ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI PROBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
OKY DWI ARDIAN
NIM. 08610006

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI PROBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
OKY DWI ARDIAN
NIM. 08610006

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI PROBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
OKY DWI ARDIAN
NIM. 08610006

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 23 November 2012

Pembimbing I,	**Pembimbing II,**
Abdul Aziz, M.Si	**Ach. Nasichuddin, M.A**
NIP. 19760318 200604 1 002	**NIP.19730705 200003 1 002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI PROBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
OKY DWI ARDIAN
NIM. 08610006

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 5 Desember 2012

Penguji Utama:	**Dr. Sri Harini, M.Si** **NIP. 19731014 200112 2 002**	**………………………**
Ketua Penguji:	**Fachrur Rozi, M.Si** **NIP. 19800527 200801 1 012**	**………………………**
Sekretaris Penguji:	**Abdul Aziz, M.Si** **NIP. 19760318 200604 1 002**	**………………………**
Anggota Penguji:	**Ach. Nasichuddin, M.A** **NIP. 19730705 200003 1 002**	**………………………**

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Oky Dwi Ardian

NIM : 08610006

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 23 November 2012

Yang membuat pernyataan,

Oky Dwi Ardian

NIM. 08610006

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

"Do'a dan usaha adalah kunci dari segalanya
Jangan menyerah dan putus asa
Allah SWT pasti mendengar do'a kita"

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

HALAMAN PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Penulis persembahkan karya ini sebagai bentuk cinta penulis kepada:

ibunda Anik Indahyati
ayahanda MISMAN. Alm,
ayahanda Priyandiko

Kakak tercinta Ninda Wulansari, Haris Niyanto,
Adik tercinta Jefri Tri Cahya,
Serta keponakan tersayang Dahvia Chika Ristanti

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil 'alamin, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi besar Muhammad SAW sebagai *Uswatun Hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullahu ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu selesainya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan arahan dan pengalaman yang berharga.
4. Abdul Aziz, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dan Ach. Nasichuddin, M.A selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.
5. Seluruh dosen Jurusan Matematika, terima kasih atas seluruh ilmu, nasihat, dan bimbingannya, serta telah mengajarkan arti kehidupan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Kedua orang tua penulis, Misman (alm) dan Anik Indahyati serta bapak Priyandiko, yang tidak pernah berhenti memberikan kasih sayang, do'a, dan semangat kepada penulis.
7. Kakak penulis Ninda Wulansari dan Haris Niyanto, yang selalu ada untuk penulis.
8. Adik penulis Jefri Tri Cahya, serta keponakan tersayang Dahvia Chika Ristanti.
9. Saudara-saudara penulis, Tri Wahyudianto, Anang Fakhmi, Shofiatul Inayah, Kurnia Irianti, Elva Ravita Sari, Anasruddin Nasikhin yang selalu mendukung penulis.
10. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2008, terima kasih atas do'a serta kenangan yang di berikan.
11. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, atas keikhlasan bantuan moral dan spiritual, penulis ucapkan terima kasih.

Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan khususnya ilmu matematika. *Amin Yaa Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 23 November 2012

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR SIMBOL

$\sim$	: Berdistribusi
$<$	: Kurana dari
$>$	: lebih dari
$=$	: Sama dengan
$\vec{\boldsymbol{\beta}}$	: Bheta
ε	: Epsilon
$\hat{Y}$	: Estimasi dari Y
$\hat{\beta}$	: Estimasi dari vektor β
E	: *Expectation* (nilai harapan)
X	: Matriks yang entri-entrinya merupakan variabel bebas
$\vec{Y}$	: Vektor yang entri-entrinya merupakan variabel terikat
μ	: Nilai Tengah (rataan)
N	: Normal
$\bar{X}$	: Rata-rata pada pengamatan X
σ^2	: Ragam untuk populasi
T	: *Transpose*

ABSTRAK

Ardian, Oky Dwi. 2012. **Estimasi Parameter Model Regresi Probit dengan Metode Grizzle Starmer Koch**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Ach. Nasichuddin, M.A

Estimasi parameter merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Dengan estimasi parameter ini kita dapat mengetahui karakteristik parameter suatu populasi. Metode yang paling sering dipakai peneliti untuk mengestimasi parameter adalah Metode *Least Square*. Dengan metode ini akan didapatkan estimator yang tidak bias, konsisten dan efisien.

Untuk menggunakan metode ini harus memenuhi asumsi-asumsi yang disebut asumsi klasik. *Least Square* yang memenuhi asumsi-asumsi ini disebut *Ordinary Least Square*. Namun, pada pelaksanaannya sering kali terjadi penyimpangan asumsi-asumsi ini, salah satunya terjadinya heteroskedastisitas (nilai variansi tidak konstan), sehingga akan dihasilkan estimator yang tidak bias, konsisten namun tidak efisien.

Untuk itu estimasi dilakukan menggunakan metode Grizzle Starmer Koch (GSK). Pada penelitian ini diperoleh bentuk estimator dari parameter regresi probit dengan menggunakan metode GSKadalah sebagai berikut:

1. Regresi Model Probit

$$F(I) = \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2 X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} dz$$

2. Estimasi $\vec{\beta}$dengan GSK

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^T \textstyle\sum^{-1} \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{X}^T \textstyle\sum^{-1} \vec{I}$$

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menggunakan metode estimasi lain atau mengestimasi parameter regresi variabel dummy model yang lain.

Kata kunci: *Estimasi Parameter, Model Probit, Grizzle Starmer Koch (GSK)*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Ardian, Oky Dwi. 2012. **Probit Regression Model Parameter Estimation Method with Grizzle Starmer Koch**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology of the State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Supervisor: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Ach. Nasichuddin, M.A

Parameter Estimation is a process that uses statistical sampling to estimate or assess the relationship of the unknown population parameter. With the estimated parameters, we can determine the characteristics of a population parameter. The method most commonly used to estimate the parameters by researchers is Least Square method. With this method we will get an unbiased, consistent and efficientestimator.

To use this method should satisfy the assumptions called classical assumptions. Least Square that meets these assumptions is called Ordinary Least Square. However, the implementation is often a deviation of these assumptions, one of the heteroscedasticity (variance is not a constant value), so it will be an unbiased estimator, consistent but not efficient.

For that estimation using the method of Grizzle Starmer Koch(GSK). In this research, obtained estimator from of the probit regression parameters using GSK is as follows:

1. Probit Regression Model

$$F(I) = \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2 X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} dz$$

2. Estimate β with GSK

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}} \textstyle\sum^{-1} \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}} \textstyle\sum^{-1} \vec{I}$$

This research can be developed using different estimation methods to estimate the other parameters or dummy variable respon model.

Keyword: *Parameter Estimation, Probit Model, Grizzle Starmer Koch (GSK)*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

الملخص

اردين، اؤقي ديوي. ٢٠١٢.الاحتماليةمعلمةنموذج الانحدارطريقة تقديرمعغريزلكوخ. الأطروحة.قسم الرياضيات،كلية العلوم والتكنولوجيا التابعة لجامعة ولاية مولاناالإسلاميةمالانجابراهيم مالك.
مؤدب : (١)عبدالعزيز, ماجستير في العلوم
(٢) أحمد نسعدين , الماجستيرالدين

تقدير المعلمة هي عملية أخذ العينات الإحصائية التي تستخدم لتقدير أو تقييم العلاقة بين المعلمة السكان غير معروف. مع المعلمات المقدرة، يمكننا تحديد خصائص معلمة السكان. الأسلوب الأكثر شيوعا لتقدير المعلمات من الباحثين هو الأسلوب الأقل سكوير. مع هذا الأسلوب سوف نحصل على مقدر غير متحيز والاتساق والفعالية.

