.

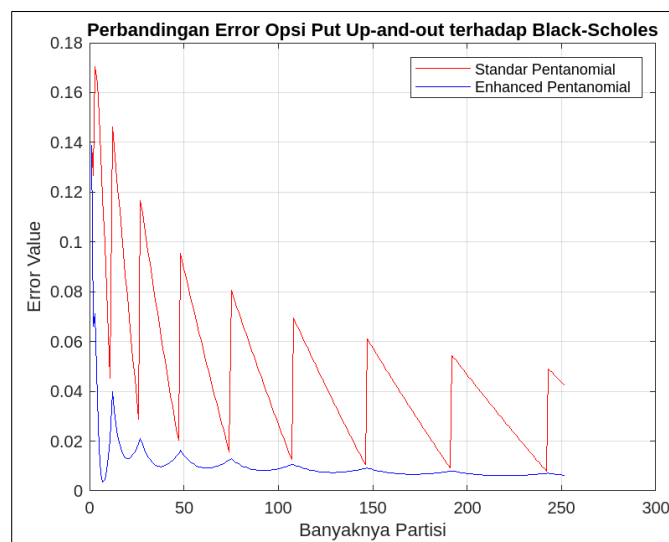


Gambar 4.38 Perbandingan Pergerakan *Error* Harga Opsi *Call Up-and-out Barrier* Metode Standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.38 menunjukkan perbandingan nilai *error* opsi *call up-and-out Barrier* antara metode standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes*. Pada jumlah partisi yang kecil, nilai *error* dari metode standar *Pentanomial* sangat

tinggi dan menunjukkan fluktuasi besar, sedangkan nilai *error* dari metode *Enhanced Pentanomial* lebih rendah. Seiring bertambahnya jumlah partisi, kedua metode menunjukkan penurunan *error* secara bertahap, namun metode *Enhanced Pentanomial* cenderung lebih cepat stabil dan memiliki nilai *error* yang lebih kecil dibandingkan metode standar *Pentanomial*. Selain itu, pola fluktuatif pada metode standar *Pentanomial* masih cukup signifikan pada partisi besar, sedangkan metode *Enhanced Pentanomial* lebih halus dan lebih cepat mendekati nol. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Enhanced Pentanomial* memberikan estimasi harga opsi yang lebih akurat dibandingkan metode standar *Pentanomial*, terutama pada jumlah partisi yang besar.

Selanjutnya, perbandingan nilai *error* harga opsi *put up-and-out Barrier* metode standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes* dapat diilustrasikan pada Gambar 4.39 berikut.



Gambar 4.39 Perbandingan Pergerakan *Error* Harga Opsi *Put Up-and-out Barrier* Metode Standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap Metode *Black-Scholes* untuk 252 Partisi

Gambar 4.39 menunjukkan perbandingan *error* harga opsi *put up-and-out Barrier* antara metode standar dan *Enhanced Pentanomial* terhadap metode *Black-Scholes*.

Pada jumlah partisi yang kecil, *error* metode standar Pentanomial memiliki nilai yang jauh lebih tinggi dan menunjukkan pola fluktuatif yang tajam, sedangkan metode *Enhanced* Pentanomial memiliki nilai *error* yang lebih rendah dan fluktuasi yang lebih halus. Seiring bertambahnya jumlah partisi, nilai *error* dari kedua metode mengalami penurunan secara bertahap, tetapi metode standar Pentanomial masih menunjukkan fluktuasi *error* yang cukup besar pada beberapa titik partisi. Sementara itu, metode *Enhanced* Pentanomial menunjukkan konvergensi yang lebih cepat dan nilai *error* yang lebih kecil dibandingkan metode Standar Pentanomial. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Enhanced* Pentanomial lebih akurat dan lebih stabil dalam menghitung harga opsi *put up-and-out Barrier* dibandingkan metode standar Pentanomial, terutama ketika jumlah partisi diperbesar.

Berdasarkan hasil analisis, metode *Enhanced* Pentanomial terbukti paling akurat dalam menghitung harga opsi *Barrier* tipe *up-and-out* dibandingkan metode standar Pentanomial, dengan estimasi harga yang lebih mendekati metode *Black-Scholes* untuk opsi *call* maupun *put*. Selain itu, metode ini menunjukkan konvergensi yang lebih cepat stabil dengan fluktuasi yang lebih kecil dibandingkan metode standar Pentanomial. Dalam hal kesalahan estimasi terhadap *Black-Scholes*, metode *Enhanced* Pentanomial memiliki nilai *error* yang lebih rendah dan lebih cepat mendekati nol seiring bertambahnya jumlah partisi. Secara keseluruhan, metode *Enhanced* Pentanomial menunjukkan performa yang paling unggul dalam perhitungan harga opsi *Barrier* karena lebih cepat konvergen, memiliki *error* yang lebih rendah, dan memberikan hasil estimasi yang lebih akurat dibandingkan metode standar Pentanomial.

4.4 Kajian Hasil Penelitian dalam Islam

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa metode *Enhanced* Pentanomial memiliki konvergensi yang paling baik dibandingkan dengan metode standar Pentanomial dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Dengan kata lain, metode ini memberikan hasil yang lebih akurat dan efisien dalam mendekati nilai analitiknya. Dalam perspektif Islam, temuan ini dapat dikaitkan dengan prinsip dalam QS. az-Zumar ayat 18, yang menekankan pentingnya memilih metode terbaik berdasarkan pertimbangan yang matang dan kritis. Ayat ini mengajarkan pentingnya pemanfaatan akal secara optimal untuk membuat keputusan terbaik. Dalam konteks penelitian ini, pemilihan metode *Enhanced* Pentanomial sebagai metode yang lebih konvergen mencerminkan penerapan prinsip ini, yaitu mencari dan menggunakan metode yang paling unggul dalam memberikan hasil yang lebih baik.

Metode *Enhanced* Pentanomial yang memiliki konvergensi lebih baik akan menghasilkan nilai opsi yang lebih akurat dan dapat dipercaya, sehingga membantu investor dalam membuat keputusan yang lebih transparan dan adil. Dengan demikian, sistem perhitungan yang digunakan dalam transaksi keuangan harus didasarkan pada prinsip kejelasan dan akurasi agar terhindar dari unsur spekulasi atau ketidakpastian (*gharar*). Hal ini selaras dengan QS. al-Baqarah ayat 282, yang menekankan pentingnya transparansi dan pencatatan dalam transaksi. Dalam ayat ini ditegaskan bahwa dalam transaksi keuangan, diperlukan sistem yang jelas agar semua pihak memahami hak dan kewajibannya. Dalam konteks keuangan Islam, transparansi dan akurasi dalam perhitungan sangatlah penting untuk memastikan bahwa transaksi dilakukan sesuai dengan prinsip syariah. Hal ini juga

sejalan dengan *Maqashid Syariah*, khususnya dalam aspek *hifzhul mal* (perlindungan harta), yang mengharuskan setiap keputusan keuangan didasarkan pada metode yang jelas, akurat, dan dapat dipertanggungjawabkan.

Lebih lanjut, dalam perspektif fikih muamalah, sebagaimana yang dijelaskan oleh Dr. Wahbah al-Zuhaili, transaksi saham diperbolehkan dalam Islam selama memenuhi prinsip keadilan dan transparansi. Dengan demikian, metode perhitungan yang lebih unggul seperti *Enhanced Pentanomial* dapat berkontribusi dalam mewujudkan mekanisme perdagangan saham yang lebih adil dan minim risiko ketidakjelasan (*gharar*).

Pada penelitian ini, data yang digunakan untuk perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa adalah data harga saham Microsoft Corporation (MSFT). Dalam perspektif keuangan Islam, penting untuk memastikan bahwa instrumen keuangan yang digunakan juga memenuhi prinsip halal. Saham MSFT secara umum dinilai memenuhi kriteria saham syariah, karena perusahaan ini bergerak dalam bidang teknologi informasi dan tidak bergelut dalam sektor yang diharamkan seperti perjudian, alkohol, riba, atau industri hiburan yang tidak sesuai dengan prinsip syariah. Dengan demikian, penggunaan data saham MSFT dalam penelitian ini tetap selaras dengan prinsip syariah, memperkuat relevansi penelitian ini bahwa akurasi metode perhitungan yang dikembangkan tidak hanya unggul secara teknis, tetapi juga memperhatikan aspek kepatuhan terhadap prinsip-prinsip syariah Islam.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada bab sebelumnya maka kesimpulan pada penelitian ini adalah:

1. Aproksimasi numerik metode standar dan *Enhanced* Pentanomial pada perhitungan harga opsi *Barrier* dapat dilakukan dengan menggabungkan empat periode waktu metode Binomial menjadi satu periode waktu. Melalui parameter metode Binomial, parameter yang digunakan dalam metode Pentanomial yaitu, $p_1 = p^4$, $p_2 = 4p^3q$, $p_3 = 6p^2q^2$, $p_4 = 4pq^3$, dan $p_5 = q^4$. Pergerakan harga saham metode Pentanomial dapat dihitung menggunakan formula berikut.

$$S_{j,i} = S_0 u^{4i-j} d^j$$

dengan $i = 0, 1, \dots, M$ dan $j = 0, 1, \dots, 4i$. Sedangkan untuk perhitungan harga opsi metode Pentanomial dapat dihitung menggunakan formula berikut.

$$V_{j,i} = e^{-4r\Delta t} \left(p^4 V_{j,i+4} + 4p^3 q V_{j+1,i+4} + 6p^2 q^2 V_{j+2,i+4} + 4pq^3 V_{j+3,i+4} + q^4 V_{j+4,i+4} \right)$$

dengan $i = 0, 1, \dots, M$ dan $j = 0, 1, \dots, 4i$.

2. Hasil perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa menggunakan metode standar dan *Enhanced* Pentanomial menunjukkan kedua metode tersebut memberikan harga opsi yang cenderung stabil seiring bertambahnya jumlah partisi. Metode *Enhanced* Pentanomial tampak lebih cepat stabil dibandingkan dengan metode standar Pentanomial dalam menghasilkan harga opsi *up-and-out Barrier* seiring bertambahnya jumlah partisi.

3. Metode *Enhanced* Pentanomial memiliki konvergensi yang lebih cepat dan stabil dibandingkan metode standar Pentanomial dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa. Metode ini memberikan estimasi *error* yang lebih rendah dengan *error* sekitar 0,06 baik opsi *call* maupun opsi *put* seiring bertambahnya partisi. Sehingga, metode *Enhanced* Pentanomial menunjukkan performa yang lebih unggul dalam hal konvergensi dan akurasi dibandingkan metode standar Pentanomial.

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, maka saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut.

1. Bagi Pelaku Pasar Saham dan Opsi
Metode *Enhanced* Pentanomial dapat digunakan dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Eropa, karena memiliki tingkat konvergensi yang lebih cepat dan akurat dibandingkan dengan metode Standar Pentanomial.
2. Bagi Peneliti
 - a. Gunakan metode *Enhanced* Pentanomial dalam perhitungan harga opsi *Barrier* tipe Amerika yang belum memiliki formula eksak (*Black-Scholes*).
 - b. Gunakan kelipatan partisi tertentu sehingga fluktuasi konvergensi dapat direduksi.

