

**PERHITUNGAN HARGA *ASIAN OPTION* MENGGUNAKAN
TEKNIK *ANTITHETIC VARIATE* MONTE CARLO**

SKRIPSI

**OLEH
LUTHFIA AZZAHRA FAJRIATI
NIM. 210601110056**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**PERHITUNGAN HARGA *ASIAN OPTION* MENGGUNAKAN
TEKNIK *ANTITHETIC VARIATE* MONTE CARLO**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
LUTHFIA AZZAHRA FAJRIATI
NIM. 210601110056**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2025**

**PERHITUNGAN HARGA *ASIAN OPTION* MENGGUNAKAN
TEKNIK *ANTITHETIC VARIATE* MONTE CARLO**

SKRIPSI

Oleh
Luthfia Azzahra Fajriati
NIM. 210601110056

Telah Disetujui untuk Diuji

Malang, 16 Mei 2025

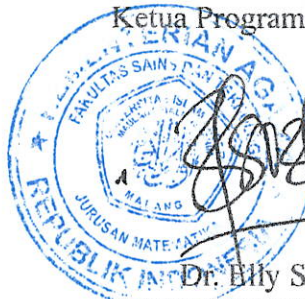
Dosen Pembimbing I


Abdul Aziz, M.Si.
NIP. 19760318 200604 1 002

Dosen Pembimbing II


Dr. Abdussakir, M.Pd.
NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

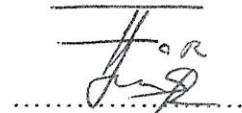
PERHITUNGAN HARGA *ASIAN OPTION* MENGGUNAKAN TEKNIK *ANTITHETIC VARIATE* MONTE CARLO

SKRIPSI

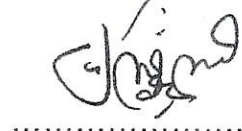
Oleh
Luthfia Azzahra Fajriati
NIM. 210601110056

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 23 Mei 2025

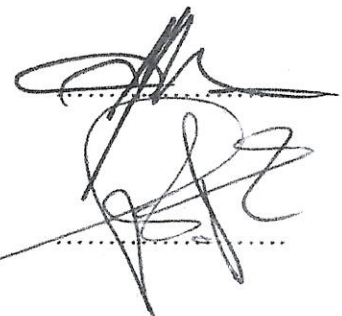
Ketua Penguji : Dr. Fachrur Rozi, M.Si.



Anggota Penguji 1 : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si.

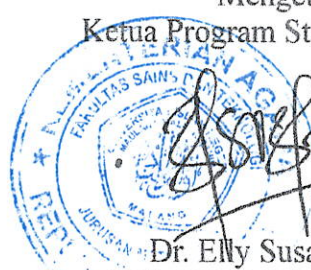


Anggota Penguji 2 : Abdul Aziz, M.Si.



Anggota Penguji 3 : Dr. Abdussakir, M.Pd.

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Luthfia Azzahra Fajriati
NIM : 210601110056
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik
Antithetic Variate Monte Carlo

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 23 Mei 2025
Yang membuat pernyataan,



Luthfia Azzahra Fajriati
NIM. 210601110056

MOTO

“Buang semua ketakutan besar yang menghuni pikiranmu

Jalani saja, nanti perlahan sampai

Berdoa saja, nanti semesta kabulkan

Berjuang saja, nanti juga berhasil”

- Astronotes

PERSEMBAHAN

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan kasih sayang, kekuatan, dan kemudahan yang telah diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Dengan segenap cinta dan ketulusan, skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Almarhum ayah tercinta, Muchamad Rojak, yang cintanya tak pernah padam meski raganya telah tiada. Terima kasih atas jejak kasih, perjuangan dan nilai hidup yang telah diwariskan kepada penulis. Dalam setiap langkah penulis, percayalah akan selalu penulis semat dalam doa. Semoga perjuangan penulis dapat menjadi pahala yang terus mengalir di keabadian untuk ayah tercinta.

Kepada ibunda tersayang, kakak, adik, dan seluruh keluarga "Katno Family". Untuk setiap doa yang diam-diam dipanjatkan dan setiap pelukan hangat yang menjadi tempat pulang. Terima kasih telah menjadi rumah yang tak pernah pergi, tempat di mana semangat penulis tumbuh dan kembali. Terima kasih atas doa, kasih sayang dan cinta yang terus membersamai. Di balik setiap keberhasilan ini, pasti selalu ada dukungan yang tidak pernah berhenti dari segala sisi.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pada penyusunan skripsi ini, penulis mendapatkan banyak bimbingan, bantuan, dukungan, dan masukan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A. selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si. selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc. selaku ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan berbagai pengetahuan, nasihat, motivasi dan arahan selama proses penyusunan skripsi ini.
5. Dr. Abdussakir, M.Pd. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan arahan dan masukan yang sangat bermanfaat pada penulisan skripsi ini.
6. Dr. Fachrur Rozi, M.Si. selaku ketua penguji pada ujian skripsi yang telah memberikan arahan, nasihat, dan saran yang bermanfaat kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si. selaku anggota penguji I pada ujian skripsi yang telah memberikan bimbingan, nasihat, dan saran yang bermanfaat kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
8. Seluruh dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah mendidik dan membimbing penulis selama masa perkuliahan.

9. Ayahanda (Alm) Muchamad Rojak tercinta yang tentunya sudah tenang di alam sana, yang selalu berjuang untuk kehidupan penulis semasa hidup hingga terasa sampai saat ini, walaupun tidak sempat merasakan penulis dalam meraih gelar sarjana.
10. Ibunda Sri Suwarni tercinta, Abang Agung, Adik Muthia, dan “Katno Family” tersayang yang selalu mendoakan, memberikan semangat, dukungan dengan ikhlas secara moril maupun materil serta menjadi sumber inspirasi dan kekuatan penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
11. Sahabat penulis, Lorensa, Yusma, “Vrull”, dan “Aktuaria 2021” yang telah kebersamai penulis, memberikan motivasi, serta dukungan kepada penulis yang sangat berarti.
12. Seluruh teman-teman TEOREMA Program Studi Matematika Angkatan 2021 yang senantiasa memberikan semangat kepada penulis.

Semoga Allah SWT memberikan balasan atas segala bantuan dan kebaikan yang telah diberikan kepada penulis. Penulis berharap dapat memberikan manfaat bagi pembaca serta menjadi referensi untuk penelitian lanjutan.

Malang, 23 Mei 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
مستخلص البحث.....	xix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	7
1.3 Tujuan Penelitian.....	8
1.4 Manfaat Penelitian.....	8
1.5 Batasan Masalah.....	9
1.6 Definsi Istilah	10
BAB II KAJIAN TEORI	12
2.1 Teori Pendukung	12
2.1.1 Investasi.....	12
2.1.2 Saham	12
2.1.3 Opsi	13
2.1.4 <i>Asian Option</i>	18
2.1.5 Distribusi Normal	20
2.1.6 Proses Stokastik pada Harga Saham.....	22
2.1.7 Simulasi Monte Carlo Standar	24
2.1.8 Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo.....	27
2.1.9 Metode <i>Black-Scholes</i>	28
2.1.10 Galat	30
2.2 Investasi Menurut Pandangan Islam	32
2.3 Kajian Penelitian dengan Teori Pendukung	33
BAB III METODE PENELITIAN	37
3.1 Jenis Penelitian.....	37
3.2 Data dan Sumber Data.....	37
3.3 Tahapan Penelitian	37
3.4 Diagram Alir Penelitian.....	40
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	42
4.1 Konsep Teoritis Perhitungan Harga <i>Asian Option</i> Menggunakan	

Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo	42
4.2 Implementasi Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo pada Perhitungan Harga <i>Asian Option</i> terhadap Data Harga Saham MSFT	46
4.2.1 Deskripsi Data	46
4.2.2 Perhitungan Harga Opsi <i>Call</i> dan Opsi <i>Put</i> untuk <i>Asian Option</i> Menggunakan Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo.....	51
4.3 Akurasi Perhitungan Harga <i>Asian Option</i> Menggunakan Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo	63
4.4 Integrasi Investasi dalam Islam	74
BAB V PENUTUP	77
5.1 Kesimpulan.....	77
5.2 Saran.....	78
DAFTAR RUJUKAN.....	79
LAMPIRAN.....	82
RIWAYAT HIDUP.....	114

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Kategori Nilai MAPE.....	32
Tabel 4.1	Parameter Perhitungan Harga <i>Asian Option</i>	51
Tabel 4.2	Harga <i>Asian Option</i> Menggunakan Metode <i>Black-Scholes</i>	65
Tabel 4.3	Nilai MAPE Harga Opsi <i>Call</i> dan Opsi <i>Put</i> untuk <i>Asian Option</i> Menggunakan Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo.....	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	41
Gambar 4.1	Grafik Pergerakan Harga Saham Penutupan Harian MSFT	47
Gambar 4.2	Pergerakan Dua Jalur Harga Saham untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama	54
Gambar 4.3	Grafik Pergerakan Dua Jalur Harga Saham untuk $M = 500$	55
Gambar 4.4	Grafik Harga Opsi <i>Call</i> Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo	61
Gambar 4.5	Grafik Harga Opsi <i>Put</i> Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo..	62
Gambar 4.6	Grafik Perbandingan Harga Opsi <i>Call</i> Teknik <i>Antithetic</i> <i>Variate</i> Monte Carlo terhadap <i>Black-Scholes</i>	65
Gambar 4.7	Grafik Perbandingan Harga Opsi <i>Put</i> Teknik <i>Antithetic</i> <i>Variate</i> Monte Carlo terhadap <i>Black-Scholes</i>	67
Gambar 4.8	Grafik Pergerakan Persentase Galat Relatif Opsi <i>Call</i>	69
Gambar 4.9	Grafik Pergerakan Persentase Galat Relatif Opsi <i>Put</i>	71

DAFTAR SIMBOL

R_y	: <i>Return</i> saham pada waktu ke- y
S_y	: Harga saham ke- y
$S_{(y-1)}$	: Harga saham ke- $y - 1$
y	: Indeks waktu untuk <i>return</i> saham, dengan $y = 1, 2, 3, \dots, m - 1$
m	: Banyak data
$\bar{R}$	: Rata-rata <i>return</i> saham (<i>expected return</i>)
s	: Standar deviasi <i>return</i> saham
σ	: Volatilitas harga saham
τ	: Panjang jangka interval waktu perdagangan saham dalam satu tahun
C	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i>
P	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i>
S_T	: Harga saham pada waktu ke- T
K	: <i>Strike price</i>
T	: Waktu jatuh tempo
$\bar{S}_T$	: Rata-rata harga saham selama jatuh tempo
$S(t_j)$	: Harga saham pada waktu ke- t_j
j	: Indeks waktu untuk harga saham, dengan $j = 1, 2, 3, \dots, N$
N	: Banyak partisi
V_{CA}	: Harga opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i>
V_{PA}	: Harga opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i>
r	: <i>Risk-free rate</i>
C_A	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i>
P_A	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i>
x	: Peubah acak kontinu
μ	: Rata-rata
$\bar{\sigma}^2$	: Variansi
S	: Harga saham
γ	: Tingkat pengembalian yang diharapkan (<i>expected return</i>)
dt	: Periode waktu
dz	: Variabel stokastik yang mempresentasikan perubahan stokastik pada harga saham
S_0	: Harga saham awal
Y	: Variabel acak berdistribusi normal standar
$S(t_{j-1})$	: Harga saham pada waktu t_{j-1}
Δt	: Interval waktu
Y_j	: Variabel acak yang berdistribusi normal standar pada setiap waktu ke- j
V_{CAM}	: Harga opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> Monte Carlo
V_{PAM}	: Harga opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> Monte Carlo
C_{A_i}	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i
P_{A_i}	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i

i	: Indeks urutan percobaan simulasi Monte Carlo, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, M$
M	: Banyak percobaan simulasi Monte Carlo yang dilakukan
V_{CAV}	: Harga opsi <i>call</i> dengan teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo
V_{PAV}	: Harga opsi <i>put</i> dengan teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo
V_i	: Nilai <i>payoff</i> opsi dari simulasi ke- i dengan bilangan acak Y_j
$\hat{V}_i$	: Nilai <i>payoff</i> opsi dari simulasi ke- i dengan bilangan acak $-Y_j$
V_{CABS}	: Harga opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> metode <i>Black-Scholes</i>
V_{PABS}	: Harga opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> metode <i>Black-Scholes</i>
$N(\hat{d}_1)$	: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $\hat{d}_1$
$N(\hat{d}_2)$	: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $\hat{d}_2$
$N(-\hat{d}_1)$	: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $-\hat{d}_1$
$N(-\hat{d}_2)$	: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $-\hat{d}_2$
ϵ_{C_k}	: Galat relatif untuk harga opsi <i>call</i> ke- k
ϵ_{P_k}	: Galat relatif untuk harga opsi <i>put</i> ke- k
$\% \epsilon_{C_k}$	: Persentase galat relatif untuk harga opsi <i>call</i> ke- k
$\% \epsilon_{P_k}$	: Persentase galat relatif untuk harga opsi <i>put</i> ke- k
k	: Indeks harga opsi, dengan $k = 1, 2, 3, \dots, n$
n	: Banyak harga opsi yang dihasilkan
$S(t_j)^+$	: Pergerakan harga saham jalur pertama dengan bilangan acak Y_j
$S(t_{j-1})^+$	: Harga saham jalur pertama pada waktu t_{j-1}
$S(t_j)^-$	: Pergerakan harga saham jalur kedua dengan bilangan acak $-Y_j$
$S(t_{j-1})^-$	: Harga saham jalur kedua pada waktu t_{j-1}
$\bar{S}_T^+$	: Rata-rata harga saham untuk jalur pertama
$\bar{S}_T^-$	: Rata-rata harga saham untuk jalur kedua
C_A^+	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> untuk jalur pertama
C_A^-	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> untuk jalur kedua
P_A^+	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> untuk jalur pertama
P_A^-	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> untuk jalur kedua
V_{CAAV}	: Harga <i>call Asian Option</i> dengan teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo
V_{PAAV}	: Harga <i>put Asian Option</i> dengan teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo
$C_{A_i}^+$	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i pada jalur pertama
$C_{A_i}^-$	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>call</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i pada jalur kedua
$P_{A_i}^+$	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i pada jalur pertama
$P_{A_i}^-$	: Nilai <i>payoff</i> opsi <i>put</i> pada <i>Asian Option</i> untuk simulasi ke- i pada jalur kedua

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Data Harga Saham Penutupan Microsoft Corporation (MSFT).....	82
Lampiran 2.	<i>Output</i> Perhitungan <i>Return</i> Saham Microsoft Corporation (MSFT).....	89
Lampiran 3.	Hasil Pembangkitan Bilangan Acak Berdistribusi Normal Standar untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama.....	93
Lampiran 4.	Hasil Perhitungan Harga Saham Pada Jalur Pertama untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama	95
Lampiran 5.	Hasil Perhitungan Harga Saham Pada Jalur Kedua untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama	97
Lampiran 6.	Rata-rata Harga Saham Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$	99
Lampiran 7.	Nilai <i>Payoff</i> untuk Opsi <i>Call</i> Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$	101
Lampiran 8.	Nilai <i>Payoff</i> untuk Opsi <i>Put</i> Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$	103
Lampiran 9.	Harga Opsi <i>Call</i> dan Opsi <i>Put</i> untuk <i>Asian Option</i>	105
Lampiran 10.	Persentase Galat Relatif Harga Opsi <i>Call</i> dan Opsi <i>Put</i>	108
Lampiran 11.	<i>Syntac Code Python</i> untuk Harga <i>Asian Option</i> Teknik <i>Antithetic Variate</i> Monte Carlo.....	111

ABSTRAK

Fajriati, Luthfia Azzahra. 2025. **Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik *Antithetic Variate Monte Carlo***. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata Kunci: *Asian Option*, *Antithetic Variate*, *Black-Scholes*, Opsi *Call*, Opsi *Put*, Rata-rata Geometrik.

Asian Option merupakan salah satu jenis opsi yang penentuan nilai *payoff* didasarkan pada rata-rata harga saham selama periode jatuh tempo. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate Monte Carlo* dengan pendekatan rata-rata Geometrik dan menganalisis tingkat akurasi dengan membandingkan hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate Monte Carlo* dengan solusi analitik metode *Black-Scholes*. Rata-rata Geometrik dipilih karena sesuai dengan asumsi *Black-Scholes* bahwa harga saham mengikuti distribusi lognormal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi percobaan yang dilakukan, harga *Asian Option* yang dihasilkan semakin konvergen dan stabil. Akurasi hasil perhitungan menggunakan teknik *Antithetic Variate Monte Carlo* terbukti sangat baik, yang ditunjukkan melalui grafik persentase galat relatif yang semakin stabil, harga opsi yang konvergen dan stabil menuju nilai analitik *Black-Scholes*, serta nilai MAPE sangat rendah, yaitu 0,154% untuk opsi *put* dan 0,67% untuk opsi *call*.

ABSTRACT

Fajriati, Luthfia Azzahra. 2025. **Calculation of Asian Option Prices Using the Antithetic Variate Monte Carlo Technique**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: Asian Option, Antithetic Variate, Black-Scholes, Call Option, Put Option, Geometric Mean.

Asian Option is a type of option where the payoff is determined by the average stock price over the life of the option. This research aims to calculate the price of Asian Option using the Antithetic Variate Monte Carlo technique with a Geometric mean approach and to analyze the accuracy of the results by comparing the calculated price with the analytic solution of the Black-Scholes method. The Geometric mean is chosen because it aligns with the Black-Scholes assumption that stock prices follow a lognormal distribution. The results show that as the number of simulation trials increases, the price of the Asian Option becomes more convergent and stable. The accuracy of the calculations using the Antithetic Variate Monte Carlo technique is demonstrated to be excellent, as evidenced by the increasingly stable relative error percentage graph, the option price converging towards the analytic Black-Scholes value, and a very low MAPE of 0.154% for put options and 0.67% for call options.

مستخلص البحث

فجرياتي، لطفية الزهرى. ٢٠٢٥. حساب سعر الخيار الآسيا باستخدام تقنية أنتيتيتك فاريت مونت كارلو المتغير المتباين المضاد. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) عبد العزيز الماجستير، (٢) الدكتور عبد الشاكر الماجستير .،

الكلمات الأساسية: خيار الآسيا، تقنية أنتيتيتك فاريت، نموذج بلاك-شولن، خيار الشراء، خيار البيع، المتوسط الهندسي.

خيار الآسيا هو من إحدى الأنواع الخيارات التي تحدد قيمة المردود بناء على متوسط سعر السهم من خلال فترة الاستحقاق. وهدفت هذه الدراسة إلى تحديد النتائج لحسابات السعر خيار الآسيا باستخدام تقنية أنتيتيتك مونت كارلو المتغير المتباين المضاد للمتوسط الهندسي وتحليل مستوى الدقة من خلال مقارنة النتائج لحسابات سعر خيار الآسيا باستخدام تقنية أنتيتيتك مونت كارلو المتباين المضاد للمتغير مع الحل التحليلي لطريقة بلاك-شولن. تم اختيار المتوسط الهندسي لأنه يتماشى مع افتراض لمنودج بلاك-شولن. الذي ينص على أن أسعار الأسهم تتبع توزيعاً لوغاريتمياً طبعياً. وقد أظهرت نتائج البحث أن زيادة عدة المحاكاة تؤدي إلى تقارب واستقرار أكبر في أسعار خيار الآسيا المحتسبة. وقد ثبت أن دقة نتائج الحساب باستخدام تقنية مونت كارلو المتغير الافتراضي جيدة جداً. وهو ما يظهر من خلال الرسم البياني لنسبة الخطأ النسبي المستقرة بشكل متزايد، وسعر الخيار المتقارب والمستقر نحو القيمة التحليلية لخيار بلاك-شولن، وقيمة $MAPE$ المنخفضة جداً، والتي تبلغ ٠,١٥٤٪ لخيارات البيع و ٠,٦٧٪ لخيارات الشراء.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika memiliki peran yang sangat penting dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari. Pendekatan matematika sangat diperlukan dalam bidang ekonomi, terutama dalam proses investasi karena dapat membantu mengukur risiko, memperkirakan potensi keuntungan, dan membuat keputusan yang lebih tepat (Sunaryo, 2017). Investasi biasanya mengacu pada pengelolaan sejumlah dana atau sumber daya lainnya dengan tujuan untuk mendapatkan *profit* kedepannya. Selain bertujuan untuk memperoleh *profit*, investasi juga bertujuan untuk meningkatkan kesejahteraan bagi individu. Aktivitas investasi secara umum dapat dilakukan dengan melibatkan proses penyaluran modal pada beragam jenis aset, baik yang bersifat nyata (tanah, emas, dan mesin) maupun aset keuangan (deposito, obligasi, dan saham) (Handini & Astawinetu, 2022).

Menurut Handini & Astawinetu (2022), saham merupakan bukti kepemilikan modal dalam suatu perusahaan yang dimiliki oleh individu atau badan usaha. Saham memberikan keuntungan kepada pemiliknya dalam dua bentuk yaitu dividen, yang merupakan pembagian dari keuntungan yang diperoleh dari suatu badan usaha, dan *capital gain*, tepatnya berlangsung ketika penjualan saham lebih tinggi dibandingkan pada waktu pembelian. Namun, saham juga memiliki risiko karena nilainya dapat berfluktuasi akibat kondisi ekonomi dan pasar. Oleh karena itu, strategi manajemen risiko seperti penggunaan opsi sangat diperlukan untuk melindungi harga saham dan mengurangi risiko kerugian (Hidayat, 2019).

Menurut Hidayat (2019), opsi merupakan perjanjian berupa hak kepada individu untuk melakukan penjualan atau pembelian aset tertentu dengan harga serta periode waktu yang telah disepakati bersama. Opsi memberikan kesempatan investor untuk melindungi harga saham dan memperoleh keuntungan. Opsi terbagi menjadi dua, yaitu opsi *call* (hak untuk melakukan pembelian) dan opsi *put* (hak untuk melakukan penjualan). Selain itu, opsi juga dapat diklasifikasikan berdasarkan cara pelaksanaannya, seperti *European Option*, *American Option*, *Barrier Option*, dan *Asian Option* (Higham, 2004).

Asian Option atau dikenal juga sebagai opsi rata-rata, merupakan salah satu dari ragam opsi eksotis yang populer. Harga rata-rata aset sepanjang periode tertentu menjadi perbedaan utama dalam menentukan *payoff* dari *Asian Option*. Oleh karena itu, *Asian Option* menjadi pilihan yang efisien secara biaya untuk melindungi nilai aset selama periode waktu yang lebih lama, karena kurang rentan terhadap fluktuasi harga aset yang signifikan. Dengan demikian, *Asian Option* memberikan perlindungan terhadap upaya manipulasi harga yang mungkin terjadi menjelang jatuh tempo opsi. Terdapat dua jenis teknik rata-rata yang dapat digunakan pada *Asian Option* yaitu rata-rata Aritmatik dan rata-rata Geometrik (Chin, dkk., 2017).

Perhitungan harga *Asian Option* dapat dilakukan menggunakan simulasi numerik, salah satunya adalah simulasi Monte Carlo dengan teknik pengurangan variansi (Avellaneda, 2001). Simulasi Monte Carlo merupakan suatu simulasi yang mengacu kepada probabilitas dengan memanfaatkan pembangkitan bilangan acak. Simulasi Monte Carlo melibatkan percobaan berulang untuk menghitung nilai rata-rata hampiran dari setiap simulasi percobaan yang dilakukan. Simulasi Monte Carlo

dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu Monte Carlo Standar dan Monte Carlo dengan teknik pengurangan variansi. Teknik pengurangan variansi dikembangkan dari simulasi Monte Carlo Standar guna meningkatkan kualitas efisiensi pada perhitungan harga opsi. Salah satu teknik yang digunakan dalam pengurangan variansi pada simulasi Monte Carlo adalah teknik *Antithetic Variate* (Glasserman, 2003).

Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo merupakan teknik pengurangan variansi yang bertujuan meningkatkan efisiensi perhitungan harga opsi, sehingga menghasilkan harga opsi yang lebih akurat dan mempercepat proses konvergensi (Higham, 2004). Pemilihan metode yang baik dan efisien yang digunakan untuk perhitungan harga opsi relevan dengan Firman Allah SWT QS. az-Zumar ayat 18 sebagai berikut.

الَّذِينَ يَسْتَمِعُونَ الْقَوْلَ فَيَتَّبِعُونَ أَحْسَنَهُ ۚ أُولَٰئِكَ الَّذِينَ هَدَاهُمُ اللَّهُ وَأُولَٰئِكَ هُمْ أُولُوا
الْأَلْبَابِ ﴿١٨﴾

Artinya: “(Yaitu) mereka yang mendengarkan perkataan lalu mengikuti apa yang paling baik di antaranya. Mereka itulah orang-orang yang telah diberi petunjuk oleh Allah dan mereka itulah ululalbab (orang-orang yang mempunyai akal sehat)” (QS. az-Zumar :18).

Berdasarkan tafsir Ibnu Katsir, ayat tersebut merujuk kepada orang-orang yang mendengarkan ajaran al-Quran dan hadis, kemudian memilih dan mengikuti apa yang terbaik di antara keduanya. Mereka yang mampu memilih dengan bijak merupakan orang-orang yang memiliki pikiran jernih dan tidak terpengaruh oleh keraguan dan kebingungan dalam mengambil keputusan (Ghoffar & Al-Atsari, 2004). Pada konteks ilmiah, hal ini sejalan dengan pemilihan metode yang terbaik untuk perhitungan harga opsi. Peneliti harus secara cermat memilih metode yang

paling baik dan efektif untuk mencapai hasil yang optimal dan akurat.

Terdapat beberapa penelitian yang telah menggunakan simulasi Monte Carlo Standar, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, dan metode *Black-Scholes* untuk menghitung harga opsi. Beberapa penelitian yang telah menggunakan simulasi Monte Carlo Standar diantaranya yaitu Muniroh (2008) dan Lessy (2013). Muniroh (2008) menerapkan simulasi Monte Carlo Standar untuk menghitung harga *Asian Option*. Hasil yang diperoleh mengindikasikan bahwa metode tersebut mampu memprediksi harga saham dan memperkirakan harga untuk *Asian Option*. Penelitian tersebut juga menunjukkan bahwa semakin banyak percobaan simulasi yang dilakukan akan menghasilkan nilai estimasi yang semakin konvergen. Menurut Lessy (2013), harga opsi *Barrier* dapat ditentukan melalui simulasi Monte Carlo. Kemudian, dengan bertambahnya banyak percobaan simulasi yang dilakukan akan menghasilkan interval kepercayaan hasil simulasi yang semakin kecil sehingga membuat perhitungan harga opsi semakin akurat.

Penelitian tentang teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo telah diteliti oleh Dewi (2020), Qur'aini, dkk. (2020), Chandra (2022), dan Lesmana, dkk. (2023). Dewi (2020) menyatakan bahwa Monte Carlo *Antithetic Variate* dapat diterapkan untuk memprediksi harga saham dan harga opsi *Double Barrier*. Nilai *error* yang dihasilkan akan berkurang seiring dengan peningkatan simulasi yang dilakukan. Selain itu, simulasi Monte Carlo *Antithetic Variate* lebih dekat dengan solusi analitik *Black-Scholes* dibandingkan dengan simulasi Monte Carlo Standar. Qur'aini, dkk. (2020) mengemukakan bahwa teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo mampu mengurangi variansi dari Monte Carlo Standar sehingga mempercepat konvergensi hasil perhitungan harga *European Option*. Selanjutnya, Chandra

(2022) melakukan penelitian mengenai perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa teknik tersebut dapat meminimalkan nilai *error* dari simulasi Monte Carlo Standar, yang berarti meningkatkan laju proses konvergensi. Pada penelitian Lesmana, dkk. (2023) mengindikasikan bahwa penggunaan reduksi variansi teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo merupakan pendekatan yang efisien dalam memperkirakan harga Bermudan *Option* dengan konvergensi yang lebih cepat.

Penelitian metode *Black-Scholes* pada *Asian Option* telah diteliti oleh Lestari, dkk. (2019) dan Iqrami, dkk. (2021). Pada penelitian Lestari, dkk. (2019) menghasilkan formulasi perhitungan opsi *put* pada *Asian option*. Kemudian, pada penelitian Iqrami, dkk. (2021) menghasilkan formulasi perhitungan opsi *call* dan opsi *put* pada *Asian option* yang sama dengan penelitian Lestari, dkk. (2019). Selain itu, formulasi tersebut terbukti efektif dapat digunakan untuk menghitung harga *Asian Option*. Sehingga dapat digunakan sebagai nilai analitik untuk perhitungan harga *Asian Option* pada waktu yang akan datang.

Berdasarkan uraian yang telah disampaikan di atas, pada penelitian ini akan menerapkan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo untuk menghitung harga *Asian Option*. Hal ini mengacu pada rekomendasi Muniroh (2008) untuk menggunakan teknik pengurangan standar deviasi pada simulasi Monte Carlo guna menghitung harga *Asian Option*. Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo merupakan teknik pengurangan standar deviasi yang efektif untuk perhitungan harga opsi. Hal ini terbukti berdasarkan hasil penelitian Chandra (2022) yang menunjukkan bahwa teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menghasilkan nilai *standard error* yang lebih

rendah dan interval kepercayaan yang lebih sempit dibandingkan dengan simulasi Monte Carlo Standar, teknik *Control Variate* Monte Carlo, dan teknik *Important Sampling* Monte Carlo. Sehingga teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat digunakan untuk menghitung harga *Asian Option* dan memberikan hasil estimasi harga opsi yang lebih akurat dan stabil.

Berdasarkan penelitian Iqrami, dkk. (2021) yang menghasilkan formulasi perhitungan opsi *call* dan opsi *put* pada *Asian Option* menggunakan metode *Black-Scholes*. Penelitian ini juga akan melakukan perbandingan perhitungan harga *Asian Option* teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan metode *Black-Scholes Asian Option*. Perbandingan tersebut dilakukan untuk mengevaluasi hasil akurasi yang diperoleh dari perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, karena metode *Black-Scholes* menghasilkan solusi analitik yang dapat digunakan sebagai nilai acuan dalam perhitungan harga opsi.

Peneliti akan menghitung dan melakukan perbandingan hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan metode *Black-Scholes* untuk menganalisis hasil akurasi perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte. Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data harga saham Microsoft Corporation (MSFT). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga saham Microsoft Corporation (MSFT). Perusahaan tersebut dipilih karena menawarkan opsi saham, yang memberikan fleksibilitas tambahan bagi investor dalam mengambil posisi sesuai dengan pergerakan harga saham. Microsoft merupakan perusahaan global yang menyediakan perangkat lunak, layanan, perangkat, dan solusi teknologi dengan tiga segmen utama yaitu *Productivity and Business Processes*, *Intelligent Cloud*, dan

More Personal Computing. Segmen-segmen tersebut mencakup produk seperti Microsoft Office, LinkedIn, Visual Studio, GitHub, Windows, dan Bing.

