

**ANALISIS MODEL ANTRIAN  
*MULTI CHANNEL SINGLE PHASE* PADA PELAYANAN  
DI RUMAH SAKIT KOTA BLITAR**

**SKRIPSI**

**OLEH  
REZA LAILATUL NABILAH  
NIM. 200601110030**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2024**

**ANALISIS MODEL ANTRIAN  
*MULTI CHANNEL SINGLE PHASE* PADA PELAYANAN  
DI RUMAH SAKIT KOTA BLITAR**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Reza Lailatul Nabilah  
NIM. 200601110030**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2024**

**ANALISIS MODEL ANTRIAN  
MULTI CHANNEL SINGLE PHASE PADA PELAYANAN  
DI RUMAH SAKIT KOTA BLITAR**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Reza Lailatul Nabilah  
NIM. 200601110030**

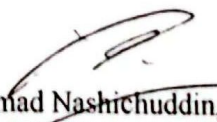
Telah Disetujui Untuk Diuji  
Malang, 2 Desember 2024

Dosen Pembimbing I



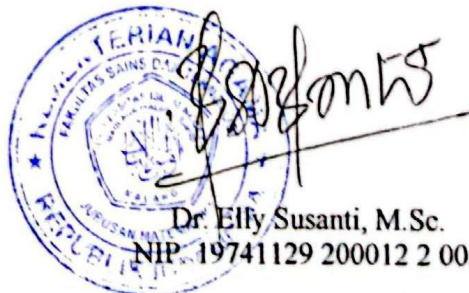
Juhari, M.Si.  
NIPPPK. 19840209 202321 1 010

Dosen Pembimbing II



Achmad Nashichuddin, M.A.  
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.  
NIP. 19741129 200012 2 005

**ANALISIS MODEL ANTRIAN  
MULTI CHANNEL SINGLE PHASE PADA PELAYANAN  
DI RUMAH SAKIT KOTA BLITAR**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Reza Lailatul Nabilah  
NIM. 200691110039**

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

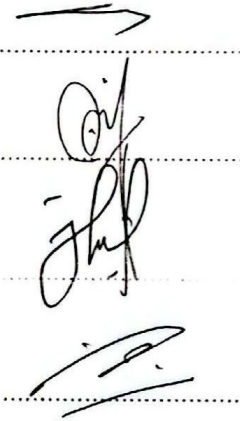
Tanggal 10 Desember 2024

Ketua Penguji : Dr. Usman Pagalay, M.Si.


Anggota Penguji 1 : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.


Anggota Penguji 2 : Juhari, M.Si

Anggota Penguji 3 : Achmad Nashichuddin, M.A.



Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika



  
Dr. Elly Susanti, M. Sc.  
NIP. 19741129 200012 2 005

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya bertanda tangan di bawah ini

Nama : Reza Lailatul Nabilah  
NIM : 200601110030  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Analisis Model Antrian *Multi Channel Single Phase* pada Pelayanan di Rumah Sakit Kota Blitar

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai pemikiran, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan di halaman terakhir. Apabila dikemudian hari terbukti skripsi ini adalah hasil jiplakan atau tiruan, maka saya bersedia menerima sanksi yang berlaku atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Desember 2024



Reza Lailatul Nabilah  
NIM. 200601110030

## HALAMAN MOTO

"إِعْتِمَادٌ عَلَى النَّفْسِ أَسَاسُ النِّجَاحِ"

Kepercayaan terhadap kemampuan diri adalah jalan menuju keberhasilan

*“Skripsi adalah amanah yang harus diselesaikan dengan keteguhan hati.  
Kerjakan dengan penuh kesungguhan, dan nikmati setiap proses dalam  
perjalanan ini. Selalu libatkan Allah di setiap langkahmu, agar kemudahan dan  
keberkahan senantiasa menyertaimu.”*

## HALAMAN PERSEMBAHAN

*Syukur tiada henti saya panjatkan kepada Allah SWT, atas kemampuan dan kesehatan yang telah diberikan selama perjalanan ini.*

Karya ini kupersembahkan untuk:

### **Ibu dan Ayah**

Semua pengorbanan, kasih sayang, dan doa yang telah kalian berikan, tidak akan sebanding dengan apapun. Namun, dengan skripsi ini semoga bisa menjadi bukti bahwa yang kalian beri tidak pernah sia-sia. Semoga gelar ini bisa menjadi kebanggaan untuk kalian.

### **Diriku**

Segala bentuk perjuangan dalam penyelesaian skripsi ini telah kamu lakukan. Keluh kesah, suka cita, dan apapun itu telah berhasil kamu lewati. Semoga pencapaian ini dapat menjadi kebermanfaatan bagi diri sendiri dan orang lain.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Puji syukur kepada Allah Swt. atas rahmat, nikmat serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Analisis Model Antrian *Multi Channel Single Phase* pada Pelayanan di Rumah Sakit Kota Blitar” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam tetap tercurahkan kepada Baginda Nabi Muhammad SAW yang selalu diharapkan syafa'at beliau hingga akhir zaman kelak.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak. Ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Prof. Hj. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Juhari, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan nasihat, arahan, dan berbagi ilmunya kepada penulis.
5. Achmad Nashichuddin, M.A., selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim yang telah memberikan ilmu dan bimbingannya kepada penulis.
7. Rekan-rekan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar yang telah memberikan bantuan dan arahan dalam proses penyusunan skripsi.
8. Orang tua yang selalu mendampingi setiap langkah dalam penyusunan skripsi ini. Terima kasih atas doa, jerih payah, dan motivasi yang selalu diberikan. Terima kasih juga kepada adikku tercinta.



9. Teman-teman yang telah membantu dan memberikan dukungan selama proses penyusunan skripsi ini.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, terima kasih atas bantuan, baik secara langsung maupun tidak langsung yang telah kalian berikan.
11. Diri sendiri, terimakasih telah berjuang dan berhasil menyelesaikan skripsi ini. Semoga gelar sarjana yang telah diperoleh bisa bermanfaat bagi diri sendiri, keluarga, dan orang lain kedepannya.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan inspirasi pembaca untuk melakukan beberapa penelitian terbaru.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Malang, 23 Desember 2024

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGAJUAN.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN .....	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN.....	v
HALAMAN MOTO.....	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL .....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
DAFTAR SIMBOL .....	xv
ABSTRAK .....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
مستخلص البحث.....	xviii
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	5
<b>BAB II KAJIAN TEORI.....</b>	<b>6</b>
2.1 Teori Antrian .....	6
2.1.1 Bentuk Kedatangan .....	7
2.1.2 Bentuk Pelayanan .....	7
2.1.3 Distribusi Eksponensial.....	8
2.1.4 Kapasitas Sistem.....	9
2.1.5 Disiplin Antrian.....	10
2.1.6 Ukuran Sumber Pemanggilan.....	11
2.1.7 Desain Pelayanan .....	11
2.1.8 Notasi Antrian .....	11
2.1.9 <i>Steady State</i> .....	13
2.2 Ukuran Kinerja Sistem Antrian.....	14
2.3.1 Model $M/M/c$ .....	21
2.3.2 Model $M/G/1$ .....	26
2.3.3 Model $M/G/c$ .....	27
2.3 Rumus Pengambilan Sampel.....	28
2.4 Uji Distribusi Data.....	29
2.5 Adab Menunggu Antrian Dalam Islam .....	30
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>33</b>
3.1 Lokasi Penelitian .....	33
3.2 Data dan Sumber Data.....	33
3.3 Teknik Pengumpulan Data .....	33

3.4 Instrumen Penelitian .....	33
3.5 Teknik Analisis Data .....	34
3.6 Diagram Alir Analisis Data .....	35
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>36</b>
4.1 Analisis Pola Kedatangan dan Pola Pelayanan Pasien .....	36
4.1.1 Uji Distribusi Data Penelitian.....	38
4.1.2 Model Antrian Layanan Pendaftaran SEP.....	41
4.1.3 <i>Steady State</i> .....	41
4.2 Kinerja Sistem Antrian .....	58
4.3 Kinerja Sistem Antrian terhadap Hasil Pengoptimalan.....	64
4.4 Analisis Model Antrian Dalam Pandangan Islam .....	71
<b>BAB V KESIMPULAN .....</b>	<b>74</b>
5.1 Kesimpulan.....	74
5.2 Saran .....	75
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>76</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>78</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>110</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Hasil Uji K-S Waktu Antar Kedatangan Pasien .....	39
Tabel 4.2	Hasil Uji K-S Waktu Antar Pelayanan Pasien .....	40
Tabel 4.3	Hasil $\lambda$ , $\mu$ , dan $\rho$ dari Data Asli.....	43
Tabel 4.4	Pengecekan <i>Steady State</i> dari Data Asli .....	44
Tabel 4.5	Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-1 .....	47
Tabel 4.6	Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-2.....	49
Tabel 4.7	Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-3.....	51
Tabel 4.8	Hasil $\lambda$ , $\mu$ , dan $\rho$ Setelah Pengalihan Pasien .....	53
Tabel 4.9	Hasil Perhitungan Menggunakan $\mu = 18,148$ .....	56
Tabel 4.10	Hasil Perhitungan Menggunakan $\mu = 20,478$ .....	57
Tabel 4.11	Ukuran Kinerja Sistem Antrian dari Data Asli .....	62
Tabel 4.12	Ukuran Kinerja Sistem Antrian setelah Pengalihan .....	65
Tabel 4.13	Ukuran Kinerja Sistem Antrian setelah Ditetapkan $\mu = 20,478$ .....	68

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	<i>Multi Channel Single Phase</i> .....	10
Gambar 2.2	Laju Kedatangan Efektif .....	15
Gambar 2.3	Ilustrasi Contoh 18.6-1 .....	16
Gambar 3.1	Diagram Alir Analisis Data.....	34
Gambar 4.1	Disiplin Antrian Loker Pendaftaran SEP .....	36
Gambar 4.2	Jumlah Pasien yang Datang Selama Penelitian.....	37
Gambar 4.3	Alur Pengecekan <i>Steady State</i> .....	42
Gambar 4.4	Data yang Memiliki $\rho > 1$ .....	45
Gambar 4.5	Alur Pengoptimalan dari Sisi Kedatangan Pasien.....	46
Gambar 4.6	Hasil $\rho$ Setelah Pengalihan Pasien .....	52
Gambar 4.7	Alur Pengoptimalan Ditinjau dari Sisi Pelayanan Pasien .....	54
Gambar 4.8	Hasil $\rho < 1$ Setelah Mengganti Nilai $\mu = 20,478$ .....	58
Gambar 4.9	Nilai $W_q$ dari Data Asli.....	63
Gambar 4.10	Nilai $W_q$ Setelah Pengalihan Pasien .....	66
Gambar 4.11	Perbandingan $W_q$ Data Asli dan setelah Pengalihan Pasien .....	67
Gambar 4.12	Nilai $W_q$ Setelah Menetapkan $\mu = 20,478$ .....	69
Gambar 4.13	Perbandingan $W_q$ Data Asli dan Ditetapkan $\mu = 20,478$ .....	70

## DAFTAR SIMBOL

$\lambda$	: Laju kedatangan, yaitu banyaknya kedatangan pelanggan per satuan waktu tertentu.
$\mu$	: Laju pelayanan, yaitu banyaknya pelanggan yang dilayani per satuan waktu tertentu.
$n$	: Jumlah pelanggan dalam sistem antrian.
$P_n$	: Peluang terdapat sebanyak $n$ pelanggan dalam sistem.
$c$	: Jumlah <i>server</i> .
$\rho$	: Utilitas
$L_s$	: Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem.
$L_q$	: Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian.
$W_s$	: Waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem.
$W_q$	: Waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian.

## ABSTRAK

Nabilah, Reza Lailatul. 2024. **Analisis Model Antrian *Multi Channel Single Phase* pada Pelayanan di Rumah Sakit Kota Blitar**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Juhari, M.Si. (2) Achmad Nashichuddin, M.A.

**Kata Kunci:** Model Antrian, *Multi Channel Single Phase*, Waktu Pelayanan, Rumah Sakit

Antrian yang panjang terjadi pada pelayanan pendaftaran Surat Eligibilitas Pasien di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo. Tujuan penelitian ini adalah menganalisis kinerja sistem pelayanan menggunakan antrian *Multi Channel Single Phase*, dengan memperhatikan waktu tunggu pasien ketika mengantri. Sampel data penelitian dihitung menggunakan rumus Cochran. Hasil uji Kolmogorov Smirnov menunjukkan bahwa distribusi data waktu antar kedatangan mengikuti distribusi Eksponensial, sedangkan data waktu pelayanan mengikuti distribusi *General*. Model yang diperoleh yaitu  $(M/G/c): (FIFO/\infty/\infty)$ . Perhitungan kinerja sistem antrian dilakukan terhadap data asli dan data setelah dioptimalkan. Pengoptimalan data yang dilakukan dengan dua cara, yaitu melakukan pengalihan pasien dan menetapkan standar waktu pelayanan. Ukuran kinerja sistem antrian dari beberapa data tersebut, dianalisis dari waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ ). Nilai rata-rata  $W_q$  dari data asli diperoleh hasil selama 0,122 jam. Sedangkan, rata-rata nilai  $W_q$  setelah pengalihan pasien diperoleh selama 0,153 jam, dan setelah menetapkan laju pelayanan ( $\mu$ ) sebesar  $\mu = 20,478$  pasien per jam diperoleh hasil selama 0,0674 jam.

## ABSTRACT

Nabilah, Reza Lailatul. 2024. **Analysis of the Multi Channel Single Phase Queue Model in Services at Blitar City Hospital**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University, Malang. Supervisor: (1) Juhari, M.Si. (2) Achmad Nashichuddin, M.A.

**Keywords:** Queuing, Multi Channel Single Phase, Service Time, Hospital.

Long queues occurred at the Patient Eligibility Letter registration service at the Outpatient Polyclinic at Mardi Waluyo Regional Hospital. The aim of this research is to analyze the performance of the service system using Multi Channel Single Phase queues, by paying attention to patient waiting times when queuing. The research data sample was calculated using the Cochran formula. The results of the Kolmogorov Smirnov test show that the distribution of inter-arrival time data follows an exponential distribution, while service time data follows a general distribution. The model obtained is  $(M/G/c)$ :  $(FIFO/\infty/\infty)$ . Queuing system performance calculations are carried out on original data and data after optimization. Data optimization is carried out in two ways, namely transferring patients and setting service time standards. A measure of queuing system performance from some of these data, analyzed from the estimated waiting time in the queue ( $W_q$ ). The average value of ( $W_q$ ) from the original data was obtained by 0,122 hour. Meanwhile, the average ( $W_q$ ) value after patient transfer was obtained by 0,153 hour, and after setting the service rate ( $\mu$ ) at  $\mu = 20,478$  patients per hour the results were obtained by 0,0674 hour.



## مستخلص البحث

نبيلة، ريزا ليلة. ٢٠٢٤. تحليل نموذج قائمة الانتظار أحادية الطور متعددة القنوات في الخدمات في مستشفى مدينة باليتار. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية، مالانج. المشرف الأولى: جوهرى، الماجستير. المشرف الثاني: أحمد ناصح الدين، الماجستير.

**الكلمات المفتاحية:** نموذج قائمة الانتظار، متعدد القنوات أحادي الطور، وقت الخدمة، المستشفى

حدثت طوابير طويلة في خدمة تسجيل خطاب أهلية المريض في العيادة الخارجية في مستشفى ماردي والويو الإقليمي. الهدف من هذا البحث هو تحليل أداء نظام الخدمة باستخدام قوائم الانتظار متعددة القنوات أحادية الطور، من خلال الاهتمام بأوقات انتظار المرضى عند الانتظار. تم حساب عينة بيانات البحث باستخدام صيغة كوكران. تظهر نتائج اختبار كولموجوروف سميرنوف أن توزيع بيانات وقت الوصول يتبع توزيعاً أسياً، بينما تتبع بيانات وقت الخدمة توزيعاً عاماً. النموذج الذي تم الحصول عليه هو  $(FIFO/\infty/\infty): (M/G/c)$ . يتم إجراء حسابات أداء نظام قائمة الانتظار على البيانات والبيانات الأصلية بعد التحسين. يتم تحسين البيانات بطريقتين، وهما نقل المرضى ووضع معايير وقت الخدمة. قياس أداء نظام الطابور من بعض هذه البيانات، تم تحليله من زمن الانتظار المقدر في الطابور  $(W_q)$ . تم الحصول على متوسط قيمة  $(W_q)$  من البيانات الأصلية لمدة 0,122 ساعة. وفي الوقت نفسه، تم الحصول على متوسط قيمة  $(W_q)$  بعد نقل المريض لمدة 0,153 ساعة، وبعد تحديد معدل الخدمة عند  $\mu = 20,478$  مريضاً في الساعة، تم الحصول على النتائج لمدة 0,0674 ساعة.

# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Antrian yang dalam bahasa Inggris disebut *queuing* atau *waiting line* seringkali dijumpai ketika menunggu giliran untuk menerima pelayanan dalam kehidupan sehari-hari (Supranto, 2018). Misalnya, antrian untuk membayar barang belanjaan di kasir toko, pasien yang menunggu giliran pelayanan di rumah sakit, dan lainnya. Antrian terjadi karena adanya keterbatasan fasilitas pelayanan dalam memenuhi kebutuhan pelanggan (Prasmoro dkk., 2020). Selama jam sibuk, antrian bisa menjadi lebih panjang karena jumlah pelanggan yang datang melebihi kapasitas pelayanan yang tersedia (Liputra dkk., 2022). Semakin panjang antrian yang terjadi, semakin lama pula waktu yang diperlukan untuk menunggu.

Lamanya waktu menunggu seringkali menjadi ujian kesabaran bagi manusia. Kesabaran dan ketaatan terhadap aturan merupakan perintah Allah yang telah dijelaskan dalam al-Quran surah at-Tur/52:48 yang berbunyi:

وَاصْبِرْ لِحُكْمِ رَبِّكَ فَإِنَّكَ بِأَعْيُنِنَا وَسَبِّحْ بِحَمْدِ رَبِّكَ حِينَ تَقُومُ

Artinya: “Dan bersabarlah dalam menunggu ketetapan Tuhanmu, maka sesungguhnya kamu berada dalam penglihatan Kami, dan bertasbihlah dengan memuji Tuhanmu ketika kamu bangun berdiri” (Q.S. at-Tur/52:48).

Quraish Shihab menjelaskan maksud dari ayat tersebut dalam Kitab Tafsir Al-Mishbah (2002) yaitu perintah kepada Nabi Muhammad untuk bersabar dengan ketetapan Allah yang menunda siksa neraka bagi mereka (orang-orang yang zalim), dan tabah dalam menghadapi penderitaan yang telah diterima. Sesungguhnya kamu (Nabi Muhammad) berada dalam penjagaan dan pemeliharaan Kami. Maka tipu daya mereka akan membahayakanmu, dan bertasbihlah dengan memuji nama

Tuhanmu ketika kamu bangun. Surah at-Tur/52:48 menunjukkan bahwa kesabaran dalam menunggu ketetapan atau giliran pelayanan adalah salah satu bentuk ibadah kepada Allah. Penjelasan Quraish Shihab mengenai tipu daya terhadap Nabi Muhammad juga mencerminkan bahwa dalam menunggu, manusia harus waspada terhadap tipu daya yang mengganggu kesabaran.

Fenomena antrian sering terjadi pada berbagai instansi pelayanan publik, salah satunya di rumah sakit. Rumah sakit merupakan instansi yang berperan penting dalam memberikan pelayanan kesehatan kepada masyarakat. Sebagai instansi kesehatan utama, rumah sakit memiliki tanggung jawab yang besar dalam memberikan pelayanan terbaik kepada masyarakat. Menurut Kementerian Kesehatan (2020) rumah sakit menyediakan berbagai jenis pelayanan kesehatan bagi masyarakat, termasuk pelayanan rawat inap, rawat jalan, dan gawat darurat. Pada pelayanan rawat jalan, banyak pasien datang setiap hari untuk mendapatkan pengobatan. Tingginya jumlah kunjungan pasien dengan berbagai tujuan pengobatan sering kali menyebabkan antrian panjang, terutama karena jadwal kedatangan pasien yang tidak teratur.

Menurut data Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Blitar tahun 2018, jumlah kunjungan pasien rawat jalan di Kota Blitar mencapai 303.680 pasien dalam satu tahun. Dari jumlah tersebut, kunjungan tertinggi tercatat di Rumah Sakit Umum Daerah (RSUD) Mardi Waluyo, dengan total 113.116 pasien. Berdasarkan survei yang telah dilakukan di Poliklinik Rawat Jalan, antrian panjang terlihat di ruang tunggu pada layanan pendaftaran Surat Eligibilitas Peserta (SEP), yang berfungsi sebagai proses pendataan pasien sebelum pasien menerima pengobatan oleh dokter.

Permasalahan antrian dalam matematika, dapat dianalisis menggunakan teori antrian yang ditemukan oleh A.K. Erlang. Dalam teori antrian, terdapat empat desain pelayanan, yaitu *Single Channel Single Phase*, *Single Channel Multi Phase*, *Multi Channel Single Phase*, dan *Multi Channel Multi Phase* (Jatmika & Prasetyo, 2017). Berdasarkan observasi yang telah dilakukan, layanan pendaftaran SEP pada Poliklinik Rawat Jalan menerapkan antrian *Multi Channel Single Phase* karena loket pelayanan disediakan lebih dari satu (*multi channel*) pada tahap layanan pendaftaran SEP (*single phase*).