DAFTAR RUJUKAN

- Akhyar, A. I. M. (2017). *Metode Enhanced Kuartinomial untuk Aproksimasi Numerik pada Barrier Option Pricing Tipe Eropa*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Asnawi, M. H., & Aziz, A. (2021). Metode Enhanced Trinomial pada Aproksimasi Numerik pada *Barrier Options Pricing*. *Jurnal Riset Mahasiswa Matematika*, 1(1), 23–31. <https://doi.org/10.18860/jrmm.v1i1.13412>
- Atmadjaja, Y. V. I. (2000). Barrier Option. *Bina Ekonomi*, 37–45.
- Aziz, A. (2005). *Komputasi Numerik dengan Metode Kombinatorial untuk Barrier Options Pricing* [Tesis tidak diterbitkan]. Institut Teknologi Bandung.
- Aziz, A. (2009). Empat Model Aproksimasi Binomial Harga Saham *Model Black-Scholes*. *Cauchy: Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 1, 15–24. <https://doi.org/https://doi.org/10.18860/ca.v1i1.1702>
- Cao, K., Liu, J., Sun, S., & Xie, J. (2022). *The Financial Situation of Microsoft and Designed Binary Option*. *Advances in Economics, Business and Management Research*, 648, 1537–1542.
- Derman, E., Kani, I., Ergener, D., & Bardhan, I. (1995). Enhanced Numerical Methods for Options with Barriers. *Financial Analysts Journal*, 51(6), 65–74. <https://doi.org/10.2469/faj.v51.n6.1951>
- Figlewski, Stephen., Silber, W. L., & Subrahmanyam, M. G. (1990). *Financial Options: From Theory to Practice*. 580.
- Higham, D. J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation* (Vol. 11, Issue 1). Cambridge University Press.
- Hull. (2003). *Options, Futures, and Other Derivatives* (5th ed.). Prentice Hall.
- Khaerunnisa, N. (2017). *Penentuan Harga Opsi Barrier Call dengan Menggunakan Model Black-Scholes (Studi Kasus: PT. Tri Bayan Tirta, Tbk.)*. Uin Alauddin.
- Laamena, N. S. (2021). Penentuan Harga Saham (Opsi Eropa dan Opsi *Barrier*) dengan Metode *Black-Scholes* dan Metode Monte Carlo. *Jurnal Satya Informatika*, 6(2), 31–39.
- Lessy, D. (2013). Penentuan Harga Opsi Eropa dengan Model Binomial. *Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 1(1).
- Maharini, S., & Suprpto, E. (2018). *Analisis Numerik: Berbasis Group Investigation untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis* (1st ed.). CV. Ae Medika Grafika. www.aemediagrafika.com

- Priyadi, I. H., Wijaya, R., Ready, A., Naedi, A., Safriyanto, Salimah, S., Aslinnoroniyah, S., Riwana, A., Cahyani, A., Ningsih, H. M., Indawati, Agustin, D. P., & Sholehah, N. A. (2021). *Investasi Itu Mudah - Cara Cerdas Menuju Financial Freedom* (Z. Abidin, Ed.). Duta Media Publishing.
- Seydel, R. U. (2009). *Tools for Computational Finance* (Fourth). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-92929-1>
- Shihab, M. Q. (2002). *Tafsir Al-Misbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*.
- Sholihah, N., & Hariyanto, W. (2021). *Student Perspectives in Investing in Stocks to Grow Interest in Investing in the Investment Gallery of the Indonesia Stock Exchange Universitas Muhammadiyah Sidoarjo According to an Islamic View. Academia Open*, 5. <https://doi.org/10.21070/acopen.5.2021.2214>
- Subairi. (2021). *Fiqh Muamalah*. Duta Media Publishing.
- Suretno, S. (2018). Jual Beli dalam Perspektif Al-Qur'an. *Jurnal Perbankan Syariah*, 2. <http://www.masuk-islam.com/pembahasan-jual->

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Penutup MSFT

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
1	11/01/2022	228,17	36	12/21/2022	244,43
2	11/02/2022	220,1	37	12/22/2022	238,19
3	11/03/2022	214,25	38	12/23/2022	238,73
4	11/04/2022	221,39	39	12/27/2022	236,96
5	11/07/2022	227,87	40	12/28/2022	234,53
6	11/08/2022	228,87	41	12/29/2022	241,01
7	11/09/2022	224,51	42	12/30/2022	239,82
8	11/10/2022	242,98	43	01/03/2023	239,58
9	11/11/2022	247,11	44	01/04/2023	229,1
10	11/14/2022	241,55	45	01/05/2023	222,31
11	11/15/2022	241,97	46	01/06/2023	224,93
12	11/16/2022	241,73	47	01/09/2023	227,12
13	11/17/2022	241,68	48	01/10/2023	228,85
14	11/18/2022	241,22	49	01/11/2023	235,77
15	11/21/2022	242,05	50	01/12/2023	238,51
16	11/22/2022	245,03	51	01/13/2023	239,23
17	11/23/2022	247,58	52	01/17/2023	240,35
18	11/25/2022	247,49	53	01/18/2023	235,81
19	11/28/2022	241,76	54	01/19/2023	231,93
20	11/29/2022	240,33	55	01/20/2023	240,22
21	11/30/2022	255,14	56	01/23/2023	242,58
22	12/01/2022	254,69	57	01/24/2023	242,04
23	12/02/2022	255,02	58	01/25/2023	240,61
24	12/05/2022	250,2	59	01/26/2023	248
25	12/06/2022	245,12	60	01/27/2023	248,16
26	12/07/2022	244,37	61	01/30/2023	242,71
27	12/08/2022	247,4	62	01/31/2023	247,81
28	12/09/2022	245,42	63	02/01/2023	252,75
29	12/12/2022	252,51	64	02/02/2023	264,6
30	12/13/2022	256,92	65	02/03/2023	258,35
31	12/14/2022	257,22	66	02/06/2023	256,77
32	12/15/2022	249,01	67	02/07/2023	267,56
33	12/16/2022	244,69	68	02/08/2023	266,73
34	12/19/2022	240,45	69	02/09/2023	263,62
35	12/20/2022	241,8	70	02/10/2023	263,1

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
71	02/13/2023	271,32	111	04/12/2023	283,49
72	02/14/2023	272,17	112	04/13/2023	289,84
73	02/15/2023	269,32	113	04/14/2023	286,14
74	02/16/2023	262,15	114	04/17/2023	288,8
75	02/17/2023	258,06	115	04/18/2023	288,37
76	02/21/2023	252,67	116	04/19/2023	288,45
77	02/22/2023	251,51	117	04/20/2023	286,11
78	02/23/2023	254,77	118	04/21/2023	285,76
79	02/24/2023	249,22	119	04/24/2023	281,77
80	02/27/2023	250,16	120	04/25/2023	275,42
81	02/28/2023	249,42	121	04/26/2023	295,37
82	03/01/2023	246,27	122	04/27/2023	304,83
83	03/02/2023	251,11	123	04/28/2023	307,26
84	03/03/2023	255,29	124	05/01/2023	305,56
85	03/06/2023	256,87	125	05/02/2023	305,41
86	03/07/2023	254,15	126	05/03/2023	304,4
87	03/08/2023	253,7	127	05/04/2023	305,41
88	03/09/2023	252,32	128	05/05/2023	310,65
89	03/10/2023	248,59	129	05/08/2023	308,65
90	03/13/2023	253,92	130	05/09/2023	307
91	03/14/2023	260,79	131	05/10/2023	312,31
92	03/15/2023	265,44	132	05/11/2023	310,11
93	03/16/2023	276,2	133	05/12/2023	308,97
94	03/17/2023	279,43	134	05/15/2023	309,46
95	03/20/2023	272,23	135	05/16/2023	311,74
96	03/21/2023	273,78	136	05/17/2023	314
97	03/22/2023	272,29	137	05/18/2023	318,52
98	03/23/2023	277,66	138	05/19/2023	318,34
99	03/24/2023	280,57	139	05/22/2023	321,18
100	03/27/2023	276,38	140	05/23/2023	315,26
101	03/28/2023	275,23	141	05/24/2023	313,85
102	03/29/2023	280,51	142	05/25/2023	325,92
103	03/30/2023	284,05	143	05/26/2023	332,89
104	03/31/2023	288,3	144	05/30/2023	331,21
105	04/03/2023	287,23	145	05/31/2023	328,39
106	04/04/2023	287,18	146	06/01/2023	332,58
107	04/05/2023	284,34	147	06/02/2023	335,4
108	04/06/2023	291,6	148	06/05/2023	335,94
109	04/10/2023	289,39	149	06/06/2023	333,68
110	04/11/2023	282,83	150	06/07/2023	323,38

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
151	06/08/2023	325,26	191	08/07/2023	330,11
152	06/09/2023	326,79	192	08/08/2023	326,05
153	06/12/2023	331,85	193	08/09/2023	322,23
154	06/13/2023	334,29	194	08/10/2023	322,93
155	06/14/2023	337,34	195	08/11/2023	321,01
156	06/15/2023	348,1	196	08/14/2023	324,04
157	06/16/2023	342,33	197	08/15/2023	321,86
158	06/20/2023	338,05	198	08/16/2023	320,4
159	06/21/2023	333,56	199	08/17/2023	316,88
160	06/22/2023	339,71	200	08/18/2023	316,48
161	06/23/2023	335,02	201	08/21/2023	321,88
162	06/26/2023	328,6	202	08/22/2023	322,46
163	06/27/2023	334,57	203	08/23/2023	327
164	06/28/2023	335,85	204	08/24/2023	319,97
165	06/29/2023	335,05	205	08/25/2023	322,98
166	06/30/2023	340,54	206	08/28/2023	323,7
167	07/03/2023	337,99	207	08/29/2023	328,41
168	07/05/2023	338,15	208	08/30/2023	328,79
169	07/06/2023	341,27	209	08/31/2023	327,76
170	07/07/2023	337,22	210	09/01/2023	328,66
171	07/10/2023	331,83	211	09/05/2023	333,55
172	07/11/2023	332,47	212	09/06/2023	332,88
173	07/12/2023	337,2	213	09/07/2023	329,91
174	07/13/2023	342,66	214	09/08/2023	334,27
175	07/14/2023	345,24	215	09/11/2023	337,94
176	07/17/2023	345,73	216	09/12/2023	331,77
177	07/18/2023	359,49	217	09/13/2023	336,06
178	07/19/2023	355,08	218	09/14/2023	338,7
179	07/20/2023	346,87	219	09/15/2023	330,22
180	07/21/2023	343,77	220	09/18/2023	329,06
181	07/24/2023	345,11	221	09/19/2023	328,65
182	07/25/2023	350,98	222	09/20/2023	320,77
183	07/26/2023	337,77	223	09/21/2023	319,53
184	07/27/2023	330,72	224	09/22/2023	317,01
185	07/28/2023	338,37	225	09/25/2023	317,54
186	07/31/2023	335,92	226	09/26/2023	312,14
187	08/01/2023	336,34	227	09/27/2023	312,79
188	08/02/2023	327,5	228	09/28/2023	313,64
189	08/03/2023	326,66	229	09/29/2023	315,75
190	08/04/2023	327,78	230	10/02/2023	321,8

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
231	10/03/2023	313,39	271	11/29/2023	378,85
232	10/04/2023	318,95	272	11/30/2023	378,91
233	10/05/2023	319,36	273	12/01/2023	374,51
234	10/06/2023	327,26	274	12/04/2023	369,14
235	10/09/2023	329,82	275	12/05/2023	372,52
236	10/10/2023	328,39	276	12/06/2023	368,8
237	10/11/2023	332,42	277	12/07/2023	370,95
238	10/12/2023	331,16	278	12/08/2023	374,23
239	10/13/2023	327,73	279	12/11/2023	371,3
240	10/16/2023	332,64	280	12/12/2023	374,38
241	10/17/2023	332,06	281	12/13/2023	374,37
242	10/18/2023	330,11	282	12/14/2023	365,93
243	10/19/2023	331,32	283	12/15/2023	370,73
244	10/20/2023	326,67	284	12/18/2023	372,65
245	10/23/2023	329,32	285	12/19/2023	373,26
246	10/24/2023	330,53	286	12/20/2023	370,62
247	10/25/2023	340,67	287	12/21/2023	373,54
248	10/26/2023	327,89	288	12/22/2023	374,58
249	10/27/2023	329,81	289	12/26/2023	374,66
250	10/30/2023	337,31	290	12/27/2023	374,07
251	10/31/2023	338,11	291	12/28/2023	375,28
252	11/01/2023	346,07	292	12/29/2023	376,04
253	11/02/2023	348,32	293	01/02/2024	370,87
254	11/03/2023	352,8	294	01/03/2024	370,6
255	11/06/2023	356,53	295	01/04/2024	367,94
256	11/07/2023	360,53	296	01/05/2024	367,75
257	11/08/2023	363,2	297	01/08/2024	374,69
258	11/09/2023	360,69	298	01/09/2024	375,79
259	11/10/2023	369,67	299	01/10/2024	382,77
260	11/13/2023	366,68	300	01/11/2024	384,63
261	11/14/2023	370,27	301	01/12/2024	388,47
262	11/15/2023	369,67	302	01/16/2024	390,27
263	11/16/2023	376,17	303	01/17/2024	389,47
264	11/17/2023	369,85	304	01/18/2024	393,87
265	11/20/2023	377,44	305	01/19/2024	398,67
266	11/21/2023	373,07	306	01/22/2024	396,51
267	11/22/2023	377,85	307	01/23/2024	398,9
268	11/24/2023	377,43	308	01/24/2024	402,56
269	11/27/2023	378,61	309	01/25/2024	404,87
270	11/28/2023	382,7	310	01/26/2024	403,93