Berdasarkan data dari situs *Companies Ranked By Market Cap*, Microsoft berada di posisi tiga besar dunia dalam hal kapitalisasi pasar. Hal ini menunjukkan besarnya nilai total saham yang beredar dan status Microsoft sebagai perusahaan besar dengan pengaruh signifikan di pasar global. Selain itu, total pendapatan Microsoft mengalami peningkatan dari tahun 2022 hingga 2024, hal tersebut menunjukkan stabilitas finansial dan potensi pertumbuhan jangka panjang yang menarik bagi para investor. Sehingga, dengan memanfaatkan data harga saham Microsoft Corporation (MSFT), diharapkan penelitian ini dapat memberikan pemahaman mendalam terkait metode valuasi opsi, serta memberikan kontribusi positif kepada para investor dengan menghasilkan estimasi perhitungan harga opsi yang lebih akurat.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana formula perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo?
2. Bagaimana hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo pada harga saham Microsoft Corporation (MSFT)?
3. Bagaimana akurasi perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan pada penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui konsep teoritis teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo untuk perhitungan harga *Asian Option*.
2. Untuk mengetahui hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic* Monte Carlo pada harga saham Microsoft Corporation (MSFT).
3. Untuk mengetahui tingkat keakuratan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo pada perhitungan harga *Asian Option*.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat pada penelitian ini adalah:

1. Bagi Peneliti

Meningkatkan pengalaman implementasi dalam perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dan analisis perbandingan dengan metode *Black-Scholes*.

2. Bagi Mahasiswa

- a. Memberikan wawasan tentang perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo.
- b. Sebagai sumber referensi untuk studi selanjutnya serta mengembangkan hasil penelitian ini lebih lanjut.

3. Bagi Program Studi

Sebagai referensi pembelajaran dan pengembangan dalam bidang matematika khususnya matakuliah matematika keuangan pada Program Studi Matematika

4. Bagi Pelaku Pasar Modal

- a. Membantu dalam memahami dan menerapkan perhitungan harga opsi di pasar modal, terutama untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo.
- b. Membantu dalam pengambilan keputusan terkait kebijakan dalam penentuan menggunakan harga opsi bagi perusahaan.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Model *Asian Option* dan metode *Black-Scholes* yang diterapkan dalam penelitian ini menggunakan rata-rata Geometrik.
2. Banyak simulasi percobaan Monte Carlo yang digunakan pada penelitian ini adalah [500, 100.000], dengan peningkatan sebanyak 500 simulasi setiap langkahnya.
3. Akurasi perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo akan dievaluasi dengan membandingkan hasil perhitungan harga *Asian Option* dengan metode *Black-Scholes*.
4. *Risk-free rate* diperoleh berdasarkan perhitungan rata-rata *return* saham (*expected return*) dari data historis harga saham.
5. Volatilitas harga saham dihitung berdasarkan data historis harga saham.
6. Penelitian ini mengasumsikan tidak ada pembayaran dividen.

1.6 Definsi Istilah

Beberapa istilah yang digunakan penelitian ini adalah:

Opsi	: Kontrak yang memberikan hak kepada pemegang opsi untuk melakukan pembelian atau penjualan aset pada harga dan jangka waktu yang telah disepakati.
<i>Asian Option</i>	: Opsi yang perhitungan <i>payoff</i> -nya didasarkan pada rata-rata harga saham hingga waktu jatuh tempo.
<i>Holder</i>	: Pihak yang memegang opsi.
<i>Writer</i>	: Pihak yang menjual opsi.
Opsi <i>call</i>	: Hak yang dimiliki oleh <i>holder</i> untuk melakukan pembelian.
Opsi <i>put</i>	: Hak yang dimiliki oleh <i>holder</i> untuk melakukan penjualan.
Harga saham awal	: Harga saham saat awal periode yang menjadi dasar perhitungan harga opsi.
Harga kesepakatan	: Harga yang telah disepakati oleh <i>writer</i> dan <i>holder</i> dalam kontrak opsi.
<i>Risk-free rate</i>	: Tingkat pengembalian yang dianggap bebas risiko dan diterapkan pada investasi
Volatilitas	: Ukuran seberapa besar harga aset berfluktuasi pada periode tertentu.
<i>Payoff</i>	: Keuntungan yang diterima oleh <i>holder</i> pada saat opsi dieksekusi.
<i>Antithetic Variate</i>	: Teknik pengurangan variansi dalam simulasi Monte

Carlo yang menggunakan pasangan variabel acak yang berlawanan.

Hedging : Strategi yang digunakan untuk melindungi nilai aset dari risiko fluktuasi harga di masa datang.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Investasi

Menurut Handini & Astawinetu (2022), investasi dapat diartikan sebagai suatu kesepakatan untuk mengalokasikan aset keuangan saat ini untuk memperoleh *profit* di masa depan. Para pelaku investasi disebut sebagai investor. Tujuan utama dari investasi yaitu meningkatkan kesejahteraan investor melalui perolehan *profit* di masa mendatang. Investasi memberikan berbagai manfaat, termasuk meningkatkan kualitas hidup di masa yang akan datang dan menekan dampak inflasi. Kegiatan investasi dapat mencakup berbagai bentuk penanaman modal pada aset seperti tanah, emas, mesin, obligasi, dan saham.

Investasi langsung dan investasi tidak langsung merupakan dua kategori utama dari investasi. Investasi langsung mencakup akuisisi aset keuangan dari perusahaan yang beroperasi di pasar uang, pasar modal, atau pasar derivatif. Contoh investasi langsung meliputi tabungan, deposito, surat berharga, saham, dan opsi. Sedangkan investasi tidak langsung melibatkan pembelian saham dari perusahaan investasi dari berbagai perusahaan lain, dengan dana yang diperoleh melalui penjualan saham kepada publik (Murdiyanto & Kusumaningarti, 2020).

2.1.2 Saham

Menurut Hidayat (2019), saham merupakan bukti kepemilikan modal di suatu perusahaan yang mencakup informasi seperti nama perusahaan, nominal,

serta hak dan kewajiban pemegang saham. Saham biasa menempatkan pemegang saham sebagai pihak terakhir yang memperoleh dividen dan hak atas aset perusahaan jika terjadi likuidasi. Kemudian, saham perferen memberikan prioritas kepada pemegang saham untuk mendapatkan dividen lebih awal dan dapat ditukarkan menjadi saham biasa.

Sebelum membeli saham, investor perlu memahami potensi keuntungan dan risiko yang ada. Handini & Astawinetu (2022) menjelaskan bahwa saham termasuk dalam kategori *earning asset*, yaitu aset yang dimiliki oleh perusahaan atau individu dan memberikan pendapatan. Investor membeli saham dengan harapan memperoleh keuntungan, baik melalui dividen yang merupakan bagian dari laba perusahaan, maupun melalui *capital gain*, tepatnya berlangsung ketika penjualan saham lebih tinggi dibandingkan pada waktu pembelian. Namun saham juga mengandung risiko karena nilainya dapat berfluktuasi akibat kondisi ekonomi dan pasar. Untuk melindungi nilai saham dari risiko tersebut, investor dapat menerapkan strategi lindung nilai (*hedging*) dengan instrumen derivatif seperti opsi. *Hedge* merupakan strategi yang memanfaatkan derivatif untuk melindungi nilai aset dan mengurangi risiko (Hidayat, 2019).

2.1.3 Opsi

Opsi merupakan hak penjualan atau pembelian suatu aset tertentu dengan harga tertentu (*strike price*) dalam jangka waktu yang telah ditentukan (*expiration date*) kepada pemegang opsi. Para pihak yang terlibat dalam perdagangan terdiri dari pemegang opsi (*holder*) dan penjual opsi (*writer*). Keuntungan menggunakan opsi adalah untuk mengelola risiko dan sebagai sarana spekulasi. Pada manajemen

risiko, investor dapat menunda penjualan saham untuk menghindari kerugian ketika harga saham mengalami penurunan drastis. Selain itu, opsi juga berperan sebagai instrumen spekulasi karena investor dapat meraih keuntungan dengan memprediksi perubahan harga saham (Hidayat, 2019).

Menurut Sinclair (2010), opsi diklasifikasikan menurut jenis hak yang diberikan kepada *holder*, yakni opsi *call* dan opsi *put*. Hak yang dimiliki oleh *holder* untuk membeli saham dari suatu entitas pada harga dan jangka waktu tertentu dikenal sebagai opsi *call*. Sebaliknya, hak *holder* untuk menjual saham dari suatu entitas pada harga dan jangka waktu tertentu disebut opsi *put*. Secara umum opsi diklasifikasikan menjadi dua jenis yaitu opsi vanilla dan opsi eksotik. Opsi vanilla merupakan opsi yang paling dasar, berbeda dengan opsi eksotik yang memiliki berbagai macam ketentuan seperti cara mengeksekusi harga opsi (Ramirez, 2017). Adapun contoh opsi vanilla di antaranya yaitu *European Option* dan *American Option*. Sedangkan *Barrier Option*, *Asian Option*, dan *Bermudan Option* merupakan beberapa contoh dari opsi eksotik (Hull, 2012).

Perhitungan harga opsi dipengaruhi oleh enam faktor, di antaranya sebagai berikut.

1. Harga saham

Harga opsi *call* meningkat seiring dengan kenaikan harga saham. Semakin tinggi harga saham dibandingkan dengan harga kesepakatan, semakin besar potensi keuntungan ketika opsi tersebut dilaksanakan. Sebaliknya, harga opsi *put* menurun seiring dengan kenaikan harga saham. Semakin rendah harga saham dibandingkan dengan harga kesepakatan, semakin besar potensi keuntungan bagi pemegang opsi *put* (Hull, 2012).

2. *Strike price*

Menurut Hidayat (2019), *strike price* atau harga kesepakatan merupakan harga yang disepakati untuk menjual atau membeli yang telah ditentukan oleh *writer* dan *holder* saat menandatangani kontrak. Harga ini akan tetap berlaku sepanjang masa hidup opsi. Harga opsi *call* menurun ketika harga kesepakatan meningkat. Semakin tinggi harga kesepakatan, semakin kecil selisih antara harga saham dan harga kesepakatan, sehingga potensi keuntungan menjadi berkurang. Di sisi lain, harga opsi *put* meningkat seiring dengan kenaikan harga kesepakatan. Semakin tinggi harga kesepakatan dibandingkan dengan harga saham, semakin besar potensi keuntungan yang dapat diperoleh saat opsi tersebut dilaksanakan (Hull, 2012).

3. Waktu jatuh tempo

Waktu jatuh tempo merujuk pada tanggal kontrak opsi berakhir. Dengan kata lain, penjualan opsi dapat dilakukan sebelum tanggal jatuh tempo. Setelah tanggal tersebut, opsi tidak akan memiliki harga (Hidayat, 2019).

4. *Risk-free rate*

Menurut Seydel (2009), *risk-free rate* merupakan tingkat pengembalian yang dianggap bebas risiko dan diterapkan pada investasi. *Risk-free rate* mencerminkan nilai rata-rata *return* saham (*expected return*) yang diharapkan dalam suatu investasi saham. Selain itu, *risk-free rate* digunakan sebagai faktor diskonto untuk menghitung nilai sekarang dari ekspektasi *payoff* yang diharapkan dalam perhitungan opsi (Hull, 2012).

5. Pembayaran dividen

Dividen adalah distribusi laba kepada pemegang saham yang disesuaikan dengan jumlah yang dimiliki. Pembayaran dividen dapat mempengaruhi pada harga saham serta harga opsi (Hidayat, 2019).

6. Volatilitas harga saham

Volatilitas harga saham merupakan ukuran yang menunjukkan tingkat ketidakpastian mengenai fluktuasi harga di masa mendatang. Volatilitas berpengaruh pada harga opsi, dengan meningkatnya volatilitas akan mengakibatkan kenaikan pada harga opsi *call* maupun opsi *put*. Volatilitas menggambarkan seberapa besar harga saham dapat berubah, hal ini berkaitan erat dengan *return* saham yang dihasilkan dari perubahan harga antar periode waktu. Jogyanto (2017) menyatakan bahwa *return* saham merupakan keuntungan yang diperoleh investor dari investasi saham yang dilakukan. Menurut Hull (2012), *return* saham pada waktu ke- y yang dilambangkan dengan R_y dapat dihitung menggunakan rumus berikut.

$$R_y = \ln \left(\frac{S_y}{S_{y-1}} \right) \quad (2.1)$$

dengan:

R_y : *Return* saham pada waktu ke- y

S_y : Harga saham ke- y

$S_{(y-1)}$: Harga saham ke- $(y - 1)$

y : Indeks waktu untuk *return* saham, dengan $y = 1, 2, \dots, (m - 1)$

m : Banyak data

Setelah menghitung *return* saham untuk setiap interval waktu, standar deviasi *return* saham dapat dihitung menggunakan rumus berikut.

$$s = \sqrt{\frac{1}{m-2} \sum_{y=1}^{m-1} (R_y - \bar{R})^2} \quad (2.2)$$

dengan:

$$\bar{R} = \frac{1}{m-1} \sum_{y=1}^{m-1} R_y \quad (2.3)$$

Sehingga, untuk menghitung nilai volatilitas harga saham dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (2.4)$$

dengan

$\bar{R}$: Rata-rata *return* saham (*expected return*)

s : Standar deviasi *return* saham

σ : Volatilitas harga saham

τ : Panjang jangka interval waktu perdagangan saham dalam satu tahun

Dengan asumsi banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun yaitu 252 hari, diperoleh

$$\tau = \frac{1}{252} \quad (2.5)$$

Menurut Seydel (2009), *payoff* merupakan keuntungan yang didapat dari proses eksekusi opsi, yang menunjukkan perbedaan antara harga saham pada waktu jatuh tempo dengan harga kesepakatan (*strike price*). Pada *European Option*, *payoff*

untuk opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$C = \begin{cases} S_T - K, & \text{jika } S_T > K \\ 0, & \text{jika } S_T \leq K \end{cases} \quad (2.6)$$

Sehingga, *payoff* untuk opsi *call* dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$C = \max(S_T - K; 0) \quad (2.7)$$

Kemudian, untuk opsi *put payoff* dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$P = \begin{cases} K - S_T, & \text{jika } S_T < K \\ 0, & \text{jika } S_T \geq K \end{cases} \quad (2.8)$$

Sehingga, *payoff* untuk opsi *put* dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$P = \max(K - S_T; 0) \quad (2.9)$$

dengan:

- C : Nilai *payoff* opsi *call*
- P : Nilai *payoff* opsi *put*
- S_T : Harga saham pada waktu ke- T
- K : *Strike price*
- T : Waktu jatuh tempo

2.1.4 Asian Option

Menurut Chin, dkk. (2017), *Asian Option* atau opsi rata-rata merupakan salah satu variasi populer dari opsi eksotik. *Asian Option* sepenuhnya bergantung pada jalur harga saham karena nilai *payoff* dipengaruhi oleh riwayat harga aset selama periode kontrak. *Payoff* dari *Asian Option* didasarkan pada rata-rata harga aset dalam periode tertentu, bukan hanya pada harga saat jatuh tempo. Hal ini membuat *Asian Option* biasanya lebih murah jika dibandingkan dengan opsi

lainnya. Bagi investor, *Asian Option* merupakan cara yang efisien untuk melindungi aset dalam jangka panjang. Hal ini dikarenakan adanya fitur rata-rata membuat *Asian Option* kurang rentan terhadap fluktuasi besar maupun potensi manipulasi pada harga aset menjelang jatuh tempo.

Menurut Chin, dkk. (2017), perhitungan *payoff Asian Option* bergantung pada rata-rata harga saham yang didapat melalui simulasi jalur harga saham $S(t_0), S(t_1), S(t_2), \dots, S(t_N)$ sepanjang periode kontrak harga opsi berlangsung. Rata-rata harga saham dapat diperoleh melalui perhitungan rata-rata Geometrik berikut.

$$\bar{S}_T = \left(\prod_{j=1}^N S(t_j) \right)^{\frac{1}{N}} \quad (2.10)$$

dengan $0 = t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N = T$ merupakan *grid* yang membagi periode waktu jatuh tempo menjadi beberapa partisi, dan

- $\bar{S}_T$: Rata-rata harga saham selama jatuh tempo
- $S(t_j)$: Harga saham pada waktu ke- t_j
- j : Indeks waktu untuk harga saham, dengan $j = 1, 2, 3, \dots, N$
- N : Banyak partisi

Setelah menghitung rata-rata harga saham selama jatuh tempo pada persamaan (2.9). Nilai *payoff* untuk opsi *call* pada *Asian Option* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$C_A = \max(\bar{S}_T - K; 0) \quad (2.11)$$

Sedangkan nilai *payoff* untuk opsi *put* pada *Asian Option* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$P_A = \max(K - \bar{S}_T; 0) \quad (2.12)$$

Setelah memperoleh nilai *payoff* untuk opsi *call* dan *put* pada persamaan (2.11) dan persamaan (2.12) adalah melakukan perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put*.

Menurut Glasserman (2003), harga opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* dapat dihitung dengan menerapkan faktor diskonto (e^{-rT}) yang bergantung pada *risk-free rate* dan waktu jatuh tempo. Harga opsi *call* untuk *Asian Option* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$V_{CA} = e^{-rT} C_A \quad (2.13)$$

dan harga opsi *put* untuk *Asian Option* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$V_{PA} = e^{-rT} P_A \quad (2.14)$$

dengan:

- V_{CA} : Harga opsi *call* pada *Asian Option*
- V_{PA} : Harga opsi *put* pada *Asian Option*
- r : *Risk-free rate*
- C_A : Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option*
- P_A : Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option*

2.1.5 Distribusi Normal

Distribusi normal adalah distribusi probabilitas yang sangat penting dalam statistika, yang memiliki bentuk simetris menyerupai lonceng dan sering disebut sebagai kurva lonceng. Distribusi ini pertama kali diperkenalkan oleh Abraham DeMoivre pada tahun 1733, yang menggunakan distribusi tersebut sebagai

pendekatan untuk menghitung bentuk matematis dari kurva normal, yang menjadi fondasi dalam statistika inferensial. Kemudian, Carl Friedrich Gauss pada tahun 1777-1855 menemukan kembali dan menyempurnakan persamaan distribusi tersebut ketika meneliti kesalahan dalam pengukuran berulang. Karena kontribusinya tersebut, distribusi ini juga sering disebut sebagai distribusi Gauss (Setyawan, 2012).

Menurut Bain & Engelhardt (1992), sebuah variabel acak X dikatakan berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variansi $\bar{\sigma}^2$ jika dan hanya jika, X memiliki fungsi kepadatan probabilitas sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\bar{\sigma}^2}} \quad (2.15)$$

dengan:

x : Peubah acak kontinu

μ : Rata-rata

$\bar{\sigma}^2$: Variansi

Distribusi normal secara umum dapat dinotasikan sebagai $X \sim N(\mu, \bar{\sigma}^2)$. Dengan mensubstitusi $z = \frac{x-\mu}{\bar{\sigma}}$, persamaan (2.15) dapat diubah menjadi fungsi kepadatan probabilitas untuk distribusi normal standar sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (2.16)$$

dengan $X \sim N(0,1)$ adalah distribusi normal standar dengan rata-rata 0 dan variansi 1.

2.1.6 Proses Stokastik pada Harga Saham

Proses stokastik menggambarkan perubahan variabel yang terjadi secara acak dan berlangsung sepanjang waktu. Proses stokastik dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis yaitu proses diskrit dan proses kontinu. Pada proses stokastik diskrit, nilai variabel hanya berubah hanya pada waktu-waktu tertentu yang telah ditentukan sebelumnya. Sementara, pada proses stokastik kontinu, perubahan nilai variabel terjadi kapan saja tanpa terikat oleh waktu tertentu (Hull, 2012).

Menurut Hull (2012), proses Markov termasuk dalam jenis proses stokastik yang berfokus pada ketergantungan perubahan variabel hanya pada nilai saat ini, tanpa memerlukan informasi dari nilai masa lalu untuk memprediksi kondisi masa depan. Dalam konteks harga saham, pergerakannya sering kali diasumsikan mengikuti proses Markov. Oleh karena itu, untuk memprediksi harga saham pada masa mendatang hanya bergantung pada harga saham saat ini tanpa mempertimbangkan riwayat harga sebelumnya.

Menurut Hull (2012), proses Wiener merupakan bentuk khusus dari proses stokastik Markov yang memiliki karakteristik perubahan rata-rata sebesar nol dan tingkat variansi sebesar satu. Suatu proses disebut sebagai proses Wiener apabila memenuhi syarat berikut:

1. Perubahan Δz pada interval waktu singkat Δt dapat dinyatakan dengan

$$\Delta z = Y\sqrt{\Delta t}$$

dengan Y mengikuti distribusi normal standar.

2. Nilai Δz pada dua interval waktu singkat yang berbeda adalah saling independen.

Dari karakteristik di atas, dapat disimpulkan bahwa Δz mengikuti distribusi normal

dengan rata-rata nol dan variansi Δt , yang menunjukkan bahwa proses Wiener memiliki karakteristik proses Markov.

Menurut Hull (2012), proses Wiener untuk suatu variabel x dapat dinyatakan dengan persamaan

$$dx(t) = a dt + b dz(t) \quad (2.17)$$

dengan, a merupakan laju perubahan rata-rata variabel x (*drift*), b menunjukkan volatilitas dari variabel x , dan $z(t)$ merupakan proses Wiener. Pada interval waktu singkat (Δt), perubahan nilai x dapat dituliskan dengan persamaan

$$\Delta x = a\Delta t + bY\sqrt{\Delta t} \quad (2.18)$$

Hull (2012) juga menyatakan bahwa proses Itô merupakan bentuk yang lebih umum dari proses Wiener, a dan b adalah fungsi dari variabel x dan waktu t .

Proses Itô dapat didefinisikan dengan persamaan

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (2.19)$$

dalam interval waktu singkat antara t dan $t + \Delta t$, variabel x berubah sebesar Δx , dengan:

$$\Delta x = a(x, t)\Delta t + b(x, t)Y\sqrt{\Delta t} \quad (2.20)$$

Lemma Itô kemudian digunakan untuk mengkaji perubahan dalam fungsi $G(x, t)$ ketika x mengikuti proses Itô yang didefinisikan pada persamaan (2.19). Perubahan stokastik fungsi $G(x, t)$ dapat dinyatakan dengan persamaan

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (2.21)$$

dengan *drift* sebesar

$$\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \quad (2.22)$$

dan variansi sebesar

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2 \quad (2.23)$$

Kemudian, berdasarkan persamaan (2.19) model stokastik untuk pergerakan harga saham dapat didefinisikan dengan persamaan

$$dS(t) = \gamma S(t)dt + \sigma S(t)dz(t) \quad (2.24)$$

dengan:

- S : Harga saham
- γ : Tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*)
- dt : Periode waktu
- dz : Variabel stokastik yang mempresentasikan perubahan stokastik pada harga saham

Dengan menerapkan Lemma Itô pada fungsi $G = \ln S$, yaitu logaritma harga saham, dengan ketentuan sebagai berikut.

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad (2.25)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.25) ke dalam persamaan pergerakan harga saham (2.21), diperoleh model stokastik untuk harga saham yang mengikuti gerak Brownian Geometrik sebagai berikut.

$$d \ln S(t) = \left(\gamma - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (2.26)$$

2.1.7 Simulasi Monte Carlo Standar

Menurut Hull (2012), simulasi Monte Carlo merupakan pendekatan numerik yang dapat mendekati solusi analitik. Simulasi ini memiliki fleksibilitas

dalam memperkirakan nilai instrumen keuangan dengan melakukan simulasi berbagai jalur harga dari aset dasar menggunakan bilangan acak. Tingkat akurasi estimasi akan meningkat seiring dengan bertambahnya banyak percobaan simulasi yang dilakukan (Glasserman, 2003).

Menurut Higham (2004), simulasi Monte Carlo dapat diterapkan untuk menghitung harga opsi, baik opsi vanilla dan opsi eksotik. Pada opsi vanilla seperti *European Option*, *payoff* hanya bergantung pada harga aset pada saat jatuh tempo. Dengan asumsi bahwa $\gamma = r$, harga saham pada saat jatuh tempo dapat dihitung menggunakan rumus berikut.

$$S_T = S_0 \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \sigma T Y \right], \text{ di mana } Y \sim N(0,1) \quad (2.27)$$

dengan:

- S_0 : Harga saham awal
- Y : Variabel acak berdistribusi normal standar

Menurut Higham (2004), penerapan simulasi Monte Carlo pada opsi eksotik, seperti *Asian Option* dengan nilai *payoff* bergantung pada rata-rata harga saham, sehingga membutuhkan simulasi jalur harga saham dari awal hingga waktu jatuh tempo. Untuk memodelkan jalur harga saham $S(t_1), S(t_2), S(t_3), \dots, S(t_N)$, sepanjang periode kontrak, simulasi Monte Carlo memerlukan langkah tambahan berupa pembuatan *grid* waktu dengan interval tetap yaitu $\Delta t = T/N$. Harga saham pada waktu ke- j dapat dihitung dari harga saham pada waktu ke- $(j-1)$ menggunakan persamaan berikut.

$$S(t_j) = S(t_{j-1}) \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Y_j \right] \quad (2.28)$$

dengan:

$S(t_{j-1})$: Harga saham pada waktu t_{j-1}

Δt : Interval waktu

Y_j : Variabel acak yang berdistribusi normal standar pada setiap waktu ke- j

Menurut Higham (2004), rata-rata harga saham dihitung untuk menentukan nilai *payoff* yang digunakan untuk mengestimasi harga opsi pada saat waktu $t = 0$ dengan menerapkan faktor diskonto (e^{-rT}) pada nilai *payoff* tersebut (Glasserman, 2003). Misalkan C_{A_i} adalah *payoff* untuk opsi *call* pada *Asian Option* yang dihasilkan dari simulasi Monte Carlo ke- i menggunakan persamaan (2.11). Harga opsi *call* pada jenis *Asian Option* menggunakan simulasi Monte Carlo dapat dihitung menggunakan persamaan

$$V_{CAM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} C_{A_i} \quad (2.29)$$

Selanjutnya, misalkan P_{A_i} merupakan *payoff* untuk opsi *put* pada *Asian Option* yang dihasilkan dari simulasi Monte Carlo ke- i menggunakan persamaan (2.12). Harga opsi *put* pada *Asian Option* menggunakan simulasi Monte Carlo dapat dihitung menggunakan persamaan

$$V_{PAM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} P_{A_i} \quad (2.30)$$

dengan:

V_{CAM} : Harga opsi *call* pada *Asian Option* Monte Carlo

V_{PAM} : Harga opsi *put* pada *Asian Option* Monte Carlo

C_{A_i} : Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option* untuk simulasi ke- i

P_{A_i} : Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option* untuk simulasi ke- i

- i : Indeks urutan percobaan simulasi Monte Carlo, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, M$
- M : Banyak percobaan simulasi Monte Carlo yang dilakukan

2.1.8 Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Menurut Higham (2004), simulasi Monte Carlo merupakan simulasi yang sederhana dan fleksibel untuk menghitung harga opsi. Untuk meningkatkan efisiensi pada metode tersebut, teknik pengurangan variansi dapat diterapkan. Salah satu teknik yang dapat diterapkan yaitu teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Teknik ini bertujuan untuk mengurangi variansi estimasi, sehingga dapat meningkatkan akurasi hasil perhitungan harga opsi. Selain itu, penggunaan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo juga bertujuan untuk meningkatkan efisiensi komputasi, sehingga simulasi dapat memberikan estimasi yang lebih tepat meskipun dengan banyak percobaan simulasi yang lebih sedikit (Glasserman, 2003).

Menurut Higham (2004), pada perhitungan harga opsi, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo digunakan untuk mengurangi variansi dengan mengganti bilangan acak Y_j dengan bilangan acak yang berkorelasi secara negatif yaitu $-Y_j$. Teknik ini melibatkan dua bilangan acak, yaitu Y_j dan $-Y_j$, yang keduanya bersifat independen, identik, dan berdistribusi normal standar. Pada simulasi Monte Carlo Standar, harga opsi *call* dan opsi *put* dihitung dengan memasukkan bilangan acak Y_j ke dalam model harga saham pada persamaan (2.28). Nilai *payoff* untuk opsi *call* dan opsi *put* yang dihasilkan dari simulasi Monte Carlo dilambangkan dengan V_i . Kemudian, untuk estimasi teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo bilangan acak $-Y_j$

juga dimasukkan ke dalam model harga saham. Nilai *payoff* untuk opsi *call* dan opsi *put* yang dihasilkan dilambangkan dengan $\hat{V}_i$. Oleh karena itu, perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$V_{CAV} = V_{PAV} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \left(\frac{V_i + \hat{V}_i}{2} \right) \quad (2.31)$$

dengan:

- V_{CAV} : Harga opsi *call* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo
- V_{PAV} : Harga opsi *put* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo
- V_i : Nilai *payoff* opsi dari simulasi ke- i dengan bilangan acak Y_j
- $\hat{V}_i$: Nilai *payoff* opsi dari simulasi ke- i dengan bilangan acak $-Y_j$

2.1.9 Metode *Black-Scholes*

Metode *Black-Scholes* diperkenalkan oleh Fisher Black, Myron Scholes, dan Robert Merton pada tahun 1972. Metode ini memberikan solusi analitik atau solusi eksak yang digunakan sebagai acuan dalam perhitungan harga opsi. Metode *Black-Scholes* memiliki keterbatasan dalam penggunaannya, karena hanya dapat diterapkan pada opsi tipe Eropa yang eksekusi harga opsi dilakukan pada waktu jatuh tempo. Metode ini berlandaskan pada beberapa asumsi, yaitu opsi saham hanya dapat dieksekusi pada saat jatuh tempo, *risk-free rate* konstan, volatilitas harga saham tetap, harga saham mengikuti distribusi lognormal dengan variansi *return* yang tetap, tingkat suku bunga bebas risiko konstan, dan tidak ada pembayaran dividen (Hull, 2012).

Menurut Iqrami, dkk. (2021), penentuan harga *Asian Option* menggunakan

metode *Black-Scholes* dapat dilakukan dengan pendekatan rata-rata Geometrik. Rata-rata Geometrik dipilih karena memenuhi asumsi metode *Black-Scholes*, yaitu harga saham mengikuti distribusi lognormal. Selain itu, perhitungan rata-rata harga saham menggunakan rata-rata Geometrik pada *Asian Option* juga dapat dilakukan saat jatuh tempo, *risk-free rate* konstan, volatilitas harga saham tetap, dan tidak ada pembayaran dividen. Sehingga, dengan pendekatan rata-rata Geometrik dapat diperoleh rumus perhitungan harga *Asian Option* dengan metode *Black-Scholes* sebagai berikut.

$$V_{CABS} = e^{-rT} (S_0 e^{\hat{\mu}T} N[\hat{d}_1] - KN[\hat{d}_2]) \quad (2.32)$$

dan

$$V_{PABS} = e^{-rT} (KN[-\hat{d}_2] - S_0 e^{\hat{\mu}T} N[-\hat{d}_1]) \quad (2.33)$$

dengan:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sigma^2 (n+1)(2n+1)}{6n^2} \quad (2.34)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 + \left(r - \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 \right) \frac{n+1}{2n} \quad (2.35)$$

$$\hat{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(\hat{\mu} + \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2\right) T}{\hat{\sigma}T} \quad (2.36)$$

dan

$$\hat{d}_2 = \hat{d}_1 - \hat{\sigma}T \quad (2.37)$$

dengan:

V_{CABS} : Harga opsi *call* pada *Asian Option* metode *Black-Scholes*

V_{PABS} : Harga opsi *put* pada *Asian Option* metode *Black-Scholes*

$N(\hat{d}_1)$: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $\hat{d}_1$

$N(\hat{d}_2)$: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $\hat{d}_2$

$N(-\hat{d}_1)$: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $-\hat{d}_1$

$N(-\hat{d}_2)$: Fungsi distribusi kumulatif normal dari $-\hat{d}_2$

2.1.10 Galat

Pada dasarnya hasil yang diperoleh pada perhitungan *Asian Option* menggunakan simulasi Monte Carlo akan berbeda dengan metode *Black-Scholes*. Hal tersebut dikarenakan terdapat selisih yang disebut sebagai *error* atau galat. Galat numerik merupakan besaran selisih antara nilai pendekatan dengan nilai eksak dari hasil perhitungan harga opsi. Terdapat dua jenis galat yaitu galat mutlak dan galat relatif (Sutarno, dkk., 2022).