يجب استخدام هذا الأسلوب تلبية الافتراضات دعا الافتراضات الكلاسيكية. وتسمى المربعات الصغرى التي تلبي هذه الافتراضات ساحة العادية الأقل. ومع ذلك، فإن تنفيذ وغالبا ما يكون الانحراف من هذه الافتراضات، واحدة من عدم تجانس (الفرق ليس قيمة ثابتة)، لذلك سوف يكون مقدر غير متحيز، بما يتفق ولكن لا كفاءة.

لذلك تقدير باستخدام أسلوب غريزل كوخ. في هذه الدراسة، التي تم الحصول عليها تشكل مقدر من المعلمات باستخدام الانحدار الاحتمالية هي كما يليفي هذه الدراسة، التي تم الحصول عليهاتشكلمقدرمن المعلماتباستخدامالانحدارالاحتماليةهي كما يلي:

١.عودةالاحتماليةالموديل

$$F(I) = \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2 X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} dz$$

٢.معتقديرنجومغريزلكوخ

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\textstyle\sum^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\textstyle\sum^{-1}\vec{I}$$

ويمكن تطوير هذا البحثباستخدامطرق التقديرالمختلفةتقديرالمعلمات أودميةنموذج الانحدارالمتغير.

إلىالكلمة: المعلمةi، نموذجالاحتمالية، أشيبكو

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Segala puji bagi Allah yang telah menciptakan langit dan bumi beserta isinya, yang menciptakan manusia dengan keadaan yang sebaik-baiknya, dan mengajarkan manusia segala yang tidak diketahuinya, serta Dialah yang menurunkan Al-Qur’an sebagai pedoman hidup umat manusia. Al-Qur’an merupakan firman Allah SWT yang di dalamnya terkandung banyak sekali keajaiban. Firman Allah SWT dalam QS. Az-Zumar ayat 47 sebagai berikut.

وَلَوْ أَنَّ لِلَّذِينَ ظَلَمُوا۟ مَا فِى ٱلْأَرْضِ جَمِيعًا وَمِثْلَهُۥ مَعَهُۥ لَٱفْتَدَوْا۟ بِهِۦ مِن سُوٓءِ ٱلْعَذَابِ يَوْمَ
ٱلْقِيَـٰمَةِ ۚ وَبَدَا لَهُم مِّنَ ٱللَّهِ مَا لَمْ يَكُونُوا۟ يَحْتَسِبُونَ ﴿٤٧﴾

Artinya: *“Dan Sekiranya orang-orang yang zalim mempunyai apa yang ada di bumi semuanya dan (ada pula) sebanyak itu besertanya, niscaya mereka akan menebus dirinya dengan itu dari siksa yang buruk pada hari kiamat. Dan jelaslah bagi mereka azab dari Allah yang belum pernah mereka perkirakan”.*

Kaitan ayat tersebut dengan ilmu pengetahuan yaitu sesungguhnya manusia tidak mengetahui kebenaran yang mutlak atas sesuatu tetapi manusia hanya menduga atau menyangka saja. Pendugaan itu belum jelas kebenarannya. Oleh karena itu, manusia memiliki kewajiban untuk mencari kebenaran itu dengan cara membuktikannya melalui berbagai percobaan.

Sama halnya dengan ilmu statistika, parameter dari suatu populasi dapat diduga. Dalam melakukan pendugaan ini, tidak lepas dari metode estimasi. Metode statistika merupakan prosedur-prosedur yang digunakan dalam pengumpulan, penyajian, analisis, dan penafsiran data.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dalam statistika, estimasi adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasikan itu berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ. Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari semua contoh disebut nilai taksir (Supranto, 1986:29).

Regresi model probit adalah model tak linier yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara satu variabel respon dan beberapa variabel bebas, dengan variabel responnya berupa data kualitatif dikotomi yaitu bernilai 1 untuk menyatakan keberadaan suatu karakteristik dan bernilai 0 untuk menyatakan ketidakberadaan suatu karakteristik (Young, 2003:11).

Model probit dengan satu variabel respon dapat dikembangkan menjadi model probit dengan menggunakan dua variabel respon, model ini disebut model probit bivariat menggunakan dua variabel dikotomi sebagai variabel responnya. Sedangkan variabel bebasnya dapat berupa variabel yang bersifat diskrit maupun variabel yang bersifat kontinu dan juga dapat berupa variabel nominal atau ordinal (Gujarati, 1997:608).

Saat ini banyak metode pendugaan yang berkembang sangat luas. Salah satu metode diantaranya adalah metode Grizzle Starmer Koch. Grizzle Starmer Koch menggunakan prosedur *Weighted least square* untuk memperkirakan parameter yang tidak diketahui ada pada model. Grizzle Starmer Koch merupakan salah satu metode yang tepat digunakan untuk mengatasi sifat heteroskedastik (sifat ragam yang tidak konstan) pada model probit (Grizzle, 1969:489).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan uraian di atas, pada skripsi ini penulis mengkaji lebih dalam tentang metode pendugaan yang ada pada statistika yakni estimasi. Sehingga penulis tertarik untuk mengambil judul penelitian "Estimasi Parameter Model Regresi Probit dengan Metode Grizzle Starmer Koch".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut: "Bagaimana Estimasi Parameter Model Regresi Probit dengan Metode Grizzle Starmer Koch?"

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah: "Mengetahui bentuk Estimasi Parameter Model Regresi Probit dengan Metode Grizzle Starmer Koch".

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini jenis pembobot yang digunakan adalah pembobot Kappa.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

a. Bagi Penulis

Penulis mengetahui tentang metode dan hasil estimasi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch. Dapat menjadi wacana baru dalam pengembangan ilmu pengetahuan khususnya ilmu matematika yang dapat dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b. Bagi Lembaga

Untuk tambahan bahan dalam pengembangan ilmu matematika khususnya dalam bidang ststistika.

c. Bagi Pembaca

Memberikan gambaran tentang estimasi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *library research* atau studi literatur yaitu penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berkaitan dan yang dibutuhkan untuk melakukan penelitian ini. Untuk mengestimasi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch terlebih dahulu dikaji mengenai definisi dan sifat-sifat penaksir.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Menggunakan model regresi probit tertentu
2. Mengestimasi parameter model regresi probit menggunakan metode *Ordinary Least Square*
3. Melakukan uji Heteroskedastis
4. Mengestimasi parameter model regresi probit menggunakan metode *Weighted Least Square* dengan cara sebagai berikut:
   a. menentukan nilai pembobot,
   b. mentransformasikan persamaan model regresi probit dalam bentuk persamaan regresi terboboti, dan
   c. mengestimasi parameter regresi probit

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. Mengestimsi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan ini secara keseluruhan, maka penulis menggambarkan sistematika penulisannya sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini menyajikan kajian teori mengenai estimasi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch yang diambil dari beberapa referensi yang terkait dengan topik tersebut.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini membahas tentang estimasi parameter model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

Bab IV Penutup

Pada bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Estimasi Parameter

Dalam statistik, estimasi adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Nilai-nilai populasi sering disebut dengan parameter populasi, sedangkan nilai-nilai sampel sering disebut dengan statistik sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasi itu adalah berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ. Dengan menggunakan data sampel maka berusaha untuk mengetahui karakteristik populasi (Supranto, 1986:29).

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel (statistik) untuk mengestimasi hubungan parameter dengan populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan dari sampel, dalam hal ini peubah acak yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002:11). Estimasi adalah anggota peubah acak dari statistik yang (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari semua contoh disebut nilai taksir.