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
311	01/29/2024	409,72	351	03/26/2024	421,65
312	01/30/2024	408,59	352	03/27/2024	421,43
313	01/31/2024	397,58	353	03/28/2024	420,72
314	02/01/2024	403,78	354	04/01/2024	424,57
315	02/02/2024	411,22	355	04/02/2024	421,44
316	02/05/2024	405,65	356	04/03/2024	420,45
317	02/06/2024	405,49	357	04/04/2024	417,88
318	02/07/2024	414,05	358	04/05/2024	425,52
319	02/08/2024	414,11	359	04/08/2024	424,59
320	02/09/2024	420,55	360	04/09/2024	426,28
321	02/12/2024	415,26	361	04/10/2024	423,26
322	02/13/2024	406,32	362	04/11/2024	427,93
323	02/14/2024	409,49	363	04/12/2024	421,9
324	02/15/2024	406,56	364	04/15/2024	413,64
325	02/16/2024	404,06	365	04/16/2024	414,58
326	02/20/2024	402,79	366	04/17/2024	411,84
327	02/21/2024	402,18	367	04/18/2024	404,27
328	02/22/2024	411,65	368	04/19/2024	399,12
329	02/23/2024	410,34	369	04/22/2024	400,96
330	02/26/2024	407,54	370	04/23/2024	407,57
331	02/27/2024	407,48	371	04/24/2024	409,06
332	02/28/2024	407,72	372	04/25/2024	399,04
333	02/29/2024	413,64	373	04/26/2024	406,32
334	03/01/2024	415,5	374	04/29/2024	402,25
335	03/04/2024	414,92	375	04/30/2024	389,33
336	03/05/2024	402,65	376	05/01/2024	394,94
337	03/06/2024	402,09	377	05/02/2024	397,84
338	03/07/2024	409,14	378	05/03/2024	406,66
339	03/08/2024	406,22	379	05/06/2024	413,54
340	03/11/2024	404,52	380	05/07/2024	409,34
341	03/12/2024	415,28	381	05/08/2024	410,54
342	03/13/2024	415,1	382	05/09/2024	412,32
343	03/14/2024	425,22	383	05/10/2024	414,74
344	03/15/2024	416,42	384	05/13/2024	413,72
345	03/18/2024	417,32	385	05/14/2024	416,56
346	03/19/2024	421,41	386	05/15/2024	423,08
347	03/20/2024	425,23	387	05/16/2024	420,99
348	03/21/2024	429,37	388	05/17/2024	420,21
349	03/22/2024	428,74	389	05/20/2024	425,34
350	03/25/2024	422,86	390	05/21/2024	429,04

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
391	05/22/2024	430,52	431	07/22/2024	442,94
392	05/23/2024	427	432	07/23/2024	444,85
393	05/24/2024	430,16	433	07/24/2024	428,9
394	05/28/2024	430,32	434	07/25/2024	418,4
395	05/29/2024	429,17	435	07/26/2024	425,27
396	05/30/2024	414,67	436	07/29/2024	426,73
397	05/31/2024	415,13	437	07/30/2024	422,92
398	06/03/2024	413,52	438	07/31/2024	418,35
399	06/04/2024	416,07	439	08/01/2024	417,11
400	06/05/2024	424,01	440	08/02/2024	408,49
401	06/06/2024	424,52	441	08/05/2024	395,15
402	06/07/2024	423,85	442	08/06/2024	399,61
403	06/10/2024	427,87	443	08/07/2024	398,43
404	06/11/2024	432,68	444	08/08/2024	402,69
405	06/12/2024	441,06	445	08/09/2024	406,02
406	06/13/2024	441,58	446	08/12/2024	406,81
407	06/14/2024	442,57	447	08/13/2024	414,01
408	06/17/2024	448,37	448	08/14/2024	416,86
409	06/18/2024	446,34	449	08/15/2024	421,03
410	06/20/2024	445,7	450	08/16/2024	418,47
411	06/21/2024	449,78	451	08/19/2024	421,53
412	06/24/2024	447,67	452	08/20/2024	424,8
413	06/25/2024	450,95	453	08/21/2024	424,14
414	06/26/2024	452,16	454	08/22/2024	415,55
415	06/27/2024	452,85	455	08/23/2024	416,79
416	06/28/2024	446,95	456	08/26/2024	413,49
417	07/01/2024	456,73	457	08/27/2024	413,84
418	07/02/2024	459,28	458	08/28/2024	410,6
419	07/03/2024	460,77	459	08/29/2024	413,12
420	07/05/2024	467,56	460	08/30/2024	417,14
421	07/08/2024	466,24	461	09/03/2024	409,44
422	07/09/2024	459,54	462	09/04/2024	408,9
423	07/10/2024	466,25	463	09/05/2024	408,39
424	07/11/2024	454,7	464	09/06/2024	401,7
425	07/12/2024	453,55	465	09/09/2024	405,72
426	07/15/2024	453,96	466	09/10/2024	414,2
427	07/16/2024	449,52	467	09/11/2024	423,04
428	07/17/2024	443,52	468	09/12/2024	427
429	07/18/2024	440,37	469	09/13/2024	430,59
430	07/19/2024	437,11	470	09/16/2024	431,34

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
471	09/17/2024	435,15	488	10/10/2024	415,84
472	09/18/2024	430,81	489	10/11/2024	416,32
473	09/19/2024	438,69	490	10/14/2024	419,14
474	09/20/2024	435,27	491	10/15/2024	418,74
475	09/23/2024	433,51	492	10/16/2024	416,12
476	09/24/2024	429,17	493	10/17/2024	416,72
477	09/25/2024	432,11	494	10/18/2024	418,16
478	09/26/2024	431,31	495	10/21/2024	418,78
479	09/27/2024	428,02	496	10/22/2024	427,51
480	09/30/2024	430,3	497	10/23/2024	424,6
481	10/01/2024	420,69	498	10/24/2024	424,73
482	10/02/2024	417,13	499	10/25/2024	428,15
483	10/03/2024	416,54	500	10/28/2024	426,59
484	10/04/2024	416,06	501	10/29/2024	431,95
485	10/07/2024	409,54	502	10/30/2024	432,53
486	10/08/2024	414,71	503	10/31/2024	406,35
487	10/09/2024	417,46			

Lampiran 2. Hasil Perhitungan *Return* Harga Saham MSFT

w	R_w	w	R_w	w	R_w	w	R_w
1	-0,036009	43	-0,044729	85	-0,010645	127	0,017012
2	-0,026938	44	-0,030086	86	-0,001772	128	-0,006459
3	0,032782	45	0,011716	87	-0,005454	129	-0,005360
4	0,028849	46	0,009689	88	-0,014893	130	0,017149
5	0,004379	47	0,007588	89	0,021214	131	-0,007069
6	-0,019234	48	0,029790	90	0,026696	132	-0,003683
7	0,079059	49	0,011554	91	0,017673	133	0,001585
8	0,016854	50	0,003014	92	0,039736	134	0,007341
9	-0,022757	51	0,004671	93	0,011627	135	0,007223
10	0,001737	52	-0,019070	94	-0,026105	136	0,014292
11	-0,000992	53	-0,016591	95	0,005678	137	-0,000565
12	-0,000207	54	0,035120	96	-0,005457	138	0,008882
13	-0,001905	55	0,009776	97	0,019530	139	-0,018604
14	0,003435	56	-0,002229	98	0,010426	140	-0,004483
15	0,012236	57	-0,005926	99	-0,015047	141	0,037737
16	0,010353	58	0,030251	100	-0,004170	142	0,021160
17	-0,000364	59	0,000645	101	0,019002	143	-0,005059
18	-0,023425	60	-0,022206	102	0,012541	144	-0,008551
19	-0,005933	61	0,020795	103	0,014851	145	0,012679
20	0,059799	62	0,019739	104	-0,003718	146	0,008443
21	-0,001765	63	0,045818	105	-0,000174	147	0,001609
22	0,001295	64	-0,023904	106	-0,009938	148	-0,006750
23	-0,019081	65	-0,006135	107	0,025212	149	-0,031354
24	-0,020513	66	0,041163	108	-0,007608	150	0,005797
25	-0,003064	67	-0,003107	109	-0,022929	151	0,004693
26	0,012323	68	-0,011728	110	0,002331	152	0,015365
27	-0,008035	69	-0,001974	111	0,022152	153	0,007326
28	0,028480	70	0,030765	112	-0,012848	154	0,009082
29	0,017314	71	0,003128	113	0,009253	155	0,031398
30	0,001167	72	-0,010527	114	-0,001490	156	-0,016715
31	-0,032439	73	-0,026983	115	0,000277	157	-0,012581
32	-0,017501	74	-0,015725	116	-0,008145	158	-0,013371
33	-0,017480	75	-0,021108	117	-0,001224	159	0,018270
34	0,005599	76	-0,004602	118	-0,014061	160	-0,013902
35	0,010818	77	0,012878	119	-0,022794	161	-0,019349
36	-0,025860	78	-0,022025	120	0,069932	162	0,018005
37	0,002265	79	0,003765	121	0,031525	163	0,003819
38	-0,007442	80	-0,002962	122	0,007940	164	-0,002385
39	-0,010308	81	-0,012710	123	-0,005548	165	0,016253
40	0,027255	82	0,019463	124	-0,000491	166	-0,007516
41	-0,004950	83	0,016509	125	-0,003313	167	0,000473
42	-0,001001	84	0,006170	126	0,003313	168	0,009184

w	R_w	w	R_w	w	R_w	w	R_w
169	-0,011938	214	0,010919	259	-0,008121	304	0,012113
170	-0,016113	215	-0,018426	260	0,009743	305	-0,005433
171	0,001927	216	0,012848	261	-0,001622	306	0,006009
172	0,014127	217	0,007825	262	0,017430	307	0,009133
173	0,016062	218	-0,025356	263	-0,016944	308	0,005722
174	0,007501	219	-0,003519	264	0,020314	309	-0,002324
175	0,001418	220	-0,001247	265	-0,011646	310	0,014232
176	0,039028	221	-0,024269	266	0,012731	311	-0,002762
177	-0,012343	222	-0,003873	267	-0,001112	312	-0,027316
178	-0,023393	223	-0,007918	268	0,003122	313	0,015474
179	-0,008977	224	0,001670	269	0,010745	314	0,018258
180	0,003890	225	-0,017152	270	-0,010111	315	-0,013638
181	0,016866	226	0,002080	271	0,000158	316	-0,000395
182	-0,038364	227	0,002714	272	-0,011680	317	0,020891
183	-0,021093	228	0,006705	273	-0,014443	318	0,000145
184	0,022868	229	0,018979	274	0,009115	319	0,015432
185	-0,007267	230	-0,026482	275	-0,010036	320	-0,012659
186	0,001250	231	0,017586	276	0,005813	321	-0,021764
187	-0,026634	232	0,001285	277	0,008803	322	0,007771
188	-0,002568	233	0,024436	278	-0,007860	323	-0,007181
189	0,003423	234	0,007792	279	0,008261	324	-0,006168
190	0,007083	235	-0,004345	280	-0,000027	325	-0,003148
191	-0,012375	236	0,012197	281	-0,022803	326	-0,001516
192	-0,011785	237	-0,003798	282	0,013032	327	0,023274
193	0,002170	238	-0,010412	283	0,005166	328	-0,003187
194	-0,005963	239	0,014871	284	0,001636	329	-0,006847
195	0,009395	240	-0,001745	285	-0,007098	330	-0,000147
196	-0,006750	241	-0,005890	286	0,007848	331	0,000589
197	-0,004546	242	0,003659	287	0,002780	332	0,014415
198	-0,011047	243	-0,014134	288	0,000214	333	0,004487
199	-0,001263	244	0,008079	289	-0,001576	334	-0,001397
200	0,016919	245	0,003668	290	0,003229	335	-0,030018
201	0,001800	246	0,030217	291	0,002023	336	-0,001392
202	0,013981	247	-0,038236	292	-0,013844	337	0,017381
203	-0,021733	248	0,005839	293	-0,000728	338	-0,007163
204	0,009363	249	0,022486	294	-0,007203	339	-0,004194
205	0,002227	250	0,002369	295	-0,000517	340	0,026252
206	0,014446	251	0,023270	296	0,018696	341	-0,000434
207	0,001156	252	0,006481	297	0,002931	342	0,024087
208	-0,003138	253	0,012780	298	0,018404	343	-0,020912
209	0,002742	254	0,010517	299	0,004848	344	0,002159
210	0,014769	255	0,011157	300	0,009934	345	0,009753
211	-0,002011	256	0,007378	301	0,004623	346	0,009024
212	-0,008962	257	-0,006935	302	-0,002052	347	0,009689
213	0,013129	258	0,024592	303	0,011234	348	-0,001468