Galat mutlak merupakan perbedaan numerik antara nilai eksak dan nilai pendekatan dari hasil perhitungan harga opsi, yang dihitung dari selisih antara kedua nilai tersebut. Nilai eksak diperoleh dari perhitungana harga opsi dengan metode *Black-Scholes* sedangkan nilai pendekatan merupakan hasil perhitungan harga opsi menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan banyak simulasi percobaan yang berbeda. Pada perhitungan galat mutlak, tanda positif dan negatif diabaikan (Sutarno, dkk., 2022).

Menurut Sutarno, dkk. (2022), perhitungan galat relatif dapat mengatasi kelemahan galat mutlak. Galat relatif diperoleh dengan membandingkan antara nilai galat mutlak yang diperoleh dengan nilai eksak yang dihasilkan oleh metode *Black-Scholes*. Galat relatif untuk harga opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$\varepsilon_{C_k} = \frac{|V_{CBSA} - V_{CAAV_k}|}{V_{CBSA}} \quad (2.38)$$

Kemudian, galat relatif untuk harga opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$\varepsilon_{P_k} = \frac{|V_{PBSA} - V_{PAAV_k}|}{V_{PBSA}} \quad (2.39)$$

Selanjutnya, persentase galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\% \varepsilon_{C_k} = \% \varepsilon_{P_k} = \begin{cases} \varepsilon_{C_k} \times 100\%; \text{ untuk opsi } call \\ \varepsilon_{P_k} \times 100\%; \text{ untuk opsi } put \end{cases} \quad (2.40)$$

Berdasarkan persentase galat relatif pada persamaan (2.40), dapat dihitung nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Menurut Montgomery, dkk. (2015), MAPE digunakan untuk menghitung rata-rata persentase *error* antara harga opsi yang dilakukan dengan simulasi dan harga opsi dengan *Black-Scholes*. MAPE untuk opsi *call* dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$MAPE = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \% \varepsilon_{C_k}; \text{ untuk opsi } call \\ \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \% \varepsilon_{P_k}; \text{ untuk opsi } put \end{cases} \quad (2.41)$$

dengan:

- ε_{C_k} : Galat relatif untuk harga opsi *call* ke- k
- ε_{P_k} : Galat relatif untuk harga opsi *put* ke- k
- $\% \varepsilon_{C_k}$: Persentase galat relatif untuk harga opsi *call* ke- k
- $\% \varepsilon_{P_k}$: Persentase galat relatif untuk harga opsi *put* ke- k
- k : Indeks harga opsi, dengan $k = 1, 2, 3, \dots, n$

n : Banyak harga opsi yang dihasilkan

Menurut Lewis (1982), MAPE digunakan untuk mengukur tingkat kesalahan harga opsi yang diperoleh melalui pendekatan numerik dengan membandingkannya terhadap solusi analitik. Semakin rendah nilai MAPE, semakin tinggi hasil akurasi perhitungan harga opsi yang dihasilkan. Kriteria nilai MAPE dapat dilihat pada Tabel 2.1 sebagai berikut.

Tabel 2.1 Kategori Nilai MAPE

Nilai	Keterangan
$MAPE < 10\%$	Sangat Akurat
$10\% < MAPE \leq 20\%$	Akurat
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Cukup Akurat
$50\% < MAPE$	Tidak Akurat

2.2 Investasi Menurut Pandangan Islam

Konsep modal berhubungan dengan gagasan mengenai aset keuangan yang dimiliki oleh setiap individu, yang dapat dialokasikan untuk berbagai keperluan. Pengelolaan modal yang bijaksana sangat penting bagi setiap individu agar tetap produktif dan terhindar dari pemborosan (Shihab, 1996). Allah SWT berfirman dalam QS. an-Nisa ayat 5 sebagai berikut.

وَلَا تُؤْتُوا السُّفَهَاءَ أَمْوَالَكُمُ الَّتِي جَعَلَ اللَّهُ لَكُمْ قِيَمًا وَارْزُقُوهُمْ فِيهَا وَاكْسُوهُمْ
وَقُولُوا لَهُمْ قَوْلًا مَعْرُوفًا ﴿٥﴾

“Dan janganlah kamu serahkan kepada orang yang belum sempurna akalnya, harta (mereka yang ada dalam kekuasaan) kamu yang dijadikan Allah sebagai pokok kehidupan. Berilah mereka belanja dan pakaian (dari hasil harta itu) dan ucapkanlah kepada mereka perkataan yang baik” (QS. an-Nisa: 5)

Pada ayat tersebut, diperintahkan kepada seorang wali atau pengelola harta untuk menjaga dan mengembangkan harta tersebut secara bijaksana. Pengelolaan yang baik tidak hanya berfungsi untuk memenuhi kebutuhan pemiliknya, tetapi juga untuk memberikan manfaat yang lebih luas bagi masyarakat. Dalam penerapan

prinsip keuangan Islam yang sesuai dengan al-Quran dan Sunnah Nabi, salah satu cara yang disarankan oleh ulama yaitu musyarakah. Musyarakah merupakan suatu bentuk kerja sama dengan modal digunakan secara bersama-sama untuk mendapatkan keuntungan sesuai dengan kesepakatan (Shihab, 1996).

Pada masa kini, salah satu bentuk penerapan musyarakah dalam pengelolaan modal adalah melalui investasi. Melalui investasi, individu dapat menyalurkan modal yang dimiliki ke dalam berbagai instrumen atau badan usaha yang berpotensi menghasilkan keuntungan. Investasi bukan hanya memberikan potensi keuntungan bagi individu, tetapi juga sebagai sarana untuk memberikan manfaat kepada masyarakat. Sebagai seorang investor, hasil dari investasi dapat digunakan untuk berbagi kepada orang yang membutuhkan sehingga memiliki kontribusi positif bagi masyarakat, seperti perusahaan yang bergerak pada bidang lingkungan, infrastruktur, kesehatan, atau pendidikan. Dengan demikian, selain memperoleh keuntungan finansial, investor juga dapat memberikan manfaat bagi masyarakat.

2.3 Kajian Penelitian dengan Teori Pendukung

Penelitian ini didasarkan pada beberapa penelitian terdahulu yang telah menggunakan simulasi Monte Carlo, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, dan metode *Black-Scholes* untuk menghitung harga opsi. Beberapa penelitian yang telah menggunakan simulasi Monte Carlo Standar antara lain telah dilakukan oleh Muniroh (2008) dan Lessy (2013). Muniroh (2008) menerapkan simulasi Monte Carlo Standar untuk menghitung harga *Asian Option*. Hasilnya menunjukkan bahwa metode tersebut efektif untuk memprediksi harga saham dan menentukan harga opsi. Dengan bertambahnya banyak simulasi yang dilakukan, rata-rata

estimasi harga opsi yang dihasilkan semakin konvergen. Hal ini terbukti pada simulasi ke-5000 dan ke-6000, dengan harga opsi *call* dan opsi *put* mencapai nilai konvergen masing-masing sebesar Rp 1.924,1 dan Rp 2.147,1, dengan interval kepercayaan masing-masing [1,9291; 1,9262] dan [2,1449; 1,1493] untuk simulasi ke-5000 serta [1,9221; 1,9261] dan [2,1451; 2,1491] untuk simulasi ke-6000, menunjukkan peningkatan akurasi seiring bertambahnya simulasi.

Lessy (2013) juga menerapkan simulasi Monte Carlo Standar yang digunakan untuk menghitung harga opsi *Barrier*. Hasilnya menunjukkan bahwa harga opsi *Barrier* dapat dihitung dengan simulasi Monte Carlo dan semakin besar banyak simulasi percobaan, semakin sempit interval kepercayaannya. Pada opsi *call Barrier Up*, simulasi ke-1000 menghasilkan interval kepercayaan yaitu sebesar [2,7857; 3,487] sedangkan untuk simulasi ke-10.000 menghasilkan interval kepercayaan lebih sempit yaitu [3,3008; 3,5306]. Hal tersebut juga berlaku untuk interval kepercayaan yang dihasilkan oleh opsi *put* yang menunjukkan metode ini semakin akurat dengan bertambahnya simulasi.

Penelitian mengenai teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo telah dilakukan oleh Dewi (2020), Qur'aini, dkk. (2020), Chandra (2022), dan Lesmana, dkk. (2023). Dewi (2020) menerapkan simulasi Monte Carlo Standar dan *Antithetic* Monte Carlo untuk menghitung harga opsi *Double Barrier Knock-Out*. Pada opsi *put* dengan nilai $L = 65$ dan $U = 85$, simulasi ke-10.000 menghasilkan nilai *standart error* sebesar 0,0302 pada simulasi Monte Carlo Standar dan 0,0200 pada Monte Carlo *Antithetic Variate*. Hal tersebut juga berlaku untuk nilai *error* yang dihasilkan pada opsi *call*, yang menunjukkan bahwa Monte Carlo *Antithetic Variate* memberikan tingkat akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan Monte Carlo

Standar. Qur'aini, dkk. (2020) menerapkan simulasi Monte Carlo Standar dan teknik *Antithetic* Monte Carlo untuk menghitung harga *European Option*. Pada opsi *call* untuk simulasi ke-1.000.000 *standard error* yang dihasilkan adalah 0,01963 untuk Monte Carlo Standar dan 0,013866 untuk teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Hal ini menunjukkan bahwa Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menghasilkan harga opsi yang lebih cepat menuju konvergen dibandingkan dengan Monte Carlo Standar.

Chandra (2022) menggunakan metode Monte Carlo *Antithetic Variate*, Monte Carlo *Control Variate*, Monte Carlo *Importance Sampling*, dan Monte Carlo Standar untuk menghitung harga opsi *call* untuk *Asian Option*. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa Monte Carlo *Antithetic Variate* menghasilkan harga opsi yang lebih konvergen dibandingkan dengan ketiga model lainnya. Hal tersebut terlihat dari nilai *standard error* yang lebih kecil pada setiap simulasi. Pada simulasi ke-1.000.000 menghasilkan nilai *standard error* sebesar 0,001147 untuk Monte Carlo Standar, 0,001147 untuk *Importance Sampling*, 0,0000045 untuk teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, dan 0,0005599 untuk teknik *Control Variate* Monte Carlo. Sehingga, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo merupakan metode terbaik dari ketiga model lainnya yang digunakan dalam penentuan harga opsi *call* untuk *Asian Option*. Kemudian, Lesmana, dkk. (2023) menggunakan simulasi Monte Carlo Standar dan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo untuk menghitung harga *Bermudan Option*. Hasil yang diperoleh juga menunjukkan bahwa metode simulasi Monte Carlo dengan teknik reduksi variansi *Antithetic Variate* merupakan pendekatan yang efektif dalam mengestimasi harga opsi Bermuda. Hal ini dibuktikan pada simulasi ke-12800 opsi *put* menghasilkan nilai *error* sebesar

0,00777 untuk Monte Carlo Standar dan 0,0051 untuk teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, dan berlaku juga untuk nilai *error* yang dihasilkan pada opsi *call* untuk *Bermudan Option*.

Penelitian metode *Black-Scholes* pada *Asian Option* telah diteliti oleh Lestari, dkk. (2019) dan Iqrami, dkk. (2021). Lestari, dkk. (2019) melakukan turunan rumus metode *Black-Scholes* untuk perhitungan harga opsi *put* pada *Asian Option*. Kemudian, Iqrami, dkk. (2021) menurunkan rumus dari metode *Black-Scholes* untuk opsi Eropa yang kemudian diterapkan untuk mencari rumus perhitungan harga *Asian Option* menggunakan metode *Black-Scholes*. Selain itu, formulasi tersebut terbukti efektif dapat digunakan untuk menghitung harga *Asian Option*. Sehingga dapat digunakan sebagai nilai analitik untuk perhitungan harga *Asian Option* pada waktu yang akan datang.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode gabungan dan studi literatur. Pendekatan kuantitatif dipilih karena melibatkan penggunaan data numerik berupa harga saham untuk menghitung harga *Asian Option* dan mencakup proses analisis data yang menghasilkan kesimpulan berbasis numerik. Kemudian, pendekatan kualitatif digunakan untuk menjelaskan rumus perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dan menganalisis konvergensi hasil dari perhitungan harga *Asian Option* terhadap metode *Black-Scholes*. Studi literatur dimanfaatkan untuk mengumpulkan referensi dan sumber-sumber relevan dari jurnal dan buku yang menjadi dasar pemahaman lebih mendalam mengenai topik penelitian ini.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder. Penelitian ini menggunakan data harga saham penutupan Microsoft Corporation (MSFT) dengan periode waktu dari 1 November 2022 sampai 31 Oktober 2024. Data tersebut diperoleh dari laman www.investing.com yang diakses pada 1 November 2024. Adapun data tersebut terlampir pada Lampiran 1.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dapat dilakukan sebagai berikut.

1. Konsep teoritis perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dilakukan sebagai berikut:
 - a. Membuat formulasi untuk dua jalur simulasi harga saham menggunakan bilangan acak yang berdistribusi normal standar dan berkorelasi negatif, mulai dari periode awal hingga waktu jatuh tempo, mengacu pada persamaan (2.28).
 - b. Membuat formulasi perhitungan rata-rata harga saham dari kedua jalur simulasi yang telah dibuat, mengacu pada persamaan (2.10).
 - c. Merumuskan perhitungan nilai *payoff Asian Option* untuk opsi *call* dan opsi *put* berdasarkan kedua jalur simulasi yang dihasilkan, mengacu pada persamaan (2.11) dan persamaan (2.12).
 - d. Membuat formulasi perhitungan harga opsi berdasarkan rata-rata dari kedua nilai *payoff*, dengan mempertimbangkan faktor diskonto, mengacu pada persamaan (2.31).
2. Implementasi teknik *Antithetic Variate* Monte pada perhitungan harga *Asian Option* pada harga saham Microsoft Corporation (MSFT) dapat dilakukan sebagai berikut:
 - a. Deskripsi data
 - 1). Menggambarkan *plot* pergerakan harga saham.
 - 2). Menghitung *return* saham, standar deviasi, dan volatilitas harga saham dari data historis harga saham.
 - 3). Menentukan dan menetapkan parameter-parameter yang diperlukan dalam perhitungan harga *Asian Option*, seperti harga saham awal, harga kesepakatan, tingkat suku bunga bebas risiko, banyak partisi waktu,

waktu jatuh tempo, dan banyak simulasi percobaan.

b. Perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* Menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

- 1). Menentukan banyak percobaan simulasi Monte Carlo yang akan dilakukan.
- 2). Membangkitkan bilangan acak berdistribusi normal standar dan berkorelasi negatif.
- 3). Mensimulasikan harga saham menggunakan bilangan acak yang telah dibangkitkan serta parameter-parameter yang telah ditentukan mulai dari periode awal hingga waktu jatuh tempo.
- 4). Mengulangi langkah (2) dan (3) sebanyak partisi harga saham.
- 5). Menghitung rata-rata harga saham dari simulasi pergerakan harga saham mulai dari periode awal hingga waktu jatuh tempo.
- 6). Menghitung nilai *payoff* untuk opsi *call* dan opsi *put*.
- 7). Menghitung harga opsi *call* dan opsi *put*.
- 8). Mengulangi langkah (2) sampai (7) sebanyak simulasi percobaan yang diinginkan.
- 9). Menghitung rata-rata harga opsi yang diperoleh dari banyaknya simulasi percobaan yang dilakukan.

3. Akurasi perhitungan numerik harga *Asian Option* teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dilakukan dengan cara berikut:

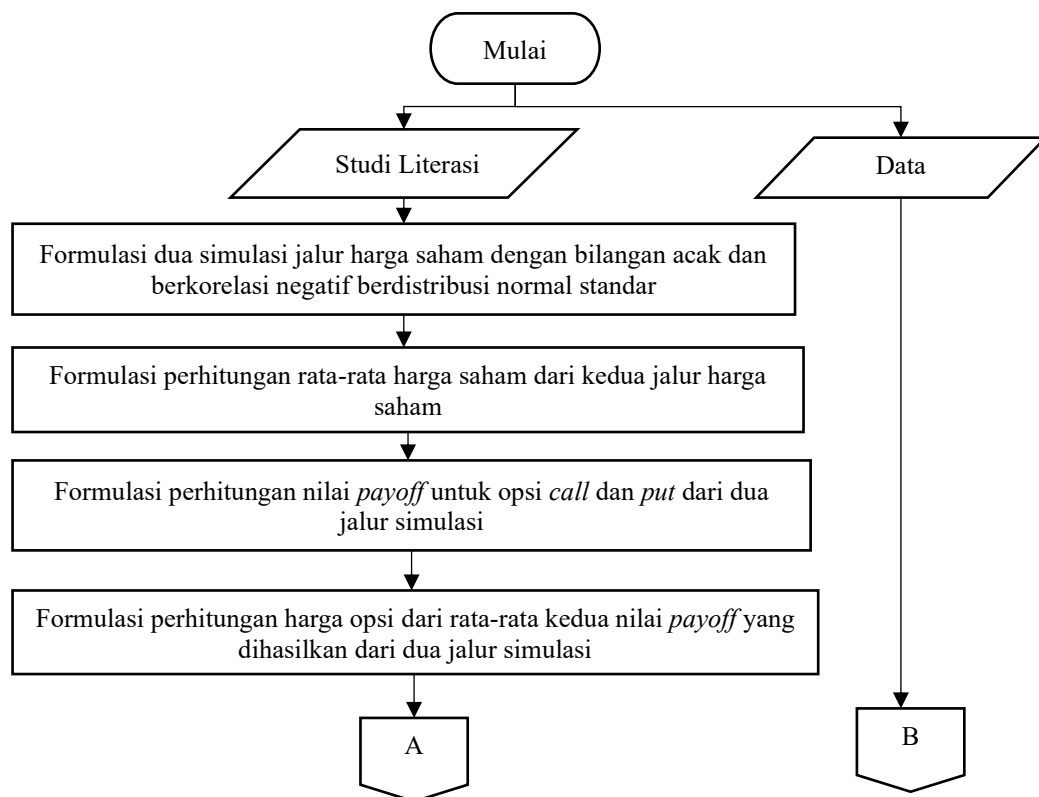
- a. Menghitung solusi analitik harga *Asian Option* menggunakan metode *Black-Scholes*.
- b. Menggambar grafik harga *Asian Option* teknik *Antithetic Variates* Monte

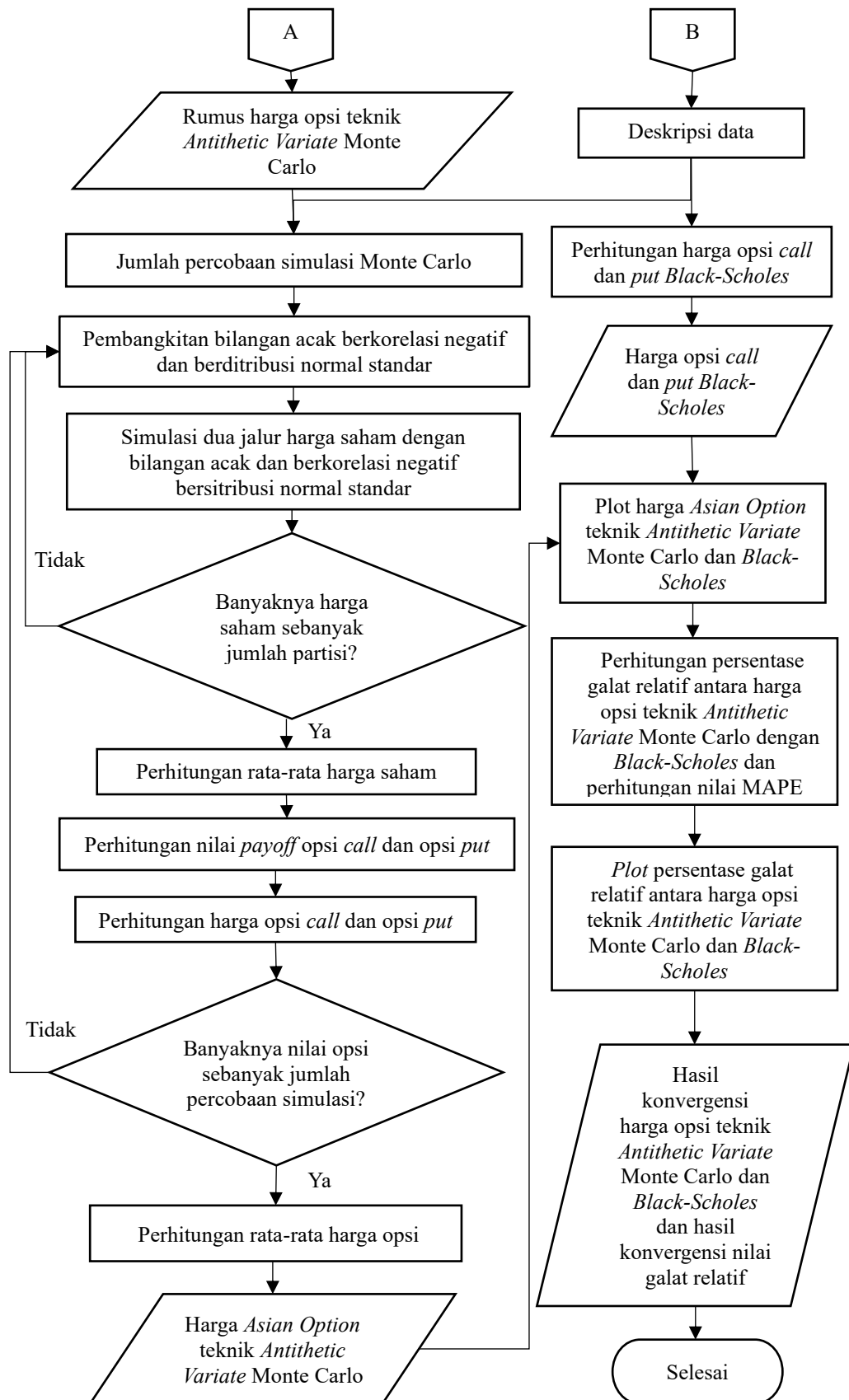
Carlo dengan metode *Black-Scholes*.

- c. Menghitung persentase galat relatif harga *Asian Option* teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan metode *Black-Scholes*.
- d. Menggambar grafik nilai persentase galat relatif perhitungan harga *Asian Option* teknik *Antithetic Variates* Monte Carlo dengan metode *Black-Scholes*.
- e. Menghitung nilai MAPE harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo.

3.4 Diagram Alir Penelitian

Berdasarkan tahapan penelitian yang telah diuraikan di atas, alur proses pengerjaan penelitian ini dapat digambarkan melalui diagram alir sebagai berikut.





Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Konsep Teoritis Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo merupakan teknik pengurangan variansi yang diterapkan dalam perhitungan harga opsi. Teknik ini bertujuan untuk meningkatkan efisiensi simulasi Monte Carlo dalam memperkirakan harga opsi, termasuk *Asian Option*. *Asian Option* merupakan jenis opsi yang nilai *payoff*-nya ditentukan berdasarkan rata-rata harga saham selama periode jatuh tempo. Pada penelitian ini, rata-rata harga saham dihitung menggunakan rata-rata Geometrik karena sesuai dengan asumsi metode *Black-Scholes*, yaitu harga saham mengikuti distribusi lognormal. Selain itu, perhitungan rata-rata harga saham menggunakan rata-rata Geometrik pada *Asian Option* juga dapat dilakukan saat jatuh tempo, *risk-free rate* konstan, volatilitas harga saham tetap, dan tidak ada pembayaran dividen.

Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menggunakan pasangan bilangan acak yang saling berlawanan untuk menghasilkan estimasi harga opsi yang lebih stabil. Proses tersebut mengakibatkan konvergensi harga opsi lebih cepat dengan variansi yang lebih rendah dibandingkan metode Monte Carlo Standar. Teknik ini bertujuan meningkatkan akurasi perhitungan harga opsi serta mengurangi kesalahan estimasi yang mungkin terjadi dalam simulasi Monte Carlo.

Pada perhitungan harga *Asian Option*, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menghitung nilai *payoff* berdasarkan hasil rata-rata harga saham dari dua jalur pergerakan harga saham sepanjang periode kontrak. Oleh karena itu, diperlukan dua jalur pergerakan harga saham yang diperoleh dari pasangan bilangan acak yang

saling berlawanan.

Pada jalur pertama, harga saham dihitung menggunakan bilangan acak Y_j , yang direpresentasikan sebagai $S(t_1)^+, S(t_2)^+, S(t_3)^+, \dots, S(t_N)^+$. Sedangkan pada jalur kedua, harga saham dihitung menggunakan bilangan acak $-Y_j$, yang disimbolkan dengan $S(t_1)^-, S(t_2)^-, \dots, S(t_N)^-$. Harga saham pada waktu ke- j dihitung berdasarkan harga saham pada waktu ke- $(j - 1)$. Dengan mengacu pada persamaan (2.28), diperoleh dua jalur pergerakan harga saham yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$S(t_j)^+ = S(t_{j-1})^+ \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma Y_j \sqrt{\Delta t} \right) \quad (4.1)$$

dan

$$S(t_j)^- = S(t_{j-1})^- \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t - \sigma Y_j \sqrt{\Delta t} \right) \quad (4.2)$$

dengan:

- $S(t_j)^+$: Pergerakan harga saham jalur pertama dengan bilangan acak Y_j
- $S(t_{j-1})^+$: Harga saham jalur pertama pada waktu t_{j-1}
- $S(t_j)^-$: Pergerakan harga saham jalur kedua dengan bilangan acak $-Y_j$
- $S(t_{j-1})^-$: Harga saham jalur kedua pada waktu t_{j-1}

Setelah menghitung pergerakan harga saham pada kedua jalur, langkah berikutnya adalah menghitung rata-rata pergerakan harga saham dari awal hingga waktu jatuh tempo menggunakan rata-rata Geometrik. Berdasarkan persamaan (2.10), rata-rata harga saham pada masing-masing jalur dapat dirumuskan secara matematis sebagai berikut.

$$\bar{S}_T^+ = \left(\prod_{j=1}^N S(t_j)^+ \right)^{\frac{1}{N}} \quad (4.3)$$

dan

$$\bar{S}_T^- = \left(\prod_{j=1}^N S(t_j)^- \right)^{\frac{1}{N}} \quad (4.4)$$

dengan:

$\bar{S}_T^+$: Rata-rata harga saham untuk jalur pertama

$\bar{S}_T^-$: Rata-rata harga saham untuk jalur kedua

Setelah menghitung rata-rata harga saham dari kedua jalur, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai *payoff* untuk opsi *call* dan opsi *put* dari masing-masing jalur. Misalkan C_A^+ merupakan nilai *payoff* untuk opsi *call* yang dihitung berdasarkan rata-rata harga saham pada jalur pertama dan C_A^- merupakan nilai *payoff* untuk opsi *call* yang dihitung berdasarkan rata-rata harga saham pada jalur kedua. Dengan mengacu pada persamaan (2.11), nilai *payoff Asian Option* untuk opsi *call* untuk kedua jalur dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$C_A^+ = \max(\bar{S}_T^+ - K, 0) \quad (4.5)$$

dan

$$C_A^- = \max(\bar{S}_T^- - K, 0), \quad (4.6)$$

Kemudian, misalkan P_A^+ merupakan nilai *payoff* untuk opsi *put* yang dihitung berdasarkan rata-rata harga saham pada jalur pertama dan P_A^- merupakan nilai *payoff* untuk opsi *call* yang dihitung berdasarkan rata-rata harga saham pada jalur kedua. Dengan mengacu pada persamaan (2.12), nilai *payoff Asian Option* untuk opsi *put* untuk kedua jalur dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$P_A^+ = \max(K - \bar{S}_T^+, 0) \quad (4.7)$$

dan

$$P_A^- = \max(K - \bar{S}_T^-, 0) \quad (4.8)$$

dengan:

C_A^+ : Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option* untuk jalur pertama

C_A^- : Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option* untuk jalur kedua

P_A^+ : Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option* untuk jalur pertama

P_A^- : Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option* untuk jalur kedua

Berdasarkan nilai *payoff* opsi *call* pada persamaan (4.5) dan persamaan (4.6), estimasi harga *Asian Option* diperoleh dengan mendiskontokan nilai rata-rata harga opsi dari seluruh simulasi. Dengan mengacu pada persamaan (2.31), harga *Asian Option* untuk opsi *call* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dihitung dengan formulasi sebagai berikut.

$$V_{CAAV} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \left(\frac{C_{A_i}^+ + C_{A_i}^-}{2} \right) \quad (4.9)$$

Kemudian, berdasarkan nilai *payoff* opsi *put* pada persamaan (4.6) dan persamaan (4.7), serta mengacu pada persamaan (2.31), harga *Asian Option* untuk opsi *put* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dihitung dengan formulasi sebagai berikut.

$$V_{PAAV} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \left(\frac{P_{A_i}^+ + P_{A_i}^-}{2} \right) \quad (4.10)$$

dengan:

V_{CAAV} : Harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

V_{PAAV} : Harga opsi *put* untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic*

Variate Monte Carlo

- $C_{A_i}^+$: Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option* untuk simulasi ke-
 i pada jalur pertama
- $C_{A_i}^-$: Nilai *payoff* opsi *call* pada *Asian Option* untuk simulasi ke-
 i pada jalur kedua
- $P_{A_i}^+$: Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option* untuk simulasi ke-
 i pada jalur pertama
- $P_{A_i}^-$: Nilai *payoff* opsi *put* pada *Asian Option* untuk simulasi ke-
 i pada jalur kedua

4.2 Implementasi Teknik *Antithetic Variate Monte Carlo* pada Perhitungan Harga *Asian Option* terhadap Data Harga Saham MSFT

4.2.1 Deskripsi Data

Pada tahap awal perhitungan harga opsi, langkah pertama yang dilakukan adalah deskripsi data. Langkah ini bertujuan untuk memeriksa dan memahami karakteristik data yang akan digunakan. Data yang digunakan dalam perhitungan harga *Asian Option* ini berupa data harga saham penutupan harian Microsoft Corporation (MSFT) selama periode 1 November 2022 sampai 31 Oktober 2024, yang disajikan pada Lampiran 1. Data tersebut diperoleh melalui situs resmi www.investing.com. Data ini digunakan untuk menggambarkan pola pergerakan harga saham, yang menjadi faktor pertimbangan bagi investor dalam mengambil keputusan investasi di perusahaan tersebut. Berdasarkan Lampiran 1, pola pergerakan harga saham dapat divisualisasikan pada Gambar 4.1 berikut.



Gambar 4.1 Grafik Pergerakan Harga Saham Penutupan Harian MSFT

Gambar 4.1 menunjukkan fluktuasi harga saham Microsoft Corporation yang relatif stabil dengan pola kenaikan yang bertahap. Hal tersebut menunjukkan bahwa perubahan harga saham tidak mengalami volatilitas harga saham yang ekstrem dari waktu ke waktu. Kenaikan harga saham secara bertahap dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti kinerja perusahaan yang baik, stabilitas pasar, dan kondisi ekonomi yang mendukung. Faktor-faktor tersebut berpotensi meningkatkan daya tarik bagi investor.

