

**PEMODELAN *MULTIVARIATE ADAPTIVE GENERALIZED
POISSON REGRESSION SPLINE (MAGPRS)*
PADA KASUS POLIO DI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

**OLEH
VINA TRI WAHYU SARI
NIM. 210601110049**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025**

**PEMODELAN *MULTIVARIATE ADAPTIVE GENERALIZED
POISSON REGRESSION SPLINE* (MAGPRS)
PADA KASUS POLIO DI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Vina Tri Wahyu Sari
NIM. 210601110049**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2025**

**PEMODELAN *MULTIVARIATE ADAPTIVE GENERALIZED
POISSON REGRESSION SPLINE (MAGPRS)*
PADA KASUS POLIO DI JAWA TIMUR**

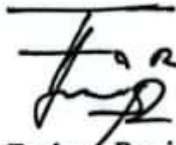
SKRIPSI

Oleh
Vina Tri Wahyu Sari
NIM. 210601110049

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 12 Desember 2025

Dosen Pembimbing I



Dr. Fachrud Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Dosen Pembimbing II



Erna Herawati, M.Pd
NIPPPK. 19760723 202321 2 006

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Fachrud Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

**PEMODELAN MULTIVARIATE ADAPTIVE GENERALIZED
POISSON REGRESSION SPLINE (MAGPRS)
PADA KASUS POLIO DI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

Oleh
Vina Tri Wahyu Sari
NIM. 210601110049

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

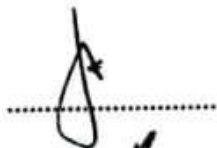
Tanggal 22 Desember 2025

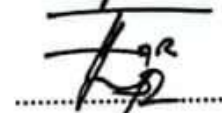
Ketua Penguji : Prof. Dr. Hj. Sri Harini,
M.Si

Anggota Penguji 1 : Abdul Aziz, M.Si

Anggota Penguji 2 : Dr. Fachrur Rozi, M.Si

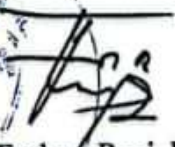
Anggota Penguji 3 : Erna Herawati, M.Pd


.....

.....

.....

.....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Vina Tri Wahyu Sari

NIM : 210601110049

Program Studi : Matematika

Judul Skripsi : *Pemodelan Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline (Magprs) pada Kasus Polio di Jawa Timur*

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 22 Desember 2025

Yang membuat pernyataan,



Vina Tri Wahyu Sari
NIM. 210601110049

MOTO

Tidak ada proses yang mudah untuk tujuan yang indah, kita masih dalam zona perjuangan, takdir milik Allah SWT tapi doa dan usaha milik kita.

PERSEMBAHAN

Rasa syukur Alhamdulillah saya haturkan kepada Allah SWT atas segala kesempatan, takdir, serta pelajaran hidup yang telah diberikan-Nya. Sholawat dan salam senantiasa tercurah kepada Baginda Nabi Muhammad SAW. Berkat rahmat dan pertolongan-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan sebaik-baiknya.

Dengan segenap hormat, cinta, dan ketulusan hati, penulis mempersembahkan karya ini kepada kedua orang tua tercinta, Bapak Hanoko dan Ibu Min Ayatin. Terima kasih atas kasih sayang yang tidak pernah putus, doa yang tidak pernah berhenti, serta pengorbanan yang mungkin tidak selalu terlihat namun selalu penulis rasakan. Izin, rida, dan dukungan beliau berdua menjadi kekuatan terbesar yang menuntun setiap langkah penulis hingga titik ini.

Karya ini juga saya persembahkan kepada kakak saya, Estu Devi Wulansari, atas arahan, pelukan hangat, nasihat yang menenangkan, serta motivasi yang tidak pernah surut. Dukungan batin dan finansial yang diberikan sangat berarti. Selanjutnya, kepada kakak laki-laki saya, Prayogi Septian dan adik laki-laki saya, Arya Fathurrosid Aprilia terima kasih atas tawa, candaan, dan keceriaan yang selalu mampu meringankan beban pikiran, menjadi pengingat bahwa di tengah kesibukan selalu ada ruang untuk berbahagia.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Segala puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT. atas segala rahmat, karunia, serta hidayah-Nya, tidak lupa shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW., sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi dengan baik.

Skripsi dengan judul “Pemodelan *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (Magprs) Pada Kasus Polio Di Jawa Timur” ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam penyusunan skripsi ini, penulis telah banyak menerima bantuan, bimbingan serta arahan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih yang tulus kepada:

1. Prof. Dr. Hj. Ilfi Nur Diana, M.Si., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Agus Mulyono, M.Kes., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Fachrur Rozi, M.Si, selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim sekaligus Dosen Pembimbing I, yang dengan sabar memberikan bimbingan, arahan, saran, serta kritik yang sangat membantu penulis dalam menyusun dan menyelesaikan skripsi ini.
4. Erna Herawati, M.Pd., selaku Dosen Pembimbing II, yang telah memberikan arahan dan masukan yang sangat bermanfaat, khususnya dalam mengintegrasikan nilai-nilai agama dengan penelitian penulis.
5. Prof. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku Ketua Penguji, yang dengan penuh perhatian memberikan penilaian, masukan, serta rekomendasi yang sangat berharga demi penyempurnaan skripsi ini.
6. Abdul Aziz, M.Si., selaku Anggota Penguji I, yang telah memberikan saran serta masukan konstruktif guna memperbaiki dan menyempurnakan skripsi ini.

7. Seluruh Dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang dengan tulus mencurahkan ilmu, bimbingan, dan semangat selama masa studi penulis.
8. Orang tua dan seluruh keluarga tercinta yang selalu memberikan semangat, doa, kasih sayang, dan dukungan yang tiada henti. Terima kasih atas pengorbanan dan semangat yang menjadi motivasi utama dalam perjalanan ini.
9. Sahabat-sahabat saya, Shafira Nafa Shinta dan Fikrotun Tazkiyah Novianti, yang telah mendampingi sejak masa SMA dan tetap bersama hingga sekarang. Terima kasih atas dukungan yang tak pernah surut serta menjadi tempat bagi saya untuk bercerita tentang segala hal. Tawa dan canda yang kita lewati bersama menjadi kekuatan yang tak ternilai, semoga persahabatan ini senantiasa terjaga.
10. Sahabat-sahabat saya di perkuliahan, Destia Ayu Nanda, Nur Fitria Irawan, dan Rufayda Al Fatiya. Terima kasih atas kebersamaan, bantuan, serta semangat yang kalian berikan selama menempuh perjalanan akademik ini. Kehadiran kalian menjadikan masa perkuliahan penuh makna. Dukungan kalian turut menambah motivasi bagi saya dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Semoga persahabatan kita senantiasa terjaga di mana pun kita berada.
11. Seluruh mahasiswa angkatan 2021, atas kebersamaan yang hangat, dan dukungan yang tak ternilai selama menjalani masa perkuliahan.

Penulis menyadari bahwa karya tulis ini masih jauh dari kata sempurna dan masih terdapat berbagai kekurangan. Oleh karena itu, segala bentuk kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan dan penyempurnaan di masa mendatang. Semoga karya ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca serta menjadi kontribusi positif dalam pengembangan ilmu pengetahuan.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 22 Desember 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
مستخلص البحث	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	9
1.3 Tujuan Penelitian	9
1.4 Manfaat Penelitian	10
1.5 Batasan Masalah	10
BAB II KAJIAN TEORI	12
2.1 Teori Pendukung	12
2.1.1 Analisis Deskriptif	12
2.1.2 <i>Scatterplot</i>	12
2.1.3 Distribusi Poisson	13
2.1.4 Regresi Poisson	14
2.1.5 Penaksir Parameter Regresi Poisson	16
2.1.6 Pengujian <i>Equidispersion</i>	18
2.1.7 <i>Generalized Poisson Regression</i> (GPR)	20
2.1.8 <i>Multivariate Adaptive Regression Splines</i> (MARS)	24
2.1.9 <i>Generalized Cross Validation</i> (GCV)	28
2.1.10 <i>Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline</i> (MAGPRS)	30
2.1.11 Penyakit Polio	40
2.2 Kajian Integrasi MAGPRS dengan Al-Qur'an/ Hadits	43
2.3 Kajian Metode MAGPRS dengan Kasus Polio	46
BAB III METODE PENELITIAN	48
3.1 Jenis Penelitian	48
3.2 Data dan Sumber Data	48
3.3 Variabel Penelitian	49
3.4 Teknik Analisis Data	49
3.5 Diagram Alir Penelitian	52

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	53
4.1 Analisis Deskriptif Data	53
4.1.1 Karakteristik Banyaknya kasus Polio	53
4.1.2 Analisis Deskripsi	54
4.1.3 Analisis Korelasi Variabel	58
4.2 Uji Distribusi Poisson	60
4.3 Uji Equidispersi Data Lengkap	62
4.4 Pembentukan Model MAGPRS	64
4.4.1 Model Terpilih Berdasarkan Nilai GCV Terkecil	64
4.4.2 Uji <i>Outlier</i>	67
4.5 Uji Equidispersi Setelah Penghapusan <i>Outlier</i>	68
4.5.1 Model Terpilih (Setelah penghapusan <i>Outlier</i>)	70
4.5.2 Uji <i>Outlier</i> Model Terpilih	73
4.6 Uji Signifikasi	73
4.6.1 Pengujian Simultan Model MAGPRS	73
4.6.2 Pengujian Parsial Model MAGPRS	74
4.7 Interpretasi Model MAGPRS Terbaik	76
4.6 Pandangan Islam Tentang Hasil Penelitian	79
BAB V PENUTUP	82
5.1 Kesimpulan	82
5.2 Saran	83
DAFTAR PUSTAKA	84
LAMPIRAN	88

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Variabel Penelitian	48
Tabel 4.1	Analisis Deskriptif Variabel Penelitian.....	54
Tabel 4.2	Nilai Korelasi Spearman dan <i>P-value</i> Variabel Prediktor terhadap Variabel Respon	60
Tabel 4.3	Hasil Uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	61
Tabel 4.4	Nilai β (38 data)	62
Tabel 4.5	Hasil Percobaan Pembentukan Model MAGPRS (38 Data)	65
Tabel 4.6	Nilai β (36 data)	69
Tabel 4.7	Hasil Percobaan Pembentukan Model MAGPRS (36 Data)	71
Tabel 4.8	Perbandingan Model.....	72
Tabel 4.9	Hasil Uji Simultan Model MAGPRS Terbaik.....	74
Tabel 4.10	Hasil Uji Parsial Model MAGPRS Terbaik	74
Tabel 4. 11	Tingkat Kepentingan Variabel Prediktor	78

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	52
Gambar 4.1	Banyaknya kasus polio Setiap Kabupaten/ Kota	53
Gambar 4.2	<i>Scatterplot</i> Banyaknya kasus polio terhadap Variabel-Variabel yang Diduga Berpengaruh	59
Gambar 4.3	Deteksi <i>Outlier</i> Model MAGPRS (38 Data)	67
Gambar 4.4	Deteksi <i>Outlier</i> Model MAGPRS (36 Data)	73

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini mempunyai makna sebagai berikut:

y	: Banyaknya kasus Polio
x_1	: Persentase fasilitas tempat buang air besar sendiri
x_2	: Persentase keluarga dengan akses air minum layak
x_3	: Persentase Imunisasi Polio 4
x_4	: Persentase Balita Memiliki Buku KIA
x_5	: Persentase Kunjungan Neonatal 1 Kali
x_6	: Persentase Kunjungan Neonatal 3 Kali (KN Lengkap)
x_7	: Persentase Pemberian Asi Eksklusif
x_8	: Persentase Desa UCI
x_9	: Persentase Pemberian Vitamin A
Y	: Vektor variabel respon
X	: Matriks variabel prediktor/independen
$\rho_{x,y}$	: Koefisien korelasi antara variabel x dan y (<i>Spearman</i>)
d_i	: Selisih peringkat antara variabel x dan y
n	: Jumlah pengamatan (sampel/data)
t	: Statistik uji korelasi (<i>t-test statistic</i>)
μ_i	: Nilai harapan (<i>mean</i>) dari distribusi Poisson unit ke- i
y_i	: Nilai respon pada pengamatan ke- i
β	: Vektor parameter/koeffisien regresi
$L(\beta)$	: Fungsi likelihood regresi Poisson dengan parameter β
$f(y_i, \beta)$	: Fungsi peluang observasi y_i dengan parameter β
$\hat{\beta}^{(0)}$	: <i>Starting point</i> (titik awal) dalam algoritma Newton Raphson
$\hat{\beta}^{(\ell+1)}$	: Vektor parameter pada iterasi berikutnya (update dari Newton Raphson)
ℓ	: Indeks iterasi Newton Raphson
$\hat{\beta}^{(\ell)}$	: Nilai taksiran parameter pada iterasi ke- ℓ
$g(\hat{\beta}^{(\ell)})$	: Vektor gradien dengan parameter $\hat{\beta}^{(\ell)}$
p	: Banyaknya parameter yang ditaksir

$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})$	: Matriks Hessian dengan parameter $(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})$
ε	: Epsilon, toleransi kesalahan numerik untuk kriteria berhenti
γ	: Koefisien regresi yang menjadi penaksir tingkat overdispersi
θ	: Parameter dispersi pada model GPR atau MAGPRS
$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$	: Statistik uji <i>Maximum Likelihood Ratio Test</i> (MLRT) untuk GPR secara simultan
$\hat{G}^2$	: Statistik uji <i>Maximum Likelihood Ratio Test</i> (MLRT) untuk MAGPRS secara simultan
Λ	: <i>Likelihood</i> ratio (perbandingan likelihood model penuh dengan terbatas)
T	: Statistik uji parameter secara parsial MAGPRS
k	: Banyaknya fungsi basis yang berkontribusi terhadap model
$\chi^2_{\alpha, df}$	: Nilai kritis distribusi <i>chi-square</i> dengan taraf signifikansi α dan derajat bebas df
$se(\hat{a}_h)$	: <i>Standard error</i> parameter $(\hat{a}_h)$
M	: Jumlah fungsi basis
R^2	: Koefisien determinasi
GCV	: Generalized Cross Validation
$\mathbf{B}$	: Matriks fungsi basis $(n \times (m + 1))$
$\mathbf{a}$	: Vektor koefisien regresi MAGPRS
$\mathbf{W}$	: Matriks bobot pada metode <i>Weighted Least Square</i> (WLS)
ψ	: Fungsi <i>error</i> yang diminimalkan dalam metode WLS
$\hat{f}(\mathbf{x})$	: Estimasi model MAGPRS

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Data	88
Lampiran 2.	38 Data (Uji Equidispersi)	90
Lampiran 3.	36 Data (Uji Equidispersi)	90
Lampiran 4.	<i>Output</i> Uji Distribusi Poisson	91
Lampiran 5.	<i>Output</i> R Uji Equidispersi (38 Data)	91
Lampiran 6.	<i>Output</i> R Uji Equidispersi (36 Data)	91
Lampiran 7.	<i>Output</i> Matriks Bobot WLS (38 Data)	91
Lampiran 8.	<i>Output</i> Parameter MAGPRS (38 Data)	92
Lampiran 9.	<i>Error</i> (Residual) MAGPRS (38 Data)	93
Lampiran 10.	<i>Output</i> Estimasi Parameter MAGPRS (38 Data)	94
Lampiran 11.	<i>Output</i> Matriks Bobot WLS (36 Data)	95
Lampiran 12.	<i>Output</i> Parameter MAGPRS (36 Data)	95
Lampiran 13.	<i>Error</i> (Residual) MAGPRS (36 Data)	96
Lampiran 14.	<i>Output</i> BHHH Parameter Dispersi	97
Lampiran 15.	<i>Output</i> Hasil Uji Simultan	97
Lampiran 16.	<i>Output</i> Estimasi Parameter dan Hasil Uji Parsial	98
Lampiran 17.	<i>Syntax</i> Estimasi Parameter MAGPRS	100

ABSTRAK

Sari, Vina Tri Wahyu. 2025. **Pemodelan *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline (Magprs)* Pada Kasus Polio Di Jawa Timur**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Fachrur Rozi, M.Si. (II) Erna Herawati, M.Pd.

Kata Kunci: Polio, MAGPRS, Data Cacah, Fungsi Basis, *Overdispersi*.

Poliomielitis (polio) merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh virus polio dan masih menjadi permasalahan kesehatan masyarakat di Indonesia, khususnya di Provinsi Jawa Timur. Data kasus polio umumnya berbentuk data cacah (count data) yang sering kali tidak memenuhi asumsi equidispersi, sehingga diperlukan pendekatan pemodelan yang lebih fleksibel. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan banyaknya kasus polio di Jawa Timur menggunakan metode Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines (MAGPRS). Metode MAGPRS merupakan pengembangan dari Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) yang dikombinasikan dengan estimator Generalized Poisson untuk mengakomodasi hubungan nonlinier dan kondisi overdispersi pada data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model MAGPRS terbaik diperoleh pada kombinasi $BF = 3$, $MI = 2$, dan $MO = 3$. Setelah dilakukan backward stepwise, fungsi basis model tersebut menjadi 29, di mana akan menyusun persamaan MAGPRS. Variabel prediktor yang paling berpengaruh terhadap model secara berurutan adalah persentase kunjungan Neonatal 1 kali, persentase Desa UCI, persentase balita memiliki buku KIA, persentase imunisasi Polio 4, persentase pemberian vitamin A.

ABSTRACT

Sari, Vina Tri Wahyu. 2025. **Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline (MAGPRS) Modeling of Polio Cases in East Java**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisors: (I) Dr. Fachrur Rozi, M.Sc. (II) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: Polio, MAGPRS, Count Data, Basis Functions, Overdispersion.

Poliomyelitis (polio) is an infectious disease caused by the poliovirus and remains a public health problem in Indonesia, particularly in East Java Province. Polio case data are generally in the form of count data, which often violate the assumption of equidispersion; therefore, a more flexible modeling approach is required. This study aims to model the number of polio cases in East Java using the *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) method. The MAGPRS method is an extension of *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS) combined with a *Generalized Poisson* estimator to accommodate nonlinear relationships and overdispersion conditions in the data. The results indicate that the best MAGPRS model is obtained with the combination $BF = 3$, $MI = 2$, and $MO = 3$. After applying the backward stepwise procedure, the number of basis functions in the model is reduced to 29, which are then used to construct the MAGPRS equation. The most influential predictor variables in the model, in descending order, are the percentage of one-time neonatal visits, the percentage of UCI villages, the percentage of children under five possessing a Maternal and Child Health (KIA) book, the percentage of Polio 4 immunizations, and the percentage of vitamin A supplementation.

مستخلص البحث

ساري، فينا تري وحيو. ٢٠٢٥. نمذجة الانحدار التكميلي المعمم متعدد المتغيرات (*Magprs*) في حالات شلل الأطفال في شرق جاوة. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) الدكتور فخر الرازي، الماجستير في العلوم. (٢) إيرنا هيراواتي، الماجستير في التربية.

الكلمات الأساسية: : شلل الأطفال، *MAGPRS*، بيانات التعداد؛ الوظيفة الأساسية؛ التشتت الزائد.

شلل الأطفال (شلل الأطفال) هو مرض معد يسببه فيروس شلل الأطفال ولا يزال مشكلة صحية عامة في إندونيسيا، خاصة في مقاطعة جاوة الشرقية. عادة ما تكون بيانات حالات شلل الأطفال على شكل بيانات عد غالباً لا تفي بافتراضات التشتت المتساوي، لذا هناك حاجة إلى نمذجة أكثر مرونة. تهدف هذه الدراسة إلى نمذجة عدد حالات شلل الأطفال في جاوة الشرقية باستخدام طريقة الانحدار السريع بواسون المعمم والتكيفية متعددة المتغيرات (*MAGPRS*). طريقة *MAGPRS* هي تطوير لسلاسل الانحدار التكيفية متعددة المتغيرات (*MARS*) مع مقدرات بواسون المعممة لاستيعاب العلاقات غير الخطية وظروف التشتت الزائد في البيانات. أظهرت النتائج أن أفضل نموذج *MAGPRS* تم الحصول عليه عند مزيج من $BF = 3$ ، $MI = 2$ ، و $MO = 3$. بعد تنفيذ النموذج خطوة بالعكس، تصبح دالة القاعدة للنموذج ٢٩، حيث يتم تجميع معادلة *MAGPRS*. كانت أكثر المتغيرات المؤثرة تأثيراً على النموذج هي نسبة زيارة واحدة لحديثي الولادة، ونسبة قرى *UCI*، ونسبة الأطفال الصغار الذين لديهم سجل *KIA*، ونسبة التطعيم ضد شلل الأطفال ٤، ونسبة إعطاء فيتامين *A*.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) adalah teknik yang dikembangkan untuk mensimulasikan hubungan non-linear satu atau lebih variabel independen dan dependen. Dikembangkan oleh Jerome H. Friedman pada tahun 1991 (Annur dkk., 2015). Metode ini merupakan salah satu hasil pengembangan dari metode regresi *splines* yang sangat berguna dalam situasi di mana hubungan antara variabel tidak dapat dengan mudah direpresentasikan dengan model linier sederhana. Metode ini mampu menghasilkan hasil prediksi yang akurat dalam bentuk kurva regresi (Ampulembang dkk., 2015). Metode MARS adalah kombinasi dari metode *truncated spline* dan *recursive partitioning regression* (RPR).

Metode *truncated spline* memiliki kelemahan dalam mengidentifikasi posisi dan jumlah *knot* yang diterapkan ketika mengaitkan banyak prediktor. Selain itu akan ada begitu banyak kombinasi yang berkaitan dengan jumlah prediktor, posisi *knot*, dan jumlah *knot*. Dalam hal ini, metode MARS dapat mengatasi kekurangan dari *truncated spline* diakibatkan perolehan *knot* dalam MARS tidak diperoleh dengan cara individual dari kombinasi tersebut, melainkan melalui tahapan adaptif (Friedman, 1991). Tahapan dalam metode MARS terdiri atas proses *forward selection* dan *backward selection*. *Forward selection* membangun model dengan menambah *basis functions truncated spline* berdasarkan interaksi dan titik *knot* untuk mencapai kompleksitas model yang optimal. Sebaliknya, *backward selection* bertujuan menyederhanakan model dengan mengeliminasi fungsi basis

yang memiliki pengaruh kecil pada prediksi berdasarkan nilai *Generalized Cross-Validation* (GCV) terendah (Mattalunru dkk., 2022).

Secara umum, modifikasi penggunaan metode MARS telah diaplikasikan pada data dengan respon kontinu atau kategorik. Suatu respon dianggap kontinu apabila data berupa data interval atau rasio, sedangkan suatu respon dianggap kategorik apabila data atau variabel berupa data nominal atau ordinal. Beberapa penelitian telah menerapkan penggunaan metode MARS untuk respon kontinu dan kategorik. Penelitian yang menerapkan MARS pada respon kontinu antara lain, penelitian Kartini & Laelatul (2022), menjelaskan tentang perancangan model untuk kasus balita Stunting di Kabupaten Bojonegoro menggunakan metode MARS dan *Geographically Weighted Regression* (GWR). Penelitian ini meneliti perbandingan metode GWR dan MARS. Hasil perbandingan kedua model menunjukkan model MARS lebih baik. Perbedaan nilai R-Square antara kedua metode tersebut relatif kecil, sementara nilai MSE (*Mean Squared Error*) model MARS secara signifikan lebih rendah dibandingkan GWR. Sehingga model MARS memiliki performa prediksi yang lebih optimal.

Irmawati dkk. (2019), juga melakukan penelitian pemodelan MARS pada risiko kesehatan bayi dengan berat badan lahir rendah. Hasil penelitian yang diperoleh yakni model MARS yang optimal dengan kombinasi $BF = 28$, $MI = 3$, $MO = 2$, nilai GCV terkecil yaitu 0,17766. Faktor anemia (X_2), paritas (X_4), riwayat pendidikan (X_5), gizi ibu (X_6), dan usia kehamilan (X_7) berpengaruh terhadap kejadian BBLR. Di sisi lain, penelitian Nidhomuddin & Otok, (2015) membahas tentang pengelompokan penderita HIV/AIDS menggunakan metode

random forest dan MARS, didapat hasil bahwa kinerja metode random forest lebih unggul dibandingkan MARS maupun kombinasi keduanya.

Penelitian yang dilakukan oleh Yasmirullah dkk. (2021) menerapkan metode *Multivariate Adaptive Poisson Regression Spline* (MAPRS). Metode ini merupakan gabungan antara MARS dan regresi Poisson, yang dirancang untuk menangani data *count* (hitungan) dengan karakteristik non-linear dan diharapkan dapat memodelkan data secara lebih efektif berdasarkan jenis dan distribusinya. Hasil penelitian yang diperoleh ketika MAPRS diterapkan untuk memodelkan jumlah kasus tuberkulosis (TBC) di Kabupaten Lamongan, model terbaik diperoleh dengan nilai GCV 0,1145, dengan kombinasi parameter $BF = 28$, $MI = 3$, dan $MO = 3$. Lebih lanjut, berdasarkan kriteria nilai R^2 dan RMSE, model MAPRS yang diusulkan mengungguli model regresi Poisson. Model MAPRS dengan nilai RMSE yang lebih kecil dan R^2 yang lebih tinggi dibandingkan model regresi Poisson.

Prastika dkk. (2021) juga melakukan penelitian menggunakan metode penggabungan MARS dengan regresi Poisson. Penelitian ini menerapkan estimasi *Generalized Poisson*, sehingga membentuk metode gabungan yang dikenal sebagai *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS). Pendekatan tersebut dipilih disebabkan oleh variabel yang dianalisis memiliki pola tidak linier, dengan variabel respon berupa data cacah (*count*) yang diduga mengikuti distribusi Poisson. Namun, karena terdapat indikasi bahwa asumsi distribusi Poisson gagal terpenuhi yakni *mean* tidak sama dengan varians maka digunakanlah *Generalized Poisson* sebagai alternatif.

Pemilihan metode MAGPRS dalam penelitian ini juga didasari oleh studi terdahulu. Kartini & Laelatul (2022) dalam penelitiannya membandingkan model MARS dan *Geographically Weighted Regression* (GWR) untuk kasus Stunting di Kabupaten Bojonegoro. MARS menunjukkan performa yang lebih baik dalam hal *Mean Squared Error* (MSE). Namun, metode tersebut belum mempertimbangkan struktur data cacah yang khas pada data kasus penyakit. Oleh karena itu, MAGPRS sebagai pengembangan dari MARS dengan pendekatan distribusi *Generalized Poisson* menjadi solusi yang lebih relevan.

MAGPRS sangat ideal digunakan dalam pemodelan data count seperti kasus penyakit menular karena mampu menangani dua tantangan utama: non-linearitas dan overdispersi. Penelitian Famoye & Singh (2021) tidak secara eksplisit meneliti kasus epidemiologi, penelitian tersebut mengidentifikasi kelemahan regresi Poisson standar pada data cacah yang memiliki variansi tidak sama dengan rata-rata. Karena data epidemiologi juga umumnya berbentuk data cacah dan mengalami overdispersi, model Generalized Poisson Regression yang diterapkan sangat relevan dalam konteks tersebut. Dalam konteks penelitian polio, metode ini belum banyak digunakan. Pada studi sebelumnya menggunakan metode regresi linear, regresi Poisson klasik, atau GWR dalam pemodelan penyakit menular. Seperti penelitian Desiana & Melaniani (2021) menerapkan metode *Generalized Poisson Regression* untuk memodelkan jumlah kasus difteri di Kota Surabaya, sementara Alwi dkk. (2022) menggunakan metode serupa dalam menganalisis faktor-faktor yang memengaruhi kejadian pneumonia pada balita di Provinsi Sulawesi Selatan.