2.2 Sifat-Sifat Estimasi

Menurut Yitnosumarto (1990:211), *estimator* (penduga) adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari contoh disebut nilai duga (*estimator value*).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Adapun sifat-sifat dalam estimasi menurut Yitnosumarto (1990:212) adalah sebagai berikut:

a. *Unbiased*

Suatu hal yang menjadi tujuan dalam mengestimasi adalah estimator harus mendekati nilai sebenarnya dari parameter yang diduga tersebut. Misalkan terdapat parameter $\vec{\beta}$. Jika $\hat{\beta}$ merupakan penaksir tak bias dari parameter $\vec{\beta}$, maka $E(\hat{\beta}) = \vec{\beta}$, (Yitnosumarto, 1990:212).

b. *Efisien*

Suatu estimator misalkan $\hat{\beta}$ dikatakan efisien bagi parameter $\vec{\beta}$ apabila penduga tersebut mempunyai variansi yang kecil. Apabila terdapat lebih dari satu penduga, penduga yang efisien adalah penduga yang mempunyai variansi terkecil (Supranto, 1986:36).

c. *Consistency*

Suatu estimasi dikatakan konsisten apabila nilai estimasi tersebut akan sama dengan parameter yang diestimasi. Misalnya $\widehat{\beta}$ merupakan estimasi dari $\vec{\beta}$ dengan sampel acak berukuran $\vec{\beta}$ yang menuju takhingga dan variansi mendekati 0 maka $\widehat{\beta}$ mendekati $\vec{\beta}$ (Supranto, 1986:36).

2.3 Analisis Regresi

Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877. Analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Prosedur analisisnya didasarkan atas distribusi probabilitas bersama peubah-peubahnya. Bila hubungan ini dapat dinyatakan dalam persamaan matematik, maka kita dapat memanfaatkan untuk keperluan lain misalnya peramalan (Sembiring, 1995:30).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tujuan utama dari analisis regresi adalah mendapatkan dugaan (ramalan) dari suatu variabel dengan menggunakan variabel lain yang diketahui. Analisis regresi mempunyai dua jenis pilihan yaitu regresi linier dan regresi non linier. Namun yang akan dibahas dalam penelitian ini hanyalah mengenai regresi non linier dengan model probit.

2.4 Model Regresi Linier dalam Pendekatan Matriks

Model regresi yang paling sederhana adalah model regresi linier. Model regresi linier sederhana terdiri dari satu variabel bebas. Persamaan model regresi linier dengan k variabel bebas diberikan sebagai

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_k X_k + \varepsilon \qquad (2.1)$$

Bila pengamatan mengenai $Y, X_1, \ldots, X_p$ dinyatakan masing-masing dengan $Y_i, X_{i1}, \ldots, X_{ip}$ dan galatnya ε_i, maka persamaan (2.1) dapat dituliskan sebagai

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i,\ i = 1,2,\ldots,n \qquad (2.2)$$

Dan jika dinotasikan dalam bentuk matriks, menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

Menurut Sembiring (1995:113-114) persamaan (2.3) dapat dinyatakan sebagai

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \qquad (2.4)$$

dimana:

$\vec{Y}$ = vektor respon n x 1

$\boldsymbol{X}$ = matriks peubah bebas ukuran n x (k+1)

$\vec{\beta}$ = vektor parameter ukuran (k+1) x 1

$\vec{\varepsilon}$ = vektor galat ukuran n x 1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Persamaan matriks (2.3) dikenal sebagai penyajian matriks model regresi linier (k-*variabel*).

2.5 Model Probit

Regresi model probit adalah model tak linier yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara satu variabel respon dan beberapa variabel bebas, dengan variabel responnya berupa data kualitatif dikotomi yaitu bernilai 1 untuk menyatakan keberadaan sebuah karakteristik dan bernilai 0 untuk menyatakan ketidakberadaan sebuah karakteristik (Gujarati, 2006:609).

Misalkan ada peubah respons $\vec{Y}$ yang menunjukan tingkat kelulusan. Peubah respons ini dipengaruhi oleh berbagai karakteristik sehingga persamaan $\vec{Y}$ dapat dituliskan sebagai $\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon}$, dengan $\vec{\beta}$ adalah parameter regresinya dan X adalah vektor peubah bebas (Gujarati, 2006:609).

Untuk menganalisis sifat-sifat variabel kategorik terikat, diperlukan untuk memilih fungsi distribusi CDF yang tepat. Dalam hal ini, model yang menggunakan CDF Normal disebut **Model Probit** (Djalal, 2004:262).

Jika terdapat variabel X mengikuti distribusi normal dengan rata-rata μ dan varian σ^2, disebut PDF (*Probability Density Function)* jika

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2\pi}} e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2} \tag{2.5}$$

dan disebut CDF (*Cumulative Distribution Function*), jika

$$F(X) = \int_{-\infty}^{X_0} \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2\pi}} e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2} dx \tag{2.6}$$

dimana X_0 adalah nilai dari beberapa variabel model (Gujarati, 2009:608).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Model probit dikembangkan berdasarkan teori utilitas atau pemikiran pemilihan rasional yang dikembangkan oleh McFadden. Model probit dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P_i = P(Y_i = 1|X_i) = P(I^* \leq I_i) = P(Z_i \leq \beta_1 + \beta_2 X_i) = F(\beta_1 + \beta_2 X_i) = F(I_i) \quad (2.7)$$

dimana $P(Y_i = 1|X_i)$ adalah rata-rata probabilitas dari variabel bebas X misalkan adalah berdistribusi normal, $Z \sim NID(0,1)$, maka F menjadi CDF normal, dapat dituliskan:

$$F(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{I_i} e^{-Z^2/2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta_1 + \beta_2 X_i} e^{-Z^2/2} dz \quad (2.8)$$

(Gujarati, 2010:609)

2.6 Regresi Variabel Dummy

Persamaan regresi, biasanya menggunakan simbol Y untuk variabel tak bebas (*dependent variabel*) dan X variabel bebas (*independent variabel*). Variabel X bisa lebih dari satu (*multivariate*). Baik X maupun Y bisa berupa variabel kualitatif (Djalal, 2004:167).

Variabel dalam persamaan regresi yang sifatnya kualitatif ini biasanya menunjukkan ada tidaknya suatu "*quality*" atau suatu "*attribute*", misalnya laki-laki atau perempuan, Jawa atau luar Jawa, sarjana atau bukan dan sebagainya. Salah satu metode untuk membuat kuantifikasi (berbentuk angka) dari data kualitatif (tidak berbentuk angka) adalah dengan membentuk variabel-variabel *artificial* yang memperhitungkan nilai-nilai 0 atau 1, 0 menunjukkan ketiadaan suatu atribut dan 1 menunjukan keberadaan (kepemilikan) atribut itu. Misalnya, 1 mungkin menunjukkan bahwa seseorang adalah wanita dan 0 adalah menunjukkan seorang laki-laki. Variabel yang mengasumsikan nilai-nilai seperti 0 dan 1 ini disebut dengan variabel buatan (*dummy variabel*) (Gujarati, 2006:1). Variabel

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dummy adalah variabel yang digunakan untuk membuat kategori data yang bersifat kualitatif (Djalal, 2004:171).

Menurut Supranto (1986:175) variabel dummy disebut juga variabel indikator, biner, kategorik, kualitatif, boneka atau variabel dikotomi. Suatu persamaan regresi tidak hanya menggunakan variabel kategorik sebagai variabel bebas, tetapi dapat pula disertai oleh variabel bebas lain yang numerik. Persamaan regresi dengan variabel terikat berupa dummy dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon$$

dimana:

Y: variabel terikat (dummy)

X: variabel bebas

ε : kesalahan *random*

Variabel dummy digunakan pada variabel tak bebas (Y), sehingga Y bernilai 1 atau 0, yang memiliki arti ya atau tidak. Misalkan pada penelitian partisipasi angkatan kerja pria dewasa sebagai fungsi tingkat pengangguran, pendapatan keluarga, tingkat pendidikan dan lain-lain. Seseorang bisa di dalam atau di luar angkatan kerja. Jadi keberadaan orang ini di dalam atau di luar angkatan kerja cuma memiliki dua nilai saja yaitu: 1 jika orang ini ada di dalam angkatan kerja dan 0 jika tidak.