Berdasarkan Gambar 4.1, harga saham mencapai titik terendah sebesar \$ 214,25 pada 3 November 2022, yang diduga dipengaruhi oleh dampak pandemi COVID-19. Pandemi tersebut menimbulkan sentimen pasar negatif serta meningkatkan ketidakpastian ekonomi, termasuk tekanan inflasi yang turut memengaruhi pergerakan harga saham. Seiring berjalannya waktu, Microsoft Corporation berhasil mempertahankan posisinya sebagai salah satu perusahaan teknologi terkemuka di dunia. Perusahaan tersebut terus berinovasi, terutama dalam pengembangan teknologi kecerdasan buatan (AI) yang semakin memperkuat kepercayaan investor. Inovasi tersebut mendorong pertumbuhan pendapatan

perusahaan, sehingga harga saham mengalami pemulihan dan mencapai titik tertinggi sebesar \$ 467,56 pada 5 Juli 2024. Adapun harga saham terakhir yang tercantum pada Gambar 4.1 adalah sebesar \$ 406,35 pada 31 Oktober 2024, yang digunakan sebagai harga saham awal dalam perhitungan harga *Asian Option* pada penelitian ini.

Tahap selanjutnya dalam deskripsi data adalah menghitung *return* saham, yang merupakan dasar dalam penentuan parameter *risk-free rate* dan volatilitas harga saham. Berdasarkan data harga saham yang tercantum pada Lampiran 1, perhitungan *return* saham dapat dihitung menggunakan persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \ln\left(\frac{S_1}{S_{1-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{220,1}{228,17}\right) \approx -0,036 \\
 R_2 &= \ln\left(\frac{S_2}{S_{2-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_2}{S_1}\right) = \ln\left(\frac{214,25}{220,1}\right) \approx -0,027 \\
 R_3 &= \ln\left(\frac{S_3}{S_{3-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_3}{S_2}\right) = \ln\left(\frac{221,39}{214,25}\right) \approx 0,033 \\
 &\vdots \\
 R_{501} &= \ln\left(\frac{S_{501}}{S_{501-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_{501}}{S_{500}}\right) = \ln\left(\frac{432,53}{431,95}\right) \approx 0,001 \\
 R_{502} &= \ln\left(\frac{S_{502}}{S_{502-1}}\right) = \ln\left(\frac{S_{502}}{S_{501}}\right) = \ln\left(\frac{406,35}{432,53}\right) \approx -0,062
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Hasil perhitungan *return* saham pada persamaan (4.11) dapat dilihat secara lengkap pada Lampiran 2. Berdasarkan hasil tersebut, rata-rata *return* saham (*expected return*) dapat dihitung menggunakan persamaan (2.3) sebagai representasi nilai untuk parameter *risk-free rate*, sehingga $\bar{R} = r$. Berikut ini adalah hasil perhitungan rata-rata *return* saham.

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{(-0,036) + (-0,027) + 0,033 + \dots + 0,001 + (-0,062)}{502} \\ &= \frac{0,577}{502} \approx 0,001\end{aligned}\quad (4.12)$$

Selanjutnya, berdasarkan hasil *return* saham pada Lampiran 2, standar deviasi *return* saham dapat dihitung menggunakan persamaan (2.2) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{(-0,036 - 0,001)^2 + (-0,027 - 0,001)^2 + (0,033 - 0,001)^2 + \dots + (-0,062 - 0,001)^2}{501}} \\ &= \sqrt{\frac{0,001 + 0,001 + 0,001 + \dots + 0,004}{501}} \\ &= \sqrt{\frac{0,117}{501}} \approx 0,015\end{aligned}\quad (4.13)$$

Setelah memperoleh nilai standar deviasi *return* saham, volatilitas harga saham dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4). Dalam perhitungan ini, diasumsikan bahwa banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun adalah 252 hari. Oleh karena itu, panjang jangka interval waktu perdagangan saham dalam satu tahun menggunakan persamaan (2.5), yaitu

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{252}} \approx 0,063 \quad (4.14)$$

Berdasarkan nilai standar deviasi *return* saham pada persamaan (4.13) dan nilai τ pada persamaan (4.14), diperoleh nilai volatilitas harga saham sebagai berikut.

$$\sigma = \frac{0,015}{0,063} \approx 0,243 \quad (4.15)$$

Dengan demikian, berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.12) dan persamaan (4.15) diperoleh nilai *risk-free rate* sebesar 0,001 dan volatilitas harga saham sebesar 0,243.

Pada perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, diperlukan beberapa parameter seperti harga saham awal (S_0), harga kesepakatan (K), *risk-free rate* (r), volatilitas harga saham (σ), waktu jatuh tempo (T), banyak partisi (N), dan banyak simulasi percobaan (M). Beberapa parameter yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Harga saham awal (S_0) yang ditetapkan sebesar \$ 406,35, diperoleh dari data harga saham terakhir Microsoft Corporation (MSFT) pada tanggal 31 Oktober 2024.
2. *Strike price* (K) yang ditetapkan sebesar \$ 430, berdasarkan informasi opsi saham MSFT pada saat jatuh tempo yang diperoleh melalui laman www.investing.com.
3. *Risk-free rate* (r) yang digunakan sebesar 0,001, diperoleh dari hasil perhitungan rata-rata *return* saham pada persamaan (4.12).
4. Volatilitas harga saham (σ) yang digunakan sebesar 0,243, dari hasil perhitungan pada persamaan (4.15).
5. Waktu jatuh tempo (T) dalam penelitian ini ditetapkan selama satu tahun.
6. Banyak partisi (N) yang digunakan adalah 252, sesuai dengan asumsi bahwa banyak hari perdagangan saham dalam satu tahun adalah 252 hari.
7. Banyak simulasi percobaan (M) yang digunakan pada penelitian ini adalah dalam rentang [500, 100.000], dengan peningkatan 500 simulasi pada setiap langkahnya. Hal tersebut dipilih untuk menyeimbangkan akurasi perhitungan opsi dan efisiensi komputasi serta mengamati hasil konvergensi secara bertahap.

Dengan demikian, parameter-parameter yang digunakan pada perhitungan harga

Asian Option dapat dirangkum pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Parameter Perhitungan Harga *Asian Option*

S_0	\$ 406,35
K	\$ 430
r	0,001
σ	0,243
T	1 Tahun
N	252 Hari
M	500, 1000, 1500, ..., 100.000

4.2.2 Perhitungan Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put* untuk *Asian Option*

Menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dilakukan sesuai dengan banyak simulasi percobaan yang telah ditentukan. Proses perhitungan harga opsi diawali dengan mensimulasikan dua jalur pergerakan harga saham hingga mencapai waktu jatuh tempo. Banyaknya simulasi tersebut dilakukan sebanyak M kali sesuai dengan banyak simulasi percobaan yang telah ditentukan.

Pada penelitian ini, waktu jatuh tempo harga opsi ditetapkan selama satu tahun dan dibagi menjadi 252 partisi waktu, sesuai dengan asumsi banyak hari perdagangan dalam satu tahun di pasar saham. Oleh karena itu, setiap jalur pergerakan harga saham akan menghasilkan 252 nilai harga saham dalam setiap simulasi percobaan selama periode jatuh tempo. Pergerakan harga saham pada jalur pertama dihitung dengan membangkitkan sebanyak 252 bilangan acak yang berdistribusi normal standar, disimbolkan sebagai Y_j . Selanjutnya, pergerakan harga saham pada jalur kedua dihitung dengan membangkitkan sebanyak 252 bilangan acak yang berlawanan, yaitu $-Y_j$, yang juga berdistribusi normal standar. Bilangan

acak $-Y_j$ diperoleh dengan mengalikan setiap sampel bilangan acak Y_j dengan -1 , sehingga terbentuk jalur pergerakan harga saham yang memiliki korelasi negatif terhadap jalur pertama.

Banyak simulasi percobaan pada penelitian ini bervariasi dalam rentang $[500, 100.000]$, dengan peningkatan sebanyak 500 simulasi disetiap langkah. Jika $M = 500$, maka simulasi pergerakan harga saham pada jalur pertama dan jalur kedua akan dilakukan sebanyak 500 kali. Perhitungan harga saham pada jalur pertama dapat dihitung menggunakan persamaan (4.1). Untuk $M = 500$, pergerakan harga saham pada jalur pertama untuk simulasi pertama akan dihitung dengan membangkitkan bilangan acak Y_j , sebagaimana ditunjukkan pada Lampiran 3. Bilangan acak Y_j pertama digunakan untuk menghitung harga saham pada partisi waktu pertama, bilangan acak kedua digunakan untuk partisi waktu kedua, dan proses tersebut berlanjut hingga mencapai partisi waktu ke-252.

Berdasarkan bilangan acak Y_j yang telah dibangkitkan pada Lampiran 3 serta nilai parameter yang telah disajikan pada Tabel 4.1 dengan nilai $\Delta t = 1/252$. Berikut ini adalah hasil perhitungan manual harga saham pada jalur pertama untuk partisi ke-1 hingga partisi ke-252 pada simulasi pertama dengan $M = 500$.

$$\begin{aligned}
 S(t_1)^+ &= 406,35 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times (-1,10241) \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \\
 &= 406,35 \times \exp(-0,00011 - 0,01688) \\
 &= 406,35 \times 0,983155 \approx 399,505 \\
 S(t_2)^+ &= 399,505 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times (-1,32761) \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \quad (4.16) \\
 &= 399,505 \times \exp(-0,00011 - 0,02032) \\
 &= 399,505 \times 0,979775 \approx 391,425 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S(t_{252})^+ &= 356,383 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times (-0,70109) \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \\
&= 356,383 \times \exp(-0,00011 - 0,01073) \\
&= 356,383 \times 10,98921 \approx 352,539
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan harga saham pada jalur pertama untuk $M = 500$ pada simulasi pertama disajikan secara lengkap pada Lampiran 4.

Selanjutnya, perhitungan harga saham pada jalur kedua dapat dihitung menggunakan persamaan (4.2). Pergerakan harga saham pada jalur kedua untuk $M = 500$ pada simulasi pertama dihitung dengan membangkitkan bilangan acak $-Y_j$. Hal yang sama berlaku untuk bilangan acak $-Y_j$, dengan bilangan acak pertama digunakan untuk menghitung harga saham pada partisi waktu pertama, bilangan acak kedua digunakan untuk partisi waktu kedua, dan seterusnya hingga mencapai partisi waktu ke-252.

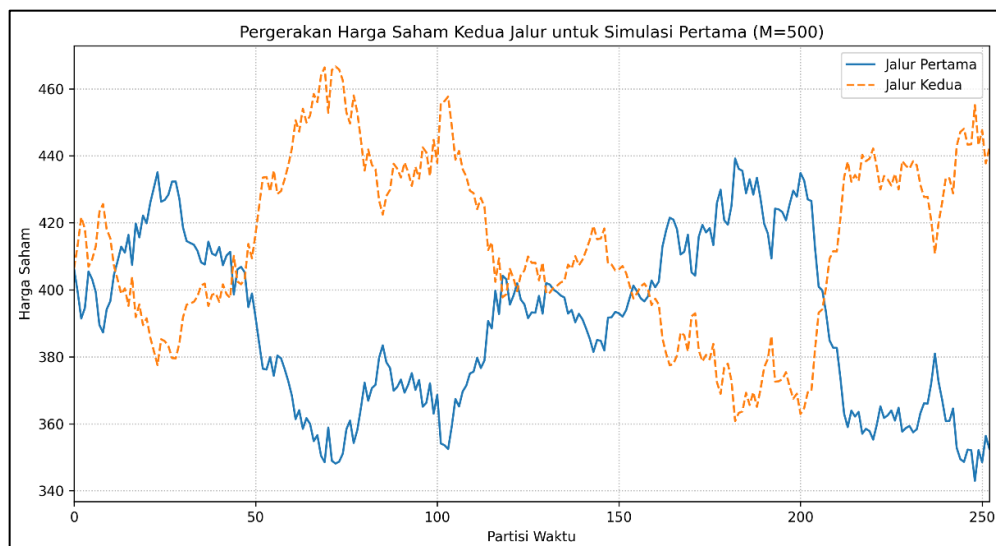
Berdasarkan bilangan acak $-Y_j$ yang telah dibangkitkan dan nilai parameter yang telah disajikan pada Tabel 4.1 dengan nilai $\Delta t = 1/252$. Berikut ini adalah hasil perhitungan manual harga saham pada jalur kedua untuk partisi ke-1 hingga partisi ke-252 pada simulasi pertama dengan $M = 500$.

$$\begin{aligned}
S(t_1)^- &= 406,35 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times 1,10241 \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \\
&= 406,35 \times \exp(-0,00011 + 0,01688) \\
&= 406,35 \times 1,016903 \approx 413,219 \\
S(t_2)^- &= 413,219 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times 1,32761 \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \\
&= 413,219 \times \exp(-0,00011 + 0,02032) \\
&= 413,219 \times 1,020415 \approx 421,654 \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
S(t_{252})^- &= 437,729 \times \exp\left(\left(0,001 - \frac{0,243^2}{2}\right) \times \frac{1}{252} + 0,243 \times 0,70109 \times \sqrt{\frac{1}{252}}\right) \\
&= 437,729 \times \exp(-0,00011 + 0,01073) \\
&= 437,729 \times 1,010675 \approx 442,402
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan harga saham pada jalur kedua untuk $M = 500$ pada simulasi pertama dapat disajikan secara lengkap pada Lampiran 5.

Berdasarkan dua jalur pergerakan harga saham yang disajikan pada Lampiran 4 dan Lampiran 5, grafik dua jalur pergerakan harga saham untuk $M = 500$ pada simulasi pertama selama waktu jatuh tempo dapat divisualisasikan pada Gambar 4.2 berikut.

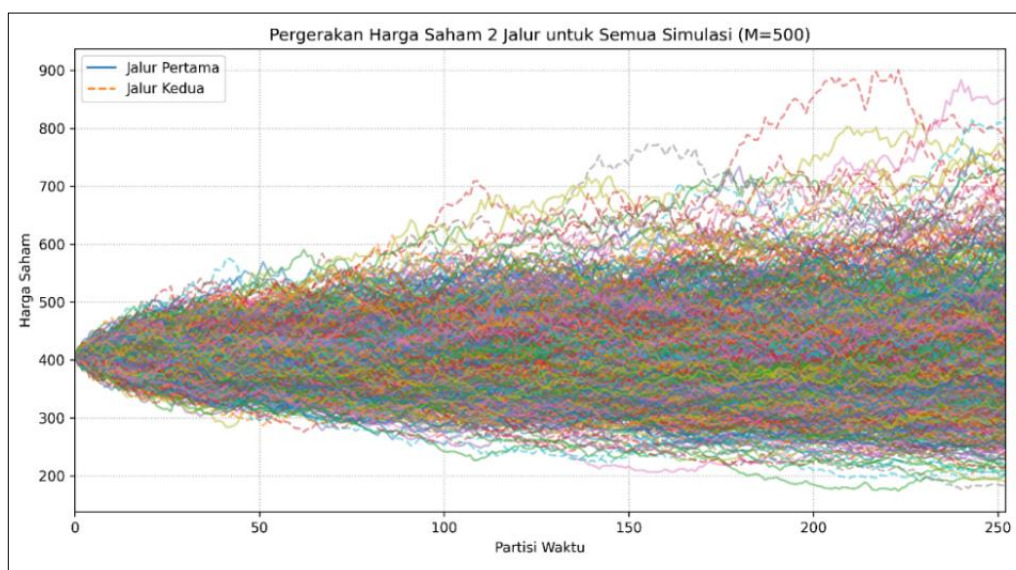


Gambar 4.2 Pergerakan Dua Jalur Harga Saham untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama

Gambar 4.2 menampilkan grafik dua jalur pergerakan harga saham yang untuk $M = 500$ pada simulasi pertama menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Simulasi ini dilakukan dengan membagi periode jatuh tempo menjadi 252 partisi waktu. Jalur pertama, yang ditunjukkan dengan garis penuh, merupakan hasil simulasi pergerakan harga saham menggunakan bilangan acak Y_j . Sementara, jalur kedua yang diilustrasikan dengan garis putus-putus, menunjukkan hasil

simulasi pergerakan harga saham menggunakan bilangan acak yang berlawanan yaitu $-Y_j$. Pada jalur pertama menunjukkan pola pergerakan harga saham yang fluktuatif naik dan turun seiring waktu, sementara jalur kedua menunjukkan pola yang berlawanan arah dengan jalur pertama, kenaikan harga saham pada jalur pertama diimbangi oleh penurunan pada jalur kedua, dan demikian pula sebaliknya. Pola ini sesuai dengan prinsip teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, yaitu menghasilkan pasangan jalur simulasi dengan menggunakan bilangan acak yang saling berlawanan. Tujuan dari pendekatan ini adalah untuk mengurangi variansi dalam estimasi harga *Asian Option*.

Tahap selanjutnya adalah mengulangi langkah yang sama, yaitu mensimulasikan dua jalur pergerakan harga saham seperti persamaan (4.16) dan persamaan (4.17) sebanyak 500 kali simulasi percobaan. Dalam simulasi ini, bilangan acak yang digunakan untuk setiap jalur dibangkitkan secara berlawanan dan bilangan acak yang digunakan berbeda pada setiap simulasi. Berikut adalah grafik yang menunjukkan dua jalur pergerakan harga saham untuk $M = 500$.



Gambar 4.3 Grafik Pergerakan Dua Jalur Harga Saham untuk $M = 500$

Gambar 4.3 menunjukkan grafik dua jalur pergerakan harga saham yang dihasilkan dari 500 kali simulasi dengan bilangan acak yang saling berlawanan. Simulasi ini dilakukan dengan 252 partisi waktu dalam satu periode jatuh tempo. Dari Gambar 4.3, terlihat bahwa harga saham mengalami fluktuasi signifikan sepanjang partisi waktu. Untuk menstabilkan pergerakan harga saham yang akan berpengaruh pada perhitungan harga opsi, harga *Asian Option* mempertimbangkan rata-rata dari harga saham pada setiap partisi waktu, bukan hanya harga saham pada saat jatuh tempo saja. Oleh karena itu, dari setiap partisi waktu pada jalur pergerakan harga saham yang disajikan pada Gambar 4.3, akan dihitung nilai rata-rata secara Geometrik yang digunakan untuk menentukan nilai *payoff Option* untuk opsi *call* dan opsi *put* pada *Asian Option*.

Perhitungan rata-rata harga saham dilakukan dengan membagi proses perhitungan menjadi dua jalur pergerakan harga saham, yaitu jalur pertama dan jalur kedua. Rata-rata harga saham jalur pertama dapat dihitung menggunakan persamaan (4.3). Berdasarkan hasil perhitungan harga saham pada jalur pertama yang disajikan pada Lampiran 4, berikut ini merupakan perhitungan manual rata-rata harga saham jalur pertama untuk $M = 500$ pada simulasi pertama.

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_T^+ &= \left(\prod_j^{252} S(t_j)^+ \right) \\
 &= (399,505 \times 391,424 \times \dots \times 352,539)^{\frac{1}{252}} \\
 &= \sqrt[252]{399,505 \times 391,424 \times \dots \times 352,539} \approx 389,047
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Kemudian, rata-rata harga saham pada jalur kedua dihitung menggunakan persamaan (4.4). Berdasarkan hasil perhitungan harga saham pada jalur kedua yang disajikan pada Lampiran 5, berikut ini merupakan perhitungan manual rata-rata harga saham pada jalur kedua untuk $M = 500$ pada simulasi pertama.

$$\begin{aligned}
\bar{S}_T^- &= \left(\prod_j^{252} S(t_j)^- \right) \\
&= (413,219 \times 421,654 \times \dots \times 442,402)^{\frac{1}{252}} \\
&= \sqrt[252]{413,219 \times 421,654 \times \dots \times 442,402} \approx 412,441
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Selanjutnya, perhitungan rata-rata harga saham pada jalur pertama dan jalur kedua untuk simulasi ke-2 hingga ke-500 dilakukan dengan cara yang sama seperti perhitungan pada persamaan (4.18) dan persamaan (4.19). Hasil rata-rata harga saham pada kedua jalur untuk $i = 1, 2, 3, \dots, 500$ disajikan secara lengkap pada Lampiran 6. Setelah memperoleh rata-rata harga saham dari kedua jalur, perhitungan dapat dilanjutkan dengan menentukan nilai *payoff* untuk opsi *call* dan opsi *put* dari kedua jalur.

Nilai *payoff* untuk opsi *call* pada jalur pertama dapat dihitung menggunakan persamaan (4.5). Berdasarkan hasil rata-rata harga saham jalur pertama pada persamaan (4.18) serta nilai K sebesar \$ 430, perhitungan manual nilai *payoff* untuk opsi *call* pada jalur pertama dengan $M = 500$ pada simulasi pertama disajikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
C_A^+ &= \max(\bar{S}_T^+ - K; 0) \\
&= \max(389,047 - 430; 0) \\
&\approx 0
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Selanjutnya, nilai *payoff* untuk opsi *call* pada jalur kedua dapat dihitung menggunakan persamaan (4.6). Berdasarkan hasil rata-rata harga saham jalur kedua pada persamaan (4.19) serta nilai K sebesar \$ 430, perhitungan manual nilai *payoff* untuk opsi *call* pada jalur kedua dengan $M = 500$ untuk simulasi pertama disajikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
C_A^- &= \max(\bar{S}_T^- - K; 0) \\
&= \max(412,441 - 430; 0) \\
&\approx 0
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Dengan menerapkan langkah yang sama seperti perhitungan pada persamaan (4.20) dan persamaan (4.21), untuk simulasi ke-2 hingga ke-500 penentuan nilai *payoff* opsi *call* dari kedua jalur dihitung berdasarkan hasil rata-rata harga saham masing-masing jalur yang disajikan pada Lampiran 6 serta nilai K sebesar \$ 430. Hasil perhitungan nilai *payoff* opsi *call* untuk kedua jalur dengan $M = 500$ disajikan secara lengkap pada Lampiran 7.

Berdasarkan nilai *payoff* untuk opsi *call* dari kedua jalur yang disajikan pada Lampiran 7, langkah selanjutnya adalah menghitung harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan $M = 500$. Perhitungan harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate Monte Carlo* dilakukan menggunakan persamaan (4.9). Adapun perhitungan manual harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan $M = 500$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
V_{CAAV} &= \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} e^{-0,001} \left(\frac{C_{A_i}^+ + C_{A_i}^-}{2} \right) \\
&= \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} e^{-0,001} \left(\left(\frac{0+0}{2} \right) + \left(\frac{11,782+0}{2} \right) + \dots + \left(\frac{0+0}{2} \right) + \left(\frac{39,740+0}{2} \right) \right) \\
&= \frac{1}{500} \times e^{-0,001} (0 + 5,891 + \dots + 0 + 19,870) \\
&= \frac{1}{500} \times e^{-0,001} (6.358,935) \\
&= \frac{1}{500} \times 6.352,579 \approx 12,705
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.22), di peroleh harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan $M = 500$ sebesar \$ 12,705.

Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan nilai *payoff* opsi *put* untuk kedua

jalur. Nilai *payoff* untuk opsi *put* pada jalur pertama dapat dihitung menggunakan persamaan (4.7). Berdasarkan hasil rata-rata harga saham jalur pertama pada persamaan (4.18) serta nilai K sebesar \$ 430, perhitungan manual nilai *payoff* untuk opsi *put* pada jalur pertama dengan $M = 500$ pada simulasi pertama disajikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P_A^+ &= \max(K - \bar{S}_T^+; 0) \\ &= \max(430 - 389,047; 0) \\ &\approx 40,953 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Selanjutnya, nilai *payoff* untuk opsi *put* pada jalur kedua dapat dihitung menggunakan persamaan (4.7). Berdasarkan hasil rata-rata harga saham jalur kedua pada persamaan (4.19) serta nilai K sebesar \$ 430, perhitungan manual nilai *payoff* untuk opsi *put* pada jalur kedua dengan $M = 500$ untuk simulasi pertama disajikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P_A^- &= \max(K - \bar{S}_T^-; 0) \\ &= \max(430 - 412,441; 0) \\ &\approx 17,559 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Dengan menerapkan langkah yang sama seperti perhitungan pada persamaan (4.23) dan persamaan (4.24), untuk simulasi ke-2 hingga ke-500 penentuan nilai *payoff* opsi *put* dari kedua jalur dihitung berdasarkan hasil rata-rata harga saham masing-masing jalur yang disajikan pada Lampiran 6 serta nilai K sebesar \$ 430. Hasil perhitungan nilai *payoff* opsi *put* untuk kedua jalur dengan $M = 500$ disajikan secara lengkap pada Lampiran 8.

Berdasarkan nilai *payoff* opsi *put* dari kedua jalur yang disajikan dalam Lampiran 8, langkah selanjutnya adalah menghitung harga opsi *put*. Perhitungan harga opsi *put* untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate Monte Carlo*

dilakukan menggunakan persamaan (4.10). Adapun perhitungan manual harga opsi *put* untuk $M = 500$ sebagai berikut.

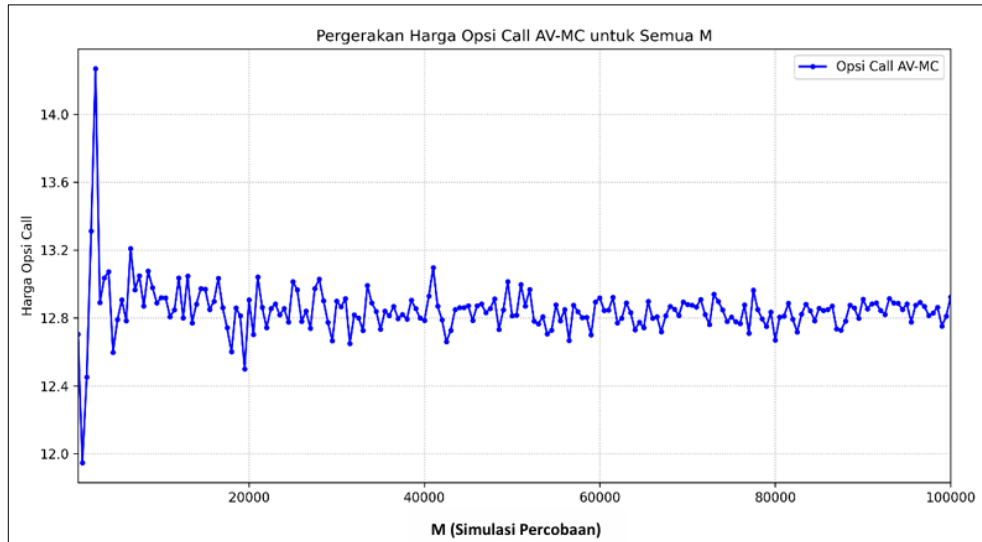
$$\begin{aligned}
 V_{PAAV} &= \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} e^{-0,001} \left(\frac{P_{A_i}^+ + P_{A_i}^-}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} e^{-0,001} \left(\left(\frac{40,953 + 17,559}{2} \right) + \left(\frac{0 + 66,792}{2} \right) + \dots + \left(\frac{54,362 + 2,837}{2} \right) \right) \\
 &\quad \left(+ \left(\frac{0 + 88,410}{2} \right) \right) \quad (4.25) \\
 &= \frac{1}{500} \times e^{-0,001} (29,256 + 33,396 + \dots + 28,599 + 44,205) \\
 &= \frac{1}{500} \times e^{-0,001} (19.094,759) \\
 &= \frac{1}{500} \times 19.075,674 \approx 38,151
 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.25), di peroleh harga opsi *put* untuk *Asian Option* dengan $M = 500$ sebesar \$ 38,151.

Tahap selanjutnya adalah melakukan proses perhitungan dengan cara yang sama seperti pada kasus $M = 500$ untuk banyak simulasi (M) dari 1000 hingga 100.000, dengan peningkatan sebanyak 500 simulasi disetiap langkahnya. Proses tersebut mencakup simulasi pergerakan harga saham untuk kedua jalur seperti pada persamaan (4.16) dan persamaan (4.17), perhitungan rata-rata harga saham untuk kedua jalur seperti pada persamaan (4.18) dan persamaan (4.19), perhitungan nilai *payoff* opsi *call* untuk kedua jalur seperti pada persamaan (4.20) dan persamaan (4.21), perhitungan nilai *payoff* opsi *put* untuk kedua jalur seperti pada persamaan (4.23) dan persamaan (4.24), dan perhitungan harga *Asian Option* untuk opsi *call* seperti pada persamaan (4.22) dan opsi *put* seperti pada persamaan (4.25).

Pada rentang simulasi percobaan dari $M = 500$ hingga 100.000 dengan peningkatan sebanyak 500 kali di setiap langkahnya, diperoleh sebanyak 200 nilai estimasi harga opsi, baik untuk opsi *call* maupun opsi *put*. Dari hasil tersebut,

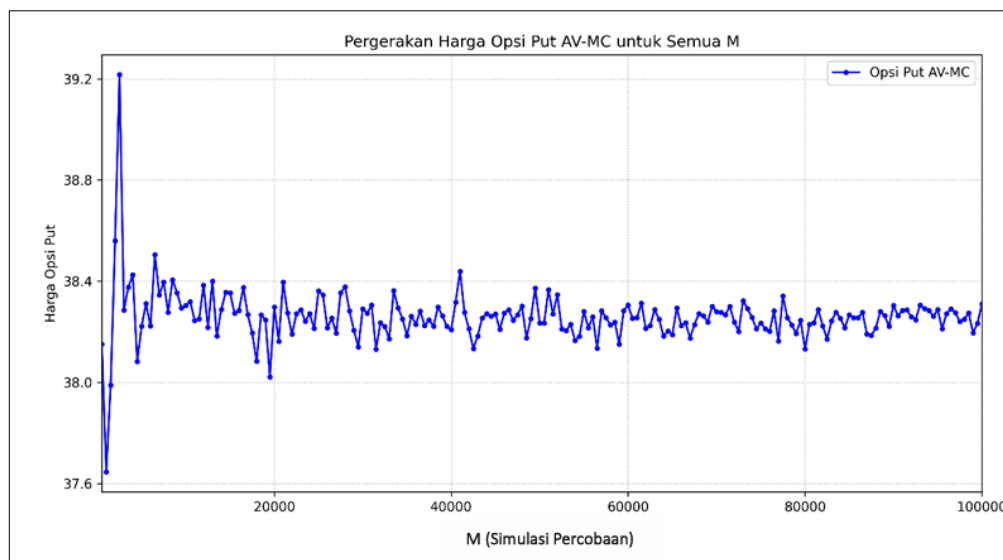
diperoleh grafik yang menunjukkan pergerakan harga opsi *call* dan harga opsi *put* untuk nilai $M = 500, 1000, 1500, \dots, 100.000$ menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo pada Gambar 4.4 dan Gambar 4.5 sebagai berikut.



Gambar 4.4 Grafik Harga Opsi *Call* Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Gambar 4.4 menunjukkan hubungan antara banyak simulasi percobaan (M) dan harga opsi *call* untuk *Asian Option* yang dihitung menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Gambar tersebut menunjukkan bahwa seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan yang dilakukan, estimasi harga opsi *call* menjadi lebih stabil dan konvergen menuju suatu nilai tertentu. Pada saat jumlah simulasi yang rendah yaitu $M \leq 30.000$, harga opsi *call* mengalami fluktuasi yang cukup signifikan dalam rentang \$ 12,0 hingga \$ 14,0. Fluktuasi ini menunjukkan bahwa hasil estimasi harga opsi *call* pada simulasi tersebut masih memiliki variansi yang tinggi dan belum mencapai kestabilan. Namun, seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan yaitu $M > 50.000$, fluktuasi harga opsi *call* mulai berkurang dan stabil dalam rentang yang lebih sempit yaitu \$ 12,7 hingga \$ 12,9. Hal ini menunjukkan bahwa seiring dengan peningkatan simulasi percobaan yang

dilakukan dapat mengurangi variansi hasil estimasi dan meningkatkan kestabilan harga opsi *call* yang diperoleh.