Beberapa peneliti telah menyelesaikan studi tentang teori antrian. Penelitian yang dilakukan oleh G. Angela, I. Slamet, R. Gupta, dan S. Sugiyanto (2021) memeriksa kinerja layanan kepada pasien selama proses pendaftaran rawat jalan di Rumah Sakit Jiwa Daerah Surakarta. Hasil penelitian ini menunjukkan mekanisme pelayanan instalasi rawat jalan sudah efektif dan model antrian yang diperoleh adalah  $(M/M/\infty):(GD/\infty/\infty)$ . Pada tahun 2017, Ahmad Muhajir dan Nikenasih Bintari melakukan penelitian pada perusahaan asuransi XYZ di Tasikmalaya dengan model antrian  $(M/M/4):(GD/\infty/\infty)$ . Hasil kinerja yang diperoleh berdasarkan model tersebut adalah peluang *server* tidak sibuk sebesar 2,93% dengan rata-rata pelayanan yang sibuk sebanyak 3 *server*. Penelitian lain oleh Firdalius (2021) dilakukan di Bank Mega Padang dengan tujuan mendapatkan perancangan model simulasi penjadwalan antrian nasabah bank. Penelitian ini menggunakan struktur dasar pelayanan *Multi Channel Single Phase* dengan hasil analisis yang diperoleh adalah teller yang memiliki sedikit durasi dalam pelayanan akan mendapatkan pekerjaan antrian dari sistem antrian.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, penelitian ini dilakukan untuk menganalisis antrian *Multi Channel Single Phase* pada tahap layanan pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar. Penelitian ini diharapkan dapat mengkaji kinerja sistem antrian terhadap pelayanan pendaftaran SEP dengan memperhatikan tingkat kesibukan dari setiap loket yang tersedia.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Rumusan masalah penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pola kedatangan dan pola pelayanan pasien di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar?
2. Bagaimana kinerja sistem antrian pada layanan pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar?
3. Bagaimana kinerja sistem antrian pada layanan pendaftaran SEP setelah dilakukan pengoptimalan di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Menganalisis kedatangan dan pelayanan terhadap pasien di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar.
2. Menganalisis ukuran kinerja sistem antrian pada layanan pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar berdasarkan data aslinya.
3. Menganalisis ukuran kinerja sistem antrian pada layanan pendaftaran SEP setelah dilakukan pengoptimalan di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah memberikan informasi mengenai kinerja sistem antrian layanan pendaftaran SEP secara matematis dan dapat digunakan sebagai acuan dalam pengambilan keputusan untuk meningkatkan kualitas pelayanan di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar.

#### **1.5 Batasan Masalah**

Batasan masalah yang diterapkan pada penelitian ini adalah:

1. Penelitian difokuskan pada satu tahapan pelayanan, yaitu layanan pendaftaran SEP, tidak mencakup tahapan selanjutnya dalam proses pelayanan.
2. Penelitian tidak melibatkan latar belakang pasien, seperti pasien lama atau baru, dan pasien yang menggunakan asuransi kesehatan maupun tidak.
3. Pelayanan diasumsikan secara homogen (jenis pelayanan yang sama meskipun dengan poli tujuan yang berbeda).
4. Pengamatan dilakukan dalam rentang waktu yang sama, yaitu selama 3 jam awal setelah pelayanan dibuka.

## **BAB II**

### **KAJIAN TEORI**

#### **2.1 Teori Antrian**

Teori antrian telah ditemukan dan dikembangkan oleh A.K. Erlang, seorang insinyur dari Denmark yang bekerja di Kopenhagen pada perusahaan telepon tahun 1910. Erlang melakukan eksperimen mengenai penyambungan telepon secara otomatis, karena dalam waktu sibuk operator mengalami kewalahan untuk melayani para penelepon. Setelah Perang Dunia II, hasil dari penelitian Erlang dikembangkan, salah satunya menjadi teori antrian (*queues or waiting line*) (Supranto, 2018).

Menunggu adalah bagian dari kegiatan operasional dalam fasilitas pelayanan. Ketidakteraturan waktu kedatangan pelanggan yang bersifat acak, menyebabkan pelanggan harus menunggu sebelum dilayani. Teori antrian bertujuan untuk menganalisis rangkaian kegiatan yang terjadi dalam sistem antrian di fasilitas pelayanan. Kegiatan tersebut berkaitan dengan kedatangan pelanggan dalam fasilitas pelayanan, menunggu antrian sebelum dilayani, serta meninggalkan antrian sesudah mendapatkan pelayanan (Kakiay, 2004). Sistem dalam teori antrian merujuk pada pelanggan yang sedang mengantri dan dilayani.

Penguraian hasil ukuran yang dapat dibandingkan dengan sistem lain, dalam teori antrian dapat dilihat dari dua hal (Kakiay, 2004), yaitu:

1. Perkiraan waktu yang diperlukan pelanggan untuk menunggu dalam antrian.
2. Kondisi mengganggu pada fasilitas pelayanan.

### 2.1.1 Bentuk Kedatangan

Bentuk kedatangan biasa dianalisis melalui waktu antar kedatangan, yaitu selisih waktu antara kedatangan dua pelanggan secara berurutan pada suatu fasilitas pelayanan (Kakiay, 2004). Dalam distribusi Eksponensial, untuk memodelkan rata-rata waktu antar kedatangan dalam teori antrian dinyatakan sebagai  $\frac{1}{\lambda}$ , dimana  $\lambda$  adalah laju kedatangan (jumlah kedatangan selama periode waktu tertentu) (Taha, 2017). Berdasarkan hal tersebut, laju kedatangan  $\lambda$  dapat dihitung menggunakan persamaan (2.1).

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pelanggan}}{\text{waktu pengamatan}} \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Bentuk Pelayanan

Bentuk pelayanan dianalisis dari waktu pelayanan, yaitu waktu yang dibutuhkan untuk memberikan pelayanan kepada pelanggan dalam satuan waktu tertentu. Unit pelayanan (*server*) untuk melayani pelanggan dapat disediakan lebih dari satu dalam suatu fasilitas pelayanan. Waktu pelayanan dapat terjadi secara konstan dari waktu ke waktu. Laju pelayanan dinyatakan sebagai  $\mu$ , adalah jumlah pelanggan yang dapat dilayani dalam satuan waktu, sedangkan rata-rata waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan adalah  $\frac{1}{\mu}$  (Kakiay, 2004). Berdasarkan hal tersebut, laju pelayanan  $\mu$  dapat dihitung menggunakan persamaan (2.2).

$$\mu = \frac{\text{jumlah pelanggan}}{\text{waktu pelayanan}} \quad (2.2)$$



### 2.1.3 Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial banyak digunakan dalam teori antrian karena mempunyai perkiraan yang mendekati ketepatan (*good approximation*) (Kakiay, 2004). Waktu antar kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan dalam teori antrian digambarkan dengan distribusi Eksponensial (Taha, 2017). Suatu variabel acak kontinu  $t$  dengan parameter  $\lambda$ , dimana  $\lambda > 0$  konstan, mempunyai fungsi peluang kepadatan yang didefinisikan dengan  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$  (Shortle dkk., 2017). Rata-rata (mean) dari distribusi Eksponensial yang dinyatakan sebagai  $E[T]$ , dapat diperoleh melalui penguraian sebagai berikut (Kakiay, 2004):

$$\begin{aligned}
 E[T] &= \int_0^{\infty} t f(t) dt \\
 &= \int_0^{\infty} t (\lambda e^{-\lambda t}) dt && \text{(substitusi } f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{)} \\
 &= \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dx && \text{(nilai } \lambda \text{ adalah konstan)} \\
 &= \lambda \int_0^{\infty} \frac{u}{\lambda} e^{-u} \frac{du}{\lambda} && \text{(misal: } u = \lambda t \text{ dan } du = \lambda dt \text{)} \\
 &= \frac{\lambda}{\lambda^2} \int_0^{\infty} u e^{-u} du \\
 &= \frac{\lambda}{\lambda^2} \cdot \Gamma(2) && \text{(fungsi gamma, } \Gamma(n) = \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-u} du \text{)} \\
 &= \frac{1}{\lambda} \cdot (2 - 1)! \\
 &= \frac{1}{\lambda}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dengan demikian, rata-rata (mean) distribusi Eksponensial dinyatakan sebagai  $\frac{1}{\lambda}$ , yang disajikan pada persamaan (2.3). Selanjutnya, nilai  $E[T^2]$  dari distribusi Eksponensial dapat diperoleh melalui penguraian sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E[T^2] &= \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot f(t) dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt \quad (\text{substitusi } f(t) = \lambda e^{-\lambda t}) \\
&= \lambda \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot e^{-\lambda t} dt \\
&= \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{u}{\lambda}\right)^2 \cdot e^{-u} \frac{1}{\lambda} du \quad (\text{misal: } u = \lambda t \text{ dan } du = \lambda dt) \\
&= \frac{\lambda}{\lambda^3} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \cdot e^{-u} du \\
&= \frac{1}{\lambda^2} \cdot \Gamma(3) \quad (\text{fungsi gamma, } \Gamma(n) = \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-u} du) \\
&= \frac{1}{\lambda^2} \cdot (3 - 1)! \\
&= \frac{2}{\lambda^2} \tag{2.4}
\end{aligned}$$

Nilai  $E[T^2]$  distribusi Eksponensial dinyatakan sebagai  $\frac{2}{\lambda^2}$ , yang disajikan pada persamaan (2.4). Selanjutnya, nilai variansi  $Var[T]$  dari distribusi Eksponensial dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (2.3) dan persamaan (2.4) ke dalam persamaan (2.5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Var[T] &= E[T^2] - (E[T])^2 \tag{2.5} \\
&= \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \\
&= \frac{2-1}{\lambda^2} \\
&= \frac{1}{\lambda^2}
\end{aligned}$$

#### 2.1.4 Kapasitas Sistem

Kapasitas sistem adalah jumlah maksimum pelanggan yang berada dalam sistem, mencakup pelanggan yang sedang dilayani atau dalam antrian (Kakiay, 2004). Kapasitas sistem dapat terjadi secara *finite* dan *infinite* (Taha, 2017). Sistem yang tidak menerapkan pembatasan jumlah pelanggan adalah sistem

berkapasitas tak terhingga (*infinite*), sedangkan sistem yang membatasi jumlah pelanggan yang datang dinamakan kapasitas sistem yang terbatas (*finite*).

### 2.1.5 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan yang memuat giliran pelanggan dalam menerima layanan. Menurut (Taha, 2017) disiplin pelayanan didasarkan pada:

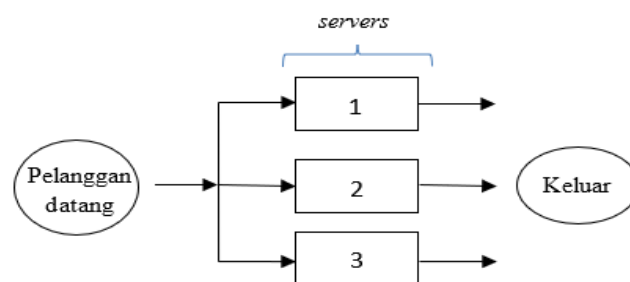
1. *First in First out* (FIFO) adalah aturan dimana pelanggan yang datang awal akan dilayani terlebih dahulu. Misalnya, antrian tiket bioskop.
2. *Last in First out* (LIFO) merupakan antrian dimana pelanggan yang datang paling akhir akan dilayani terlebih dahulu. Misalnya, antrian tumpukan barang di gudang, dimana barang yang terakhir masuk akan berada di bagian paling atas, sehingga diambil terlebih dahulu.
3. *Service in Random Order* (SIRO) atau aturan dengan urutan pelayanan secara acak. Pelanggan yang akan dilayani terlebih dahulu didasarkan pada pemanggilan secara acak tanpa mempermasalahkan pelanggan yang tiba terlebih dahulu. Contohnya, kertas undian yang akan diambil secara acak untuk mendapatkan pemenangnya.
4. Pelayanan berdasarkan prioritas (PRI) artinya prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas paling tinggi, meskipun pelanggan tersebut datang lebih akhir. Misalnya, pasien yang memiliki penyakit lebih berat akan didahulukan dibandingkan pasien lain di Instalasi Gawat Darurat (IGD) rumah sakit.

### 2.1.6 Ukuran Sumber Pemanggilan

Ukuran sumber pemanggilan adalah jumlah populasi yang membutuhkan pelayanan dalam sistem antrian. Sumber pemanggilan pelanggan dibedakan menjadi dua, yaitu *finite* dan *infinite* (Taha, 2017). Sumber *finite* menerapkan pembatasan terhadap jumlah pelanggan yang tiba dalam antrian, sehingga tidak semua pelanggan mendapatkan antrian. Sebaliknya, sumber *infinite* akan menerima dan melayani semua pelanggan yang tiba dalam antrian.

### 2.1.7 Desain Pelayanan

Desain pelayanan berupa rancangan pelayanan pada sistem antrian yang terdiri dari saluran pelayanan (*channel*) dan tahapan pelayanan (*phase*). Desain pelayanan dalam penelitian ini menggunakan *Multi Channel Single Phase*, yaitu pelayanan yang menyediakan lebih dari satu saluran pelayanan dan selesai dalam satu tahapan pelayanan (Murdifin dkk., 2017). Desain pelayanan *Multi Channel Single Phase* dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 1.1 *Multi Channel Single Phase*

### 2.1.8 Notasi Antrian

Notasi antrian telah distandarkan dalam format baku pada persamaan (2.6) yang telah mencakup karakteristik utama dalam sistem antrian (Taha, 2017).

$$(a/b/c): (d/e/f) \quad (2.6)$$

dengan:

- a : Distribusi waktu antar kedatangan
- b : Distribusi waktu pelayanan
- c : Jumlah unit pelayanan atau *server* ( $= 1, 2, \dots, \infty$ )
- d : Disiplin antrian
- e : Kapasitas sistem (dalam antrian dan yang sedang dilayani)
- f : Ukuran sumber pemanggilan pelanggan (*finite* atau *infinite*)

Notasi antrian pada simbol  $a$  dan  $b$  untuk mewakili distribusi waktu antar kedatangan dan distribusi waktu pelayanan dapat diganti kode berikut:

- M : Markovian, distribusi waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan adalah Eksponensial
- D : Deterministik, waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan adalah konstan
- $E_k$  : Erlang, waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan berdistribusi Erlang dengan parameter  $k$
- GI : *General Independent*, distribusi waktu antar kedatangan adalah distribusi independen umum
- G : *General*, distribusi waktu pelayanan adalah distribusi umum

Simbol  $d$  mewakili disiplin antrian sebagai berikut:

- FIFO : *First-in First-out*
- LIFO : *Last-in First-out*
- SIRO : *Service in Random Order*
- GD : *General Discipline*

Misalnya, model (M/D/10):(GD/20/∞) berarti bahwa distribusi waktu antar kedatangan adalah Eksponensial, distribusi waktu pelayanan adalah Deterministik, dan tersedia 10 *server* dalam fasilitas pelayanan. Disiplin antrian yang diterapkan adalah disiplin umum (GD) dengan kapasitas sistem sebanyak 20 pelanggan, dan sumber pelanggan yang datang tidak dibatasi (Taha, 2017).

### 2.1.9 *Steady State*

Keadaan (*state*) dan waktu yang telah berjalan sangat berpengaruh terhadap sistem yang telah memulai pelayanan. Kondisi sementara yang terjadi pada awal beroperasinya sistem, seperti pada perusahaan yang baru dibuka, disebut dengan kondisi *transient*. Apabila sistem yang diamati telah berjalan cukup lama dan mencapai keadaan setimbang terhadap *state* awal maka sistem dinamakan dalam keadaan setimbang (*steady state*). Penelitian ini menggunakan sistem antrian ketika *steady state*, bukan pada keadaan *transient* yang bersifat sementara.

*Steady state* adalah pemanfaatan *server* atau biasa disebut utilitas yang dinyatakan dengan  $\rho$ . Utilitas dihitung menggunakan persamaan (2.7).

$$utilitas = \frac{\bar{c}}{c} = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{c} = \frac{\lambda}{c\mu} \quad (2.7)$$

dengan:

$\lambda$  : Laju kedatangan

$\mu$  : Laju pelayanan

$\bar{c}$  : Jumlah *server* yang sibuk

$c$  : Jumlah *server*

Hasil *steady state* harus memenuhi  $\rho < 1$  atau  $\lambda < c\mu$ , yaitu laju kedatangan pelanggan ke dalam sistem harus kurang dari laju pelayanan maksimum dalam sistem (Shortle dkk., 2017). Ketika  $\rho > 1$  atau  $\lambda > c\mu$ , maka laju kedatangan pelanggan lebih cepat daripada pelanggan yang dapat dilayani, sehingga antrian akan terus bertambah besar seiring berjalannya waktu dan semakin kecil kemungkinan sistem dalam keadaan kosong.

## 2.2 Ukuran Kinerja Sistem Antrian

Ukuran kinerja sistem antrian digunakan untuk menganalisis situasi dan mengoptimalkan pelayanan, sehingga memiliki acuan dalam meningkatkan layanan. Ukuran kinerja yang umumnya digunakan dalam sistem antrian adalah

$L_s$  : Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem

$L_q$  : Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian

$W_s$  : Waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem

$W_q$  : Waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian

Ukuran kinerja  $L_s$  dan  $L_q$  dinyatakan sebagai berikut (Taha, 2017):

$$\begin{aligned} L_s &= \sum_{n=1}^{\infty} nP_n \\ L_q &= \sum_{n=c+1}^{\infty} (n - c)P_n \end{aligned} \quad (2.8)$$

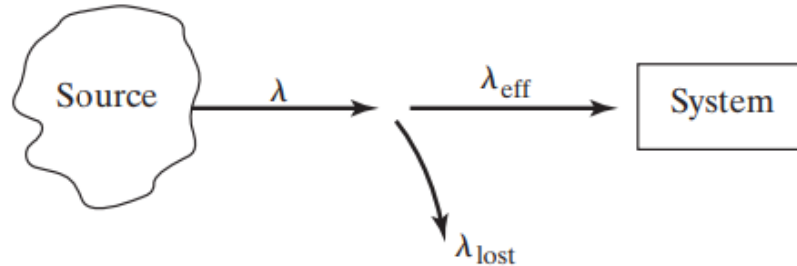
Rumus Little yang disajikan pada persamaan (2.9) dan persamaan (2.10) digunakan untuk menyatakan hubungan antara  $L_s$  dan  $W_s$  (berlaku juga untuk  $L_q$  dan  $W_q$ ).

$$L_s = \lambda_{eff} W_s \quad (2.9)$$

$$L_q = \lambda_{eff} W_q \quad (2.10)$$

Nilai  $\lambda_{eff}$  adalah laju kedatangan efektif yang diilustrasikan pada Gambar 2.2. Laju kedatangan pelanggan  $\lambda$ , yang datang dari suatu sumber populasi akan berkurang,

jika terdapat pelanggan yang meninggalkan antrian dengan laju kedatangan  $\lambda_{lost}$ , sehingga laju kedatangan pelanggan hingga mendapatkan pelayanan dinyatakan dengan  $\lambda_{eff}$ .



Gambar 2.2 Laju Kedatangan Efektif

Parameter  $\lambda_{eff} = \lambda$  ketika semua pelanggan yang datang, masuk ke dalam sistem antrian. Hubungan langsung antara  $W_s$  dan  $W_q$  dapat diperoleh berdasarkan definisi berikut:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Waktu tunggu} \\ \text{yang diperkirakan} \\ \text{dalam sistem} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Waktu tunggu} \\ \text{yang diperkirakan} \\ \text{dalam antrian} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Ekspektasi} \\ \text{waktu pelayanan} \end{array} \right)$$

Ekspektasi waktu pelayanan dinyatakan dengan  $\frac{1}{\mu}$ , sehingga diperoleh persamaan (2.11).

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.11)$$

Selanjutnya, ukuran kinerja  $L_s$  dapat dihitung menggunakan persamaan (2.12) yang diperoleh dari penguraian persamaan (2.9) dan persamaan (2.11).

$$\begin{aligned} L_s &= \lambda_{eff} W_s \\ &= \lambda_{eff} \left( W_q + \frac{1}{\mu} \right) = \lambda_{eff} \left( \frac{L_q}{\lambda_{eff}} + \frac{1}{\mu} \right) \\ &= L_q + \frac{\lambda_{eff}}{\mu} \end{aligned} \quad (2.12)$$



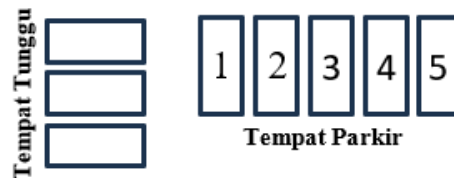
Perbedaan antara jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem  $L_s$ , dan jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian  $L_q$ , harus sama dengan jumlah kepadatan *server*,  $\bar{c}$ , sehingga diperoleh pada persamaan (2.13).

$$\bar{c} = L_s - L_q = \frac{\lambda_{eff}}{\mu} \quad (2.13)$$

**Contoh 18.6-1** (Taha, 2017):

*Ozark Collage* menyediakan 5 tempat parkir untuk mobil. Mobil tiba berdasarkan distribusi Poisson dengan laju kedatangan sebanyak 6 mobil per jam. Waktu parkir mobil berdistribusi Eksponensial dengan rata-rata waktu parkir selama 30 menit per mobil. Pengunjung yang tidak mendapatkan tempat parkir, dapat menunggu sementara di lahan parkir hingga mendapatkan tempat parkir. Tempat menunggu giliran parkir hanya tersedia untuk 3 mobil. Sementara mobil lainnya, yang tidak mendapat tempat menunggu untuk giliran parkir diharapkan pergi ke tempat lain.