Penelitian yang secara khusus meninjau penyebaran penyakit polio di Indonesia dapat ditemukan pada studi Umam dkk. (2016) mengembangkan model epidemi SEIV berbasis *Ordinary Differential Equation* (ODE) untuk memodelkan penyebaran polio di Indonesia. Namun, pendekatan deterministik tersebut kurang tepat untuk data surveilans epidemiologi berbentuk data cacah karena tidak mengakomodasi overdispersi dan hubungan non-linear antar variabel prediktor. Oleh sebab itu, penelitian ini mengadopsi metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) yang mampu menangani data cacah dengan overdispersi sekaligus memodelkan hubungan non-linear secara adaptif menggunakan *basis functions*.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan oleh Prastika dkk. (2021), hasil penelitian menunjukkan bahwa MAGPRS memberikan hasil rata-rata angka kematian ibu di Jawa Timur pada tahun 2018 adalah 13,737. Model yang paling efektif guna memprediksi jumlah kematian ibu yaitu model MAGPRS dengan kombinasi parameter $BF = 28$, $MI = 2$, dan $MO = 2$. Hasil ini membuktikan bahwa MAGPRS sangat cocok digunakan untuk data kesehatan yang bersifat count dan memiliki pola kompleks.

MAGPRS memiliki keunggulan signifikan dibanding metode regresi lain seperti *Poisson regression* maupun MARS, karena mampu mengatasi dua isu utama dalam pemodelan data cacah: non-linearitas hubungan antar variabel dan ketidaksesuaian antara *mean* dan *varians* (*over/under* dispersi). Model ini bekerja dengan pendekatan adaptive spline yang memilih titik knot secara otomatis berdasarkan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV), serta memanfaatkan

distribusi Poisson yang telah digeneralisasi untuk fleksibilitas yang lebih tinggi dalam menangani variasi data (Yasmirullah dkk., 2021).

Penggunaan model statistik seperti MAGPRS yang bertujuan memahami pola dan keteraturan dalam data. Hal ini menggambarkan keteraturan ciptaan Allah SWT, pentingnya ilmu pengetahuan, dan ikhtiar manusia dalam memahami alam semesta. Pemodelan MAGPRS adalah ikhtiar ilmiah manusia untuk memahami keteraturan dan pola yang mungkin tersembunyi dalam data yang tampak acak. Ayat Al-Qur'an yang relevan untuk pemodelan statistik disebutkan dalam QS. Al-Mulk ayat 3 (Kemenag, 2025a):

الَّذِي خَلَقَ سَبْعَ سَمَاوَاتٍ طِبَاقًا ۚ مَا تَرَىٰ فِي خَلْقِ الرَّحْمَنِ مِن تَفَوتٍ ۚ فَارْجِعِ الْبَصَرَ هَلْ تَرَىٰ مِن فُطُورٍ ﴿٣﴾

Artinya:

“(Dia juga) yang menciptakan tujuh langit berlapis-lapis. Kamu tidak akan melihat pada ciptaan Tuhan Yang Maha Pengasih ketidakseimbangan sedikit pun. Maka, lihatlah sekali lagi! Adakah kamu melihat suatu cela?”(QS. Al-Mulk [67]:3).

Ayat ini menjelaskan tentang semua ciptaan Allah SWT termasuk alam semesta dan hukum-hukumnya memiliki keteraturan, keseimbangan, dan harmoni yang sangat sempurna. Tidak ada satu pun ciptaan-Nya yang sia-sia atau tanpa pola. Dalam ilmu statistik, khususnya dalam pemodelan seperti MAGPRS, para peneliti berusaha untuk mengidentifikasi dan memahami pola-pola keteraturan dalam data dunia nyata baik dalam bidang sosial, ekonomi, kesehatan, maupun lingkungan. Ini mencerminkan pengakuan bahwa ada struktur dan hukum tersembunyi dalam fenomena dunia, yang dapat dijelaskan melalui analisis data. Ayat ini mengandung dorongan untuk mengamati secara berulang dan teliti, serta menguji kesempurnaan ciptaan Allah SWT. Dalam statistik, proses ini tergambar melalui langkah-langkah eksplorasi data, pengujian model, dan validasi hasil.

Semua dilakukan untuk mencari kesesuaian antara data dan model, serta memastikan bahwa tidak ada cacat atau kesalahan logika dalam analisis.

Dalam penelitian ini, metode MAGPRS diimplementasikan untuk memodelkan data kasus polio di Indonesia. Pada dasarnya, polio merupakan suatu penyakit yang diakibatkan oleh virus Polio. Virus ini merusak medula spinalis pada sumsum tulang belakang dan menyerang sistem pencernaan bahkan dapat mengakibatkan lumpuh (Umam dkk., 2016). Dalam perspektif islam, pentingnya menjaga kesehatan tercermin pada QS. Yunus ayat 57 (Kemenag, 2025b):

يَا أَيُّهَا النَّاسُ قَدْ جَاءَكُمْ مَوْعِظَةٌ مِنْ رَبِّكُمْ وَشِفَاءٌ لِمَا فِي الصُّدُورِ وَهُدًى وَرَحْمَةٌ لِّلْمُؤْمِنِينَ ﴿٥٧﴾

Artinya:

“Wahai manusia, sungguh telah datang kepadamu pelajaran (Al-Qur'an) dari Tuhanmu, penyembuh bagi sesuatu (penyakit) yang terdapat dalam dada, dan petunjuk serta rahmat bagi orang-orang mukmin.”(QS. Yunus [10]:57).

Ayat ini menekankan pentingnya menjaga kesehatan fisik dan mental. Polio merupakan penyakit serius yang mempengaruhi sistem saraf dan bisa menyebabkan kelumpuhan. Meskipun ayat ini tidak secara langsung menyebutkan penyakit fisik, prinsip di baliknya mengajak umat untuk mencari penyembuhan baik melalui usaha medis maupun spiritual. Pentingnya Usaha Medis dalam menghadapi polio, upaya pencegahan melalui vaksinasi sangat penting. Al-Qur'an memberi petunjuk agar setiap individu bertanggung jawab atas kesehatan diri. Dengan demikian, Surat Yunus ayat 57 dapat menjadi motivasi untuk tidak hanya mencari pengobatan fisik tetapi juga memperkuat iman dan ketahanan mental dalam menghadapi tantangan kesehatan seperti polio.

Adapun alasan pemilihan kasus poliomyelitis (polio) dalam penelitian ini adalah karena penyakit ini masih menjadi masalah kesehatan serius di Indonesia. Virus polio menyerang sistem saraf pusat dan dapat menyebabkan kelumpuhan

permanen (Umam dkk., 2016). Menurut data dari WHO (*World Health Organization*), virus polio masih menjadi ancaman kesehatan di dunia hingga 84% salah satunya wilayah di Indonesia (Kashi dkk., 2018). Kementerian Kesehatan mencatat bahwa pada tahun 2022 sampai tahun 2024, Indonesia telah melaporkan 12 insiden kelumpuhan akibat virus polio, 11 kasus terjadi akibat virus polio tipe 2. Sementara itu, satu kasus diakibatkan oleh virus polio tipe 1. Menyikapi kondisi ini, pemerintah menetapkan Kejadian Luar Biasa (KLB) dan melaksanakan Sub PIN Polio dengan cakupan target imunisasi minimal 95% (Kesehatan, 2024).

Tiga insiden terbaru ditemukan pada awal tahun 2024 di Jawa Timur dan Jawa Tengah. Menanggapi situasi tersebut, Kementerian Kesehatan melaporkan Kejadian Luar Biasa (KLB) polio di kedua provinsi tersebut dan melaksanakan Sub PIN Polio. Imunisasi tambahan ini ditujukan untuk anak usia 0 hingga 7 tahun dan dilaksanakan dalam dua putaran, dimulai pada 15 Januari dan 19 Februari 2024, dengan target cakupan minimal 95% di setiap wilayah. Selain itu, vaksin polio jenis baru, Novel Oral Polio Vaccine tipe 2 (NOPV2), digunakan dalam program ini untuk meningkatkan efektivitas imunisasi (Negeriku, 2024).

Kasus polio dipilih dalam penelitian ini tidak hanya karena urgensinya sebagai masalah kesehatan nasional, tetapi juga karena data yang tersedia memiliki karakteristik yang cocok untuk pendekatan statistik lanjutan seperti MAGPRS. Polio termasuk dalam kategori penyakit yang dapat dicegah dengan imunisasi (PD3I), namun cakupan imunisasi di beberapa daerah di Jawa Timur masih belum merata. Selain itu, laporan WHO mencatat bahwa Indonesia masih tergolong sebagai negara dengan risiko tinggi terhadap penyebaran polio karena

adanya kasus yang bersumber dari virus polio tipe 2 yang bermutasi akibat vaksin oral (cVDPV2). Oleh karena itu, diperlukan analisis yang tepat untuk memahami variabel-variabel penyebab banyaknya kasus polio di Jawa Timur.

Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan metode MAGPRS pada banyaknya kasus polio di Provinsi Jawa Timur. Harapannya, penelitian ini dapat memberi pemahaman mendalam terkait variabel penyebab banyaknya kasus polio di Provinsi Jawa Timur serta membantu pemerintah provinsi Jawa Timur membuat kebijakan yang lebih efektif untuk mengatasi masalah polio.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model MAGPRS pada kasus Polio di Provinsi Jawa Timur?
2. Bagaimana pengaruh variabel-variabel penyebab banyaknya kasus Polio di Provinsi Jawa Timur berdasarkan model MAGPRS?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan penelitian ini meliputi:

1. Menentukan model MAGPRS pada Kasus Polio di Provinsi Jawa Timur.
2. Mengetahui pengaruh variabel-variabel penyebab banyaknya kasus Polio di Provinsi Jawa Timur berdasarkan model MAGPRS.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan yakni:

1. Bagi Penulis

Meningkatkan pemahaman tentang penerapan metode MAGPRS pada banyaknya kasus Polio di Jawa Timur.

2. Bagi Prodi Matematika

Memberikan Sumber referensi bacaan untuk mahasiswa prodi matematika tentang implementasi metode MAGPRS pada banyaknya kasus Polio di Jawa Timur.

3. Bagi Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur

Menambah pemahaman tentang variabel-variabel yang memengaruhi kejadian polio di Provinsi Jawa Timur. Hal ini dapat menjadi langkah preventif atau pencegahan bagi Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur dalam menentukan kebijakan untuk menurunkan kasus Polio.

1.5 Batasan Masalah

Agar penelitian terpusat dan fokus, maka batasan yang akan dilakukan yaitu:

1. Pemilihan model MAGPRS menggunakan kombinasi BF, MI, dan MO dengan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV) terkecil. Pemilihan nilai BF ditentukan sekitar dua hingga empat kali jumlah total variabel independen.
2. Penelitian ini menggunakan banyaknya kasus Polio di Jawa Timur tahun 2023.

3. Penelitian ini dibatasi pada penggunaan sembilan variabel independen. Variabel Independen (x) yang digunakan yaitu Persentase Rumah Tangga dengan Fasilitas Tempat Buang Air Besar Sendiri (x_1), Persentase Keluarga dengan Akses Air Minum Layak (x_2), Persentase Imunisasi Polio 4 (x_3), Persentase Balita Memiliki Buku KIA (x_4), Persentase Kunjungan Neonatal 1 Kali (x_5), Persentase Kunjungan Neonatal 3 Kali (KN Lengkap) (x_6), Persentase Pemberian ASI Eksklusif (x_7), Persentase Desa UCI (x_8), dan Persentase Pemberian Vitamin A (x_9). Pembatasan variabel dilakukan karena keterbatasan akses data, sehingga tidak semua indikator yang diduga memengaruhi banyaknya kasus Polio di Jawa Timur dapat dianalisis dalam penelitian ini.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Analisis Deskriptif

Analisis deskriptif dilakukan guna menganalisis data bertujuan untuk mendeskripsikan data-data yang telah terkumpul. Kemudian menarik keputusan secara umum (Sugiyono, 2016). Metode ini membantu untuk memahami karakteristik data, pola yang ada, dan hubungan antara variabel. Informasi yang didapat dari analisis deskriptif digunakan untuk interpretasi hasil penelitian, pemilihan metode analisis data yang tepat, dan untuk pengambilan keputusan.

2.1.2 *Scatterplot*

Scatterplot merupakan salah satu metode visualisasi yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara dua variabel kuantitatif dalam bentuk titik-titik pada bidang kartesius. *Scatterplot* digunakan sebagai langkah awal untuk mengevaluasi kemungkinan hubungan antara variabel, yang kemudian dapat dikonfirmasi secara numerik melalui penghitungan koefisien korelasi. Koefisien korelasi yakni ukuran statistik untuk menilai kekuatan dan arah hubungan linier antar variabel, dengan kisaran nilai dari $-1 \leq \rho_{x,y} \leq 1$. Jika pola titik pada scatterplot membentuk garis lurus yang jelas, maka besar kemungkinan nilai koefisien korelasi yang mendekati 1 atau -1 menunjukkan hubungan positif atau negatif yang kuat, sedangkan nilai yang mendekati 0 menunjukkan sedikit atau tidak ada hubungan linier. Rumus koefisien korelasi Spearman diberikan sebagai berikut (Cahyono, 2017):

$$\rho_{x,y} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (2.1)$$

$\rho_{x,y}$: Koefisien korelasi Spearman

d_i^2 : Selisih peringkat antara nilai x_i dan y (di mana $d_i = R(x_i) - R(y)$)

Dengan hipotesis pengujian sebagai berikut.

$H_0: \rho_{x,y} = 0$ (Tidak terdapat hubungan antar variabel)

$H_1: \rho_{x,y} \neq 0$ (Terdapat hubungan antar variabel)

Berikut rumus pengujian korelasi antar variabel.

$$t = \frac{\rho_{x,y} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (\rho_{x,y})^2}} \quad (2.2)$$

Tolak H_0 jika $|t| > t_{(\frac{\alpha}{2}, (n-2))}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.1.3 Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan salah satu jenis distribusi probabilitas yang digunakan untuk memodelkan jumlah kejadian dalam suatu interval waktu atau ruang tertentu (Sudjana, 1996). Distribusi ini cocok digunakan untuk data dengan karakteristik berupa variabel diskrit, khususnya dalam kasus perhitungan frekuensi kejadian yang jarang namun tetap mungkin terjadi dalam periode atau area tertentu. Suatu variabel acak Y berupa variabel diskrit akan mengikuti distribusi Poisson dengan fungsi probabilitas sebagai berikut (Cameron & Trivedi, 2013):

$$f(y_i; \mu_i) = \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!}; y_i = 0, 1, 2, \dots; \mu > 0 \quad (2.3)$$

Mean dan variansi dari distribusi Poisson dinyatakan pada persamaan berikut

$$E(Y) = Var(Y) = \mu$$

Uji statistik yang digunakan untuk memeriksa apakah data mengikuti distribusi Poisson yaitu uji *Kolmogorov-Smirnov*. Rumus uji *Kolmogorov-smirnov* sebagai berikut (Quraissy, 2022):

$$D = \max|F_n(Y) - F(Y)| \quad (2.4)$$

dengan:

$F_n(Y)$: Fungsi distribusi kumulatif skor pengamatan

$F(Y)$: Fungsi distribusi kumulatif distribusi Poisson

Hipotesis pengujinya sebagai berikut (Cahyandari, 2014):

H_0 : Variabel respon berdistribusi Poisson

H_1 : Variabel respon tidak berdistribusi Poisson

Kriteria pengujian yaitu tolak H_0 apabila nilai $D > D_{tabel}$ dan $p\text{-value} < \alpha$.

2.1.4 Regresi Poisson

Model standar untuk data cacah (*count data*) adalah model regresi Poisson, yang merupakan model regresi nonlinier. Regresi Poisson menggambarkan hubungan antara variabel respon Y dan variabel prediktor X dengan mengasumsikan variabel Y berdistribusi Poisson. Jika pendekatannya secara parametrik dan melibatkan kovariat eksogen tetapi tidak ada sumber variasi stokastik lainnya, maka regresi Poisson standar. Jika fungsi berkaitan dengan μ dan kovariatnya stokastik, kemungkinan karena melibatkan variabel acak yang tidak teramati, maka regresi Poisson campuran (*mixed Poisson regression*)(Cameron & Trivedi, 2013).

Regresi Poisson merupakan bagian dari *Generalized Linear Model* (GLM), yaitu kerangka pemodelan yang tidak mensyaratkan variabel respon harus berdistribusi normal. Dalam GLM, rata-rata variabel respon dihubungkan dengan kombinasi linier dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan variabel prediktor sebanyak p yaitu $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ melalui fungsi penghubung (*link function*) sebagai berikut (Cahyandari, 2014):

$$h(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_{pi} x_{pi} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.6) dibentuk dalam notasi matriks sebagai berikut.

$$h(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.6)$$

dengan

$$\mathbf{x}_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})^T, \boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$$

Pada model regresi Poisson, fungsi penghubung yang paling umum digunakan adalah fungsi penghubung logaritma natural, karena fungsi ini menjamin bahwa nilai rata-rata μ_i selalu bernilai positif sebagaimana disyaratkan oleh distribusi Poisson. Berdasarkan persamaan (2.7) diperoleh fungsi penghubung logaritma natural sebagai berikut.

$$\begin{aligned} h(\mu_i) &= \ln \mu_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \\ \mu_i &= h^{-1}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Karena μ_i adalah fungsi dari $\mathbf{x}_i$ dan $\boldsymbol{\beta}$, berdasarkan persamaan (2.8) dapat ditulis

$$\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \leftrightarrow \ln \mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.8)$$

Berdasarkan persamaan (2.3) dan (2.9) fungsi massa peluang distribusi Poisson dapat dituliskan sebagai berikut (Cameron & Trivedi, 2013):

$$f(y_i; \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \frac{e^{-[\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]} [\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i}}{y_i!}$$

dengan $\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$ adalah *mean* Poisson dan vektor $\boldsymbol{\beta}$ menunjukkan parameter yang akan ditaksir.

2.1.5 Penaksir Parameter Regresi Poisson

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah pendekatan yang umum diterapkan untuk menaksir parameter dalam model regresi Poisson, dengan asumsi bahwa data respon mengikuti distribusi Poisson. Bentuk umum dari fungsi *likelihood* model regresi Poisson sebagai berikut (Cameron & Trivedi, 2013).

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}) &= \prod_{i=1}^n f(y_i; \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{[\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]}{y_i!} \right) \end{aligned}$$

dengan $[\mu_i(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})] = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}) &= \prod_{i=1}^n \left([\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \frac{\exp[-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]}{y_i!} \right) \\ &= \left(\frac{\prod_{i=1}^n [\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]}{\prod_{i=1}^n y_i!} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Selanjutnya logaritma natural $L(\boldsymbol{\beta})$ dari persamaan 2.10 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\boldsymbol{\beta}) &= \ln \left(\frac{\prod_{i=1}^n [\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^{y_i} \exp[-\sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]}{\prod_{i=1}^n y_i!} \right) \\ \ln L(\boldsymbol{\beta}) &= \sum_{i=1}^n y_i (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \sum_{i=1}^n \ln y_i! \end{aligned}$$

Turunan pertama $\ln L(\boldsymbol{\beta})$ disamadengankan nol adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (2.10)$$

Karena persamaan (2.10) tidak dapat diselesaikan secara langsung, maka penyelesaiannya melalui pendekatan numerik menggunakan metode Newton-Raphson sebagaimana dijelaskan oleh Cameron & Trivedi (1998). Berikut persamaan menggunakan metode Newton-Raphson.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell+1)} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)} - \mathbf{H}^{-1}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}) \mathbf{g}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}) \quad (2.11)$$

dengan:

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}$: Nilai taksiran parameter pada iterasi ke- ℓ

$\mathbf{g}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})$: Vektor gradien dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}$, yaitu

$$\mathbf{g}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})_{(p+1) \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p} \end{bmatrix}^{\boldsymbol{\beta}=\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}} \quad (2.12)$$

$\mathbf{H}^{-1}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})$: Invers dari matriks Hessian $\mathbf{H}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})$, dengan

$$\mathbf{H}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)})_{(p+1)(p+1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p^2} \end{bmatrix}^{\boldsymbol{\beta}=\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}} \quad (2.13)$$

Persamaan (2.11) digunakan untuk menaksir $\boldsymbol{\beta}$ pada iterasi ke- ℓ ($\ell = 0, 1, 2, \dots$).

langkah pertama yang akan dilakukan yaitu memilih nilai taksiran awal $\boldsymbol{\beta}$, yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(p+1) \times 1}^{(0)} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0^{(0)} \\ \hat{\beta}_0^{(0)} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p^{(0)} \end{bmatrix}$$

Nilai taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ diperoleh menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS). Hal ini dilakukan karena proses estimasi parameter pada regresi Poisson menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE) memerlukan nilai awal parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ untuk memulai iterasi numerik. Taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ menggunakan metode OLS, sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (2.14)$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ ini kemudian dijadikan sebagai *starting point* (titik awal) dalam algoritma Newton-Raphson. $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ akan di substitusikan pada elemen-elemen vektor gradient $\mathbf{g}$ pada persamaan (2.12) dan matriks hessian $\mathbf{H}$, pada persamaan (2.13) sehingga diperoleh $\hat{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\beta}^{(0)})$ dan $\hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\beta}^{(0)})$. Iterasi di mulai dari $\ell = 0$, karena pada langkah ini nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}$ berfungsi sebagai nilai awal (belum ada iterasi) yang menjadi dasar untuk memperoleh estimasi parameter iterasi berikutnya. $\ell = 0$ bukanlah hasil iterasi, melainkan penomoran awal yang menandai titik awal proses dan iterasi dapat dihentikan apabila telah menemukan nilai taksiran yang konvergen pada suatu nilai yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell+1)} \approx \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}$ atau $\|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell+1)} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(\ell)}\| < \varepsilon$, di mana $\varepsilon > 0,001$ dan sangat kecil.

2.1.6 Pengujian *Equidispersion*

Regresi Poisson memiliki asumsi dasar yang dikenal sebagai equidispersi, yaitu kondisi di mana nilai rata-rata dan variansi dari variabel dependen adalah sama. Namun, dalam praktiknya, sering dijumpai kondisi

overdispersi, yakni ketika variansi variabel dependen lebih besar dibandingkan nilai rata-ratanya. Keberadaan overdispersi dapat menyebabkan estimasi parameter regresi tetap konsisten, tetapi menjadi tidak efisien, sehingga standar *error* terestimasi lebih rendah dari semestinya.

Overdispersi dapat disebabkan oleh adanya pencilan (outlier) dalam data. Untuk mengetahui apakah data memenuhi asumsi equidispersi, dilakukan uji equidispersi yang bertujuan menguji kesamaan antara nilai rata-rata dan varians data. Uji ini dilakukan dengan membandingkan varians sampel terhadap rata-rata. Pengujian equidispersi juga dapat dilakukan dengan bantuan perangkat lunak R melalui fungsi `dispersiontest()` pada paket AER, yang merupakan implementasi dari uji dispersi (Cameron & Trivedi, 2013). Adapun hipotesis pada pengujian ini yaitu:

$H_0: Var(Y) = \mu_i$ tidak terjadi overdispersi, data mengikuti asumsi distribusi Poisson.

$H_1: Var(Y) = \mu_i + \gamma g(\cdot)$ terjadi overdispersi

kriteria pengujian tolak H_0 apabila $\gamma > 0$, di mana γ merupakan koefisien yang diestimasi melalui persamaan *auxiliary OLS regression* sebagai berikut.

$$\frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2 - y_i}{\hat{\mu}_i} = \gamma + u_i \quad (2.15)$$

dengan:

- y_i adalah variabel respon
- $\hat{\mu}_i$ adalah nilai prediksi rata-rata dari model regresi Poisson.
- γ adalah koefisien regresi yang menjadi penaksir tingkat overdispersi,
- u_i adalah error acak.

misalkan ruas kiri persamaan (2.15) didefinisikan sebagai suatu peubah baru V_i , sehingga

$$V_i = \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2 - y_i}{\hat{\mu}_i}$$

dan model *auxiliary regression* dapat ditulis sebagai berikut

$$V_i = \gamma + u_i, \quad (2.16)$$

untuk menaksir konstanta γ pada persamaan (2.16) digunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS), yaitu dengan meminimalkan jumlah kuadrat galat.

$$S(\gamma) = \sum_{i=1}^n (V_i - \gamma)^2$$

turunkan $S(\gamma)$ terhadap γ

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma} = -2 \sum_{i=1}^n (V_i - \gamma) = 0$$

sehingga

$$\sum_{i=1}^n V_i - n\gamma = 0$$

sehingga diperoleh penaksir

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i = \bar{V}$$

2.1.7 *Generalized Poisson Regression (GPR)*

Model *Generalized Poisson Regression* (GPR) adalah salah satu pendekatan yang digunakan untuk mengatasi masalah *over/under dispersion* dalam data. Model ini dioptimalkan sebagai solusi atas masalah asumsi

distribusi Poisson, pendekatan ini sangat berguna ketika nilai rata-rata berbeda dari varians. Parameter model Regresi Poisson Tergeneralisasi diestimasi dengan metode MLE. Model (GPR) dengan parameter tambahan θ , yang berfungsi sebagai parameter dispersi. Adapun berikut persamaan umum dari distribusi *Generalized Poisson* (Famoy dkk., 2004):

$$f(y_i; \mu_i, \theta) = \left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta \mu_i)^{(y_i-1)}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right), \quad (2.17)$$

$$y_i = 0, 1, 2, \dots$$

di mana nilai $\mu > 0$ dan $-\infty < \theta < \infty$. Berikut nilai *mean* dan *varians*.

$$E(y_i) = \mu_i, \quad Var(y_i) = \mu_i(1 + \theta \mu_i)^2 \quad (2.18)$$

Model GPR sebagai berikut:

$$\mu_i(x_i) = \exp(x_i^T \beta) \leftrightarrow \ln \mu_i = x_i^T \beta \quad (2.19)$$

1. Penaksir Parameter model GPR

Ekspresi umum untuk fungsi *likelihood* model regresi *Generalized Poisson* (GPR) sebagai berikut (Prastika dkk., 2021):

$$\begin{aligned} L(\mu_i, \theta) &= \prod_{i=1}^n \left[\left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{(y_i-1)}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right) \right] \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \sum_{i=1}^n \frac{(1 + \theta y_i)^{(y_i-1)}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right) \\ \ln L(\mu_i, \theta) &= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \left[\left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{(y_i-1)}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right) \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n y_i \ln(\mu_i) - y_i \ln(1 + \theta \mu_i) + (y_i - 1) \ln(1 + \theta y_i) - \ln(y_i!) \\ &\quad - \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n [y_i \ln (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) - y_i \ln (1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) + (y_i - 1) \ln (1 + \theta y_i) \\
&\quad - \ln (y_i!) - \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}] \\
&= \sum_{i=1}^n [y_i (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln (1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})) + (y_i - 1) \ln (1 + \theta y_i) \\
&\quad - \ln (y_i!) - \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}] \tag{2.20}
\end{aligned}$$

Kemudian persamaan (2.20) diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}^T$, kemudian disamakan dengan nol. Hal tersebut dilakukan untuk mendapatkan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \mathbf{x}_i - \frac{\theta y_i \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right. \\
&\quad \left. - (1 + \theta y_i) \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(\frac{\theta \mathbf{x}_i (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^2}{(1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan (2.20) diturunkan terhadap θ , kemudian disamadengankan nol. Hal ini digunakan agar mendapat nilai θ .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \theta} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -y_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) (1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^{-1} \right. \\
&\quad \left. + y_i (y_i - 1) (1 + \theta y_i)^{-1} - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) [y_i (1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^{-1} \right. \\
&\quad \left. - (1 + \theta y_i) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) (1 + \theta \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^{-2}] \right\}
\end{aligned}$$

Turunan dari fungsi log-likelihood terhadap $\boldsymbol{\beta}^T$ dan θ menghasilkan sistem persamaan yang bersifat implisit. Oleh karena itu, pendekatan alternatif yang

digunakan untuk memperoleh solusinya adalah metode iteratif Newton-Raphson, sebagaimana ditunjukkan pada Persamaan (2.11).