w	R_w	w	R_w	w	R_w	w	R_w
349	-0,013810	394	-0,002676	439	-0,020883	484	-0,015795
350	-0,002866	395	-0,034370	440	-0,033202	485	0,012545
351	-0,000522	396	0,001109	441	0,011224	486	0,006609
352	-0,001686	397	-0,003886	442	-0,002957	487	-0,003888
353	0,009109	398	0,006148	443	0,010635	488	0,001154
354	-0,007399	399	0,018904	444	0,008235	489	0,006751
355	-0,002352	400	0,001202	445	0,001944	490	-0,000955
356	-0,006131	401	-0,001579	446	0,017544	491	-0,006277
357	0,018118	402	0,009440	447	0,006860	492	0,001441
358	-0,002188	403	0,011179	448	0,009954	493	0,003450
359	0,003972	404	0,019182	449	-0,006099	494	0,001482
360	-0,007110	405	0,001178	450	0,007286	495	0,020632
361	0,010973	406	0,002239	451	0,007728	496	-0,006830
362	-0,014191	407	0,013020	452	-0,001555	497	0,000306
363	-0,019772	408	-0,004538	453	-0,020461	498	0,008020
364	0,002270	409	-0,001435	454	0,002980	499	-0,003650
365	-0,006631	410	0,009112	455	-0,007949	500	0,012486
366	-0,018552	411	-0,004702	456	0,000846	501	0,001342
367	-0,012821	412	0,007300	457	-0,007860	502	-0,062437
368	0,004600	413	0,002680	458	0,006119		
369	0,016351	414	0,001525	459	0,009684		
370	0,003649	415	-0,013114	460	-0,018632		
371	-0,024800	416	0,021646	461	-0,001320		
372	0,018079	417	0,005568	462	-0,001248		
373	-0,010067	418	0,003239	463	-0,016517		
374	-0,032646	419	0,014629	464	0,009958		
375	0,014307	420	-0,002827	465	0,020686		
376	0,007316	421	-0,014475	466	0,021118		
377	0,021928	422	0,014496	467	0,009317		
378	0,016777	423	-0,025084	468	0,008372		
379	-0,010208	424	-0,002532	469	0,001740		
380	0,002927	425	0,000904	470	0,008794		
381	0,004326	426	-0,009829	471	-0,010024		
382	0,005852	427	-0,013437	472	0,018126		
383	-0,002462	428	-0,007128	473	-0,007826		
384	0,006841	429	-0,007430	474	-0,004052		
385	0,015531	430	0,013249	475	-0,010062		
386	-0,004952	431	0,004303	476	0,006827		
387	-0,001854	432	-0,036513	477	-0,001853		
388	0,012134	433	-0,024786	478	-0,007657		
389	0,008661	434	0,016286	479	0,005313		
390	0,003444	435	0,003427	480	-0,022586		
391	-0,008210	436	-0,008968	481	-0,008498		
392	0,007373	437	-0,010865	482	-0,001415		
393	0,000372	438	-0,002968	483	-0,001153		

Lampiran 3. Harga Opsi *Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial

<i>M</i>	Ops <i>i Call</i>	Ops <i>i Put</i>	<i>M</i>	Ops <i>i Call</i>	Ops <i>i Put</i>
1	\$0	\$39,3789	43	\$1,2858	\$35,9097
2	\$0	\$38,9692	44	\$1,2325	\$35,7513
3	\$8,3894	\$40,4726	45	\$1,1823	\$35,5945
4	\$5,6790	\$40,2437	46	\$1,1351	\$35,4392
5	\$4,0805	\$39,8065	47	\$1,0906	\$35,2855
6	\$3,0648	\$39,2555	48	\$2,3530	\$37,8875
7	\$2,3815	\$38,6477	49	\$2,2697	\$37,7751
8	\$1,9008	\$38,0168	50	\$2,1906	\$37,6629
9	\$1,5504	\$37,3830	51	\$2,1154	\$37,5511
10	\$1,2873	\$36,7580	52	\$2,0440	\$37,4396
11	\$1,0850	\$36,1485	53	\$1,9760	\$37,3285
12	\$4,2069	\$39,6403	54	\$1,9113	\$37,2178
13	\$3,7004	\$39,3611	55	\$1,8497	\$37,1076
14	\$3,2784	\$39,0726	56	\$1,7909	\$36,9979
15	\$2,9234	\$38,7779	57	\$1,7348	\$36,8887
16	\$2,6221	\$38,4796	58	\$1,6813	\$36,7800
17	\$2,3642	\$38,1797	59	\$1,6301	\$36,6719
18	\$2,1418	\$37,8798	60	\$1,5812	\$36,5643
19	\$1,9489	\$37,5811	61	\$1,5344	\$36,4573
20	\$1,7804	\$37,2845	62	\$1,4896	\$36,3510
21	\$1,6324	\$36,9910	63	\$1,4466	\$36,2452
22	\$1,5018	\$36,7009	64	\$1,4055	\$36,1401
23	\$1,3859	\$36,4147	65	\$1,3660	\$36,0356
24	\$1,2827	\$36,1328	66	\$1,3282	\$35,9318
25	\$1,1904	\$35,8554	67	\$1,2918	\$35,8286
26	\$1,1075	\$35,5826	68	\$1,2569	\$35,7261
27	\$2,9291	\$38,6111	69	\$1,2234	\$35,6243
28	\$2,7537	\$38,4378	70	\$1,1911	\$35,5231
29	\$2,5932	\$38,2642	71	\$1,1601	\$35,4226
30	\$2,4460	\$38,0905	72	\$1,1302	\$35,3228
31	\$2,3107	\$37,9171	73	\$1,1015	\$35,2236
32	\$2,1862	\$37,7441	74	\$1,0738	\$35,1252
33	\$2,0712	\$37,5717	75	\$2,0316	\$37,3709
34	\$1,9649	\$37,4001	76	\$1,9843	\$37,2931
35	\$1,8663	\$37,2295	77	\$1,9385	\$37,2156
36	\$1,7749	\$37,0599	78	\$1,8943	\$37,1382
37	\$1,6898	\$36,8915	79	\$1,8515	\$37,0612
38	\$1,6106	\$36,7244	80	\$1,8102	\$36,9843
39	\$1,5367	\$36,5586	81	\$1,7701	\$36,9077
40	\$1,4677	\$36,3942	82	\$1,7314	\$36,8314
41	\$1,4031	\$36,2312	83	\$1,6939	\$36,7554
42	\$1,3426	\$36,0697	84	\$1,6575	\$36,6796

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
85	\$1,6223	\$36,6041	129	\$1,3218	\$35,8319
86	\$1,5881	\$36,5289	130	\$1,3030	\$35,7787
87	\$1,5550	\$36,4540	131	\$1,2846	\$35,7256
88	\$1,5229	\$36,3793	132	\$1,2666	\$35,6727
89	\$1,4918	\$36,3050	133	\$1,2489	\$35,6200
90	\$1,4616	\$36,2310	134	\$1,2316	\$35,5674
91	\$1,4323	\$36,1573	135	\$1,2147	\$35,5151
92	\$1,4038	\$36,0839	136	\$1,1981	\$35,4629
93	\$1,3761	\$36,0108	137	\$1,1818	\$35,4109
94	\$1,3492	\$35,9381	138	\$1,1658	\$35,3591
95	\$1,3231	\$35,8657	139	\$1,1502	\$35,3075
96	\$1,2977	\$35,7936	140	\$1,1348	\$35,2561
97	\$1,2731	\$35,7218	141	\$1,1198	\$35,2048
98	\$1,2491	\$35,6503	142	\$1,1050	\$35,1537
99	\$1,2257	\$35,5792	143	\$1,0906	\$35,1028
100	\$1,2030	\$35,5084	144	\$1,0764	\$35,0521
101	\$1,1809	\$35,4380	145	\$1,0624	\$35,0016
102	\$1,1594	\$35,3678	146	\$1,0488	\$34,9512
103	\$1,1384	\$35,2980	147	\$1,6891	\$36,6974
104	\$1,1180	\$35,2286	148	\$1,6685	\$36,6543
105	\$1,0981	\$35,1594	149	\$1,6481	\$36,6114
106	\$1,0788	\$35,0906	150	\$1,6282	\$36,5685
107	\$1,0599	\$35,0222	151	\$1,6086	\$36,5258
108	\$1,8285	\$36,9893	152	\$1,5893	\$36,4831
109	\$1,7984	\$36,9326	153	\$1,5704	\$36,4405
110	\$1,7690	\$36,8761	154	\$1,5518	\$36,3981
111	\$1,7403	\$36,8197	155	\$1,5335	\$36,3557
112	\$1,7123	\$36,7634	156	\$1,5156	\$36,3134
113	\$1,6849	\$36,7073	157	\$1,4979	\$36,2712
114	\$1,6582	\$36,6514	158	\$1,4805	\$36,2292
115	\$1,6321	\$36,5956	159	\$1,4635	\$36,1872
116	\$1,6066	\$36,5400	160	\$1,4467	\$36,1453
117	\$1,5816	\$36,4845	161	\$1,4302	\$36,1035
118	\$1,5572	\$36,4292	162	\$1,4140	\$36,0619
119	\$1,5334	\$36,3740	163	\$1,3980	\$36,0203
120	\$1,5101	\$36,3191	164	\$1,3823	\$35,9788
121	\$1,4873	\$36,2642	165	\$1,3668	\$35,9375
122	\$1,4650	\$36,2096	166	\$1,3517	\$35,8962
123	\$1,4432	\$36,1551	167	\$1,3367	\$35,8550
124	\$1,4218	\$36,1008	168	\$1,3220	\$35,8140
125	\$1,4010	\$36,0467	169	\$1,3075	\$35,7730
126	\$1,3805	\$35,9927	170	\$1,2933	\$35,7322
127	\$1,3605	\$35,9389	171	\$1,2792	\$35,6915
128	\$1,3409	\$35,8853	172	\$1,2654	\$35,6508