Diketahui:



Gambar 2.3 Ilustrasi Contoh 18.6-1

- Jumlah tempat parkir mobil (*server*) tersedia sebanyak 5 tempat.
- Jumlah tempat untuk mobil menunggu giliran parkir sebanyak 3 tempat.
- Kapasitas sistem sebanyak 8 mobil, dimana sistem mencakup tempat parkir mobil dan tempat menunggu giliran parkir.

- Kedatangan mobil berdistribusi Poisson, dengan laju kedatangan sebanyak 6 mobil per jam.
- Waktu untuk memakirkan mobil berdistribusi Eksponensial, dengan rata-rata waktu parkir selama 30 menit per mobil.

Ditanya:

- a) Peluang terdapat sebanyak  $n$  mobil dalam sistem,  $P_n$ .
- b) Laju kedatangan efektif dari mobil yang menggunakan tempat parkir.
- c) Jumlah rata-rata mobil di tempat parkir.
- d) Waktu rata-rata sebuah mobil menunggu giliran tempat parkir.
- e) Jumlah rata-rata tempat parkir yang terisi.
- f) Pemanfaatan tempat parkir.

Jawab:

- a) Peluang  $P_n$  adalah peluang terdapat sebanyak  $n$  mobil dalam sistem.

Sebelum menghitung  $P_n$ , terlebih dahulu menghitung nilai  $\lambda$  dan  $\mu$ .

Laju kedatangan:  $\lambda = 6$  mobil per jam

$$\text{Laju pelayanan: } \mu = \begin{cases} \frac{60}{30} = 2 \text{ mobil per jam} & , n = 1,2,3,4,5 \\ 5 \left( \frac{60}{30} \right) = 10 \text{ mobil per jam} & , n = 6,7,8 \end{cases}$$

Jika terdapat mobil sebanyak  $n = 1,2,3,4,5$  dalam sistem, maka laju pelayanan diperoleh sebanyak 2 mobil per jam.

Jika terdapat sebanyak  $n = 6,7,8$  mobil dalam sistem, maka laju pelayanan adalah 10 mobil per jam.

Selanjutnya, rumus  $P_n$  diperoleh sebagai berikut:

$$P_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)\dots(n\mu)} P_0 = \frac{3^n}{n!} P_0 & , n = 1,2,3,4,5 \\ \frac{\lambda^n}{(\prod_{i=1}^c i\mu)(c\mu)^{n-c}} P_0 = \frac{3^n}{5!5^{(n-5)}} P_0 & , n = 6,7,8 \end{cases}$$

Nilai  $P_0$  dicari terlebih dahulu menggunakan persamaan  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ .

Dalam permasalahan ini, nilai  $n$  yang dicari adalah  $n = 1,2, \dots, 8$ , sehingga diperoleh perhitungan sebagai berikut:

$$\sum_{n=0}^8 P_n = 1$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = 1$$

$$P_0 + P_0 \left( \frac{3}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} + \frac{3^5}{5!} + \frac{3^6}{5!5} + \frac{3^7}{5!5^2} + \frac{3^8}{5!5^3} \right) = 1$$

$$P_0 + P_0(3 + 4,5 + 4,5 + 3,375 + 2,025 + 1,215 + 0,729 + 0,4374) = 1$$

$$P_0 + P_0(19,7814) = 1$$

$$P_0(1 + 19,7814) = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{20,7814} = 0,04812$$

Peluang tidak terdapat pelanggan dalam sistem,  $P_0$  diperoleh sebanyak 0,04812.

Selanjutnya, substitusi nilai  $P_0$  pada rumus  $P_n$ , dengan  $n = 1,2, \dots, 8$  sebagai berikut:

$$\text{Peluang terdapat 1 mobil, } P_1 = \frac{3^1}{1!} \times 0,04812 = 0,14436$$

$$\text{Peluang terdapat 2 mobil, } P_2 = \frac{3^2}{2!} \times 0,04812 = 0,21654$$

$$\text{Peluang terdapat 3 mobil, } P_3 = \frac{3^3}{3!} \times 0,04812 = 0,21654$$

$$\text{Peluang terdapat 4 mobil, } P_4 = \frac{3^4}{4!} \times 0,04812 = 0,16240$$

$$\text{Peluang terdapat 5 mobil, } P_5 = \frac{3^5}{5!} \times 0,04812 = 0,09744$$

Peluang terdapat 6 mobil,  $P_6 = \frac{3^6}{5!5} \times 0,04812 = 0,05847$

Peluang terdapat 7 mobil,  $P_7 = \frac{3^7}{5!5^2} \times 0,04812 = 0,03508$

Peluang terdapat 8 mobil,  $P_8 = \frac{3^8}{5!5^3} \times 0,04812 = 0,02105$

Jumlah  $P_n$  dengan  $n = 1, 2, \dots, 8$  harus sama dengan 1.

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^8 P_n &= P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 \\ &= 0,04812 + 0,14436 + 0,21654 + 0,21654 + 0,16240 \\ &\quad + 0,09744 + 0,05847 + 0,03508 + 0,02105 \\ &= 1 \end{aligned}$$

b) Laju kedatangan efektif dari mobil yang menggunakan tempat parkir.

Mobil yang meninggalkan lahan parkir karena melebihi kapasitas sistem, dihitung dengan  $\lambda_{lost}$ .

$$\lambda_{lost} = \lambda P_8 = 6 \times 0,02105 = 0,1263 \text{ mobil per jam}$$

Selanjutnya, mobil yang mendapatkan tempat parkir dihitung dengan laju kedatangan efektif,  $\lambda_{eff}$ .

$$\lambda_{eff} = \lambda - \lambda_{lost} = 6 - 0,1263 = 5,8737 \text{ mobil per jam}$$

Laju kedatangan efektif dari mobil yang mendapatkan tempat parkir diperoleh sebesar  $5,8737 \approx 6$  mobil per jam.

c) Jumlah rata-rata mobil di tempat parkir.

Jumlah rata-rata mobil di tempat parkir sama halnya dengan jumlah pelanggan dalam sistem,  $L_s$ .

$$\begin{aligned} L_s &= \sum_{n=0}^8 n P_n \\ &= 0P_0 + 1P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 4P_4 + 5P_5 + 6P_6 + 7P_7 + 8P_8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \cdot 0,14436 + 2 \cdot 0,21654 + 3 \cdot 0,21654 + 4 \cdot 0,16240 + \\
&\quad 5 \cdot 0,09744 + 6 \cdot 0,05847 + 7 \cdot 0,03508 + 8 \cdot 0,02105 \\
&= 0,14436 + 0,43308 + 0,64962 + 0,6496 + 0,4872 + 0,35082 \\
&\quad + 0,24556 + 0,1684 \\
&= 3,1286
\end{aligned}$$

Jumlah rata-rata mobil di tempat parkir sebanyak  $3,1286 \approx 3$  mobil per jam.

- d) Waktu rata-rata sebuah mobil menunggu giliran tempat parkir

Waktu yang dihabiskan mobil dalam menunggu tempat parkir dapat dihitung dengan  $W_q$ . Sebelum mencari nilai  $W_q$ , terlebih dahulu menghitung  $W_s$  sebagai berikut:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda_{eff}} = \frac{3,1286}{5,8737} = 0,53265 \text{ jam}$$

Sehingga nilai  $W_q$  adalah

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = 0,53265 - \frac{1}{2} = 0,03265 \text{ jam}$$

Waktu sebuah mobil menunggu giliran tempat parkir diperkirakan selama 0,03265 jam atau 1,959 menit.

- e) Jumlah rata-rata tempat parkir yang terisi.

$$\bar{c} = L_s - L_q = \frac{\lambda_{eff}}{\mu} = \frac{5,8737}{2} = 2,9368 \text{ tempat}$$

Jumlah rata-rata tempat parkir yang terisi dapat disebut dengan jumlah *server* yang sibuk, yaitu sebanyak  $2,9368 \approx 3$  tempat parkir.

- f) Pemanfaatan tempat parkir

$$\rho = \frac{\bar{c}}{c} = \frac{2,9368}{5} = 0,58736$$

Utilitas ( $\rho$ ) atau pemanfaatan tempat parkir sebesar 0,59.

### 2.3.1 Model (M/M/c)

Model (M/M/c) adalah model antrian dimana distribusi waktu antar kedatangan dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial, dengan unit pelayanan (*server*) paralel sebanyak  $c$ . Laju kedatangan pelanggan, tidak tergantung pada jumlah pelanggan ( $n$ ), yang ada dalam sistem, sehingga laju kedatangan dapat dinyatakan sebagai  $\lambda_n = \lambda$ , dengan  $n \geq 0$ . Laju pelayanan pelanggan ke- $n$  dinyatakan dengan  $\mu_n$ . Jika  $n < c$ , maka tidak ada antrian yang terjadi karena semua pelanggan yang datang sedang menerima pelayanan, dengan laju pelayanan yang dihitung dengan  $n\mu$ . Jika  $n \geq c$ , maka terjadi antrian sebab pelayanan yang dibutuhkan pelanggan lebih besar dibanding kemampuan dari *server*, dengan laju pelayanan adalah  $c\mu$ .

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & n < c \\ c\mu, & n \geq c \end{cases}$$

Peluang terdapat sebanyak  $n$  pelanggan dalam sistem ( $P_n$ ), dengan  $n < c$ , disajikan pada persamaan (2.15).

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu)\dots(n\mu)} P_0 \\ &= \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} P_0 \\ &= \frac{\rho^n}{n!} P_0 \quad (\text{karena } \rho = \frac{\lambda}{\mu}) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Peluang terdapat sebanyak  $n$  pelanggan dalam sistem ( $P_n$ ) dengan  $n \geq c$ , disajikan pada persamaan (2.16).

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\lambda^n}{(\prod_{i=1}^c i\mu)(c\mu)^{n-c}} P_0 \\ &= \frac{\lambda^n}{c!c^{n-c}\mu^n} P_0 \\ &= \frac{\rho^n}{c!c^{n-c}} P_0 \quad (\text{karena } \rho = \frac{\lambda}{\mu}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Peluang tidak terdapat pelanggan dalam sistem ( $P_0$ ) yang ditentukan dari  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$  disajikan pada persamaan (2.17). Nilai  $P_n$  memiliki dua kasus, yaitu  $n < c$  dan  $n \geq c$ , sehingga persamaan (2.15) dan persamaan (2.16) disubstitusikan dan memperoleh hasil peluang  $P_n$  sebanyak 1,  $P_n = 1$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$$

$$\underbrace{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} P_0}_{n < c} + \underbrace{\sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^n}{c! c^{n-c}} P_0}_{n \geq c} = 1$$

$$P_0 \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{1}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^{n+c-c}}{c^{n-c}} \right) = 1$$

$$P_0 \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \left( \frac{\rho}{c} \right)^{n-c} \right) = 1$$

$$P_0 \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right) = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right)}$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1 \quad (2.17)$$

Rumus  $P_0$  pada persamaan (2.17) hanya berlaku untuk  $\lambda < c\mu$  atau  $\frac{\rho}{c} < 1$  (Supranto, 2018). Selanjutnya, ukuran kinerja  $L_q$  disajikan pada persamaan (2.18).

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n - c) P_n$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} k P_{k+c} \quad (\text{misal } k = n - c)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\rho^{k+c}}{c^k c!} P_0$$

$$= \frac{\rho^{c+1}}{c! c} P_0 \sum_{k=0}^{\infty} k \left( \frac{\rho}{c} \right)^{k-1}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\rho^{c+1}}{c!c} P_0 \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{c}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c}\right)^k \\
&= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!c \cdot c} P_0 \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{c}\right)} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}}\right) \\
&= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!c^2} P_0 \frac{1}{\left(1-\frac{\rho}{c}\right)^2} \\
&= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!c^2} P_0 \frac{c^2}{(c-\rho)^2} \\
&= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \tag{2.18}
\end{aligned}$$

**Contoh 18.6-5** (Taha, 2017):

Sebuah komunitas yang dilayani oleh dua perusahaan taksi. Masing-masing perusahaan memiliki dua taksi, dan keduanya berbagi pasar secara merata. Panggilan masuk ke kantor pengirim masing-masing perusahaan rata-rata sebanyak 8 taksi per jam. Waktu rata-rata perjalanan setiap taksi selama 12 menit. Panggilan masuk mengikuti distribusi Poisson, dan waktu perjalanan menaiki taksi adalah distribusi Eksponensial. Kedua perusahaan tersebut telah dibeli investor dan akan dikonsolidasi menjadi satu kantor pengiriman.

Diketahui:

- Taksi dinyatakan sebagai *server* dan tumpangan taksi adalah layanannya.
- Model masing-masing perusahaan adalah (M/M/2):(GD/∞/∞).
- Model setelah konsolidasi perusahaan adalah (M/M/4):(GD/∞/∞).

Ditanya:

Analisis perubahan kinerja sistem antrian jika konsolidasi perusahaan dilakukan?

Jawab:

Ukuran kinerja sistem antrian model (M/M/2):(GD/∞/∞) sebagai berikut:



- a. Laju kedatangan  $\lambda = 8$  taksi per jam
- b. Laju pelayanan:  $\mu = \frac{60}{12} = 5$  perjalanan taksi per jam
- c. Peluang tidak terdapat pelanggan yang sedang atau akan menaiki taksi diperoleh sebesar 0,111, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^1 \frac{\left(\frac{8}{5}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{8}{5}\right)^2}{2!} \left( \frac{1}{1-\frac{8}{5 \cdot 2}} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \left\{ \left( \frac{(1,6)^0}{0!} + \frac{(1,6)^1}{1!} \right) + \frac{1,6^2}{2!} \left( \frac{1}{1-0,8} \right) \right\}^{-1} \\
 &= \{(1 + 1,6) + (1,28 \cdot 5)\}^{-1} \\
 &= \{2,6 + 6,4\}^{-1} = \{9\}^{-1} = 0,111
 \end{aligned}$$

- d. Jumlah pelanggan yang diperkirakan menunggu tumpangan taksi diperoleh sebanyak  $2,8416 \approx 3$  pelanggan, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 L_q &= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \\
 &= \frac{(1,6)^{2+1}}{(2-1)!(2-1,6)^2} \cdot 0,111 \\
 &= \frac{4,096}{0,16} \cdot 0,111 = 2,8416 \text{ pelanggan}
 \end{aligned}$$

- e. Lamanya waktu yang diperkirakan untuk menunggu tumpangan taksi diperoleh selama 0,356 jam atau 21,36 menit, dengan perhitungan berikut:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{2,8416}{8} = 0,356 \text{ jam}$$

- f. Lamanya waktu yang diperkirakan untuk menyelesaikan perjalanan diperoleh selama 0,556 jam atau 33,36 menit, dengan perhitungan berikut:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0,356 + \frac{1}{5} = 0,556 \text{ jam}$$

- g. Jumlah pelanggan yang diperkirakan telah menyelesaikan perjalanan diperoleh sebanyak  $4,448 \approx 4$  pelanggan, dengan perhitungan berikut:

$$L_s = \lambda \cdot W_s = 8 \cdot 0,556 = 4,448 \text{ pelanggan}$$

Ukuran kinerja sistem antrian model (M/M/4):(GD/∞/∞) sebagai berikut:

- a. Laju kedatangan:  $\lambda = 2 \times 8 = 16$  taksi per jam
- b. Laju pelayanan:  $\mu = \frac{60}{12} = 5$  perjalanan taksi per jam
- c. Peluang tidak terdapat pelanggan yang sedang atau akan menaiki taksi diperoleh sebesar 0,0273, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_0 &= \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^3 \frac{\left(\frac{16}{5}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{16}{5}\right)^2}{4!} \left( \frac{1}{1-\frac{\left(\frac{16}{5}\right)}{4}} \right) \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \left( \frac{(3,2)^0}{0!} + \frac{(3,2)^1}{1!} + \frac{(3,2)^2}{2!} + \frac{(3,2)^3}{3!} \right) + \frac{104,8576}{24} \left( \frac{1}{1-0,8} \right) \right\}^{-1} \\ &= \{ (1 + 3,2 + 5,12 + 5,4613) + (4,3691 \cdot 5) \}^{-1} \\ &= \{ 14,7813 + 21,8455 \}^{-1} = \{ 36,6268 \}^{-1} = 0,0273 \end{aligned}$$

- d. Jumlah pelanggan yang diperkirakan menunggu tumpangan taksi diperoleh sebanyak  $2,386 \approx 2$  pelanggan, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L_q &= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \\ &= \frac{(3,2)^{4+1}}{(4-1)!(4-3,2)^2} \cdot 0,0273 \\ &= \frac{335,54432}{3,84} \cdot 0,0273 = 2,386 \text{ pelanggan} \end{aligned}$$

- e. Lamanya waktu yang diperkirakan untuk menunggu tumpangan taksi diperoleh selama 0,149 jam atau 8,94 menit, dengan perhitungan berikut:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{2,386}{16} = 0,149 \text{ jam}$$

- f. Lamanya waktu yang diperkirakan untuk menyelesaikan perjalanan diperoleh selama 0,349 jam atau 20,94 menit, dengan perhitungan berikut:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0,149 + \frac{1}{5} = 0,349 \text{ jam}$$

- g. Jumlah pelanggan yang diperkirakan telah menyelesaikan perjalanan diperoleh sebanyak  $5,586 \approx 6$  pelanggan, dengan perhitungan berikut:

$$L_s = \lambda \cdot W_s = 16 \cdot 0,349 = 5,586 \text{ pelanggan}$$

Ukuran yang cocok untuk membandingkan kedua model adalah lamanya waktu yang diperkirakan untuk menunggu tumpangan taksi ( $W_q$ ). Model  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  memiliki  $W_q$  selama 0,356 jam atau 21 menit, sedangkan untuk model  $(M/M/4):(GD/\infty/\infty)$  nilai  $W_q$  adalah 0,149 jam atau 9 menit. Berdasarkan kinerja  $W_q$ , hasilnya menunjukkan bahwa dengan konsolidasi perusahaan dapat menurunkan lebih dari 50% waktu untuk menunggu tumpangan taksi, sehingga konsolidasi perusahaan perlu dilakukan untuk mendapatkan pelayanan yang efisien.

### 2.3.2 Model $(M/G/1)$

Model  $(M/G/1)$  adalah model antrian dengan pelayanan tunggal dimana distribusi data waktu antar kedatangan adalah Eksponensial dan data waktu pelayanan adalah *General*. Distribusi *General* menunjukkan bahwa sebarang distribusi dapat berlaku terhadap data dengan nilai rata-rata  $E[T]$  dan variansi  $Var[T]$  (Taha, 2017). Hasil dari model ini mencakup dasar ukuran kinerja sistem

antrian, yaitu  $L_s, L_q, W_s, W_q$ , dan  $P_0$ . Model ini tidak menerima perhitungan peluang  $P_n$ , karena termasuk analisis yang sukar dikendalikan (Taha, 2017).

Laju kedatangan dari fasilitas pelayanan tunggal adalah  $\lambda$ . Diberikan  $E[T]$  dan variansi  $Var[T]$  pada distribusi waktu pelayanan dengan  $\lambda E[T] < 1$ . Ukuran kinerja  $L_s$  dianalisis menggunakan persamaan (2.19).

$$L_s = \lambda E[T] + \frac{\lambda^2(E[T] + Var[T])}{2(1 - \lambda E[T])}, \quad \lambda E[T] < 1 \quad (2.19)$$

Peluang sistem dalam keadaan menganggur dapat dihitung menggunakan persamaan (2.20).

$$P_0 = 1 - \lambda E[T] = 1 - \rho \quad (2.20)$$

Ukuran kinerja  $L_q, W_s$ , dan  $W_q$  dapat ditentukan dari rumus  $L_s$  pada persamaan (2.19) dengan menggunakan rumus Little pada persamaan (2.9).

### 2.3.3 Model (M/G/c)

Model (M/G/c) adalah model antrian jalur pelayanan berganda dimana distribusi waktu antar kedatangan pelanggan adalah Eksponensial dan distribusi waktu pelayanan adalah distribusi *General*. Ukuran kinerja sistem antrian dapat dihitung dengan persamaan (2.21) (Hall, 1991).

$$L_q = L_{q(M/M/c)} \cdot \left( \frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right) \quad (2.21)$$

dengan:

$C^2(A)$  : Koefisien kuadrat variasi distribusi waktu antar kedatangan

$C^2(S)$  : Koefisien kuadrat variasi distribusi waktu pelayanan

Koefisien kuadrat variasi distribusi dapat diperoleh dengan persamaan (2.22) (Shortle dkk., 2017).

$$\frac{\text{Var}[T]}{(E[T])^2} \quad (2.22)$$

Jika data mengikuti distribusi Eksponensial maka koefisien kuadrat variasi distribusi sama dengan 1. Model  $(M/G/c)$  akan menggunakan nilai  $C^2(S) \neq 1$ , karena data mengikuti distribusi *General*.