Variabel kategorik dapat digunakan pada variabel dependen atau variabel independen, maka analisis regresinya tidak dapat menggunakan regresi dengan OLS (Wahyu, 2007:6).

Persamaan model ini dapat ditulis:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Model persamaan ini terlihat seperti regresi linier sederhana pada umumnya, tapi ternyata bukan, karena koefisien kemiringan β_2 yang menunjukan tingkat perubahan Y untuk setiap perubahan unit X tidak dapat ditafsirkan, karena Y hanya menggunakan dua nilai, 1 dan 0. Maka persamaan tersebut disebut dengan model probabilitas linier karena ekspektasi bersyarat Y bila X diketahui, $E(Y|X)$, bisa ditafsirkan sebagai probabilitas bersyarat, mengingat kejadian tersebut akan terjadi bila X diketahui, yakni $P(Y = 1|X)$ (Gujarati, 2009:21).

2.7 Metode Estimasi *Least Square*

Metode estimasi least square merupakan salah satu teknik pendugaan parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Metode yang dikembangkan oleh Carl Friedrich Gauss ini dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata (*central moments*) dari peubah acak. Gauss adalah yang pertama mengaplikasikan perataan kuadrat terkecil dalam hitungan masalah astronomi sehingga metode *least square* ini menjadi populer (Firdaus, 2004:30).

Misalkan ada persamaan model regresi linier:

$$Y = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{2.10}$$

dengan sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

yang dapat disederhanakan sebagai

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{2.12}$$

Variabel ε sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode *Ordinary Least Square* (OLS).

Berkaitan dengan model yang telah dikemukakan sebelumnya, Gauss telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$E(\varepsilon) = 0 \qquad (2.13)$$

   Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai *X*. Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j, dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2, yaitu

$$Var(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

   atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} var(\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_1,\varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_1,\varepsilon_n) \\ cov(\varepsilon_2,\varepsilon_1) & var(\varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_2,\varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\varepsilon_n,\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_n,\varepsilon_2) & \cdots & var(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E\left[\left(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)\right)\left(\varepsilon_j - E(\varepsilon_j)\right)\right]$$

$$= E\left[\varepsilon_i\varepsilon_j - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)\right]$$

$$= E(\varepsilon_i\varepsilon_j) - 2E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)$$

$$= E(\varepsilon_i\varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)$$

$$= E(\varepsilon_i\varepsilon_j)$$

$$= \sigma_{ij}$$

3. Variabel X dan variabel ε adalah saling tidak tergantung untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned} Cov(X_i, \varepsilon_i) &= E[(X_i - E(X_i))(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))] \\ &= E[(X_i - \bar{X})(\varepsilon_i - 0)] \\ &= E[(X_i - \bar{X})\varepsilon_i] \\ &= (X_i - \bar{X})E(\varepsilon_i) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Dari ketiga asumsi ini diperoleh:

$$E(Y) = X\beta \tag{2.16}$$

dan kovariansi:

$$Cov(Y_i, Y_j) = \sigma_{ij} \tag{2.17}$$

Misalkan sampel untuk $\vec{Y}$ diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari $\vec{\beta}$ adalah dengan membuat $\vec{\varepsilon} = \vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}$ sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematik yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang $\vec{\beta}$. Dengan kata lain, $\boldsymbol{X}$ tidak mampu menjelaskan$\vec{Y}$.

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter $\vec{\beta}$ sehingga

$$S = \vec{\varepsilon}^T\vec{\varepsilon} = (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta})^T(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \tag{2.18}$$

Dimana S sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.18) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, transpos skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai berikut (Aziz, 2010:23):

$$\begin{aligned} S &= (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta})^T(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \\ &= \left(\vec{Y}^T - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\right)(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \\ &= \vec{Y}^T\vec{Y} - \vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T\vec{Y} - \left(\vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta}\right)^T - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T\vec{Y} - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T\vec{Y} - 2\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \end{aligned} \tag{2.19}$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap $\overrightarrow{\beta}$,

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\beta} &= 0 - 2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \left(\beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\right)^T \\ &= -2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= -2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \end{aligned} \tag{2.20}$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$-2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} = 0$$

$$2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} = 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\boldsymbol{X}^T\vec{Y} = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} \tag{2.21}$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\vec{\beta}_{ols} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{Y} \tag{2.22}$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter $\vec{\beta}$ secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*) (Aziz, 2010:24).

Metode estimasi *least square* pada umumnya digunakan pada model linier karena jika digunakan pada model nonlinier lebih sulit untuk diselesaikan dan tidak praktis. Jika digunakan pada model nonlinier, maka perlu dilakukan linierisasi atau ditransformasikan ke dalam bentuk linier terlebih dahulu karena hubungan nonlinier dalam kasus tertentu dapat ditransformasikan menjadi hubungan linier, dengan cara mengubah variabel-variabel yang terkait secara tepat (Gujarati, 2009:35).

2.8 Metode Estimasi *Weighted Least Square*

Metode kuadrat terkecil terboboti adalah suatu metode untuk memboboti (w_i) yang dapat ditentukan berdasarkan data pengamatan. Draper (1992) menyatakan bahwa pembobot diberikan agar ditemukan model baru yang memenuhi asumsi dari model tersebut. Sehingga pada model tersebut dapat diterapkan hal-hal yang bersangkutan dengan metode kuadrat terkecil.

Secara matematis persamaan model regresi linier terboboti dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_1 W_i X_{1i} + \cdots + \beta_k W_i X_{ki} + \varepsilon$$

Atau dijabarkan untuk i = 1,2,3,…,n sbb:

$$Y_1 = \beta_1 W_1 X_{11} + \cdots + \beta_k W_1 X_{k1} + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_1 W_2 X_{12} + \cdots + \beta_k W_2 X_{k2} + \varepsilon_2$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\vdots$$

$$Y_n = \beta_1 W_n X_{1n} + \cdots + \beta_k W_n X_{kn} + \varepsilon_n \tag{2.23}$$

dengan misalkan dalam model terdapat *n* pengamatan, dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1X_{11} & W_1X_{21} & \cdots & W_1X_{k1} \\ W_2X_{12} & W_2X_{22} & \cdots & W_2X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_nX_{1n} & W_nX_{1n} & \cdots & W_nX_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{1n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

dimana **W** adalah matriks pembobot.

Persamaan (2.24) dapat disederhanakan menjadi

$$\vec{Y} = \boldsymbol{W}\mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{2.25}$$

dimana W adalah matriks pembobot,

dimana varian dari *error* dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Var(\varepsilon) = \begin{bmatrix} var(\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_1,\varepsilon_2) & \ldots\, cov(\varepsilon_1,\varepsilon_n) \\ cov(\varepsilon_2,\varepsilon_1) & var(\varepsilon_2) & \ldots\, cov(\varepsilon_2,\varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ cov(\varepsilon_n,\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_n,\varepsilon_2) & \ldots \quad var(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \ldots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots \\ 0 & 0 \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter $\vec{\beta}$ dari model Regresi Terboboti, maka model (2.25) dapat dicari nilai kuadrat *errornya* dengan cara sebagai berikut :

$$\vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = (\vec{Y} - \boldsymbol{W}\mathbf{X}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \boldsymbol{W}\mathbf{X}\vec{\beta}) \tag{2.27}$$

dengan

$$\vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = S$$

Persamaan (2.27) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai berikut :

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$S = (\vec{Y} - \boldsymbol{W}\mathbf{X}\vec{\beta})^T(\vec{Y} - \boldsymbol{W}\mathbf{X}\vec{\beta})$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - 2(\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta})^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - 2\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}^{\boldsymbol{T}}\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}X\vec{\beta} \tag{2.28}$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap,

$$\frac{dS}{d\beta} = \frac{\vec{Y}^T\vec{Y} - 2\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}}{d\beta}$$

$$= 0 - 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + (\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X})^T$$

$$= 0 - 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$= -2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \tag{2.29}$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$0 = -2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}^T\vec{Y} \tag{2.30}$$

Kemudian didapatkan parameter $\vec{\beta}_{WLS}$

$$\vec{\beta}_{WLS} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W})\vec{Y} \tag{2.31}$$

penaksir parameter $\vec{\beta}_{WLS}$ pada model (2.31) merupakan penaksir $\vec{\beta}$ dari model regresi linier terboboti.