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
173	\$1,2519	\$35,6103	217	\$1,2668	\$35,6428
174	\$1,2385	\$35,5699	218	\$1,2560	\$35,6107
175	\$1,2253	\$35,5296	219	\$1,2453	\$35,5786
176	\$1,2124	\$35,4894	220	\$1,2348	\$35,5466
177	\$1,1996	\$35,4493	221	\$1,2244	\$35,5147
178	\$1,1870	\$35,4093	222	\$1,2141	\$35,4828
179	\$1,1746	\$35,3695	223	\$1,2039	\$35,4511
180	\$1,1625	\$35,3297	224	\$1,1939	\$35,4193
181	\$1,1504	\$35,2900	225	\$1,1840	\$35,3877
182	\$1,1386	\$35,2505	226	\$1,1742	\$35,3561
183	\$1,1270	\$35,2110	227	\$1,1645	\$35,3245
184	\$1,1155	\$35,1717	228	\$1,1549	\$35,2931
185	\$1,1042	\$35,1325	229	\$1,1455	\$35,2617
186	\$1,0930	\$35,0933	230	\$1,1362	\$35,2304
187	\$1,0821	\$35,0543	231	\$1,1269	\$35,1991
188	\$1,0712	\$35,0154	232	\$1,1178	\$35,1679
189	\$1,0606	\$34,9766	233	\$1,1088	\$35,1368
190	\$1,0501	\$34,9379	234	\$1,0999	\$35,1058
191	\$1,0397	\$34,8994	235	\$1,0911	\$35,0748
192	\$1,5879	\$36,4674	236	\$1,0824	\$35,0439
193	\$1,5728	\$36,4337	237	\$1,0738	\$35,0130
194	\$1,5580	\$36,4000	238	\$1,0653	\$34,9823
195	\$1,5434	\$36,3664	239	\$1,0569	\$34,9516
196	\$1,5290	\$36,3328	240	\$1,0486	\$34,9209
197	\$1,5148	\$36,2993	241	\$1,0404	\$34,8903
198	\$1,5008	\$36,2659	242	\$1,0323	\$34,8598
199	\$1,4870	\$36,2325	243	\$1,5110	\$36,2819
200	\$1,4733	\$36,1992	244	\$1,4997	\$36,2547
201	\$1,4599	\$36,1660	245	\$1,4884	\$36,2276
202	\$1,4466	\$36,1328	246	\$1,4773	\$36,2006
203	\$1,4335	\$36,0997	247	\$1,4663	\$36,1735
204	\$1,4205	\$36,0666	248	\$1,4554	\$36,1466
205	\$1,4078	\$36,0336	249	\$1,4447	\$36,1196
206	\$1,3952	\$36,0007	250	\$1,4340	\$36,0927
207	\$1,3827	\$35,9678	251	\$1,4235	\$36,0659
208	\$1,3705	\$35,9350	252	\$1,4131	\$36,0391
209	\$1,3584	\$35,9023			
210	\$1,3464	\$35,8696			
211	\$1,3346	\$35,8370			
212	\$1,3229	\$35,8045			
213	\$1,3114	\$35,7720			
214	\$1,3000	\$35,7396			
215	\$1,2888	\$35,7073			
216	\$1,2777	\$35,6750			

Lampiran 4. Harga Opsi *Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial*

<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>
1	\$0	\$39,3789	43	\$1,1296	\$34,9865
2	\$0	\$36,8655	44	\$1,1131	\$35,0107
3	\$3,4397	\$37,0425	45	\$1,0968	\$35,0379
4	\$2,5360	\$35,8596	46	\$1,0806	\$35,0680
5	\$2,0763	\$35,1714	47	\$1,0646	\$35,1006
6	\$1,7760	\$34,8276	48	\$1,2394	\$35,1482
7	\$1,5537	\$34,7113	49	\$1,2365	\$35,1110
8	\$1,3783	\$34,7438	50	\$1,2329	\$35,0775
9	\$1,2349	\$34,8735	51	\$1,2287	\$35,0474
10	\$1,1151	\$35,0667	52	\$1,2240	\$35,0206
11	\$1,0135	\$35,3008	53	\$1,2189	\$34,9970
12	\$1,7343	\$35,9673	54	\$1,2132	\$34,9764
13	\$1,6696	\$35,7098	55	\$1,2072	\$34,9585
14	\$1,6097	\$35,5047	56	\$1,2008	\$34,9434
15	\$1,5531	\$35,3447	57	\$1,1942	\$34,9309
16	\$1,4991	\$35,2236	58	\$1,1872	\$34,9208
17	\$1,4472	\$35,1358	59	\$1,1800	\$34,9131
18	\$1,3975	\$35,0766	60	\$1,1725	\$34,9076
19	\$1,3497	\$35,0419	61	\$1,1649	\$34,9042
20	\$1,3039	\$35,0283	62	\$1,1570	\$34,9028
21	\$1,2599	\$35,0327	63	\$1,1491	\$34,9033
22	\$1,2178	\$35,0526	64	\$1,1410	\$34,9056
23	\$1,1775	\$35,0857	65	\$1,1327	\$34,9097
24	\$1,1389	\$35,1302	66	\$1,1244	\$34,9155
25	\$1,1020	\$35,1844	67	\$1,1160	\$34,9228
26	\$1,0668	\$35,2470	68	\$1,1075	\$34,9316
27	\$1,3737	\$35,3158	69	\$1,0990	\$34,9418
28	\$1,3631	\$35,2350	70	\$1,0905	\$34,9534
29	\$1,3512	\$35,1655	71	\$1,0819	\$34,9662
30	\$1,3382	\$35,1063	72	\$1,0733	\$34,9803
31	\$1,3244	\$35,0567	73	\$1,0646	\$34,9956
32	\$1,3099	\$35,0160	74	\$1,0560	\$35,0120
33	\$1,2947	\$34,9833	75	\$1,1684	\$35,0287
34	\$1,2790	\$34,9582	76	\$1,1674	\$35,0091
35	\$1,2629	\$34,9400	77	\$1,1661	\$34,9909
36	\$1,2466	\$34,9281	78	\$1,1645	\$34,9742
37	\$1,2300	\$34,9222	79	\$1,1626	\$34,9589
38	\$1,2133	\$34,9216	80	\$1,1605	\$34,9450
39	\$1,1966	\$34,9261	81	\$1,1581	\$34,9323
40	\$1,1798	\$34,9352	82	\$1,1555	\$34,9209
41	\$1,1630	\$34,9485	83	\$1,1527	\$34,9107
42	\$1,1463	\$34,9657	84	\$1,1496	\$34,9017

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
85	\$1,1464	\$34,8939	129	\$1,0909	\$34,8400
86	\$1,1430	\$34,8871	130	\$1,0882	\$34,8402
87	\$1,1394	\$34,8814	131	\$1,0855	\$34,8409
88	\$1,1357	\$34,8768	132	\$1,0827	\$34,8420
89	\$1,1319	\$34,8731	133	\$1,0799	\$34,8435
90	\$1,1279	\$34,8704	134	\$1,0770	\$34,8454
91	\$1,1238	\$34,8687	135	\$1,0740	\$34,8478
92	\$1,1195	\$34,8679	136	\$1,0710	\$34,8505
93	\$1,1152	\$34,8679	137	\$1,0680	\$34,8535
94	\$1,1108	\$34,8688	138	\$1,0649	\$34,8570
95	\$1,1062	\$34,8705	139	\$1,0618	\$34,8608
96	\$1,1016	\$34,8730	140	\$1,0587	\$34,8649
97	\$1,0969	\$34,8762	141	\$1,0555	\$34,8694
98	\$1,0922	\$34,8802	142	\$1,0522	\$34,8742
99	\$1,0874	\$34,8850	143	\$1,0490	\$34,8794
100	\$1,0825	\$34,8904	144	\$1,0457	\$34,8848
101	\$1,0775	\$34,8965	145	\$1,0424	\$34,8906
102	\$1,0725	\$34,9032	146	\$1,0391	\$34,8967
103	\$1,0675	\$34,9105	147	\$1,0971	\$34,9026
104	\$1,0625	\$34,9185	148	\$1,0969	\$34,8950
105	\$1,0573	\$34,9271	149	\$1,0967	\$34,8879
106	\$1,0522	\$34,9362	150	\$1,0964	\$34,8811
107	\$1,0470	\$34,9459	151	\$1,0959	\$34,8747
108	\$1,1256	\$34,9561	152	\$1,0954	\$34,8687
109	\$1,1253	\$34,9443	153	\$1,0948	\$34,8630
110	\$1,1247	\$34,9333	154	\$1,0942	\$34,8577
111	\$1,1240	\$34,9230	155	\$1,0934	\$34,8527
112	\$1,1232	\$34,9134	156	\$1,0926	\$34,8481
113	\$1,1222	\$34,9045	157	\$1,0917	\$34,8438
114	\$1,1210	\$34,8961	158	\$1,0907	\$34,8398
115	\$1,1197	\$34,8885	159	\$1,0897	\$34,8362
116	\$1,1183	\$34,8814	160	\$1,0886	\$34,8328
117	\$1,1168	\$34,8750	161	\$1,0874	\$34,8298
118	\$1,1152	\$34,8691	162	\$1,0862	\$34,8271
119	\$1,1134	\$34,8639	163	\$1,0849	\$34,8246
120	\$1,1116	\$34,8591	164	\$1,0836	\$34,8225
121	\$1,1096	\$34,8550	165	\$1,0822	\$34,8206
122	\$1,1076	\$34,8514	166	\$1,0808	\$34,8191
123	\$1,1054	\$34,8483	167	\$1,0793	\$34,8178
124	\$1,1032	\$34,8457	168	\$1,0777	\$34,8168
125	\$1,1009	\$34,8436	169	\$1,0762	\$34,8160
126	\$1,0985	\$34,8420	170	\$1,0745	\$34,8155
127	\$1,0961	\$34,8409	171	\$1,0728	\$34,8153
128	\$1,0935	\$34,8402	172	\$1,0711	\$34,8153

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
173	\$1,0694	\$34,8156	217	\$1,0613	\$34,7949
174	\$1,0676	\$34,8161	218	\$1,0601	\$34,7946
175	\$1,0657	\$34,8169	219	\$1,0590	\$34,7944
176	\$1,0638	\$34,8179	220	\$1,0578	\$34,7943
177	\$1,0619	\$34,8191	221	\$1,0566	\$34,7944
178	\$1,0600	\$34,8206	222	\$1,0554	\$34,7947
179	\$1,0580	\$34,8223	223	\$1,0542	\$34,7951
180	\$1,0560	\$34,8242	224	\$1,0529	\$34,7956
181	\$1,0540	\$34,8263	225	\$1,0516	\$34,7963
182	\$1,0519	\$34,8286	226	\$1,0502	\$34,7971
183	\$1,0498	\$34,8312	227	\$1,0489	\$34,7981
184	\$1,0477	\$34,8339	228	\$1,0475	\$34,7992
185	\$1,0455	\$34,8369	229	\$1,0461	\$34,8005
186	\$1,0434	\$34,8400	230	\$1,0447	\$34,8019
187	\$1,0412	\$34,8434	231	\$1,0433	\$34,8034
188	\$1,0389	\$34,8469	232	\$1,0418	\$34,8050
189	\$1,0367	\$34,8506	233	\$1,0403	\$34,8068
190	\$1,0344	\$34,8545	234	\$1,0389	\$34,8087
191	\$1,0322	\$34,8586	235	\$1,0373	\$34,8107
192	\$1,0768	\$34,8624	236	\$1,0358	\$34,8129
193	\$1,0768	\$34,8573	237	\$1,0343	\$34,8152
194	\$1,0766	\$34,8524	238	\$1,0327	\$34,8176
195	\$1,0765	\$34,8478	239	\$1,0311	\$34,8201
196	\$1,0762	\$34,8433	240	\$1,0295	\$34,8227
197	\$1,0760	\$34,8391	241	\$1,0279	\$34,8255
198	\$1,0756	\$34,8350	242	\$1,0263	\$34,8284
199	\$1,0753	\$34,8312	243	\$1,0617	\$34,8310
200	\$1,0748	\$34,8276	244	\$1,0617	\$34,8273
201	\$1,0744	\$34,8242	245	\$1,0616	\$34,8238
202	\$1,0738	\$34,8210	246	\$1,0615	\$34,8205
203	\$1,0733	\$34,8179	247	\$1,0614	\$34,8172
204	\$1,0727	\$34,8151	248	\$1,0612	\$34,8141
205	\$1,0720	\$34,8125	249	\$1,0611	\$34,8112
206	\$1,0713	\$34,8100	250	\$1,0608	\$34,8084
207	\$1,0706	\$34,8078	251	\$1,0606	\$34,8057
208	\$1,0698	\$34,8057	252	\$1,0603	\$34,8031
209	\$1,0690	\$34,8038			
210	\$1,0682	\$34,8021			
211	\$1,0673	\$34,8006			
212	\$1,0664	\$34,7992			
213	\$1,0654	\$34,7980			
214	\$1,0644	\$34,7970			
215	\$1,0634	\$34,7962			
216	\$1,0623	\$34,7955			

Lampiran 5. Nilai *Error* Harga Opsi *Up-and-out Barrier* Metode Standar Pentanomial terhadap *Black-Scholes*