### 2.3 Rumus Pengambilan Sampel

Sampel adalah subkelompok dari populasi penelitian yang dipilih untuk memberikan kesimpulan secara umum tentang seluruh populasi. Populasi adalah keseluruhan objek penelitian yang mempunyai karakteristik tertentu dan menjadi fokus penelitian. Melalui analisis dari data sampel yang representatif (mewakili), kesimpulan dapat diberlakukan terhadap seluruh populasi (Zulfikar dkk., 2024).

Penentuan ukuran sampel sangat penting karena semakin besar sampel akan semakin kecil potensi kesalahan dalam penelitian. Untuk menentukan ukuran sampel penelitian, diperlukan penggunaan rumus pengambilan sampel yang sesuai. Karena jumlah populasi dalam penelitian ini tidak diketahui, maka digunakan rumus Cochran untuk menghitung ukuran sampel. Rumus Cochran digunakan untuk menentukan jumlah sampel ketika jumlah populasi tidak diketahui secara pasti (Zulfikar dkk., 2024). Rumus Cochran dinyatakan sebagai berikut:

$$n = \frac{Z^2 pq}{e^2} \quad (2.23)$$

dengan:

- $n$  : Jumlah sampel yang diperlukan
- $Z$  : Tingkat kepercayaan sebesar 95% dengan 1,96
- $e$  : Tingkat kesalahan (bisa 1%, 5%)
- $p$  : Peluang benar ( $= 0,5$ )
- $q$  : Peluang salah ( $1 - p = 0,5$ )

## 2.4 Uji Distribusi Data

Pengujian distribusi data digunakan untuk mengetahui kesesuaian data sampel dengan distribusi teoritis tertentu. Kesesuaian antara data sampel observasi dengan suatu distribusi dapat dilihat dengan uji kebaikan-suai (*goodness of fit*) (Dwidayati, 2011). Uji *goodness of fit* pada penelitian ini dilakukan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov (K-S) dimana uji ini hanya berlaku untuk variabel acak kontinu. Hal tersebut sesuai dengan data pada penelitian ini berupa waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan yang termasuk nilai kontinu (Taha, 1993).

Konsep dasar uji K-S adalah membandingkan antara distribusi empiris dan distribusi teoritis data. Uji K-S tidak menimbulkan perbedaan persepsi antar pengamat, karena uji ini tidak menggunakan kategori untuk data yang digunakan (Nuryadi dkk., 2017). Pengujian Kolmogorov-Smirnov dilakukan dengan langkah-langkah berikut (Sundayana, 2018):

1. Merumuskan  $H_0$  dan  $H_1$ .

Perumusan  $H_0$  dapat didasarkan pada asumsi distribusi dari data yang digunakan, misalnya distribusi data waktu pelayanan yang diasumsikan mengikuti distribusi Eksponensial.

2. Menentukan  $F_0(x)$ , yaitu frekuensi distribusi kumulatif teoritis dibandingkan dengan banyaknya sampel penelitian.
3. Menentukan  $S_n(x)$ , yaitu frekuensi distribusi kumulatif empiris (hasil observasi) dibandingkan dengan banyaknya sampel penelitian.
4. Menghitung  $|S_n(x) - F_0(x)|$ .
5. Menghitung  $D = \max |S_n(x) - F_0(x)|$ .
6. Ketentuan keputusan uji K-S:

Jika  $D \leq D_{tabel}$ , maka  $H_0$  diterima dan data mengikuti distribusi yang dihipotesiskan.

Nilai  $D_{tabel}$  sebagai nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov dapat dilihat pada Lampiran 7 (Kakiay, 2004).

## 2.5 Adab Menunggu Antrian Dalam Islam

Dalam Islam, antrian memiliki peran untuk menciptakan ketertiban dalam kehidupan sehari-hari. Antrian bukan hanya sebagai kegiatan fisik semata, namun juga dapat mencerminkan sikap seseorang. Terkadang, antrian yang lama membuat orang tidak sabar dan menyerobot antrian dari pelanggan lain. Dalam kitab Al-Lu'lu' Wal Marjan (Abdul Baqi, 2017), terdapat penegasan dari Nabi Muhammad mengenai larangan mengambil tempat duduk atau posisi orang lain.

عَنْ ابْنِ عُمَرَ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُ قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ: "لَا يُقِيمُ الرَّجُلُ الرَّجُلَ مِنَ مَجْلِسِهِ ثُمَّ يَجْلِسُ فِيهِ، وَلَكِنْ تَفَسَّحُوا وَتَوَسَّعُوا." متفق عليه

Hadis yang diriwayatkan oleh Imam Bukhari dan Muslim. *Dari Ibnu Umar beliau berkata: Rasulullah bersabda: "Janganlah seseorang memberdirikan saudaranya dari tempat duduknya kemudian dia gantikan posisi tempat duduk saudaranya tersebut, akan tetapi hendaknya mereka melapangkan dan meregangkan."*

Perbuatan mengambil posisi orang lain harus dihindari karena dapat menimbulkan perselisihan dan penyakit hati. Istilah yang digunakan ulama untuk perbuatan tersebut adalah maksiat badan. Hal ini dijelaskan dalam Kitab Sullamut Taufiq (Al-Bantaniy, 2006) karya Syekh Abdullah Hadrami pada kalimat berikut:

وَمِنْ مَعَاصِي الْبَدَانِ أَحَدَ نَوْبَةِ الْغَيْرِ فِي الْمَكَانِ أَوْ التَّوْبِ أَوْ الْبَيْتِ أَوْ غَيْرِ ذَلِكَ

*“Tergolong juga dari perbuatan maksiat badan adalah mengambil giliran orang lain baik dalam hal tempat, pakaian, air sumur, atau tindakan selainnya.”*

Maksud maksiat badan adalah bahwa tindakan yang dilakukan dapat merusak hubungan sosial, dan kerugian bagi diri sendiri dan orang lain.

Mengambil giliran orang lain sama dengan merampas hak orang lain. Dalam Kitab Fathul Barri (Al-Asqalani, 2007), Ibnu Hajar Al-Asqalaniy mengatakan bahwa: *“Semua manusia dalam hal sesuatu yang mubah (hak bersama) adalah sama. Karena itu, barangsiapa yang lebih dahulu sampai kepada sesuatu, maka dia yang berhak atasnya, dan orang yang berhak atas sesuatu apabila diambil oleh orang lain tanpa hak, maka orang lain tersebut adalah merampas, dan merampas itu hukumnya haram.”* Perkataan tersebut menekankan pentingnya menghormati hak orang lain, dan jika seseorang telah mendapatkan giliran, maka orang lain harus menghormatinya dan tetap menunggu terhadap giliran yang telah diperoleh.

Dengan demikian, menunggu antrian harus dengan mematuhi disiplin antrian. Mematuhi disiplin antrian tidak hanya mencerminkan kepatuhan terhadap aturan, tetapi juga merupakan cerminan sikap yang sesuai dengan ajaran Islam. Menerapkan sikap sabar dalam menunggu sebuah antrian akan menciptakan antrian yang lebih nyaman dan tertib bagi pihak yang terlibat

Menunggu antrian akan menimbulkan waktu luang bagi pelanggan. Seringkali seseorang melupakan kenikmatan dari waktu luang karena telah



menghabiskan waktu yang lama. Hadis yang diriwayatkan oleh Imam Bukhari (Abdul Baqi, 2017), Nabi Muhammad telah menjelaskan mengenai nikmat yang sering dilupakan manusia, salah satunya waktu luang.

عَنْ ابْنِ عَبَّاسٍ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا قَالَ: قَالَ النَّبِيُّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ "نِعْمَتَانِ مَعْبُودٌ فِيهِمَا كَثِيرٌ مِنَ النَّاسِ الصِّحَّةُ وَالْفَرَعُ"

Dari Ibnu Abbas berkata bahwa Nabi Muhammad bersabda:” *Banyak manusia merugi karena dua nikmat; kesehatan dan waktu luang.*” (H.R. Bukhari)

Waktu luang ketika menunggu dapat dimanfaatkan dengan melakukan kegiatan yang bermanfaat, seperti berdzikir kepada Allah atau menjalin silaturahmi dengan sesama orang yang mengantri.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Lokasi Penelitian**

Pengambilan data dilakukan di RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar yang terletak di Jalan Kalimantan No. 113 Kel. Karangtengah, Kec. Sananwetan, Kota Blitar, Jawa Timur 66137.

#### **3.2 Data dan Sumber Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kuantitatif. Sumber data yang digunakan adalah data primer. Data primer adalah data yang diperoleh secara langsung di Poliklinik Rawat Jalan berupa data waktu antar kedatangan pasien, dan waktu pelayanan pasien.

#### **3.3 Teknik Pengumpulan Data**

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah observasi yang dilakukan secara langsung pada pelayanan pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan RSUD Mardi Waluyo Kota Blitar. Jumlah sampel data yang digunakan dalam penelitian ini dihitung kembali menggunakan rumus Cochran pada persamaan (2.23).

#### **3.4 Instrumen Penelitian**

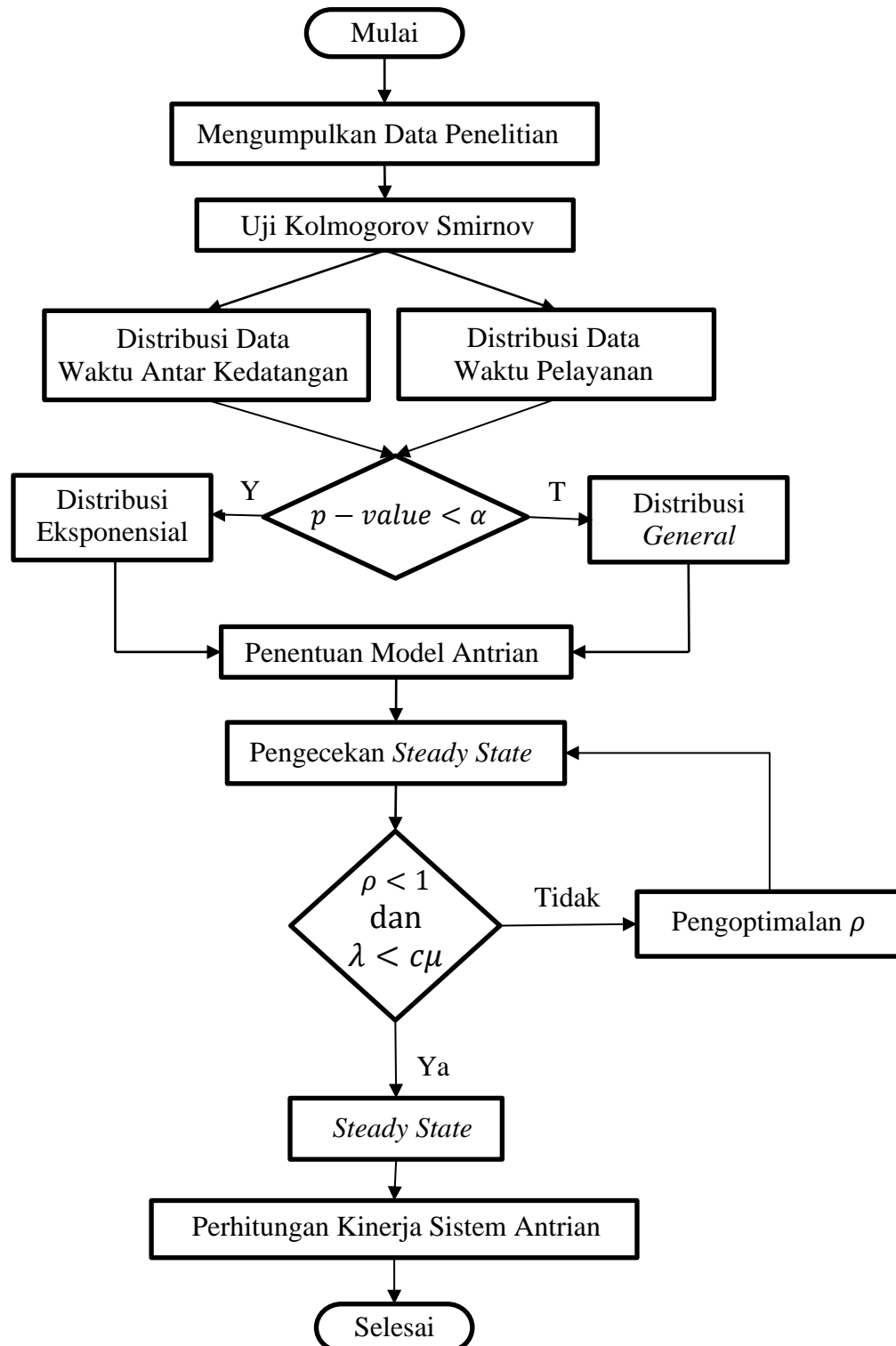
Instrumen dalam penelitian ini menggunakan observasi terstruktur. Data yang dikumpulkan berupa waktu antar kedatangan pasien dan waktu pelayanan pasien. Penelitian dilakukan selama tiga hari pada masing-masing loket pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan. Observasi dilakukan menggunakan alat bantu berupa arloji, timer digital dan lembar observasi data.

### 3.5 Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan penelitian ini adalah analisis data kuantitatif untuk model antrian *Multi Channel Single Phase* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menganalisis kondisi antrian di Poliklinik Rawat Jalan
2. Uji distribusi data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dengan uji Kolmogorov Smirnov dilakukan menggunakan *software* IBM SPSS 22.
3. Menentukan model sistem antrian pada layanan pendaftaran SEP menggunakan notasi antrian pada persamaan (2.6).
4. Mengecek *steady state* berdasarkan hasil perhitungan menggunakan persamaan (2.7). Jika  $\lambda < \mu c$  dan  $\rho < 1$ , maka *steady state* terpenuhi.
5. Mengoptimalkan data untuk mencapai  $\rho < 1$  yang dilakukan dari dua sisi, yaitu kedatangan pasien dan pelayanan pasien.
6. Menguraikan rumus untuk menghitung ukuran kinerja model ( $M/G/c$ ) dari persamaan (2.21).
7. Menghitung kinerja sistem antrian menggunakan rumus kinerja sistem antrian model ( $M/G/c$ ) berdasarkan nilai  $\lambda$  dan  $\mu$  dari data aslinya.
8. Menghitung kinerja sistem antrian menggunakan rumus kinerja sistem antrian model ( $M/G/c$ ) berdasarkan nilai  $\lambda$  dan  $\mu$  setelah dioptimalkan.

### 3.6 Diagram Alir Analisis Data

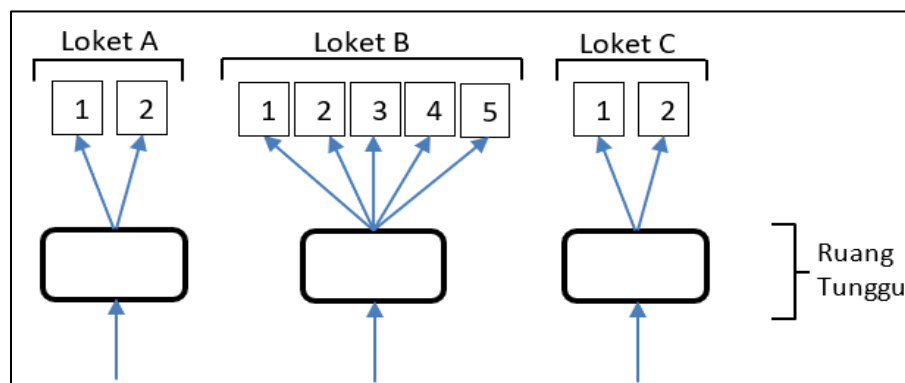


Gambar 3.1 Diagram Alir Analisis Data

## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

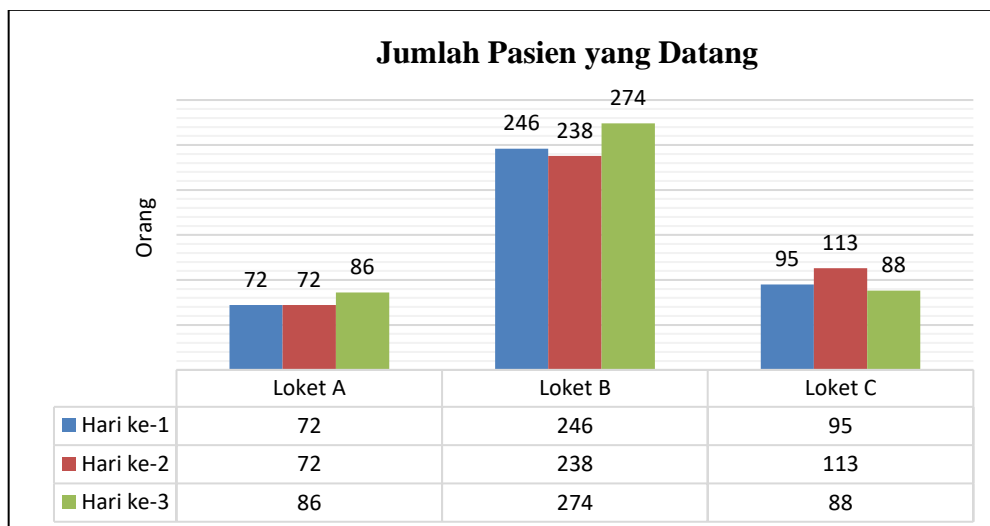
### 4.1 Analisis Pola Kedatangan dan Pola Pelayanan Pasien

Tahapan layanan di Poliklinik Rawat Jalan dimulai dari proses pendaftaran Surat Eligibilitas Pasien (SEP), yang terbagi di tiga loket berdasarkan tujuan poli pengobatan, yaitu Loker A, Loker B, dan Loker C. Setiap pasien yang datang akan mendapatkan pelayanan tanpa adanya batasan jumlah pasien. Pelayanan dilakukan berdasarkan nomor antrian yang diterima pasien dengan mengikuti disiplin antrian *First in First Out* (FIFO), dimana pasien yang datang awal akan mendapatkan pelayanan terlebih dahulu. Disiplin antrian yang diterapkan pada layanan pendaftaran disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Disiplin Antrian Loker Pendaftaran SEP

Pengamatan untuk memperoleh sampel data dilakukan selama 3 hari di masing-masing loket pendaftaran. Hasil pengamatan disajikan dalam Gambar 4.2 untuk menggambarkan jumlah kedatangan pasien selama periode penelitian.



Gambar 4.2 Jumlah Pasien yang Datang Selama Penelitian

Gambar 4.2 menunjukkan jumlah kedatangan pasien di pendaftaran SEP dengan total kedatangan pasien yang diperoleh dari hasil pengamatan sebanyak 1.284 orang. Loket A menerima jumlah kedatangan pasien sebanyak 230 orang yang meliputi 72 pasien pada hari pertama dan kedua, kemudian meningkat menjadi 86 pasien pada hari ketiga. Loket B menerima jumlah kedatangan pasien tertinggi dibandingkan loket lain sebanyak 758 orang, sedangkan Loket C menerima jumlah kedatangan pasien sebanyak 296 orang.

Jumlah sampel data pada penelitian ini akan dianalisis untuk menentukan apakah sudah mewakili seluruh populasi. Sampel data dihitung menggunakan rumus Cochran pada persamaan (2.23) karena populasi pada penelitian ini tidak diketahui secara pasti. Perhitungan data dilakukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{z^2 pq}{e^2} = \frac{(1,96)^2 (0,5)(0,5)}{(0,05)^2} \\
 &= \frac{0,9604}{0,0025} \\
 &= 384,16 \approx 384 \text{ orang}
 \end{aligned}$$

Perhitungan jumlah sampel data dilakukan dengan menggunakan tingkat kepercayaan ( $Z$ ) sebesar 1,96, peluang keberhasilan ( $p$ ) sebesar 0,5, peluang kegagalan ( $q$ ) sebesar 0,5, dan tingkat kesalahan sampel ( $e$ ) sebesar 0,05. Berdasarkan parameter ini, perhitungan sampel data menunjukkan hasil sebesar 384,16 orang, yang kemudian dibulatkan menjadi 384 orang. Oleh karena itu, jumlah sampel data yang diperoleh dari hasil pengamatan, yaitu sebanyak 1.284 orang, dianggap telah memenuhi kriteria untuk mewakili populasi yang tidak diketahui, karena jumlahnya melebihi 384 orang.

Perbedaan jumlah kedatangan pasien di Loker B disebabkan oleh perbedaan jumlah tujuan poli pengobatan yang dilayani loket tersebut. Loker B melayani pendaftaran SEP dengan tujuan lebih dari 10 poli pengobatan, sedangkan Loker A dan Loker C dengan tujuan poli pengobatan sebanyak 3. Perbedaan tujuan poli dalam pelayanan akan tetap terhubung menjadi satu pada website yang dikelola oleh setiap pegawai, sehingga pelayanan diasumsikan sebagai pelayanan homogen. Dalam memenuhi pelayanan tersebut, Loker B menyediakan tempat yang digunakan untuk melayani pasien sebanyak 5 *server*, sedangkan Loker A dan Loker C hanya menyediakan 2 *server*.