Gambar 4.5 Grafik Harga Opsi *Put* Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Gambar 4.5 menunjukkan hubungan antara banyak simulasi percobaan (M) dan harga opsi *put* untuk *Asian Option* yang dihitung menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Pada simulasi percobaan yang lebih rendah yaitu saat $M \leq 30.000$, estimasi harga opsi *put* menunjukkan fluktuasi yang cukup besar yang berada dalam rentang sekitar \$ 37,6 hingga \$ 39,2. Kondisi tersebut mencerminkan bahwa pada jumlah simulasi harga opsi yang lebih rendah, estimasi harga opsi *put* masih memiliki variansi yang tinggi dan hasil perhitungan harga opsi *put* masih belum stabil. Namun seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan yang dilakukan, grafik menunjukkan bahwa estimasi harga opsi *put* menjadi lebih stabil dan mulai konvergen menuju suatu nilai tertentu. Pada saat simulasi percobaan $M \geq 50.000$, fluktuasi harga opsi *put* mulai berkurang dan berada dalam rentang yang lebih sempit yaitu \$ 38 hingga \$ 38,4. Hal ini menunjukkan bahwa dengan peningkatan simulasi percobaan yang dilakukan dapat mengurangi variansi

dan meningkatkan kestabilan hasil perhitungan, sehingga harga opsi *call* menuju ke suatu nilai tertentu. Berdasarkan Gambar 4.4 dan Gambar 4.5, hasil estimasi harga opsi *call* dan harga opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo disajikan secara lengkap pada Lampiran 9.

4.3 Akurasi Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Pada pembahasan ini, dilakukan analisis terhadap hasil perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Analisis tersebut bertujuan untuk mengevaluasi efektivitas teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dalam menghitung harga *Asian Option* dengan membandingkan hasil simulasi terhadap solusi analitik yang diperoleh dari metode *Black-Scholes*. Metode *Black-Scholes* digunakan sebagai acuan karena memberikan solusi analitik yang dapat digunakan untuk menilai tingkat akurasi dalam perhitungan harga opsi.

Akurasi perhitungan dievaluasi dengan menyajikan grafik konvergensi harga *Asian Option* yang diperoleh menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terhadap harga opsi berdasarkan metode *Black-Scholes*. Grafik tersebut bertujuan untuk menggambarkan bagaimana estimasi harga opsi mendekati solusi analitik seiring dengan peningkatan banyak simulasi percobaan.

Langkah pertama dalam mengukur tingkat akurasi adalah menentukan solusi analitik untuk opsi *call* dan opsi *put* menggunakan metode *Black-Scholes*. Perhitungan harga *Asian Option* untuk opsi *call* dan opsi *put* dengan metode *Black-Scholes* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.32) dan persamaan (2.33). Tahap awal dalam perhitungan harga *Asian Option* menggunakan metode *Black-*

Scholes dimulai dengan menghitung nilai parameter yang terdapat pada persamaan (2.34), (2.35), (2.36), (2.37) sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{0,243^2 (252 + 1)(2 \times 252 + 1)}{6 \times 252^2} \approx 0,0198 \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{1}{2} \times 0,0198 + \left(0,001 - \frac{1}{2} \times 0,243^2 \right) \times \frac{252 + 1}{2 \times 252} \\ &= 0,0099 + -0,028252 \times 0,50198 \\ &= 0,0099 + -0,01432 \approx -0,00442 \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_1 &= \frac{\ln\left(\frac{406,35}{430}\right) + \left(-0,00442 + \frac{1}{2} \times 0,0198\right) \times 1}{0,140712 \times \sqrt{1}} \\ &= \frac{-0,05657 + (-0,00442 + 0,0099)}{0,140714} \\ &= \frac{-0,05109}{0,140714} \approx -0,3631 \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_2 &= \frac{\ln\left(\frac{406,35}{430}\right) + \left(-0,00442 - \frac{1}{2} \times 0,0198\right) \times 1}{0,140712 \times \sqrt{1}} \\ &= \frac{-0,05657 + (-0,00442 - 0,0099)}{0,140712} \\ &= \frac{-0,07089}{0,140712} \approx -0,5038 \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$N(\hat{d}_1) \approx 0,3583 \quad (4.30)$$

$$N(\hat{d}_2) \approx 0,3072 \quad (4.31)$$

$$N(-\hat{d}_1) \approx 0,6417 \quad (4.32)$$

$$N(-\hat{d}_2) \approx 0,6928 \quad (4.33)$$

Selanjutnya adalah mensubstitusikan nilai parameter yang telah diperoleh dari persamaan (4.26)-(4.33) ke dalam persamaan (2.32) dan persamaan (2.33) untuk menghitung harga opsi *call* dan harga opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan metode *Black-Scholes* sebagai berikut:

$$V_{CBSA} = e^{-0,001} (406,35 \times e^{-0,00442} \times 0,3583 - 430 \times 0,3072) \approx 12,832 \quad (4.34)$$

dan

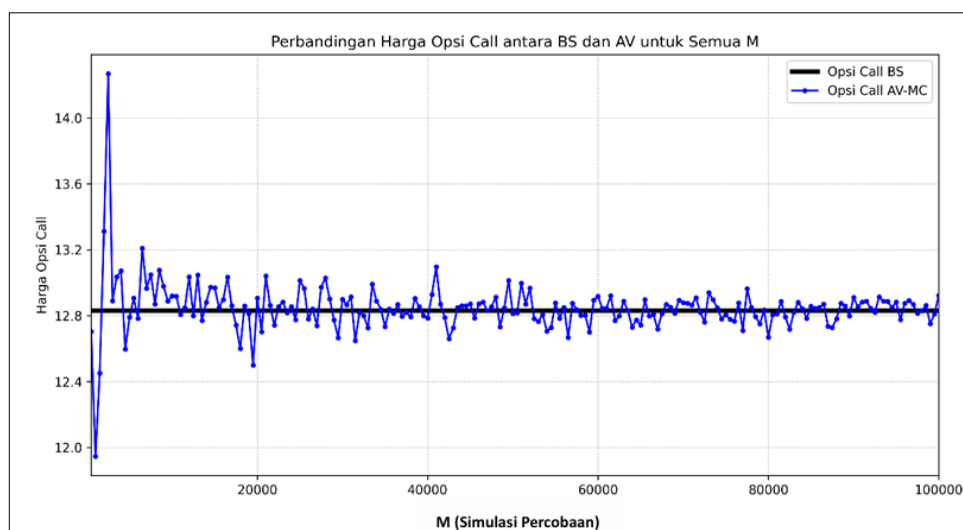
$$V_{PBSA} = e^{-0,001} (430 \times 0,6928 - 406,35 \times e^{-0,00442} \times 0,6417) \approx 38,248 \quad (4.35)$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada persamaan (4.34) dan persamaan (4.35), diperoleh solusi analitik opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan metode *Black-Scholes* dapat disajikan pada Tabel 4.2 berikut.

Tabel 4.2 Harga *Asian Option* Menggunakan Metode *Black-Scholes*

Opsi Call	Opsi Put
\$ 12,832	\$ 38,248

Berdasarkan solusi analitik opsi *call* dan opsi *put* pada Tabel 4.2 serta hasil perhitungan harga opsi *call* dan opsi *put* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo yang disajikan dalam Lampiran 9, diperoleh grafik konvergensi harga opsi *call* dan opsi *put* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terhadap metode *Black-Scholes* pada Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 sebagai berikut.



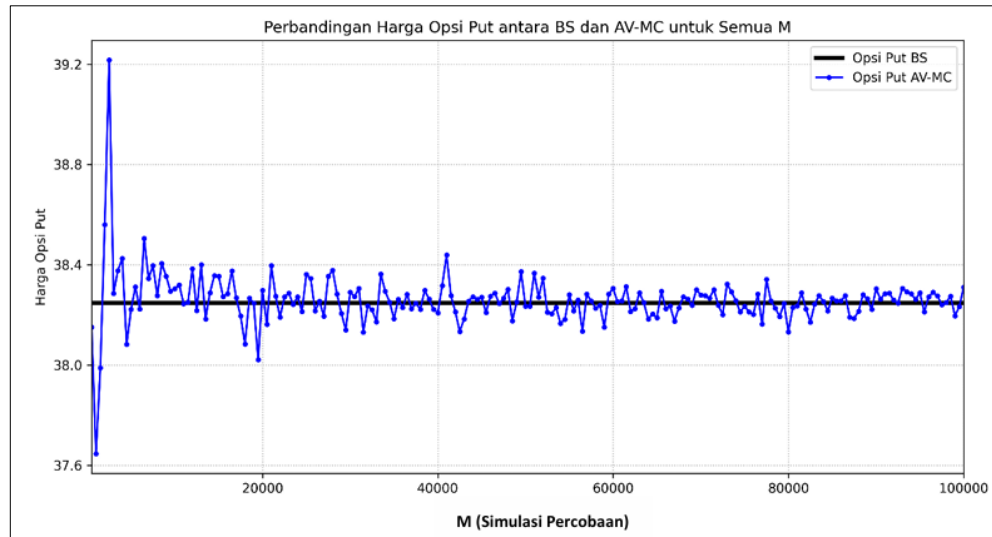
Gambar 4.6 Grafik Perbandingan Harga Opsi *Call* Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terhadap *Black-Scholes*

Gambar 4.6 menunjukkan hubungan antara banyak simulasi percobaan (M) dan harga opsi *call* yang dihitung menggunakan dua metode, yaitu metode *Black-Scholes* dan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Garis hitam yang stabil merepresentasikan harga opsi *call* sebesar \$ 12,832, yang diperoleh dari solusi analitik metode *Black-Scholes* dan berfungsi sebagai nilai acuan. Sedangkan garis biru yang berfluktuasi menggambarkan hasil estimasi harga opsi *call* yang dihitung menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo.

Pada saat simulasi percobaan yang dilakukan masih kecil yaitu ketika $M \leq 20.000$, estimasi harga opsi *call* yang dihasilkan oleh teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menunjukkan fluktuasi yang cukup tinggi kisaran harga mulai dari \$ 12 hingga \$ 14,2. Ketidakstabilan tersebut menunjukkan bahwa dengan simulasi percobaan yang masih rendah belum mampu menghasilkan estimasi harga opsi *call* yang konvergen terhadap solusi analitik *Black-Scholes*. Namun, seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan yang dilakukan yaitu ketika $M \geq 50.000$, estimasi harga opsi *call* mulai menunjukkan kestabilan dan berkisar di antara \$ 12,7 hingga \$ 12,9, yang semakin mendekati nilai analitik *Black-Scholes*.

Hasil tersebut menunjukkan bahwa semakin besar jumlah simulasi percobaan yang dilakukan, estimasi harga opsi *call* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo semakin mendekati solusi analitik. Hal tersebut mengindikasikan bahwa teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo meningkatkan akurasi estimasi harga opsi *call* dan mengurangi variansi sehingga dapat mempercepat proses konvergensi harga opsi *call* menuju solusi analitik. Dengan demikian, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo efektif dalam meningkatkan akurasi estimasi harga opsi *call* serta

mempercepat proses konvergensi hasil perhitungan menuju solusi analitik *Black-Scholes*.



Gambar 4.7 Grafik Perbandingan Harga Opsi *Put* Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terhadap *Black-Scholes*

Gambar 4.7 menunjukkan hubungan antara banyak simulasi percobaan (M) dan harga opsi *put* yang dihitung menggunakan dua pendekatan yaitu metode *Black-Scholes* dan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Garis hitam yang stabil merepresentasikan solusi analitik harga opsi *put* sebesar \$ 38,248, yang diperoleh dari metode *Black-Scholes*. Garis biru yang berfluktuasi menggambarkan hasil estimasi harga opsi *put* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo seiring dengan meningkatnya percobaan simulasi yang dilakukan.

Pada simulasi percobaan $M < 20.000$, harga opsi *put* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo mengalami fluktuasi yang cukup besar, dengan nilai harga opsi *put* berkisar antara \$ 37,6 hingga \$ 39,2. Ketidakstabilan tersebut menunjukkan bahwa dengan simulasi percobaan yang rendah belum menghasilkan estimasi harga opsi *put* yang konvergen terhadap nilai analitik *Black-Scholes*. Namun ketika jumlah simulasi percobaan ditingkatkan hingga $M \geq 50.000$, hasil

estimasi harga opsi *put* mulai menunjukkan kestabilan dan berkisar di antara \$ 38 hingga \$ 38,4, yang semakin mendekati nilai analitik *Black-Scholes*.

Hasil ini menunjukkan bahwa teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat menghasilkan estimasi harga opsi *put* yang semakin akurat dengan meningkatnya simulasi percobaan yang dilakukan. Teknik tersebut juga terbukti efektif dalam mengurangi variansi hasil estimasi harga opsi *put*, sehingga mempercepat konvergensi hasil estimasi harga opsi *put* terhadap solusi analitik *Black-Scholes*. Dengan demikian, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo efektif dalam meningkatkan akurasi estimasi harga opsi *put* serta mempercepat proses konvergensi hasil perhitungan menuju solusi analitik *Black-Scholes*.

Tahap selanjutnya adalah menghitung persentase galat relatif dari hasil perhitungan harga opsi *call* dan harga opsi *put* untuk mengukur tingkat akurasi hasil simulasi. Galat relatif dihitung dengan membandingkan hasil harga opsi *call* dan harga opsi *put* teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan nilai analitik metode *Black-Scholes*. Perhitungan ini bertujuan untuk mengevaluasi efektivitas teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo secara objektif dan kuantitatif.

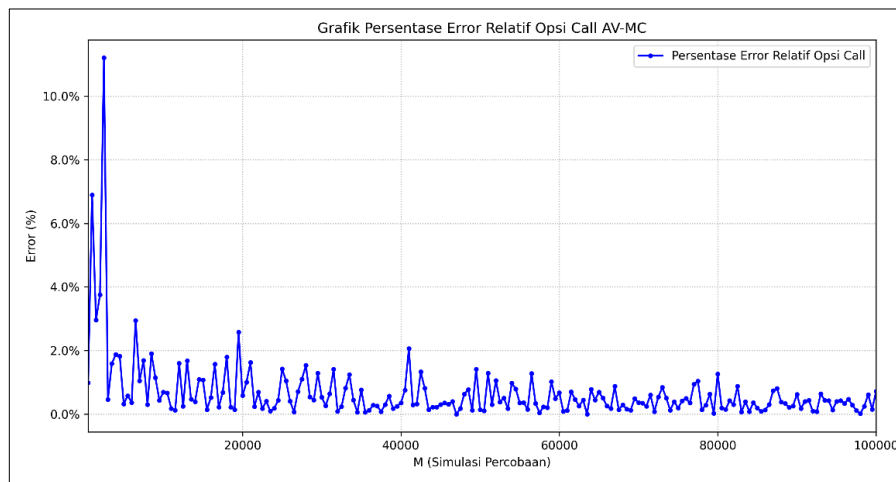
Berdasarkan hasil perhitungan harga opsi *call* untuk *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo yang disajikan pada Lampiran 9 serta harga opsi *call* yang dihitung dengan metode *Black-Scholes* pada persamaan (4.34), persentase galat relatif harga opsi *call* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.40). Berikut ini adalah perhitungan manual persentase galat relatif untuk opsi *call* dengan $M = 500$.

$$\begin{aligned}
\% \varepsilon_c &= \frac{|12,832 - 12,705|}{12,832} \times 100\% \\
&= \frac{12,681\%}{12,832} \approx 0,988\%
\end{aligned}
\tag{4.36}$$

Selanjutnya, berdasarkan hasil perhitungan harga opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo yang disajikan pada Lampiran 9 serta harga opsi *put* yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes* pada persamaan (4.35), persentase galat relatif harga opsi *put* dapat dihitung menggunakan persamaan (2.40). Berikut ini adalah perhitungan manual persentase galat relatif untuk opsi *put* dengan $M = 500$.

$$\begin{aligned}
\% \varepsilon_p &= \frac{|38,248 - 38,151|}{38,248} \times 100\% \\
&= \frac{9,676\%}{38,248} \approx 0,253\%
\end{aligned}
\tag{4.37}$$

Perhitungan persentase galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* pada simulasi percobaan $M = 1000, 1500, 2000, \dots, 100.000$ dilakukan dengan cara yang sama seperti pada persamaan (4.36) dan persamaan (4.37). Pergerakan persentase galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* dengan $M = [500, 1000, 1500, \dots, 100.000]$ dapat divisualisasikan pada Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 sebagai berikut.

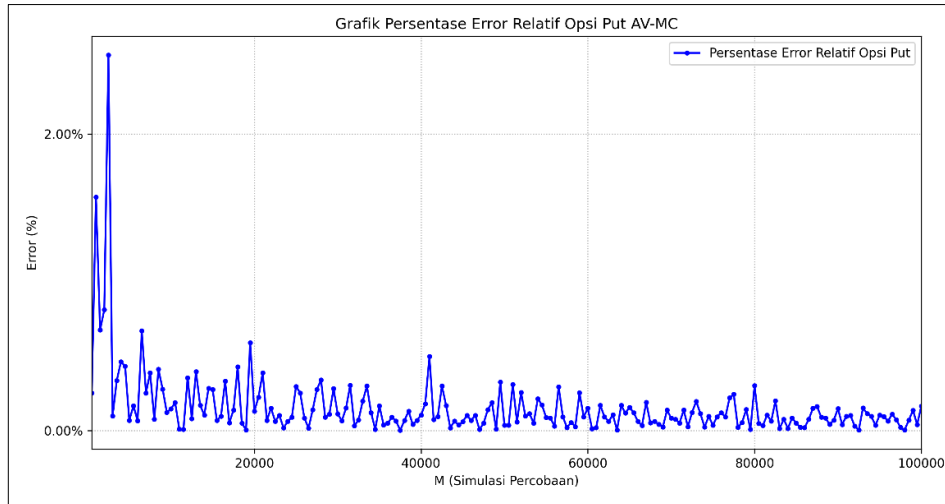


Gambar 4.8 Grafik Pergerakan Persentase Galat Relatif Opsi *Call*

Gambar 4.8 menunjukkan hubungan antara simulasi percobaan (M) dan nilai persentase *error* relatif dari estimasi harga opsi *call* yang diperoleh menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Terlihat bahwa pada saat simulasi percobaan yang dilakukan masih rendah yaitu ketika $M < 20.000$, nilai persentase *error* relatif mencapai lebih dari 10%, menunjukkan bahwa estimasi harga opsi *call* masih belum stabil akibat simulasi percobaan yang dilakukan masih sedikit. Namun, seiring bertambahnya simulasi percobaan yang dilakukan, persentase *error* relatif menunjukkan penurunan ketika $M \geq 50.000$, fluktuasi *error* relatif yang dihasilkan semakin kecil dan berada di bawah 1,5% bahkan mendekati 0% untuk beberapa titik simulasi percobaan. Penurunan ini menunjukkan bahwa hasil estimasi harga opsi *call* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo konvergen terhadap solusi analitik yang dihitung menggunakan metode *Black-Scholes*.

Selain itu, pola yang terlihat pada grafik menunjukkan bahwa ketika simulasi percobaan berada pada rentang 60.000 hingga 100.000, persentase galat relatif mulai menunjukkan kestabilan meskipun masih terdapat fluktuasi akibat penggunaan bilangan acak. Fluktuasi tersebut bersifat wajar dalam proses teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, namun cenderung stabil seiring meningkatnya jumlah simulasi percobaan yang dilakukan.

Dengan demikian, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terbukti efektif dalam menghasilkan estimasi harga opsi *call* yang lebih akurat dan stabil. Hal ini ditandai dengan nilai galat relatif yang semakin kecil dan pola yang semakin stabil ketika jumlah simulasi meningkat, menunjukkan efisiensi teknik ini dalam mempercepat konvergensi menuju nilai analitik.



Gambar 4.9 Grafik Pergerakan Persentase Galat Relatif Opsi *Put*

Gambar 4.9 menunjukkan hubungan antara simulasi percobaan (M) dan nilai persentase *error* relatif dari estimasi harga opsi *put* yang diperoleh menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Pada awal simulasi dengan jumlah M yang masih kecil yaitu $M < 10.000$, terlihat bahwa nilai persentase *error* relatif cukup tinggi yaitu sebesar 2,5% jika dibandingkan dengan nilai persentase *error* relatif untuk simulasi percobaan yang lebih besar. Hal tersebut wajar dikarenakan pada tahap awal, jumlah simulasi percobaan yang digunakan masih sedikit sehingga hasil estimasi harga opsi *put* yang dihasilkan belum stabil. Namun, seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan yang dilakukan, persentase *error* relatif menunjukkan penurunan yang cukup signifikan.

Pada $M \geq 50.000$, persentase *error* relatif cenderung berfluktuasi tetapi masih dalam rentang yang sempit dan kecil yaitu berada di bawah sekitar 0,5%. Meskipun terdapat fluktuasi kecil akibat penggunaan bilangan acak pada teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, keseluruhan pola menunjukkan kecenderungan menuju hasil perhitungan yang stabil dan mendekati solusi analitik *Black-Scholes*. Dengan demikian, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terbukti efektif dalam

mengurangi *error* relatif dan mempercepat konvergensi estimasi harga opsi *put* menuju solusi analitik yang diperoleh dari metode *Black-Scholes*. Seiring dengan bertambahnya simulasi percobaan yang dilakukan, akurasi perhitungan harga opsi *put* juga meningkat, ditandai dengan *error* relatif yang semakin kecil dan pola fluktuasi yang semakin stabil. Berdasarkan Gambar 4.8 dan Gambar 4.9, persentase galat relatif dari hasil estimasi harga opsi *call* dan harga opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo disajikan secara lengkap pada Lampiran 10.

Tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) berdasarkan 200 nilai persentase galat relatif untuk opsi *call* dan opsi *put* yang disajikan pada Lampiran 10. Perhitungan MAPE bertujuan untuk memberikan gambaran secara kuantitatif mengenai rata-rata kesalahan relatif dalam estimasi harga opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo. Semakin kecil nilai MAPE, semakin akurat estimasi harga opsi yang dihasilkan. Perhitungan MAPE untuk opsi *call* dan opsi *put* dilakukan menggunakan persamaan (2.41). Berikut ini adalah hasil perhitungan MAPE untuk opsi *call* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan $M = 500, 1000, 1500, 2000, \dots, 100.000$.

$$\begin{aligned}
 MAPE &= \frac{1}{200} (0,988\% + 6,895\% + 2,962\% + \dots + 0,616\% + 0,158\% + 0,723\%) \\
 &= \frac{134,045\%}{200} \\
 &\approx 0,670\%
 \end{aligned}
 \tag{4.38}$$

Selanjutnya, perhitungan MAPE untuk opsi *put* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan $M = 500, 1000, 1500, \dots, 100.000$ dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti pada persamaan (4.38) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 MAPE &= \frac{1}{200} (0,253\% + 1,574\% + 0,678\% + \dots + 0,136\% + 0,039\% + 0,164\%) \\
 &= \frac{30,803\%}{200} \\
 &\approx 0,154\%
 \end{aligned}
 \tag{4.39}$$

Dari hasil perhitungan pada persamaan (4.38) dan persamaan (4.39), nilai MAPE harga opsi *call* dan opsi *put* untuk *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dengan $M = 500, 1000, 1500, \dots, 100.000$ dapat disajikan secara ringkas pada Tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3 Nilai MAPE Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put* untuk *Asian Option* Menggunakan Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo

Opsi Call	Opsi Put
0,670%	0,154%

Hasil yang disajikan pada Tabel 4.3 menunjukkan bahwa nilai MAPE yang dihitung menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo untuk harga opsi *call* sebesar 0,670% dan untuk harga opsi *put* sebesar 0,154%. Berdasarkan kategori yang tercantum pada Tabel 2.1, kedua nilai MAPE tersebut berada dalam kategori sangat akurat, karena berada di bawah 10%. Oleh karena itu, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo tidak hanya menghasilkan estimasi harga opsi *call* dan harga opsi *put* yang mendekati solusi analitik *Black-Scholes*, tetapi juga memiliki tingkat akurasi yang sangat tinggi. Hal tersebut menunjukkan bahwa teknik tersebut dapat dijadikan pendekatan yang efektif dalam perhitungan harga *Asian Option*. Selain itu, analisis simulasi percobaan yang digunakan juga menunjukkan bahwa dengan meningkatnya banyak simulasi percobaan yang dilakukan, tingkat kesalahan yang dihasilkan semakin kecil. Hal ini menunjukkan peningkatan efektivitas teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dalam mengestimasi

harga *Asian Option*, baik opsi *call* maupun opsi *put* seiring dengan bertambahnya banyak simulasi percobaan yang dilakukan.

4.4 Integrasi Investasi dalam Islam

Pada perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo, nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang kecil menunjukkan bahwa teknik tersebut memiliki tingkat akurasi dan efisiensi yang tinggi. Dalam penelitian ini, diperoleh nilai MAPE sebesar 0,670% untuk opsi *call* dan 0,154% untuk opsi *put*. Hal tersebut membuktikan bahwa teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo mampu menghasilkan estimasi harga opsi yang sangat mendekati nilai sebenarnya dengan tingkat kesalahan rendah. Selain itu, teknik ini juga terbukti efisien dalam mengurangi variansi pada simulasi Monte Carlo dan mempercepat konvergensi hasil perhitungan, sehingga estimasi yang dihasilkan menjadi lebih stabil dan terpercaya.

Keakuratan dan efisiensi teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo sejalan dengan nilai-nilai dalam ajaran Islam, yang menekankan pentingnya memilih cara terbaik dalam mencapai hasil yang optimal. Dalam QS. az-Zumar ayat 18, dijelaskan bahwa orang-orang yang bijaksana adalah mereka yang mampu mempertimbangkan berbagai pilihan dan memilih yang terbaik. Dengan demikian, penggunaan metode yang optimal seperti teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo mencerminkan pendekatan ilmiah yang sesuai dengan ajaran Islam, yaitu menggunakan strategi yang paling efektif dan efisien dalam pengambilan keputusan investasi.

Selain itu, prinsip amanah dalam pengelolaan harta sebagaimana disebutkan dalam QS. an-Nisa ayat 5 juga relevan. Investasi harus dilakukan dengan keadilan, kehati-hatian, dan kesejahteraan bersama, bukan hanya untuk keuntungan pribadi. Oleh karena itu, akurasi dalam perhitungan harga opsi menjadi kunci dalam memastikan transparansi dan etika dalam investasi. Islam juga mendorong investasi yang tidak hanya menguntungkan secara finansial, tetapi juga berdampak positif bagi masyarakat, seperti dalam pendidikan, kesehatan, dan teknologi. Dengan perhitungan harga opsi yang akurat, investor dapat mengambil keputusan yang lebih rasional dan bertanggung jawab, menciptakan stabilitas pasar, dan mendukung prinsip Islam tentang keadilan, keberlanjutan, serta kesejahteraan sosial.

Salah satu bentuk investasi yang sejalan dengan prinsip Islam adalah opsi saham, karena instrumen tersebut dapat memberikan keuntungan tanpa merugikan pihak lain, tergantung pada jenis hak yang diambil yaitu opsi *call* atau opsi *put*. Dalam penelitian ini, perhitungan harga opsi dilakukan menggunakan data saham Microsoft Corporation (MSFT). Berdasarkan informasi yang diperoleh dari laman Yahoo Finance, saham Microsoft dikategorikan sebagai saham yang halal. Hal ini dikarenakan saham Microsoft Corporation (MSFT) menempati peringkat kedua dalam daftar saham yang halal karena perusahaan tersebut bergerak di sektor layanan teknologi dan *game* yang dinilai sesuai dengan prinsip-prinsip Islam. Selain itu, saham MSFT tidak terlibat dalam aktivitas yang diharamkan dalam Islam seperti perjudian, alkohol, atau bisnis yang bertentangan dengan konsep syariah. Microsoft Corporation juga dikenal sebagai perusahaan bebas utang, sehingga dianggap sebagai pilihan investasi yang lebih aman, karena memiliki risiko

keuangan dan potensi kebangkrutan yang lebih rendah. Hal ini sejalan dengan ajaran Islam yang menekankan pengelolaan keuangan secara bijaksana, amanah, dan bertanggung jawab, serta menghindari unsur ketidakpastian dalam transaksi keuangan.

Dengan demikian, teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dalam perhitungan harga opsi tidak hanya meningkatkan efisiensi dan akurasi, tetapi juga mendukung prinsip Islam dalam pengelolaan aset yang amanah, transparan, dan bertanggung jawab. Pendekatan ini membantu investor dalam mengambil keputusan yang lebih rasional, mendukung stabilitas pasar, dan berkontribusi pada kesejahteraan sosial yang berkelanjutan.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan pembahasan pada penelitian ini, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Harga *Asian Option* untuk opsi *call* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dihitung menggunakan formula berikut.

$$V_{CAAV} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \left(\frac{C_{A_i}^+ + C_{A_i}^-}{2} \right)$$

dan harga *Asian Option* untuk opsi *put* menggunakan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dapat dihitung menggunakan formula berikut.

$$V_{PAAV} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \left(\frac{P_{A_i}^+ + P_{A_i}^-}{2} \right)$$

dengan C_A^+ merupakan nilai *payoff* opsi *call* untuk *Asian Option* yang dihasilkan pada jalur pertama dan C_A^- merupakan nilai *payoff* opsi *call* untuk *Asian Option* yang dihasilkan pada jalur kedua. Kemudian, P_A^+ merupakan nilai *payoff* opsi *put* untuk *Asian Option* yang dihasilkan pada jalur pertama dan P_A^- merupakan nilai *payoff* opsi *put* untuk *Asian Option* yang dihasilkan pada jalur kedua.

2. Perhitungan harga *Asian Option* menggunakan teknik *Antithetic Variate* pada harga saham Microsoft Corporation (MSFT) menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi percobaan yang dilakukan, hasil harga *Asian Option* menjadi semakin stabil dan konvergen menuju suatu nilai tertentu. Untuk opsi *call*,

harga berfluktuasi cukup besar dalam rentang \$ 12 hingga \$ 14,2 saat simulasi percobaan yang dilakukan masih rendah. Namun, setelah simulasi percobaan mencapai 50.000, harga menjadi lebih stabil di antara \$ 12,7 hingga \$ 12,9. Hal serupa juga terjadi pada opsi *put*, yang awalnya berada dalam rentang \$ 37,6 hingga \$ 39,2, kemudian menyempit menjadi sekitar \$ 38 hingga \$ 38,4 seiring bertambahnya simulasi percobaan yang dilakukan.

3. Akurasi perhitungan harga *Asian Option* dengan teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo menunjukkan hasil yang sangat baik. Hal ini ditunjukkan dengan nilai MAPE yang sangat kecil yaitu sebesar 0,670% untuk opsi *call* dan 0,154% untuk opsi *put*. Selain itu, hasil simulasi menunjukkan bahwa seiring dengan meningkatnya simulasi percobaan, estimasi harga opsi *call* dan harga opsi *put* menjadi semakin stabil dan mendekati solusi analitik metode *Black-Scholes*. Persentase galat relatif yang dihasilkan juga menunjukkan kestabilan pada simulasi percobaan yang cukup besar.

5.2 Saran

Pada penelitian ini peneliti hanya berfokus pada teknik reduksi variansi yaitu teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo dalam perhitungan harga *Asian Option*. Teknik *Antithetic Variate* Monte Carlo terbukti efektif dalam menghasilkan estimasi harga *Asian Option* yang akurat dan konvergen. Oleh karena itu, diharapkan pada penelitian selanjutnya, teknik tersebut dapat diterapkan untuk menghitung harga opsi jenis lainnya yang tidak memiliki solusi analitik *Black-Scholes*.