2.9 Metode Grizzle Starmer Koch

Grizzle Starmer Koch (GSK) merupakan pendekatan model linier pada analisa kategori data berdasarkan aplikasi *Weighted Least Squares* umum teknik untuk mengestimasi fungsi (linier atau log-linier) dalam data kategori. Prosedur *Weighted Least Square* digunakan pada metode Grizzle Starmer Koch (GSK) untuk menduga parameter yang tidak diketahui adanya (Grizzle, 1969:489).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Secara matematis persamaan model regresi linier terboboti untuk metode Grizzle Starmer Koch dinyatakan sebagai berikut :

$$W_iY_i = \beta_1 W_i X_{1i} + \cdots + \beta_k W_i X_{ki} + \varepsilon \quad (2.32)$$

yang dapat dijabarkan untuk $i = 1,2 \ldots, n$ sebagai berikut :

$$W_1Y_1 = \beta_1 W_1 X_{11} + \cdots + \beta_k W_1 X_{k1} + \varepsilon_1$$

$$W_2Y_2 = \beta_1 W_2 X_{12} + \cdots + \beta_k W_2 X_{k2} + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$W_nY_n = \beta_1 W_n X_{1n} + \cdots + \beta_k W_n X_{kn} + \varepsilon_n \quad (2.33)$$

Dengan memisalkan dalam model terdapat *n* pengamatan, atau dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} W_1Y_1 \\ W_2Y_2 \\ \vdots \\ W_nY_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1X_{11} & W_1X_{21} & \cdots & W_1X_{k1} \\ W_2X_{12} & W_2X_{22} & \cdots & W_2X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_nX_{1n} & W_nX_{1n} & \cdots & W_nX_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{1n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Persamaan (2.34) dapat disederhanakan menjadi bentuk matriks ,

$$\boldsymbol{W}\vec{Y} = \boldsymbol{WX}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \quad (2.35)$$

dimana ***W*** adalah matriks pembobot dengan nilai $\boldsymbol{W}_i = \frac{1-(i-j)^2}{(I-1)^2}$.

2.10 Kajian Al-Qur'an dan Kisah Nabi Muhammad SAW.

2.10.1 Ayat Estimasi dalam Al-Qur'an

Segala sesuatu yang berhubungan dengan ilmu pengetahuan telah tercantum dalam Al-Qur'an, begitu pula dengan kajian ilmu matematika. Salah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

satunya yang diterangkan adalah ayat estimasi yang terkandung dalam surat Ash-Shaafat: 147 sebagaimana berikut ini:

وَأَرۡسَلۡنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلۡفٍ أَوۡ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: *"Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih"*.

Tafsir surat Ash-Shaafat: 147 sebagaimana berikut:

Diriwayatkan oleh Syahr bin Hausyab dari Ibnu Abbas ra. Dia pernah bercerita, "Bahwasanya kerasulan Yunus as berlangsung setelah beliau dilemparkan oleh ikan besar. Hadits tersebut juga diriwayatkan oleh Ibnu Jarir bahwa Al-Harits memberitahuku, Abu Hilal memberitahu kami, dari Syahr dengan lafadznya. Ibnu Abi Najih menceritakan dari mujahid bahwa Yunus as diutus kepada mereka sebelum beliau ditelan oleh ikan besar".

Syahr bin Hausyab berpendapat bahwa sangat mungkin ummat yang ia utus kepada mereka, ummat itu pula yang ia perintahkan untuk kembali pada mereka setelah keluar dari perut ikan, sehingga mereka semua membenarkan dan mempercayainya. Al-Baghawi mengisahkan bahwa Yunus as diutus kepada ummat lain setelah keluar dari perut ikan besar yang berjumlah 100.000 orang atau lebih.

Firman Allah SWT yang berarti "atau lebih", Ibnu Abbas mengatakan sebuah riwayat darinya, bahwa jumlah mereka lebih dari itu, dimana mereka berjumlah 130.000 orang. Dan darinya pula, yakin berjumlah sekitar 143.000-149.000 orang. Sa'id bin Jubair mengatakan bahwa jumlah mereka lebih dari 70.000 orang. Sedangkan Makhul mengatakan bahwa mereka berjumlah 110.000 orang. Demikian yang diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Ibnu Jarir menceritakan dari orang yang mendengar Abu Aliyah mengatakan, telah bercerita kepada Ubay bin Ka'ab, bahwasanya dia pernah bertanya kepada Rasullallah saw. mengenai firman Allah SWT. tersebut. Dia mengatakan, "Mereka lebih dari 20.000 orang". Hal itu juga diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim. Sebagian bangsa Arab dari penduduk Basrah berpendapat mengenai itu. Artinya, sampai 100.000 orang atau lebih menurut kalian.Ia berkata, "Demikianlah jumlah mereka menurut kalian". Oleh karena itu, Ibnu Jarir mengikuti pendapatnya mengenai firman Allah dalam surat An-Najm:9, yang artinya: "Maka jadilah dia dekat (pada Muhammad sejarak) dua ujung busur panah atau lebih dekat (lagi)". Maksudnya tidak kurang dari itu, melainkan lebih dari itu.

Menurut peneliti, kaitan suatu metode estimasi pada surat ini terletak pada kalimat *auyaziidun* karena ayat tersebut dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus tidak dengan perhitungan secara eksak. Sehingga terdapat perbedaan pendapat para ulama' dalam menafsirkan ayat tersebut. Jika dipahami dalam arti atau, maka ayat ini bagaikan menyatakan jumlah mereka banyak, menurut perhitungannnya adalah seratus ribu/lebih.

Jika dipahami dalam arti dan/bahkan, maka itu berarti mereka diutus kepada dua kelompok, yang pertama berjumlah seratus ribu (100.000) dan yang satu lagi adalah yang lebih dari itu. Dalam satu riwayat dinyatakan jumlah dua puluh ribu. Yang seratus ribu adalah orang-orang Yahudi penduduk Nainawa, yang ketika itu berada dalam kerajaan Asy'ur, sedang yang lebih adalah selain orang yahudi yang bermukim juga di negeri itu.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Al-Maraghi dalam Tafsir Al-Maraghi (1984:138), menceritakan bahwa Nabi Yunus sekali lagi diutus oleh kaum itu dan mereka ada 100.000 bahkan lebih. Maka menjadi stabil keadaan mereka dan beriman kepada Yunus. Karena, setelah Yunus keluar dari kalangan mereka, mereka berpikir benar-benar telah melakukan kekeliruan, dan jika mereka tidak mengikuti Rasul, maka mereka akan binasa, seperti yang terjadi atas umat-umat sebelum mereka. Maka tatkala Yunus kembali kepada mereka dan menyeru kepada Tuhannya, maka mereka menyambut seruan Yunus itu dengan taat dan tunduk kepada perintah dan larangan Allah. Maka kami anugrahi kenikmatan kepada mereka dalam kehidupan ini hingga ajal, dan mereka pun mati sebagaimana matinya orang-orang lain.