#### **4.1.1 Uji Distribusi Data Penelitian**

Uji distribusi data dilakukan untuk mengetahui distribusi dari data penelitian, yang hasilnya digunakan dalam menentukan model antrian. Uji distribusi pada penelitian ini menggunakan uji Kolmogorov Smirnov (K-S) dengan *software* IBM SPSS 22. Uji K-S dilakukan terhadap data penelitian berupa

data waktu antar kedatangan pasien dan data waktu pelayanan pasien. Hipotesis dalam uji K-S ditentukan sebagai berikut:

$H_0$  : Data penelitian berdistribusi Eksponensial

$H_1$  : Data penelitian tidak berdistribusi Eksponensial

Keputusan dari hipotesis tersebut diperoleh dengan ketentuan:

Jika *Asymp. Sig. (2-tailed)* >  $\alpha$ , maka  $H_0$  diterima.

Nilai  $\alpha$  adalah taraf signifikansi sebesar 5% atau 0,05.

### A. Data Waktu Antar Kedatangan Pasien

Uji K-S terhadap data waktu antar kedatangan pasien dilakukan menggunakan IBM SPSS 22. Data yang diuji adalah data pada Lampiran 1 dengan output yang disajikan pada Lampiran 2. Hasil uji K-S data waktu antar kedatangan pasien disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Hasil Uji K-S Data Waktu Antar Kedatangan Pasien

Loket	Hari ke-	<i>p-value</i>	$\alpha$	Keputusan Uji	Distribusi
A	1	0,220	0,05	Diterima	Eksponensial
	2	0,051		Diterima	Eksponensial
	3	0,785		Diterima	Eksponensial
B	1	0,887		Diterima	Eksponensial
	2	0,057		Diterima	Eksponensial
	3	0,051		Diterima	Eksponensial
C	1	0,835		Diterima	Eksponensial
	2	0,056		Diterima	Eksponensial
	3	0,068		Diterima	Eksponensial

Berdasarkan Tabel 4.1, uji K-S yang dilakukan terhadap data waktu antar kedatangan pasien memperoleh hasil secara keseluruhan, bahwa *Asymp. Sig (2-*



*tailed*)  $> \alpha = 0,05$ , sehingga  $H_0$  diterima. Hasil keputusan uji K-S terhadap data waktu antar kedatangan pasien adalah mengikuti distribusi Eksponensial.

## B. Data Waktu Pelayanan Pasien

Uji K-S terhadap data waktu pelayanan pasien dilakukan menggunakan IBM SPSS 22. Data yang diuji adalah data pada Lampiran 1 dengan output yang disajikan pada Lampiran 2. Hasil uji K-S data waktu pelayanan pasien disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil Uji K-S Data Waktu Pelayanan Pasien

Loket	Hari ke-	<i>p-value</i>	$\alpha$	Keputusan Uji	Distribusi
A	1	0,000	0,05	Ditolak	<i>General</i>
	2	0,000		Ditolak	<i>General</i>
	3	0,000		Ditolak	<i>General</i>
B	1	0,000		Ditolak	<i>General</i>
	2	0,000		Ditolak	<i>General</i>
	3	0,000		Ditolak	<i>General</i>
C	1	0,000		Ditolak	<i>General</i>
	2	0,000		Ditolak	<i>General</i>
	3	0,000		Ditolak	<i>General</i>

Berdasarkan Tabel 4.2, uji K-S yang dilakukan terhadap data waktu pelayanan pasien memperoleh hasil, secara keseluruhan bahwa *Asymp. Sig (2-tailed)*  $< \alpha = 0,05$ , sehingga  $H_0$  ditolak. Hasil keputusan uji K-S data waktu pelayanan pasien adalah data tidak mengikuti distribusi Eksponensial, sehingga data mengikuti distribusi *General*.

### 4.1.2 Model Antrian Layanan Pendaftaran SEP

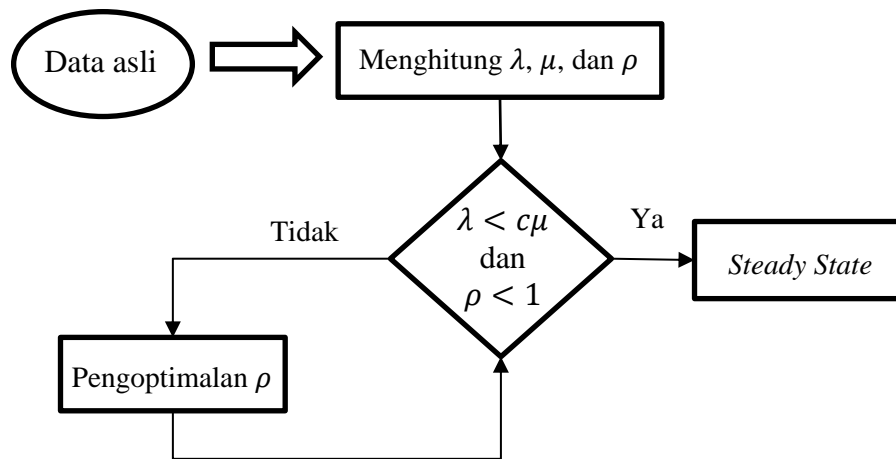
Layanan pendaftaran SEP menerapkan disiplin antrian adalah *First in First out* (FIFO) dengan kapasitas sistem (jumlah pasien) dan ukuran sumber pemanggilan tidak dibatasi. Sedangkan, hasil uji Kolmogorov Smirnov menunjukkan bahwa distribusi data waktu antar kedatangan adalah Eksponensial dan distribusi data waktu pelayanan adalah distribusi *General*. Berdasarkan informasi tersebut, secara umum layanan pendaftaran SEP di Poliklinik Rawat Jalan memiliki model antrian  $(M/G/c): (FIFO/\infty/\infty)$ . Simbol  $c$ , diisi sesuai dengan jumlah *server* yang tersedia di masing-masing loket pendaftaran SEP.

### 4.1.3 Steady State

*Steady state* adalah sebuah kondisi ketika sistem dalam keadaan setimbang, dimana laju kedatangan pasien tidak lebih cepat daripada laju pelayanan yang diberikan oleh setiap *server* ( $\lambda < c\mu$ ). Keadaan ini dapat dilihat dalam perhitungan utilitas ( $\rho$ ), dimana hasilnya kurang dari satu ( $\rho < 1$ ).

#### A. Pengecekan *Steady State* dari Data Asli

Pengecekan *steady state* penting untuk memastikan bahwa data laju kedatangan ( $\lambda$ ) dan laju pelayanan ( $\mu$ ) yang akan dihitung dalam keadaan setimbang. Alur pengecekan *steady state* dapat dilihat pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Alur Pengecekan *Steady State*

Sebelum memutuskan kondisi *steady state* telah terpenuhi, langkah awal yang perlu dilakukan adalah menghitung nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$ . Nilai  $\lambda$  dihitung menggunakan persamaan (2.1),  $\mu$  menggunakan persamaan (2.2), dan  $\rho$  menggunakan persamaan (2.7). Misalnya perhitungan terhadap data hari ke-1 di Loket A sebagai berikut:

Laju Kedatangan ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pengamatan}} = \frac{72 \text{ pasien}}{3 \text{ jam}} = 24 \text{ pasien per jam}$$

Laju Pelayanan ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pelayanan}} = \frac{72 \text{ pasien}}{3,842 \text{ jam}} = 18,742 \approx 19 \text{ pasien per jam}$$

Utilitas ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{24}{2 \cdot 18,742} = 0,64$$

Berdasarkan perhitungan sebelumnya, nilai laju kedatangan ( $\lambda$ ) diperoleh sebanyak 24 pasien per jam, laju pelayanan ( $\mu$ ) sebanyak 19 pasien per jam, dan utilitas,  $\rho = 0,64$ . Perhitungan serupa juga dilakukan terhadap data lainnya pada Lampiran 4 dengan hasil yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Hasil  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$  dari Data Asli

Loket	Hari ke-	$\lambda$ (pasien per jam)	$\mu$ (pasien per jam)	$c$ (server)	$\rho$ (utilitas)
A	1	$\lambda_{A1} = 24$	$\mu_{A1} = 18,742$	$c_A = 2$	$\rho_{A1} = 0,64$
	2	$\lambda_{A2} = 24$	$\mu_{A2} = 16,974$		$\rho_{A2} = 0,71$
	3	$\lambda_{A3} = 28,667$	$\mu_{A3} = 17,165$		$\rho_{A3} = 0,84$
B	1	$\lambda_{B1} = 82$	$\mu_{B1} = 20,478$	$c_B = 5$	$\rho_{B1} = 0,8$
	2	$\lambda_{B2} = 79,333$	$\mu_{B2} = 20,392$		$\rho_{B2} = 0,78$
	3	$\lambda_{B3} = 91,333$	$\mu_{B3} = 17,969$		$\rho_{B3} = 1,02$
C	1	$\lambda_{C1} = 31,667$	$\mu_{C1} = 18,522$	$c_C = 2$	$\rho_{C1} = 0,85$
	2	$\lambda_{C2} = 37,667$	$\mu_{C2} = 16,994$		$\rho_{C2} = 1,11$
	3	$\lambda_{C3} = 29,333$	$\mu_{C3} = 16,092$		$\rho_{C3} = 0,91$

Pada Tabel 4.3 ditampilkan hasil perhitungan nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$  di setiap loket pendaftaran. Simbol  $\lambda_{Ai}$ , menunjukkan laju kedatangan di Loket A pada hari ke- $i$  dengan  $i = 1,2,3$ . Selain itu, simbol  $\mu_{Ai}$  dan  $\rho_{Ai}$  menunjukkan laju pelayanan dan utilitas di Loket A pada hari ke- $i$  dengan  $i = 1,2,3$ . Hal yang sama berlaku di Loket B dengan simbol  $\lambda_{Bi}$ ,  $\mu_{Bi}$ ,  $\rho_{Bi}$  dan Loket C dengan simbol  $\lambda_{ci}$ ,  $\mu_{ci}$ ,  $\rho_{ci}$ . Misalnya pada hari ke-3 di Loket C, laju kedatangan ( $\lambda_{C3}$ ) sebanyak 29,333 pasien, dibulatkan menjadi 29 pasien per jam. Laju pelayanan ( $\mu_{C3}$ ) adalah 16,092 pasien, dibulatkan menjadi 16 pasien per jam, dengan utilitas,  $\rho$  sebesar 0,91. Hal ini menunjukkan pemanfaatan *server* di Loket C mendekati kapasitas maksimal, tetapi masih dalam kondisi stabil.

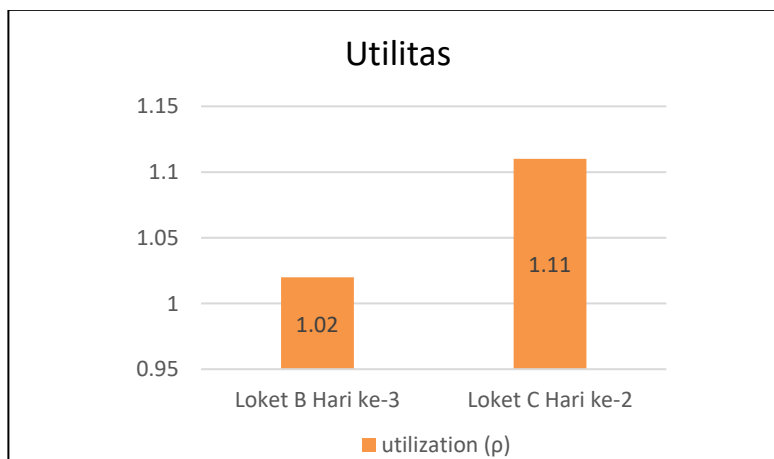
Berdasarkan hasil perhitungan pada Tabel 4.3, dilakukan pemeriksaan terhadap kondisi  $\lambda < c\mu$  dan  $\rho < 1$ . Apabila kondisi tersebut terpenuhi, maka data dapat dikatakan *steady state*, sebagaimana yang disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Pengecekan *Steady State* dari Data Asli

Loket	Hari ke-	$\lambda < c\mu$	$\rho < 1$	<i>Steady State</i>
A	1	24 < 37,484	0,64 < 1	Tercapai
	2	24 < 33,558	0,71 < 1	Tercapai
	3	28,667 < 34,330	0,84 < 1	Tercapai
B	1	82 < 102,390	0,8 < 1	Tercapai
	2	79,333 < 101,960	0,78 < 1	Tercapai
	<b>3</b>	<b>91,333 &gt; 89,895</b>	<b>1,02 &gt; 1</b>	<b>Tidak tercapai</b>
C	1	31,667 < 37,044	0,85 < 1	Tercapai
	<b>2</b>	<b>37,667 &gt; 33,988</b>	<b>1,11 &gt; 1</b>	<b>Tidak tercapai</b>
	3	29,333 < 32,184	0,91 < 1	Tercapai

Berdasarkan Tabel 4.4, kondisi *steady state* terpenuhi jika sistem mampu melayani dengan kapasitas lebih besar daripada laju kedatangannya, sehingga  $\lambda < c\mu$ . Selain itu, sistem juga harus memiliki waktu menganggur (*idle*) untuk menjaga kestabilan antrian, sehingga harus memenuhi  $\rho < 1$ .

Berdasarkan hasil dari Tabel 4.4, terdapat data yang belum mencapai *steady state* karena kondisi  $\lambda < c\mu$  dan  $\rho < 1$  tidak terpenuhi, yaitu Loket B pada hari ke-3, nilai  $\lambda_{B3} = 91,333$  lebih besar dari  $c\mu_{B3} = 89,895$  dan menghasilkan utilitas sebesar  $\rho_{B3} = 1,02$ . Demikian pula di Loket C pada hari ke-2, nilai  $\lambda_{C2} = 37,667$  lebih besar dari  $c\mu_{C2} = 33,988$  dan  $\rho_{C2} = 1,11$ . Data dengan nilai  $\rho > 1$  disajikan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Data yang memiliki  $\rho > 1$

Gambar 4.4 menunjukkan nilai  $\rho$  pada dua loket yang berbeda, yaitu Loket B pada hari ke-3 dengan  $\rho = 1,02$ , dan Loket C pada hari ke-2 dengan  $\rho = 1,11$ . Data yang belum mencapai *steady state* tersebut, selanjutnya akan dioptimalkan untuk mencapai kondisi  $\rho < 1$ .

### B. Pengoptimalan untuk Mencapai Kondisi $\rho < 1$

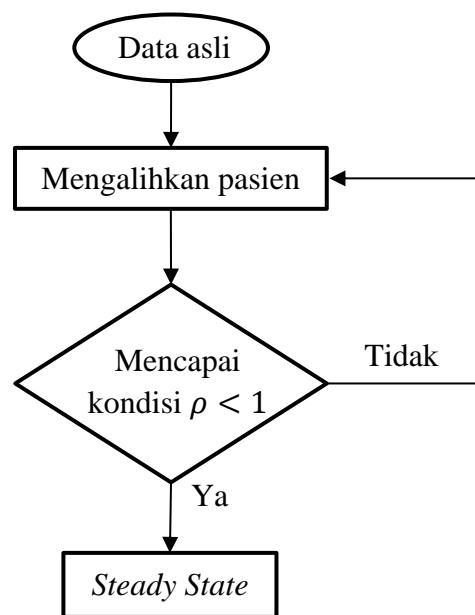
Pengoptimalan dilakukan untuk memastikan sistem beroperasi secara maksimal, sehingga diperlukan analisis terhadap pemanfaatan *server* atau utilitas, dengan tujuan mencapai kondisi  $\rho < 1$ . Proses pengoptimalan ini dilakukan dari sisi kedatangan pasien, yang berpengaruh terhadap kapasitas sistem antrian, dan waktu pelayanan pasien, yang mempengaruhi kinerja sistem antrian.

#### Kedatangan Pasien

Pengoptimalan dari sisi kedatangan pasien dapat dilakukan dengan mengalihkan sebagian pasien dari loket yang memiliki tingkat kesibukan tinggi ke loket lain yang memiliki antrian lebih sepi. Proses ini bertujuan untuk meratakan beban kerja di setiap loket, sehingga waktu tunggu pasien

dapat semakin berkurang. Penentuan jumlah pasien yang dialihkan dihitung berdasarkan laju kedatangan ( $\lambda$ ) dan laju pelayanan yang diberikan oleh setiap *server* ( $c\mu$ ) dengan tetap memastikan bahwa nilai  $\lambda < c\mu$  dan nilai  $\rho$  tidak mendekati atau melebihi 1.

Berdasarkan Tabel 4.3, ditemukan bahwa terdapat loket dengan laju kedatangan ( $\lambda$ ) melebihi nilai  $c\mu$ . Loket B pada hari ke-3 mencatat  $\lambda_{B3} = 91,333$ , yang lebih besar dari  $c\mu_{B3} = 89,895$ . Selain itu, Loket C pada hari ke-2 menunjukkan  $\lambda_{C2} = 37,667$ , yang melebihi nilai  $c\mu_{C2} = 33,988$ . Untuk mengatasi permasalahan ini, pengoptimalan dilakukan dengan cara mengalihkan pasien dari loket tersebut ke loket lainnya. Alur pengoptimalan dari sisi kedatangan pasien dapat dilihat pada Gambar 4.5.



Gambar 2.5 Alur Pengoptimalan dari Sisi Kedatangan Pasien

Proses pengoptimalan dari sisi kedatangan dimulai dengan mengalihkan pasien dari loket yang sibuk ke loket lain, menggunakan

*excel* dalam pengolahan data. Pengalihan pasien akan dihentikan setelah mencapai nilai  $\rho$  yang diharapkan. Selanjutnya, nilai  $\lambda$  dan  $\mu$  akan dihitung kembali berdasarkan data setelah pengalihan. Simulasi pengalihan pasien dilakukan sesuai dengan jadwal penelitian di setiap loket (A, B, dan C).

**Pada hari ke-1**, pengalihan pasien diutamakan berasal dari loket yang memiliki nilai  $\rho$  tertinggi, yaitu  $\rho_{C1} = 0,85$ . Nilai  $\rho$  yang diharapkan akan tercapai, berasal dari adalah rata-rata nilai  $\rho$  pada hari ke-1 dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{Rata-rata nilai } \rho = \frac{\rho_{A1} + \rho_{B1} + \rho_{C1}}{3} = \frac{0,64 + 0,8 + 0,85}{3} = 0,763$$

Nilai  $\rho$  yang diharapkan tercapai pada hari ke-1 di masing-masing loket, diperoleh sebesar 0,763. Untuk mencapai nilai  $\rho$  tersebut, dilakukan pengalihan pasien pada hari ke-1 yang disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-1.

Keterangan: banyaknya pengalihan pasien disimbolkan tanda negatif (-) dan penambahan pasien disimbolkan tanda positif (+).

Keterangan	Loket A		Loket B		Loket C	
	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi
Pengalihan pasien (orang)		+15		-5		-10
$\lambda$ (orang)	24	29	82	80,333	31,667	28,33
$\mu$ (orang)	18,742	18,620	20,478	20,52	18,522	18,646
$c$ (server)	2	2	5	5	2	2
$\rho$	0,64	<b>0,78</b>	0,8	<b>0,78</b>	0,85	<b>0,76</b>

Berdasarkan Tabel 4.5, Loket C melakukan pengalihan pasien sebanyak 10 pasien dan Loket B sebanyak 5 pasien, yang dialihkan ke Loket A, sehingga menerima penambahan pasien sebanyak 15 pasien. Setelah pengalihan pasien dilakukan, tentunya akan terjadi perubahan



terhadap nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$ . Perhitungan terhadap data di Loker A setelah dilakukan pengalihan pasien adalah sebagai berikut:

Laju Kedatangan ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pengamatan}} = \frac{87 \text{ pasien}}{3 \text{ jam}} = 29 \text{ pasien per jam}$$

Laju Pelayanan ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pelayanan}} = \frac{87 \text{ pasien}}{4,673 \text{ jam}} = 18,620 \approx 19 \text{ pasien per jam}$$

Utilitas ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{29}{2 \cdot 18,620} = 0,78$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, nilai laju kedatangan ( $\lambda$ ) diperoleh sebanyak 29 pasien per jam, laju pelayanan ( $\mu$ ) sebanyak 18,620 pasien per jam, dan utilitas,  $\rho = 0,78$ . Perhitungan serupa juga dilakukan pada Loker B dan Loker C, yang dapat dilihat pada Lampiran 6.

Pengalihan sebanyak 10 pasien dari Loker C berhasil menurunkan nilai  $\rho_{C1} = 0,85$  menjadi  $\rho = 0,76$ . Hal ini menunjukkan penurunan beban kerja di Loker C sesuai dengan tujuan pengalihan, untuk mencapai utilitas  $\rho$  sebesar 0,763. Loker B juga melakukan pengalihan pasien sebanyak 5 pasien, sehingga nilai  $\rho_{B1}$  turun dari 0,8 menjadi 0,78. Sebaliknya, Loker A menerima tambahan pasien sebanyak 15 pasien dari dua loket lainnya, yang meningkatkan nilai  $\rho$  dari 0,64 menjadi  $\rho = 0,78$ .

**Pada hari ke-2**, pengalihan pasien diutamakan berasal dari loket yang memiliki nilai  $\rho$  tertinggi, yaitu  $\rho_{C2} = 1,11$ . Nilai  $\rho$  yang diharapkan akan tercapai, berasal dari rata-rata nilai  $\rho$  pada hari ke-2 dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{Rata-rata nilai } \rho = \frac{\rho_{A2} + \rho_{B2} + \rho_{C2}}{3} = \frac{0,71 + 0,78 + 1,11}{3} = 0,867$$

Nilai  $\rho$  yang diharapkan tercapai pada hari ke-2 di masing-masing loket, diperoleh sebesar 0,867. Hasil pengalihan pasien pada hari ke-2 disajikan dalam Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-2.

Keterangan: banyaknya pengalihan pasien disimbolkan tanda negatif (-) dan penambahan pasien disimbolkan tanda positif (+).

Keterangan	Loket A		Loket B		Loket C	
	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi
Pengalihan pasien (orang)		+10		+11		-21
$\lambda$ (orang)	24	27,333	79,333	83	37,667	30,667
$\mu$ (orang)	16,974	16,329	20,392	20,039	16,994	17,986
$c$ (server)	2	2	5	5	2	2
$\rho$	0,71	<b>0,84</b>	0,78	<b>0,83</b>	1,11	<b>0,85</b>

Berdasarkan Tabel 4.6, Loket C melakukan pengalihan pasien sebanyak 21 pasien, yang dialihkan ke Loket A sebanyak 10 pasien dan Loket B sebanyak 11 pasien. Setelah pengalihan pasien dilakukan, tentu akan terjadi perubahan terhadap nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$ . Perhitungan terhadap data di Loket A setelah dilakukan pengalihan pasien sebagai berikut:

Laju Kedatangan ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pengamatan}} = \frac{82 \text{ pasien}}{3 \text{ jam}} = 27,333 \text{ pasien per jam}$$

Laju Pelayanan ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pelayanan}} = \frac{82 \text{ pasien}}{5,022 \text{ jam}} = 16,329 \approx 16 \text{ pasien per jam}$$

Utilitas ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{27,333}{2 \cdot 16,329} = 0,84$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, nilai laju kedatangan ( $\lambda$ ) diperoleh sebanyak 27,333 pasien per jam, laju pelayanan ( $\mu$ ) sebanyak 16,329 pasien per jam, dan utilitas,  $\rho = 0,84$ . Perhitungan serupa juga dilakukan pada Loker B dan Loker C, yang dapat dilihat pada Lampiran 6.

Pengalihan sebanyak 21 pasien dari Loker C berhasil menurunkan nilai  $\rho_{C2} = 1,11$  menjadi  $\rho = 0,85$ . Hal ini menunjukkan penurunan beban kerja di Loker C sesuai dengan tujuan pengalihan, untuk mencapai  $\rho < 1$ . Nilai  $\rho$  juga mencapai kurang dari utilitas yang diharapkan, yaitu 0,867. Sebaliknya, Loker B menerima pengalihan pasien sebanyak 11 pasien, sehingga nilai  $\rho_{B2}$  meningkat dari 0,78 menjadi 0,83 dan Loker A menerima pengalihan pasien sebanyak 10 pasien, dengan nilai  $\rho = 0,71$  menjadi  $\rho = 0,84$ .

**Pada hari ke-3**, pengalihan pasien diutamakan berasal dari loket yang memiliki nilai  $\rho$  tertinggi, yaitu di Loker B pada hari ke-3  $\rho_{B3} = 1,02$ . Nilai  $\rho$  yang diharapkan akan tercapai berasal dari rata-rata nilai  $\rho$  pada hari ke-3 dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{Rata-rata nilai } \rho = \frac{\rho_{A3} + \rho_{B3} + \rho_{C3}}{3} = \frac{0,84 + 1,02 + 0,91}{3} = 0,923$$

Nilai  $\rho$  yang diharapkan tercapai pada masing-masing loket, diperoleh sebesar 0,923. Hasil pengalihan pasien pada hari ke-3 disajikan dalam Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Hasil Pengalihan Pasien Hari Ke-3.  
Keterangan: banyaknya pengalihan pasien disimbolkan tanda negatif (-)  
dan penambahan pasien disimbolkan tanda positif (+).

Keterangan	Loket A		Loket B		Loket C	
	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi	Asli	Simulasi
Pengalihan pasien (orang)		+12		-17		+5
$\lambda$ (orang)	28,667	32,667	91,333	85,667	29,333	31
$\mu$ (orang)	17,165	17,203	17,969	17,953	16,092	16,271
$c$ (server)	2	2	5	5	2	2
$\rho$	0,84	<b>0,95</b>	1,02	<b>0,95</b>	0,91	<b>0,95</b>

Berdasarkan Tabel 4.7, Loket B melakukan pengalihan pasien sebanyak 17 pasien, yang dialihkan ke Loket A sebanyak 12 pasien dan Loket C sebanyak 5 pasien. Setelah pengalihan pasien dilakukan, tentu akan terjadi perubahan terhadap nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$ . Perhitungan terhadap data di Loket A setelah dilakukan pengalihan pasien adalah sebagai berikut:

Laju Kedatangan ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pengamatan}} = \frac{98 \text{ pasien}}{3 \text{ jam}} = 32,667 \text{ pasien per jam}$$

Laju Pelayanan ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{\text{jumlah pasien}}{\text{waktu pelayanan}} = \frac{98 \text{ pasien}}{5,697 \text{ jam}} = 17,203 \approx 17 \text{ pasien per jam}$$

Utilitas ( $\rho$ )

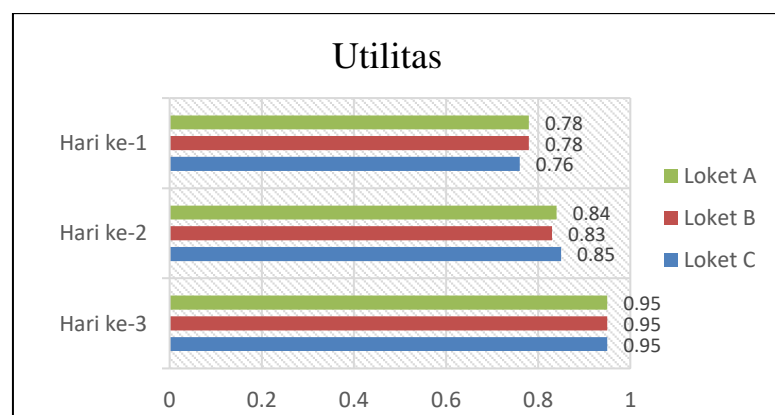
$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{32,667}{2 \cdot 17,203} = 0,95$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, nilai laju kedatangan ( $\lambda$ ) diperoleh sebanyak 32,667 pasien per jam, laju pelayanan ( $\mu$ ) sebanyak

17,203 pasien per jam, dan utilitas,  $\rho = 0,95$ . Perhitungan serupa juga dilakukan pada Loker A dan Loker C yang dapat dilihat pada Lampiran 6.

Pengalihan sebanyak 17 pasien dari Loker B dapat mengurangi nilai  $\rho_{C3} = 1,02$  menjadi  $\rho = 0,95$ . Hal ini menunjukkan bahwa pengalihan pasien untuk mencapai  $\rho < 1$  di Loker B berhasil, meskipun tidak sesuai dengan  $\rho$  yang diharapkan. Jika Loker B dihitung hingga mencapai  $\rho = 0,923$ , maka nilai  $\rho$  di Loker A dan Loker akan semakin mendekati 1. Pada Loker A sendiri, telah menerima pengalihan pasien sebanyak 12 pasien, sehingga nilai  $\rho_{B3}$  meningkat dari 0,84 menjadi 0,95 dan Loker C menerima pengalihan pasien sebanyak 5 pasien, dengan nilai  $\rho = 0,91$  menjadi  $\rho = 0,95$ .

Pengalihan dan penambahan pasien yang telah dilakukan sebelumnya, dapat mengubah nilai  $\rho$  menjadi kondisi  $\rho < 1$ . Hasil pengoptimalan yang telah dilakukan, menunjukkan nilai  $\rho$  yang lebih seimbang pada setiap loket. Nilai  $\rho$  yang diperoleh dari hasil pengoptimalan dari sisi kedatangan pasien yang dilakukan dengan pengalihan pasien disajikan dalam Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Hasil  $\rho$  Setelah Pengalihan Pasien

Gambar 4.6 menunjukkan hasil nilai  $\rho$  setelah pengalihan pasien. Setelah pengalihan pasien, nilai  $\rho$  pada hari ke-1 untuk Loker A, B, dan C masing-masing menjadi 0,78, 0,78, dan 0,76. Pada hari ke-2 terjadi kenaikan nilai  $\rho$  di semua loket, dimana Loker A, B, dan C masing-masing memiliki nilai 0,84, 0,83, dan 0,85. Pada hari ke-3, semua loket menunjukkan peningkatan nilai  $\rho$  yang hampir serupa, dengan nilai  $\rho$  sebesar 0,95. Untuk hasil perhitungan nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$  setelah dilakukan pengalihan pasien disajikan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Hasil  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\rho$  setelah Pengalihan Pasien

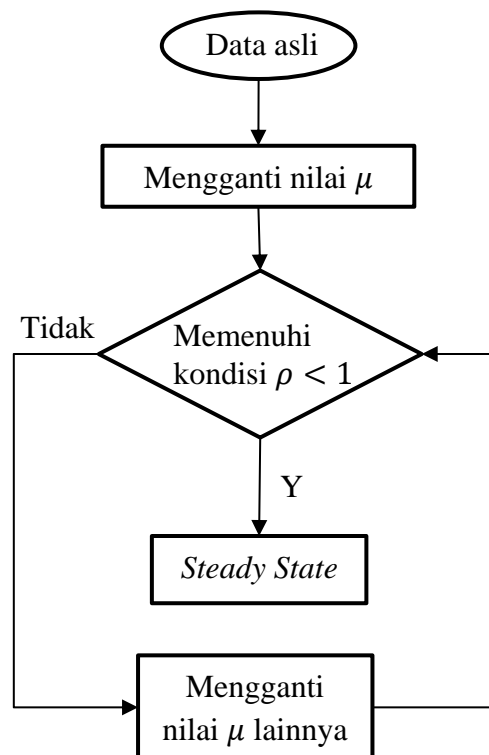
Loker	Hari ke-	$\lambda$ (orang per jam)	$\mu$ (orang per jam)	$c$ (server)	$\rho$ (utilitas)
A	1	29	18,62	$c_A = 2$	0,78
	2	27,333	16,329		0,84
	3	32,667	17,203		0,95
B	1	80,333	20,52	$c_B = 5$	0,78
	2	83	20,039		0,83
	3	85,667	17,953		0,95
C	1	28,333	18,646	$c_C = 2$	0,76
	2	30,667	17,986		0,85
	3	31	16,271		0,95

Data asli yang memperoleh  $\rho > 1$  sebelumnya, telah dioptimalkan dari sisi kedatangan pasien dengan hasil yang disajikan pada Tabel 4.8. Pada hari ke-3 di Loker B, laju kedatangan ( $\lambda$ ) sebesar 85,667 pasien per jam dan laju pelayanan ( $\mu$ ) sebesar 17,593 pasien per jam, memiliki nilai  $\rho$  sebesar 0,95. Terjadi penurunan nilai  $\rho$  terhadap data tersebut, dari 1,02 turun menjadi 0,95. Pada hari ke-2 di Loker C, laju kedatangan ( $\lambda$ ) sebesar 30,667 pasien per jam dan laju pelayanan ( $\mu$ ) sebesar 17,986 pasien per

jam, memiliki nilai  $\rho$  sebesar 0,85. Penurunan nilai  $\rho$  juga terjadi terhadap data tersebut, yang berubah dari 1,11 menjadi 0,85.

### Pelayanan Pasien

Pengoptimalan tidak hanya dilakukan dari sisi kedatangan pasien, tetapi juga dari sisi pelayanan terhadap pasien. Pengoptimalan dari pelayanan pasien dilakukan dengan memberikan standar waktu pelayanan kepada pegawai loket pendaftaran. Penetapan standar waktu pelayanan, akan dianalisis dengan mengganti nilai  $\mu$ , yaitu menggunakan rata-rata nilai  $\mu$ , dan menggunakan nilai  $\mu$  tertinggi dari data asli. Alur pengoptimalan dari sisi waktu pelayanan disajikan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Alur Pengoptimalan Ditinjau dari Sisi Pelayanan Pasien

Waktu pelayanan akan ditetapkan berdasarkan nilai  $\mu$  yang memenuhi kondisi  $\rho < 1$ . Penetapan waktu pelayanan standar dilakukan dengan mengganti nilai  $\mu$  untuk mencapai *steady state* dengan dua cara sebagai berikut:

**Percobaan 1:** Nilai  $\mu$  yang digunakan adalah nilai rata-rata  $\mu$ .

Nilai rata-rata  $\mu$  yang akan digunakan, diperoleh dari perhitungan berikut:

$$\begin{aligned} \text{Rata-rata nilai } \mu &= \frac{\mu_{A1} + \mu_{A2} + \mu_{A3} + \mu_{B1} + \mu_{B2} + \mu_{B3} + \mu_{C1} + \mu_{C2} + \mu_{C3}}{9} \\ &= \frac{24 + 24 + 28,667 + 82 + 79,333 + 91,333 + 31,667 + 37,667 + 29,333}{9} \\ &= \frac{163,328}{9} \\ &= 18,148 \text{ pasien per jam} \end{aligned}$$

Rata-rata nilai  $\mu$  diperoleh sebesar 18,148 pasien per jam. Nilai tersebut menggambarkan kemampuan rata-rata pegawai dalam melayani pasien. Hasil perhitungan menggunakan laju pelayanan rata-rata,  $\mu = 18,148$  ditampilkan pada Tabel 4.9 yang memuat laju kedatangan ( $\lambda$ ), jumlah *server* ( $c$ ), dan utilitas ( $\rho$ ) untuk setiap loket selama tiga hari berturut-turut.



Tabel 4.9 Hasil Perhitungan Menggunakan  $\mu = 18,148$ 

Loket	Hari ke-	$\lambda$ (orang per jam)	$\mu$ (orang per jam)	$c$ (server)	$\rho$ (utilitas)		
A	1	$\lambda_{A1} = 24$	18,148	$c_A = 2$	0,66		
	2	$\lambda_{A2} = 24$			0,66		
	3	$\lambda_{A3} = 28,667$			0,79		
B	1	$\lambda_{B1} = 82$		18,148	$c_B = 5$	0,9	
	2	$\lambda_{B2} = 79,333$				0,87	
	3	$\lambda_{B3} = 91,333$				1,01	
C	1	$\lambda_{C1} = 31,667$			18,148	$c_C = 2$	0,87
	2	$\lambda_{C2} = 37,667$					1,04
	3	$\lambda_{C3} = 29,333$					0,81

Tabel 4.9 menampilkan hasil perhitungan  $\rho$  di setiap loket (A, B, dan C) dengan menggunakan nilai rata-rata laju pelayanan,  $\mu = 18,148$  pasien per jam. Loket B pada hari ke-3, diperoleh utilitas ( $\rho$ ) sebesar 1,01, yang menunjukkan penurunan dari nilai sebelumnya, yaitu 1,02. Sementara itu, di Loket C pada hari ke-2, utilitas ( $\rho$ ) mencapai 1,04, dimana sebelum perubahan nilai  $\mu$ , memiliki  $\rho$  sebesar 1,11.

Data yang sebelumnya memiliki  $\rho > 1$  telah menunjukkan penurunan, namun nilai  $\rho$  masih tetap melebihi 1, sehingga **percobaan 1 dianggap tidak berhasil**. Oleh karena itu, langkah pengoptimalan selanjutnya akan dilakukan dengan mengubah laju pelayanan ( $\mu$ ) dengan nilai  $\mu$  tertinggi dari data asli pada Tabel 4.3.

**Percobaan 2:** Nilai  $\mu$  yang digunakan adalah nilai  $\mu$  tertinggi

Nilai  $\mu$  yang digunakan dalam perhitungan ini adalah 20,478 pasien per jam, yang diperoleh dari nilai  $\mu$  tertinggi dari data asli. Hasil perhitungan menggunakan,  $\mu = 20,478$  ditampilkan pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Hasil Perhitungan Menggunakan  $\mu = 20,478$ 

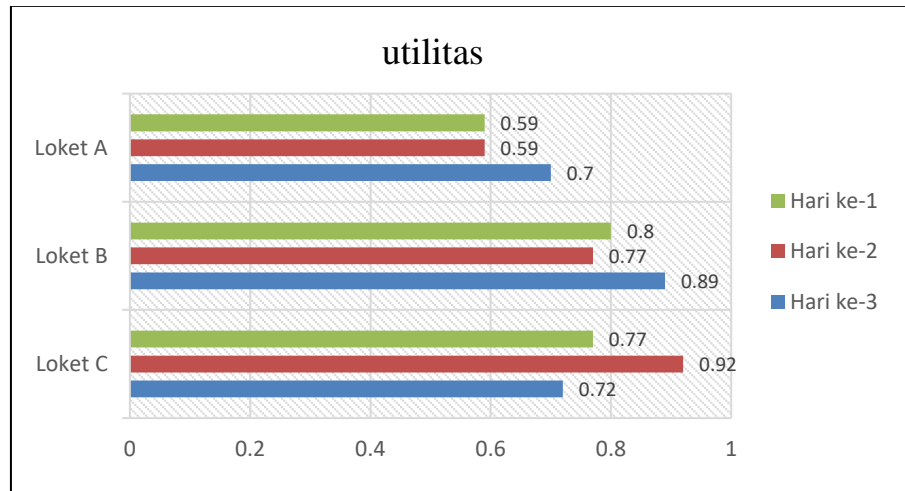
Loket	Hari ke-	$\lambda$ (orang per jam)	$\mu$ (orang per jam)	$c$ (server)	$\rho$ (utilitas)		
A	1	$\lambda_{A1} = 24$	20,478	$c_A = 2$	0,59		
	2	$\lambda_{A2} = 24$			0,59		
	3	$\lambda_{A3} = 28,667$			0,7		
B	1	$\lambda_{B1} = 82$		20,478	$c_B = 5$	0,8	
	2	$\lambda_{B2} = 79,333$				0,77	
	3	$\lambda_{B3} = 91,333$				0,89	
C	1	$\lambda_{C1} = 31,667$			20,478	$c_C = 2$	0,77
	2	$\lambda_{C2} = 37,667$					0,92
	3	$\lambda_{C3} = 29,333$					0,72

Tabel 4.10 menampilkan hasil perhitungan  $\rho$  di setiap loket (A, B, dan C) dengan menggunakan nilai rata-rata laju pelayanan,  $\mu = 20,478$  pasien per jam. Loket B pada hari ke-3, diperoleh utilitas ( $\rho$ ) sebesar 0,89, yang menunjukkan penurunan dari nilai sebelumnya, yaitu 1,02. Sementara itu, di Loket C pada hari ke-2, utilitas ( $\rho$ ) mencapai 0,92, dimana sebelum perubahan nilai  $\mu$ , memiliki  $\rho$  sebesar 1,11.

Berdasarkan perubahan nilai  $\mu$  yang telah diterapkan sebelumnya, pengoptimalan yang disajikan dalam Tabel 4.10, menunjukkan hasil  $\rho < 1$  dengan laju pelayanan menggunakan nilai  $\mu$  tertinggi, yaitu  $\mu = 20,478$  pelanggan per jam. Perhitungan standar maksimal waktu pelayanan adalah

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{20,478} = 0,049 \text{ jam} \approx \mathbf{2,94 \text{ menit.}}$$

Hasil perhitungan waktu selama 2,94 menit digunakan sebagai acuan durasi maksimal waktu pelayanan untuk mencapai  $\rho < 1$ . Hasil utilitas ( $\rho$ ) berdasarkan pengoptimalan yang ditampilkan pada Tabel 4.10 disajikan dalam Gambar 4.8.



Gambar 4.8 Hasil  $\rho < 1$  Setelah Mengganti Nilai  $\mu = 20,478$

Gambar 4.8 menunjukkan hasil  $\rho$  di masing-masing loket pendaftaran selama tiga hari berturut-turut. Misalnya, di Loket A pada hari ke-1 dan ke-2, memiliki  $\rho$  sebesar 0,59, serta pada hari ke-3, nilai  $\rho$  meningkat menjadi 0,7.

Secara keseluruhan, hasil pengoptimalan dengan menetapkan laju pelayanan ( $\mu$ ) sebanyak  $20,478 \approx 20$  pasien per jam, menunjukkan bahwa semua loket berhasil mencapai kondisi  $\rho < 1$ . Hal ini menunjukkan bahwa sistem tidak mengalami kelebihan kapasitas dalam melakukan pelayanan karena masih mempunyai waktu menganggur yang dilihat dari kondisi  $\rho < 1$ .

## 4.2 Kinerja Sistem Antrian

Kinerja sistem antrian model  $(M/G/c)$  dilihat dari beberapa aspek, yaitu jumlah pasien yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ ), waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ ), jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem

( $L_s$ ), dan waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem ( $L_s$ ). Perhitungan untuk keempat aspek tersebut dapat diperoleh dari rumus yang diuraikan sebagai berikut:

### Jumlah pasien yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ )

Nilai  $L_q$  akan diuraikan dari persamaan (2.21), dimana  $L_{q(M/M/c)}$  disubstitusikan dari persamaan (2.18). Koefisien kuadrat variasi distribusi waktu antar kedatangan adalah  $C^2(A) = 1$ , karena waktu antar kedatangan mengikuti distribusi Eksponensial. Sedangkan, koefisien kuadrat variasi distribusi waktu pelayanan adalah  $C^2(S)$ , yang disubstitusi dari persamaan (2.22). Nilai  $Var[T]$  pada persamaan (2.22) dapat diuraikan menggunakan persamaan (2.5).

$$\begin{aligned}
L_q &= L_{q(M/M/c)} \cdot \left[ \frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] \\
&= \underbrace{\frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0}_{L_{q(M/M/c)}} \cdot \left[ \frac{\hat{1} + \frac{C^2(S)}{\frac{Var[T]}{(E[T])^2}}}{2} \right] \\
&= \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \underbrace{\left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right)^{-1}}_{P_0} \cdot \left[ \frac{1 + \frac{Var[T]}{E[T]^2 - (E[T])^2}}{2} \right] \\
&= \frac{(\lambda E[T])^{c+1}}{(c-1)!(c-\lambda E[T])^2} \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda E[T])^n}{n!} + \frac{(\lambda E[T])^c}{(c-1)! \cdot c} \left( \frac{1}{\frac{c-\lambda E[T]}{c}} \right) \right)^{-1} \\
&\quad \cdot \left( \frac{E[T]^2 + E[T^2] - E[T]^2}{E[T]^2} \cdot \frac{1}{2} \right) \quad (\text{karena nilai } \mu = E[T], \text{ maka } \rho = \lambda E[T]) \\
&= \frac{(\lambda E[T])^{c+1}}{(c-1)!(c-\lambda E[T])^2} \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda E[T])^n}{n!} + \frac{(\lambda E[T])^c}{(c-1)!} \cdot \frac{1}{c-\lambda E[T]} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{E[T^2]}{2E[T]^2} \right) \\
&= \frac{\lambda^{c+1} E[T]^{c+1}}{(c-1)!(c-\lambda E[T])^2} \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda E[T])^n}{n!} + \frac{(\lambda E[T])^c}{(c-1)!} \cdot \frac{1}{c-\lambda E[T]} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{E[T^2]}{2E[T]^2} \right) \\
&= \frac{\lambda^{c+1} E[T^2] E[T]^{c-1}}{2(c-1)!(c-\lambda E[T])^2 \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\lambda E[T]^n}{n!} + \frac{\lambda E[T]^c}{(c-1)!(c-\lambda E[T])} \right]} \quad (4.1)
\end{aligned}$$

Jadi, jumlah pasien yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ ) dapat dihitung menggunakan persamaan (4.1).

**Waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ )**

Nilai  $W_q$  diuraikan dari rumus Little pada persamaan (2.10) sebagai berikut:

$$L_q = \lambda W_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{4.2}$$

Jadi, waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ ) dapat dihitung menggunakan persamaan (4.2).

**Jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem ( $L_s$ )**

Nilai  $L_s$  diperoleh menggunakan persamaan (2.12) dengan  $\frac{1}{\mu} = E[T]$ , yaitu

$$L_s = L_q + \lambda E[T]$$

**Waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem ( $W_s$ )**

Nilai  $W_s$  diperoleh menggunakan persamaan (2.11), yaitu:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Sehingga, ukuran kinerja sistem antrian model ( $M/G/c$ ) dapat dihitung menggunakan persamaan (4.1) untuk  $L_q$ , persamaan (4.2) untuk  $W_q$ , persamaan (2.11) untuk  $W_s$ , dan persamaan (2.10) untuk  $L_s$ .

Perhitungan ukuran kinerja sistem antrian, misal pada data hari ke-1 di Loker A dengan  $\lambda = 24$ ,  $\mu = 18,742$ ,  $c = 2$ , dan  $\rho = 0,64$ , dilakukan sebagai berikut:

- a. Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ )

$$\begin{aligned}
 L_q &= \frac{\lambda^{c+1} E[T^2] E[T]^{c-1}}{2(c-1)!(c-\lambda E[T])^2 \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\lambda^n E[T]^n}{n!} + \frac{\lambda E[T]^c}{(c-1)!(c-\lambda E[T])} \right]} \\
 &= \frac{24^{2+1}}{2(2-1)!(2-24 \cdot 0,053356)^2} \cdot \frac{\left( \frac{2}{18,7422} \right) \left( \frac{1}{18,742} \right)^{2-1}}{\left[ \frac{(24 \cdot 0,053356)^0}{0!} + \frac{(24 \cdot 0,053356)^1}{1!} + \frac{(24 \cdot 0,053356)^2}{(2-1)!(2-24 \cdot 0,053356)} \right]} \\
 &= \frac{13824(0,0056937)(0,053356)^1}{2(2-1,280544)^2 \left[ 1+1,280544 + \frac{(1,280544)^2}{(1)!(2-1,280544)} \right]} \\
 &= \frac{13824 (0,0003037930572)}{2(0,719456)^2 [2,280544 + 2,279212]} \\
 &= \frac{4,1996352227328}{2(0,517616935936) (4,559756)} \\
 &= \frac{4,1996352227328}{4,7204138586716} \\
 &= 0,8897 \text{ pasien}
 \end{aligned}$$

Nilai  $L_q$  diperoleh sebanyak 0,89 atau 1 pasien.

- b. Waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ )

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0,8897}{24} = 0,037070 \text{ jam}$$

Nilai  $W_q$  diperoleh selama 0,03707 jam atau 2,22 menit.

- c. Jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem ( $L_s$ )

$$L_s = L_q + \lambda E[T] = 0,8897 + 1,280544 = 2,170244 \text{ pasien}$$

Nilai  $L_s$  diperoleh sebanyak 2,17 pasien atau 2 pasien.

- d. Waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem ( $W_s$ )

$$W_s = W_q + E[T] = 0,8897 + 0,053356 = 0,090426 \text{ jam}$$

Nilai  $W_s$  diperoleh selama 0,090426 jam atau 5,4 menit per pasien.

Hasil dari perhitungan kinerja sistem antrian pada data hari ke-1 di Loket A menunjukkan bahwa waktu tunggu yang dihabiskan oleh pasien dalam antrian diperkirakan ( $W_q$ ) selama 2,2 menit.

Perhitungan ukuran kinerja sistem antrian terhadap data lain berdasarkan *input* pada Tabel 4.3 dilakukan menggunakan *software* Octave dengan *script* yang dicantumkan pada Lampiran 7. Hasil perhitungan kinerja sistem antrian terhadap data asli disajikan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Ukuran Kinerja Sistem Antrian dari Data Asli

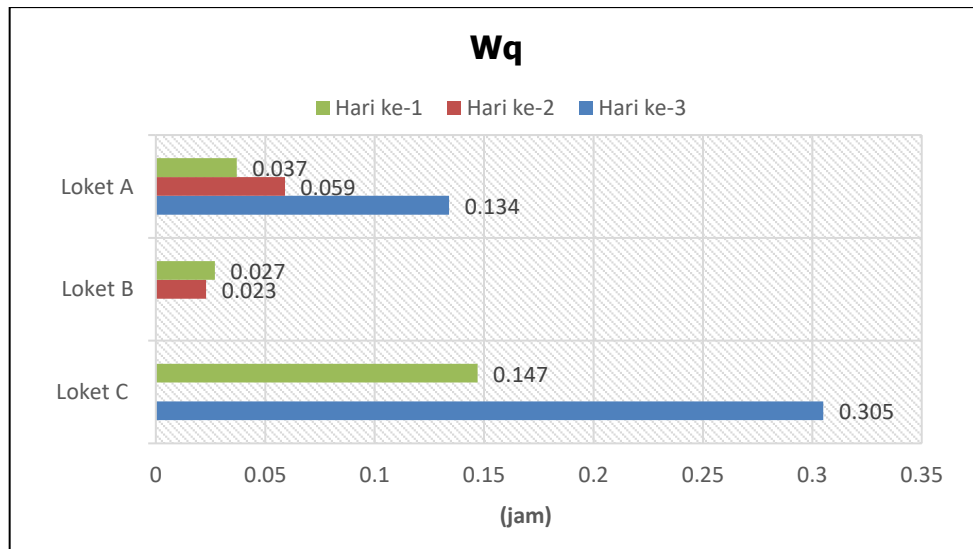
Loket	Hari ke-	$L_q$ (orang)	$W_q$ (jam)	$L_s$ (orang)	$W_s$ (jam)
A	1	0,889	0,037	2,170	0,090
	2	1,413	0,059	2,827	0,118
	3	3,847	0,134	5,517	0,192
B	1	2,235	0,027	6,239	0,076
	2	1,797	0,023	5,688	0,072
	3	-	-	-	-
C	1	4,641	0,147	6,350	0,201
	2	-	-	-	-
	3	8,943	0,305	10,765	0,367

Pada Tabel 4.11 menunjukkan ukuran kinerja sistem antrian dari data asli. Ukuran kinerja yang disajikan diantaranya: waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ ), jumlah pasien yang diperkirakan dalam antrian ( $L_q$ ), jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem ( $L_s$ ), dan waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem ( $W_s$ ).

Misalnya, loket B pada hari ke-1 dengan  $\lambda = 82$ ,  $\mu = 20,478$ ,  $c = 5$ , dan  $\rho = 0,8$  diperoleh ukuran kinerja sistem antrian diantaranya: jumlah pasien yang diperkirakan menunggu dalam antrian,  $L_q = 2,235 \approx 2$  pasien, waktu tunggu yang

diperkirakan dalam antrian,  $W_q = 0,027$  jam atau selama 1,62 menit, jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem,  $L_s = 6,239 \approx 6$  pasien, dan waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem,  $W_s = 0,076$  jam atau selama 4,56 menit.

Analisis kinerja sistem antrian dapat dilakukan berdasarkan perbandingan nilai  $W_q$  pada masing-masing loket yang disajikan dalam Gambar 4.9.



Gambar 4.9 Nilai  $W_q$  dari Data Asli

Berdasarkan Gambar 4.9, diperoleh hasil di Loket A menunjukkan waktu tunggu paling lama terjadi pada hari ke-3, yaitu selama 0,134 jam, di Loket B memiliki waktu tunggu paling lama pada hari ke-1, selama 0,027 jam, dan Loket C memiliki waktu tunggu paling lama pada hari ke-3, yakni selama 0,305 jam. Rata-rata waktu tunggu yang diperkirakan ketika mengantri ( $W_q$ ) berdasarkan data asli dihitung sebagai berikut:



$$\begin{aligned}
 \text{rata-rata nilai } Wq &= \frac{Wq_{(A1)}+Wq_{(A2)}+Wq_{(A3)}+Wq_{(B1)}+Wq_{(B2)}+Wq_{(C1)}+Wq_{(C3)}}{6} \\
 &= \frac{0,037+0,059+0,134+0,027+0,023+0,147+0,305}{6} \\
 &= \frac{0,732}{6} \\
 &= 0,122 \text{ jam}
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata nilai  $Wq$  yang diperoleh berdasarkan data asli sebesar 0,122 jam.

### 4.3 Kinerja Sistem Antrian terhadap Hasil Pengoptimalan

Pengoptimalan kinerja sistem antrian dihitung berdasarkan hasil pengoptimalan untuk mencapai  $\rho < 1$ , yang dilihat dari sisi kedatangan dan pelayanan pasien.

#### 1. Kinerja Sistem Antrian terhadap Hasil Pengoptimalan dari Sisi Kedatangan Pasien

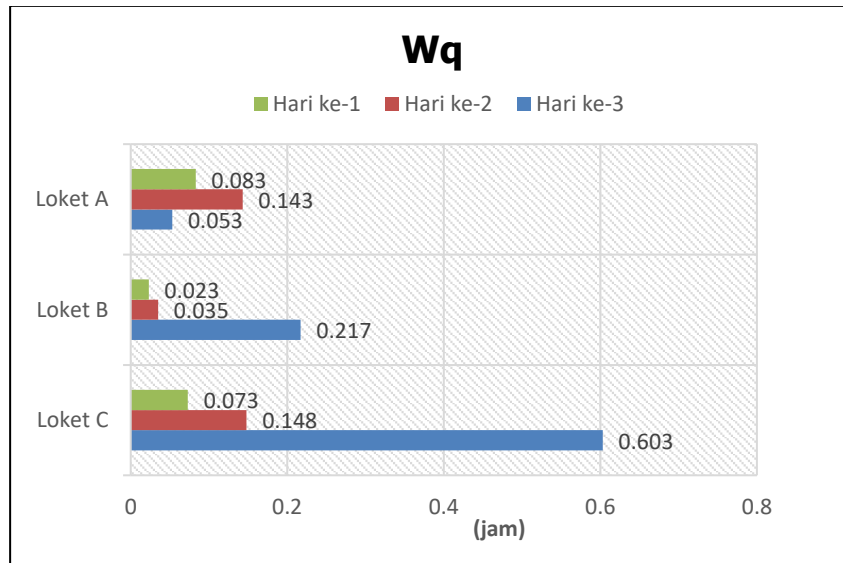
Kinerja sistem antrian terhadap hasil pengoptimalan dari sisi kedatangan pasien dilakukan dengan melakukan pengalihan pasien yang dihitung menggunakan *software octave* dengan *input* berdasarkan Tabel 4.8. Hasil perhitungan ukuran kinerja sistem antrian terhadap data setelah pengalihan pasien disajikan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Ukuran Kinerja Sistem Antrian terhadap Data setelah Pengalihan Pasien

Loket	Hari ke-	$L_q$ (orang)	$W_q$ (jam)	$L_s$ (orang)	$W_s$ (jam)
A	1	2,399	0,083	3,957	0,136
	2	3,914	0,143	5,589	0,204
	3	17,373	0,053	19,272	0,590
B	1	1,882	0,023	5,797	0,072
	2	2,945	0,035	7,087	0,085
	3	18,592	0,217	23,364	0,273
C	1	2,075	0,073	3,594	0,127
	2	4,536	0,148	6,241	0,203
	3	18,686	0,603	20,592	0,664

Pada Tabel 4.12 menunjukkan ukuran kinerja sistem antrian terhadap data setelah pengalihan pasien. Misalnya, pada hari ke-1 di Loket A, diperoleh ukuran kinerja sistem antrian yang meliputi: jumlah pasien yang diperkirakan menunggu dalam antrian,  $L_q = 2,399 \approx 2$  pasien, waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian,  $W_q = 0,083$  jam atau selama 4,97 menit, jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem,  $L_s = 3,957 \approx 4$  pasien, dan waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem,  $W_s = 0,136$  jam atau selama 8,2 menit.

Analisis kinerja sistem antrian terhadap hasil pengoptimalan yang dilakukan dengan pengalihan pasien, dapat dilihat dari perbandingan nilai  $W_q$  pada masing-masing loket, yang disajikan dalam Gambar 4.10.



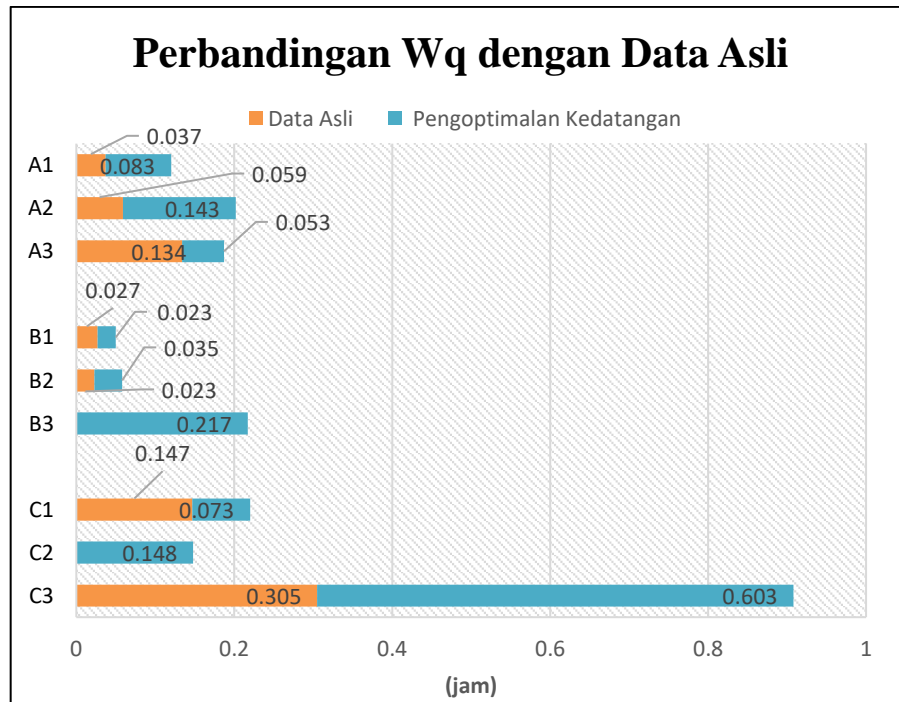
Gambar 4.10 Nilai  $W_q$  Setelah Pengalihan Pasien

Gambar 4.10 menyajikan nilai  $W_q$  pada masing-masing loket setelah melakukan pengalihan pasien. Loket A menunjukkan waktu tunggu paling tinggi terjadi pada hari ke-2, yaitu selama 0,143 jam. Loket B mencatat waktu tunggu paling lama pada hari ke-3, selama 0,217 jam, dan Loket C memiliki waktu tunggu paling lama pada hari ke-3, yakni selama 0,603 jam. Rata-rata waktu tunggu yang diperkirakan ketika mengantri ( $W_q$ ) setelah melakukan pengalihan pasien dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{rata-rata } W_q &= \frac{Wq_{(A1)}+Wq_{(A2)}+Wq_{(A3)}+Wq_{(B1)}+Wq_{(B2)}+Wq_{(B3)}+Wq_{(C1)}+Wq_{(C2)}+Wq_{(C3)}}{9} \\
 &= \frac{0,083+0,143+0,053+0,023+0,035+0,217+0,073+0,148+0,603}{9} \\
 &= \frac{1,378}{9} \\
 &= 0,153 \text{ jam}
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata nilai  $W_q$  yang diperoleh setelah melakukan pengalihan pasien sebesar 0,153 jam. Hasil tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai  $W_q$  dari data asli yang diperoleh sebesar 0,122 jam. Perbedaan kedua nilai tersebut, menunjukkan

adanya peningkatan rata-rata waktu tunggu sebesar 25,41% setelah dilakukan pengalihan pasien. Perbandingan nilai  $W_q$  dari data asli dengan nilai  $W_q$  setelah pengalihan pasien disajikan dalam Gambar 4.11.



Gambar 4.11 Perbandingan  $W_q$  antara Data Asli dan Data setelah Pengalihan Pasien

Gambar 4.11 menunjukkan hasil perbandingan nilai  $W_q$  antara data asli dan data setelah pengalihan pasien. Simbol  $A_i$ , menunjukkan hasil di Loker A pada hari ke- $i$ , dengan  $i = 1,2,3$ . Misalnya,  $A_1$  menunjukkan hasil di Loker A pada hari ke-1, dimana nilai waktu tunggu dalam antrian ( $W_q$ ) dari data asli sebesar 0,037 jam, mengalami kenaikan menjadi 0,083 jam. Simbol  $A_2$  adalah hasil  $W_q$  pada hari ke-2 di loket A, yang mengalami kenaikan dari 0,59 jam menjadi 0,143 jam. Sedangkan, pada hari ke-3 di Loker A dengan simbol  $A_3$ , dengan data asli sebesar 0,134 jam, turun menjadi 0,053 jam.

## 2. Kinerja Sistem Antrian terhadap Hasil Pengoptimalan dari Sisi Pelayanan Pasien

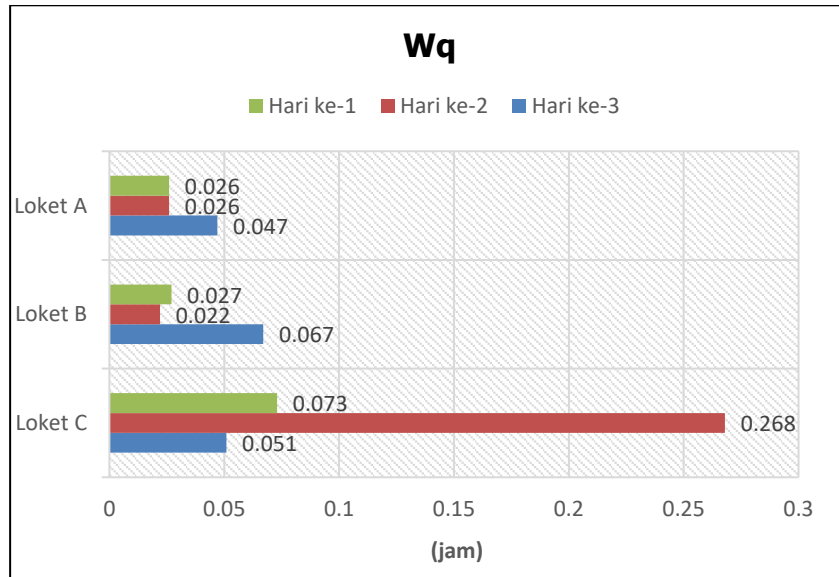
Kinerja sistem antrian terhadap hasil pengoptimalan dari sisi pelayanan pasien, dilakukan dengan menetapkan nilai  $\mu = 20,478$  pasien per jam, yang dihitung menggunakan *software octave* dengan *input* berdasarkan Tabel 4.10. Hasil perhitungan ukuran kinerja sistem antrian terhadap hasil pengoptimalan setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$  disajikan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Ukuran Kinerja Sistem Antrian setelah Menetapkan  $\mu = 20,478$

Loket	Data	$L_q$ (orang)	$W_q$ (jam)	$L_s$ (orang)	$W_s$ (jam)
A	Hari ke-1	0,061	0,026	1,785	0,074
	Hari ke-2	0,061	0,026	1,785	0,074
	Hari ke-3	1,345	0,047	2,744	0,096
B	Hari ke-1	2,235	0,027	6,239	0,076
	Hari ke-2	1,743	0,022	5,617	0,071
	Hari ke-3	6,152	0,067	10,612	0,116
C	Hari ke-1	2,299	0,073	3,845	0,121
	Hari ke-2	10,092	0,268	11,932	0,317
	Hari ke-3	1,509	0,051	2,941	0,1003

Tabel 4.13 menunjukkan ukuran kinerja sistem antrian setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$  pasien per jam. Misalnya pada data hari ke-1 di Locket C, diperoleh ukuran kinerja sistem antrian yang meliputi: jumlah pasien yang diperkirakan menunggu dalam antrian,  $L_q = 2,299 \approx 2$  pasien, waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian,  $W_q = 0,073$  jam atau selama 4,38 menit, jumlah pasien yang diperkirakan dalam sistem,  $L_s = 3,845 \approx 4$  pasien, dan waktu tunggu yang diperkirakan dalam sistem,  $W_s = 0,121$  jam atau selama 7,3 menit.