DAFTAR RUJUKAN

- Avellaneda, M. (2001). *Quantitative Analysis in Financial Markets*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Bain, L. ., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Matemactical Statistics*. Duxbery Press.
- Chandra, J. (2022). *Simulasi Valuasi Harga Opsi Beli Tipe Asia*. Universitas Gadjah Mada.
- Chin, E., Nel, D., & Olafsson, S. (2017). *Problems and Solutions in Mathematical Finance*. John Wiley & Sons.
- Dewi, N. C. S. (2020). *Metode Monte Carlo Antithetic Variate dalam Penentuan Nilai Opsi Double Barrier* [Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang]. <https://talenta.usu.ac.id/politeia/article/view/3955>
- Ghoffar, M. A., & Al-Atsari, A. I. (2004). *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Glasserman, P. (2003). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer.
- Handini, S., & Astawinetu, E. D. (2022). *Teori Portofolio Dan Pasar Modal Di Indonesia*. Scopindo Media Pustaka. https://www.google.co.id/books/edition/TEORI_PORTOFOLIO_DAN_PASAR_MODAL_INDONES/6Wb-DwAAQBAJ?hl=id
- Hidayat, W. W. (2019). *Konsep Dasar Investasi dan Pasar Modal*. Uwais Inspirasi Indonesia.
- Higham, D. J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation* (Vol. 11, Issue 1). Cambridge University Press.
- Hull, J. . (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives* (8th ed.). Pearson Education Inc.
- Iqrami, A. I., Nainggolan, N., & Manurung, T. (2021a). Metode Black Scholes dalam Menghitung Harga Opsi Asia (Studi Kasus Pada Saham HMS Holdings Corp). *D'CartesiaN: Jurnal Matematika Dan Aplikasi*, 10(2), 64–68.
- Iqrami, A. I., Nainggolan, N., & Manurung, T. (2021b). Metode Black Scholes dalam Menghitung Harga Opsi Asia (Studi Kasus Pada Saham HMS Holdings Corp). *D'CartesiaN: Jurnal Matematika Dan Aplikasi*, 10(2), 64–68. <https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian>
- Jogiyanto, H. (2017). *Teori Portofolio dan Analisis Investasi* (Edisi Kese). BPFE.

- Lesmana, D. C., Sinaga, R. H., Hadiva, C. R., Salsabilla, M. R., Pratiwi, H. D., Salsabila, A. S., & Nugraha, R. (2023). Penentuan Harga Opsi Bermuda Menggunakan Simulasi Monte Carlo Reduksi Antithetic Variates. *Limits: Jurnal of Mathematics and Its Applications*, 20(3), 341–354.
- Lessy, D. (2013). Simulasi Monte Carlo dalam Penentuan Harga Opsi Barrier. *Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 2(2), 20–28.
- Lestari, U. I., Sulistianingsih, E., & Imro'ah, N. (2019). Penentuan Harga Opsi Asia dengan Rata-Rata Geometrik Melalui Pendekatan Black-Scholes. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 8(2), 239–246. <https://doi.org/10.26418/bbimst.v8i2.31862>
- Lewis, C. (1982). *Industrial and Business Forecasting Methods*. Butterworths & Co.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulachi, M. (2015). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons Inc.
- Muniroh, W. S. (2008). *Simulasi Monte Carlo dalam Menentukan Nilai Opsi Saham*. Universitas Islam Negeri Malang.
- Murdiyanto, E., & Kusumaningarti, M. (2020). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio Pasar Modal Indonesia* (A. Rofiq (ed.)). CV. Jakad Media Publishing.
- Qur'aini, A. M., Irwan, & Syata, I. (2020). Harga Opsi Call Tipe Eropa Menggunakan Simulasi Monte Carlo Standar dan Teknik Antithetic Variates. *Jurnal Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya*, 8(2).
- Ramirez, J. (2017). *Accounting for Derivatives: Advanced Hedging under IFRS*. John Wiley & Sons, Inc.
- Setyawan, F. (2012). *Sejarah Teori Peluang dan Genetika Peluang*. PT Baalai Pustaka (Persero).
- Seydel, R. . (2009). *Tools for Computational Finance* (Fourth). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-92929-1>
- Shihab, M. Q. (1996). *Wawasan Al-Qur'an: Tafsir Maudhu'i atas Pelbagai Permasalahan Umat*. Mizan.
- Sinclair, E. (2010). *Option Trading: Pricing and Volatility Strategies and Techniques*. John Wiley & Sons, Inc.
- Sunaryo. (2017). *Aplikasi Matematika untuk Ekonomi dan Bisnis*. UB Press. https://www.google.co.id/books/edition/Aplikasi_Matematika_untuk_Ekonomi_dan_Bi/JkZTDwAAQBAJ?hl=id&gbpv=1&dq=Aplikasi+Matematika+untuk+Ekonomi+dan+Bisnis&pg=PA4&printsec=frontcover

Sutarno, H., Rachmatin, D., & Junaeti, E. (2022). *Metode Numerik dengan Pendekatan Algoritmik*. Indonesia Emas Group.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Harga Saham Penutupan Microsoft Corporation (MSFT).

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
1	11/01/2022	228,17	36	12/21/2022	244,43
2	11/02/2022	220,1	37	12/22/2022	238,19
3	11/03/2022	214,25	38	12/23/2022	238,73
4	11/04/2022	221,39	39	12/27/2022	236,96
5	11/07/2022	227,87	40	12/28/2022	234,53
6	11/08/2022	228,87	41	12/29/2022	241,01
7	11/09/2022	224,51	42	12/30/2022	239,82
8	11/10/2022	242,98	43	01/03/2023	239,58
9	11/11/2022	247,11	44	01/04/2023	229,1
10	11/14/2022	241,55	45	01/05/2023	222,31
11	11/15/2022	241,97	46	01/06/2023	224,93
12	11/16/2022	241,73	47	01/09/2023	227,12
13	11/17/2022	241,68	48	01/10/2023	228,85
14	11/18/2022	241,22	49	01/11/2023	235,77
15	11/21/2022	242,05	50	01/12/2023	238,51
16	11/22/2022	245,03	51	01/13/2023	239,23
17	11/23/2022	247,58	52	01/17/2023	240,35
18	11/25/2022	247,49	53	01/18/2023	235,81
19	11/28/2022	241,76	54	01/19/2023	231,93
20	11/29/2022	240,33	55	01/20/2023	240,22
21	11/30/2022	255,14	56	01/23/2023	242,58
22	12/01/2022	254,69	57	01/24/2023	242,04
23	12/02/2022	255,02	58	01/25/2023	240,61
24	12/05/2022	250,2	59	01/26/2023	248
25	12/06/2022	245,12	60	01/27/2023	248,16
26	12/07/2022	244,37	61	01/30/2023	242,71
27	12/08/2022	247,4	62	01/31/2023	247,81
28	12/09/2022	245,42	63	02/01/2023	252,75
29	12/12/2022	252,51	64	02/02/2023	264,6
30	12/13/2022	256,92	65	02/03/2023	258,35
31	12/14/2022	257,22	66	02/06/2023	256,77
32	12/15/2022	249,01	67	02/07/2023	267,56
33	12/16/2022	244,69	68	02/08/2023	266,73
34	12/19/2022	240,45	69	02/09/2023	263,62
35	12/20/2022	241,8	70	02/10/2023	263,1

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
71	02/13/2023	271,32	111	04/12/2023	283,49
72	02/14/2023	272,17	112	04/13/2023	289,84
73	02/15/2023	269,32	113	04/14/2023	286,14
74	02/16/2023	262,15	114	04/17/2023	288,8
75	02/17/2023	258,06	115	04/18/2023	288,37
76	02/21/2023	252,67	116	04/19/2023	288,45
77	02/22/2023	251,51	117	04/20/2023	286,11
78	02/23/2023	254,77	118	04/21/2023	285,76
79	02/24/2023	249,22	119	04/24/2023	281,77
80	02/27/2023	250,16	120	04/25/2023	275,42
81	02/28/2023	249,42	121	04/26/2023	295,37
82	03/01/2023	246,27	122	04/27/2023	304,83
83	03/02/2023	251,11	123	04/28/2023	307,26
84	03/03/2023	255,29	124	05/01/2023	305,56
85	03/06/2023	256,87	125	05/02/2023	305,41
86	03/07/2023	254,15	126	05/03/2023	304,4
87	03/08/2023	253,7	127	05/04/2023	305,41
88	03/09/2023	252,32	128	05/05/2023	310,65
89	03/10/2023	248,59	129	05/08/2023	308,65
90	03/13/2023	253,92	130	05/09/2023	307
91	03/14/2023	260,79	131	05/10/2023	312,31
92	03/15/2023	265,44	132	05/11/2023	310,11
93	03/16/2023	276,2	133	05/12/2023	308,97
94	03/17/2023	279,43	134	05/15/2023	309,46
95	03/20/2023	272,23	135	05/16/2023	311,74
96	03/21/2023	273,78	136	05/17/2023	314
97	03/22/2023	272,29	137	05/18/2023	318,52
98	03/23/2023	277,66	138	05/19/2023	318,34
99	03/24/2023	280,57	139	05/22/2023	321,18
100	03/27/2023	276,38	140	05/23/2023	315,26
101	03/28/2023	275,23	141	05/24/2023	313,85
102	03/29/2023	280,51	142	05/25/2023	325,92
103	03/30/2023	284,05	143	05/26/2023	332,89
104	03/31/2023	288,3	144	05/30/2023	331,21
105	04/03/2023	287,23	145	05/31/2023	328,39
106	04/04/2023	287,18	146	06/01/2023	332,58
107	04/05/2023	284,34	147	06/02/2023	335,4
108	04/06/2023	291,6	148	06/05/2023	335,94
109	04/10/2023	289,39	149	06/06/2023	333,68
110	04/11/2023	282,83	150	06/07/2023	323,38

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
151	06/08/2023	325,26	191	08/07/2023	330,11
152	06/09/2023	326,79	192	08/08/2023	326,05
153	06/12/2023	331,85	193	08/09/2023	322,23
154	06/13/2023	334,29	194	08/10/2023	322,93
155	06/14/2023	337,34	195	08/11/2023	321,01
156	06/15/2023	348,1	196	08/14/2023	324,04
157	06/16/2023	342,33	197	08/15/2023	321,86
158	06/20/2023	338,05	198	08/16/2023	320,4
159	06/21/2023	333,56	199	08/17/2023	316,88
160	06/22/2023	339,71	200	08/18/2023	316,48
161	06/23/2023	335,02	201	08/21/2023	321,88
162	06/26/2023	328,6	202	08/22/2023	322,46
163	06/27/2023	334,57	203	08/23/2023	327
164	06/28/2023	335,85	204	08/24/2023	319,97
165	06/29/2023	335,05	205	08/25/2023	322,98
166	06/30/2023	340,54	206	08/28/2023	323,7
167	07/03/2023	337,99	207	08/29/2023	328,41
168	07/05/2023	338,15	208	08/30/2023	328,79
169	07/06/2023	341,27	209	08/31/2023	327,76
170	07/07/2023	337,22	210	09/01/2023	328,66
171	07/10/2023	331,83	211	09/05/2023	333,55
172	07/11/2023	332,47	212	09/06/2023	332,88
173	07/12/2023	337,2	213	09/07/2023	329,91
174	07/13/2023	342,66	214	09/08/2023	334,27
175	07/14/2023	345,24	215	09/11/2023	337,94
176	07/17/2023	345,73	216	09/12/2023	331,77
177	07/18/2023	359,49	217	09/13/2023	336,06
178	07/19/2023	355,08	218	09/14/2023	338,7
179	07/20/2023	346,87	219	09/15/2023	330,22
180	07/21/2023	343,77	220	09/18/2023	329,06
181	07/24/2023	345,11	221	09/19/2023	328,65
182	07/25/2023	350,98	222	09/20/2023	320,77
183	07/26/2023	337,77	223	09/21/2023	319,53
184	07/27/2023	330,72	224	09/22/2023	317,01
185	07/28/2023	338,37	225	09/25/2023	317,54
186	07/31/2023	335,92	226	09/26/2023	312,14
187	08/01/2023	336,34	227	09/27/2023	312,79
188	08/02/2023	327,5	228	09/28/2023	313,64
189	08/03/2023	326,66	229	09/29/2023	315,75
190	08/04/2023	327,78	230	10/02/2023	321,8

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
231	10/03/2023	313,39	271	11/29/2023	378,85
232	10/04/2023	318,95	272	11/30/2023	378,91
233	10/05/2023	319,36	273	12/01/2023	374,51
234	10/06/2023	327,26	274	12/04/2023	369,14
235	10/09/2023	329,82	275	12/05/2023	372,52
236	10/10/2023	328,39	276	12/06/2023	368,8
237	10/11/2023	332,42	277	12/07/2023	370,95
238	10/12/2023	331,16	278	12/08/2023	374,23
239	10/13/2023	327,73	279	12/11/2023	371,3
240	10/16/2023	332,64	280	12/12/2023	374,38
241	10/17/2023	332,06	281	12/13/2023	374,37
242	10/18/2023	330,11	282	12/14/2023	365,93
243	10/19/2023	331,32	283	12/15/2023	370,73
244	10/20/2023	326,67	284	12/18/2023	372,65
245	10/23/2023	329,32	285	12/19/2023	373,26
246	10/24/2023	330,53	286	12/20/2023	370,62
247	10/25/2023	340,67	287	12/21/2023	373,54
248	10/26/2023	327,89	288	12/22/2023	374,58
249	10/27/2023	329,81	289	12/26/2023	374,66
250	10/30/2023	337,31	290	12/27/2023	374,07
251	10/31/2023	338,11	291	12/28/2023	375,28
252	11/01/2023	346,07	292	12/29/2023	376,04
253	11/02/2023	348,32	293	01/02/2024	370,87
254	11/03/2023	352,8	294	01/03/2024	370,6
255	11/06/2023	356,53	295	01/04/2024	367,94
256	11/07/2023	360,53	296	01/05/2024	367,75
257	11/08/2023	363,2	297	01/08/2024	374,69
258	11/09/2023	360,69	298	01/09/2024	375,79
259	11/10/2023	369,67	299	01/10/2024	382,77
260	11/13/2023	366,68	300	01/11/2024	384,63
261	11/14/2023	370,27	301	01/12/2024	388,47
262	11/15/2023	369,67	302	01/16/2024	390,27
263	11/16/2023	376,17	303	01/17/2024	389,47
264	11/17/2023	369,85	304	01/18/2024	393,87
265	11/20/2023	377,44	305	01/19/2024	398,67
266	11/21/2023	373,07	306	01/22/2024	396,51
267	11/22/2023	377,85	307	01/23/2024	398,9
268	11/24/2023	377,43	308	01/24/2024	402,56
269	11/27/2023	378,61	309	01/25/2024	404,87
270	11/28/2023	382,7	310	01/26/2024	403,93

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
311	01/29/2024	409,72	351	03/26/2024	421,65
312	01/30/2024	408,59	352	03/27/2024	421,43
313	01/31/2024	397,58	353	03/28/2024	420,72
314	02/01/2024	403,78	354	04/01/2024	424,57
315	02/02/2024	411,22	355	04/02/2024	421,44
316	02/05/2024	405,65	356	04/03/2024	420,45
317	02/06/2024	405,49	357	04/04/2024	417,88
318	02/07/2024	414,05	358	04/05/2024	425,52
319	02/08/2024	414,11	359	04/08/2024	424,59
320	02/09/2024	420,55	360	04/09/2024	426,28
321	02/12/2024	415,26	361	04/10/2024	423,26
322	02/13/2024	406,32	362	04/11/2024	427,93
323	02/14/2024	409,49	363	04/12/2024	421,9
324	02/15/2024	406,56	364	04/15/2024	413,64
325	02/16/2024	404,06	365	04/16/2024	414,58
326	02/20/2024	402,79	366	04/17/2024	411,84
327	02/21/2024	402,18	367	04/18/2024	404,27
328	02/22/2024	411,65	368	04/19/2024	399,12
329	02/23/2024	410,34	369	04/22/2024	400,96
330	02/26/2024	407,54	370	04/23/2024	407,57
331	02/27/2024	407,48	371	04/24/2024	409,06
332	02/28/2024	407,72	372	04/25/2024	399,04
333	02/29/2024	413,64	373	04/26/2024	406,32
334	03/01/2024	415,5	374	04/29/2024	402,25
335	03/04/2024	414,92	375	04/30/2024	389,33
336	03/05/2024	402,65	376	05/01/2024	394,94
337	03/06/2024	402,09	377	05/02/2024	397,84
338	03/07/2024	409,14	378	05/03/2024	406,66
339	03/08/2024	406,22	379	05/06/2024	413,54
340	03/11/2024	404,52	380	05/07/2024	409,34
341	03/12/2024	415,28	381	05/08/2024	410,54
342	03/13/2024	415,1	382	05/09/2024	412,32
343	03/14/2024	425,22	383	05/10/2024	414,74
344	03/15/2024	416,42	384	05/13/2024	413,72
345	03/18/2024	417,32	385	05/14/2024	416,56
346	03/19/2024	421,41	386	05/15/2024	423,08
347	03/20/2024	425,23	387	05/16/2024	420,99
348	03/21/2024	429,37	388	05/17/2024	420,21
349	03/22/2024	428,74	389	05/20/2024	425,34
350	03/25/2024	422,86	390	05/21/2024	429,04

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
391	05/22/2024	430,52	431	07/22/2024	442,94
392	05/23/2024	427	432	07/23/2024	444,85
393	05/24/2024	430,16	433	07/24/2024	428,9
394	05/28/2024	430,32	434	07/25/2024	418,4
395	05/29/2024	429,17	435	07/26/2024	425,27
396	05/30/2024	414,67	436	07/29/2024	426,73
397	05/31/2024	415,13	437	07/30/2024	422,92
398	06/03/2024	413,52	438	07/31/2024	418,35
399	06/04/2024	416,07	439	08/01/2024	417,11
400	06/05/2024	424,01	440	08/02/2024	408,49
401	06/06/2024	424,52	441	08/05/2024	395,15
402	06/07/2024	423,85	442	08/06/2024	399,61
403	06/10/2024	427,87	443	08/07/2024	398,43
404	06/11/2024	432,68	444	08/08/2024	402,69
405	06/12/2024	441,06	445	08/09/2024	406,02
406	06/13/2024	441,58	446	08/12/2024	406,81
407	06/14/2024	442,57	447	08/13/2024	414,01
408	06/17/2024	448,37	448	08/14/2024	416,86
409	06/18/2024	446,34	449	08/15/2024	421,03
410	06/20/2024	445,7	450	08/16/2024	418,47
411	06/21/2024	449,78	451	08/19/2024	421,53
412	06/24/2024	447,67	452	08/20/2024	424,8
413	06/25/2024	450,95	453	08/21/2024	424,14
414	06/26/2024	452,16	454	08/22/2024	415,55
415	06/27/2024	452,85	455	08/23/2024	416,79
416	06/28/2024	446,95	456	08/26/2024	413,49
417	07/01/2024	456,73	457	08/27/2024	413,84
418	07/02/2024	459,28	458	08/28/2024	410,6
419	07/03/2024	460,77	459	08/29/2024	413,12
420	07/05/2024	467,56	460	08/30/2024	417,14
421	07/08/2024	466,24	461	09/03/2024	409,44
422	07/09/2024	459,54	462	09/04/2024	408,9
423	07/10/2024	466,25	463	09/05/2024	408,39
424	07/11/2024	454,7	464	09/06/2024	401,7
425	07/12/2024	453,55	465	09/09/2024	405,72
426	07/15/2024	453,96	466	09/10/2024	414,2
427	07/16/2024	449,52	467	09/11/2024	423,04
428	07/17/2024	443,52	468	09/12/2024	427
429	07/18/2024	440,37	469	09/13/2024	430,59
430	07/19/2024	437,11	470	09/16/2024	431,34

No	Tanggal	Harga Saham (USD)	No	Tanggal	Harga Saham (USD)
471	09/17/2024	435,15	488	10/10/2024	415,84
472	09/18/2024	430,81	489	10/11/2024	416,32
473	09/19/2024	438,69	490	10/14/2024	419,14
474	09/20/2024	435,27	491	10/15/2024	418,74
475	09/23/2024	433,51	492	10/16/2024	416,12
476	09/24/2024	429,17	493	10/17/2024	416,72
477	09/25/2024	432,11	494	10/18/2024	418,16
478	09/26/2024	431,31	495	10/21/2024	418,78
479	09/27/2024	428,02	496	10/22/2024	427,51
480	09/30/2024	430,3	497	10/23/2024	424,6
481	10/01/2024	420,69	498	10/24/2024	424,73
482	10/02/2024	417,13	499	10/25/2024	428,15
483	10/03/2024	416,54	500	10/28/2024	426,59
484	10/04/2024	416,06	501	10/29/2024	431,95
485	10/07/2024	409,54	502	10/30/2024	432,53
486	10/08/2024	414,71	503	10/31/2024	406,35
487	10/09/2024	417,46			

Lampiran 2. Output Perhitungan Return Saham Microsoft Corporation (MSFT)

y	R_y	y	R_y	y	R_y	y	R_y
1	-0,03601	40	0,027255	79	0,003765	118	-0,01406
2	-0,02694	41	-0,00495	80	-0,00296	119	-0,02279
3	0,032782	42	-0,001	81	-0,01271	120	0,069932
4	0,028849	43	-0,04473	82	0,019463	121	0,031525
5	0,004379	44	-0,03009	83	0,016509	122	0,00794
6	-0,01923	45	0,011716	84	0,00617	123	-0,00555
7	0,079059	46	0,009689	85	-0,01065	124	-0,00049
8	0,016854	47	0,007588	86	-0,00177	125	-0,00331
9	-0,02276	48	0,02979	87	-0,00545	126	0,003313
10	0,001737	49	0,011554	88	-0,01489	127	0,017012
11	-0,00099	50	0,003014	89	0,021214	128	-0,00646
12	-0,00021	51	0,004671	90	0,026696	129	-0,00536
13	-0,00191	52	-0,01907	91	0,017673	130	0,017149
14	0,003435	53	-0,01659	92	0,039736	131	-0,00707
15	0,012236	54	0,03512	93	0,011627	132	-0,00368
16	0,010353	55	0,009776	94	-0,02611	133	0,001585
17	-0,00036	56	-0,00223	95	0,005678	134	0,007341
18	-0,02343	57	-0,00593	96	-0,00546	135	0,007223
19	-0,00593	58	0,030251	97	0,01953	136	0,014292
20	0,059799	59	0,000645	98	0,010426	137	-0,00057
21	-0,00177	60	-0,02221	99	-0,01505	138	0,008882
22	0,001295	61	0,020795	100	-0,00417	139	-0,0186
23	-0,01908	62	0,019739	101	0,019002	140	-0,00448
24	-0,02051	63	0,045818	102	0,012541	141	0,037737
25	-0,00306	64	-0,0239	103	0,014851	142	0,02116
26	0,012323	65	-0,00614	104	-0,00372	143	-0,00506
27	-0,00804	66	0,041163	105	-0,00017	144	-0,00855
28	0,02848	67	-0,00311	106	-0,00994	145	0,012679
29	0,017314	68	-0,01173	107	0,025212	146	0,008443
30	0,001167	69	-0,00197	108	-0,00761	147	0,001609
31	-0,03244	70	0,030765	109	-0,02293	148	-0,00675
32	-0,0175	71	0,003128	110	0,002331	149	-0,03135
33	-0,01748	72	-0,01053	111	0,022152	150	0,005797
34	0,005599	73	-0,02698	112	-0,01285	151	0,004693
35	0,010818	74	-0,01573	113	0,009253	152	0,015365
36	-0,02586	75	-0,02111	114	-0,00149	153	0,007326
37	0,002265	76	-0,0046	115	0,000277	154	0,009082
38	-0,00744	77	0,012878	116	-0,00815	155	0,031398
39	-0,01031	78	-0,02203	117	-0,00122	156	-0,01672

y	R_y	y	R_y	y	R_y	y	R_y
157	-0,01258	198	-0,01105	239	0,014871	280	-0,000027
158	-0,01337	199	-0,00126	240	-0,00175	281	-0,0228
159	0,01827	200	0,016919	241	-0,00589	282	0,013032
160	-0,0139	201	0,0018	242	0,003659	283	0,005166
161	-0,01935	202	0,013981	243	-0,01413	284	0,001636
162	0,018005	203	-0,02173	244	0,008079	285	-0,0071
163	0,003819	204	0,009363	245	0,003668	286	0,007848
164	-0,00239	205	0,002227	246	0,030217	287	0,00278
165	0,016253	206	0,014446	247	-0,03824	288	0,000214
166	-0,00752	207	0,001156	248	0,005839	289	-0,00158
167	0,000473	208	-0,00314	249	0,022486	290	0,003229
168	0,009184	209	0,002742	250	0,002369	291	0,002023
169	-0,01194	210	0,014769	251	0,02327	292	-0,01384
170	-0,01611	211	-0,00201	252	0,006481	293	-0,00073
171	0,001927	212	-0,00896	253	0,01278	294	-0,0072
172	0,014127	213	0,013129	254	0,010517	295	-0,00052
173	0,016062	214	0,010919	255	0,011157	296	0,018696
174	0,007501	215	-0,01843	256	0,007378	297	0,002931
175	0,001418	216	0,012848	257	-0,00694	298	0,018404
176	0,039028	217	0,007825	258	0,024592	299	0,004848
177	-0,01234	218	-0,02536	259	-0,00812	300	0,009934
178	-0,02339	219	-0,00352	260	0,009743	301	0,004623
179	-0,00898	220	-0,00125	261	-0,00162	302	-0,00205
180	0,00389	221	-0,02427	262	0,01743	303	0,011234
181	0,016866	222	-0,00387	263	-0,01694	304	0,012113
182	-0,03836	223	-0,00792	264	0,020314	305	-0,00543
183	-0,02109	224	0,00167	265	-0,01165	306	0,006009
184	0,022868	225	-0,01715	266	0,012731	307	0,009133
185	-0,00727	226	0,00208	267	-0,00111	308	0,005722
186	0,00125	227	0,002714	268	0,003122	309	-0,00232
187	-0,02663	228	0,006705	269	0,010745	310	0,014232
188	-0,00257	229	0,018979	270	-0,01011	311	-0,00276
189	0,003423	230	-0,02648	271	0,000158	312	-0,02732
190	0,007083	231	0,017586	272	-0,01168	313	0,015474
191	-0,01238	232	0,001285	273	-0,01444	314	0,018258
192	-0,01179	233	0,024436	274	0,009115	315	-0,01364
193	0,00217	234	0,007792	275	-0,01004	316	-0,0004
194	-0,00596	235	-0,00435	276	0,005813	317	0,020891
195	0,009395	236	0,012197	277	0,008803	318	0,000145
196	-0,00675	237	-0,0038	278	-0,00786	319	0,015432
197	-0,00455	238	-0,01041	279	0,008261	320	-0,01266

y	R_y	y	R_y	y	R_y	y	R_y
321	-0,02176	361	0,010973	401	-0,00158	441	0,011224
322	0,007771	362	-0,01419	402	0,00944	442	-0,00296
323	-0,00718	363	-0,01977	403	0,011179	443	0,010635
324	-0,00617	364	0,00227	404	0,019182	444	0,008235
325	-0,00315	365	-0,00663	405	0,001178	445	0,001944
326	-0,00152	366	-0,01855	406	0,002239	446	0,017544
327	0,023274	367	-0,01282	407	0,01302	447	0,00686
328	-0,00319	368	0,0046	408	-0,00454	448	0,009954
329	-0,00685	369	0,016351	409	-0,00144	449	-0,0061
330	-0,00015	370	0,003649	410	0,009112	450	0,007286
331	0,000589	371	-0,0248	411	-0,0047	451	0,007728
332	0,014415	372	0,018079	412	0,0073	452	-0,00156
333	0,004487	373	-0,01007	413	0,00268	453	-0,02046
334	-0,0014	374	-0,03265	414	0,001525	454	0,00298
335	-0,03002	375	0,014307	415	-0,01311	455	-0,00795
336	-0,00139	376	0,007316	416	0,021646	456	0,000846
337	0,017381	377	0,021928	417	0,005568	457	-0,00786
338	-0,00716	378	0,016777	418	0,003239	458	0,006119
339	-0,00419	379	-0,01021	419	0,014629	459	0,009684
340	0,026252	380	0,002927	420	-0,00283	460	-0,01863
341	-0,00043	381	0,004326	421	-0,01448	461	-0,00132
342	0,024087	382	0,005852	422	0,014496	462	-0,00125
343	-0,02091	383	-0,00246	423	-0,02508	463	-0,01652
344	0,002159	384	0,006841	424	-0,00253	464	0,009958
345	0,009753	385	0,015531	425	0,000904	465	0,020686
346	0,009024	386	-0,00495	426	-0,00983	466	0,021118
347	0,009689	387	-0,00185	427	-0,01344	467	0,009317
348	-0,00147	388	0,012134	428	-0,00713	468	0,008372
349	-0,01381	389	0,008661	429	-0,00743	469	0,00174
350	-0,00287	390	0,003444	430	0,013249	470	0,008794
351	-0,00052	391	-0,00821	431	0,004303	471	-0,01002
352	-0,00169	392	0,007373	432	-0,03651	472	0,018126
353	0,009109	393	0,000372	433	-0,02479	473	-0,00783
354	-0,0074	394	-0,00268	434	0,016286	474	-0,00405
355	-0,00235	395	-0,03437	435	0,003427	475	-0,01006
356	-0,00613	396	0,001109	436	-0,00897	476	0,006827
357	0,018118	397	-0,00389	437	-0,01087	477	-0,00185
358	-0,00219	398	0,006148	438	-0,00297	478	-0,00766
359	0,003972	399	0,018904	439	-0,02088	479	0,005313
360	-0,00711	400	0,001202	440	-0,0332	480	-0,02259

y	R_y	y	R_y	y	R_y	y	R_y
481	-0,0085	487	-0,00389	493	0,00345	499	-0,00365
482	-0,00142	488	0,001154	494	0,001482	500	0,012486
483	-0,00115	489	0,006751	495	0,020632	501	0,001342
484	-0,0158	490	-0,00096	496	-0,00683	502	-0,06244
485	0,012545	491	-0,00628	497	0,000306		
486	0,006609	492	0,001441	498	0,00802		

Lampiran 3. Hasil Pembangkitan Bilangan Acak Berdistribusi Normal Standar untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama

j	Y_j	j	Y_j	j	Y_j	j	Y_j
1	-1,10241	39	-0,08689	77	-1,2122	115	-0,36538
2	-1,32761	40	0,410118	78	0,720242	116	1,872483
3	0,531341	41	-0,85922	79	1,205865	117	-1,13885
4	1,784745	42	0,46992	80	1,331168	118	1,883135
5	-0,36274	43	0,180038	81	-0,9455	119	-0,16565
6	-0,62265	44	-2,04333	82	0,673365	120	-1,22891
7	-1,61444	45	1,225334	83	0,185279	121	0,455851
8	-0,3689	46	0,125803	84	1,419865	122	0,602498
9	1,159051	47	-0,25637	85	0,631299	123	-0,78638
10	0,411823	48	-1,68508	86	-0,8607	124	-0,231
11	1,291669	49	0,674424	87	-0,28452	125	-0,6735
12	0,654784	50	-1,18907	88	-1,1832	126	0,293948
13	0,702325	51	-1,29291	89	0,213395	127	-0,00978
14	-0,27685	52	-1,28057	90	0,38707	128	0,837737
15	0,844786	53	-0,03329	91	-0,67553	129	-0,87002
16	-1,41565	54	0,64909	92	0,421419	130	1,507181
17	1,957955	55	-0,95848	93	0,613364	131	-0,06547
18	-0,63572	56	1,054105	94	-0,8701	132	-0,23801
19	1,023027	57	-0,13748	95	0,527677	133	-0,11207
20	-0,35123	58	-0,54877	96	-1,40369	134	-0,16179
21	0,9509	59	-0,62756	97	0,215883	135	-0,08707
22	0,697051	60	-0,75885	98	1,038302	136	-0,7876
23	0,70362	61	-1,23382	99	-1,60379	137	0,186939
24	-1,32873	62	0,486204	100	1,010349	138	-0,60395
25	0,092092	63	-0,99778	101	-2,61975	139	0,427932
26	0,247275	64	0,58701	102	-0,08837	140	-0,27321
27	0,598368	65	-0,3108	103	-0,20464	141	-0,4575
28	0,012157	66	-0,92801	104	1,259466	142	-0,50353
29	-0,77278	67	0,338408	105	1,473312	143	-0,65601
30	-1,31114	68	-1,12716	106	-0,395	144	0,614488
31	-0,63746	69	-0,35271	107	0,802402	145	-0,03117
32	-0,0824	70	1,916689	108	0,321821	146	-0,48594
33	-0,07561	71	-1,82573	109	0,636253	147	1,658308
34	-0,28025	72	-0,14885	110	0,099629	148	0,034027
35	-0,54289	73	0,116626	111	0,725186	149	0,270795
36	-0,09271	74	0,449217	112	-0,52044	150	-0,06359
37	1,0904	75	1,358406	113	0,397873	151	-0,15733
38	-0,554	76	0,468989	114	2,007616	152	0,328075

j	Y_j	j	Y_j	j	Y_j	j	Y_j
153	0,625909	178	0,599941	203	-0,06403	228	-1,28303
154	0,591588	179	-1,38951	204	-2,17614	229	0,199843
155	-0,26987	180	-0,20262	205	-1,85084	230	0,12495
156	-0,33004	181	0,884943	206	-0,17429	231	-0,34061
157	-0,14916	182	2,136235	207	-1,04976	232	0,174005
158	0,250119	183	-0,45052	208	-1,41966	233	0,875258
159	0,786079	184	-0,0847	209	-0,36713	234	0,537047
160	-0,32102	185	-1,0022	210	0,003974	235	-0,00804
161	0,285127	186	0,641363	211	-1,57626	236	1,103975
162	1,684073	187	-0,68997	212	-1,8514	237	1,519109
163	0,757935	188	0,771444	213	-0,71803	238	-1,44833
164	0,599862	189	-0,94633	214	0,896644	239	-0,95799
165	-0,07924	190	-1,14403	215	-0,31028	240	-1,12021
166	-0,44271	191	-0,44112	216	0,255845	241	0,021003
167	-1,17875	192	-1,17264	217	-1,17286	242	0,67077
168	0,139658	193	2,336056	218	0,274996	243	-2,13046
169	0,807593	194	-0,02496	219	-0,11725	244	-0,6217
170	-1,77721	195	-0,11729	220	-0,45803	245	-0,14562
171	-0,15675	196	-0,36934	221	0,821436	246	0,688669
172	1,868949	197	0,739532	222	0,995762	247	-0,02407
173	0,549393	198	0,631357	223	-0,61651	248	-1,70785
174	-0,34108	199	-0,2675	224	0,147249	249	1,730685
175	0,213729	200	1,075735	225	0,268327	250	-0,66796
176	-0,79169	201	-0,3251	226	-0,53384	251	1,461507
177	1,974569	202	-0,8528	227	0,697525	252	-0,70109

Lampiran 4. Hasil Perhitungan Harga Saham Pada Jalur Pertama untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama

j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$
1	\$ 399,505	39	\$ 410,237	77	\$ 354,287	115	\$ 388,466
2	\$ 391,424	40	\$ 412,774	78	\$ 358,175	116	\$ 399,717
3	\$ 394,576	41	\$ 407,334	79	\$ 364,806	117	\$ 392,764
4	\$ 405,458	42	\$ 410,228	80	\$ 372,274	118	\$ 404,205
5	\$ 403,167	43	\$ 411,314	81	\$ 366,883	119	\$ 403,136
6	\$ 399,298	44	\$ 398,603	82	\$ 370,642	120	\$ 395,579
7	\$ 389,507	45	\$ 406,104	83	\$ 371,653	121	\$ 398,304
8	\$ 387,270	46	\$ 406,841	84	\$ 379,776	122	\$ 401,949
9	\$ 394,157	47	\$ 405,201	85	\$ 383,421	123	\$ 397,094
10	\$ 396,605	48	\$ 394,838	86	\$ 378,359	124	\$ 395,648
11	\$ 404,479	49	\$ 398,890	87	\$ 376,672	125	\$ 391,545
12	\$ 408,507	50	\$ 391,651	88	\$ 369,870	126	\$ 393,267
13	\$ 412,876	51	\$ 383,933	89	\$ 371,038	127	\$ 393,163
14	\$ 411,084	52	\$ 376,437	90	\$ 373,201	128	\$ 398,192
15	\$ 416,387	53	\$ 376,203	91	\$ 369,320	129	\$ 392,880
16	\$ 407,415	54	\$ 379,916	92	\$ 371,668	130	\$ 402,004
17	\$ 419,763	55	\$ 374,341	93	\$ 375,131	131	\$ 401,556
18	\$ 415,651	56	\$ 380,387	94	\$ 370,126	132	\$ 400,050
19	\$ 422,163	57	\$ 379,544	95	\$ 373,086	133	\$ 399,319
20	\$ 419,852	58	\$ 376,327	96	\$ 365,113	134	\$ 398,287
21	\$ 425,960	59	\$ 372,687	97	\$ 366,280	135	\$ 397,711
22	\$ 430,481	60	\$ 368,341	98	\$ 372,106	136	\$ 392,901
23	\$ 435,093	61	\$ 361,408	99	\$ 363,041	137	\$ 393,982
24	\$ 426,285	62	\$ 364,067	100	\$ 368,658	138	\$ 390,312
25	\$ 426,838	63	\$ 358,508	101	\$ 354,126	139	\$ 392,833
26	\$ 428,408	64	\$ 361,703	102	\$ 353,608	140	\$ 391,149
27	\$ 432,301	65	\$ 359,946	103	\$ 352,462	141	\$ 388,375
28	\$ 432,332	66	\$ 354,828	104	\$ 359,282	142	\$ 385,350
29	\$ 427,200	67	\$ 356,631	105	\$ 367,436	143	\$ 381,456
30	\$ 418,664	68	\$ 350,491	106	\$ 365,179	144	\$ 385,018
31	\$ 414,552	69	\$ 348,564	107	\$ 369,650	145	\$ 384,790
32	\$ 413,982	70	\$ 358,902	108	\$ 371,434	146	\$ 381,896
33	\$ 413,457	71	\$ 348,971	109	\$ 375,027	147	\$ 391,670
34	\$ 411,640	72	\$ 348,137	110	\$ 375,557	148	\$ 391,829
35	\$ 408,187	73	\$ 348,719	111	\$ 379,706	149	\$ 393,412
36	\$ 407,562	74	\$ 351,086	112	\$ 376,650	150	\$ 392,985
37	\$ 414,375	75	\$ 358,422	113	\$ 378,908	151	\$ 391,995
38	\$ 410,829	76	\$ 360,964	114	\$ 390,689	152	\$ 393,924

j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$	j	$S(t_j)^+$
153	\$ 397,672	178	\$ 429,871	203	\$ 426,509	228	\$ 357,674
154	\$ 401,244	179	\$ 420,776	204	\$ 412,489	229	\$ 358,729
155	\$ 399,545	180	\$ 419,426	205	\$ 400,921	230	\$ 359,375
156	\$ 397,486	181	\$ 425,098	206	\$ 399,808	231	\$ 357,466
157	\$ 396,535	182	\$ 439,179	207	\$ 393,390	232	\$ 358,379
158	\$ 398,011	183	\$ 436,111	208	\$ 384,889	233	\$ 363,171
159	\$ 402,783	184	\$ 435,497	209	\$ 382,689	234	\$ 366,128
160	\$ 400,763	185	\$ 428,818	210	\$ 382,669	235	\$ 366,041
161	\$ 402,471	186	\$ 433,000	211	\$ 373,504	236	\$ 372,238
162	\$ 412,934	187	\$ 428,402	212	\$ 363,026	237	\$ 380,952
163	\$ 417,706	188	\$ 433,442	213	\$ 359,017	238	\$ 372,557
164	\$ 421,511	189	\$ 427,160	214	\$ 363,938	239	\$ 367,092
165	\$ 420,953	190	\$ 419,697	215	\$ 362,172	240	\$ 360,810
166	\$ 418,062	191	\$ 416,826	216	\$ 363,552	241	\$ 360,885
167	\$ 410,540	192	\$ 409,364	217	\$ 357,043	242	\$ 364,568
168	\$ 411,372	193	\$ 424,219	218	\$ 358,509	243	\$ 352,831
169	\$ 416,442	194	\$ 424,009	219	\$ 357,825	244	\$ 349,449
170	\$ 405,220	195	\$ 423,201	220	\$ 355,285	245	\$ 348,632
171	\$ 404,203	196	\$ 420,767	221	\$ 359,740	246	\$ 352,286
172	\$ 415,887	197	\$ 425,510	222	\$ 365,224	247	\$ 352,117
173	\$ 419,351	198	\$ 429,593	223	\$ 361,752	248	\$ 342,992
174	\$ 417,120	199	\$ 427,789	224	\$ 362,528	249	\$ 352,160
175	\$ 418,440	200	\$ 434,843	225	\$ 363,979	250	\$ 348,538
176	\$ 413,353	201	\$ 432,635	226	\$ 360,976	251	\$ 356,383
177	\$ 425,989	202	\$ 426,976	227	\$ 364,809	252	\$ 352,539

Lampiran 5. Hasil Perhitungan Harga Saham Pada Jalur Kedua untuk $M = 500$ pada Simulasi Pertama

j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$
1	\$ 413,219	39	\$ 398,962	77	\$ 458,009	115	\$ 414,134
2	\$ 421,654	40	\$ 396,420	78	\$ 452,936	116	\$ 402,386
3	\$ 418,192	41	\$ 401,623	79	\$ 444,602	117	\$ 409,416
4	\$ 406,875	42	\$ 398,699	80	\$ 435,585	118	\$ 397,738
5	\$ 409,094	43	\$ 397,557	81	\$ 441,885	119	\$ 398,702
6	\$ 412,965	44	\$ 410,142	82	\$ 437,304	120	\$ 406,228
7	\$ 423,250	45	\$ 402,475	83	\$ 436,016	121	\$ 403,357
8	\$ 425,599	46	\$ 401,655	84	\$ 426,593	122	\$ 399,609
9	\$ 418,067	47	\$ 403,189	85	\$ 422,443	123	\$ 404,403
10	\$ 415,393	48	\$ 413,678	86	\$ 427,997	124	\$ 405,789
11	\$ 407,214	49	\$ 409,383	87	\$ 429,816	125	\$ 409,948
12	\$ 403,107	50	\$ 416,855	88	\$ 437,623	126	\$ 408,061
13	\$ 398,752	51	\$ 425,139	89	\$ 436,146	127	\$ 408,076
14	\$ 400,400	52	\$ 433,506	90	\$ 433,520	128	\$ 402,831
15	\$ 395,211	53	\$ 433,678	91	\$ 437,977	129	\$ 408,186
16	\$ 403,823	54	\$ 429,342	92	\$ 435,111	130	\$ 398,831
17	\$ 391,855	55	\$ 435,638	93	\$ 430,997	131	\$ 399,186
18	\$ 395,642	56	\$ 428,617	94	\$ 436,726	132	\$ 400,597
19	\$ 389,450	57	\$ 429,471	95	\$ 433,164	133	\$ 401,240
20	\$ 391,505	58	\$ 433,045	96	\$ 442,522	134	\$ 402,189
21	\$ 385,804	59	\$ 437,176	97	\$ 441,012	135	\$ 402,680
22	\$ 381,666	60	\$ 442,234	98	\$ 434,009	136	\$ 407,518
23	\$ 377,535	61	\$ 450,614	99	\$ 444,745	137	\$ 406,307
24	\$ 385,249	62	\$ 447,222	100	\$ 437,870	138	\$ 410,035
25	\$ 384,663	63	\$ 454,054	101	\$ 455,735	139	\$ 407,311
26	\$ 383,166	64	\$ 449,941	102	\$ 456,300	140	\$ 408,972
27	\$ 379,629	65	\$ 452,036	103	\$ 457,680	141	\$ 411,800
28	\$ 379,516	66	\$ 458,451	104	\$ 448,890	142	\$ 414,939
29	\$ 383,988	67	\$ 456,031	105	\$ 438,830	143	\$ 419,079
30	\$ 391,729	68	\$ 463,915	106	\$ 441,441	144	\$ 415,109
31	\$ 395,525	69	\$ 466,374	107	\$ 436,003	145	\$ 415,260
32	\$ 395,979	70	\$ 452,838	108	\$ 433,811	146	\$ 418,313
33	\$ 396,393	71	\$ 465,620	109	\$ 429,558	147	\$ 407,782
34	\$ 398,052	72	\$ 466,629	110	\$ 428,855	148	\$ 407,523
35	\$ 401,329	73	\$ 465,744	111	\$ 424,072	149	\$ 405,792
36	\$ 401,853	74	\$ 462,500	112	\$ 427,416	150	\$ 406,141
37	\$ 395,156	75	\$ 452,931	113	\$ 424,773	151	\$ 407,074
38	\$ 398,477	76	\$ 449,640	114	\$ 411,871	152	\$ 404,989

j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$	j	$S(t_j)^-$
153	\$ 401,082	178	\$ 368,945	203	\$ 369,755	228	\$ 438,427
154	\$ 397,421	179	\$ 376,834	204	\$ 382,236	229	\$ 437,038
155	\$ 399,021	180	\$ 377,962	205	\$ 393,176	230	\$ 436,154
156	\$ 400,997	181	\$ 372,834	206	\$ 394,181	231	\$ 438,384
157	\$ 401,868	182	\$ 360,799	207	\$ 400,521	232	\$ 437,168
158	\$ 400,287	183	\$ 363,254	208	\$ 409,274	233	\$ 431,301
159	\$ 395,455	184	\$ 363,685	209	\$ 411,534	234	\$ 427,722
160	\$ 397,358	185	\$ 369,265	210	\$ 411,463	235	\$ 427,726
161	\$ 395,582	186	\$ 365,616	211	\$ 421,464	236	\$ 420,511
162	\$ 385,471	187	\$ 369,456	212	\$ 433,530	237	\$ 410,799
163	\$ 380,982	188	\$ 365,078	213	\$ 438,272	238	\$ 419,961
164	\$ 377,457	189	\$ 370,363	214	\$ 432,248	239	\$ 426,116
165	\$ 377,872	190	\$ 376,863	215	\$ 434,257	240	\$ 433,437
166	\$ 380,398	191	\$ 379,374	216	\$ 432,511	241	\$ 433,249
167	\$ 387,281	192	\$ 386,201	217	\$ 440,296	242	\$ 428,774
168	\$ 386,410	193	\$ 372,593	218	\$ 438,397	243	\$ 442,938
169	\$ 381,619	194	\$ 372,693	219	\$ 439,135	244	\$ 447,123
170	\$ 392,099	195	\$ 373,321	220	\$ 442,175	245	\$ 448,070
171	\$ 392,997	196	\$ 375,395	221	\$ 436,600	246	\$ 443,321
172	\$ 381,869	197	\$ 371,127	222	\$ 429,947	247	\$ 443,434
173	\$ 378,629	198	\$ 367,516	223	\$ 433,975	248	\$ 455,128
174	\$ 380,568	199	\$ 368,982	224	\$ 432,948	249	\$ 443,179
175	\$ 379,282	200	\$ 362,915	225	\$ 431,125	250	\$ 447,683
176	\$ 383,863	201	\$ 364,684	226	\$ 434,613	251	\$ 437,729
177	\$ 372,391	202	\$ 369,434	227	\$ 429,949	252	\$ 442,402

Lampiran 6. Rata-rata Harga Saham Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$

i	$(S_T)^+$	$(S_T)^-$	i	$(S_T)^+$	$(S_T)^-$
1	\$ 389,047	\$ 412,441	39	\$ 461,525	\$ 347,671
2	\$ 441,782	\$ 363,208	40	\$ 429,628	\$ 373,483
3	\$ 447,325	\$ 358,707	41	\$ 423,351	\$ 379,020
4	\$ 414,642	\$ 386,981	42	\$ 327,898	\$ 489,355
5	\$ 453,758	\$ 353,622	43	\$ 398,697	\$ 402,457
6	\$ 422,255	\$ 380,005	44	\$ 324,689	\$ 494,192
7	\$ 257,866	\$ 622,256	45	\$ 425,939	\$ 376,718
8	\$ 417,016	\$ 384,778	46	\$ 432,127	\$ 371,323
9	\$ 368,930	\$ 434,930	47	\$ 490,243	\$ 327,305
10	\$ 372,725	\$ 430,501	48	\$ 340,153	\$ 471,725
11	\$ 396,699	\$ 404,485	49	\$ 392,770	\$ 408,531
12	\$ 446,281	\$ 359,547	50	\$ 430,853	\$ 372,421
13	\$ 416,641	\$ 385,124	51	\$ 503,041	\$ 318,978
14	\$ 419,141	\$ 382,828	52	\$ 305,444	\$ 525,329
15	\$ 324,625	\$ 494,289	53	\$ 453,755	\$ 353,624
16	\$ 456,797	\$ 351,269	54	\$ 440,585	\$ 364,195
17	\$ 420,206	\$ 381,857	55	\$ 337,653	\$ 475,218
18	\$ 442,787	\$ 362,384	56	\$ 595,848	\$ 269,295
19	\$ 345,375	\$ 464,593	57	\$ 381,784	\$ 420,286
20	\$ 336,541	\$ 476,788	58	\$ 348,696	\$ 460,168
21	\$ 505,125	\$ 317,661	59	\$ 365,231	\$ 439,335
22	\$ 430,921	\$ 372,362	60	\$ 361,265	\$ 444,158
23	\$ 459,486	\$ 349,213	61	\$ 351,962	\$ 455,897
24	\$ 384,546	\$ 417,268	62	\$ 437,852	\$ 366,468
25	\$ 470,797	\$ 340,824	63	\$ 373,072	\$ 430,101
26	\$ 387,352	\$ 414,246	64	\$ 406,289	\$ 394,938
27	\$ 419,830	\$ 382,199	65	\$ 403,511	\$ 397,656
28	\$ 325,255	\$ 493,333	66	\$ 409,271	\$ 392,060
29	\$ 370,710	\$ 432,842	67	\$ 398,228	\$ 402,932
30	\$ 450,485	\$ 356,191	68	\$ 352,020	\$ 455,822
31	\$ 409,668	\$ 391,680	69	\$ 449,059	\$ 357,322
32	\$ 513,434	\$ 312,520	70	\$ 366,179	\$ 438,198
33	\$ 361,206	\$ 444,230	71	\$ 465,264	\$ 344,877
34	\$ 396,769	\$ 404,414	72	\$ 360,485	\$ 445,120
35	\$ 462,643	\$ 346,830	73	\$ 404,465	\$ 396,718
36	\$ 336,718	\$ 476,537	74	\$ 392,748	\$ 408,554
37	\$ 399,186	\$ 401,965	75	\$ 369,102	\$ 434,727
38	\$ 408,949	\$ 392,369	76	\$ 379,538	\$ 422,773

i	$\overline{(S_T)}^+$	$\overline{(S_T)}^-$	i	$\overline{(S_T)}^+$	$\overline{(S_T)}^-$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	462	\$ 535,629	\$ 299,571
424	\$ 434,406	\$ 369,375	463	\$ 526,573	\$ 304,722
425	\$ 465,794	\$ 344,485	464	\$ 508,961	\$ 315,267
426	\$ 368,427	\$ 435,524	465	\$ 415,707	\$ 385,990
427	\$ 367,704	\$ 436,381	466	\$ 465,467	\$ 344,726
428	\$ 439,474	\$ 365,115	467	\$ 469,091	\$ 342,063
429	\$ 388,214	\$ 413,325	468	\$ 412,810	\$ 388,699
430	\$ 508,977	\$ 315,257	469	\$ 474,441	\$ 338,206
431	\$ 348,408	\$ 460,548	470	\$ 411,184	\$ 390,236
432	\$ 365,298	\$ 439,254	471	\$ 437,778	\$ 366,530
433	\$ 377,409	\$ 425,159	472	\$ 399,476	\$ 401,673
434	\$ 387,727	\$ 413,845	473	\$ 377,493	\$ 425,065
435	\$ 380,268	\$ 421,962	474	\$ 304,119	\$ 527,618
436	\$ 514,571	\$ 311,830	475	\$ 483,642	\$ 331,772
437	\$ 353,818	\$ 453,507	476	\$ 440,372	\$ 364,371
438	\$ 503,789	\$ 318,504	477	\$ 349,989	\$ 458,468
439	\$ 384,379	\$ 417,449	478	\$ 479,998	\$ 334,290
440	\$ 349,824	\$ 458,684	479	\$ 374,606	\$ 428,339
441	\$ 497,615	\$ 322,456	480	\$ 339,866	\$ 472,124
442	\$ 319,598	\$ 502,065	481	\$ 387,654	\$ 413,922
443	\$ 328,798	\$ 488,016	482	\$ 366,809	\$ 437,445
444	\$ 356,888	\$ 449,605	483	\$ 477,001	\$ 336,391
445	\$ 533,540	\$ 300,744	484	\$ 420,992	\$ 381,144
446	\$ 325,418	\$ 493,084	485	\$ 399,816	\$ 401,332
447	\$ 371,790	\$ 431,585	486	\$ 468,525	\$ 342,476
448	\$ 509,463	\$ 314,957	487	\$ 394,057	\$ 407,197
449	\$ 295,136	\$ 543,678	488	\$ 367,920	\$ 436,124
450	\$ 406,862	\$ 394,381	489	\$ 393,482	\$ 407,792
451	\$ 443,964	\$ 361,423	490	\$ 339,129	\$ 473,150
452	\$ 450,190	\$ 356,424	491	\$ 409,813	\$ 391,542
453	\$ 363,527	\$ 441,394	492	\$ 421,048	\$ 381,093
454	\$ 482,486	\$ 332,567	493	\$ 394,118	\$ 407,133
455	\$ 361,003	\$ 444,481	494	\$ 441,772	\$ 363,216
456	\$ 355,508	\$ 451,350	495	\$ 410,718	\$ 390,678
457	\$ 411,991	\$ 389,471	496	\$ 512,768	\$ 312,927
458	\$ 430,821	\$ 372,449	497	\$ 439,383	\$ 365,191
459	\$ 368,077	\$ 435,938	498	\$ 432,318	\$ 371,159
460	\$ 412,927	\$ 388,588	499	\$ 375,638	\$ 427,163
461	\$ 334,014	\$ 480,395	500	\$ 469,740	\$ 341,590

Lampiran 7. Nilai *Payoff* untuk Opsi *Call* Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$

i	C_A^+	C_A^-	i	C_A^+	C_A^-
1	\$ 0	\$ 0	39	\$ 31,525	\$ 0
2	\$ 11,782	\$ 0	40	\$ 0	\$ 0
3	\$ 17,325	\$ 0	41	\$ 0	\$ 0
4	\$ 0	\$ 0	42	\$ 0	\$ 59,355
5	\$ 23,758	\$ 0	43	\$ 0	\$ 0
6	\$ 0	\$ 0	44	\$ 0	\$ 64,192
7	\$ 0	\$ 192,256	45	\$ 0	\$ 0
8	\$ 0	\$ 0	46	\$ 2,127	\$ 0
9	\$ 0	\$ 4,930	47	\$ 60,243	\$ 0
10	\$ 0	\$ 0,501	48	\$ 0	\$ 41,725
11	\$ 0	\$ 0	49	\$ 0	\$ 0
12	\$ 16,281	\$ 0	50	\$ 0,853	\$ 0
13	\$ 0	\$ 0	51	\$ 73,041	\$ 0
14	\$ 0	\$ 0	52	\$ 0	\$ 95,329
15	\$ 0	\$ 64,289	53	\$ 23,755	\$ 0
16	\$ 26,797	\$ 0	54	\$ 10,585	\$ 0
17	\$ 0	\$ 0	55	\$ 0	\$ 45,218
18	\$ 12,787	\$ 0	56	\$ 165,848	\$ 0
19	\$ 0	\$ 34,593	57	\$ 0	\$ 0
20	\$ 0	\$ 46,788	58	\$ 0	\$ 30,168
21	\$ 75,125	\$ 0	59	\$ 0	\$ 9,335
22	\$ 0,921	\$ 0	60	\$ 0	\$ 14,158
23	\$ 29,486	\$ 0	61	\$ 0	\$ 25,897
24	\$ 0	\$ 0	62	\$ 7,852	\$ 0
25	\$ 40,797	\$ 0	63	\$ 0	\$ 0,101
26	\$ 0	\$ 0	64	\$ 0	\$ 0
27	\$ 0	\$ 0	65	\$ 0	\$ 0
28	\$ 0	\$ 63,333	66	\$ 0	\$ 0
29	\$ 0	\$ 2,842	67	\$ 0	\$ 0
30	\$ 20,485	\$ 0	68	\$ 0	\$ 25,822
31	\$ 0	\$ 0	69	\$ 19,059	\$ 0
32	\$ 83,434	\$ 0	70	\$ 0	\$ 8,198
33	\$ 0	\$ 14,230	71	\$ 35,264	\$ 0
34	\$ 0	\$ 0	72	\$ 0	\$ 15,120
35	\$ 32,643	\$ 0	73	\$ 0	\$ 0
36	\$ 0	\$ 46,537	74	\$ 0	\$ 0
37	\$ 0	\$ 0	75	\$ 0	\$ 4,727
38	\$ 0	\$ 0	76	\$ 0	\$ 0

i	C_A^+	C_A^-	i	C_A^+	C_A^-
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	462	\$ 105,629	\$ 0
424	\$ 4,406	\$ 0	463	\$ 96,573	\$ 0
425	\$ 35,794	\$ 0	464	\$ 78,961	\$ 0
426	\$ 0	\$ 5,524	465	\$ 0	\$ 0
427	\$ 0	\$ 6,381	466	\$ 35,467	\$ 0
428	\$ 9,474	\$ 0	467	\$ 39,091	\$ 0
429	\$ 0	\$ 0	468	\$ 0	\$ 0
430	\$ 78,977	\$ 0	469	\$ 44,441	\$ 0
431	\$ 0	\$ 30,548	470	\$ 0	\$ 0
432	\$ 0	\$ 9,254	471	\$ 7,778	\$ 0
433	\$ 0	\$ 0	472	\$ 0	\$ 0
434	\$ 0	\$ 0	473	\$ 0	\$ 0
435	\$ 0	\$ 0	474	\$ 0	\$ 97,618
436	\$ 84,571	\$ 0	475	\$ 53,642	\$ 0
437	\$ 0	\$ 23,507	476	\$ 10,372	\$ 0
438	\$ 73,789	\$ 0	477	\$ 0	\$ 28,468
439	\$ 0	\$ 0	478	\$ 49,998	\$ 0
440	\$ 0	\$ 28,684	479	\$ 0	\$ 0
441	\$ 67,615	\$ 0	480	\$ 0	\$ 42,124
442	\$ 0	\$ 72,065	481	\$ 0	\$ 0
443	\$ 0	\$ 58,016	482	\$ 0	\$ 7,445
444	\$ 0	\$ 19,605	483	\$ 47,001	\$ 0
445	\$ 103,540	\$ 0	484	\$ 0	\$ 0
446	\$ 0	\$ 63,084	485	\$ 0	\$ 0
447	\$ 0	\$ 1,585	486	\$ 38,525	\$ 0
448	\$ 79,463	\$ 0	487	\$ 0	\$ 0
449	\$ 0	\$ 113,678	488	\$ 0	\$ 6,124
450	\$ 0	\$ 0	489	\$ 0	\$ 0
451	\$ 13,964	\$ 0	490	\$ 0	\$ 43,150
452	\$ 20,190	\$ 0	491	\$ 0	\$ 0
453	\$ 0	\$ 11,394	492	\$ 0	\$ 0
454	\$ 52,486	\$ 0	493	\$ 0	\$ 0
455	\$ 0	\$ 14,481	494	\$ 11,772	\$ 0
456	\$ 0	\$ 21,350	495	\$ 0	\$ 0
457	\$ 0	\$ 0	496	\$ 82,768	\$ 0
458	\$ 0,821	\$ 0	497	\$ 9,383	\$ 0
459	\$ 0	\$ 5,938	498	\$ 2,318	\$ 0
460	\$ 0	\$ 0	499	\$ 0	\$ 0
461	\$ 0	\$ 50,395	500	\$ 39,740	\$ 0

Lampiran 8. Nilai *Payoff* untuk Opsi *Put* Jalur Pertama dan Jalur Kedua dengan $M = 500$

i	P_A^+	P_A^-	i	P_A^+	P_A^-
1	\$ 40,953	\$ 17,559	39	\$ 0	\$ 82,329
2	\$ 0	\$ 66,792	40	\$ 0,372	\$ 56,517
3	\$ 0	\$ 71,293	41	\$ 6,649	\$ 50,980
4	\$ 15,358	\$ 43,019	42	\$ 102,102	\$ 0
5	\$ 0	\$ 76,378	43	\$ 31,303	\$ 27,543
6	\$ 7,745	\$ 49,995	44	\$ 105,311	\$ 0
7	\$ 172,134	\$ 0	45	\$ 4,061	\$ 53,282
8	\$ 12,984	\$ 45,222	46	\$ 0	\$ 58,677
9	\$ 61,070	\$ 0	47	\$ 0	\$ 102,695
10	\$ 57,275	\$ 0	48	\$ 89,847	\$ 0
11	\$ 33,301	\$ 25,515	49	\$ 37,230	\$ 21,469
12	\$ 0	\$ 70,453	50	\$ 0	\$ 57,579
13	\$ 13,359	\$ 44,876	51	\$ 0	\$ 111,022
14	\$ 10,859	\$ 47,172	52	\$ 124,556	\$ 0
15	\$ 105,375	\$ 0	53	\$ 0	\$ 76,376
16	\$ 0	\$ 78,731	54	\$ 0	\$ 65,805
17	\$ 9,794	\$ 48,143	55	\$ 92,347	\$ 0
18	\$ 0	\$ 67,616	56	\$ 0	\$ 160,705
19	\$ 84,625	\$ 0	57	\$ 48,216	\$ 9,714
20	\$ 93,459	\$ 0	58	\$ 81,304	\$ 0
21	\$ 0	\$ 112,339	59	\$ 64,769	\$ 0
22	\$ 0	\$ 57,638	60	\$ 68,735	\$ 0
23	\$ 0	\$ 80,787	61	\$ 78,038	\$ 0
24	\$ 45,454	\$ 12,732	62	\$ 0	\$ 63,532
25	\$ 0	\$ 89,176	63	\$ 56,928	\$ 0
26	\$ 42,648	\$ 15,754	64	\$ 23,711	\$ 35,062
27	\$ 10,170	\$ 47,801	65	\$ 26,489	\$ 32,344
28	\$ 104,745	\$ 0	66	\$ 20,729	\$ 37,940
29	\$ 59,290	\$ 0	67	\$ 31,772	\$ 27,068
30	\$ 0	\$ 73,809	68	\$ 77,980	\$ 0
31	\$ 20,332	\$ 38,320	69	\$ 0	\$ 72,678
32	\$ 0	\$ 117,480	70	\$ 63,821	\$ 0
33	\$ 68,794	\$ 0	71	\$ 0	\$ 85,123
34	\$ 33,231	\$ 25,586	72	\$ 69,515	\$ 0
35	\$ 0	\$ 83,170	73	\$ 25,535	\$ 33,282
36	\$ 93,282	\$ 0	74	\$ 37,252	\$ 21,446
37	\$ 30,814	\$ 28,035	75	\$ 60,898	\$ 0
38	\$ 21,051	\$ 37,631	76	\$ 50,462	\$ 7,227

i	P_A^+	P_A^-	i	P_A^+	P_A^-
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	462	\$ 0	\$ 130,429
424	\$ 0	\$ 60,625	463	\$ 0	\$ 125,278
425	\$ 0	\$ 85,515	464	\$ 0	\$ 114,733
426	\$ 61,573	\$ 0	465	\$ 14,293	\$ 44,010
427	\$ 62,296	\$ 0	466	\$ 0	\$ 85,274
428	\$ 0	\$ 64,885	467	\$ 0	\$ 87,937
429	\$ 41,786	\$ 16,675	468	\$ 17,190	\$ 41,301
430	\$ 0	\$ 114,743	469	\$ 0	\$ 91,794
431	\$ 81,592	\$ 0	470	\$ 18,816	\$ 39,764
432	\$ 64,702	\$ 0	471	\$ 0	\$ 63,470
433	\$ 52,591	\$ 4,841	472	\$ 30,524	\$ 28,327
434	\$ 42,273	\$ 16,155	473	\$ 52,507	\$ 4,935
435	\$ 49,732	\$ 8,038	474	\$ 125,881	\$ 0
436	\$ 0	\$ 118,170	475	\$ 0	\$ 98,228
437	\$ 76,182	\$ 0	476	\$ 0	\$ 65,629
438	\$ 0	\$ 111,496	477	\$ 80,011	\$ 0
439	\$ 45,621	\$ 12,551	478	\$ 0	\$ 95,710
440	\$ 80,176	\$ 0	479	\$ 55,394	\$ 1,661
441	\$ 0	\$ 107,544	480	\$ 90,134	\$ 0
442	\$ 110,402	\$ 0	481	\$ 42,346	\$ 16,078
443	\$ 101,202	\$ 0	482	\$ 63,191	\$ 0
444	\$ 73,112	\$ 0	483	\$ 0	\$ 93,609
445	\$ 0	\$ 129,256	484	\$ 9,008	\$ 48,856
446	\$ 104,582	\$ 0	485	\$ 30,184	\$ 28,668
447	\$ 58,210	\$ 0	486	\$ 0	\$ 87,524
448	\$ 0	\$ 115,043	487	\$ 35,943	\$ 22,803
449	\$ 134,864	\$ 0	488	\$ 62,080	\$ 0
450	\$ 23,138	\$ 35,619	489	\$ 36,518	\$ 22,208
451	\$ 0	\$ 68,577	490	\$ 90,871	\$ 0
452	\$ 0	\$ 73,576	491	\$ 20,187	\$ 38,458
453	\$ 66,473	\$ 0	492	\$ 8,952	\$ 48,907
454	\$ 0	\$ 97,433	493	\$ 35,882	\$ 22,867
455	\$ 68,997	\$ 0	494	\$ 0	\$ 66,784
456	\$ 74,492	\$ 0	495	\$ 19,282	\$ 39,322
457	\$ 18,009	\$ 40,529	496	\$ 0	\$ 117,073
458	\$ 0	\$ 57,551	497	\$ 0	\$ 64,809
459	\$ 61,923	\$ 0	498	\$ 0	\$ 58,841
460	\$ 17,073	\$ 41,412	499	\$ 54,362	\$ 2,837
461	\$ 95,986	\$ 0	500	\$ 0	\$ 88,410

Lampiran 9. Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put* untuk *Asian Option*

<i>k</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>
1	500	\$ 12,705	\$ 38,151	40	20000	\$ 12,907	\$ 38,298
2	1000	\$ 11,947	\$ 37,646	41	20500	\$ 12,703	\$ 38,162
3	1500	\$ 12,452	\$ 37,989	42	21000	\$ 13,042	\$ 38,397
4	2000	\$ 13,314	\$ 38,560	43	21500	\$ 12,863	\$ 38,274
5	2500	\$ 14,270	\$ 39,217	44	22000	\$ 12,743	\$ 38,190
6	3000	\$ 12,892	\$ 38,286	45	22500	\$ 12,855	\$ 38,272
7	3500	\$ 13,037	\$ 38,377	46	23000	\$ 12,884	\$ 38,287
8	4000	\$ 13,073	\$ 38,426	47	23500	\$ 12,819	\$ 38,242
9	4500	\$ 12,597	\$ 38,082	48	24000	\$ 12,856	\$ 38,272
10	5000	\$ 12,791	\$ 38,222	49	24500	\$ 12,776	\$ 38,214
11	5500	\$ 12,907	\$ 38,312	50	25000	\$ 13,015	\$ 38,362
12	6000	\$ 12,785	\$ 38,223	51	25500	\$ 12,967	\$ 38,345
13	6500	\$ 13,210	\$ 38,505	52	26000	\$ 12,780	\$ 38,216
14	7000	\$ 12,967	\$ 38,345	53	26500	\$ 12,842	\$ 38,254
15	7500	\$ 13,049	\$ 38,397	54	27000	\$ 12,741	\$ 38,195
16	8000	\$ 12,872	\$ 38,277	55	27500	\$ 12,974	\$ 38,354
17	8500	\$ 13,076	\$ 38,406	56	28000	\$ 13,029	\$ 38,378
18	9000	\$ 12,980	\$ 38,355	57	28500	\$ 12,902	\$ 38,283
19	9500	\$ 12,889	\$ 38,295	58	29000	\$ 12,775	\$ 38,206
20	10000	\$ 12,921	\$ 38,304	59	29500	\$ 12,666	\$ 38,140
21	10500	\$ 12,918	\$ 38,320	60	30000	\$ 12,901	\$ 38,291
22	11000	\$ 12,808	\$ 38,245	61	30500	\$ 12,866	\$ 38,273
23	11500	\$ 12,848	\$ 38,251	62	31000	\$ 12,914	\$ 38,306
24	12000	\$ 13,037	\$ 38,384	63	31500	\$ 12,650	\$ 38,131
25	12500	\$ 12,800	\$ 38,217	64	32000	\$ 12,820	\$ 38,236
26	13000	\$ 13,048	\$ 38,400	65	32500	\$ 12,801	\$ 38,221
27	13500	\$ 12,771	\$ 38,183	66	33000	\$ 12,727	\$ 38,172
28	14000	\$ 12,883	\$ 38,288	67	33500	\$ 12,992	\$ 38,363
29	14500	\$ 12,973	\$ 38,357	68	34000	\$ 12,889	\$ 38,294
30	15000	\$ 12,970	\$ 38,354	69	34500	\$ 12,840	\$ 38,251
31	15500	\$ 12,850	\$ 38,274	70	35000	\$ 12,733	\$ 38,185
32	16000	\$ 12,899	\$ 38,285	71	35500	\$ 12,841	\$ 38,263
33	16500	\$ 13,035	\$ 38,375	72	36000	\$ 12,816	\$ 38,229
34	17000	\$ 12,861	\$ 38,268	73	36500	\$ 12,869	\$ 38,283
35	17500	\$ 12,744	\$ 38,195	74	37000	\$ 12,798	\$ 38,224
36	18000	\$ 12,602	\$ 38,084	75	37500	\$ 12,821	\$ 38,248
37	18500	\$ 12,860	\$ 38,267	76	38000	\$ 12,793	\$ 38,222
38	19000	\$ 12,813	\$ 38,247	77	38500	\$ 12,905	\$ 38,298
39	19500	\$ 12,500	\$ 38,022	78	39000	\$ 12,855	\$ 38,264

<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
79	39500	\$ 12,800	\$ 38,222	120	60000	\$ 12,919	\$ 38,305
80	40000	\$ 12,786	\$ 38,208	121	60500	\$ 12,844	\$ 38,253
81	40500	\$ 12,929	\$ 38,317	122	61000	\$ 12,848	\$ 38,255
82	41000	\$ 13,097	\$ 38,439	123	61500	\$ 12,922	\$ 38,313
83	41500	\$ 12,870	\$ 38,277	124	62000	\$ 12,772	\$ 38,213
84	42000	\$ 12,790	\$ 38,213	125	62500	\$ 12,799	\$ 38,225
85	42500	\$ 12,660	\$ 38,133	126	63000	\$ 12,890	\$ 38,289
86	43000	\$ 12,727	\$ 38,184	127	63500	\$ 12,833	\$ 38,249
87	43500	\$ 12,851	\$ 38,255	128	64000	\$ 12,731	\$ 38,183
88	44000	\$ 12,861	\$ 38,272	129	64500	\$ 12,774	\$ 38,203
89	44500	\$ 12,861	\$ 38,262	130	65000	\$ 12,743	\$ 38,189
90	45000	\$ 12,872	\$ 38,271	131	65500	\$ 12,898	\$ 38,294
91	45500	\$ 12,786	\$ 38,209	132	66000	\$ 12,798	\$ 38,225
92	46000	\$ 12,873	\$ 38,274	133	66500	\$ 12,808	\$ 38,235
93	46500	\$ 12,883	\$ 38,287	134	67000	\$ 12,719	\$ 38,175
94	47000	\$ 12,832	\$ 38,246	135	67500	\$ 12,813	\$ 38,229
95	47500	\$ 12,855	\$ 38,267	136	68000	\$ 12,870	\$ 38,272
96	48000	\$ 12,914	\$ 38,302	137	68500	\$ 12,853	\$ 38,264
97	48500	\$ 12,733	\$ 38,176	138	69000	\$ 12,816	\$ 38,239
98	49000	\$ 12,849	\$ 38,251	139	69500	\$ 12,895	\$ 38,300
99	49500	\$ 13,014	\$ 38,373	140	70000	\$ 12,879	\$ 38,280
100	50000	\$ 12,814	\$ 38,235	141	70500	\$ 12,877	\$ 38,277
101	50500	\$ 12,818	\$ 38,234	142	71000	\$ 12,865	\$ 38,267
102	51000	\$ 12,998	\$ 38,367	143	71500	\$ 12,910	\$ 38,301
103	51500	\$ 12,871	\$ 38,270	144	72000	\$ 12,821	\$ 38,239
104	52000	\$ 12,968	\$ 38,346	145	72500	\$ 12,763	\$ 38,201
105	52500	\$ 12,782	\$ 38,211	146	73000	\$ 12,940	\$ 38,323
106	53000	\$ 12,766	\$ 38,204	147	73500	\$ 12,898	\$ 38,292
107	53500	\$ 12,809	\$ 38,229	148	74000	\$ 12,848	\$ 38,257
108	54000	\$ 12,706	\$ 38,166	149	74500	\$ 12,781	\$ 38,212
109	54500	\$ 12,730	\$ 38,182	150	75000	\$ 12,806	\$ 38,234
110	55000	\$ 12,878	\$ 38,281	151	75500	\$ 12,778	\$ 38,213
111	55500	\$ 12,784	\$ 38,216	152	76000	\$ 12,768	\$ 38,202
112	56000	\$ 12,851	\$ 38,259	153	76500	\$ 12,878	\$ 38,283
113	56500	\$ 12,668	\$ 38,135	154	77000	\$ 12,710	\$ 38,164
114	57000	\$ 12,876	\$ 38,283	155	77500	\$ 12,965	\$ 38,341
115	57500	\$ 12,838	\$ 38,256	156	78000	\$ 12,850	\$ 38,256
116	58000	\$ 12,802	\$ 38,227	157	78500	\$ 12,795	\$ 38,228
117	58500	\$ 12,805	\$ 38,238	158	79000	\$ 12,751	\$ 38,194
118	59000	\$ 12,701	\$ 38,151	159	79500	\$ 12,836	\$ 38,246
119	59500	\$ 12,895	\$ 38,284	160	80000	\$ 12,669	\$ 38,132

<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
161	80500	\$ 12,807	\$ 38,230	181	90500	\$ 12,855	\$ 38,263
162	81000	\$ 12,813	\$ 38,235	182	91000	\$ 12,884	\$ 38,285
163	81500	\$ 12,887	\$ 38,288	183	91500	\$ 12,889	\$ 38,287
164	82000	\$ 12,793	\$ 38,224	184	92000	\$ 12,844	\$ 38,260
165	82500	\$ 12,718	\$ 38,171	185	92500	\$ 12,821	\$ 38,247
166	83000	\$ 12,823	\$ 38,243	186	93000	\$ 12,915	\$ 38,306
167	83500	\$ 12,882	\$ 38,277	187	93500	\$ 12,889	\$ 38,292
168	84000	\$ 12,843	\$ 38,253	188	94000	\$ 12,887	\$ 38,284
169	84500	\$ 12,785	\$ 38,216	189	94500	\$ 12,850	\$ 38,262
170	85000	\$ 12,858	\$ 38,267	190	95000	\$ 12,884	\$ 38,288
171	85500	\$ 12,844	\$ 38,256	191	95500	\$ 12,776	\$ 38,212
172	86000	\$ 12,850	\$ 38,255	192	96000	\$ 12,876	\$ 38,272
173	86500	\$ 12,871	\$ 38,277	193	96500	\$ 12,893	\$ 38,290
174	87000	\$ 12,737	\$ 38,191	194	97000	\$ 12,869	\$ 38,276
175	87500	\$ 12,728	\$ 38,187	195	97500	\$ 12,816	\$ 38,240
176	88000	\$ 12,782	\$ 38,214	196	98000	\$ 12,829	\$ 38,250
177	88500	\$ 12,876	\$ 38,280	197	98500	\$ 12,864	\$ 38,275
178	89000	\$ 12,860	\$ 38,264	198	99000	\$ 12,753	\$ 38,196
179	89500	\$ 12,798	\$ 38,222	199	99500	\$ 12,812	\$ 38,233
180	90000	\$ 12,912	\$ 38,305	200	100000	\$ 12,925	\$ 38,311

Lampiran 10. Persentase Galat Relatif Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put*

<i>k</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	Opsi <i>Call</i>	Opsi <i>Put</i>
1	500	0,988%	0,253%	40	20000	0,587%	0,130%
2	1000	6,895%	1,574%	41	20500	1,006%	0,225%
3	1500	2,962%	0,678%	42	21000	1,635%	0,389%
4	2000	3,756%	0,814%	43	21500	0,244%	0,068%
5	2500	11,206%	2,533%	44	22000	0,694%	0,151%
6	3000	0,465%	0,098%	45	22500	0,181%	0,062%
7	3500	1,596%	0,337%	46	23000	0,409%	0,103%
8	4000	1,881%	0,464%	47	23500	0,103%	0,017%
9	4500	1,828%	0,433%	48	24000	0,190%	0,062%
10	5000	0,322%	0,069%	49	24500	0,435%	0,089%
11	5500	0,585%	0,166%	50	25000	1,425%	0,298%
12	6000	0,368%	0,066%	51	25500	1,048%	0,253%
13	6500	2,943%	0,672%	52	26000	0,409%	0,084%
14	7000	1,052%	0,253%	53	26500	0,077%	0,016%
15	7500	1,691%	0,389%	54	27000	0,713%	0,140%
16	8000	0,309%	0,076%	55	27500	1,106%	0,278%
17	8500	1,904%	0,413%	56	28000	1,539%	0,340%
18	9000	1,153%	0,279%	57	28500	0,547%	0,090%
19	9500	0,442%	0,122%	58	29000	0,445%	0,110%
20	10000	0,694%	0,146%	59	29500	1,292%	0,282%
21	10500	0,672%	0,187%	60	30000	0,535%	0,111%
22	11000	0,185%	0,009%	61	30500	0,269%	0,066%
23	11500	0,125%	0,008%	62	31000	0,642%	0,151%
24	12000	1,601%	0,356%	63	31500	1,417%	0,306%
25	12500	0,249%	0,080%	64	32000	0,094%	0,032%
26	13000	1,682%	0,397%	65	32500	0,242%	0,072%
27	13500	0,472%	0,169%	66	33000	0,820%	0,198%
28	14000	0,394%	0,104%	67	33500	1,244%	0,300%
29	14500	1,101%	0,284%	68	34000	0,446%	0,121%
30	15000	1,079%	0,276%	69	34500	0,065%	0,008%
31	15500	0,144%	0,067%	70	35000	0,768%	0,166%
32	16000	0,525%	0,096%	71	35500	0,067%	0,038%
33	16500	1,580%	0,332%	72	36000	0,128%	0,049%
34	17000	0,226%	0,052%	73	36500	0,286%	0,090%
35	17500	0,689%	0,138%	74	37000	0,265%	0,063%
36	18000	1,796%	0,430%	75	37500	0,084%	0,001%
37	18500	0,222%	0,049%	76	38000	0,304%	0,068%
38	19000	0,150%	0,004%	77	38500	0,569%	0,129%
39	19500	2,585%	0,592%	78	39000	0,180%	0,041%

<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
79	39500	0,249%	0,068%	120	60000	0,680%	0,149%
80	40000	0,357%	0,104%	121	60500	0,096%	0,012%
81	40500	0,755%	0,181%	122	61000	0,122%	0,018%
82	41000	2,065%	0,499%	123	61500	0,702%	0,170%
83	41500	0,300%	0,074%	124	62000	0,470%	0,091%
84	42000	0,327%	0,093%	125	62500	0,258%	0,061%
85	42500	1,337%	0,301%	126	63000	0,451%	0,106%
86	43000	0,819%	0,168%	127	63500	0,007%	0,002%
87	43500	0,147%	0,018%	128	64000	0,787%	0,169%
88	44000	0,226%	0,063%	129	64500	0,450%	0,118%
89	44500	0,226%	0,037%	130	65000	0,693%	0,156%
90	45000	0,310%	0,060%	131	65500	0,513%	0,120%
91	45500	0,361%	0,101%	132	66000	0,263%	0,061%
92	46000	0,317%	0,069%	133	66500	0,184%	0,034%
93	46500	0,399%	0,103%	134	67000	0,880%	0,190%
94	47000	0,003%	0,006%	135	67500	0,149%	0,051%
95	47500	0,181%	0,049%	136	68000	0,294%	0,061%
96	48000	0,639%	0,140%	137	68500	0,163%	0,041%
97	48500	0,773%	0,187%	138	69000	0,124%	0,024%
98	49000	0,130%	0,009%	139	69500	0,489%	0,137%
99	49500	1,420%	0,326%	140	70000	0,369%	0,084%
100	50000	0,142%	0,035%	141	70500	0,348%	0,076%
101	50500	0,109%	0,036%	142	71000	0,256%	0,050%
102	51000	1,291%	0,310%	143	71500	0,609%	0,138%
103	51500	0,306%	0,058%	144	72000	0,085%	0,024%
104	52000	1,060%	0,257%	145	72500	0,541%	0,122%
105	52500	0,386%	0,097%	146	73000	0,844%	0,197%
106	53000	0,512%	0,115%	147	73500	0,514%	0,114%
107	53500	0,182%	0,049%	148	74000	0,126%	0,023%
108	54000	0,981%	0,214%	149	74500	0,397%	0,095%
109	54500	0,798%	0,172%	150	75000	0,199%	0,036%
110	55000	0,361%	0,087%	151	75500	0,420%	0,093%
111	55500	0,370%	0,084%	152	76000	0,500%	0,120%
112	56000	0,151%	0,029%	153	76500	0,356%	0,091%
113	56500	1,281%	0,296%	154	77000	0,949%	0,220%
114	57000	0,343%	0,092%	155	77500	1,039%	0,243%
115	57500	0,047%	0,019%	156	78000	0,144%	0,020%
116	58000	0,234%	0,054%	157	78500	0,288%	0,054%
117	58500	0,209%	0,026%	158	79000	0,633%	0,143%
118	59000	1,022%	0,254%	159	79500	0,029%	0,007%
119	59500	0,493%	0,093%	160	80000	1,270%	0,303%

<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>	<i>k</i>	<i>M</i>	<i>Opsi Call</i>	<i>Opsi Put</i>
161	80500	0,197%	0,047%	181	90500	0,178%	0,040%
162	81000	0,150%	0,034%	182	91000	0,408%	0,095%
163	81500	0,428%	0,104%	183	91500	0,441%	0,102%
164	82000	0,307%	0,063%	184	92000	0,097%	0,030%
165	82500	0,885%	0,201%	185	92500	0,083%	0,003%
166	83000	0,070%	0,013%	186	93000	0,644%	0,152%
167	83500	0,393%	0,076%	187	93500	0,443%	0,114%
168	84000	0,087%	0,014%	188	94000	0,432%	0,095%
169	84500	0,369%	0,084%	189	94500	0,138%	0,035%
170	85000	0,200%	0,049%	190	95000	0,407%	0,103%
171	85500	0,094%	0,021%	191	95500	0,434%	0,094%
172	86000	0,141%	0,019%	192	96000	0,342%	0,063%
173	86500	0,303%	0,076%	193	96500	0,474%	0,110%
174	87000	0,741%	0,149%	194	97000	0,290%	0,072%
175	87500	0,811%	0,161%	195	97500	0,123%	0,021%
176	88000	0,387%	0,089%	196	98000	0,021%	0,004%
177	88500	0,342%	0,084%	197	98500	0,251%	0,070%
178	89000	0,218%	0,041%	198	99000	0,616%	0,136%
179	89500	0,264%	0,069%	199	99500	0,158%	0,039%
180	90000	0,623%	0,148%	200	100000	0,723%	0,164%

Lampiran 11. Syntac Code Pyhton untuk Harga Asian Option Teknik Antithetic Variate Monte Carlo

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
import matplotlib.ticker as ticker

# Parameter-parameter
S0, K, r, sigma, T, N = 406.35, 430, 0.001, 0.243, 1, 252
dt = T / N

# Estimasi Harga Asian Option dengan Black-Scholes
sigma_hat = np.sqrt((sigma**2 * (N + 1) * (2 * N + 1)) / (6 *
N**2))
mu_hat = 0.5 * sigma_hat**2 + (r - 0.5 * sigma**2) * (N + 1) /
(2 * N)
d1_hat = (np.log(S0 / K) + (mu_hat + 0.5 * sigma_hat**2) * T) /
(sigma_hat * np.sqrt(T))
d2_hat = d1_hat - sigma_hat * np.sqrt(T)
C_BS = np.exp(-r * T) * (S0 * np.exp(mu_hat * T) *
norm.cdf(d1_hat) - K * norm.cdf(d2_hat))
P_BS = np.exp(-r * T) * (K * norm.cdf(-d2_hat) - S0 *
np.exp(mu_hat * T) * norm.cdf(-d1_hat))

# Simulasi untuk berbagai nilai M
results = []
all_simulations = []
payoff_table_100 = None

# Looping Kelipatan
for M in range(100, 55100, 100):
    Z = np.random.randn(M, N)

    # Simulasi Jalur Harga Saham
    S_std1 = np.column_stack([np.full((M, 1), S0), S0 *
np.cumprod(np.exp((r - 0.5 * sigma**2) * dt + sigma *
np.sqrt(dt) * Z), axis=1)])
    S_std2 = np.column_stack([np.full((M, 1), S0), S0 *
np.cumprod(np.exp((r - 0.5 * sigma**2) * dt - sigma *
np.sqrt(dt) * Z), axis=1)])

    # Rata-rata geometrik
    geo_mean_std1 = np.exp(np.mean(np.log(S_std1[:, 1:]),
axis=1))
    geo_mean_std2 = np.exp(np.mean(np.log(S_std2[:, 1:]),
axis=1))

    # Payoff opsi AV-MC
    opsi_call_av = np.exp(-r*T) *
np.mean((np.maximum(geo_mean_std1 - K, 0) +
np.maximum(geo_mean_std2 - K, 0)) / 2)
    opsi_put_av = np.exp(-r*T) * np.mean((np.maximum(K -
geo_mean_std1, 0) + np.maximum(K - geo_mean_std2, 0)) / 2)

    # Nilai error relatif AV-MC
    error_call= abs((opsi_call_av - C_BS) / C_BS)*100
```

```

error_put= abs((opsi_put_av - P_BS) / P_BS)*100

# Menyimpan data
results.append([M, C_BS, opsi_call_av, error_callP_BS,
opsi_put_av, error_put])

# Hanya untuk M = 100, simpan detail simulasi
if M == 100:
    simulasi_data = []
    for i in range(M):
        for j in range(N):
            simulasi_data.append([i + 1, j + 1, Z[i, j],
S_std1[i, j + 1], -Z[i, j], S_std2[i, j + 1]])
            S_std1_first, S_std2_first = S_std1[0, :],
S_std2[0, :]

    simulasi_df = pd.DataFrame(simulasi_data,
columns=["Simulasi", "Partisi Waktu", "Bilangan Acak", "Harga
Saham", "Bilangan Acak Berlawanan", "Harga Saham Berlawanan"]

    all_simulations.append(simulasi_df)

# Membuat tabel payoff untuk M = 100
payoff_table_100 = pd.DataFrame({
    'Simulasi': np.arange(1, 101),
    'Rata_Rata_Harga_Saham_Standar':
geo_mean_std1[:100],
    'Rata_Rata_Harga_Saham_Berlawanan':
geo_mean_std2[:100],
    'Payoff_Call_Standar':
np.maximum(geo_mean_std1[:100] - K, 0),
    'Payoff_Put_Standar': np.maximum(K -
geo_mean_std1[:100], 0),
    'Payoff_Call_Berlawanan':
np.maximum(geo_mean_std2[:100] - K, 0),
    'Payoff_Put_Berlawanan': np.maximum(K -
geo_mean_std2[:100], 0)
})

# Membuat tabel harga opsi
payoff_table = pd.DataFrame(results, columns=['M',
'Opsi_Call_BS', 'Opsi_Call_Antithetic', 'Error_Opsi_Call_AV(%)'
, 'Opsi_Put_BS', 'Opsi_Put_Antithetic', 'Error_Opsi_Put_AV(%)'])

# Perhitungan MAPE secara keseluruhan
MAPE_call_totalav =
np.mean(payoff_table['Error_Opsi_Call_AV(%)'])
MAPE_put_totalav = np.mean(payoff_table['Error_Opsi_Put_AV(%)'])

# Simpan ke Excel
with pd.ExcelWriter("hasil_simulasi.xlsx") as writer:
    if all_simulations:
        all_simulations[0].to_excel(writer,
sheet_name="Simulasi_Harga_Saham", index=False)
    if payoff_table_100 is not None:
        payoff_table_100.to_excel(writer,
sheet_name="Payoff_M100", index=False)
    payoff_table.to_excel(writer, sheet_name="Harga_Opsi",
index=False)

```

```

# Simpan MAPE dalam sheet terpisah
mape_df = pd.DataFrame({'MAPE_Call_AV(%)':
[MAPE_call_totalav], 'MAPE_Put_AV(%)': [MAPE_put_totalav]})
mape_df.to_excel(writer, sheet_name="MAPE Harga Opsi",
index=False)

print("Data telah disimpan ke hasil_simulasi.xlsx")

# Plot harga saham jalur pertama, jalur kedua untuk M = 100
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.xlim(0, 252)
for i in range(100):
    plt.plot(range(0, N+1), S_std1[i, :], linestyle='-',
alpha=0.5) # Jalur pertama
    plt.plot(range(0, N+1), S_std2[i, :], linestyle='--',
alpha=0.5) # Jalur kedua
plt.plot([], [], linestyle='-', label="Jalur Pertama")
plt.plot([], [], linestyle='--', label="Jalur Kedua")
plt.xlabel("Partisi Waktu")
plt.ylabel("Harga Saham")
plt.title("Pergerakan Harga Saham 2 Jalur untuk Semua Simulasi
(M=100)")
plt.legend()
plt.grid(True, linestyle='dotted')
plt.savefig("pergerakan_saham_2jalur_semua_simulasi_M100.png",
dpi=300)
plt.show()

# Plot harga saham jalur pertama, jalur kedua untuk M = 100,
simulasi pertama
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(range(0, N+1), S_std1_first, label="Jalur Pertama",
linestyle='-')
plt.plot(range(0, N+1), S_std2_first, label="Jalur Kedua",
linestyle='--')
plt.xlabel("Partisi Waktu")
plt.ylabel("Harga Saham")
plt.title("Pergerakan Harga Saham Kedua Jalur untuk Simulasi
Pertama (M=100)")
plt.xlim(0,252)
plt.legend()
plt.grid(True, linestyle='dotted')
plt.savefig("grafik_2_jalur_saham_1simulasi(M=100).png",
dpi=300)
plt.show()

```

RIWAYAT HIDUP



Luthfia Azzahra Fajriati, lahir di Bekasi pada tanggal 2 Februari 2003. Penulis merupakan putri kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Alm. Bapak Muchamad Rojak dan Ibu Sri Suwarni. Pendidikan formal dimulai di TK Azzahra dan dilanjutkan di SDIT Daarussalam hingga lulus pada tahun 2015. Setelah itu, penulis menempuh pendidikan di SMPIT Daarussalam dan lulus pada tahun 2018, kemudian melanjutkan ke SMAN 4 Tambun Selatan dan lulus pada tahun 2021. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Selama masa perkuliahan, penulis aktif dalam berbagai kegiatan akademik dan organisasi kemahasiswaan, seperti menjadi asisten praktikum mata kuliah Statistika Elementer, tergabung dalam HMPS Integral Matematika dan Ikatan Himpunan Mahasiswa Matematika Indonesia Wilayah V (IKAHIMATIKA Indonesia), serta mengikuti sejumlah kegiatan organisasi lainnya yang mendukung pengembangan diri. Dalam bidang akademik, penulis pernah mengikuti kegiatan Riset Kompetitif Matematika Fakultas Sains dan Teknologi serta menjadi peserta dalam *International Conference on Green Technology* (ICGT). Selain itu, penulis juga aktif mengikuti program magang di berbagai instansi, antara lain di Bank Central Asia (BCA), PT Virama Karya (Persero), dan Kantor Pelayanan Kekayaan Negara dan Lelang (KPKNL). Berbagai pengalaman tersebut menjadi bekal penting bagi penulis dalam membentuk karakter, memperluas wawasan, serta mempersiapkan diri untuk berkontribusi secara profesional maupun sosial.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Luthfia Azzahra Fajriati
NIM : 210601110056
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Perhitungan Harga *Asian Option* Menggunakan Teknik
Antithetic Variate Monte Carlo
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Abdussakir, M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	10 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	15 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	17 Oktober 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	17 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	22 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	29 Oktober 2024	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	31 Oktober 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	7.
8.	5 November 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	5 November 2024	ACC Seminar Proposal	9.
10.	15 Januari 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	30 Januari 2025	Konsultasi Bab IV	11.
12.	12 Februari 2025	Konsultasi Bab IV	12.
13.	16 Februari 2025	Konsultasi Bab IV dan V	13.
14.	7 Maret 2025	ACC Bab IV dan V	14.
15.	8 Maret 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

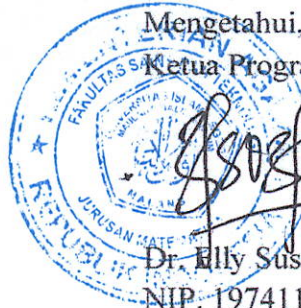
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	12 Maret 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	16.
17.	13 Maret 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	17.
18.	13 Maret 2025	ACC Seminar Hasil	18.
19.	5 Mei 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	19.
20.	15 Mei 2025	ACC Sidang Skripsi	20.
21.	23 Mei 2025	ACC Keseluruhan	21.

Malang, 23 Mei 2025

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005