Abdussakir (2007:155-156) mengatakan bahwa pendugaan (estimasi) adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak/jumlah (numerositas), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional.

1. Estimasi banyak

   Estimasi banyak adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Objek disini maknanya sangat luas. Objek dapat bermakna orang, uang kelereng, titik, dan mobil. Estimasi pada Qs. Ash-Shaaffat ayat 147 adalah estimasi banyak yaitu banyaknya orang.

2. Estimasi pengukuran

   Estimasi pengukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran disini maknanya sangat luas. Ukuran dapat bermakna ukuran waktu, panjang, luas, usia dan volume.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Estimasi komputasional

Estimasi komputasional adalah menentukan hasil suatu operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan kepuluhan terdekat.

Dengan adanya pemahaman dan pendalaman teori serta penerapan dalam suatu aplikasi, maka pada pokok pembahasan ini mengikuti suatu paradigma *ulul albab*, yang mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris dan logis (*bayani* dan *burhani*) sekaligus pendekatan intuitif, imajinatif dan metafisis (*irfani*).

Konsep tarbiyatul *ulul albab* berlaku didalam dunia akademik dengan adanya kegiatan mendidik dan belajar yang dilakukan oleh dosen dan mahasiswa semata-mata hanya untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT. Ulul albab selalu berada dibawah keputusan Allah SWT sehingga tidak selayaknya seseorang merisaukannya karena kebahagiaan terletak pada kedekatan makhluk terhadap sang Khalik Allah SWT. Seorang mahasiswa mencari ilmu pengetahuan melalui suatu observasi, eksperimen dan literatur, karena derajat *ulul albab* wajib disandang oleh seorang mahasiswa.

Sosok mahasiswa yang menyandang *ulul albab* adalah mahasiswa yang mengedepankan dzikir, fikir dan amal sholeh. Sehingga seorang mahasiswa tersebut memiliki ilmu yang luas, pandangan mata yang tajam, otak yang cerdas, hati yang lembut dan semangat serta jiwa pejuang (jihad dijalan Allah SWT) dengan perjuangan yang sebenar-benarnya. Sehingga mahasiswa yang telah menjadi sarjana mempunyai suatu karakter ulul albab yakni memiliki kedalaman spiritual, keagungan akhlak, keluasan ilmu dan kematangan profesional.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.10.2 Estimasi dalam Kisah Nabi Muhammad SAW.

Kisah dalam perang Badar Kubra yang tercantum dalam Biografi Nabi Muhammad SAW. juga menerangkan tentang estimasi pula. Topik yang dibahas adalah mendapatkan informasi penting tentang tentara Mekah (tentara Quraisy). Kisah tersebut tertulis sebagaimana berikut.

Rasulullah mengutus para sahabat untuk mencari informasi tentang gerakan dan keadaan musuh (Quraisy). Lalu mereka bertiga bertemu dengan dua orang pemuda yang bertugas menyediakan air minum pasukan Mekah (Quraisy). Kedua pemuda tersebut kemudian dibawa menghadap Nabi Muhammad SAW.

Setibanya di tempat Nabi Muhammad SAW. berada, terjadi percakapan antara Nabi Muhammad SAW. dengan dua orang budak tersebut. Percakapan itu ternyata juga mengaplikasikan teori estimasi, sebagaimana berikut ini:

> Nabi Muhammad SAW. bertanya pada dua orang budak, “Berapa jumlah mereka?”
>
> Keduanya menjawab, “Banyak”.
>
> Beliau (Nabi Muhammad SAW.) bertanya lagi, “Berapa kekuatan mereka?”
>
> Keduanya menjawab, “Kami tidak tahu.”
>
> Beliau bertanya lagi, “Berapa ekor unta yang mereka sembelih setiap harinya?”
>
> Keduanya menjawab, “(kadang-kadang) sehari sembilan dan (kadang-kadang) sepuluh ekor”.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Beliau berkata, “Kalau begitu, jumlah mereka antara 900 sampai 1000 orang”.

Berdasarkan cuplikan percakapan di atas, jelas bahwa perkiraan jumlah tersebut sama halnya dengan teori estimasi yang dikaji pada penelitian ini. Adapun estimasi yang menerangkan bahwa satu ekor unta dapat dimakan 100 orang tercantum dalam artikel yang ditulis oleh Ahira.

Artikel tersebut menerangkan bahwa satu ekor unta Arab jika diukur dari punuknya, tingginya mencapai 2,1 meter dan beratnya mencapai 726 kilogram. Sapu punuk unta menyimpan lemak yang beratnya mencapai 36 kilogram. Dengan begitu, dapat diperkirakan bahwa satu ekor unta dapat dikonsumsi 100 orang. Jadi, sembilan atau sepuluh ekor unta dapat dimakan oleh 900 atau 1000 orang.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Regresi Variabel Dummy Model Probit

Misalkan terdapat model regresi linier sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_1 + X_{1i}\beta_2 + \varepsilon_i \tag{3.1}$$

dimana $i = 1, 2, \dots n$, sehingga persamaan (3.1) dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\beta_1 \\ 1\beta_1 \\ 1\beta_1 \\ \vdots \\ 1\beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{11}\beta_2 \\ X_{12}\beta_2 \\ X_{13}\beta_2 \\ \vdots \\ X_{1n}\beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Dengan

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} \\ 1 & X_{12} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} \end{bmatrix}; \ \vec{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}; \vec{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Selain itu persamaan (3.2) juga dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{3.3}$$

Pada model probit diasumsikan bahwa *error* berdistribusi normal baku dimana nilai harapan dari $\vec{\varepsilon}$ adalah nilai tengah $\vec{0}$ dan variansinya I, $\vec{\varepsilon} \sim NID(\vec{0}, 1)$.

$$E(\vec{\varepsilon}) = \vec{0}$$

Untuk memudahkan dalam estimasi model Probit, maka persamaan (3.1) dapat diubah menjadi :

$$I_i = \beta_1 + X_{1i}\beta_2 + \varepsilon_i \tag{3.4}$$

dengan setiap I_i memiliki nilai kritis I_i^*. Sedemikian sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$Y_i = 1 \Leftrightarrow I_i \geq I_i^*$$

$$Y_i = 0 \Leftrightarrow I_i < I_i^*$$

Karena I_i tidak teramati, maka diasumsikan juga bahwa I_i berdistribusi normal baku dengan $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$, sehingga $I_i \sim NID(\vec{0}, I)$.

Misalkan p_i adalah probabilitas bahwa $Y_i = 1$ dan $1 - p_i$ adalah probabilitas bahwa $Y_i = 0$. Jika probabilitas p_i harus berada antara angka 0 dan 1 dan Y_i harus bernilai 0 atau 1, maka Y harus mengikuti distribusi binomial. Dengan demikian probabilitas untuk $Y_i = 1$ adalah

$$P_i = P(Y_i = 1) = P(\varepsilon_i > -\boldsymbol{X}_i\vec{\beta})$$

$$= 1 - F\left(-\boldsymbol{X}_i\vec{\beta}\right) = F(\boldsymbol{X}_i\vec{\beta}) \tag{3.5}$$

dimana

$$F(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2 X_i} e^{\frac{-Z^2}{2}} dz \tag{3.6}$$

Setelah didapat fungsi dari $F(I)$ selanjutnya akan dicari estimasi parameter dengan menggunakan metode Grizzle Starmer Koch.