Analisis kinerja sistem antrian setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$ , dapat dilihat dari perbandingan nilai  $W_q$  pada masing-masing loket, yang disajikan dalam Gambar 4.12.

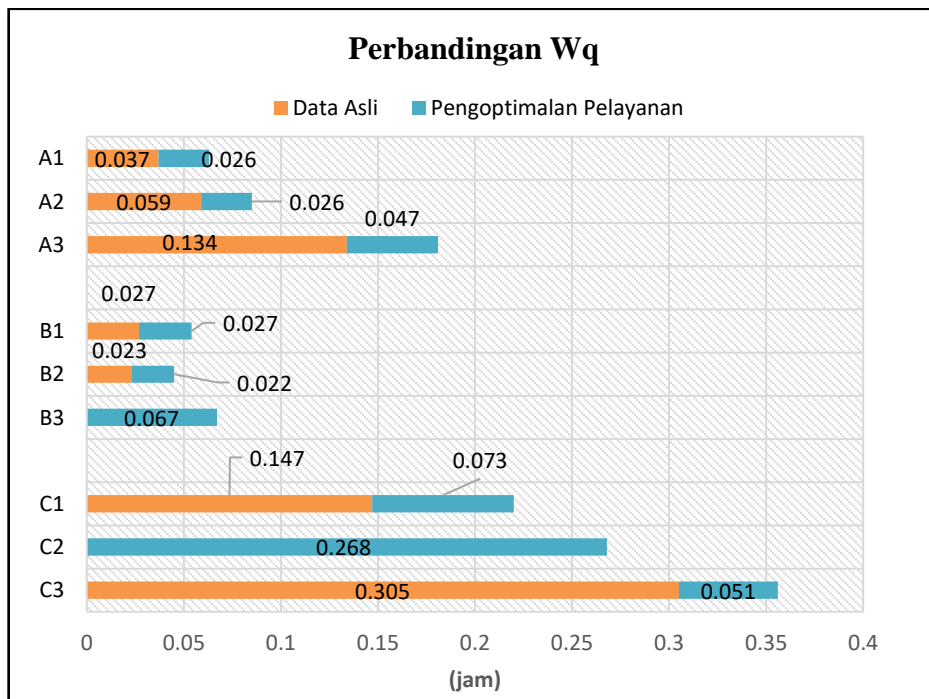


Gambar 4.12 Nilai  $W_q$  setelah Menetapkan  $\mu = 20,478$

Berdasarkan Gambar 4.12 Loket A menunjukkan waktu tunggu paling tinggi terjadi pada hari ke-3, yaitu selama 0,047 jam. Loket B mencatat waktu tunggu paling lama pada hari ke-3, selama 0,067 jam, dan Loket C memiliki waktu tunggu paling lama pada hari ke-2, yakni selama 0,268 jam. Rata-rata waktu tunggu yang diperkirakan ketika mengantri ( $W_q$ ) setelah menetapkan  $\mu = 20,478$ , dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{rata-rata } W_q &= \frac{Wq_{(A1)}+Wq_{(A2)}+Wq_{(A3)}+Wq_{(B1)}+Wq_{(B2)}+Wq_{(B3)}+Wq_{(C1)}+Wq_{(C2)}+Wq_{(C3)}}{9} \\
 &= \frac{0,026+0,026+0,047+0,027+0,022+0,067+0,073+0,268+0,051}{9} \\
 &= \frac{0,607}{9} \\
 &= 0,0674 \text{ jam}
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata nilai  $W_q$  setelah menetapkan  $\mu = 20,478$  pasien per jam diperoleh sebesar 0,0674 jam. Hasil tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai  $W_q$  dari data asli yang diperoleh sebesar 0,122 jam. Perbedaan kedua nilai tersebut, menunjukkan adanya penurunan rata-rata waktu tunggu sebesar 44,75% setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$ . Perbandingan nilai  $W_q$  dari data asli dengan nilai  $W_q$  setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$ , disajikan dalam Gambar 4.13.



Gambar 4.13 Perbandingan  $W_q$  antara Data Asli dan Data setelah Ditetapkan  $\mu = 20,478$

Gambar 4.13 menunjukkan hasil perbandingan nilai  $W_q$  antara data asli dan hasil setelah menetapkan nilai  $\mu = 20,478$ . Simbol  $A_i$ , menunjukkan hasil di Loket A pada hari ke- $i$ , dengan  $i = 1,2,3$ . Misalnya,  $A_1$  menunjukkan hasil di Loket A pada hari ke-1, dimana nilai waktu tunggu dalam antrian ( $W_q$ ) dari data asli sebesar 0,037 jam, mengalami penurunan menjadi 0,026 jam setelah pengoptimalan. Begitu pula pada hari ke-2 di loket A, data asli sebesar 0,059 jam

turun menjadi 0,026 jam, dan pada hari ke-3 data asli sebesar 0,134 jam, turun menjadi 0,047 jam.

#### **4.4 Analisis Model Antrian Dalam Pandangan Islam**

Etika dalam antrian merupakan hal penting yang harus diperhatikan. Menghormati hak orang lain akan menciptakan antrian yang tertib dan lancar. Tindakan memotong antrian perlu dihindari karena bertentangan dengan ajaran agama. Islam menekankan pentingnya menghormati hak orang lain, sehingga tindakan memotong antrian tidak dianjurkan. Kesabaran menjadi salah satu cara untuk menciptakan sikap tenang dalam mengantri. Sikap sabar sangat dianjurkan dalam Islam sebagaimana ditekankan dalam al-Quran surat al-Furqan/25:74 yang berarti:

*"Mereka itu akan diberi balasan dengan tempat yang tinggi (dalam surga) atas kesabaran mereka, dan di sana mereka akan disambut dengan penghormatan dan salam," (QS. Al-Furqan/25:75).*

Diterangkan dalam kitab Tafsir al-Mishbah, surat al-Furqan/25:75 menjelaskan bahwa mereka adalah para hamba Allah yang sejati. Mereka akan mendapatkan kedudukan yang luhur di surga, sebagai balasan dari kesabaran dan ketaatan mereka. Di dalam surga, mereka akan mendapatkan penghormatan dan ucapan keselamatan (Shihab, 2002). Ayat tersebut menunjukkan bahwa kesabaran sangat dihargai dalam Islam. Dengan bersabar dalam menunggu giliran tanpa memotong antrian orang lain, mencerminkan adab yang baik dalam antrian.

Manajemen antrian sangat diperlukan untuk menjaga kelancaran dalam sistem antrian. Antrian *Multi Channel Single Phase* memiliki lebih dari satu jalur yang melayani pelanggan, memungkinkan pelayanan dapat dilakukan lebih cepat.



Penerapan model antrian *Multi Channel Single Phase* dapat meningkatkan efisiensi pelayanan dan mengurangi waktu tunggu sehingga pelanggan merasa puas dengan pelayanan yang diberikan. Model ini juga membantu dalam mengimplementasikan ajaran Islam yang mencakup kesabaran, keadilan, dan *itqan* (kesempurnaan dalam pekerjaan).

Kesabaran merupakan perilaku yang harus diterapkan pelanggan dalam menunggu antrian. Dengan kesabaran, seseorang akan bersikap tenang dalam menunggu giliran antrian dan menaati aturan pelayanan yang diterapkan dalam sebuah antrian. Allah berfirman di dalam al-Quran surat al-Ma'arij/70:5 yang berarti:

*“Maka bersabarlah kamu dengan sabar yang baik” (Q.S. al-Ma'arij/70:5).*

Dalam Tafsir Jalalain dijelaskan bahwa ayat tersebut diturunkan sebagai perintah sabar yang tidak disertai dengan gelisah sebelum adanya perintah berperang (al-Mahali & as-Suyuti, 2000). Sabar yang baik adalah sabar dalam menunggu perintah tanpa perasaan khawatir dan tidak nyaman. Sikap sabar membantu mengurangi ketegangan dan menciptakan lingkungan yang tertib dan harmonis.

Sikap adil juga sangat diperlukan petugas dalam memberikan layanan kepada pelanggan. Penerapan disiplin antrian termasuk wujud implementasi keadilan dalam antrian. Allah telah berfirman dalam al-Quran surat al-Maidah/5:42 yang berbunyi (Kemenag, 2024):

... وَإِنْ حَكَمْتُمْ فَاَحْكُمْ بَيْنَهُمْ بِالْقِسْطِ ۗ إِنَّ اللَّهَ يُحِبُّ الْمُقْسِطِينَ

*“Dan jika kamu memutuskan perkara mereka, maka putuskanlah (perkara itu) diantara mereka dengan adil, sesungguhnya Allah menyukai orang-orang yang adil” (Q.S. al-Maidah/5:42).*

Suatu perkara harus diputuskan secara adil, tidak berat sebelah, karena Allah menyukai orang-orang yang adil dalam memberikan keputusan dan akan memberikan pahala kepada mereka (al-Mahali & as-Suyuti, 2000). Keadilan sejalan dengan penerapan *First-in First-out* dalam antrian, dimana pelanggan yang datang awal akan dilayani terlebih dahulu. Hal tersebut didukung dengan pemberian nomor antrian kepada pelanggan dengan urutan pelayanan sesuai dengan nomor antrian yang dipegang.

Selain kesabaran dan keadilan, efisiensi perlu diperhatikan untuk mendapatkan pelayanan yang optimal. Kesesuaian dalam mengerjakan sesuatu dengan tidak membuang waktu, biaya dan tenaga atau mampu menjalankan tugas dengan tepat dan berdaya guna. Dengan menganalisis model antrian *Multi Channel Single Phase* akan didapatkan antrian yang lebih tepat dan berdaya guna. Pelayanan yang efisien sangat dianjurkan dalam Islam sesuai sabda Rasulullah dalam kitab *Al-Mu'jam Al Wusta*, hadis riwayat Thabrani.

عَنْ عَائِشَةَ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ قَالَ: إِنْ اللَّهُ عَزَّوَجَلَّ يَجِبُ إِذَا عَمَلَ أَحَدُكُمْ عَمَلًا أَنْ أَيْتَقَنَهُ  
(رواه الطبرانی)

Dari ‘Aisyah, sesungguhnya Rasulullah bersabda, ” *Sesungguhnya Allah sangat mencintai seseorang melakukan suatu pekerjaan yang dilakukannya secara itqan (tepat, terarah, jelas, dan tuntas)*” (H.R. Thabrani).

Efisiensi pelayanan sejalan dengan nilai Islam yang mengajarkan kesempurnaan dalam pekerjaan. *Itqan* menekankan pentingnya melakukan pekerjaan yang tepat, terarah, jelas, dan tuntas. Efisiensi dalam antrian dapat dilakukan dengan menganalisis kinerja dari petugas pelayanan agar pelayanan yang diberikan lebih optimal.

## BAB V KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Uji Kolmogorov-Smirnov yang telah dilakukan memperoleh hasil bahwa distribusi data waktu antar kedatangan mengikuti distribusi Eksponensial, sedangkan distribusi data waktu pelayanan adalah distribusi *General*. Model antrian yang diperoleh dari loket pendaftaran SEP adalah  $(M/G/c): (FIFO/\infty/\infty)$ . Kondisi *steady state* telah terpenuhi secara keseluruhan setelah dioptimalkan menggunakan dua fokus, yang pertama dari sisi kedatangan pasien, dilakukan pengalihan pasien dari loket sibuk ke loket lain untuk meratakan beban kerja, dan yang kedua dari sisi pelayanan pasien, dilakukan dengan menetapkan laju pelayanan ( $\mu$ ) menjadi  $\mu = 20,478$  pasien per jam.

Ukuran kinerja sistem antrian yang diperoleh dari data asli menunjukkan bahwa waktu tunggu paling lama terjadi di Loket C pada hari ke-3, yaitu selama 0,305 jam, sedangkan rata-rata waktu tunggu yang diperkirakan ketika mengantri diperoleh selama 0,122 jam.

Ukuran kinerja sistem antrian dari hasil pengoptimalan setelah melakukan pengalihan pasien, diperoleh hasil rata-rata waktu tunggu yang diperkirakan dalam antrian ( $W_q$ ) selama 0,153 jam, sedangkan hasil rata-rata waktu tunggu setelah ditetapkan standar waktu pelayanan ( $< 2,94$  menit), diperoleh selama 0,0674 jam.

## 5.2 Saran

Penelitian selanjutnya dapat melakukan pengoptimalan yang berfokus pada penambahan jumlah *server* dengan memperhatikan biaya pengeluaran operasional yang terkait. Pengoptimalan tersebut dapat membantu mengurangi waktu tunggu, dengan memperhatikan keseimbangan antara waktu dan biaya operasional.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdul Baqi, M. F. (2017). *Terjemahan Shahih Bukhari Muslim*. PT Elex Media Komputindo.
- Al-Asqalani, I. H. (2007). *Fathul Baari*. Pustaka Azzam.
- Al-Bantaniy, S. N. (2006). *Mirqatussu'ud al-Tashdiq Syarah Sullamut Taufiq* (C. Anwar, Ed.). AMSLIA.
- al-Bukhari, A. A. M. bin I. (2011). *Ensiklopedia Hadits: Shahih al-Bukhari I, Terj. Masyhar dan Muhammad Suhadi*. Almahira.
- Al-Mahali, I. J., & As-Suyuti, I. J. (2000). *Tafsir Jalalain*. Sinar Baru Algesindo. [www.tedisobandi.blogspot.com](http://www.tedisobandi.blogspot.com)
- Angela, G., Slamet, I., Gupta, R., & Sugiyanto, S. (2021). The effectiveness of outpatient installation of Rumah Sakit Jiwa Daerah (RSJD) Surakarta through queueing analysis. *AIP Conference Proceedings*, 2326. <https://doi.org/10.1063/5.0039284>
- BPS Kota Blitar. (2018). *Kunjungan Pasien Rawat Jalan Rumah Sakit Umum*. <https://blitarkota.bps.go.id/statictable/2022/08/22/1425/kunjungan-pasien-rawat-jalan-pada-rumah-sakit-umum-di-kota-blitar-2017-2021.html>
- Dwidayati, N. (2011). Aplikasi Goodness Of-Fit Test Kolmogorov-Smirnov (K-S) Untuk Pengujian Waktu Tunggu Kecelakaan Pesawat Terbang. *SAINTEKNOL*, 9. <http://www.nts.gov/>
- Firdalius, F. (2021). Simulation Model Scheduling Queue In Teller Bank With Multi Channel-Multi Phase. *IPTEKS TERAPAN*, 15(2).
- Hall, R. W. (1991). *Queueing Methods*. Prentice Hall.
- Jatmika, S., & Prasetyo, B. P. T. (2017). Analisis Antrian Model Multi Channel-Single Phase Dan Optimalisasi Layanan Akademik (Studi Kasus Pada STMIK ASIA Malang). *Jurnal POSITIF*, 3(1), 41–46.
- Kakiay, T. J. (2004). *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Andi.
- Kemenag. (2024). *Qur'an Kemenag*.
- Kementrian Kesehatan. (2020). *Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia*.
- Liputra, D. T., Arisandhy, V., & Menori, C. I. (2022). Perbaikan sistem antrian apotek untuk mengurangi total waktu menunggu dan meningkatkan utilisasi

- pegawai dengan menggunakan discrete event simulation. *Journal Industrial Servicess*, 8(1), 20. <https://doi.org/10.36055/jiss.v8i1.13781>
- Muhajir, A., & Binatari, N. (2017). Queueing system analysis of multi server model at XYZ insurance company in Tasikmalaya city. *AIP Conference Proceedings*, 1868. <https://doi.org/10.1063/1.4995119>
- Murdifin, H., Ramlawati, Suriyanti, & Imaduddin. (2017). *Operation Research (Teknik Pengambilan Keputusan Optimal)* (hlm. 1–428). Bumi Aksara.
- Nuryadi, Astuti, T. D., Utami, E. S., & Budiantara, M. (2017). *Dasar-Dasar Statistik Penelitian*. Gramasurya. [www.sibuku.com](http://www.sibuku.com)
- Prasmoro, A. V., Widyantoro, M., & Warniningsih. (2020). OPTIMALISASI PELAYANAN DENGAN METODE ANTRIAN PADA SPBU ABC. *Jurnal Rekayasa Lingkungan*, 20.
- Shihab, M. Q. (2002). *Tafsir Al Mishbah: Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Quran* (Vol. 13). Lentera Hati.
- Shortle, J., Thompson, J., Gross, D., & Harris, C. (2017). *Fundamental Of Queueing Theory* (Fifth). John Wiley & Sons. <http://www.wiley.com/go/wsp>
- Sundayana, R. (2018). *Statistika Penelitian Pendidikan*. ALFABETA.
- Supranto, J. (2018). *Riset Operasi Untuk Pengambilan Keputusan* (3 ed.). Rajagrafindo Persada.
- Taha, H. A. (1993). *Riset Operasi: Jilid Kedua* (D. Wirajaya, Ed.; 5 ed.). Binarupa Aksara.
- Taha, H. A. (2017). *Operation Research: An Introduction* (Tenth). Pearson.
- Thabrani, A. (t.t.). *al-Mu'jam al-Wusta*. Dar-Hamin.
- Zulfikar, R., Permata Sari, F., Fatmayati, A., Wandini, K., Haryati, T., Jumini, S., Annisa, S., Budi Kusumawardhani, O., Mutiah, atul, Indrakusuma Linggi, A., & Fadilah, H. (2024). *Metode Penelitian Kuantitatif (Teori, Metode, dan Praktik)*. Widina Media Utama. [www.freepik.com](http://www.freepik.com)

## RIWAYAT HIDUP



Reza Lailatul Nabilah, akrab disapa Reza, lahir pada tahun 2002 di Blitar sebagai putri pertama dari dua bersaudara. Pendidikan awalnya dimulai sejak usia 3 tahun di PAUD Al-Amien selama 1 tahun, kemudian melanjutkan ke TK Al-Hidayah. Pada tahun 2008, Reza memulai pendidikan dasarnya di MIN Gedog Kota Blitar dan menyelesaikannya pada tahun 2014. Setelah menyelesaikan pendidikan dasar, Reza melanjutkan pendidikan formalnya di MTsN Kunir (2014-2017) dan MAN 3 Blitar (2017-2020). Ia juga menempuh pendidikan non-formal di Pondok Pesantren Terpadu Al-Kamal Blitar. Pada tahun 2020, Reza diterima melalui jalur SNMPTN di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama masa kuliah, ia juga aktif sebagai mahasantri di Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Reza Lailatul Nabilah  
NIM : 200601110030  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Analisis Model Antrian *Multi Channel Single Phase* pada Pelayanan di Rumah Sakit Kota Blitar  
Pembimbing I : Juhari, M.Si.  
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, M.A.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	30 Oktober 2023	Konsultasi Judul dan Bab I	1.
2.	20 Februari 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	28 Februari 2024	Konsultasi Kajian Agama	3.
4.	1 Maret 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	13 Maret 2024	ACC Bab I, II, dan III	5.
6.	14 Maret 2024	ACC Seminar Proposal	6.
7.	16 Mei 2024	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	7.
8.	31 Mei 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	8.
9.	5 Juni 2024	ACC Kajian Agama Bab IV	9.
10.	10 Juni 2024	Konsultasi Bab IV dan V	10.
11.	19 Agustus 2024	ACC Bab IV dan V	11.
12.	21 Agustus 2024	ACC Seminar Hasil	12.
13.	30 Oktober 2024	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	13.
14.	11 November 2024	ACC Matriks Revisi Seminar Hasil	14.
15.	10 Desember 2024	ACC Sidang Skripsi	15.





**KEMENTERIAN AGAMA RI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI**  
**MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
16.	23 Desember 2024	ACC Keseluruhan	16. <i>JH</i>

Malang, 23 Desember 2024

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.  
NIP. 19741129 200012 2 005