<i>M</i>	Ops <i>i Call</i>	Ops <i>i Put</i>	<i>M</i>	Ops <i>i Call</i>	Ops <i>i Put</i>
1	1	0,1386	43	0,3203	0,0383
2	1	0,1268	44	0,2656	0,0337
3	7,6146	0,1703	45	0,2141	0,0292
4	4,8315	0,1636	46	0,1656	0,0247
5	3,1901	0,1510	47	0,1199	0,0203
6	2,1471	0,1351	48	1,4162	0,0955
7	1,4455	0,1175	49	1,3306	0,0923
8	0,9519	0,0992	50	1,2494	0,0890
9	0,5920	0,0809	51	1,1722	0,0858
10	0,3219	0,0628	52	1,0989	0,0826
11	0,1141	0,0452	53	1,0291	0,0793
12	3,3199	0,1462	54	0,9627	0,0761
13	2,7998	0,1381	55	0,8994	0,0730
14	2,3665	0,1298	56	0,8390	0,0698
15	2,0019	0,1212	57	0,7814	0,0666
16	1,6925	0,1126	58	0,7264	0,0635
17	1,4276	0,1040	59	0,6739	0,0604
18	1,1993	0,0953	60	0,6236	0,0572
19	1,0012	0,0866	61	0,5756	0,0541
20	0,8282	0,0781	62	0,5295	0,0511
21	0,6762	0,0696	63	0,4855	0,0480
22	0,5421	0,0612	64	0,4432	0,0450
23	0,4232	0,0529	65	0,4027	0,0420
24	0,3172	0,0448	66	0,3638	0,0390
25	0,2224	0,0367	67	0,3265	0,0360
26	0,1373	0,0289	68	0,2907	0,0330
27	2,0078	0,1164	69	0,2562	0,0301
28	1,8276	0,1114	70	0,2231	0,0271
29	1,6628	0,1064	71	0,1913	0,0242
30	1,5117	0,1014	72	0,1606	0,0213
31	1,3728	0,0964	73	0,1311	0,0185
32	1,2449	0,0914	74	0,1026	0,0156
33	1,1268	0,0864	75	1,0862	0,0806
34	1,0176	0,0814	76	1,0375	0,0783
35	0,9164	0,0765	77	0,9906	0,0761
36	0,8225	0,0716	78	0,9452	0,0738
37	0,7352	0,0667	79	0,9012	0,0716
38	0,6538	0,0619	80	0,8588	0,0694
39	0,5780	0,0571	81	0,8177	0,0672
40	0,5071	0,0523	82	0,7779	0,0650
41	0,4408	0,0476	83	0,7393	0,0628
42	0,3786	0,0429	84	0,7020	0,0606

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
85	0,6658	0,0584	129	0,3572	0,0361
86	0,6308	0,0562	130	0,3380	0,0345
87	0,5968	0,0541	131	0,3191	0,0330
88	0,5638	0,0519	132	0,3006	0,0315
89	0,5319	0,0497	133	0,2824	0,0299
90	0,5008	0,0476	134	0,2647	0,0284
91	0,4707	0,0455	135	0,2473	0,0269
92	0,4415	0,0434	136	0,2302	0,0254
93	0,4131	0,0412	137	0,2135	0,0239
94	0,3855	0,0391	138	0,1971	0,0224
95	0,3586	0,0370	139	0,1811	0,0209
96	0,3326	0,0350	140	0,1653	0,0194
97	0,3072	0,0329	141	0,1499	0,0179
98	0,2826	0,0308	142	0,1347	0,0165
99	0,2586	0,0288	143	0,1198	0,0150
100	0,2353	0,0267	144	0,1053	0,0135
101	0,2126	0,0247	145	0,0910	0,0121
102	0,1905	0,0226	146	0,0769	0,0106
103	0,1690	0,0206	147	0,7345	0,0611
104	0,1480	0,0186	148	0,7133	0,0598
105	0,1276	0,0166	149	0,6924	0,0586
106	0,1078	0,0146	150	0,6719	0,0574
107	0,0884	0,0127	151	0,6518	0,0561
108	0,8776	0,0695	152	0,6320	0,0549
109	0,8467	0,0679	153	0,6126	0,0537
110	0,8165	0,0663	154	0,5935	0,0524
111	0,7870	0,0646	155	0,5747	0,0512
112	0,7583	0,0630	156	0,5563	0,0500
113	0,7302	0,0614	157	0,5381	0,0488
114	0,7027	0,0598	158	0,5203	0,0476
115	0,6759	0,0581	159	0,5028	0,0463
116	0,6497	0,0565	160	0,4855	0,0451
117	0,6241	0,0549	161	0,4686	0,0439
118	0,5990	0,0533	162	0,4519	0,0427
119	0,5746	0,0517	163	0,4355	0,0415
120	0,5506	0,0502	164	0,4194	0,0403
121	0,5272	0,0486	165	0,4035	0,0391
122	0,5043	0,0470	166	0,3879	0,0379
123	0,4819	0,0454	167	0,3726	0,0367
124	0,4600	0,0438	168	0,3575	0,0355
125	0,4386	0,0423	169	0,3426	0,0344
126	0,4176	0,0407	170	0,3280	0,0332
127	0,3970	0,0392	171	0,3136	0,0320
128	0,3769	0,0376	172	0,2994	0,0308

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
173	0,2855	0,0297	217	0,3008	0,0306
174	0,2717	0,0285	218	0,2897	0,0297
175	0,2582	0,0273	219	0,2788	0,0287
176	0,2449	0,0262	220	0,2679	0,0278
177	0,2318	0,0250	221	0,2572	0,0269
178	0,2189	0,0238	222	0,2467	0,0260
179	0,2062	0,0227	223	0,2363	0,0251
180	0,1937	0,0215	224	0,2259	0,0241
181	0,1813	0,0204	225	0,2158	0,0232
182	0,1692	0,0193	226	0,2057	0,0223
183	0,1572	0,0181	227	0,1958	0,0214
184	0,1454	0,0170	228	0,1860	0,0205
185	0,1338	0,0158	229	0,1763	0,0196
186	0,1224	0,0147	230	0,1667	0,0187
187	0,1111	0,0136	231	0,1572	0,0178
188	0,1000	0,0125	232	0,1478	0,0169
189	0,0891	0,0113	233	0,1386	0,0160
190	0,0783	0,0102	234	0,1294	0,0151
191	0,0676	0,0091	235	0,1204	0,0142
192	0,6305	0,0544	236	0,1115	0,0133
193	0,6151	0,0535	237	0,1026	0,0124
194	0,5999	0,0525	238	0,0939	0,0115
195	0,5849	0,0515	239	0,0853	0,0106
196	0,5701	0,0505	240	0,0768	0,0097
197	0,5555	0,0496	241	0,0683	0,0088
198	0,5411	0,0486	242	0,0600	0,0080
199	0,5269	0,0476	243	0,5516	0,0491
200	0,5129	0,0467	244	0,5399	0,0483
201	0,4991	0,0457	245	0,5284	0,0475
202	0,4854	0,0448	246	0,5170	0,0467
203	0,4720	0,0438	247	0,5057	0,0459
204	0,4587	0,0429	248	0,4945	0,0452
205	0,4456	0,0419	249	0,4835	0,0444
206	0,4326	0,0409	250	0,4725	0,0436
207	0,4199	0,0400	251	0,4617	0,0428
208	0,4073	0,0390	252	0,4510	0,0421
209	0,3948	0,0381			
210	0,3825	0,0372			
211	0,3704	0,0362			
212	0,3584	0,0353			
213	0,3466	0,0343			
214	0,3350	0,0334			
215	0,3234	0,0325			
216	0,3121	0,0315			

Lampiran 6. Nilai *Error* Harga Opsi *Up-and-out Barrier* Metode *Enhanced Pentanomial* terhadap *Black-Scholes*

<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>
1	1	0,1386	43	0,1600	0,0116
2	1	0,0660	44	0,1430	0,0123
3	2,5320	0,0711	45	0,1262	0,0131
4	1,6041	0,0369	46	0,1096	0,0140
5	1,1320	0,0170	47	0,0932	0,0149
6	0,8237	0,0070	48	0,2727	0,0163
7	0,5954	0,0037	49	0,2697	0,0152
8	0,4153	0,0046	50	0,2660	0,0143
9	0,2681	0,0084	51	0,2617	0,0134
10	0,1451	0,0139	52	0,2569	0,0126
11	0,0407	0,0207	53	0,2516	0,0119
12	0,7808	0,0400	54	0,2458	0,0113
13	0,7144	0,0325	55	0,2396	0,0108
14	0,6529	0,0266	56	0,2331	0,0104
15	0,5948	0,0220	57	0,2262	0,0100
16	0,5393	0,0185	58	0,2191	0,0097
17	0,4861	0,0159	59	0,2116	0,0095
18	0,4350	0,0142	60	0,2040	0,0093
19	0,3860	0,0132	61	0,1961	0,0092
20	0,3389	0,0128	62	0,1881	0,0092
21	0,2938	0,0130	63	0,1799	0,0092
22	0,2505	0,0135	64	0,1716	0,0093
23	0,2091	0,0145	65	0,1631	0,0094
24	0,1695	0,0158	66	0,1546	0,0096
25	0,1316	0,0173	67	0,1460	0,0098
26	0,0954	0,0192	68	0,1373	0,0100
27	0,4106	0,0211	69	0,1285	0,0103
28	0,3997	0,0188	70	0,1197	0,0107
29	0,3875	0,0168	71	0,1109	0,0110
30	0,3742	0,0151	72	0,1021	0,0114
31	0,3600	0,0137	73	0,0932	0,0119
32	0,3450	0,0125	74	0,0844	0,0124
33	0,3294	0,0115	75	0,1998	0,0128
34	0,3133	0,0108	76	0,1988	0,0123
35	0,2969	0,0103	77	0,1974	0,0118
36	0,2801	0,0099	78	0,1958	0,0113
37	0,2631	0,0098	79	0,1939	0,0108
38	0,2459	0,0097	80	0,1917	0,0104
39	0,2287	0,0099	81	0,1892	0,0101
40	0,2114	0,0101	82	0,1865	0,0097
41	0,1942	0,0105	83	0,1836	0,0094
42	0,1770	0,0110	84	0,1805	0,0092

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
85	0,1772	0,0089	129	0,1202	0,0074
86	0,1737	0,0087	130	0,1175	0,0074
87	0,1700	0,0086	131	0,1147	0,0074
88	0,1662	0,0084	132	0,1118	0,0074
89	0,1623	0,0083	133	0,1089	0,0075
90	0,1582	0,0083	134	0,1059	0,0075
91	0,1539	0,0082	135	0,1029	0,0076
92	0,1496	0,0082	136	0,0998	0,0077
93	0,1451	0,0082	137	0,0967	0,0078
94	0,1406	0,0082	138	0,0935	0,0079
95	0,1359	0,0083	139	0,0903	0,0080
96	0,1312	0,0083	140	0,0871	0,0081
97	0,1264	0,0084	141	0,0838	0,0082
98	0,1215	0,0085	142	0,0805	0,0084
99	0,1165	0,0087	143	0,0771	0,0085
100	0,1115	0,0088	144	0,0738	0,0087
101	0,1065	0,0090	145	0,0704	0,0088
102	0,1013	0,0092	146	0,0669	0,0090
103	0,0962	0,0094	147	0,1266	0,0092
104	0,0910	0,0097	148	0,1264	0,0090
105	0,0857	0,0099	149	0,1261	0,0088
106	0,0805	0,0102	150	0,1258	0,0086
107	0,0752	0,0104	151	0,1254	0,0084
108	0,1559	0,0107	152	0,1248	0,0082
109	0,1555	0,0104	153	0,1242	0,0081
110	0,1549	0,0101	154	0,1235	0,0079
111	0,1542	0,0098	155	0,1228	0,0078
112	0,1533	0,0095	156	0,1219	0,0076
113	0,1523	0,0092	157	0,1210	0,0075
114	0,1511	0,0090	158	0,1200	0,0074
115	0,1498	0,0088	159	0,1190	0,0073
116	0,1484	0,0086	160	0,1178	0,0072
117	0,1468	0,0084	161	0,1166	0,0071
118	0,1451	0,0082	162	0,1154	0,0070
119	0,1433	0,0081	163	0,1141	0,0069
120	0,1414	0,0079	164	0,1127	0,0069
121	0,1394	0,0078	165	0,1113	0,0068
122	0,1373	0,0077	166	0,1098	0,0068
123	0,1351	0,0076	167	0,1083	0,0067
124	0,1328	0,0075	168	0,1067	0,0067
125	0,1305	0,0075	169	0,1051	0,0067
126	0,1280	0,0074	170	0,1034	0,0067
127	0,1255	0,0074	171	0,1017	0,0067
128	0,1229	0,0074	172	0,0999	0,0067

<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
173	0,0981	0,0067	217	0,0897	0,0061
174	0,0962	0,0067	218	0,0886	0,0061
175	0,0943	0,0067	219	0,0874	0,0061
176	0,0924	0,0067	220	0,0862	0,0061
177	0,0905	0,0068	221	0,0850	0,0061
178	0,0885	0,0068	222	0,0837	0,0061
179	0,0864	0,0069	223	0,0825	0,0061
180	0,0844	0,0069	224	0,0811	0,0061
181	0,0823	0,0070	225	0,0798	0,0061
182	0,0801	0,0071	226	0,0784	0,0061
183	0,0780	0,0071	227	0,0771	0,0062
184	0,0758	0,0072	228	0,0757	0,0062
185	0,0736	0,0073	229	0,0742	0,0062
186	0,0714	0,0074	230	0,0728	0,0063
187	0,0691	0,0075	231	0,0713	0,0063
188	0,0668	0,0076	232	0,0698	0,0064
189	0,0645	0,0077	233	0,0683	0,0064
190	0,0622	0,0078	234	0,0667	0,0065
191	0,0599	0,0079	235	0,0652	0,0065
192	0,1057	0,0080	236	0,0636	0,0066
193	0,1057	0,0079	237	0,0620	0,0067
194	0,1055	0,0077	238	0,0604	0,0067
195	0,1054	0,0076	239	0,0588	0,0068
196	0,1051	0,0075	240	0,0572	0,0069
197	0,1049	0,0074	241	0,0555	0,0070
198	0,1045	0,0072	242	0,0538	0,0070
199	0,1041	0,0071	243	0,0902	0,0071
200	0,1037	0,0070	244	0,0902	0,0070
201	0,1032	0,0069	245	0,0901	0,0069
202	0,1027	0,0068	246	0,0900	0,0068
203	0,1021	0,0067	247	0,0899	0,0067
204	0,1015	0,0067	248	0,0897	0,0066
205	0,1008	0,0066	249	0,0895	0,0066
206	0,1001	0,0065	250	0,0893	0,0065
207	0,0993	0,0065	251	0,0891	0,0064
208	0,0985	0,0064	252	0,0888	0,0063
209	0,0977	0,0063			
210	0,0968	0,0063			
211	0,0959	0,0062			
212	0,0950	0,0062			
213	0,0940	0,0062			
214	0,0930	0,0061			
215	0,0919	0,0061			
216	0,0909	0,0061			

Lampiran 7. Syntax Code MATLAB untuk Perhitungan Harga Opsi Barrier
Metode Standar dan *Enhanced Pentanomial*

```

clc; clear all;

% Masukkan Data
S0 = 406.35;      % Harga aset awal
K = 410;          % Strike price
B = 467.56;       % Barrier level
r = 0.001;        % Tingkat bunga bebas risiko
T = 1;            % Waktu jatuh tempo
sigma = 0.243;    % Volatilitas
Mw = 1;           % Periode Awal
Mp = 252;         % Periode Akhir
g = 0;            % Dividen

%Tampilan Menu Pilihan dan masukan data pilihan
Style_Choises_Menu = char('      1. Opsi Call','      2. Opsi Put')
Op1 = input('Pilihan Anda = ');
Barrier_Choises_Menu = char('      1. Knock-out','      2. Knock-in')
Op2 = input('Pilihan Anda = ');

% Perhitungan untuk M yang terus bertambah
sizeM = Mp-Mw+1;
value = zeros (sizeM,1);

for M = Mw:Mp

    %Perhitungan parameter Pentanomial
    dt = 1/4 * T / M;
    u = exp(sigma * sqrt(dt));
    d = exp(-sigma * sqrt(dt));
    p = (exp(r * dt) - d) / (u - d);
    q = 1 - p;

    %Peluang Pentanomial
    P1 = p^4;
    P2 = 4*p^3*q;
    P3 = 6*p^2*q^2;
    P4 = 4*p*q^3;
    P5 = q^4;

    %Perhitungan Stock Price (Sji) pada t = i dengan urutan menaik
    untuk setiap t
    %untuk i = 0,1,...,M dan j = 0,1,...,4*j
    Sp=zeros(4*(M+1)-3,M+1);
    for i = M+1 : -1 : 1
        for j = 1 : 4*(i)-3
            Sp(j,i) = S0 * u^(4*i-3-j) * d^(j-1);
        end
    end

    %Perhitungan Option Value pada t = 0,1,...,M (Vji) untuk j =
    0,1,...,4*i
    V=zeros(4*(M+1)-3,M+1);
    EV=zeros(4*(M+1)-3,M+1);

```

```

if Op1 == 1 % European Call Options
    for j = 1 : 4*(M+1)-3
        V(j,M+1) = max(Sp(j,M+1)-K,0);
        if and(B<=S0,Sp(j,M+1)<=B) %Down-out call
            V(j,M+1)=0;
        elseif and(B>=S0,Sp(j,M+1)>=B) %Up-out call
            V(j,M+1)=0;
        end
    end
    for i = M : -1 : 1
        for j = 1 : 4*(i)-3
            V(j,i) = exp(-4*r * dt) * (P1 * V(j, i+1) + P2 *
V(j+1, i+1) + P3 * V(j+2, i+1) + P4 * V(j+3, i+1)+ P5 * V(j+4, i+1));
            if and(B<=S0,Sp(j,i)<=B) %Down-out call
                V(j,i)=0;
            elseif and(B>=S0,Sp(j,i)>=B) %Up-out call
                V(j,i)=0;
            end
        end
    end
elseif Op1 == 2 % European Put Options
    for j = 1 : 4*(M+1)-3
        V(j,M+1) = max(K-Sp(j,M+1),0);
        if and(B<=S0,Sp(j,M+1)<=B) %Down-out call
            V(j,M+1)=0;
        elseif and(B>=S0,Sp(j,M+1)>=B) %Up-out call
            V(j,M+1)=0;
        end
    end
    for i = M : -1 : 1
        for j = 1 : 4*(i)-3
            V(j,i) = exp(-4*r * dt) * (P1 * V(j, i+1) + P2 *
V(j+1, i+1) + P3 * V(j+2, i+1) + P4 * V(j+3, i+1)+ P5 * V(j+4, i+1));
            if and(B<=S0,Sp(j,i)<=B) %Down-out put
                V(j,i)=0;
            elseif and(B>=S0,Sp(j,i)>=B) %Up-out put
                V(j,i)=0;
            end
        end
    end
end

% Option Valuation dengan Enhanced Numerical
if B<=S0
    for i = M:-1:1
        for j = 2:4*(i)-3
            if and(Sp(j-1,i)>=B,Sp(j,i)<B)
                EV(j-1,i)=(Sp(j-1,i)-B)/(Sp(j-1,i)-
Sp(j,i))*V(j-1,i)
            end
        end
    end
else
    for i = M:-1:1
        for j = 1:4*(i)-3
            if and(Sp(j,i)>=B,Sp(j+1,i)<B)

```

```

EV(j+1,i)=(B-Sp(j+1,i))/(Sp(j,i)-
Sp(j+1,i))*V(j+1,i);
    end
    end
    end
    end
    for i=M+1:-1:1
        for j=1:4*(i)-3
            if EV(j,i)==0
                EV(j,i)=V(j,i);
            else
                EV(j,i)=EV(j,i);
            end
        end
    end
    if B<S0
        for i=M:-1:1
            for j=4*(i)-3:-1:1
                if Sp(j,i)>B
                    if EV(j,i)==V(j,i)
                        EV(j,i)= exp(-4*r * dt) * (P1 * EV(j, i+1) +
P2 * EV(j+1, i+1) + P3 * EV(j+2, i+1) + P4 * EV(j+3, i+1)+ P5 *
EV(j+4, i+1));
                    end
                end
            end
        end
    elseif B>S0
        for i=M:-1:1
            for j=4*(i)-3:-1:1
                if Sp(j,i)<B
                    if EV(j,i)==V(j,i)
                        EV(j,i)= exp(-4*r * dt) * (P1 * EV(j, i+1) +
P2 * EV(j+1, i+1) + P3 * EV(j+2, i+1) + P4 * EV(j+3, i+1)+ P5 *
EV(j+4, i+1));
                    end
                end
            end
        end
    end
    x = 1+M-Mw;
    if Op2==1
        value(x) = V(1,1);
        Evalue(x) = EV(1,1);
    elseif Op2==2
        if Op1==1
            value(x) = C - V(1,1);
            Evalue(x) = C - EV(1,1);
        elseif Op1==2
            value(x) = P - V(1,1);
            Evalue(x) = P - EV(1,1);
        end
    end
end

% Perhitungan Nilai Barrier Option secara analitik (Black-Scholes)
sT = sigma*sqrt(T);m=(r-g)/(sigma^2)+0.5;

```

```

kS = exp(-g*T); kK = exp(-r*T);
d1 = (log(S0/K) + (r-g + 0.5*sigma^2)*T)/sT;
x1=log(S0/B)/sT+(m*sT);
y=log(B^2/(S0*K))/sT+m*sT;
y1=log(B/S0)/sT+m*sT;

if B > K
    if B <= S0
        if Op1==1
            if Op2==1 % Down-and-out call
                Ny1=0.5*(1+erf(y1/sqrt(2)));Ny11=0.5*(1+erf((y1-
sT)/sqrt(2)));
                Nx1=0.5*(1+erf(x1/sqrt(2)));Nx11=0.5*(1+erf((x1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = S0*kS*(Nx1-(B/S0)^(2*m)*Ny1)+K*kK*((B/S0)^(2*m-
2)*Ny11-Nx11);
            else % Down-and-in call
                Nd1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));Nd11=0.5*(1+erf((d1-
sT)/sqrt(2)));
                Ny1=0.5*(1+erf(y1/sqrt(2)));Ny11=0.5*(1+erf((y1-
sT)/sqrt(2)));
                Nx1=0.5*(1+erf(x1/sqrt(2)));Nx11=0.5*(1+erf((x1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = (S0*kS*Nd1-K*kK*Nd11)-(S0*kS*(Nx1-
(B/S0)^(2*m)*Ny1)+K*kK*((B/S0)^(2*m-2)*Ny11-Nx11));
            end
        else
            if Op2==1 % Down-and-out put
                RR = 0;
            else % Down-and-in put
                Nd2=0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2)));Nd21=0.5*(1+erf((-sT-
d1)/sqrt(2)));
                RR = K*kK*Nd21-S0*kS*Nd2;
            end
        end
    else
        if Op1==1
            if Op2==1 % Up-and-out call
                Nd1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));Nd11=0.5*(1+erf((d1-
sT)/sqrt(2)));
                Ny0=0.5*(1+erf(-y/sqrt(2)));Ny01=0.5*(1+erf(-
y1/sqrt(2)));
                Ny0b=0.5*(1+erf((-y+sT)/sqrt(2)));Ny01b=0.5*(1+erf((-
y1+sT)/sqrt(2)));
                Nx1=0.5*(1+erf(x1/sqrt(2)));Nx1b=0.5*(1+erf((x1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = (S0*kS*Nd1-K*kK*Nd11)-(S0*kS*(Nx1-
(B/S0)^(2*m)*(Ny0-Ny01))+K*kK*((B/S0)^(2*m-2)*(Ny0b-Ny01b)-Nx1b));
            else % Up-and-in call
                Ny0=0.5*(1+erf(-y/sqrt(2)));Ny01=0.5*(1+erf(-
y1/sqrt(2)));
                Ny0b=0.5*(1+erf((-y+sT)/sqrt(2)));Ny01b=0.5*(1+erf((-
y1+sT)/sqrt(2)));
                Nx1=0.5*(1+erf(x1/sqrt(2)));Nx1b=0.5*(1+erf((x1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = S0*kS*(Nx1-(B/S0)^(2*m)*(Ny0-
Ny01))+K*kK*((B/S0)^(2*m-2)*(Ny0b-Ny01b)-Nx1b);
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    else
        if Op2==1 % Up-and-out put
            Nd2=0.5*(1+erf((-d1/sqrt(2))));Nd21=0.5*(1+erf((sT-
d1)/sqrt(2)));
            Ny0b=0.5*(1+erf((-y+sT)/sqrt(2)));Ny0=0.5*(1+erf(-
y/sqrt(2)));
            RR = (K*kK*Nd21-S0*kS*Nd2)-(K*kK*(B/S0)^(2*m-2)*Ny0b-
S0*kS*(B/S0)^(2*m)*Ny0);
        else % Up-and-in put
            Ny0b=0.5*(1+erf((-y+sT)/sqrt(2)));Ny0=0.5*(1+erf(-
y/sqrt(2)));
            RR = K*kK*(B/S0)^(2*m-2)*Ny0b-S0*kS*(B/S0)^(2*m)*Ny0;
        end
    end
end
else
    if B <= S0
        if Op1==1
            if Op2==1 % Down-and-out call
                Nd1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));Nd11=0.5*(1+erf((d1-
sT)/sqrt(2)));
                Ny=0.5*(1+erf(y/sqrt(2)));Nyb=0.5*(1+erf((y-
sT)/sqrt(2)));
                RR = (S0*kS*Nd1-K*kK*Nd11)-((B/S0)^(2*m)*S0*kS*Ny-
(B/S0)^(2*m-2)*K*kK*Nyb);
            else % Down-and-in call
                Ny=0.5*(1+erf(y/sqrt(2)));Nyb=0.5*(1+erf((y-
sT)/sqrt(2)));
                RR = (B/S0)^(2*m)*S0*kS*Ny-(B/S0)^(2*m-2)*K*kK*Nyb;
            end
        else
            if Op2==1 % Down-and-out put
                Nd2=0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2)));Nd21=0.5*(1+erf((sT-
d1)/sqrt(2)));
                Ny=0.5*(1+erf(y/sqrt(2)));Ny1=0.5*(1+erf(y1/sqrt(2)));
                Nx10=0.5*(1+erf(-x1/sqrt(2)));Nx10b=0.5*(1+erf((-
x1+sT)/sqrt(2)));
                Nyb=0.5*(1+erf((y-sT)/sqrt(2)));Ny1b=0.5*(1+erf((y1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = (K*kK*Nd21-S0*kS*Nd2)-(S0*kS*((B/S0)^(2*m)*(Ny-
Ny1)-Nx10)+K*kK*(Nx10b-(B/S0)^(2*m-2)*(Nyb-Ny1b)));
            else % Down-and-in put
                Ny=0.5*(1+erf(y/sqrt(2)));Ny1=0.5*(1+erf(y1/sqrt(2)));
                Nx10=0.5*(1+erf(-x1/sqrt(2)));Nx10b=0.5*(1+erf((-
x1+sT)/sqrt(2)));
                Nyb=0.5*(1+erf((y-sT)/sqrt(2)));Ny1b=0.5*(1+erf((y1-
sT)/sqrt(2)));
                RR = S0*kS*((B/S0)^(2*m)*(Ny-Ny1)-Nx10)+K*kK*(Nx10b-
(B/S0)^(2*m-2)*(Nyb-Ny1b));
            end
        end
    else
        if Op1==1
            if Op2==1
                RR = 0; % Up-and-out call
            end
        end
    end
end

```

```

else % Up-and-in call
    Nd1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));Nd11=0.5*(1+erf((d1-
sT)/sqrt(2)));
    RR = S0*kS*Nd1-K*kK*Nd11;
end
else
    if Op2==1 % Up-and-out put
        Ny10=0.5*(1+erf(-y1/sqrt(2)));Nx10=0.5*(1+erf(-
x1/sqrt(2)));
        Nx10b=0.5*(1+erf((-
x1+sT)/sqrt(2)));Ny10b=0.5*(1+erf((-y1+sT)/sqrt(2)));
        RR = S0*kS*((B/S0)^(2*m)*Ny10-Nx10)+K*kK*(Nx10b-
(B/S0)^(2*m-2)*Ny10b);
    else % Up-and-in put
        Nd2=0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2)));Nd21=0.5*(1+erf((sT-
d1)/sqrt(2)));
        Ny10=0.5*(1+erf(-y1/sqrt(2)));Nx10=0.5*(1+erf(-
x1/sqrt(2)));
        Nx10b=0.5*(1+erf((-
x1+sT)/sqrt(2)));Ny10b=0.5*(1+erf((-y1+sT)/sqrt(2)));
        RR = (K*kK*Nd21-S0*kS*Nd2)-(S0*kS*((B/S0)^(2*m)*Ny10-
Nx10)+K*kK*(Nx10b-(B/S0)^(2*m-2)*Ny10b));
    end
end
end
end

%Perhitungan nilai Error
error = (abs(ARR-value))/abs(ARR);
Error = (abs(ARR-Evalue))/abs(ARR);

if B < S0
    if Op2 == 1
        if Op1==1
            disp('Harga Opsi Call Down-and-out Barrier');
            disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
            disp('Solusi numerik :')
            disp('    M    Nonenhanced    Enhanced    NonError
EnhError')
            disp([axis value Evalue' error Error])
        elseif Op1 == 2
            disp('Harga Opsi Put Down-and-out Barrier');
            disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
            disp('Solusi numerik :')
            disp('    M    Nonenhanced    Enhanced    NonError
EnhError')
            disp([axis value Evalue' error Error])
        end
    elseif Op2 ==2
        if Op1==1
            disp('Harga Opsi Call Down-and-in Barrier');
            disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
            disp('Solusi numerik :')
            disp('    M    Nonenhanced    Enhanced    NonError
EnhError')
            disp([axis value Evalue' error Error])
        elseif Op1 == 2

```

```

disp('Harga Opsi Put Down-and-in Barrier');
disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
disp('Solusi numerik :')
disp('      M      Nonenhanced      Enhanced      NonError
EnhError')
disp([axis value Evalue' error Eerror])
end
else
if Op2 == 1
if Op1==1
disp('Harga Opsi Call Up-and-out Barrier');
disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
disp('Solusi numerik :')
disp('      M      Nonenhanced      Enhanced      NonError
EnhError')
disp([axis value Evalue' error Eerror])
elseif Op1 == 2
disp('Harga Opsi Put Up-and-out Barrier');
disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
disp('Solusi numerik :')
disp('      M      Nonenhanced      Enhanced      NonError
EnhError')
disp([axis value Evalue' error Eerror])
end
elseif Op2 ==2
if Op1==1
disp('Harga Opsi Call Up-and-in Barrier');
disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
disp('Solusi numerik :')
disp('      M      Nonenhanced      Enhanced      NonError
EnhError')
elseif Op1 == 2
disp('Harga Opsi Put Up-and-in Barrier');
disp('Solusi analitik Black-Scholes = ');disp(analitik)
disp('Solusi numerik :')
disp('      M      Nonenhanced      Enhanced      NonError
EnhError')
disp([axis value Evalue' error Eerror])
end
end
end

figure(1);plot(axis,value,'r',axis,Evalue,'b',axis,ARR,'g')
title('Perbandingan Konvergensi Harga Opsi')
legend('Standar Pentanomial','Enhanced Pentanomial','Black-
Scholes')
xlabel('Banyaknya Partisi')
ylabel('Harga Opsi')
grid on
figure(2);plot(axis,error,'r',axis,Eerror,'b')
title('Perbandingan Pergerakan Error terhadap Black-Scholes')
legend('Standar Pentanomial','Enhanced Pentanomial')
xlabel('Banyaknya Partisi')
ylabel('Galat Relatif')
grid on
figure(3);plot(axis,value,'r')
title('Konvergensi Harga Opsi Metode Standar Pentanomial')
legend('Standar Pentanomial')

```

```

xlabel('Partisi')
ylabel('Harga Opsi')
grid on
figure(4);plot(axis,Evalue')
title('Konvergensi Harga Opsi Metode Enhanced Pentanomial')
legend('Enhanced Pentanomial')
xlabel('Partisi')
ylabel('Harga Opsi')
grid on
figure(7);plot(axis,error,'r')
title('Pergerakan Error Metode Standar Pentanomial terhadap Black-
Scholes')
legend('Standar Pentanomial')
xlabel('Banyaknya Partisi')
ylabel('Galat Relatif')
grid on
figure(8);plot(axis,Eerror,'b')
title('Pergerakan Error Metode Enhanced Pentanomial terhadap
Black-Scholes')
legend('Enhanced Pentanomial')
xlabel('Banyaknya Partisi')
ylabel('Galat Relatif')
grid on

```

RIWAYAT HIDUP



Wildan Hidayat, atau akrab disapa dengan Wildan lahir di Pasuruan, 1 Januari 2003. Penulis merupakan anak bungsu dari Alm. Bapak M. Machin dan Ibu Suparni serta adik dari kakak-kakak Makhidah Susanti, Ulul Azmi, dan Mochamad Dzulkifli. Penulis memulai pendidikan di TK Dharma Wanita Persatuan XI Winongan Kidul yang lulus pada tahun 2008. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan di SDN Winongan Lor I dan lulus pada tahun 2014. Pendidikan jenjang sekolah menengah pertama, penulis tempuh di SMPN 1 Winongan yang lulus pada tahun 2017. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan di SMAN 1 Gondangwetan dan lulus pada tahun 2020. Kemudian, penulis melanjutkan pendidikan Strata 1 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi, penulis aktif mengikuti beberapa kegiatan. Penulis bergabung dalam organisasi HMPS “Integral” Matematika Tahun 2022 sebagai anggota Divisi Kematematikaan dan terpilih menjadi Ketua Pelaksana KOMET XXII. Pada tahun yang sama, penulis juga bergabung dalam *Teamwork* Komunitas SeMatA (Serambi Matematika Aktif) sebagai Anggota Divisi Keilmuan sekaligus menjadi Mentor Akademik dalam FGD (*Forum Group Discussion*). Pada tahun selanjutnya, penulis diamanahkan untuk menjadi Ketua Divisi Kematematikaan dalam HMPS “Integral” Matematika Tahun 2023. Pada tahun yang sama, penulis juga diamanahkan untuk menjadi Ketua Umum Komunitas SeMatA periode 2023-2024. Selain aktif organisasi, penulis juga

aktif dalam kegiatan akademik. Penulis berpartisipasi sebagai Asisten Laboratorium Praktikum Statistika Elementer pada tahun 2023. Selain itu, penulis juga aktif dalam beberapa perlombaan. Beberapa di antaranya yaitu OASE (Olimpiade Agama dan Riset) PTKI II se-Indonesia bidang Olimpiade Matematika sebagai peraih *Gold Medal*, serta Lomba Makalah dan Poster Kalkulus KAMINDO sebagai pemenang kategori perak. Selanjutnya, penulis juga berpartisipasi sebagai peserta Riset Kompetitif Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi dan menjadi salah satu *presenter* dalam *International Conference on Green Technology* (ICGT) 2024. Selain itu, penulis juga merupakan *Awardee* Beasiswa Bank Indonesia dan tergabung dalam GenBI (Generasi Baru Indonesia) Malang sebagai SekCO Divisi Pendidikan Komisariat UIN Malang periode 2024-2025.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Wildan Hidayat
NIM : 210601110072
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Aproksimasi Numerik Metode Standar dan *Enhanced*
Pentanomial pada Perhitungan Harga Opsi *Barrier* Tipe
Eropa
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Abdussakir, M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	10 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	15 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	17 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	17 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	22 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab II	5.
6.	29 Oktober 2024	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	31 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab II	7.
8.	6 November 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	7 November 2024	ACC Seminar Proposal	9.
10.	15 Januari 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	30 Januari 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	11.
12.	6 Februari 2025	Konsultasi Bab IV	12.
13.	12 Februari 2025	Konsultasi Bab IV	13.
14.	20 Februari 2025	Konsultasi Bab IV dan V	14.
15.	7 Maret 2025	ACC Bab IV dan V	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	8 Maret 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	16.
17.	12 Maret 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	17.
18.	13 Maret 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	18.
19.	13 Maret 2025	ACC Seminar Hasil	19.
20.	2 Mei 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	20.
21.	6 Mei 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	21.
22.	14 Mei 2025	ACC Sidang Skripsi	22.
23.	5 Juni 2025	ACC Keseluruhan	23.

Malang, 5 Juni 2025

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005