3.2 Estimasi Parameter secara Grizzle Starmer Koch

Untuk mengestimasi perameter $\vec{\beta}$ maka persamaan (3.4) dapat ditransformasi ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\beta_1 \\ 1\beta_1 \\ 1\beta_1 \\ \vdots \\ 1\beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{11}\beta_2 \\ X_{12}\beta_2 \\ X_{13}\beta_2 \\ \vdots \\ X_{1n}\beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \beta_1 + \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{bmatrix} \beta_2 + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \begin{bmatrix} 1 & X_{11} \\ 1 & X_{12} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

dengan

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} \\ 1 & X_{12} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} \end{bmatrix}; \ \vec{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}; \vec{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Secara umum persamaan (3.7) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\vec{I} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{3.8}$$

Untuk mendapatkan *error*, maka persamaan (3.8) dapat diubah menjadi

$$\vec{\varepsilon} = \vec{I} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} \tag{3.9}$$

dengan $E(\varepsilon) = 0$, $Var(\vec{\varepsilon}) = \sigma^2\Sigma$, dimana Σ adalah matriks varian kovarian dengan $\sigma^2 > 0$ tidak diketahui.

Dari sifat persamaan (3.9) maka untuk mendapatkan estimasi dari model Grizzle Starmer Koch tidak dapat menggunakan penyelesaian dari model *Ordinary Least Square*, karena dalam Grizzle Starmer Koch menggunakan matriks varian kovarian. Oleh karena itu penyelesaian dari model Grizzle Starmer Koch dengan cara memodifikasi metode *Ordinary Least Square* yang ditransformasi pada himpunan amatan baru yang memenuhi asumsi kuadrat terkecil.

Sehingga model persamaan (3.8) dapat diubah menjadi :

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\vec{I} = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \Sigma^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon} \tag{3.10}$$

maka persamaan (3.10) dapat diubah menjadi

$$\Sigma^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon} = \Sigma^{-\frac{1}{2}}\vec{I} - \Sigma^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \tag{3.11}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dimana dalam model Grizzle Starmer Koch $\sum$ adalah matriks yang mengandung adanya pembobot (w).

$$S = \vec{\varepsilon_1}^{\,T}\, \vec{\varepsilon_1}$$

dengan

$$\vec{\varepsilon_1} = \sum^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon}$$

$$\vec{\varepsilon_1}^{T} = \vec{\varepsilon}^{T}(\sum^{-\frac{1}{2}})^{T}$$

Karena $\sum$ adalah matriks diagonal maka $(\sum^{-\frac{1}{2}})^{T} = \sum^{-\frac{1}{2}}$

Sehingga

$$\begin{aligned}
S &= (\sum^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon})^{T}(\sum^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon}) \\
&= \vec{\varepsilon}^{T}\sum^{-\frac{1}{2}}\sum^{-\frac{1}{2}}\vec{\varepsilon} \\
&= \vec{\varepsilon}^{T}\sum^{-1}\vec{\varepsilon} \\
&= (\vec{I} - \boldsymbol{X}\vec{\beta})^{T}\sum^{-1}(\vec{I} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \\
&= \vec{I}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - \vec{I}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\
&= \vec{I}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - (\vec{I}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta})^{T} - \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\
&= \vec{I}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\
&= \vec{I}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - 2\vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \qquad (3.12)
\end{aligned}$$

Kemudian S diturunkan terhadap $\vec{\beta}$ diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{d\vec{\beta}} &= \frac{d(\vec{I}^{T}\sum^{-1}\vec{I} - 2\vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta})}{d\vec{\beta}} \\
&= 0 - 2\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + (\vec{\beta}^{T}\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X})^{T} \\
&= 0 - 2\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + \boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \\
&= 0 - 2\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\vec{I} + 2\boldsymbol{X}^{T}\sum^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \qquad (3.13)
\end{aligned}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan menyamakannya dengan 0 diperoleh

$$-2\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\vec{I} + 2\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} = 0$$

$$\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} = \boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\vec{I}$$

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\vec{I} \quad (3.14)$$

Maka penduga parameter $\vec{\beta}$ adalah:

$$\vec{\beta}_{GSK} = (\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\vec{I} \quad (3.15)$$

Dimana Σ adalah matriks varian kovarian yang mengandung pembobot w. Jika dinyatakan bahwa model probit dengan asumsi *error* berdistribusi normal baku dengan $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$, maka $\vec{\beta}_{GSK} = \vec{\beta}_{WLS}$.

Estimasi parameter pada persamaan (3.15) dikatakan sebagai estimasi parameter $\vec{\beta}_{GSK}$. Setelah didapatkan $\vec{\beta}_{GSK}$, maka selanjutnya dicari sifat-sifat estimasi dari parameter $\vec{\beta}_{GSK}$ tersebut.

3.3 Penentuan Sifat-Sifat Estimasi

Salah satu cara menentukan sifat-sifat estimasi model regresi probit dengan metode Grizzle Starmer Koch adalah dengan menentukan sifat-sifat dari parameter $\vec{\beta}_{GSK}$.

3.3.1 Tak Bias (*Unbias*)

$\vec{\beta}_{GSK}$ dikatakan estimasi tak bias, jika $E(\vec{\beta}_{GSK}) = \vec{\beta}$

Bukti :

$$E(\vec{\beta}_{GSK}) = E[(\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\vec{I}\,]$$

$$= E[(\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}(\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon})]$$

$$= E[(\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}(\vec{\varepsilon})]$$

$$= E[\vec{I}\,\vec{\beta}] + \mathrm{E}[(\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Sigma^{-1}(\vec{\varepsilon})]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \vec{\beta} \tag{3.16}$$

Dari persamaan (3.16) diperoleh $E(\vec{\beta}_{GSK}) = \vec{\beta}$, maka $\vec{\beta}_{GSK}$ merupakan estimasi tak bias dari $\vec{\beta}$.

3.3.2 Konsisten

Estimasi yang konsisten adalah

$$E\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^2 \to 0 \text{ jika } n \to \infty$$

Sehingga

$$E\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^2 = E\left[\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^T \left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)\right]$$

Dari persamaan (3.16) diperoleh $E(\vec{\beta}_{GSK}) = \vec{\beta}$ maka

$$\begin{aligned}
E\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^2 &= E\left[\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^T \left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)\right] \\
&= E\left[(\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta})^T (\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta})\right] \\
&= E(\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta})^T (\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta}) \\
&= (\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta})^T \left(E(\vec{\beta}_{GSK}) - E(\vec{\beta})\right) \\
&= (\vec{\beta}_{GSK} - \vec{\beta})^T (\vec{\beta} - \vec{\beta}) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Dari persamaan (3.17) diperoleh $E\left[\left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)^T \left(\vec{\beta}_{GSK} - E(\vec{\beta}_{GSK})\right)\right] = 0$, maka untuk $\vec{\beta}_{GSK}$ merupakan estimasi yang konsisten.

3.4 Kajian Keagaman

3.4.1 Estimasi dalam Al-Qur'an

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dalam Al-Qur’an pada surat Ash-Shaaffat terdapat ayat yang menyinggung masalah matematika, yaitu tentang pendugaan. Surat Ash-Shaaffat adalah *Makiyah*, yakni turun sebelum Nabi hijrah ke Madinah. Ash-Shaaffat berarti yang berbaris baris, kalimat yang pertama dari ayat yang pertama. Yang disebutkan berbaris-baris itu adalah Malaikat-Malaikat Tuhan di alam malakut, yang tidak tahu berapa jutakah bilangannya, kecuali Allah SWT sendiri. Sedangkan bintang dilangit, yang dapat dilihat mata. Sedangkan pasir dipantai yang dapat ditampung tangan. Sedangkan daun dirimba yang dapat dilihat ketika berpucuk, berdaun dan tanggal dari tampuknya, lagi tidak dapat kita manusia menghitungnya, apalagi Malaikat yang ghaib (Amrullah, 1981:106).