2. Pengujian Kesesuaian Model *Generalized Poisson Regression*

Parameter dalam model regresi *Generalized Poisson* diuji dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT), baik secara simultan ataupun parsial. Berikut adalah hipotesis pengujian simultan terhadap parameter β .

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \alpha_h \neq 0, h = 1, \dots, M$$

Berikut statistik uji pengujian parameter MLRT secara simultan (Fathurahman, 2023).

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \Lambda = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \quad (2.21)$$

Tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{\alpha, df}$. jika didapat keputusan H_0 , maka dilanjutkan ke uji parsial, berikut hipotesis pengujinya.

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ (variabel ke-} j \text{ tidak berpengaruh pada model)}$$

$$H_1: \beta_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, k \text{ (variabel ke-} j \text{ berpengaruh pada model)}$$

Statistik uji pengujian parameter MARS secara parsial adalah sebagai berikut:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)} \quad (2.22)$$

dengan:

$$se(\hat{\beta}_j) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_j)}, \quad \widehat{var}(\hat{\beta}_j) \text{ adalah elemen diagonal ke } (j + 1) \text{ dari}$$

$$var(\hat{\beta}), \text{ di mana } \widehat{var}(\hat{\beta}) = -H^{-1}(\hat{\beta}). \text{ Tolak } H_0 \text{ jika } |Z_{hitung}| > Z_{\frac{\alpha}{2}}.$$

2.1.8 *Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)*

MARS yakni teknik regresi non-parametrik yang diperkenalkan oleh Jerome Friedman pada tahun 1991. MARS digunakan untuk memodelkan hubungan kompleks dan nonlinier antara satu variabel dependen (respon) dan satu atau lebih variabel independen (prediktor). Teknik ini menggabungkan fleksibilitas regresi spline dengan kemampuan untuk menangani banyak variabel prediktor dan interaksi antar variabel. Menurut Friedman (1991), model MARS (*Multivariate Adaptive Regression Splines*) dirancang untuk mengatasi tantangan yang terkait dengan data berdimensi tinggi dan menghasilkan prediksi variabel respons yang akurat. Model ini membangun model kontinu sepotong-sepotong pada lokasi simpul dengan meminimalkan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV). Data berdimensi tinggi, dalam konteks ini, mengacu pada kumpulan data yang jumlah variabel prediktornya (x) berkisar antara $3 \leq x \leq 20$, dan ukuran n sampel.

Beberapa aspek penting yang perlu diperhatikan pada penggunaan model MARS, yakni (Friedman, 1991):

1. Knot adalah nilai spesifik dari variabel prediktor di mana kemiringan fungsi regresi berubah, yang menunjukkan transisi antara segmen linier yang berbeda dalam model. Setiap knot menandai akhir dari satu segmen dan awal dari segmen berikutnya, sehingga penempatannya sangat menentukan bagaimana model menyesuaikan diri terhadap pola dalam data. Salah satu faktor yang memengaruhi penempatan knot adalah Observasi minimum (MO), yaitu jarak minimum antar knot yang berdekatan. Nilai MO ini berperan dalam mengendalikan kompleksitas model. MO yang terlalu besar dapat membuat model kehilangan fleksibilitas. Oleh karena itu, pemilihan nilai MO yang tepat

menjadi kunci dalam membentuk model yang akurat dan seimbang. Selain itu, jumlah (MO) antara simpul dapat ditetapkan sebagai 0, 1, 2, atau 3.

2. Fungsi Basis (*Basis functions*) adalah fungsi untuk menjelaskan hubungan variabel dependen dan independen. Pada umumnya *Basis functions* yang dipilih berbentuk polinomial dengan turunan kontinu pada setiap titik knot. Jumlah maksimum fungsi basis biasanya sekitar dua hingga empat kali jumlah total variabel independen (Friedman, 1991).
3. Interaksi mengacu pada perkalian silang variabel prediktor yang berkorelasi, yang menangkap efek gabungannya pada variabel respons. Jumlah yang diizinkan (MI) biasanya ditetapkan pada 1, 2, atau 3. Menetapkan MI di atas 3 dapat menghasilkan model yang terlalu rumit dan sulit ditafsirkan. (Friedman, 1991)

Fungsi model MARS sebagai berikut (Prastika dkk., 2021):

$$\begin{aligned} y_i &= f(\mathbf{x}_i) + \varepsilon_i \\ &= \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m B_m(\mathbf{x}_i) + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (2.23)$$

dengan koefisien α_0 menyatakan konstanta, sedangkan α_m mewakili koefisien untuk *basis functions* ke- m , serta $B_m(\mathbf{x}_i) = \prod_{k=1}^{K_m} [s_{km}(x_{v(k,m)_i} - t_{km})]$. Bentuk notasi matriks persamaan model MARS sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.24)$$

dengan:

$$\mathbf{y}_{n \times 1} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{(M+1) \times 1} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_M)'$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n \times 1} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)'$$

$\mathbf{B}_{n \times (M+1)}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)1} - t_{k1})] & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)1} - t_{kM})] \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)2} - t_{k1})] & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)2} - t_{kM})] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)n} - t_{k1})] & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)n} - t_{kM})] \end{pmatrix}$$

dengan:

$\mathbf{y}$: Vektor variabel respon ($n \times 1$)

$\mathbf{B}$: Matriks fungsi basis yang ($n \times (m + 1)$)

α : Vektor koefisien regresi ($(m + 1) \times 1$)

ϵ : Vektor galat ($n \times 1$)

M : Banyaknya *basis functions nonconstant*

k_m : Banyaknya interaksi pada fungsi basis ke- m

s_{km} : Tanda/sign fungsi basis, bernilai ± 1 , bernilai $+1$ jika knot terletak disebelah kanan atau -1 jika knot terletak disebelah kiri sub wilayah, yaitu fungsi basis interaksi ke- k dan fungsi basis ke- m .

$x_{v(k,m)i}$: Variabel prediktor ke- v , merupakan fungsi basis interaksi ke- k dan fungsi basis ke- m

t_{km} : Nilai knot dari interaksi ke- k dan fungsi basis ke- m

$B_{mi}(x_i)$: Fungsi basis ke- m

1. Penaksiran Parameter Model MARS

Estimator MARS menurut (Friedman, 1991) dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x_i) &= \hat{\alpha}_0 + \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_m \prod_{k=1}^{K_m} [s_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]^+ \\ &= \hat{\alpha}_0 + \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_m B_m(x_i) \end{aligned} \quad (2.25)$$

dengan $B_{mi}(\mathbf{x}_i) = \prod_{k=1}^{K_m} [s_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]$;

$$x_{v(k,m)i} \in \{x_j\}_{j=1}^p \text{ dan } t_{km} \in \{x_{v(k,m)i}\}_{i=1}^n$$

Apabila $s_{km} = +1$, maka

$$(x_{v(k,m)i} - t_{km})_+ = \begin{cases} x_{v(k,m)i} - t_{km}, & \text{jika } x_{v(k,m)i} > t_{km}, \text{ dan} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Apabila $s_{km} = -1$, maka

$$(x_{v(k,m)i} - t_{km})_+ = \begin{cases} t_{km} - x_{v(k,m)i}, & \text{jika } t_{km} > x_{v(k,m)i}, \text{ dan} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Persamaan $B_{mi}(\mathbf{x}_i)$ jika dinyatakan menjadi satu kesatuan.

$$B_{mi}(\mathbf{x}_i) = [\max(s_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km}), 0)]^+ \quad (2.26)$$

keterangan:

$\hat{\alpha}_0$: Parameter dugaan *basis functions* konstan

$\hat{\alpha}_m$: Parameter dugaan basis fungsi *nonconstant* ke- m

2. Pengujian Parameter Model MARS

Pengujian simultan parameter MARS dengan hipotesisnya sebagai berikut.

$$H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_M = 0$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \alpha_M \neq 0, h = 1, \dots, M$$

Berikut statistik uji pengujian parameter MARS secara simultan (Agresti, 2002).

$$\hat{G}^2 = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \quad (2.27)$$

Tolak H_0 jika $\hat{G}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$ di mana $v = n(\Omega) - n(\omega)$. Pengujian parameter secara parsial hipotesisnya adalah sebagai berikut.

$$H_0: \alpha_h = 0$$

$$H_1: \alpha_h \neq 0, h = 1, \dots, h$$

Berikut pengujian secara parsial (Draper dan Smith, 1998).

$$t = \frac{\hat{\alpha}_h}{se(\hat{\alpha}_h)} \quad (2.28)$$

$$\text{di mana, } se(\hat{\alpha}_h) = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1} \right)} C_{hh}$$

dengan:

C_{hh} : elemen-elemen pada diagonal utama matriks $(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}$

Tolak H_0 jika $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$, atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.1.9 Generalized Cross Validation (GCV)

MARS dimulai dengan menentukan knot, atau titik perubahan perilaku. Penentuan knot dilakukan dengan algoritma *forward stepwise* dan *backward stepwise* dan mempertimbangkan nilai terkecil dari *Generalized Cross Validation* (GCV) (Friedman, 1991). Persamaan GCV adalah sebagai berikut:

$$GCV(M) = \frac{MSE}{\left[1 - \frac{C(\tilde{M})}{n}\right]^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{f}_M(x_i)]^2}{\left[1 - \frac{C(\tilde{M})}{n}\right]^2} \quad (2.29)$$

dengan,

$$C(\tilde{M}) = C(M) + d \cdot M, \hat{f}_M(x_i) = \hat{\alpha}_0 + \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_m \prod_{k=1}^{K_m} [s_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]^+$$

di mana

n : Jumlah data

M : Jumlah fungsi basis pada MARS

$$C(\tilde{M}) : C(M) + d.M$$

$C(M)$: $\text{Trace} [\mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T] + 1$ merupakan banyaknya parameter yang diestimasi

d : Derajat interaksi. Friedman (1991) menyarankan $d = 2$ untuk model aditif dan $d = 3$ untuk model interaksi

y_i : Nilai variabel respon ke- i

$\hat{f}_M(\mathbf{x}_i)$: Nilai taksiran variabel respon pada basis M .

Model terbaik MARS adalah dengan nilai GCV terkecil. Setelah mendapat model MARS, langkah selanjutnya yaitu menghitung koefisien determinasi (R^2). Nilai R^2 mengukur seberapa baik model dapat menjelaskan variabilitas dalam data. Model dengan nilai R^2 yang tinggi menunjukkan bahwa proporsi besar dari variasi data dapat dijelaskan oleh model, menandakan kecocokan yang baik antara model dan data (Prastika dkk., 2021).

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_i]^2}{\sum_{i=1}^n [y_i - \bar{y}_i]^2} \quad (2.30)$$

Analisis kepentingan variabel diperlukan untuk mengoptimalkan sistem seleksi. Analisis ini dapat digunakan apabila terdapat lebih dari satu variabel prediktor. Nilai kepentingan variabel prediktor pada *package R earth* mengacu pada tiga kriteria, yaitu *nsubset*, GCV, dan RSS. *Nsubset* menunjukkan bahwa variabel yang memberikan kontribusi besar pada suatu himpunan dianggap lebih penting. Berdasarkan GCV dan RSS, variabel yang paling penting adalah variabel yang paling banyak menyebabkan penurunan nilai GCV dan RSS.

2.1.10 Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline

(MAGPRS)

Model MAGPRS menggabungkan *Multivariate Adaptive Regression Spline* (MARS) dengan *Generalized Poisson Regression* (GPR) (Hidayati dkk., 2019). Perhatikan kembali model MARS pada persamaan (2.23). Fungsi regresi $f(\mathbf{x}_i)$ tersebut dapat dibangun dari penjumlahan beberapa *basis functions* $B_m(\mathbf{x}_i)$.

$$f(\mathbf{x}_i) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(\mathbf{x} - t_{1m})] + \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(\mathbf{x}_{v(1,m)} - t_{1m})] \quad (2.31)$$

$$[s_{2m}(\mathbf{x}_{v(2,m)} - t_{2m})] + \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(\mathbf{x}_{v(1,m)} - t_{1m})] [s_{2m}(\mathbf{x}_{v(2,m)} - t_{2m})] [s_{3m}(\mathbf{x}_{v(3,m)} - t_{3m})] + \dots$$

Kemudian dibuat persamaan umumnya sebagai berikut:

$$f(\mathbf{x}_i) = \alpha_0 + \sum_{K_m=1} f_i(\mathbf{x}_i) + \sum_{K_m=2} f_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{K_m=3} f_{ijk}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) + \dots + \sum_{K_m=P} f_{123..P}(\mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2i}, \dots, \mathbf{x}_{Pi}) \quad (2.32)$$

dengan indeks i, j, k pada persamaan (2.32) adalah variabel. Penjumlahan pertama pada persamaan (2.32) mempunyai fungsi univariat seperti persamaan (2.33).

$$f_i(\mathbf{x}_i) = \sum_{\substack{K_m=1 \\ i \in V(m)}} \alpha_m B_{mi}(\mathbf{x}_i) = \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(\mathbf{x}_{v(1,m)i} - t_{1m})] \quad (2.33)$$

dengan $f_i(\mathbf{x}_i)$ merupakan penjumlahan dari semua *basis functions* hanya untuk variabel $\mathbf{x}_i$. Penjumlahan kedua yaitu pada persamaan (2.34) merupakan *basis functions* untuk interaksi dua variabel sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 f_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) &= \sum_{\substack{K_m=2 \\ (i,j) \in V(m)}} \alpha_m B_{mi}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\
 &= \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(x_{v(1,m)} - t_{1m})][s_{2m}(x_{v(2,m)} - t_{2m})]
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

$f_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ merupakan penjumlahan semua *basis functions* untuk interaksi dua variabel.

$$f_{ij}^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = f_i(\mathbf{x}_i) + f_j(\mathbf{x}_j) + f_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \tag{2.35}$$

Persamaan trivariat pada persamaan (2.35) dan penjumlahan ketiga dalam persamaan (2.32) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 f_{ijk}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) &= \sum_{\substack{K_m=3 \\ (i,j,k) \in V(m)}} \alpha_m B_m(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) \\
 &= \sum_{m=1}^M \alpha_m [s_{1m}(x_{v(1,m)} - t_{1m})][s_{2m}(x_{v(2,m)} - t_{2m})][s_{3m}(x_{v(3,m)} - t_{3m})]
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

$f_{ijk}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k)$ merupakan interaksi tiga variabel $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k$ yang didapat dari penjumlahan semua fungsi basis. Penambahan ketiga fungsi dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 f_{ijk}^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) &= f_i(\mathbf{x}_i) + f_j(\mathbf{x}_j) + f_k(\mathbf{x}_k) + f_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \\
 &\quad f_{ik}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) + f_{jk}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) + f_{ijk}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k)
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Persamaan (2.37) adalah gambaran dari kontribusi trivariat secara bersama. Variabel prediktor x_i, x_j, x_k yang saling berinteraksi.

Fungsi regresi $f(\mathbf{x}_i)$ merepresentasikan hubungan antara variabel $\mathbf{x}$ dan variabel respon $\mathbf{y}$, dimana bentuk fungsinya tidak diketahui dan diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik. Pada model regresi nonparametrik diasumsikan adanya korelasi antar variabel respon. Apabila model MARS digunakan untuk mengakomodasi korelasi tersebut, diasumsikan bahwa variabel respon berdistribusi *generalized Poisson* (Hidayati dkk., 2019). Perhatikan kembali bahwa model MAGPRS terbentuk dengan menggabungkan model GPR pada persamaan (2.17) dan model MARS yang ditunjukkan pada persamaan (2.23). Sehingga model MAGPRS dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 y_i &\sim GP(\mu_i, \theta), \quad i = 1, 2, 3 \dots n \\
 \ln(\mu_i) &= f(\mathbf{x}_i) = \alpha_0 + \prod_{k=1}^{K_m} [s_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]^+ \\
 \mu &= \exp\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m B_{mi}(\mathbf{x}_i)\right) \\
 \ln(\mu_i) &= \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

di mana $\mathbf{B}_i = (1, B_{1i}, B_{2i}, \dots, B_{Mi})$ dan $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)$ adalah vektor kolom berukuran $(M + 1) \times 1$. M adalah banyaknya fungsi basis, yaitu sebanyak dua sampai empat kali variabel prediktor. Nilai $x_{v(k,m)i}$ adalah variabel prediktor ke- $v, v = 1, 2, 3, \dots, k$ pada observasi ke- i . t_{km} merupakan nilai knot dari variabel prediktor $x_{v(k,m)i}$. Nilai $B_{mi}(\mathbf{x}_i)$ adalah fungsi basis ke- m untuk observasi ke- i .

Persamaan (2.38) dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$y = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}_1) \\ f(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ f(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(\mu_1) \\ \ln(\mu_2) \\ \vdots \\ \ln(\mu_n) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)1} - t_{k1})]_+ & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)1} - t_{kM})]_+ \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)2} - t_{k1})]_+ & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)2} - t_{kM})]_+ \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [s_{k1}(x_{v(k,1)n} - t_{k1})]_+ & \cdots & \prod_{k=1}^{K_M} [s_{kM}(x_{v(k,M)n} - t_{kM})]_+ \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{bmatrix}$$

1. Estimasi parameter MAGPRS

Pada bab ini menjabarkan penaksiran parameter MAGPRS berdasarkan penelitian oleh Hidayati dkk. (2019). Estimasi parameter MAGPRS memakai *Weighted Least Square* (WLS) Estimasi parameter MAGPRS menggunakan WLS, $E[Y] = \mu = \exp(\mathbf{B}\alpha)$ jadi $\hat{Y} = \hat{\mu}$ dengan *error*nya yakni $\varepsilon = Y - E(Y) = Y - \mu = Y - \exp(\mathbf{B}\alpha) = \ln(Y) - (\mathbf{B}\alpha)$ dengan asumsi pembobot varians dari Y berupa matriks $\mathbf{W}$ (Prastika dkk., 2021).

Matriks $\mathbf{W}$ adalah matriks diagonal pembobot berukuran $n \times n$ dengan elemen diagonalnya $1/w_i$, di mana $1/w_i = 1/\mu_i(1 + \theta\mu_i)^2$, n merupakan banyaknya observasi.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{w_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{w_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_1(1 + \theta\mu_1)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_2(1 + \theta\mu_2)^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_n(1 + \theta\mu_n)^2} \end{bmatrix}$$

Matriks pada persamaan tersebut merupakan matriks berbobot (*weighted matrix*) yang berguna untuk mengakomodasi korelasi antar variabel respon dalam proses estimasi kurva regresi nonparametrik Jadi estimasi parameter

MARS didapat dengan meminimalkan jumlah derajat *error*, berikut derajat *error*nya.

$$\psi = \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}) \quad (2.39)$$

di mana fungsi ψ adalah jumlah kuadrat *error*. Persamaan (2.39) dapat dibentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \psi &= (\mathbf{y}^T - \mathbf{B}^T \boldsymbol{\alpha}^T) \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} \end{aligned}$$

Derajat kesalahan diperoleh dengan mengambil turunan parsial pertama terhadap $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ dan menjadikannya sama dengan nol, sehingga menghasilkan estimasi berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\alpha}} &= \frac{(\mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{B} - \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha})}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = 0 \\ &= -2\mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{B} + 2\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B} = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Persamaan (2.40) dapat ditulis sebagai berikut

$$\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (2.41)$$

dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (2.41) dengan $(\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1}$ diperoleh

$$(\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{y}$$

Karena $(\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B} = \mathbf{I}$, maka dapat ditulis sebagai berikut

$$(\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{y}$$

$$\mathbf{I} \boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{W} \mathbf{y}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, pendugaan parameter sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{WLS} = (\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (2.42)$$

Selanjutnya, estimasi parameter model MAGPRS dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (2.42), sehingga estimasi model fungsi regresi MAGPRS sebagai berikut (Hidayati dkk., 2019).

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \ln(\hat{\mu}) = \mathbf{B}\hat{\alpha} = \mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{W} \mathbf{B} \mathbf{y} \quad (2.43)$$

2. Pengujian Parameter model MAGPRS

Pengujian simultan MAGPRS memanfaatkan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT), pengujian parameter secara simultan hipotesisnya adalah sebagai berikut (Hidayati dkk., 2019).

$$H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_H = 0$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \alpha_h \neq 0, h = 1, \dots, H$$

Tahapan yang dilakukan yaitu menentukan himpunan parameter dibawah populasi $\Omega = \{\theta, \alpha_1, \dots, \alpha_h\}$ dan himpunan parameter dibawah H_0 yaitu $\omega = \{\theta\}$. Fungsi likelihood himpunan parameter dibawah populasi sebagai berikut (Hidayati dkk., 2019):

$$f(y_i | \Omega) = \left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right)$$

$$y_i = 0, 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned} L(\Omega) &= \prod_{i=1}^n f(y_i | \Omega) \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \prod_{i=1}^n \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp \left(\sum_{i=1}^n \frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right) \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\exp(\mathbf{B}\alpha)}{1 + \theta \exp(\mathbf{B}\alpha)} \right)^{y_i} \prod_{i=1}^n \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \\ &\quad \exp \left(\sum_{i=1}^n \frac{(\exp(\mathbf{B}\alpha))(1 + \theta y_i)}{1 + \theta(\exp(\mathbf{B}\alpha))} \right) \end{aligned}$$

dengan $\mu_i = \exp(\alpha_0 + \sum_{h=1}^H \alpha_h B_{hi}(\mathbf{x}_i)) = \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})$. Selanjutnya, maksimumkan logaritma natural fungsi *likelihood* di bawah populasi, $L(\hat{\Omega})$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\Omega) &= \sum_{i=1}^n \ln \left[\left(\frac{\exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})}{1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \text{Exp} \left(\sum_{i=1}^n \frac{(\exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})} \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \{ y_i(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}) - y_i \ln(1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})) \\ &\quad + (y_i - 1) \ln(1 + \theta y_i) - \ln(y_i!) \\ &\quad - \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})(1 + \theta y_i)(1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^{-1} \} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Estimasi parameter didapatkan dengan menurunkan persamaan (2.39) terhadap $(\boldsymbol{\alpha}, \theta)$. Turunan persamaan (2.39) terhadap $\boldsymbol{\alpha}$ sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\Omega)}{\partial \boldsymbol{\alpha}} &= \sum_{i=1}^n \left[(y_i \mathbf{B} - (\theta y_i \mathbf{B} \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}) / (1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))) \right. \\ &\quad \left. - (1 + \theta y_i) \{ [(\mathbf{B} \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})) / (1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))] \right. \\ &\quad \left. - [\theta \mathbf{B} (\exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^2 / (1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^2] \} \right] \end{aligned}$$

Turunan pertama persamaan (2.39) terhadap (θ) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\Omega)}{\partial \theta} &= \sum_{i=1}^n \{ y_i \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})(1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^{-1} \\ &\quad + y_i(y_i - 1)(1 + \theta y_i)^{-1} - \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}) \\ &\quad [y_i(1 + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^{-1} - (1 + \theta y_i) \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha})(1 \\ &\quad + \theta \exp(\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}))^{-2}] \} \end{aligned}$$

Fungsi *likelihood* di bawah H_0 adalah $L(\hat{\omega})$ sebagai berikut, dimana $\mu_i = \exp(\alpha_0)$

$$\begin{aligned} f(y_i | \omega) &= \left(\frac{\mu_i}{1 + \theta \mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp \left(\frac{-\mu_i(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \mu_i} \right); \\ y_i &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L(\omega) &= \prod_{i=1}^n f(y_i | \omega) \\
&= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\exp(\alpha_0)}{1 + \theta \exp(\alpha_0)} \right)^{y_i} \prod_{i=1}^n \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} \\
&\quad \exp \left(\sum_{i=1}^n \frac{(\exp(\alpha_0))(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \exp(\alpha_0)} \right)
\end{aligned}$$

Selanjutnya, memaksimumkan logaritma natural fungsi likelihood di bawah $H_0, L(\hat{\omega})$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\ln L(\omega) &= \sum_{i=1}^n \ln \left[\left(\frac{\exp(\alpha_0)}{1 + \theta \exp(\alpha_0)} \right)^{y_i} \frac{(1 + \theta y_i)^{y_i-1}}{y_i!} \right. \\
&\quad \left. \exp \left(\sum_{i=1}^n \frac{(\exp(\alpha_0))(1 + \theta y_i)}{1 + \theta \exp(\alpha_0)} \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \{ y_i \ln(\hat{\alpha}_0) - y_i \ln(1 + \theta \exp(\hat{\alpha}_0)) \\
&\quad + (y_i - 1) \ln(1 + \theta y_i) - \ln(y_i!) \\
&\quad - \exp(\hat{\alpha}_0)(1 + \theta y_i)(1 + \theta \exp(\hat{\alpha}_0))^{-1} \}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Estimasi parameter dilakukan dengan menurunkan persamaan (2.45) terhadap θ . Sehingga didapat hasil sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \theta} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \exp(\hat{\alpha}_0) (1 + \theta \exp(\hat{\alpha}_0))^{-1} \right. \\
&\quad + y_i (y_i - 1) (1 + \theta y_i)^{-1} - \exp \hat{\alpha}_0 \left[y_i (1 + \theta \exp(\hat{\alpha}_0))^{-1} \right. \\
&\quad \left. \left. - (1 + \theta y_i) \exp(\hat{\alpha}_0) (1 + \theta \exp(\hat{\alpha}_0))^{-2} \right] \right\}
\end{aligned}$$

Hasil penurunan pertama fungsi $\ln$ likelihood menunjukkan bahwa masih megandung parameter, sehingga fungsi tidak *close form*, sehingga

diperlukan proses untuk mendapatkan nilai parameter yang digunakan optimasi numerik. Optimasi numerik pada penelitian ini menggunakan algoritma Berndt Hall Hall Hausman (BHHH).

BHHH untuk himpunan parameter di bawah populasi dan di bawah H_0 , artinya algoritma dipakai ketika menghitung parameter penuh maupun parameter terbatas (pada saat uji hipotesis dengan *likelihood ratio*). Berikut merupakan algoritma iterasi BHHH untuk himpunan parameter di bawah H_0 (Hidayati dkk., 2019).

1. Menentukan nilai awal γ_0 dan $\ell = 0$ dengan nilai $\varepsilon > 0$ untuk batas toleransi konvergensi. $\gamma_0 = [\hat{\theta}_0]^T$ di mana nilai $\hat{\theta}_0 > 0$ sesuai dengan fungsi *generalized poisson*.

2. Membentuk vektor gradien, sebagai berikut.

$$\mathbf{g}(\hat{\gamma}_\ell) = \left[\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \theta} \right]^T$$

3. Mencari turunan pertama fungsi ln densitas terhadap parameter

$$\mathbf{k}_i(\hat{\gamma}_\ell) = \left[\frac{\partial \ln f(y_i)}{\partial \theta} \right]^T$$

4. Membuat matrik Hessian, sebagai berikut

$$\mathbf{H}(\hat{\gamma}_\ell) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i(\hat{\gamma}_\ell) \mathbf{k}_i(\hat{\gamma}_\ell)^T$$

5. Mensubstitusikan nilai $\hat{\gamma}_\ell$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\gamma}_\ell)$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\gamma}_\ell)$
6. Melakukan iterasi mulai $\ell = 0$ dengan persamaan $\gamma_{\ell+1} = \gamma_\ell - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\gamma}_\ell) \mathbf{g}(\hat{\gamma}_\ell)$, iterasi berhenti jika $\|\hat{\gamma}_{\ell+1} - \hat{\gamma}_\ell\| \leq \varepsilon$ di mana ε adalah bilangan positif yang sangat kecil mendekati nilai 0,001 .
7. Mengulangi step (2) dan seterusnya dengan $\ell = \ell + 1$

Nilai estimasi parameter dibawah populasi dan dibawah H_0 sudah didapatkan, selanjutnya menghitung statistik uji dengan menggunakan rumus sebagai berikut (Agresti, 2002).

$$\begin{aligned} G^2 &= -2\ln \Lambda = -2\ln \left\{ \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right\} = -2\ln (L(\hat{\omega}) - L(\hat{\Omega})) \\ &= 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \end{aligned}$$

di mana

$$\begin{aligned} L(\hat{\Omega}) &= \max_{\Omega} L(\Omega) \\ \ln L(\hat{\Omega}) &= \sum_{i=1}^n \{y_i(\mathbf{B}\hat{\alpha}) - y_i \ln (1 + \hat{\theta} \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha})) \\ &\quad + (y_i - 1) \ln (1 + \hat{\theta} y_i) - \ln (y_i!) - \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha})(1 + \hat{\theta} y_i)(1 \\ &\quad + \hat{\theta} \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha}))^{-1}\} \end{aligned}$$

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$$

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\omega}) &= \sum_{i=1}^n \{y_i \ln (\hat{\alpha}_0) - y_i \ln (1 + \hat{\theta} \exp (\hat{\alpha}_0)) \\ &\quad + (y_i - 1) \ln (1 + \hat{\theta} y_i) - \ln (y_i!) \\ &\quad - \exp (\hat{\alpha}_0)(1 + \hat{\theta} y_i) (1 + \hat{\theta} \exp (\hat{\alpha}_0))^{-1}\} \end{aligned}$$

Sehingga didapat statistik uji pengujian parameter MAGPRS secara simultan sebagai berikut (Hidayati dkk., 2019).

$$\begin{aligned} \hat{G}^2 &= -2\ln \Lambda = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \\ &= 2 \left[\sum_{i=1}^n y_i(\mathbf{B}\hat{\alpha}) - \sum_{i=1}^n y_i \ln (\hat{\alpha}_0) + \sum_{i=1}^n y_i \frac{\ln (1 + \hat{\theta} \exp (\hat{\alpha}_0))}{\ln (1 + \hat{\theta} \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha}))} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^n \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha})(1 + \hat{\theta} y_i)(1 + \hat{\theta} \exp (\mathbf{B}\hat{\alpha}))^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^n \exp (\hat{\alpha}_0)(1 + \hat{\theta} y_i) (1 + \hat{\theta} \exp (\hat{\alpha}_0))^{-1} \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

dengan $\hat{G}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$ dan $v = n(\Omega) - n(\omega)$. Tolak H_0 jika $\hat{G}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$.

Pengujian parameter secara parsial hipotesisnya adalah sebagai berikut.

$$H_0: \alpha_h = 0$$

$$H_1: \alpha_h \neq 0, h = 1, \dots, h$$

Berikut pengujian parameter secara parsial menggunakan uji T.

$$T = \frac{\hat{a}_h}{se(\hat{a}_h)} \quad (2.47)$$

$$\text{di mana, } se(\hat{a}_h) = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1}\right)} C_{hh}$$

dengan:

C_{hh} : elemen-elemen pada diagonal utama matriks $(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}$

Tolak H_0 jika $|T| > T_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $p\text{-value} < \alpha$, berarti bahwa semua fungsi basis

yang dipilih pada model MAGPRS berpengaruh terhadap variabel respon.

2.1.11 Penyakit Polio

Polio atau poliomyelitis adalah penyakit menular yang disebabkan oleh virus polio yang menyerang sistem saraf dan dapat menyebabkan kelumpuhan permanen. Virus ini menyebar terutama melalui jalur fekal-oral, yaitu melalui makanan atau air yang terkontaminasi. Polio umumnya menyerang anak-anak di bawah usia lima tahun, namun dapat juga terjadi pada usia lainnya. Polio termasuk dalam kategori penyakit yang dapat dicegah dengan imunisasi (PD3I), namun cakupan imunisasi di beberapa daerah di Jawa Timur masih belum merata. Penelitian ini menganalisis beberapa variabel, yaitu:

1. Rumah Tangga dengan Fasilitas Tempat Buang Air Besar Sendiri

Fasilitas buang air sendiri berarti setiap rumah tangga memiliki jamban yang tidak digunakan bersama dengan rumah lain. Kepemilikan fasilitas ini menunjukkan kemandirian dalam menjaga kebersihan dan sanitasi lingkungan, serta mengurangi risiko penularan penyakit akibat buang air besar sembarangan.

2. Keluarga dengan Akses Air Minum Layak

Air minum yang layak yakni air dengan asal sumber yang terlindungi, seperti air ledeng, keran umum, hidran, terminal air, penampungan air hujan (PAH), mata air terlindung, serta sumur bor atau sumur pompa. Sumber air ini harus berada setidaknya 10 meter dari fasilitas pembuangan limbah, tempat penampungan sampah, maupun saluran pembuangan kotoran, guna mencegah risiko kontaminasi (Utami & Ubaidillah, 2022).

3. Imunisasi Polio 4

Upaya pencegahan penyakit poliomyelitis (kelumpuhan infantil) dilakukan melalui pemberian imunisasi dalam bentuk tetesan oral. Vaksin polio pertama (Polio I) diberikan saat anak berusia 3 hingga 4 bulan, kemudian dilanjutkan dengan dosis Polio II, Polio III, dan Polio IV dengan selang waktu antar pemberian sekitar 6 minggu (Hulu dkk., 2020).

4. Balita Memiliki Buku Kesehatan Ibu dan Anak (KIA)

Buku (KIA) adalah catatan penting yang mencakup informasi tumbuh kembang anak, status imunisasi, dan riwayat kesehatan ibu selama kehamilan. Kepemilikan dan pemanfaatan Buku KIA oleh orang tua

mencerminkan tingkat kesadaran terhadap pemantauan kesehatan balita secara rutin dan menyeluruh.

5. Kunjungan Neonatal 1 Kali

Kunjungan neonatal sangat penting untuk deteksi dini risiko infeksi, edukasi imunisasi, dan pencegahan penyakit menular seperti polio. Minimnya kunjungan neonatal dapat menyebabkan keterlambatan dalam pemberian imunisasi atau pengenalan gejala awal penyakit. Menurut Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 6 Tahun 2024 (Indonesia, 2024), standar kuantitas kunjungan minimal tiga kali selama periode neonatal, dengan ketentuan: Kunjungan Neonatal (KN 1) 16-48 jam setelah lahir, Kunjungan Neonatal 2 (KN2) 3-7 hari, dan Kunjungan Neonatal (KN 3) 8-28 hari.

6. Kunjungan Neonatal 3 Kali (KN Lengkap)

Kunjungan neonatal lengkap (3 kali) memberi peluang optimal bagi tenaga kesehatan untuk melakukan pemantauan tumbuh kembang, memberikan edukasi penting kepada orang tua, dan memastikan bayi mendapatkan imunisasi dasar tepat waktu, termasuk vaksin polio. Dengan demikian, diharapkan dapat menurunkan risiko kejadian kasus polio pada anak.

7. Pemberian ASI Eksklusif

ASI eksklusif adalah pemberian Air Susu Ibu saja kepada bayi sejak lahir hingga usia 6 bulan, tanpa tambahan makanan atau minuman lain, termasuk air putih, kecuali obat-obatan atau vitamin yang diresepkan oleh tenaga kesehatan. Pemberian ASI ini bertujuan meningkatkan sistem imun bayi dan mencegah penyakit menular seperti polio.

8. Cakupan Desa *Universal Child Immunization* (UCI)

Desa Universal Child Immunization (UCI) adalah desa/kelurahan di mana sekurang-kurangnya 80% bayi yang ada di wilayah tersebut telah mendapatkan imunisasi dasar lengkap sebelum usia satu tahun, sesuai standar program imunisasi nasional.

9. Pemberian Vitamin A

Vitamin A adalah nutrisi penting yang berfungsi dalam menjaga kesehatan mata, meningkatkan daya tahan tubuh terhadap infeksi, dan mendukung pertumbuhan serta perkembangan anak.

2.2 Kajian Integrasi MAGPRS dengan Al-Qur'an/ Hadits

Al-Qur'an tidak secara eksplisit menjelaskan tentang *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (MAGPRS), namun terdapat ayat-ayat yang menjelaskan mengenai tujuan metode MAGPRS. Penelitian ini menerapkan metode MAGPRS pada kasus polio. Poliomieltitis atau polio yakni penyakit kelumpuhan akut yang diakibatkan oleh infeksi virus polio. Anak-anak dengan umur dibawah 5 tahun rentan terjangkit penyakit polio. Kelompok yang menolak imunisasi, lingkungan dengan sanitasi kotor, dan anak-anak dengan kekebalan tubuh rendah juga memiliki risiko tinggi terjangkit polio. Berikut kajian teoritis implementasi metode MAGPRS pada kasus polio. Sebagaimana firman-Nya dalam surah Al-Qiyamah ayat 17 yang berbunyi (Kemenag, 2025c):

إِنَّ عَلَيْنَا جَمْعَهُ وَقُرْآنَهُ ﴿١٧﴾

Artinya:

“Sesungguhnya tugas Kami lah untuk mengumpulkan (dalam hatimu) dan membacakannya.”(QS. Al-Qiyamah [75]:17).

Menurut Az-Zuhaili (2013), maksud *qur'aanahu* dalam ayat ini yaitu *qiraa'atahu* (pembacaannya) dan sudah diketahui bahwa Al-Qur'an diturunkan secara bertahap sedikit demi sedikit, dan setelah sebagiannya dikumpulkan dengan sebagian lainnya, ia dinamakan Al-Qur'an. Dia dinamakan al-kitab, yang berasal dari kata *al-katb* yang berarti pengumpulan kerana dia mengumpulkan (berisi) berbagai macam kisah, ayat, hukum, dan berita dalam metode yang khas. Secara konteks implisit hal ini menjelaskan bahwa sebelum menerapkan sebuah metode dibutuhkan pengumpulan informasi mengenai variabel-variabel yang diduga mempengaruhi banyaknya kasus polio. Pada penerapan metode MAGPRS ini akan dilakukan pemeriksaan terhadap variabel-variabel yang diduga mempengaruhi banyaknya kasus polio. Pada QS. Al-Jasiyah ayat 3-4 (Kemenag, 2025d) berikut:

إِنَّ فِي السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِ لَاٰيٰتٍ لِّلْمُؤْمِنِيْنَ ﴿٣﴾ وَفِيْ خَلْقِكُمْ وَمَا يَبْتُئْنَ مِنْ دَابَّۃٍ اٰيٰتٍ لِّقَوْمٍ يُوقِنُوْنَ ﴿٤﴾

Artinya:

"Sungguh, pada langit dan bumi benar-benar terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah SWT) bagi orang-orang mukmin. Dan pada penciptaan dirimu dan pada makhluk bergerak yang bernyawa yang bertebaran (di bumi) terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah SWT) untuk kaum yang meyakini."(QS. Al-Jasiyah [45]:3-4).

Menurut Az-Zuhaili (2013) ketika manusia meperhatikan langit dan bumi, keduanya pasti ada Penciptanya, ia beriman. Lalu ketika mencermati penciptaan dirinya dan yang lainnya, keimanannya semakin bertambah, ia pun menjadi yakin. Lalu ketika ia mencermati berbagai fenomena lainnya, akal nya sempurna dan ilmunya benar-benar kukuh. Dalam konteks modern ayat ini sejalan dengan penerapan metode MAGPRS untuk meneliti lebih lanjut mengenai variabel yang sangat berpengaruh pada banyaknya kasus polio. Pertama melakukan pemeriksaan pada data polio apakah berdistribusi poisson. Kemudian dilakukan pemeriksaan

Equidispersi untuk mengetahui apakah terjadi *under/over*. Kemudian dilakukan pemodelan matematikanya. Dalam mendapatkan model terbaik perlu melakukan *trial and error* untuk penentuan *basis functions* (BF), *Interaction Maximum* (MI), dan *Minimum Observation* (MO)(Kartini & Laelatul, 2022). Hal ini menunjukkan bahwa perlunya mencermati sumber referensi yang sesuai untuk mengetahui tahapan-tahapan penerapan pemodelan matematika. Salah satu hadist juga menyebutkan pentingnya verifikasi informasi sebelum disampaikan.

وَعَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُ قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ: «كَفَى بِالْمَرْءِ كَذِبًا أَنْ يُحَدِّثَ بِكُلِّ مَا سَمِعَ». (رَوَاهُ مُسْلِمٌ)

Artinya:

“Abu Hurairah *radhiyAllahu ‘anhu* meriwayatkan: Rasulullah ﷺ bersabda, “Cukuplah seseorang itu dikatakan berdusta apabila ia menceritakan semua yang ia dengar.” (HR. Muslim).

Hadits Nabi Muhammad ﷺ mengajarkan pentingnya verifikasi informasi sebelum disampaikan. Hadits ini menegaskan bahwa menyebarkan informasi tanpa memastikan kebenarannya dapat berujung pada kebohongan, meskipun seseorang tidak berniat untuk berdusta. Dalam Islam, prinsip tabayyun (klarifikasi dan validasi berita) merupakan nilai moral yang esensial untuk menjaga kebenaran dan mencegah fitnah. Nilai ini memiliki relevansi dengan pendekatan ilmiah dalam analisis data, khususnya dalam konteks pemodelan MAGPRS. Model ini dirancang untuk menganalisis data count multivariat yang kompleks, di mana hubungan antar variabel tidak selalu linear. Oleh karena itu, sebelum menghasilkan prediksi atau menarik kesimpulan, MAGPRS menekankan pentingnya pengujian, penyesuaian, dan validasi data secara menyeluruh.

Penggunaan MAGPRS tidak hanya menunjukkan ketelitian secara metodologis, tetapi juga mencerminkan nilai-nilai etika Islam dalam menyikapi informasi yaitu kehati-hatian, keakuratan, dan tanggung jawab dalam menyampaikan kebenaran. Meskipun MAGPRS adalah teknik modern, prinsip dasarnya seperti analisis deskriptif, pengujian data, membuat pemodelan dan sistemasi pengerjaan yang harus sesuai aturan dengan meneliti setiap tahapannya telah tercermin dalam Al-Qur'an dan hadits. Ayat-ayat ini menekankan pentingnya ketelitian, adaptabilitas, dan keadilan dalam pengolahan informasi, yang menjadi inti dari pemodelan statistik.

2.3 Kajian Metode MAGPRS dengan Kasus Polio

Tahap pertama Penelitian ini diawali dengan menjelaskan tentang karakteristik data. Analisis deskriptif dilakukan untuk mengetahui *mean*, varians, nilai maksimal dan nilai minimal. Kemudian membuat *Scatterplot* dilakukan untuk mengetahui pola hubungan antara banyaknya kasus polio dengan variabel yang diduga mempengaruhi polio seperti yang tertera pada tabel 3.1. Hubungan antara banyaknya kasus polio dan prediktornya juga dapat dikonfirmasi secara numerik menggunakan rumus koefisien korelasi *Spearman*. Rumus korelasi *Spearman* menggunakan persamaan (2.1). Dilanjutkan dengan melakukan pengujian terhadap distribusi Poisson pada variabel respon (y) untuk memeriksa apakah data tersebut mengikuti pola distribusi Poisson. Uji statisik yang digunakan untuk memeriksa apakah data mengikuti distribusi Poisson yaitu uji *Kolmogorov-Smirnov*. Rumus uji *Kolmogorov-Smirnov* ditunjukkan pada persamaan (2.4).

Langkah ini penting guna menilai kesesuaian asumsi distribusi sebelum menerapkan model yang sesuai. Tahap selanjutnya yaitu pemeriksaan equidispersi untuk memeriksa apakah terjadi *over/underdispersi*. Pemeriksaan equidispersi menentukan metode yang sesuai pada penelitian ini. Jika terjadi equidispersi maka akan menggunakan metode *Multivariate Adaptive Poisson Regression Spline* (MAPRS). Jika terjadi *over/underdispersi* akan menggunakan metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (MAGPRS). Namun dalam penelitian ini akan mencoba menerapkan metode MAGPRS, sehingga ketika terjadi equidispersi akan dilakukan *input* data ulang. Penelitian equidispersi ini menggunakan persamaan (2.15) dan bantuan *Rstudio*.

Kemudian pembentukan model *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (MAGPRS) terpilih dengan mempertimbangkan tiga komponen, yakni *basis functions* (BF), maksimum interaksi (MI), dan observasi minimum (MO). Variabel prediktor yang dijelaskan pada tabel (3.1) berjumlah 9 sehingga kombinasi BF, yaitu 18, 27, dan 36. MI yang digunakan yaitu 1, 2, dan 3. Sedangkan MO yang digunakan yaitu 0, 1, 2, dan 3. Tahap selanjutnya yaitu menghitung GCV dan R^2 . Pemilihan Model terpilih juga memperhatikan nilai GCV terkecil dari kombinasi BF, MI, MO. Nilai R^2 digunakan untuk mengukur seberapa baik model dalam menjelaskan variabilitas dalam data. Setelah memperoleh model dilakukan pemeriksaan *outlier* terhadap model MAGPRS.

Kemudian pengujian simultan model MAGPRS menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* ($\widehat{G^2}$) dan uji parsial MAGPRS menggunakan uji statistik T . Menginterpretasikan hasil model MAGPRS yang diperoleh dan melihat variabel prediktor yang paling berpengaruh terhadap model secara berurutan.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif. Penelitian deskriptif kuantitatif yaitu metode untuk menggambarkan dan menganalisis data menggunakan angka atau numerik. Metode MAGPRS digunakan untuk menganalisis data di penelitian ini.

3.2 Data dan Sumber Data

Data pada penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari data yang sudah tersedia sebelumnya dan tidak dikumpulkan secara langsung oleh peneliti. Sumber data diakses melalui website resmi Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. Data terdiri dari seluruh wilayah administratif di Provinsi Jawa Timur, yaitu 38 kabupaten/kota.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
y	Banyaknya Kasus Polio
x_1	Persentase Rumah Tangga dengan Fasilitas Tempat Buang Air Besar Sendiri
x_2	Persentase Keluarga dengan Akses Air Minum Layak
x_3	Persentase Imunisasi Polio 4
x_4	Persentase Balita Memiliki Buku KIA
x_5	Persentase Kunjungan Neonatal 1 Kali
x_6	Persentase Kunjungan Neonatal 3 Kali (KN Lengkap)
x_7	Persentase Pemberian ASI Eksklusif
x_8	Persentase Desa UCI
x_9	Persentase Pemberian Vitamin A

3.3 Variabel Penelitian

Variabel pada penelitian ini yakni banyaknya kasus polio di Jawa timur sebagai variabel respon. Struktur data dalam penelitian ini terdiri atas 38 observasi dan 9 variabel prediktor. Unit observasi yang digunakan adalah 38 kabupaten/kota, di mana setiap kabupaten/kota merepresentasikan satu observasi dalam analisis yang disajikan pada lampiran 1.

3.4 Teknik Analisis Data

Tahapan pada penelitian ini yaitu:

1. Penelitian ini diawali dengan analisis data.
 - a) Penyajian data dalam bentuk diagram batang untuk memahami pola distribusi maupun perbandingan antar variabel
 - b) Analisis deskriptif dilakukan untuk mengetahui nilai *mean*, varians, nilai maksimal dan nilai minimal.
 - c) *Scatterplot* dilakukan untuk mengetahui pola hubungan antara banyaknya kasus polio dengan variabel yang diduga mempengaruhi banyaknya polio seperti yang tertera pada (3.1). Hubungan antara banyaknya kasus polio dan prediktornya juga dilihat dengan nilai korelasi menggunakan rumus korelasi *Spearman* yang ditunjukkan pada persamaan (2.1).
2. Pengujian distribusi Poisson dilakukan terhadap variabel banyaknya kasus polio (y) untuk memeriksa apakah data mengikuti karakteristik distribusi Poisson. Kemudian mengevaluasi apakah data benar-benar mengikuti distribusi tersebut, digunakan uji statistik *Kolmogorov-Smirnov*

sebagaimana dinyatakan dalam persamaan (2.4). Langkah ini dilakukan untuk memastikan bahwa asumsi mengenai bentuk distribusi Poisson. Jika tidak berdistribusi Poisson akan dianalisis dengan pemodelan regresi poisson menggunakan *Generalized Poisson*.

3. Pembentukan Model MAGPRS

- a) Pengujian equidispersi dilakukan menggunakan persamaan (2.15) untuk menilai apakah varians data sebanding dengan nilai rata-ratanya, sesuai dengan asumsi distribusi Poisson. Tahapan ini krusial untuk mengidentifikasi kemungkinan terjadinya *over/underdispersi* yang dapat memengaruhi ketepatan model yang dibangun. Apabila hasil pengujian menunjukkan adanya *over/under* dispersi, maka pemodelan dilakukan dengan pendekatan *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (MAGPRS). Jika tidak terjadi *over/underdispersi* akan kembali pada langkah pencarian data baru (*input data*).
- b) Pembentukan Model *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline* (MAGPRS). Penyusunan model MAGPRS mempertimbangkan tiga kriteria, yaitu *basis functions* (BF), *Maximum Interaction* (MI), dan jumlah *Minimum Observation* dalam simpul (MO). Sembilan variabel prediktor yang digunakan sebagaimana tercantum pada Tabel (3.1), jumlah kombinasi nilai BF yang digunakan adalah 18, 27, dan 36. Sementara itu, nilai MI yang digunakan yaitu 1, 2, dan 3, serta MO yang digunakan meliputi nilai 0, 1, 2, dan 3.
- c) Nilai GCV dihitung berdasarkan rumus (2.29). Model optimal dipilih dari hasil kombinasi BF, MI, dan MO yang menghasilkan nilai GCV

paling kecil. Kombinasi tersebut menunjukkan model dengan keseimbangan terbaik antara kompleksitas dan kemampuan prediksi. Lalu dibentuk model umum MAGPRS, selanjutnya melakukan pengujian *Outlier* terhadap model MAGPRS yang didapat.

- d) Proses pendeteksian *Outlier* ini bertujuan untuk menentukan kombinasi BF, MI, dan MO yang optimal. Selain itu, keberadaan outlier juga dapat memengaruhi penentuan Observasi minimum (MO) maupun Maksimum Interaksi (MI) dalam pembangunan model, karena nilai ekstrem berpotensi menyulitkan algoritma dalam menemukan titik potong (*knot*) serta interaksi yang benar-benar mencerminkan data. Jika ada *outlier* pada model yang dibentuk maka akan dilakukan penghapusan data *outlier*. Lalu selanjutnya akan kembali pada tahap 3a.

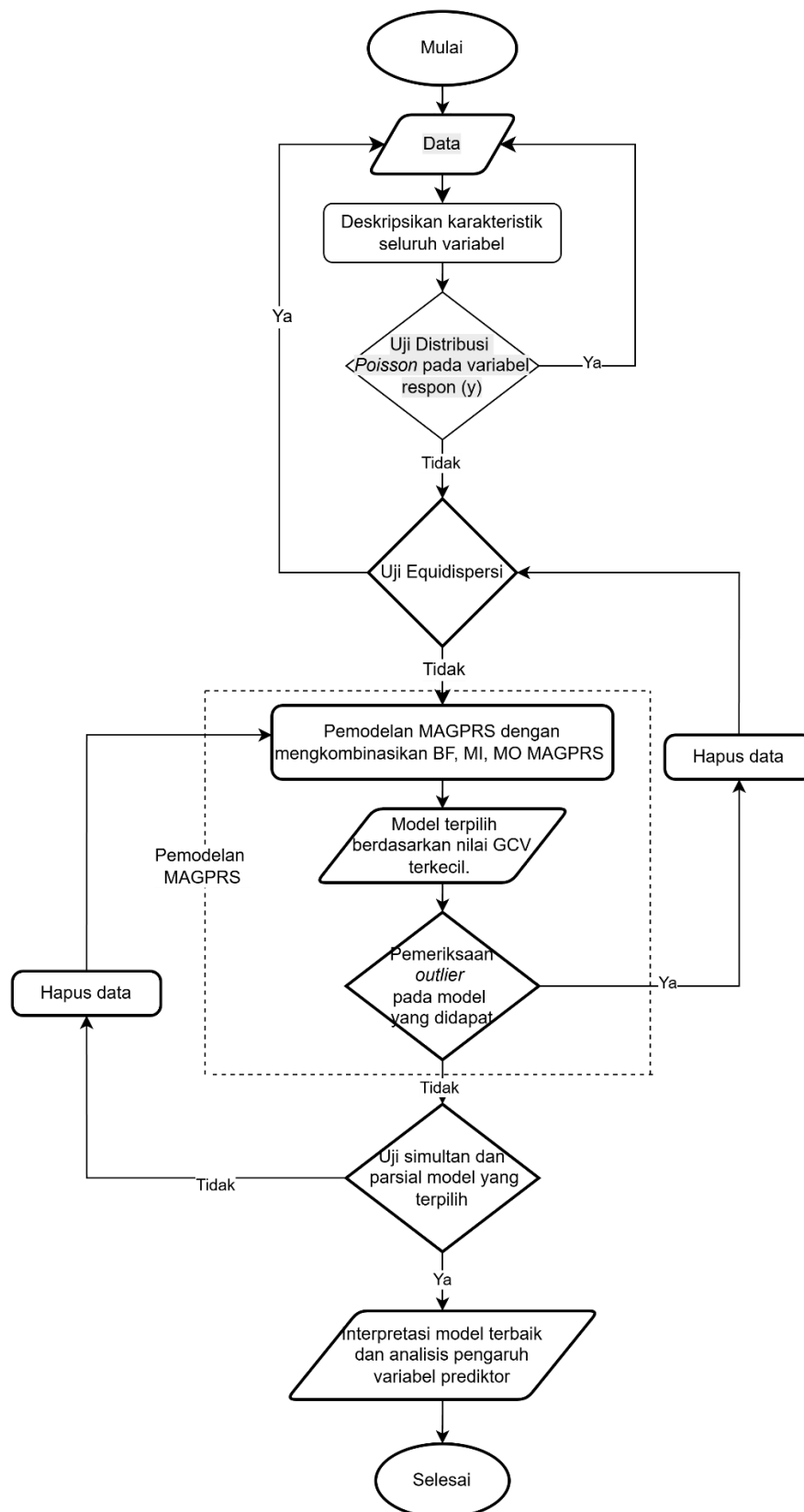
4. Melakukan pengujian parameter model MAGPRS

- a) Pengujian secara simultan terhadap model MAGPRS dilakukan menggunakan *Maksimum Likelihood Ratio Test* ($\widehat{G^2}$) yang dihitung berdasarkan persamaan (2.46).
- b) Pengujian secara parsial terhadap model MAGPRS dilakukan dengan menggunakan uji statistik T , yang dilakukan berdasarkan persamaan (2.47).

5. Menginterpretasikan hasil model MAGPRS yang diperoleh dan menganalisis kepentingan variabel prediktor.

6. Mengambil kesimpulan berdasarkan analisis yang telah dilakukan.

3.5 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

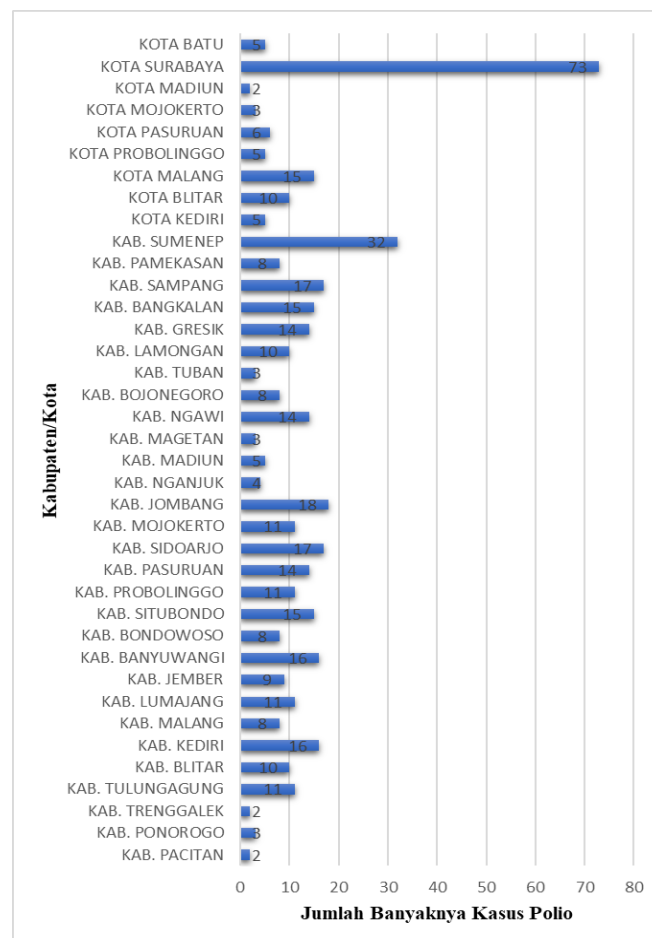
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif Data

4.1.1 Karakteristik Banyaknya kasus Polio

Pada subbab ini menjelaskan tentang karakteristik data banyaknya kasus polio di Jawa Timur. Selain itu, turut disajikan variabel-variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian. Penyajian data dilakukan dalam bentuk diagram batang sehingga memudahkan dalam memahami pola distribusi maupun perbandingan antarvariabel.



Gambar 4.1 Banyaknya Kasus Polio Setiap Kabupaten/ Kota

Berdasarkan Gambar 4.1 terlihat bahwa distribusi banyaknya kasus polio di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur pada tahun 2023 tidak merata. Kota Surabaya menunjukkan banyaknya kasus yang relatif tinggi dibandingkan daerah lainnya, diikuti oleh Kabupaten Sumenep pada posisi kedua. Sementara itu, banyaknya kasus polio paling sedikit tercatat di Kota Madiun, Kabupaten Ponorogo, dan Kabupaten Pacitan, yaitu masing-masing sebanyak dua kasus.

4.1.2 Analisis Deskripsi

Tahap analisis deskriptif bertujuan memberikan gambaran umum mengenai karakteristik data banyaknya kasus polio. Analisis ini dilakukan untuk mengetahui nilai rata-rata (*mean*), varians, nilai minimum, serta nilai maksimum yang disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Analisis Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Mean	Varians	Min	Maks
y	11,55	142,68	2,00	73,00
x_1	85,55	89,88	53,24	95,66
x_2	90,46	181,57	48,78	100,00
x_3	90,82	47,05	69,50	107,70
x_4	98,44	195,34	74,77	127,11
x_5	96,59	39,55	82,30	106,00
x_6	94,75	38,71	81,20	104,80
x_7	72,47	327,30	34,70	137,20
x_8	83,92	239,90	34,20	100,00
x_9	87,85	91,94	56,00	102,80

Tabel 4.1 menginformasikan bahwa variabel respon (y), yaitu banyaknya kasus polio di Jawa Timur pada tahun 2023, memiliki nilai rata-rata sebesar 11,55 dengan varians 142,68. Nilai varians tersebut menunjukkan bahwa

banyaknya kasus polio cukup beragam antarwilayah. Kasus polio terendah tercatat sebanyak 2 kasus Polio yang terdapat di Kota Madiun, Kabupaten Trenggalek, dan Kabupaten Pacitan, sedangkan kasus tertinggi mencapai 73 kasus Polio yang terdapat di Kota Surabaya.

Persentase rumah tangga dengan fasilitas tempat buang air besar sendiri (x_1) memiliki rata-rata 85,55%, artinya sebagian besar rumah tangga telah memiliki fasilitas sanitasi sendiri. Nilai variansnya 89,88%, sehingga dapat dikatakan bahwa setiap kabupaten/kota cukup berbeda dalam hal kepemilikan fasilitas tempat buang air besar sendiri. Persentase rumah tangga dengan fasilitas tempat buang air besar sendiri paling kecil 53,24% terjadi di Kabupaten Bondowoso. Sedangkan paling besar terjadi di Kabupaten Gresik, yaitu sebesar 95,66%

Persentase keluarga dengan akses air minum layak (x_2) memiliki rata-rata 90,46%, artinya hampir semua keluarga memiliki akses air minum layak. Nilai variansnya sebesar 181,57%, sehingga dapat dikatakan bahwa setiap kabupaten/kota di Jawa Timur masih terdapat disparitas antarwilayah dalam pemenuhan akses air minum. Persentase keluarga dengan akses air minum layak paling kecil yaitu 48,78% terjadi di Kabupaten Sidoarjo. Persentase paling tinggi sebesar 100% terjadi di Kabupaten Tulungagung, Kabupaten Banyuwangi, Kabupaten Mojokerto, Kabupaten Magetan, Kabupaten Ngawi, Kabupaten Tuban, Kabupaten Lamongan, Kabupaten Gresik, Kota Kediri, Kota Blitar, Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Pasuruan, Kota Mojokerto, Kota Madiun, Kota Surabaya, dan Kota Batu.

Rata-rata persentase imunisasi polio 4 (x_3) di Jawa Timur yaitu 90,82%, menunjukkan bahwa cakupan imunisasi polio 4 sudah tergolong tinggi dan hampir merata di seluruh kabupaten/kota. Nilai varians sebesar 47,05% mengindikasikan adanya perbedaan antarwilayah, meskipun relatif kecil, sehingga dapat dikatakan bahwa sebagian besar daerah telah mencapai capaian imunisasi polio 4 yang baik. Persentase imunisasi polio 4 paling rendah sebesar 69,50% terjadi di Kabupaten Bangkalan, sedangkan Persentasi paling tinggi terjadi di Kabupaten Bondowoso, yaitu 107,70%, maka dapat dikatakan bahwa jumlah penduduk yang mendapatkan imunisasi polio 4 di Kabupaten Bondowoso lebih banyak dari pada jumlah penduduk yang terdata di kabupaten Bondowoso, sehingga persentase lebih dari 100%.

Rata-rata persentase balita yang memiliki buku KIA (x_4) di Jawa Timur adalah sebesar 98,44%, yang berarti mayoritas balita telah memiliki buku KIA. Nilai varians sebesar 195,34% mengindikasikan adanya keragaman yang cukup besar antar kabupaten/kota dalam hal kepemilikan buku KIA. Persentase balita yang memiliki buku KIA paling rendah tercatat di Kabupaten Nganjuk, yaitu sebesar 74,77%. Sementara itu, persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Sumenep, yakni sebesar 127,11%. Nilai yang melebihi 100% terjadi karena jumlah balita penerima buku KIA yang tercatat lebih besar dibandingkan jumlah balita yang terdata di wilayah Kabupaten Sumenep.

Persentase kunjungan neonatal 1 kali (x_5) sebesar 96,59%, yang menunjukkan bahwa mayoritas bayi telah mendapatkan pelayanan neonatal awal. Nilai varians sebesar 39,55% mengindikasikan adanya keragaman yang relatif kecil antar kabupaten/kota. Persentase terendah tercatat di Kabupaten

Blitar dan Kabupaten Kediri, yaitu sebesar 82,30%, sedangkan persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Sampang, yaitu sebesar 106,00%. Nilai yang melebihi 100% menunjukkan adanya kelebihan cakupan pelayanan dibandingkan jumlah sasaran bayi yang terdata, yang dapat terjadi karena faktor perbedaan pencatatan jumlah sasaran maupun adanya bayi dari luar wilayah yang mendapatkan pelayanan di Kabupaten Sampang.

Persentase kunjungan neonatal 3 kali/KN lengkap (x_6) memiliki rata-rata 94,75%, artinya hampir semua bayi telah memperoleh kunjungan neonatal lengkap. Nilai varians sebesar 38,71% mengindikasikan adanya keragaman yang relatif kecil antar kabupaten/kota. Persentase terendah tercatat di Kabupaten Kediri, yaitu sebesar 81,20%. Persentase tertinggi terdapat di Kota Surabaya, yaitu sebesar 104,80%, maka dapat dikatakan bahwa terjadi kelebihan cakupan pelayanan dibandingkan jumlah sasaran yang terdata, yang dapat disebabkan oleh perbedaan pencatatan sasaran maupun adanya bayi dari luar wilayah yang tercatat sebagai penerima pelayanan di Kota Surabaya, sehingga persentase lebih dari 100%.

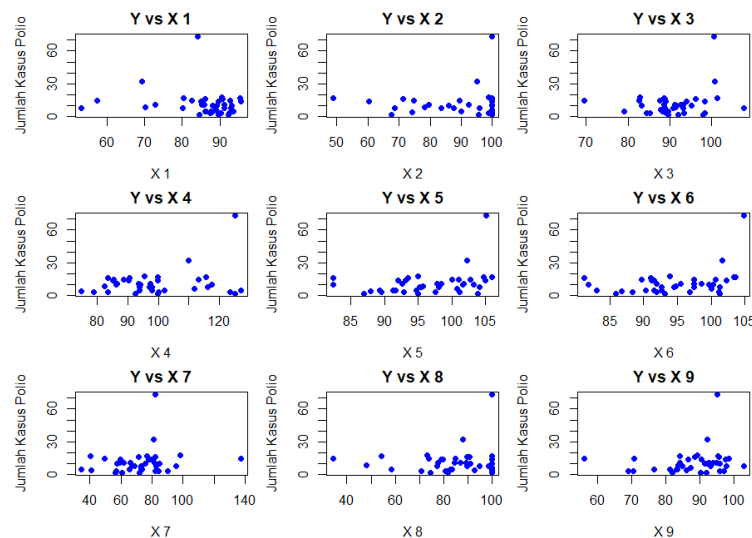
Persentase pemberian ASI eksklusif (x_7) di Jawa Timur memiliki rata-rata sebesar 72,47%, yang menunjukkan bahwa belum semua balita memperoleh ASI eksklusif sesuai anjuran. Nilai varians sebesar 327,30% merupakan yang tertinggi di antara seluruh variabel, sehingga mengindikasikan adanya perbedaan yang sangat besar antar kabupaten/kota. Persentase terendah tercatat di Kota Probolinggo sebesar 34,700%, sedangkan persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Situbondo sebesar 137,20%.

Persentase desa UCI (x_8) memiliki rata-rata 83,92%, yang menunjukkan bahwa sebagian besar desa telah mencapai status UCI. Nilai varians sebesar 239,90% mengindikasikan adanya perbedaan yang cukup besar antar kabupaten/kota. Persentase terendah tercatat di Kabupaten Bangkalan sebesar 34,20%, sedangkan persentase tertinggi mencapai 100% yang terdapat di Kabupaten Blitar, Kabupaten Sidoarjo, Kabupaten Ngawi, Kota Kediri, Kota Blitar, Kota Pasuruan, Kota Mojokerto, Kota Madiun, dan Kota Surabaya.

Rata-rata persentase pemberian vitamin A (x_9) di Jawa Timur memiliki rata-rata sebesar 87,85%, yang menunjukkan bahwa hampir semua balita telah memperoleh vitamin A. Nilai varians sebesar 91,94% mengindikasikan adanya perbedaan antar kabupaten/kota. Persentase terendah tercatat di Kabupaten Bangkalan sebesar 56%, sedangkan persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Bondowoso sebesar 102,80%, maka dapat dikatakan bahwa jumlah balita yang mendapatkan vitamin A di Kabupaten Bondowoso lebih banyak dari pada jumlah yang terdata di kabupaten Bondowoso, sehingga persentase lebih dari 100%.

4.1.3 Analisis Korelasi Variabel

Pada subbab ini disajikan pola hubungan antara banyaknya kasus polio di Jawa Timur dengan variabel-variabel prediktor yang diduga berpengaruh melalui *scatterplot*. *Scatterplot* digunakan untuk menggambarkan hubungan dua variabel dalam bentuk titik-titik yang memudahkan dalam mengidentifikasi arah, kekuatan, dan bentuk hubungan yang mungkin terjadi.



Gambar 4.2 *Scatterplot* Banyaknya kasus polio terhadap Variabel-Variabel yang Diduga Berpengaruh

Berdasarkan gambar 4.2 dapat dilihat bahwa pola hubungan antara banyaknya kasus polio di Jawa Timur dengan variabel-variabel prediktor ($x_1 - x_9$) yang diduga berpengaruh tidak menunjukkan pola tertentu yang jelas. Hal tersebut berarti apabila banyaknya kasus Polio di Jawa Timur tinggi maka kesembilan variabel terduga tersebut belum tentu tinggi atau rendah, dan sebaliknya apabila banyaknya kasus Polio di Jawa Timur rendah maka kesembilan variabel terduga belum tentu rendah atau tinggi, sehingga seluruh variabel yang terduga berpengaruh terhadap banyaknya kasus Polio merupakan komponen nonparametrik. Dengan kata lain, hubungan antara banyaknya kasus polio dengan faktor-faktor prediktor tidak bersifat linier sederhana, sehingga diperlukan pemodelan nonparametrik *spline*. Hubungan antara variabel respon dan prediktor juga dapat diketahui dengan melihat nilai korelasi menggunakan rumus persamaan (2.1). Berikut nilai korelasi spearman antara banyaknya kasus polio dengan variabel-variabel yang diduga berpengaruh ditampilkan di tabel (4.2).

Tabel 4.2 Nilai Korelasi Spearman dan *P-value* Variabel Prediktor terhadap Variabel Respon

Variabel	Nilai Korelasi	<i>P-value</i>
x_1	-0,16	0,31
x_2	-0,07	0,64
x_3	0,08	0,63
x_4	-0,03	0,81
x_5	0,36	0,02
x_6	0,28	0,07
x_7	0,19	0,22
x_8	-0,03	0,85
x_9	0,22	0,17

Berdasarkan nilai *p-value* dapat dilihat bahwa variabel x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_6 , x_7 , x_8 , dan x_9 memiliki nilai *p-value* lebih besar dari $\alpha(0,05)$ sehingga dapat dikatakan bahwa variabel-variabel tersebut tidak memiliki hubungan/korelasi yang signifikan dengan variabel respon. Sedangkan variabel x_5 memiliki nilai *P-value* kurang dari $\alpha(0,05)$, maka dapat dikatakan variabel ini memiliki hubungan linier dengan variabel respon. Sebagian besar variabel prediktor tidak memiliki hubungan yang linier terhadap variabel respon, sehingga dapat dilakukan analisis dengan pendekatan nonparametrik.

4.2 Uji Distribusi Poisson

Pengujian distribusi Poisson dilakukan untuk mengetahui apakah data banyaknya kasus Polio di Jawa Timur mengikuti pola distribusi Poisson. Proses pengujian dilakukan menggunakan uji Kolmogorov–Smirnov sesuai dengan persamaan (2.4), yang bertujuan untuk membandingkan distribusi teoritis Poisson dengan distribusi empiris data yang diperoleh. Melalui uji ini, dapat diketahui apakah data banyaknya kasus polio berdistribusi sesuai dengan distribusi Poisson atau tidak berdasarkan hipotesis berikut.

H_0 : Variabel respon berdistribusi Poisson

H_1 : Variabel respon tidak berdistribusi Poisson

Kriteria pengujian yaitu tolak H_0 apabila nilai $D > D_{tabel}$ dan $p\text{-value} < \alpha$.

Berikut adalah hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* berdasarkan rumus pada persamaan (2.4).

Tabel 4.3 Hasil Uji *Kolmogorov-Smirnov*

n	D	D_{tabel}	P_{value}	Keputusan
38	0,289	0,219	0,004	Tolak H_0

Berdasarkan tabel 4.3 menunjukkan bahwa data banyaknya kasus polio di Jawa Timur tahun 2023 menghasilkan nilai D sebesar 0,289 di mana nilai tersebut lebih besar dari nilai D_{tabel} yaitu 0,219. Dapat dilihat juga bahwa nilai $p\text{-value}$ 0,004 yang mana nilai tersebut lebih kecil dari nilai α (0,05). Sehingga diperoleh keputusan tolak H_0 yang artinya variabel respon tidak berdistribusi Poisson. Namun hal ini tidak serta-merta meniadakan penggunaan pendekatan Poisson dalam pemodelan. Pada data hitung (*count*), penyimpangan dari Poisson berupa *over/underdispersi* dapat menjadi dasar bagi penggunaan model yang lebih fleksibel, salah satunya *Generalized Poisson*. Oleh karena itu, dilakukan pengujian *equidispersi* untuk memastikan adanya *over/underdispersi* sebagai prasyarat penerapan MAGPRS.

Hasil tahap eksplorasi khususnya uji korelasi dan *scatterplot* juga menunjukkan banyak hubungan nonlinier antara y dan variabel-variabel prediktor, sehingga diperlukan pendekatan yang adaptif terhadap bentuk hubungan tersebut. Namun, MARS murni kurang sesuai karena lebih diperuntukkan bagi respon kontinu, bukan *count*. Oleh sebab itu, dilakukan uji *equidispersi* pada regresi

Poisson untuk menilai apakah varian $\approx$ rata-rata (equidispersi). Jika terpenuhi, pemodelan dapat dilanjutkan dengan *Multivariate Adaptive Poisson Regression Spline* sebaliknya, bila terdeteksi *over/underdispersi*, digunakan *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) yang dapat mengatasi penyimpangan dispersi tersebut.

4.3 Uji Equidispersi Data Lengkap

Pada bab ini membahas mengenai pengujian equidispersi. Uji equidispersi membutuhkan nilai estimasi Parameter model Regresi Poisson. Proses estimasi dimulai dengan mencari turunan parsial dari fungsi kemungkinannya terhadap parameter yang akan ditaksir yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$. Model Regresi Poisson yang digunakan berdasarkan persamaan (2.8) dalam penelitian dapat ditulis sebagai berikut.

$$\mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \beta_5 x_{5i} + \beta_6 x_{6i} + \beta_7 x_{7i} + \beta_8 x_{8i} + \beta_9 x_{9i})$$

Parameter pada model regresi poisson diestimasi dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) kemudian untuk penyelesaiannya dilanjutkan dengan menggunakan iterasi *Newton Rapshon* berdasarkan persamaan (2.11). Estimasi parameter β menggunakan *software Rstudio* ditampilkan pada tabel 4.4 berikut.

Tabel 4.4 Nilai β (38 data)

Parameter	Estimasi
-----------	----------

β_0	-4,9646
β_1	-0,0028
β_2	0,0042
β_3	0,0116
β_4	0,0125
β_5	0,0132
β_6	0,0220
β_7	0,0057
β_8	-0,0084
β_9	0,0204

Setelah memperoleh nilai estimasi parameter β kemudian mencari nilai $\hat{\mu}_i$ berdasarkan persamaan (2.8) sebagai berikut dan ditunjukkan pada lampiran 2.

$$\begin{aligned}
 \hat{\mu}_1 &= \exp (-4,9646 + (-0.0028 \times 92,39) + (0,004200 \times 95,71) + \\
 &\quad (0,0116 \times 92,1) + (0.0125 \times 92,55) + (0,0132 \times 86,9) + \\
 &\quad (0,0220 \times 85,9) + (0,0057 \times 56,5) + (-0,0084 \times 74,4) + \\
 &\quad (0.0204 \times 81,9)) \\
 &= 6,25 \\
 \hat{\mu}_2 &= \exp (-4,9646 + (-0.0028 \times 89,64) + (0,004200 \times 98,76) + \\
 &\quad (0,0116 \times 85,3) + (0.0125 \times 100) + (0,0132 \times 89,5) + (0,0220 \times \\
 &\quad 88,3) + (0,0057 \times 84,2) + (-0,0084 \times 70,7) + (0.0204 \times 68,9)) \\
 &= 6,55 \\
 &\vdots \\
 \hat{\mu}_{38} &= \exp (-4,9646 + (-0.0028 \times 93,72) + (0,004200 \times 100) + \\
 &\quad (0,0116 \times 88,6) + (0.0125 \times 101,87) + (0,0132 \times 91,3) + \\
 &\quad (0,0220 \times 90,3) + (0,0057 \times 73,3) + (-0,0084 \times 58,3) + \\
 &\quad (0.0204 \times 83,1)) \\
 &= 10,34
 \end{aligned}$$

Kemudian estimasi koefisien γ melalui persamaan (2.15)

$$V_1 = \frac{(2 - 6,25)^2 - 2}{6,25} = 2,57$$

$$V_2 = \frac{(3 - 6,25)^2 - 3}{6,25} = 1,47$$

⋮

$$V_{38} = \frac{(5 - 10,34)^2 - 5}{10,34} = 2,27$$

Kemudian menaksir konstanta γ didapat nilai γ yaitu 5,32. Nilai γ tersebut lebih dari 0 sehingga tidak terjadi equidispersi, namun data mengalami indikasi overdispersi. Pengujian equidispersi dengan bantuan *software* R diperoleh *output* nilai dispersi sebesar 6,327 dan p_{value} sebesar 0,01198. p_{value} kurang dari $\alpha(0,05)$, sehingga memperoleh hasil tolak H_0 yang berarti varians tidak sama dengan rata-rata atau data tersebut mengalami *overdispersi*. Pada penelitian ini dapat diterapkan metode *generalized poisson*. Pola data penelitian ini hampir semua variabel tidak linier, data overdispersi, dan data memiliki variabel prediktor lebih dari 3, sehingga metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) dapat diterapkan.

4.4 Pembentukan Model MAGPRS

4.4.1 Model Terpilih Berdasarkan Nilai GCV Terkecil

Pembentukan model MAGPRS memperhatikan tiga komponen, yaitu *basis functions* (BF), *Maximum number of interaction* (MI), dan *Minimum Observation* (MO). Pada penelitian ini variabel prediktor yang diduga berpengaruh berjumlah 9 variabel dan 38 observasi per variabel. Kombinasi BF yang digunakan dalam pemodelan sebesar dua sampai empat kali jumlah variabel prediktor, yaitu 18, 27, dan 36. MI yang digunakan dalam penelitian ini adalah 1, 2, dan 3. MO yang digunakan yaitu 0, 1, 2, dan 3. GCV dan R^2 dari

kombinasi BF, MI, MO sesuai dengan rumus pada persamaan (2.29) dan (2.30). Pada *software* R ditunjukkan pada lampiran 15 pada *syntax* `data.frame()`.

Percobaan pembentukan model MAGPRS yang didapat melalui kombinasi BF, MI, dan MO terbentuk 36 model percobaan. Model terbaik dipilih berdasarkan nilai GCV terkecil. *Output Rstudio* untuk pemodelan MAGPRS disajikan pada lampiran 8 dan dirangkum dalam tabel 4.5.

Tabel 4.5 Hasil Percobaan Pembentukan Model MAGPRS (38 Data)

No Model	Kombinasi			GCV	R^2
	BF	MI	MO		
1	18	1	0	0,000284	0,684379
2	18	1	1	0,000205	0,772043
3	18	1	2	0,000212	0,764969
4	18	1	3	0,000322	0,642884
5	18	2	0	0,000385	0,573347
6	18	2	1	0,000289	0,679069
7	18	2	2	0,000155	0,827877
8	18	2	3	0,000169	0,812568
9	18	3	0	0,000384	0,573711
10	18	3	1	0,000302	0,664604
11	18	3	2	0,000147	0,836383
12	18	3	3	0,000229	0,746023
13	27	1	0	0,000144	0,840025
14	27	1	1	0,000102	0,885982
15	27	1	2	0,000132	0,852651
16	27	1	3	0,000138	0,846695
17	27	2	0	0,000149	0,834650
18	27	2	1	0,000142	0,841972
19	27	2	2	0,000033	0,962822
20	27	2	3	0,000097	0,892220
21	27	3	0	0,000184	0,795655
22	27	3	1	0,000030	0,966290
23	27	3	2	0,000063	0,929859
24	27	3	3	0,000048	0,946788
25	36	1	0	0,000083	0,907420
26	36	1	1	0,000049	0,944722
27	36	1	2	0,000064	0,928432
Tabel 4.5 Lanjutan Hasil Percobaan Pembentukan Model MAGPRS (38 Data)					
28	36	1	3	0,000068	0,924303
29	36	2	0	0,000106	0,881707
30	36	2	1	0,000058	0,934926

31	36	2	2	0,000004	0,995060
32	36	2	3	0,000005	0,993626
33	36	3	0	0,000082	0,908617
34	36	3	1	0,000012	0,986185
35	36	3	2	0,000027	0,969650
36	36	3	3	0,000012	0,986428

Berdasarkan tabel 4.5, kombinasi BF, MI, MO terbaik yaitu kombinasi nomor 31. Model dengan kombinasi $BF = 36, MI = 2, MO = 2$ yaitu memiliki nilai GCV paling kecil sebesar 0,000004 dan nilai R^2 sebesar 0,995060. Model umum MAGPRS sesuai dengan persamaan (2.38) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} = \exp(&-10,3495592 - 0,09042B_1 - 0,0951B_2 + 0,3278B_3 + 0,0671B_4 \\ &- 0,0129B_5 - 0,1374B_6 + 1,1161B_7 - 0,00537B_8 + 0,0050B_9 \\ &+ 0,4391B_{10} + 0,1222B_{11} - 0,4173B_{12} + 0,0136B_{13} + 0,0146B_{14} \\ &+ 0,0203B_{15} + 0,0362B_{16} + 0,0011B_{17} + 0,0050B_{18} - 0,0179B_{19} \\ &- 0,0057B_{20} - 0,0029B_{21} - 0,0024B_{22} - 0,0004B_{23} + 0,0717B_{24} \\ &- 0,0010B_{25} - 0,0473B_{26} + 0,0060B_{27} + 0,0048B_{28} + 0,0027B_{29} \\ &+ 0,0094B_{30})\end{aligned}$$

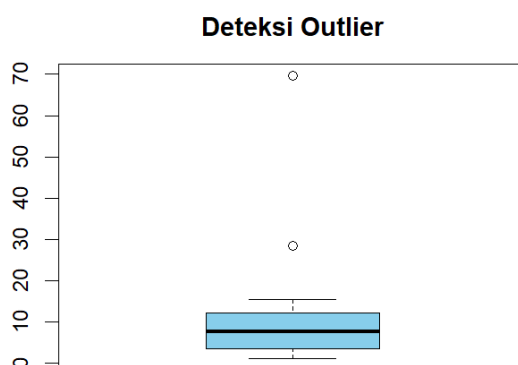
dengan,

$$\begin{aligned}B_1 &= \max(0, 92,39 - X_1); & B_{11} &= \max(0, 81,5 - X_8); & B_{21} &= \max(0, 86,37 - X_4)B_{10}; \\ B_2 &= \max(0, X_1 - 92,39); & B_{12} &= \max(0, X_8 - 81,5); & B_{22} &= \max(0, X_4 - 86,37)B_{10}; \\ B_3 &= \max(0, X_3 - 94,1); & B_{13} &= \max(0, X_5 - 95)B_1; & B_{23} &= \max(0, 95,7 - X_5)B_6; \\ B_4 &= \max(0, X_4 - 85,4); & B_{14} &= \max(0, 95 - X_5)B_1; & B_{24} &= \max(0, X_5 - 95,7)B_6; \\ B_5 &= \max(0, X_5 - 92,9); & B_{15} &= \max(0, 86,28 - X_1)B_{11}; & B_{25} &= \max(0, 99,7 - X_6)B_{12}; \\ B_6 &= \max(0, 101,3 - X_6); & B_{16} &= \max(0, X_1 - 86,28)B_{11}; & B_{26} &= \max(0, X_6 - 99,7)B_{12}; \\ B_7 &= \max(0, X_6 - 101,3); & B_{17} &= \max(0, 85,94 - X_2)B_{12}; & B_{27} &= \max(0, 100 - X_6)B_{10}; \\ B_8 &= \max(0, 81,9 - X_7); & B_{18} &= \max(0, X_2 - 85,94)B_{12}; & B_{28} &= \max(0, X_6 - 100)B_{10}; \\ B_9 &= \max(0, X_7 - 81,9); & B_{19} &= \max(0, 88,7 - X_3)B_{12}; & B_{29} &= \max(0, 65,9 - X_7)B_{11}; \\ B_{10} &= \max(0, X_8 - 54,3); & B_{20} &= \max(0, X_3 - 88,7)B_{12}; & B_{30} &= \max(0, X_7 - 65,9)B_{11};\end{aligned}$$

4.4.2 Uji *Outlier*

Kemudian dilakukan pemeriksaan *outlier* setelah memperoleh model MAGPRS. Selanjutnya mencari *error* (residual) model yaitu selisih antara data aktual dengan prediksi model. Hasil residual model ditunjukkan pada lampiran 7. Kemudian dilakukan pemeriksaan *outlier* menggunakan residual model MAGPRS. *Outlier* sering kali mempengaruhi nilai koefisien β (meskipun MAGPRS lebih robust daripada regresi linier biasa). Pemeriksaan *outlier*, untuk mengetahui apakah estimasi β stabil atau ada pengaruh berlebihan dari beberapa data ekstrem.

Pengecekan dan pendeteksian outlier dalam penelitian ini dilakukan menggunakan *boxplot* dengan bantuan *Rstudio*. Dengan visualisasi ini, data yang berada jauh di luar rentang dapat terdeteksi secara jelas sehingga memudahkan proses analisis.



Gambar 4.3 Deteksi *Outlier* Model MAGPRS (38 Data)

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa sebagian besar data berada pada rentang nilai 1,166 hingga 15,396 dengan median 7,668, yang ditunjukkan oleh garis tebal di dalam kotak. Berdasarkan hasil *boxplot*, terdeteksi adanya dua nilai yang berada jauh di luar pola sebaran data, yaitu 28,41873 dan 69,75487.

Kedua nilai ini teridentifikasi sebagai *outlier* karena melampaui batas atas dari distribusi data yang dihitung menggunakan rentang antar kuartil.

Kedua nilai ini berpotensi memengaruhi hasil pemodelan MAGPRS, karena nilai ekstrem dapat memengaruhi pemilihan Observasi minimum (MO) dan interaksi maksimum (MI) dalam pembentukan model, sebab nilai ekstrem akan membuat algoritma lebih sulit menemukan titik potong (knot) dan interaksi yang benar-benar representatif. Oleh karena itu, penghapusan kedua nilai outlier dipandang perlu agar model MAGPRS yang diperoleh lebih stabil, tidak terdistorsi oleh data ekstrem, dan lebih sesuai dengan pola distribusi mayoritas data. Selanjutnya dilakukan proses pemilihan model kembali dengan menghapus data *outlier* yaitu Kabupaten Sumenep dan Kota Surabaya.

4.5 Uji Equidisersi Setelah Penghapusan *Outlier*

Setelah data *outlier* dihapus, perlu dilakukan kembali pengujian equidisersi untuk memastikan apakah pada data masih terjadi *over/underdispersi* untuk melakukan pemodelan menggunakan MAGPRS. Uji equidisersi membutuhkan nilai estimasi Parameter model Regresi Poisson. Proses estimasi dimulai dengan mencari turunan parsial dari fungsi kemungkinannya terhadap parameter yang akan ditaksir yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$. Model Regresi Poisson yang digunakan berdasarkan persamaan (2.8) dalam penelitian dapat ditulis sebagai berikut.

$$\mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \beta_5 x_{5i} + \beta_6 x_{6i} + \beta_7 x_{7i} + \beta_8 x_{8i} + \beta_9 x_{9i})$$

Parameter pada model regresi poisson diestimasi dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) kemudian untuk penyelesaiannya

dilanjutkan dengan menggunakan iterasi *Newton Rapshon* berdasarkan persamaan (2.11). Estimasi parameter β menggunakan *software Rstudio* ditampilkan pada tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Nilai β (36 data)

β_0	0,0801
β_1	0,0059
β_2	-0,0022
β_3	-0,0022
β_4	-0,0083
β_5	0,0723
β_6	-0,0516
β_7	0,0055
β_8	-0,0047
β_9	0,0083

Setelah memperoleh nilai estimasi parameter β kemudian mencari nilai $\hat{\mu}_i$ berdasarkan persamaan (2.8) dan ditunjukkan pada lampiran 3.

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_1 &= 0,0801 + (0,0059 \times 92,39) + (-0,0022 \times 95,71) + (-0,0022 \times \\ &\quad 92,1) + (-0,0083 \times 92,55) + (0,0723 \times 86,9) + (-0,0516 \times \\ &\quad 85,9) + (0,0055 \times 56,5) + (-0,0047 \times 74,4) + (0,0083 \times 81,9) \\ &= 6,88\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_2 &= 0,0801 + (0,0059 \times 89,64) + (-0,0022 \times 98,76) + (-0,0022 \times \\ &\quad 85,3) + (-0,0083 \times 100) + (0,0723 \times 89,5) + (-0,0516 \times \\ &\quad 88,3) + (0,0055 \times 84,2) + (-0,0047 \times 70,7) + (0,0083 \times 68,9) \\ &= 7,28\end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_{38} &= 0,0801 + (0,0059 \times 93,72) + (-0,0022 \times 100) + (-0,0022 \times \\ &\quad 88,6) + (-0,0083 \times 101,87) + (0,0723 \times 91,3) + (-0,0516 \times \\ &\quad 90,3) + (0,0055 \times 73,3) + (-0,0047 \times 58,3) + (0,0083 \times 83,1) \\ &= 8,40\end{aligned}$$

Kemudian estimasi koefisien γ melalui persamaan (2.15)

$$V_1 = \frac{(2 - 6,88)^2 - 2}{6,88} = 3,17$$

$$V_2 = \frac{(3 - 7,28)^2 - 3}{7,28} = 2,10$$

⋮

$$V_{38} = \frac{(5 - 8,40)^2 - 5}{8,40} = 0,78$$

Kemudian menaksir konstanta γ pada persamaan (2.16) didapat nilai γ yaitu 1,268. Nilai γ tersebut lebih dari 0 sehingga tidak terjadi equidispersi, namun data mengalami overdispersi. Pengujian equidispersi dengan bantuan *software* R diperoleh *output* nilai dispersi sebesar 2,268616 dan p_{value} sebesar 0,001334. p_{value} kurang dari $\alpha(0,05)$, sehingga memperoleh hasil tolak H_0 yang berarti varians tidak sama dengan rata-rata atau data tersebut mengalami *overdispersi*. Karena data tetap mengalami *overdispersi* maka pemodelan menggunakan metode MAGPRS dapat dilakukan.

4.5.1 Model Terpilih (Setelah penghapusan *Outlier*)

Percobaan pembentukan model MAGPRS dilakukan melalui kombinasi BF, MI, dan MO, sehingga diperoleh 36 model kombinasi. Setelah dilakukan penghapusan *outlier*, jumlah observasi yang digunakan dalam analisis menjadi 36 observasi. *Output Rstudio* untuk pemodelan MAGPRS terlampir pada lampiran 10 serta tercantum pada tabel 4.7 sebagai berikut.

Tabel 4.7 Hasil Percobaan Pembentukan Model MAGPRS (36 Data)

No model	Kombinasi			GCV	R^2
	BF	MO	MI		
1	18	1	0	0,001477	0,811080
2	18	1	1	0,001839	0,764893
3	18	1	2	0,001711	0,781214
4	18	1	3	0,001286	0,835613
5	18	2	0	0,002392	0,694198
6	18	2	1	0,002769	0,646006
7	18	2	2	0,001288	0,835339
8	18	2	3	0,000824	0,894624
9	18	3	0	0,002888	0,630734
10	18	3	1	0,001447	0,815024
11	18	3	2	0,0013924	0,822010
12	18	3	3	0,0007947	0,898416
13	27	1	0	0,0008803	0,887465
14	27	1	1	0,0010005	0,872103
15	27	1	2	0,0004999	0,936092
16	27	1	3	0,0006125	0,921703
17	27	2	0	0,0004369	0,944150
18	27	2	1	0,001651	0,788943
19	27	2	2	0,000707	0,909588
20	27	2	3	0,000161	0,979330
21	27	3	0	0,000747	0,904492
22	27	3	1	0,000756	0,903325
23	27	3	2	0,000504	0,935531
24	27	3	3	0,000194	0,975105
25	36	1	0	0,000568	0,927289
26	36	1	1	0,000583	0,925366
27	36	1	2	0,000141	0,981958
28	36	1	3	0,000285	0,963565
29	36	2	0	0,000153	0,980412
30	36	2	1	0,000719	0,908056
31	36	2	2	0,000182	0,976724
32	36	2	3	0,000038	0,995130
33	36	3	0	0,000203	0,974000
34	36	3	1	0,000511	0,934648
35	36	3	2	0,000160	0,979497
36	36	3	3	0,000121	0,984488

Berdasarkan tabel 4.7, model dengan GCV paling kecil dan R^2 mendekati nilai 1 adalah model nomor 31, 32, dan 33. Berikut perbandingan singkat dari ketiga model.

Tabel 4.8 Perbandingan Model

No Model	BF	Parameter Intercept	BF Signifikan	GCV
31	36	24,444	10	0,000182
32	36	4,305	18	0,000038
33	36	-0,6308	12	0,000203

Berdasarkan tabel 4.8 nilai parameter intercept yang signifikan adalah model 32 dengan BF signifikan sebanyak 18 didukung dengan nilai GCV terkecil diantara model yang lain yaitu 0,000038. Sehingga kombinasi BF, MI, MO terbaik yaitu kombinasi nomor 32 dengan nilai GCV paling kecil dan nilai R^2 sebesar 0,995130. Model terbaik dengan kombinasi $BF = 36, MI = 2, MO = 3$. Kemudian dilakukan pembentukan model umum MAGPRS. Model umum MAGPRS dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} = & \exp(4,3057 - 0,1376068B_1 - 0,0996B_2 + 0,5130B_3 + 0,3339B_4 - 1,9281B_5 \\ & - 0,1845B_6 - 0,7320B_7 + 1,0194B_8 + 0,6334B_9 + 0,1963B_{10} \\ & + 0,1808B_{11} - 26,4202B_{12} - 0,0524B_{13} - 0,1337B_{14} \\ & + 0,2251B_{15} - 0,3226B_{16} + 0,0707B_{17} + 0,1167B_{18} + 0,0576B_{19} \\ & + 0,0555B_{21} - 0,0824B_{22} - 0,0884B_{23} - 0,0037B_{24} - 0,0181B_{25} \\ & - 0,2786B_{26} - 0,3340B_{27} + 0,0137B_{28} + 0,2586B_{29})\end{aligned}$$

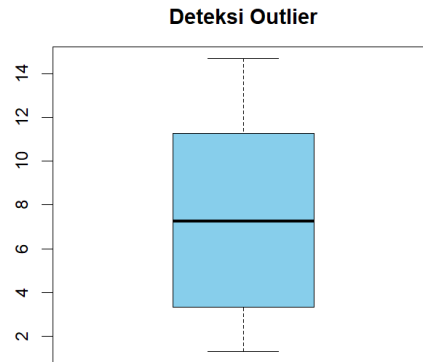
dengan,

$$\begin{aligned}B_1 &= \max(0, 92,39 - X_1); & B_{11} &= \max(0, 97,1 - X_9); & B_{21} &= \max(0, X_3 - 88,2)B_{20}; \\ B_2 &= \max(0, X_1 - 92,39); & B_{12} &= \max(0, X_9 - 97,1); & B_{22} &= \max(0, 90,8 - X_3)B_8; \\ B_3 &= \max(0, 90,09 - X_2); & B_{13} &= \max(0, X_2 - 83,72)B_1; & B_{23} &= \max(0, X_3 - 90,8)B_8; \\ B_4 &= \max(0, X_2 - 90,09); & B_{14} &= \max(0, 83,72 - X_2)B_1; & B_{24} &= \max(0, 93,45 - X_4)B_{10}; \\ B_5 &= \max(0, 86,11 - X_4); & B_{15} &= \max(0, X_3 - 91,3)B_1; & B_{25} &= \max(0, X_4 - 93,4)B_{10}; \\ B_6 &= \max(0, X_4 - 86,11); & B_{16} &= \max(0, 91,3 - X_3)B_1; & B_{26} &= \max(0, 94,7 - X_5)B_{20}; \\ B_7 &= \max(0, X_5 - 95,2); & B_{17} &= \max(0, X_7 - 65,9)B_1; & B_{27} &= \max(0, X_5 - 94,7)B_{20}; \\ B_8 &= \max(0, X_8 - 83,5); & B_{18} &= \max(0, 65,9 - X_7)B_1; & B_{28} &= \max(0, 95,7 - X_5)B_9; \\ B_9 &= \max(0, 89,7 - X_8); & B_{19} &= \max(0, 88,2 - X_3)B_{20}; & B_{29} &= \max(0, 75 - 95,7)B_9;\end{aligned}$$

$$B_{10} = \max(0, X_8 - 89,7); \quad B_{20} = \max(0, 83,5 - X_8);$$

4.5.2 Uji *Outlier* Model Terpilih

Selanjutnya dilakukan deteksi *outlier*



Gambar 4.4 Deteksi *Outlier* Model MAGPRS (36 Data)

Berdasarkan hasil boxplot pada gambar 4.4, dapat diketahui bahwa nilai median data berada pada 7,24, yang menunjukkan titik tengah distribusi data. Nilai kuartil bawah (Q1) berada pada 3,36 dan kuartil atas (Q3) sebesar 11,26, sehingga hampir semua data terletak dalam rentang tersebut. Whisker bawah menunjukkan nilai terendah sekitar 1,291, sedangkan whisker atas berada pada nilai tertinggi sekitar 14,7. Dari hasil visualisasi ini tidak ditemukan adanya data yang berada di luar batas whisker, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat outlier pada data yang dianalisis. Maka Model terbaik MAGPRS yang didapat dengan kombinasi $BF = 36$, $MI = 2$, dan $MO = 3$.

4.6 Uji Signifikasi

4.6.1 Pengujian Simultan Model MAGPRS

Pengujian simultan dilakukan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor secara Simultan terhadap variabel respon. Hasil uji simultan dengan bantuan *software* R yang sesuai dengan persamaan (2.46).

Tabel 4.9 Hasil Uji Simultan Model MAGPRS Terbaik

G^2	$\chi^2_{0,05;29}$	Keputusan
8505,84	42,556	Tolak H_0

Berdasarkan tabel 4.9 diperoleh nilai statistik uji G^2 sebesar 8505,84. Nilai tersebut lebih besar dari nilai χ^2 tabel yaitu 42,556, sehingga menghasilkan keputusan tolak H_0 . Kesimpulan dari pengujian simultan adalah paling sedikit terdapat satu fungsi basis yang memuat variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon. Setelah uji simultan dilakukan, langkah berikutnya melaksanakan uji parsial untuk mengetahui variabel mana saja yang berpengaruh secara signifikan.

4.6.2 Pengujian Parsial Model MAGPRS

Uji Parsial dilakukan untuk mengetahui *basis functions* yang berpengaruh secara signifikan terhadap model menggunakan persamaan (2.47). *Output* uji parsial akan ditampilkan pada tabel 4.10.

Tabel 4.10 Hasil Uji Parsial Model MAGPRS Terbaik

Parameter	Nilai Taksiran	SE	T	p -value	Keputusan
(Intercept)	4,306	2,977	2,446	0,000	tolak H_0
h(X1-92,39)	-0,099	0,599	-0,166	0,000	tolak H_0
h(92,39-X1)	-0,138	0,183	-0,752	0,476	Gagal tolak H_0
h(92,39-X1)*h(X2-83,72)	-0,052	0,020	-2,607	0,035	tolak H_0
h(92,39-X1)*h(83,72-X2)	-0,133	0,030	-4,503	0,003	tolak H_0
h(92,39-X1)*h(X3-91,3)	0,225	0,047	4,777	0,002	tolak H_0
h(92,39-X1)*h(91,3-X3)	-0,322	0,074	-4,373	0,003	tolak H_0
h(X9-97,1)	-26,420	3,922	-6,736	0,000	tolak H_0
h(97,1-X9)	0,181	0,059	3,085	0,018	tolak H_0
h(X8-89,7)	0,196	0,620	0,317	0,761	Gagal tolak H_0

Tabel 4.10 Lanjutan Hasil Uji Parsial Model MAGPRS Terbaik

$h(89,7-X8)$	0,633	0,141	4,487	0,003	tolak H_0
$h(X4-86,11)$	-0,185	0,102	-1,812	0,113	Gagal tolak H_0
$h(86,11-X4)$	-1,928	0,273	-7,050	0,000	tolak H_0
$h(X5-95,7)*h(89,7-X8)$	0,259	0,070	3,669	0,008	tolak H_0
$h(95,7-X5)*h(89,7-X8)$	0,014	0,109	0,127	0,903	Gagal tolak H_0
$h(X8-83,5)$	1,019	0,458	2,227	0,061	Gagal tolak H_0
$h(X5-94,7)*h(83,5-X8)$	-0,334	0,082	-4,081	0,005	tolak H_0
$h(94,7-X5)*h(83,5-X8)$	-0,279	0,178	-1,562	0,162	Gagal tolak H_0
$h(X3-90,8)*h(X8-83,5)$	-0,088	0,025	-3,598	0,009	tolak H_0
$h(90,8-X3)*h(X8-83,5)$	-0,082	0,064	-1,282	0,241	Gagal tolak H_0
$h(X5-95,2)$	-0,732	0,213	-3,431	0,011	tolak H_0
$h(92,39-X1)*h(X7-65,9)$	0,071	0,009	7,834	0,000	tolak H_0
$h(92,39-X1)*h(65,9-X7)$	0,117	0,023	5,160	0,001	tolak H_0
$h(X2-90,09)$	0,334	0,159	2,094	0,074	Gagal tolak H_0
$h(90,09-X2)$	0,513	0,106	4,831	0,002	tolak H_0
$h(X3-88,2)*h(83,5-X8)$	0,056	0,040	1,396	0,205	Gagal tolak H_0
$h(88,2-X3)*h(83,5-X8)$	0,058	0,019	3,027	0,019	tolak H_0
$h(X4-93,45)*h(X8-89,7)$	-0,018	0,010	-1,791	0,116	Gagal tolak H_0
$h(93,45-X4)*h(X8-89,7)$	-0,004	0,072	-0,052	0,960	Gagal tolak H_0

Berdasarkan tabel 4.10 jumlah fungsi basis signifikan ada 18 dan jumlah fungsi basis tidak signifikan ada 11. Berdasarkan hasil uji parsial dengan taraf signifikansi 5%, diperoleh bahwa sebagian fungsi basis memiliki nilai $|T| > 1,961$ atau $p\text{-value} < 0,05$ sehingga H_0 ditolak. Hal ini menunjukkan bahwa tidak seluruh fungsi basis berpengaruh signifikan secara parsial, namun keberadaan fungsi basis yang signifikan menegaskan adanya hubungan nonlinier dan interaksi antarvariabel dalam model MAGPRS.

4.7 Interpretasi Model MAGPRS Terbaik

Pada subbab ini akan dibahas mengenai interpretasi model MAGPRS yang diperoleh dari hasil estimasi. Model terbaik dipilih berdasarkan kriteria nilai GCV paling kecil dan nilai R^2 terbesar. Model terbaik dengan kombinasi $BF = 36, MI = 2, MO = 3$. Melalui model ini, dapat dilihat bagaimana variabel-variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen sesuai dengan tujuan penelitian. Dengan demikian, model umum MAGPRS sesuai dengan persamaan (2.38) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} = & \exp(4,3057 - 0,0996B_2 + 0,5130B_3 - 1,9281B_5 - 0,7320B_7 \\ & + 1,0194B_8 + 0,1808B_{11} - 26,4202B_{12} - 0,0524B_{13} \\ & - 0,1337B_{14} + 0,2251B_{15} - 0,3226B_{16} + 0,0707B_{17} \\ & + 0,0576B_{19} - 0,0884B_{23} - 0,0181B_{25} - 0,3340B_{27} \\ & + 0,2586B_{29})\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{array}{lll}B_1 = \max(0, 92,39 - X_1); & B_{11} = \max(0, 97,1 - X_9); & B_{21} = \max(0, X_3 - 88,2)B_{20}; \\ B_2 = \max(0, X_1 - 92,39); & B_{12} = \max(0, X_9 - 97,1); & B_{22} = \max(0, 90,8 - X_3)B_8; \\ B_3 = \max(0, 90,09 - X_2); & B_{13} = \max(0, X_2 - 83,72)B_1; & B_{23} = \max(0, X_3 - 90,8)B_8; \\ B_4 = \max(0, X_2 - 90,09); & B_{14} = \max(0, 83,72 - X_2)B_1; & B_{24} = \max(0, 93,45 - X_4)B_{10}; \\ B_5 = \max(0, 86,11 - X_4); & B_{15} = \max(0, X_3 - 91,3)B_1; & B_{25} = \max(0, X_4 - 93,4)B_{10}; \\ B_6 = \max(0, X_4 - 86,11); & B_{16} = \max(0, 91,3 - X_3)B_1; & B_{26} = \max(0, 94,7 - X_5)B_{20}; \\ B_7 = \max(0, X_5 - 95,2); & B_{17} = \max(0, X_7 - 65,9)B_1; & B_{27} = \max(0, X_5 - 94,7)B_{20}; \\ B_8 = \max(0, X_8 - 83,5); & B_{18} = \max(0, 65,9 - X_7)B_1; & B_{28} = \max(0, 95,7 - X_5)B_9; \\ B_9 = \max(0, 89,7 - X_8); & B_{19} = \max(0, 88,2 - X_3)B_{20}; & B_{29} = \max(0, 75 - 95,7)B_9; \\ B_{10} = \max(0, X_8 - 89,7); & B_{20} = \max(0, 83,5 - X_8); & \end{array}$$

Berikut adalah beberapa interpretasi dari *basis functions* tersebut.

$$-0,0996B_2 = 0,0996 \max(0, X_1 - 92,39)$$

Artinya, untuk kabupaten/kota yang memiliki persentase fasilitas tempat buang air besar sendiri lebih dari 92,39%, apabila fasilitas tempat buang air besar

sendiri bertambah 1% maka banyaknya kasus polio akan menurun sebesar $\exp(0,0996)$, jika *basis functions* yang lain konstan.

$$0,5130B_3 = 0,5130\max(0, 90,09 - X_2);$$

Artinya, untuk kabupaten/kota yang memiliki persentase keluarga dengan akses air minum yang layak kurang dari 90,09%, apabila persentase keluarga dengan akses air minum yang layak bertambah 1% maka banyaknya kasus polio akan meningkat sebesar $\exp(0,5130)$, jika *basis functions* yang lain konstan.

$$0,0576B_{19} = 0,0576 \max(0, 88,2 - X_3)\max(0, 83,5 - X_8)$$

Artinya, untuk kabupaten/kota yang memiliki persentase imunisasi polio 4 kurang dari 88,2% dan persentase Desa UCI kurang dari 74,79%, apabila fasilitas imunisasi polio 4 dan Desa UCI bertambah 1% maka banyaknya kasus polio akan meningkat sebesar $\exp(0,0576)$, jika *basis functions* yang lain konstan.

Tidak semua variabel prediktor memberikan pengaruh signifikan terhadap model. Pada pembahasan ini, pengaruh variabel-variabel penyebab banyaknya kasus polio berdasarkan model MAGPRS dievaluasi melalui seberapa sering suatu variabel muncul dalam struktur model, yang ditunjukkan oleh nilai *nsubsets*. Semakin besar nilai *nsubsets*, semakin sering variabel tersebut digunakan dalam pembentukan *basis functions*, sehingga semakin besar kontribusinya terhadap model. Selain itu, penilaian pentingnya variabel juga didasarkan pada nilai *GCV* (Generalized Cross Validation) dan *RSS* (Residual Sum of Squares). *GCV* digunakan untuk menilai kontribusi variabel dalam meningkatkan kemampuan generalisasi model dengan mempertimbangkan kompleksitas model, sedangkan

RSS menggambarkan seberapa besar variabel tersebut berpengaruh dalam menurunkan kesalahan pemodelan.

Tabel 4. 11 Tingkat Kepentingan Variabel Prediktor

Variabel	nsubsets	GCV	RSS
X1	20	60,48	60,48
X2	15	44,78	44,78
X3	21	63,47	63,47
X4	25	90,55	90,55
X5	26	100	100
X6	0	0	0
X7	16	42,47	42,47
X8	26	100	100
X9	21	65,84	65,84

Berdasarkan tabel 4.10, hasil analisis kepentingan variabel menggunakan kriteria *nsubsets*, Generalized Cross Validation (GCV), dan Residual Sum of Squares (RSS), diperoleh bahwa kontribusi masing-masing variabel prediktor dalam pembentukan model MAGPRS berbeda-beda. Variabel X5 dan X8 merupakan variabel yang paling dominan, karena memiliki nilai *nsubsets* tertinggi serta nilai GCV dan RSS maksimum, yang menunjukkan bahwa kedua variabel tersebut paling sering terlibat dalam pembentukan fungsi basis dan memberikan penurunan galat model terbesar.

Variabel X4, X3, dan X9 juga menunjukkan peran yang cukup penting, ditandai dengan nilai *nsubsets* dan kontribusi GCV serta RSS yang relatif tinggi. Sementara itu, variabel X1, X2, dan X7 memiliki tingkat kepentingan sedang, karena keterlibatannya dalam fungsi basis tidak sebanyak variabel dominan namun tetap berkontribusi dalam menjelaskan variasi data.

Sebaliknya, variabel X6 tidak memberikan kontribusi terhadap model MAGPRS, yang ditunjukkan oleh nilai *nsubsets*, GCV, dan RSS sebesar nol. Hal

ini mengindikasikan bahwa variabel tersebut tidak terpilih dalam pembentukan fungsi basis dan tidak berpengaruh terhadap kinerja model.

4.6 Pandangan Islam Tentang Hasil Penelitian

Pada proses implementasi metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS), tahap pengujian model menjadi bagian yang sangat penting. Pada regresi Poisson terdapat asumsi dasar yang harus dipenuhi, yaitu nilai mean dan variansi dari variabel dependen harus sama, kondisi ini dikenal dengan istilah equidisersi. Namun, dalam praktiknya sering dijumpai ketidaksesuaian berupa *overdispersi* (variansi lebih besar dari mean) maupun *underdispersi* (variansi lebih kecil dari mean). Apabila data yang mengalami *overdispersi* atau *underdispersi* tetap dianalisis menggunakan regresi Poisson. Selanjutnya metode alternatif yang dapat menangani kasus ketidaksesuaian dispersi pada data adalah *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS). Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an Surah Al Insyirah ayat 5-6 yang berbunyi (Kemenag, 2025e).

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾

Artinya:

“Maka, sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan.” (QS. Al-Insyirah [94]: 5-6).

Ayat tersebut menjelaskan mengenai janji Allah SWT terhadap umatnya bahwa setiap masalah terdapat jalan keluar, setiap kesempitan ada kelapangan, dan setiap kesulitan ada kemudahan. Seperti halnya apabila terdapat masalah *overdispersi* saat menggunakan metode regresi Poisson, maka terdapat metode lain yang dapat mengatasi masalah tersebut, seperti metode MAGPRS.

Berdasarkan hasil penelitian menggunakan metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap model yaitu persentase rumah tangga dengan fasilitas tempat buang air besar sendiri, persentase keluarga dengan akses air minum layak, serta persentase imunisasi Polio 4. Hal ini sejalan dengan definisi sehat menurut World Health Organization (WHO) yang menyatakan bahwa kesehatan adalah “*a state of complete physical, mental and social wellbeing, not merely the absence of disease or infirmity*” atau diartikan sebagai suatu kondisi yang sempurna baik secara fisik, mental, dan sosial, bukan hanya bebas dari penyakit maupun kelemahan. Dengan demikian, kesehatan tidak hanya bermakna tidak sakit, tetapi juga mencakup kesejahteraan hidup secara menyeluruh.

Sanitasi lingkungan merupakan unsur mendasar dalam menjaga kesehatan. Sanitasi lingkungan yang dimaksud adalah menciptakan lingkungan sehat bebas dari penyakit, seperti kebersihan tempat tinggal, tempat umum, tempat ibadah, dan lain-lain (Elkarimah, 2016). Dalam al-Qur'an juga dikisahkan bagaimana Nabi Ayyub diberi petunjuk oleh Allah SWT untuk memperoleh kesembuhan dengan menggunakan air yang bersih (Kemenag, 2025f).

أَرْكُضْ بِرَجْلِكَ هَذَا مُغْتَسِلٌ بَارِدٌ وَشَرَابٌ ﴿٤٢﴾

Artinya:

(Allah SWT berfirman,) “Entakkanlah kakimu (ke bumi)! Inilah air yang sejuk untuk mandi dan minum. (QS. Sad [38]: 42).

Ayat ini menunjukkan bahwa ikhtiar untuk sembuh atau mencegah penyakit adalah perintah Allah SWT. Nabi Ayyub tidak hanya berdoa, tetapi juga melakukan tindakan nyata sesuai petunjuk Allah SWT, yaitu menggunakan air bersih untuk mandi dan minum sebagai jalan kesembuhan. Dengan demikian,

ikhtiar dalam menjaga kesehatan bisa dilakukan dengan berbagai cara, baik tradisional maupun modern. Dalam konteks saat ini, imunisasi polio adalah salah satu bentuk ikhtiar modern untuk mencegah penyakit, sebagaimana mandi dan minum air sejuk menjadi jalan kesembuhan bagi Nabi Ayyub.

Islam tidak menolak pengobatan atau pencegahan, bahkan mendorong umatnya untuk berusaha. Ayat ini juga menunjukkan bahwa air memiliki peran penting dalam menjaga kesehatan, baik untuk kebersihan fisik maupun sebagai sarana penyembuhan. Maka, menjaga kualitas air dan lingkungan merupakan bagian dari ikhtiar manusia untuk tetap sehat, sekaligus melaksanakan perintah Allah SWT. Rasulullah ﷺ juga menegaskan pentingnya keseimbangan hidup dalam sabdanya:

قَالَ لِي رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ : يَا عَبْدَ اللَّهِ ، أَلَمْ أَخْبَرَ أَنَّكَ تَصُومُ النَّهَارَ ، وَتَقُومُ اللَّيْلَ ،
قُلْتُ : بَلَى يَا رَسُولَ اللَّهِ ، قَالَ : فَلَا تَفْعَلْ صُمْ وَأَفْطِرْ ، وَقُمْ وَتَمْ ، فَإِنَّ لِحَسَدِكَ عَلَيْكَ حَقًّا ، وَإِنَّ
لِعَيْنِكَ عَلَيْكَ حَقًّا ، وَإِنَّ لِرِزْوَاجِكَ عَلَيْكَ حَقًّا

Artinya:

“Dari ‘Abdullah bin ‘Amr bin al-‘Ash dia berkata bahwa Rasulullah saw. Telah bertanya kepadaku, “Benarkah kamu selalu berpuasa di siang hari dan dan selalu berjaga di malam hari?” Aku pun menjawab, “Ya (benar), ya, Rasulullah.” Rasulullah saw. Pun lalu bersabda, “Jangan kau lakukan semua itu. Berpuasalah dan berbukalah, berjagalah dan tidurlah! Sesungguhnya badanmu mempunyai hak atas dirimu, matamu mempunyai hak atas dirimu, dan isterimu pun mempunyai hak atas dirimu.” (HR. Al-Bukhari dari ‘Abdullah bin ‘Amr bin al-‘Ash)

Hadits ini mengajarkan bahwa menjaga kesehatan tubuh adalah bagian dari ibadah. Sama seperti menjaga sanitasi, air bersih, dan melakukan imunisasi polio semua itu adalah bentuk nyata menjaga amanah tubuh. Artinya, Islam mendorong umatnya bukan hanya beribadah ritual, tetapi juga menjaga kesehatan agar bisa beribadah dengan lebih baik dan menunaikan tanggung jawab sosial.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Metode *Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines* (MAGPRS) yang diterapkan pada kasus banyaknya Polio di Provinsi Jawa Timur membentuk sebuah model terbaik dengan kombinasi $BF = 36, MI = 2, MO = 3$. Dengan demikian, model umum MAGPRS sesuai dengan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} = \exp(& 4,3057 - 0,0996B_2 + 0,5130B_3 - 1,9281B_5 - 0,7320B_7 \\ & + 1,0194B_8 + 0,1808B_{11} - 26,4202B_{12} - 0,0524B_{13} \\ & - 0,1337B_{14} + 0,2251B_{15} - 0,3226B_{16} + 0,0707B_{17} \\ & + 0,0576B_{19} - 0,0884B_{23} - 0,0181B_{25} - 0,3340B_{27} \\ & + 0,2586B_{29})\end{aligned}$$

2. Model terbaik yang digunakan untuk memodelkan banyaknya kasus polio di Jawa Timur tahun 2023 ialah model MAGPRS dengan kombinasi $BF = 36, MI = 2, MO = 3$. Setelah dilakukan *backward stepwise*, fungsi basis model tersebut menjadi 29, di mana hanya 18 fungsi basis yang signifikan terhadap model sesuai hasil uji parsial. Variabel prediktor yang paling berpengaruh terhadap model secara berurutan adalah persentase kunjungan Neonatal 1 kali, persentase Desa UCI, persentase balita memiliki buku KIA, persentase imunisasi Polio 4, persentase pemberian vitamin A, persentase rumah tangga dengan fasilitas tempat buang air besar sendiri, persentase akses air minum layak, serta persentase pemberian ASI eksklusif.

5.2 Saran

Saran yang dapat direkomendasikan untuk penelitian selanjutnya adalah menambahkan atau mengkaji variabel-variabel lain yang berpotensi memengaruhi banyaknya kasus polio sehingga diperoleh model yang lebih baik. Berdasarkan hasil penelitian ini, variabel prediktor yang paling berpengaruh terhadap model secara berurutan adalah persentase rumah tangga dengan fasilitas tempat buang air besar sendiri, persentase keluarga dengan akses air minum layak, serta persentase imunisasi Polio 4. Oleh karena itu, penelitian berikutnya dapat memperdalam analisis terhadap variabel-variabel tersebut sekaligus mempertimbangkan faktor lain yang relevan.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis*. United States of America: John Wiley and Sons Inc.
- Al-Bukhari, Al-Imam Abu Abdillah Muhammad bin Ismail. *Shahih al Bukhari*. Beirut Libanon: Dar al-Kutub al-Ilmiyah. 1992.
- Alwi, W., Sauddin, A., & Ilma Islamiyah, N. (2022). Pemodelan Generalized Poisson Regression Pada Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kasus Pneumonia Pada Balita Di Provinsi Sulawesi Selatan 2018. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 10(1), 9–14. <https://doi.org/10.24252/msa.v10i1.23282>
- Ampulembang, A. P., Otok, B. W., Rumiati, A. T., & Budiasih. (2015). Bi-responses nonparametric regression model using MARS and its properties. *Applied Mathematical Sciences*, 9(29–32), 1417–1427. <https://doi.org/10.12988/ams.2015.5127>
- Annur, M., Dahlan, J. A., & Agustina, F. (2015). Penerapan Metode Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS) untuk Menentukan Faktor yang Mempengaruhi Masa Studi Mahasiswa FPMIPA UPI. *Jurnal EurekaMatika*, 3(1), 135–155.
- Az-Zuhaili, W. (2013). *Tafsir al-munir: Akidah, Syariah & Manhaj* (1st ed). Gema Insani.
- Cahyandari, R. (2014). Pengujian Overdispersi pada Model Regresi Poisson (Studi Kasus: Laka Lantas Mobil Penumpang di Provinsi Jawa Barat). *Statistika*, 14(2), 69–76.
- Cahyono, T. (2017). *Statistik Uji Korelasi* (1st ed.). Yayasan Sanitarian Banyumas (Yasamas).
- Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2013). Regression Analysis of Count Data. In R. L. Matzkin & G. J. Mailath (Eds.), *Psychiatric News* (Second Edi, Vol. 38, Issue 2). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1176/pn.38.2.0021a>
- Desiana, C. M., & Melaniani, S. (2021). Pemodelan Generalized Poisson Regression Pada Jumlah Kasus Penyakit Difteri di Kota Surabaya Tahun 2017. *Jurnal Ilmiah Stikes Kendal*, 11(2011), 1–8.
- Elkarimah, M. F. (2016). Kajian Al-Quran Dan Hadits Tentang Kesehatan Jasmani Dan Ruhani. *TAJDID: Jurnal Ilmu Ushuluddin*, 15(1), 105–126. <https://doi.org/10.30631/tjd.v15i1.29>

- Famoye, F., & Singh, K. P. (2006). Zero-Inflated Generalized Poisson Regression Model with an Application to Domestic Violence Data. *Journal of Data Science*, 4(1), 117–130. [https://doi.org/10.6339/jds.2006.04\(1\).257](https://doi.org/10.6339/jds.2006.04(1).257)
- Famoye, F., T.Wulu, J., & Singh, K. P. (2004). On the Generalized Poisson Regression Model with an Application to Accident Data. *Journal of Data Science*, 2(3), 287–295. [https://doi.org/10.6339/jds.2004.02\(3\).167](https://doi.org/10.6339/jds.2004.02(3).167)
- Fathurahman, M. (2023). Modeling Count Data With Over-Dispersion Using Generalized Poisson Regression: a Case Study of Low Birth Weight in Indonesia. *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang*, 11(1), 45. <https://doi.org/10.26714/jsunimus.11.1.2023.45-60>
- Friedman, J. H. (1991). *Multivariate Adaptive Regression Splines Jerome* (Vol. 19, Issue 1).
- Hidayati, S., Otok, B. W., & Purhadi. (2019). Parameter Estimation and Statistical Test in Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Splines. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 546(5). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/546/5/052051>
- Hulu, V. T., Salman, Supinganto, A., Amalia, L., Khariri, Sianturi, E., Nilasari, Siagian, N., Hastuti, P., & Syamdarniati. (2020). Epidemiologi Penyakit Menular: Riwayat, Penularan dan Pencegahan. In A. Rikki (Ed.), *Paper Knowledge . Toward a Media History of Documents*. Yayasan Kita Menulis.
- Irmawati, Bustan, M. N., & Annas, S. (2019). Aplikasi Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS) terhadap Pemodelan Risiko Kesehatan Bayi dengan Berat Badan Lahir Rendah (BBLR). *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 1(2), 1–6.
- Kartini, A. Y., & Laelatul, N. U. (2022). Pemodelan Kejadian Balita Stunting di Kabupaten Bojonegoro dengan Metode Geographically Weighted Regression dan Multivariate Adaptive Regression Splines. *J Statistika: Jurnal Ilmiah Teori Dan Aplikasi Statistika*, 15(1), 127–136. <https://doi.org/10.36456/jstat.vol15.no1.a5074>
- Kashi, R. Y., Sulhaerati, Maulina, G., Septian, Y. D., Alfassa, A. I., & Widodo, E. (2018). *Analisis Cluster Terhadap Data Imunisasi Polio di Indonesia Tahun 2016 menggunakan Metode Self Organizing Maps (SOMS)*. 657–663.
- Kemenag. (2025a). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/67?from=3&to=30>
- Kemenag. (2025b). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/10?from=57&to=109>
- Kemenag. (2025bc). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per>

ayat/surah/75?from=17&to=40

Kemenag. (2025d). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/45?from=3&to=37>

Kemenag. (2025e). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/94?from=1&to=8>

Kemenag. (2025f). Qur'an Kemenag. <https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/38?from=42&to=88>

Kementrian Kesehatan. (2024). KLB virus polio cVDPV2 dan Kejadian VDPV1 di Indonesia. https://cdn.who.int/media/docs/default-source/searo/indonesia/polio/19_sitrep_cvdvp2_ino_who_unicef_english_28-february-2024_indonesian.pdf?sfvrsn=5b2351f4_

Mattalunru, M. R., Annas, S., & Aidid, M. K. (2022). Aplikasi Multivariate Adaptive Regression Splines (Mars) Untuk Mengetahui Faktor Yang Mempengaruhi Curah Hujan Di Kota Makassar. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 4(1), 9–19. <https://doi.org/10.35580/variansium2>

Negeriku, S. (2024). *Atasi KLB, Imunisasi Polio Tambahan Digelar Serentak di 3 Daerah*.

Nidhomuddin, & Otok, B. W. (2015). Random forest dan multivariate adaptive regression spline (Mars) binary response untuk klasifikasi penderita HIV/AIDS di surabaya. *Statistika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh November*, 1(3), 50–57.

Prastika, E. P., Otok, B. W., & Puhadi, P. (2021). Pemodelan Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline pada Kasus Jumlah Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur. *Inferensi*, 4(1), 1. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v4i1.7747>

Quraissy, A. (2022). Normalitas Data Menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov dan Saphiro-Wilk. *J-HEST Journal of Health Education Economics Science and Technology*, 3(1), 7–11. <https://doi.org/10.36339/jhest.v3i1.42>

Sudjana. (1996). *Metoda Statistika* (Edisi 6). Tarsito Bandung. <https://online.flipbuilder.com/unindrapustaka/ambt/>

Sugiyono. (2016). *Metode penelitian kuantitatif, kualitatif, dan kombinasi (mixed methods)*. ALFABETA, Bandung.

Umam, Y. C., Kharis, M., & Supriyono. (2016). Model Epidemi Seiv Penyebaran Penyakit Polio Pada Populasi Tak Konstan. *Unnes Journal of Mathematics*, 5(2), 100–107.

- Utami, M. S., & Ubaidillah, A. (2022). Pendugaan Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses Terhadap Air Minum Layak, Sanitasi Layak, serta Rumah Layak Huni dan Terjangkau pada Level Kecamatan Di Provinsi Papua Tahun 2019 Menggunakan Model Fay Herriot Multivariat. *Seminar Nasional Official Statistics*, 2022(1), 437–448. <https://doi.org/10.34123/semnasoffstat.v2022i1.1498>
- Yasmirullah, S. D. P., Otok, B. W., Trijoyo Purnomo, J. D., & Prastyo, D. D. (2021). Modification of Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS). *Journal of Physics: Conference Series*, 1863(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1863/1/012078>

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data

No	Kabupaten/ Kota	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
1	KAB. PACITAN	2	92.39	95.71	92.1	92.55	86.9	85.9	56.5	74.4	81.9
2	KAB. PONOROGO	3	89.64	98.78	85.3	100	89.5	88.3	84.2	70.7	68.9
3	KAB. TRENGGALEK	2	84.5	67.71	89.7	99.78	95	93.1	60.9	81.5	91.8
4	KAB. TULUNGAGUNG	11	91.3	100	93.3	86.12	97.8	97.4	62	86.7	94.8
5	KAB. BLITAR	10	89.13	85.94	83.3	86.11	82.3	81.8	57.3	100	92
6	KAB. KEDIRI	16	90.84	71.43	88.8	83.41	82.3	81.2	71.4	90.7	88.5
7	KAB. MALANG	8	92.89	87.69	90.8	97.97	98	97.4	68.6	89.7	93
8	KAB. LUMAJANG	11	85.34	92.52	91.3	93.45	98.4	95.5	59.1	84.4	92.7
9	KAB. JEMBER	9	70.3	78.26	91.4	82.34	95.7	94.7	67	48	83.6
10	KAB. BANYUWANGI	16	86.08	100	96.2	90.59	93.5	91	82	89.4	95.5
11	KAB. BONDOWOSO	8	53.24	95.96	107.7	96.99	95.2	94.5	82.6	98.6	102.8
12	KAB. SITUBONDO	15	57.47	74.79	82.6	88.56	101	97.4	137.2	84.6	98.4
13	KAB. PROBOLINGGO	11	72.97	79.59	92.7	97.23	101.7	98.5	65.9	77.6	93.9
14	KAB. PASURUAN	14	89.77	60.3	94.1	90.14	104.9	102.2	77.8	79.5	97.5
15	KAB. SIDOARJO	17	95.45	48.78	101.3	99.75	104.7	103.6	77	100	95.4
16	KAB. MOJOKERTO	11	85.99	100	88.7	86.37	92.6	91.9	81.8	89.1	84.1
17	KAB. JOMBANG	18	90.53	98.92	82.9	95.38	94.9	93.9	98.3	73.2	89.2
18	KAB. NGANJUK	4	87.91	74.17	88.8	74.77	87.9	86.7	41.1	92.6	86
19	KAB. MADIUN	5	87.66	90.09	88.2	93.84	91.6	91.5	73.4	83.5	83.3

20	KAB. MAGETAN	3	90.32	100	84.4	83.43	92.9	91.9	57.2	81.3	97.1
21	KAB. NGAWI	14	85.09	100	89.1	99.93	92	91.2	59.6	100	86.5
22	KAB. BOJONEGORO	8	91.16	68.63	93.2	93.67	95.4	92.7	95.5	94.7	97.7
23	KAB. TUBAN	3	87.4	100	93.4	78.89	97.6	96.8	82.3	80.8	95.7
24	KAB. LAMONGAN	10	93.28	100	91.6	94.11	101.6	100.3	75.9	90.9	95.7
25	KAB. GRESIK	14	95.66	100	98.3	85.13	93.1	91.5	78.9	78.9	90.5
26	KAB. BANGKALAN	15	82.48	89.52	69.5	85.4	100	89.7	49.4	34.2	56
27	KAB. SAMPANG	17	80.34	100	88.6	115.66	106	103.4	40.5	54.3	84
28	KAB. PAMEKASAN	8	80.08	83.72	88.8	116.13	104.1	101.2	73.2	77.2	84.7
29	KAB. SUMENEP	32	69.22	95.12	100.7	109.97	102.2	101.6	80.8	87.7	92
30	KOTA KEDIRI	5	86.28	100	89.6	127.11	94.7	92.7	65.4	100	81.1
31	KOTA BLITAR	10	88.15	100	95.1	117.64	103.2	99.7	84.7	100	91.3
32	KOTA MALANG	15	92.8	100	87.7	113.03	102.7	100.7	81.3	73.7	70.7
33	KOTA PROBOLINGGO	5	86.21	100	79.1	97.78	89.3	83.1	34.7	82.8	76.4
34	KOTA PASURUAN	6	89.01	100	87.8	111.89	100.7	100	73.1	100	87.2
35	KOTA MOJOKERTO	3	92.49	100	98.4	123.61	101.1	101.1	90	100	70.4
36	KOTA MADIUN	2	89.66	100	97.9	125.24	103.8	101.3	72.1	100	90.2
37	KOTA SURABAYA	73	84.21	100	100.5	125.19	105.1	104.8	81.9	100	95
38	KOTA BATU	5	93.72	100	88.6	101.87	91.3	90.3	73.3	58.3	83.1

Lampiran 2. 38 Data (Uji Equidisersi)

No	$\hat{\mu}_i$	V_i	No	$\hat{\mu}_i$	V_i
1	6.251	2.571	20	8.338	3.057
2	6.559	1.474	21	7.469	3.836
3	9.349	5.563	22	10.914	0.045
4	10.776	-1.016	23	11.804	6.312
5	4.313	5.180	24	13.875	0.361
6	4.486	25.981	25	9.911	0.274
7	11.242	0.224	26	4.510	21.077
8	10.566	-1.023	27	18.072	-0.877
9	10.128	-0.763	28	15.990	3.493
10	10.932	0.886	29	20.114	5.433
11	17.459	4.666	30	10.456	2.369
12	17.182	-0.596	31	17.711	2.792
13	13.931	-0.173	32	12.330	-0.639
14	14.616	-0.932	33	4.234	-1.042
15	13.880	-0.524	34	12.637	3.011
16	7.594	0.079	35	13.218	7.672
17	11.746	1.797	36	19.030	15.135
18	3.917	-1.019	37	25.558	85.211
19	7.608	0.237	38	10.340	2.274

Lampiran 3. 36 Data (Uji Equidisersi)

No	$\hat{\mu}_i$	V_i	No	$\hat{\mu}_i$	V_i
1	6,883	3,173	19	7,566	0,209
2	7,280	2,104	20	9,237	3,887
3	8,811	5,038	21	6,358	6,984
4	9,374	-0,891	22	11,989	0,660
5	6,365	0,505	23	11,465	5,989
6	7,591	7,209	24	10,766	-0,874
7	9,052	-0,762	25	10,179	0,059
8	9,789	-0,974	26	14,609	-1,016
9	10,002	-0,799	27	8,719	5,915
10	9,837	2,235	28	9,477	-0,614
11	7,258	-1,026	29	5,661	-0,806
12	16,172	-0,843	30	9,550	-1,026
13	10,644	-1,022	31	8,899	2,497
14	14,743	-0,912	32	7,244	0,005
15	11,548	1,101	33	7,625	-0,441
16	8,424	-0,518	34	6,391	1,330
17	10,716	3,272	35	7,985	4,235
18	7,379	1,006	36	8,404	0,784

Lampiran 4. Output Uji Distribusi Poisson

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test		
		Y
N		38
Poisson Parameter ^{a,b}	Mean	11.5526
Most Extreme Differences	Absolute	.289
	Positive	.289
	Negative	-.074
Kolmogorov-Smirnov Z		1.781
Asymp. Sig. (2-tailed)		.004
a. Test distribution is Poisson.		
b. Calculated from data.		

Lampiran 5. Output R Uji Equidispersi (38 Data)

```
> dispersiontest(data_dis)

Overdispersion test

data: data_dis
z = 2.2578, p-value = 0.01198
alternative hypothesis: true dispersion is greater than 1
sample estimates:
dispersion
 6.32711
```

Lampiran 6. Output R Uji Equidispersi (36 Data)

```
> dispersiontest(data_dis)

Overdispersion test

data: data_dis
z = 3.0036, p-value = 0.001334
alternative hypothesis: true dispersion is greater than 1
sample estimates:
dispersion
 2.268616
```

Lampiran 7. Output Matriks Bobot WLS (38 Data)

```
      [,1]
[1,] 9.881850e-04
[2,] 4.778766e-04
[3,] 3.393065e-04
[4,] 1.595667e-05
[5,] 2.718026e-05
[6,] 5.914047e-06
[7,] 4.729080e-05
[8,] 1.882384e-05
[9,] 4.550981e-05
[10,] 8.413041e-06
[11,] 5.145946e-05
[12,] 6.787076e-06
```

[13,]	3.140206e-05
[14,]	1.203193e-05
[15,]	5.111297e-06
[16,]	2.261310e-05
[17,]	4.387987e-06
[18,]	3.678980e-04
[19,]	2.678242e-04
[20,]	7.525011e-04
[21,]	5.896283e-06
[22,]	3.934500e-05
[23,]	8.244620e-04
[24,]	2.623538e-05
[25,]	6.614628e-06
[26,]	7.285577e-06
[27,]	5.059344e-06
[28,]	2.804200e-05
[29,]	6.228566e-07
[30,]	2.739522e-04
[31,]	6.771035e-05
[32,]	9.543704e-06
[33,]	3.645612e-04
[34,]	1.302241e-04
[35,]	3.068994e-04
[36,]	5.388546e-04
[37,]	6.388492e-08
[38,]	1.936681e-04

Lampiran 8. Output Parameter MAGPRS (38 Data)

nilai_nk_magprs	nilai_degree_magprs	nilai_minspan_magprs	nilai_gcv_magprs	nilai_rsqa_magprs	
1	18	1	0	2.848615e-04	0.6843791
2	18	1	1	2.057403e-04	0.7720438
3	18	1	2	2.121251e-04	0.7649696
4	18	1	3	3.223124e-04	0.6428842
5	18	2	0	3.850720e-04	0.5733478
6	18	2	1	2.896535e-04	0.6790696
7	18	2	2	1.553479e-04	0.8278776
8	18	2	3	1.691648e-04	0.8125688
9	18	3	0	3.847442e-04	0.5737110
10	18	3	1	3.027089e-04	0.6646045
11	18	3	2	1.476708e-04	0.8363837
12	18	3	3	2.292247e-04	0.7460235
13	27	1	0	1.443840e-04	0.8400254
14	27	1	1	1.029057e-04	0.8859826
15	27	1	2	1.329885e-04	0.8526514
16	27	1	3	1.383641e-04	0.8466953
17	27	2	0	1.492353e-04	0.8346502
18	27	2	1	1.426262e-04	0.8419729
19	27	2	2	3.355439e-05	0.9628224
20	27	2	3	9.727565e-05	0.8922205
21	27	3	0	1.844294e-04	0.7956559

22	27	3	1	3.042463e-05	0.9662901
23	27	3	2	6.330531e-05	0.9298590
24	27	3	3	4.802596e-05	0.9467882
25	36	1	0	8.355676e-05	0.9074208
26	36	1	1	4.989039e-05	0.9447224
27	36	1	2	6.459273e-05	0.9284325
28	36	1	3	6.831908e-05	0.9243038
29	36	2	0	1.067638e-04	0.8817078
30	36	2	1	5.873196e-05	0.9349261
31	36	2	2	4.458039e-06	0.9950606
32	36	2	3	5.752043e-06	0.9936268
33	36	3	0	8.247668e-05	0.9086175
34	36	3	1	1.246863e-05	0.9861850
35	36	3	2	2.739141e-05	0.9696509
36	36	3	3	1.224879e-05	0.9864286

Lampiran 9. *Error* (Residual) MAGPRS (38 Data)

i	y_i	$\hat{y}_i$	e_i
1	2	0.6878	1.3122
2	3	1.1154	1.8846
3	2	0.8336	1.1664
4	11	2.2884	8.7116
5	10	2.3168	7.6832
6	16	2.8216	13.1784
7	8	2.0567	5.9433
8	11	2.3682	8.6318
9	9	2.1967	6.8033
10	16	2.6492	13.3508
11	8	2.0476	5.9524
12	15	2.7118	12.2882
13	11	2.4520	8.5480
14	14	2.7392	11.2608
15	17	2.7917	14.2083
16	11	2.3598	8.6402
17	18	2.6039	15.3961
18	4	1.3883	2.6117
19	5	1.5901	3.4099
20	3	1.0986	1.9014
21	14	3.1589	10.8411
22	8	2.0987	5.9013
23	3	1.0938	1.9062
24	10	2.0497	7.9503
25	14	2.8432	11.1568

26	15	2.7086	12.2914
27	17	2.8443	14.1557
28	8	1.8850	6.1150
29	32	3.5813	28.4187
30	5	1.5657	3.4343
31	10	2.3479	7.6521
32	15	2.8123	12.1877
33	5	1.5916	3.4084
34	6	1.7942	4.2058
35	3	1.1106	1.8894
36	2	0.7101	1.2899
37	73	3.2451	69.7549
38	5	1.6025	3.3975

Lampiran 10. Output Estimasi Parameter MAGPRS (38 Data)

	Y
(Intercept)	-10.3495592
h(92.39-x1)	-0.0904288
h(x1-92.39)	-0.0951342
h(x3-94.1)	0.3278479
h(x4-85.4)	0.0671756
h(x5-92.9)	-0.0129894
h(101.3-x6)	-0.1374093
h(x6-101.3)	1.1161375
h(81.9-x7)	-0.0053744
h(x7-81.9)	0.0050076
h(x8-54.3)	0.4391471
h(81.5-x8)	0.1222880
h(x8-81.5)	-0.4173011
h(92.39-x1) * h(x5-95)	0.0136625
h(92.39-x1) * h(95-x5)	0.0146524
h(86.28-x1) * h(81.5-x8)	0.0203847
h(x1-86.28) * h(81.5-x8)	0.0362490
h(85.94-x2) * h(x8-81.5)	0.0011963
h(x2-85.94) * h(x8-81.5)	0.0050510
h(88.7-x3) * h(x8-81.5)	-0.0179245
h(x3-88.7) * h(x8-81.5)	-0.0057687
h(86.37-x4) * h(x8-54.3)	-0.0029967
h(x4-86.37) * h(x8-54.3)	-0.0024298
h(95.7-x5) * h(101.3-x6)	-0.0004472
h(x5-95.7) * h(101.3-x6)	0.0717507
h(99.7-x6) * h(x8-81.5)	-0.0010466
h(x6-99.7) * h(x8-81.5)	-0.0473860
h(100-x6) * h(x8-54.3)	0.0060827
h(x6-100) * h(x8-54.3)	0.0048528
h(65.9-x7) * h(81.5-x8)	0.0027050
h(x7-65.9) * h(81.5-x8)	0.0094110

Lampiran 11. Output Matriks Bobot WLS (36 Data)

	[,1]
[1,]	1.054814e-02
[2,]	3.512475e-03
[3,]	1.301992e-02
[4,]	1.664442e-04
[5,]	1.844205e-04
[6,]	4.397960e-05
[7,]	4.544484e-04
[8,]	1.078998e-04
[9,]	4.739656e-04
[10,]	4.195756e-05
[11,]	3.524652e-04
[12,]	4.062225e-05
[13,]	1.600843e-04
[14,]	6.753544e-05
[15,]	3.787788e-05
[16,]	2.010738e-04
[17,]	2.704595e-05
[18,]	1.861340e-03
[19,]	1.666102e-03
[20,]	3.117291e-03
[21,]	7.126442e-05
[22,]	3.262619e-04
[23,]	3.026454e-03
[24,]	1.885029e-04
[25,]	6.583907e-05
[26,]	5.435196e-05
[27,]	3.702196e-05
[28,]	3.334548e-04
[29,]	1.368212e-03
[30,]	1.935518e-04
[31,]	5.612455e-05
[32,]	1.502412e-03
[33,]	6.587639e-04
[34,]	3.731679e-03
[35,]	2.209026e-02
[36,]	1.567832e-03

Lampiran 12. Output Parameter MAGPRS (36 Data)

	nilai_nk_magprs	nilai_degree_magprs	nilai_minspan_magprs	nilai_gcv_magprs	nilai_rsqr_magprs
1	18	1	0	1.477957e-03	0.8110809
2	18	1	1	1.839289e-03	0.7648939
3	18	1	2	1.711607e-03	0.7812148
4	18	1	3	1.286031e-03	0.8356138
5	18	2	0	2.392355e-03	0.6941986
6	18	2	1	2.769376e-03	0.6460061
7	18	2	2	1.288176e-03	0.8353396
8	18	2	3	8.243805e-04	0.8946240
9	18	3	0	2.888846e-03	0.6307349

10	18	3	1	1.447107e-03	0.8150243
11	18	3	2	1.392457e-03	0.8220100
12	18	3	3	7.947148e-04	0.8984160
13	27	1	0	8.803799e-04	0.8874659
14	27	1	1	1.000565e-03	0.8721033
15	27	1	2	4.999666e-04	0.9360920
16	27	1	3	6.125297e-04	0.9217037
17	27	2	0	4.369219e-04	0.9441507
18	27	2	1	1.651140e-03	0.7889439
19	27	2	2	7.073112e-04	0.9095883
20	27	2	3	1.617056e-04	0.9793301
21	27	3	0	7.471775e-04	0.9044925
22	27	3	1	7.563041e-04	0.9033259
23	27	3	2	5.043525e-04	0.9355314
24	27	3	3	1.947566e-04	0.9751053
25	36	1	0	5.688308e-04	0.9272895
26	36	1	1	5.838772e-04	0.9253662
27	36	1	2	1.411465e-04	0.9819580
28	36	1	3	2.850330e-04	0.9635658
29	36	2	0	1.532352e-04	0.9804128
30	36	2	1	7.192994e-04	0.9080560
31	36	2	2	1.820902e-04	0.9767244
32	36	2	3	3.809484e-05	0.9951305
33	36	3	0	2.033975e-04	0.9740008
34	36	3	1	5.112605e-04	0.9346484
35	36	3	2	1.603946e-04	0.9794977
36	36	3	3	1.213503e-04	0.9844885

Lampiran 13. *Error (Residual) MAGPRS (36 Data)*

i	y_i	$\hat{y}_i$	e_i
1	2	0,7087335	1,291267
2	3	1,0915613	1,908439
3	2	0,6930515	1,306949
4	11	2,1522601	8,847740
5	10	2,0769416	7,923058
6	16	2,098443	13,901557
7	8	2,0838035	5,916197
8	11	1,6531301	9,346870
9	9	2,1388814	6,861119
10	16	2,6348294	13,365171
11	8	2,0778696	5,922130
12	15	2,6534171	12,346583
13	11	2,5783149	8,421685
14	14	2,7803272	11,219673
15	17	2,7299362	14,270064

16	11	2,3521018	8,647898
17	18	3,3002349	14,699765
18	4	1,4096102	2,590390
19	5	1,6861606	3,313839
20	3	1,0661287	1,933871
21	14	3,0128886	10,987111
22	8	2,1180466	5,881953
23	3	1,1124661	1,887534
24	10	2,3811384	7,618862
25	14	2,6480988	11,351901
26	15	2,7192861	12,280714
27	17	2,7318918	14,268108
28	8	2,0824775	5,917523
29	5	1,5623828	3,437617
30	10	2,1753972	7,824603
31	15	2,2166654	12,783335
32	5	1,6359381	3,364062
33	6	1,8402661	4,159734
34	3	1,082852	1,917148
35	2	0,7029609	1,297039
36	5	1,6258405	3,374160

Lampiran 14. Output BHHH Parameter Dispersi

```
=====
Estimasi Omega kecil
=====
      estimate std.error z_value
teta  4.729505   0.0008284182   5709.079
=====
```

Lampiran 15. Output Hasil Uji Simultan

```
=====
      Uji Serentak MAGPRS
=====
G kuadrat Daerah_Kritis Kesimpulan
8505.84   42.55697   Tolak H0 dengan alfa 5%
=====
```

Lampiran 16. Output Estimasi Parameter dan Hasil Uji Parsial

```

Call:
glm(formula = Yexp ~ bx_magprs[, -1])
Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.04438  -0.30912   0.01545   0.29001   1.57343

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    4.305739    2.977050    2.446 0.000256***
bx_magprs[, -1]h(x1-92.39) -0.099651    0.599119   -0.166 0.000001***
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1) -0.137607    0.182881   -0.752 0.476323
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(x2-83.72) -0.052408    0.020103   -2.607 0.035069 *
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(83.72-x2) -0.133780    0.029708   -4.503 0.002788 **
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(x3-91.3)  0.225152    0.047137    4.777 0.002020 **
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(91.3-x3) -0.322660    0.073779   -4.373 0.003261 **
bx_magprs[, -1]h(x9-97.1) -26.420197    3.922475   -6.736 0.000269 ***
bx_magprs[, -1]h(97.1-x9)  0.180849    0.058616    3.085 0.017683 *
bx_magprs[, -1]h(x8-89.7)  0.196354    0.620164    0.317 0.760768
bx_magprs[, -1]h(89.7-x8)  0.633438    0.141167    4.487 0.002842 **
bx_magprs[, -1]h(x4-86.11) -0.184506    0.101814   -1.812 0.112855
bx_magprs[, -1]h(86.11-x4) -1.928126    0.273485   -7.050 0.000202 ***
bx_magprs[, -1]h(x5-95.7)*h(89.7-x8)  0.258648    0.070498    3.669 0.007976 **
bx_magprs[, -1]h(95.7-x5)*h(89.7-x8)  0.013775    0.108579    0.127 0.902611
bx_magprs[, -1]h(x8-83.5)  1.019489    0.457812    2.227 0.061253 .
bx_magprs[, -1]h(x5-94.7)*h(83.5-x8) -0.334050    0.081864   -4.081 0.004686 **
bx_magprs[, -1]h(94.7-x5)*h(83.5-x8) -0.278637    0.178329   -1.562 0.162146
bx_magprs[, -1]h(x3-90.8)*h(x8-83.5) -0.088441    0.024579   -3.598 0.008761 **
bx_magprs[, -1]h(90.8-x3)*h(x8-83.5) -0.082436    0.064307   -1.282 0.240695
bx_magprs[, -1]h(x5-95.2) -0.732064    0.213354   -3.431 0.010967 *
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(x7-65.9)  0.070716    0.009027    7.834 0.000104 ***
bx_magprs[, -1]h(92.39-x1)*h(65.9-x7)  0.116795    0.022635    5.160 0.001310 **
bx_magprs[, -1]h(x2-90.09)  0.333949    0.159441    2.094 0.074474 .
bx_magprs[, -1]h(90.09-x2)  0.513050    0.106200    4.831 0.001897 **
bx_magprs[, -1]h(x3-88.2)*h(83.5-x8)  0.055586    0.039806    1.396 0.205276
bx_magprs[, -1]h(88.2-x3)*h(83.5-x8)  0.057645    0.019046    3.027 0.019207 *
bx_magprs[, -1]h(x4-93.45)*h(x8-89.7) -0.018144    0.010131   -1.791 0.116428

bx_magprs[, -1]h(93.45-x4)*h(x8-89.7) -0.003764    0.071715   -0.052 0.959607
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

GLM (family poisson, link log):

nulldev	df	dev	df	devratio	AIC	iters	converged
0.0654107	35	0.000254841	7	0.996	58.2	3	1

Earth selected 29 of 29 terms, and 8 of 9 predictors

Termination condition: RSq changed by less than 0.001 at 29 terms

Importance: x5, x8, x4, x9, x3, x1, x7, x2, x6-unused

Weights: 0.01054814, 0.003512475, 0.01301992, 0.0001664442, 0.0001844205, 4.39796e-0...

Number of terms at each degree of interaction: 1 12 16

Earth GCV 3.809484e-05 RSS 0.001371414 GRSq 0.9951305 RSq 0.9951305

Lampiran 17. Syntax Estimasi Parameter MAGPRS

```

library(readxl)
library(car)
library(lmtest)
library(zoo)
install.packages("AER")
library(AER)
data <- read_excel("Olahdata36.xlsx")
View(data)
data_dis <- glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9,data = data, family =poisson)
data_dis
#Syntax uji equidispersi
dispersiontest(data_dis)
#Program MAGPRS
install.packages("TeachingDemos")
library(earth)
#MARS
PsMars18.1.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=0,endspan=0, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.1.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=1,endspan=1, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.1.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=2,endspan=2, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.1.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=3,endspan=3, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

PsMars18.2.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=0,endspan=0, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.2.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=1,endspan=1, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.2.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

PsMars18.3.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=0,endspan=0, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.3.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=1,endspan=1, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.3.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=2,endspan=2, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars18.3.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=18,minspan=3,endspan=3, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

PsMars27.1.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=0,endspan=0, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.1.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=1,endspan=1, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.1.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=2,endspan=2, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.1.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=3,endspan=3, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

PsMars27.2.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=0,endspan=0, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.2.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=1,endspan=1, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.2.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

PsMars27.3.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=0,endspan=0, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

```

```

PsMars27.3.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=1,endspan=1, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.3.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=2,endspan=2, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars27.3.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27,minspan=3,endspan=3, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

```

```

PsMars36.1.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=0,endspan=0, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.1.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=1,endspan=1, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.1.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.1.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=3,endspan=3, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

```

```

PsMars36.2.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=0,endspan=0, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.2.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=1,endspan=1, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.2.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

```

```

PsMars36.3.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=0,endspan=0, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.3.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=1,endspan=1, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.3.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))
PsMars36.3.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=36, minspan=3,endspan=3, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson))

```

#Nilai nk MARS

```

nilai_nk = c(PsMars18.1.0$nk, PsMars18.1.1$nk, PsMars18.1.2$nk,
PsMars18.1.3$nk,
PsMars18.2.0$nk, PsMars18.2.1$nk, PsMars18.2.2$nk,
PsMars18.2.3$nk,
PsMars18.3.0$nk, PsMars18.3.1$nk, PsMars18.3.2$nk,
PsMars18.3.3$nk,
PsMars27.1.0$nk, PsMars27.1.1$nk, PsMars27.1.2$nk,
PsMars27.1.3$nk,
PsMars27.2.0$nk, PsMars27.2.1$nk, PsMars27.2.2$nk,
PsMars27.2.3$nk,
PsMars27.3.0$nk, PsMars27.3.1$nk, PsMars27.3.2$nk,
PsMars27.3.3$nk,
PsMars36.1.0$nk, PsMars36.1.1$nk, PsMars36.1.2$nk,
PsMars36.1.3$nk,
PsMars36.2.0$nk, PsMars36.2.1$nk, PsMars36.2.2$nk,
PsMars36.2.3$nk,
PsMars36.3.0$nk, PsMars36.3.1$nk, PsMars36.3.2$nk,
PsMars36.3.3$nk)

```

#Nilai degree MARS

```

nilai_degree = c(1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3)

```

#Nilai minspan MARS

```

nilai_minspan = c(0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3)

```

#Nilai GCV MARS

```

nilai_gcv = c(PsMars18.1.0$gcv, PsMars18.1.1$gcv, PsMars18.1.2$gcv,
PsMars18.1.3$gcv,
PsMars18.2.0$gcv, PsMars18.2.1$gcv, PsMars18.2.2$gcv,
PsMars18.2.3$gcv,
PsMars18.3.0$gcv, PsMars18.3.1$gcv, PsMars18.3.2$gcv,
PsMars18.3.3$gcv)

```

```

minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs18.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)

PsMagprs18.3.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=0,endspan=0, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs18.3.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=1,endspan=1, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs18.3.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=2,endspan=2, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs18.3.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=18,
minspan=3,endspan=3, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)

PsMagprs27.1.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=27,
minspan=0,endspan=0, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs27.1.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=27,
minspan=1,endspan=1, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs27.1.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=27,
minspan=2,endspan=2, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs27.1.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data,
nk=27, minspan=3,endspan=3, degree=1, penalty=-1,glm=list(family=poisson), nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs36.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)

PsMagprs36.3.0 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=0,endspan=0, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs36.3.1 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=1,endspan=1, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs36.3.2 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)
PsMagprs36.3.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=3,endspan=3, degree=3, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
  weights = weighted, wp = NULL)

```

#Nilai nk MAGPRS

```

nilai_nk_magprs = c(PsMagprs18.1.0$nk, PsMagprs18.1.1$nk,
  PsMagprs18.1.2$nk, PsMagprs18.1.3$nk,
  PsMagprs18.2.0$nk, PsMagprs18.2.1$nk,
  PsMagprs18.2.2$nk, PsMagprs18.2.3$nk,
  PsMagprs18.3.0$nk, PsMagprs18.3.1$nk,
  PsMagprs18.3.2$nk, PsMagprs18.3.3$nk,
  PsMagprs27.1.0$nk, PsMagprs27.1.1$nk,
  PsMagprs27.1.2$nk, PsMagprs27.1.3$nk,
  PsMagprs27.2.0$nk, PsMagprs27.2.1$nk,
  PsMagprs27.2.2$nk, PsMagprs27.2.3$nk,
  PsMagprs27.3.0$nk, PsMagprs27.3.1$nk,
  PsMagprs27.3.2$nk, PsMagprs27.3.3$nk,
  PsMagprs36.1.0$nk, PsMagprs36.1.1$nk,
  PsMagprs36.1.2$nk, PsMagprs36.1.3$nk,

```

```

PsMagprs36.2.0$nk, PsMagprs36.2.1$nk,
PsMagprs36.2.2$nk, PsMagprs36.2.3$nk,
PsMagprs36.3.0$nk, PsMagprs36.3.1$nk,
PsMagprs36.3.2$nk, PsMagprs36.3.3$nk)
#Nilai degree MAGPRS
nilai_degree_magprs =
c(1,1,1,1,2,2,2,3,3,3,1,1,1,1,2,2,2,3,3,3,1,1,1,1,2,2,2,3,
3,3,3)
#Nilai Minspan MAGRPS
nilai_minspan_magprs =
c(0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,
1,2,3)
#Nilai GCV MAGPRS
nilai_gcv_magprs = c(PsMagprs18.1.0$gcv, PsMagprs18.1.1$gcv,
PsMagprs18.1.2$gcv, PsMagprs18.1.3$gcv,
PsMagprs18.2.0$gcv, PsMagprs18.2.1$gcv,
PsMagprs18.2.2$gcv, PsMagprs18.2.3$gcv,
PsMagprs18.3.0$gcv, PsMagprs18.3.1$gcv,
PsMagprs18.3.2$gcv, PsMagprs18.3.3$gcv,
PsMagprs27.1.0$gcv, PsMagprs27.1.1$gcv,
PsMagprs27.1.2$gcv, PsMagprs27.1.3$gcv,
PsMagprs27.2.0$gcv, PsMagprs27.2.1$gcv,
PsMagprs27.2.2$gcv, PsMagprs27.2.3$gcv,
PsMagprs27.3.0$gcv, PsMagprs27.3.1$gcv,
PsMagprs27.3.2$gcv, PsMagprs27.3.3$gcv,
PsMagprs36.1.0$gcv, PsMagprs36.1.1$gcv,
PsMagprs36.1.2$gcv, PsMagprs36.1.3$gcv,
PsMagprs36.2.0$gcv, PsMagprs36.2.1$gcv,
PsMagprs36.2.2$gcv, PsMagprs36.2.3$gcv,
PsMagprs36.3.0$gcv, PsMagprs36.3.1$gcv,
PsMagprs36.3.2$gcv, PsMagprs36.3.3$gcv)

#Nilai RS MAGPRS
nilai_rs_magprs = c(PsMagprs18.1.0$rsq, PsMagprs18.1.1$rsq,
PsMagprs18.1.2$rsq, PsMagprs18.1.3$rsq,
PsMagprs18.2.0$rsq, PsMagprs18.2.1$rsq,
PsMagprs18.2.2$rsq, PsMagprs18.2.3$rsq,
PsMagprs18.3.0$rsq, PsMagprs18.3.1$rsq,
PsMagprs18.3.2$rsq, PsMagprs18.3.3$rsq,
PsMagprs27.1.0$rsq, PsMagprs27.1.1$rsq,
PsMagprs27.1.2$rsq, PsMagprs27.1.3$rsq,
PsMagprs27.2.0$rsq, PsMagprs27.2.1$rsq,
PsMagprs27.2.2$rsq, PsMagprs27.2.3$rsq,
PsMagprs27.3.0$rsq, PsMagprs27.3.1$rsq,
PsMagprs27.3.2$rsq, PsMagprs27.3.3$rsq,
PsMagprs36.1.0$rsq, PsMagprs36.1.1$rsq,
PsMagprs36.1.2$rsq, PsMagprs36.1.3$rsq,
PsMagprs36.2.0$rsq, PsMagprs36.2.1$rsq,
PsMagprs36.2.2$rsq, PsMagprs36.2.3$rsq,
PsMagprs36.3.0$rsq, PsMagprs36.3.1$rsq,
PsMagprs36.3.2$rsq, PsMagprs36.3.3$rsq)
data.frame(nilai_nk_magprs, nilai_degree_magprs, nilai_minspan_magprs, nilai_gcv_magprs,
nilai_rs_magprs)
optimumGCVMagprs=cbind(nilai_nk_magprs, nilai_degree_magprs,
nilai_minspan_magprs, nilai_gcv_magprs)

#Mengurutkan nilai GCV MAGPRS minimum
GCVmin_1magprs=optimumGCVMagprs[order(optimumGCVMagprs[,ncol(optimumGCVMagprs)]),]
GCVmin_1magprs[1,]

#Model terbaik GCV minimum dan RSq maksimum
PsMagprs36.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=3,endspan=3, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
weights = weighted, wp = NULL) #model optimum

```

```

Ypred_magprs
lm.mod_magprs <- lm(Ypred_magprs ~ bx_magprs[, -1]) # -1 to drop

#intercept
summary(lm.mod_magprs)
summary(PsMagprs36.2.3)

cat(format(lm.mod_magprs, style="bf"))
cat(format(PsMagprs36.2.3, style="bf"))
data$Y
# Residual (error) per observasi
error36 = data$Y - Ypred_magprs
error36

# Gabungkan jadi tabel
result <- data.frame(
  Y_actual = data$Y,
  Y_pred = Ypred_magprs,
  residual = error36
)
result

# ---- 1. Boxplot untuk deteksi outlier ----
par(mfrow = c(1,1), mar = c(4,4,3,2)) # atur margin biar gak error
boxplot(error36, main = "Deteksi Outlier", col = "skyblue")
summary(error36)
outliers36 <- boxplot.stats(error36)$out
outliers36

#estimasi variabel penting
PsMagprs36.2.3 = earth(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9, data = data, nk=36,
minspan=2,endspan=2, degree=2, penalty=-1,glm=list(family=poisson),
weights = weighted, wp = NULL) #model optimum
evimp(PsMagprs36.2.3, trim = FALSE)

#uji serentak
A=as.matrix(lm.mod_magprs$coefficients)
T=bx_magprs%%A
Y=as.matrix(data[,3])
teta= 2.268616
R=(Y*(bx_magprs%%A))-(Y*log(1+teta*exp(bx_magprs%%A)))+((Y-1)*log(1+teta*Y))-
(log(factorial(Y)))-
(((exp(bx_magprs%%A))*(1+teta*Y))/(1+teta*exp(bx_magprs%%A)))
R
ln_Omega=sum(R)
ln_Omega

#estimasi menggunakan BHHH
omegakecilawal=c(2.268616) #input nilai awal paramter dispersi
eps=100
iterasi=1
alpha0=4.427075
N=36
while(eps>0.1){
  omegakecilawal[1]
  a=rep(NA, N)
  b=rep(NA, N)
  for (i in 1:N)
  {
    a[i]=(Y[i]*alpha0)-((Y[i]*teta*exp(alpha0))/(1+teta*exp(alpha0)))-
    (1+teta*Y[i]*((exp(alpha0))/(1+teta*exp(alpha0)))-
    ((teta*(exp(alpha0))^2)/(1+teta*exp(alpha0))^2)
    b[i]=((Y[i]*exp(alpha0))/(1+teta*exp(alpha0)))+((Y[i]*(Y[i]-
    1))/(1+teta*Y[i]))-(exp(alpha0))*(Y[i]/(1+teta*exp(alpha0)))-

```

```

      (((1+teta*Y[i])*exp(alpha0))/((1+teta*exp(alpha0))^2))}
aa=sum(a)
bb=sum(b)
g1=as.matrix(cbind(a,b))
g=cbind(aa,bb)
H=((t(g1)%*%(g1)))
library(MASS)
Hinv=ginv(H)
omegakecilakhir=omegakecilawal+(Hinv%*%(t(g)))
teta=omegakecilakhir[1]
omegakecilakhir=c(teta)
error=abs(omegakecilakhir-omegakecilawal)
eps=sqrt(sum(error^2))
omegakecilawal=c(teta)
iterasi=iterasi+1
}
omegakecilakhir=omegakecilawal
teta=omegakecilawal[1]
diag(Hinv)
SE=sqrt(diag(Hinv))
z_value=omegakecilawal/SE
alpha0
teta
para=(teta)
{
  cat("=====", "\n")
  cat("Estimasi Omega Kecil", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat(" estimate std.error z_value", "\n")
  cat("teta ", para[1], " ", SE[1], " ", z_value[1], "\n")
  cat("=====", "\n")
}

alpha0=4.427075
teta=2.268616
D=(Y*log(alpha0))-(Y*log(1+teta*exp(alpha0)))+((Y-1)*log(1+teta*Y))-
(log(factorial(Y)))-
(((exp(alpha0))*(1+teta*Y))/(1+teta*exp(alpha0)))
lnomegakecil=sum(D)
Gkuadrat=(2*(ln_Omega)-(lnomegakecil))
ChisqTabel=qchisq(0.95,30)
{
  cat("=====", "\n")
  cat(" Uji Serentak MAGPRS", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("G kuadrat Daerah_Kritis Kesimpulan", "\n")
  cat( Gkuadrat, " ", ChisqTabel, " ", if(Gkuadrat> ChisqTabel){
    ("Tolak H0 dengan alfa 5%")
  } else {("Gagal Tolak H0 dengan alfa 5%")
  }, "\n")
  cat("=====", "\n")
}

```

RIWAYAT HIDUP



Vina Tri Wahyu sari, lahir di Jombang 26 April 2000, akrab disebut Vina. Tinggal di Desa Sumbersari, Kecamatan Megaluh, Kabupaten Jombang. Anak ketiga dari Bapak Hanoko dan Ibu Min Ayatin. Pendidikan yang ditempuh Sekolah Dasar yaitu SDN Sumbersari II, lulus pada tahun 2013. Setelah itu Pendidikan di Sekolah Menengah yaitu MTsN Denanyar, lulus pada tahun 2016. Pendidikan selanjutnya pada sekolah menengah atas yaitu SMAN Bandarkedungmulyo, lulus pada tahun 2019. Pada tahun 2021 melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang jurusan Matematika melalui jalur SBMPTN.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Vina Tri Wahyu Sari
NIM : 210601110049
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : *Pemodelan Multivariate Adaptive Generalized Poisson Regression Spline (MAGPRS) Pada Kasus Polio Di Jawa Timur*
Pembimbing I : Dr. Fachrur Rozi, M.Si
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	4 Maret 2025	Konsultasi Topik dan Data	1. <i>Thp</i>
2.	13 Maret 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	2. <i>Thp</i>
3.	17 Maret 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	3. <i>Thp</i>
4.	19 Maret 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	4. <i>Thp</i>
5.	14 April 2025	Konsultasi Bab I, II, dan III	5. <i>Thp</i>
6.	15 April 2025	ACC Bab I, II, dan III	6. <i>Thp</i>
7.	16 April 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	7. <i>Rae</i>
8.	30 April 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	8. <i>Rae</i>
9.	6 Mei 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	9. <i>Rae</i>
10.	8 Mei 2025	ACC Kajian Agama Bab I dan II	10. <i>Rae</i>
11.	15 Mei 2025	ACC Seminar Proposal	11. <i>Thp</i>
12.	22 Mei 2025	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	12. <i>Thp</i>
13.	26 Agustus 2025	Konsultasi Bab IV dan V	13. <i>Thp</i>
14.	28 Agustus 2025	Konsultasi Bab IV dan V	14. <i>Thp</i>
15.	2 September 2025	Konsultasi Bab IV dan V	15. <i>Thp</i>



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	8 September 2025	Konsultasi Bab IV dan V	16. <i>tp</i>
17.	10 September 2025	ACC Bab IV dan V	17. <i>tp</i>
18.	12 September 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	18. <i>tp</i>
19.	15 September 2025	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	19. <i>tp</i>
20.	16 September 2025	ACC Kajian Agama Bab IV	20. <i>tp</i>
21.	19 September 2025	ACC Seminar Hasil	21. <i>tp</i>
22.	27 Oktober 2025	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	22. <i>tp</i>
23.	15 Desember 2025	Sidang Skripsi	23. <i>tp</i>
24.	22 Desember 2025	ACC Keseluruhan	24. <i>tp</i>

Malang, 22 Desember 2025

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Fachrud Rozi, M.Si

NIP. 19800527 200801 1 012