Pendugaan dalam matematika disinggung dalam Al-Qur’an Surat Ali-‘Imran ayat 24:

ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا۟ لَن تَمَسَّنَا ٱلنَّارُ إِلَّآ أَيَّامًا مَّعْدُودَٰتٍ ۖ وَغَرَّهُمْ فِى دِينِهِم مَّا كَانُوا۟ يَفْتَرُونَ ﴿٢٤﴾

Artinya: “Hal itu adalah karena mereka mengaku: "Kami tidak akan disentuh oleh api neraka kecuali beberapa hari yang dapat dihitung". Mereka diperdayakan dalam agama mereka oleh apa yang selalu mereka ada adakan”. {Q. S. Ali-‘Imran: 47}

Pada ayat tersebut tidak dijelaskan secara jelas lama waktu ketika orang yahudi meentukan masa akan disentuh oleh api neraka, akan tetapi hanya tertulis ”beberapa hari saja”. Pendugaan dalam matematika disinggung dalam surat Ash-Shaaffat ayat 147, yaitu:

وَأَرْسَلْنَـٰهُ إِلَىٰ مِا۟ئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: Dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih. (Qs. Ash-Shaaffat/37:147)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sebab turunnya ayat diatas yaitu menceritakan tentang kisah Nabi Yunus. Bahwa tatkala Yunus diancam akan disiksa oleh kaumnya, maka dia keluar dari kalangan mereka sebelum mendapat perintah dari Allah SWT untuk hijrah. Lalu dia naik kapal, namun kapal itu tidak bisa berjalan dan para awak kapal menyangka bahwa kapal itu apabila memuat seorang budak yang melarikan diri, maka kapal itu tidak bisa berjalan. Oleh karena itu mereka melakukan undian dan ternyata undian itu keluar untuk Yunus, maka dilemparkanlah dirinya kedalam air (Al-Maraghi, 1984:136).

3.4.2 Estimasi Parameter Model Regresi Probit dalam Pandangan Islam

Allah berfirman :

أَفَرَءَيْتُمُ ٱلْمَآءَ ٱلَّذِى تَشْرَبُونَ ﴿٦٨﴾ ءَأَنتُمْ أَنزَلْتُمُوهُ مِنَ ٱلْمُزْنِ أَمْ نَحْنُ ٱلْمُنزِلُونَ ﴿٦٩﴾ لَوْ نَشَآءُ جَعَلْنَـٰهُ أُجَاجًا فَلَوْلَا تَشْكُرُونَ ﴿٧٠﴾

Artinya: *"Maka apakah kamu melihat air yang kamu minum. Kamukah yang menurunkannya dari awan ataukah Kami Para Penurun(nya)?. Kalau Kami menghendaki, Kami menjadikannya asin, maka mengapakah kamu tidak bersyukur?"(QS.Al-Waqi'ah:68-70)*

Kata *al-muzn* adalah bentuk jamak dari kata *al-muznah* yaitu awan yang mengandung air. Ada juga yang mengartikanya awan putih yang mengandung air (yaitu, air yang paling jernih dan sedap). Ayat ini mengisyaratkan bahwa tidak semua awan dapat mengakibatkan turunnya hujan, tetapi hanya awan tertentu yang mengandung lahirnya benih-benih. Penggunaan bentuk *al- munzilun* selain untuk menunjukan kuasa dan kebesaran Allah SWT, juga untuk mengisyaratkan bahwa ada malaikat yang ditugaskan Allah SWT mengatur turunnya hujan, dan ada juga sistem dan hokum-hukum alam yang dapat dimanfaatkan manusia untuk maksud tersebut (Sihab, 2003:569).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Ayat di atas dikomentari oleh tim penyusun *Tafsir al-muntakhab* bahwa: untuk terjadinya hujan diperlukan keadaan cuaca tertentu yang berada diluar kemampuan manusia, seperti adanya angin dingin yang berhembus di atas angin panas, atau keadaan cuaca yang tidak stabil. Adapun hujan buatan yang kenal itu sampai saat ini masih merupakan percobaan yang prosentase keberhasilanya masih sangat kecil dan masih memerlukan beberapa kondisi alam tertentu.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa bentuk dari parameter regresi model probit

$$F(I) = \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2 X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z^2/2} dz$$

Dengan menggunakan pendekatan Grizzle Starmer Koch (GSK) adalah sebagai berikut:

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}} \Sigma^{-\boldsymbol{1}} \boldsymbol{X})^{-\boldsymbol{1}} \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}} \Sigma^{-\boldsymbol{1}} \vec{I}$$

dimana :

$\vec{\beta}$: vektor estimator dengan ordo *k x* 1

$\boldsymbol{X}$: matriks variabel bebas dengan ordo *n x k*

$\vec{I}$: matriks variabel bebas dengan ordo *n x* 1

$\Sigma^{-\boldsymbol{1}}$: matriks varian covarian *n x n*

4.2 Saran

Dalam penelitian ini peneliti mengestimasi parameter regresi model Probit menggunakan metode Grizzle Starmer Koch. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan mengestimasinya menggunakan metode estimasi lain atau mengestimasi perameter regresi variabel dummy model lain.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Aziz, Abdul. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-Maliki Press.

Djalal, Nachrowi. 2004. *Teknik Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Gasindo

Draper, N.R. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: Pustaka Utama

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara

Ghoffar, Abdul dan Abu Ihsan al-Atsari. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i

Grizzle, James. 1969. Analysis of Categorical Data by Linier Models. University of North Carolina: JSTOR

Gujarati, Damodar N. 1997. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Gujarati, Damodar N. 2006. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Gujarati, Damodar N. 2009. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Gujarati, Damodar N. 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Hasan, Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Mustofa, Ahmad.1984. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi*. Jakarta: Taha Putra

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB.

Sihab, M. Quraish. 2003. *Tafsir Al-Mishbah, volume 7,10,11 dan 13*. Jakarta: Lentera Hati

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Supranto, M.A. 1986. *Pengantar Probabilita Dan Statistik Induk*. Jakarta: Erlangga

Wahyu, Wing. 2007. *Encyclopedia of Statistik*. Jakarta: Graha Ilmu

Yitnosumarto. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali

Young, Benny. 2003. *Penaksir Maksimum Likelihood Bagi Model Probit Dan Model Probit Bivariat*. Bandung: Universitas Katolik Parahyangan

Zunaidatus, Fita. 2010. *Analisis Regresi Dummy Variable dengan Model Probit*. *Skripsi.*Tidak Diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
Jl. Gajahyana No. 50 Malang Telp. (0341) 551354 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : **Oky Dwi Ardian**
NIM : **08610006**
Fakultas/ Jurusan : **Sains dan Teknologi / Matematika**
Judul Skripsi : **Estimasi Parameter Model Regresi Probit dengan Metode Grizzle Starmer Koch**
Pembimbing I : **Abdul Aziz, M.Si**
Pembimbing II : **Ach. Nasichuddin, M.A**

No	Tanggal	Hal Yang Dikonsultasikan	Tanda Tangan
1	19 Juli 2012	Seminar Proposal	1.
2	2 Agustus 2012	Revisi Bab II	2.
3	4 Agustus 2012	Presentasi Bab III	3.
4	10 Agustus 2012	Revisi Bab III	4.
5	11 Oktober 2012	Revisi Bab II	5.
6	20 Oktober 2012	Presentasi Bab III	6.
7	21 Oktober 2012	Konsultasi Agama Bab II	7.
8	23 Oktober 2012	Konsultasi Agama Bab III	8.
9	23 Oktober 2012	Revisi Bab III	9.
10	1 November 2012	Revisi Bab III	10.
11	21 November 2012	ACC Keseluruhan	11.
12	22 November 2012	ACC Agama Keseluruhan	12.

Malang, 23 November 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG