SISI TAK SENSITIF PADA DOMINASI GRAF LINTASAN KABUR BERDASARKAN DERAJAT KEANGGOTAAN TITIK

SKRIPSI

Oleh:
RINA FAJARIA
NIM. 09610025

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

SISI TAK SENSITIF PADA DOMINASI GRAF LINTASAN KABUR BERDASARKAN DERAJAT KEANGGOTAAN TITIK

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
RINA FAJARIA
NIM. 09610025

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

SISI TAK SENSITIF PADA DOMINASI GRAF LINTASAN KABUR BERDASARKAN DERAJAT KEANGGOTAAN TITIK

SKRIPSI

Oleh:
RINA FAJARIA
NIM. 09610025

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 3 Juli 2013

Pembimbing I,	Pembimbing II,
H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19710420 200003 1 003	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

SISI TAK SENSITIF PADA DOMINASI GRAF LINTASAN KABUR BERDASARKAN DERAJAT KEANGGOTAAN TITIK

SKRIPSI

Oleh:
RINA FAJARIA
NIM. 09610025

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 19 September 2013

Penguji Utama	: Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	_____
Ketua Penguji	: Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	_____
Sekretaris Penguji	: H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	_____
Anggota Penguji	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	_____

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rina Fajaria

NIM : 09610025

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur

Berdasarkan Derajat Keanggotaan Titik

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 3 Juli 2013

Yang membuat pernyataan,

Rina Fajaria
NIM. 09610025

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Motto

Berusahalah Untuk Tidak Menjadi Manusia yang Berhasil

Tapi Berusahalah Menjadi Manusia yang Berguna

(Einstein)

Lakukan Hal Kecil dengan Cinta yang Besar

(Penulis)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Persembahan

Karya sederhana ini penulis persembahkan kepada,

Kedua orang tua tercinta, Ayah Ibu... Drs. Muhammad Ircham dan Hasaniyah

Serta Moh. Sofyan dan Rusmiati (orang tua kedua penulis)

Kakak Anny Hendriyanah dan adik Aji Nur S,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb

Syukur alhamdulillah penulis haturkan kepada Allah *subhanahu wa ta'ala* yang telah melimpahkan Rahmat dan Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Ucapan terima kasih penulis sampaikan seiring do'a dan harapan kepada semua pihak yang telah meringankan, menuntun, dan memapah langkah penulis. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd dan Abdul Aziz, M.Si, selaku pembimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran, motivasi, dan kesabarannya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Orang tua penulis, Ayah dan Ibu tercinta yang tidak pernah lelah mendo'akan, memberikan kasih sayang, semangat, serta motivasi. Kakak dan adik penulis yang selalu memotivasi penulis untuk menjadi orang yang lebih baik lagi.
7. Teman terbaik penulis, Karunia Yevi Wardani yang selalu memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Teman-teman Matematika angkatan 2009, Roudatul Khairiyah, Nur Azizah, Eva Ayu Safitri, Ariny Hidayati, Ifa Noviyanti, Lailatul Fitriah, Siti Khamidatus Zahro, terima kasih atas kebersamaan, semangat, do'a, dan semua kenangan indah. Semoga sukses demi masa depan yang dicita-citakan. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Akhirnya, penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Amin ya Robbal 'alamiin.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, September 2013

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR viii
DAFTAR ISI x
DAFTAR GAMBAR xii
DAFTAR TABEL xv
ABSTRAK xvi
ABSTRACT xvii
الملخص xviii

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Batasan Masalah 5
1.5 Manfaat Penelitian 5
1.6 Metode Penelitian 6
1.7 Sistematika Penulisan 8

BAB II KAJIAN PUSTAKA
2.1 Graf 10
2.2 Himpunan Kabur (*Fuzzy Set*) 13
2.3 Graf Kabur 14
2.4 Himpunan Dominasi pada Graf Kabur 17
2.5 Sisi Tak Sensitif Dominasi 24
2.6 Teori Graf dan Karakteristik Titik Sisi dalam Al-Qur'an 25

BAB III PEMBAHASAN
3.1 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 30
3.1.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4) 31
3.1.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5) 35
3.1.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6) 37
3.1.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7) 38

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.2 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling..... 51
3.2.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4) 52
3.2.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5) 54
3.2.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6) 56
3.2.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7) 57
3.3 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 72
3.3.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4) 72
3.3.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5) 75
3.3.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6) 76
3.3.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7) 78

BAB IV PENUTUP
4.1 Kesimpulan 93
4.2 Saran 94

DAFTAR PUSTAKA 95

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G 11
Gambar 2.2 Jalan (*Walk*), Jalan *Trivial* dan *Trail* 12
Gambar 2.3 (i) Graf Lintasan dengan Dua Titik (P_2), (ii) Graf Lintasan dengan Tiga Titik (P_3), dan Graf Lintasan dengan n Titik (P_n) . 13
Gambar 2.4 Graf Lintasan Kabur P_5 15
Gambar 2.5 Graf Kabur Bipartisi 18
Gambar 2.6 Bilangan Dominasi $\gamma(G)$ pada Graf Kabur G 22
Gambar 2.7 Graf Kabur G 24
Gambar 2.8 Sisi Tak Sensitif Dominasi $\beta(b,e)$ pada Graf Kabur Bipartisi... 25
Gambar 3.1 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_3 Graf Lintasan Kabur P_4 33
Gambar 3.2 Sisi Sensitif Dominasi (p_1,p_2) Graf Lintasan Kabur P_4 34
Gambar 3.3 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 Graf Lintasan Kabur P_4 34
Gambar 3.4 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_2,p_3) Graf Lintasan Kabur P_4 35
Gambar 3.5 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5 37
Gambar 3.6 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_3,p_4) Graf Lintasan Kabur P_5 37
Gambar 3.7 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_3,p_4) Graf Lintasan Kabur P_6 38
Gambar 3.8 Sisi-Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_2,p_3) dan (p_5,p_6) Graf Lintasan Kabur P_7 41
Gambar 3.9 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 44
Gambar 3.10 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan p_7 Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 44
Gambar 3.11 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 44
Gambar 3.12 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 45
Gambar 3.13 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 45
Gambar 3.14 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 45
Gambar 3.15 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 46
Gambar 3.16 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 46
Gambar 3.17 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 49
Gambar 3.18 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 50
Gambar 3.19 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan 51
Gambar 3.20 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Konstan 51
Gambar 3.21 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 62
Gambar 3.22 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan p_7 Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 62
Gambar 3.23 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+1}dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 62
Gambar 3.24 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 63
Gambar 3.25 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 63
Gambar 3.26 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 63
Gambar 3.27 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 64
Gambar 3.28 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 64
Gambar 3.29 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 64
Gambar 3.30 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 65
Gambar 3.31 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 66
Gambar 3.32 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 67
Gambar 3.33 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 67
Gambar 3.34 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 68
Gambar 3.35 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 70
Gambar 3.36 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 71
Gambar 3.37 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling 71
Gambar 3.38 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 pada Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 83
Gambar 3.39 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan p_7 pada Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 83
Gambar 3.40 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 84
Gambar 3.41 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 pada Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 84

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Gambar 3.42 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 pada Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 84
Gambar 3.43 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 85
Gambar 3.44 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 85
Gambar 3.45 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 pada Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 85
Gambar 3.46 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 86
Gambar 3.47 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 87
Gambar 3.48 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 88
Gambar 3.49 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik 89
Gambar 3.50 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 90
Gambar 3.51 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 91
Gambar 3.52 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik..... 91

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Konstan 43

Tabel 3.2 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Selang-Seling 61

Tabel 3.3 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Monoton Naik 82

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Fajaria, Rina. 2013. **Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur Berdasarkan Derajat Keanggotaan Titik**. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, (II) Abdul Aziz, M.Si

Kata Kunci: Graf Kabur, Graf Lintasan Kabur, Himpunan Dominasi, Bilangan Dominasi, Sisi Tak Sensitif Dominasi.

Misalkan graf kabur $G = (\alpha, \beta)$ dengan sepasang fungsi yaitu $\alpha: V \to [0,1]$ dan $\beta: V \times V \to [0,1]$ sedemikian hingga $\beta \leq \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ untuk setiap $u, v \in V$ dengan kata lain derajat keanggotaan setiap garis kurang dari atau sama dengan minimum derajat keanggotaan titik yang insiden dengan garis tersebut. Dikatakan u mendominasi v di G jika $\beta(u,v) = \alpha(u) \wedge \alpha(v)$. D subset dari V disebut himpunan dominasi di G jika untuk setiap $v \in V - D$ terdapat $u \in D$ sehingga u mendominasi v, demikian juga sebaliknya. Minimum kardinalitas kabur dari himpunan dominasi di G disebut bilangan dominasi dari G, disimbolkan dengan $\gamma(G)$. Apabila salah satu sisi pada graf kabur dihapus, dan terhapusnya sisi tersebut tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi maka sisi ini disebut sisi tak sensitif dominasi disimbolkan dengan $\gamma(G - e)$.

Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan tiga derajat keanggotaan titik yang berbeda. Berdasarkan pembahasan diperoleh bentuk umum dari pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan,

1. Derajat keanggotaan setiap titik konstan

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

2. Derajat keanggotaan setiap titik selang-seling

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \; dan \; n = 6m \\ \big((m+1)k\big) \times (m \times l); n = 6m+1 \; dan \; n = 6m+2 \\ \big((m+2)k\big) \times (m \times l); n = 6m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

3. Derajat keanggotaan setiap titik monoton naik

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); n = 3m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

Dalam penelitian ini, peneliti menyarankan untuk penelitian selanjutnya untuk mengembangkannya dengan membangun lemma bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf yang lainnya dengan memanfaatkan lemma-lemma yang sudah ada sebelumnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Fajaria, Rina. 2013. **Insensitive Arc Domination of Fuzzy Path Graph Based on Membership Degree of Vertices**. Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Sains and Technology, Islamic State University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, (II) Abdul Azis, M.Si

Keywords: Fuzzy Graph, Fuzzy Path Graph, Domination Set, Domination Number, Insensitive Arc in Domination.

Let fuzzy graph $G = (\alpha, \beta)$ with a pair of function is $\alpha: V \to [0,1]$ and $\beta: V \times V \to [0,1]$ such that $\beta \leq \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ for all $u, v \in V$ in other word the degree membership each of arcs is less than or equal to the minimum degree membership of the vertices incident with the arcs. Is said that u dominates v in G if $\beta(u,v) = \alpha(u) \wedge \alpha(v)$. D subset of V is called a dominating set in G if for every $v \in V - D$ then there exist $u \in D$ such that u dominates v, and so do on the contrary. The minimum fuzzy cardinality of minimum dominating set in G is called the domination number of G, and is denoted by $\gamma(G)$. If one of arc on fuzzy graph removed, and the removed of arc have no effect to domination number so this arc is called insensitive arc and is denoted by $\gamma(G - e)$.

This research will be discussed about domination number and insensitive arc domination on fuzzy path graph with different three kinds of degree membership. From the result of discussion, is gotten that general pattern of domination number and insensitive arc domination on fuzzy graph with,

1. Membership degree of each of vertices monotone

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m+1 \; and \; n = 3m+2 \\ m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; and \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

2. Membership degree of each of vertices sandwich

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \; dan \; n = 6m \\ \big((m+1)k\big) \times (m \times l); n = 6m+1 \; dan \; n = 6m+2 \\ \big((m+2)k\big) \times (m \times l); n = 6m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

3. Membership degree of each of vertices up monotone

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); n = 3m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; and \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

In this study, the researchers suggest further reseach to develop it by building lemma domination number and insensitive arc domination of the other graph by using lemma preexisting.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

الملخص

فجاريا, رينا. ٢٠١٣. ليست حساسة إلي الرسم البياني هيمنة على أساس درجة من مسار نقطة عضوية غامض. أطروحة. قسمر الرياضيات بكلية العلوم والتكنو لوجيا الد ولة الإسلامية جامعة مولانا الملك ابراهيم مالانغ . المشرف : ١. وحيو هنكي إراون الماجستير، ٢. عبد العزيز الماجستير.

الكلمات الرئيسية : الفارين من غراف، غراف مروحية الهروب، جمعية الهيمنة، ارقام، الهيمنة، وليس هيمنة الجانب الحساس.

افترض هو واضح بياني عن طريق زوج من الوظا ئف ومثل ذلك عن كل درجة من عضوعة و بعبارة أخري، كل سظر هو أقل من أو يساوي الحد الأدنى للدرجة العضوية الذي يشير الحادث إلى خط. ويقال للسيطرة في حل. المجوعة الثانويو مايسمى الهيمنة في المجموعة اذا كان لكل لهناك تهيمن ذلك، و لعكس بالعكس. أصل الحد الأدنى من مجموعة من هيمنة غامض في ما يسمى عدد الهيمنة، التي يرمز إليها. إذا كان جانب واحد من طمس الرسم البياني إزالتها، و القضاء على الجانب لم يكن لها تأثير على عدد هيمنة يسمى الجانب غير حساس هيمنة يرمز.

في هذا البحث سوف نناقش حول عدد الهيمنة و ليست حساسة لهيمنة مسار الرسم البياني الهروب مع ثلاث خصائص متميزة تلك النقطة. و استنادا إلى مناقشة الشكل العام لنمط الهيمنة و الحصول على رقم ليست حساسة الجانب هيمنة على الرسم البياني المسار مع غامضة،

١. درجة عضوية كل نقطة ثابتة

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m+1 \text{ و } n = 3m+2 \\ m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \text{ و } n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

٢. درجة عضوية كل نقطة صعودا و هبوطا (فترات متناوبة)

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \text{ و } n = 6m \\ \big((m+1)k\big) \times (m \times l); n = 6m+1 \text{ و } n = 6m+2 \\ \big((m+2)k\big) \times (m \times l); n = 6m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \text{ و } n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

٣. درجة عضوية كل ارتفاع رتيب نقطة

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); n = 3m+1 \text{ و } n = 3m+2 \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); n = 3m+3 \end{cases}$$

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \text{ و } n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

في هذه الدراسة، يوصي الباحثون إخراء المزيد من الدراسات لتطويره من خلال بناء أرقام يما وجهة هيمنة الرسوم البيانية هيمنة غير حساس للآخرين باستخدام يما موجود با لفعل.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Definisi graf kabur pertama kali diperkenalkan oleh Kaufmann pada tahun 1973. Dilanjutkan oleh Rosenfeld pada tahun 1975 yang memperkenalkan tentang notasi graf kabur dan beberapa analog kabur yang bersumber pada konsep teori graf seperti lintasan, sikel, dan keterhubungan.

Secara formal, graf kabur $G = (V, \sigma, \mu)$ namun dapat juga ditulis dengan graf kabur $G = (\sigma, \mu)$. Komponen graf kabur terdiri dari titik kabur dan sisi kabur. Graf kabur $G = (\sigma, \mu)$ merupakan himpunan tak kosong V dengan sepasang fungsi yaitu himpunan titik kabur σ dan himpunan sisi kabur μ, sedemikian hingga setiap titik dan sisi memiliki derajat keanggotaan yang memenuhi bilangan riil dalam selang tertutup [0,1].

Pada tahun 2011, A. Nagoor Gani dan P. Vijayalaksmi melakukan sebuah penelitian tentang graf kabur khususnya tentang ketaksensitifan sisi dominasi pada graf kabur. Sebelumnya Somasundaram, A. dan Somasundaram, S. pada tahun 1998 terlebih dahulu memperkenalkan konsep tentang dominasi pada graf kabur. Konsep dominasi ini merupakan pengembangan dari graf tegas yang diterapkan ke graf kabur. Namun dominasi pada graf tegas berbeda dengan dominasi pada graf kabur. Jika dominasi pada graf tegas, D subset dari $V(G)$ dikatakan himpunan dominasi di G apabila setiap titik yang tidak di D atau $V - D$ terhubung ke salah satu titik di D. Kardinalitas terkecil dari himpunan dominasi di

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

G disebut bilangan dominasi (Sampathkumar, 1979:607). Sedangkan pada graf kabur, $G = (\sigma, \mu)$ terdapat $x, y \in V$. Dikatakan x mendominasi y jika $\mu(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$. Subset S dari V dikatakan himpunan dominasi kabur di G jika setiap $y \in V - S$ terdapat $x \in S$ sedemikian hingga x mendominasi y. Bilangan dominasi kabur dari G adalah kardinalitas terkecil dari himpunan dominasi di G dinotasikan dengan $\gamma(G)$ atau γ (Somasundaram & Somasundaram, 1998:788).

Menurut Gani dan Vijayalakshmi (2011:1303), suatu graf terhubung kabur mempunyai sisi tak sensitif dominasi jika bilangan dominasinya tidak berubah ketika salah satu sisinya dihapus, dapat pula dinotasikan dengan $\gamma(G) = \gamma(G) - e$. Graf terhubung kabur ialah graf terhubung (tegas) yang dikenakan ke kabur. Salah satu contohnya adalah graf lintasan kabur P_n.

Lintasan P pada graf tegas merupakan jalan terbuka yang semua titiknya berbeda (Abdussakir, dkk., 2009:51). Dengan demikian graf lintasan kabur $P_n = (V, \sigma, \mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_{i-1}, u_i) > 0$ untuk $1 \leq i \leq n$ dan n disebut panjang dari P maka lintasan P disebut $u_0 - u_n$ lintasan (Somasundaram, 2005:2).

Dalam kehidupan nyata graf lintasan kabur P_n dapat dideskripsikan dengan ayat-ayat yang terdapat pada Al-Qur'an, salah satunya yaitu surat Al-Anbiyaa ayat 35.

كُلُّ نَفْسٍ ذَآئِقَةُ ٱلْمَوْتِ ۗ وَنَبْلُوكُم بِٱلشَّرِّ وَٱلْخَيْرِ فِتْنَةً ۖ وَإِلَيْنَا تُرْجَعُونَ ﴿٣٥﴾

Artinya: "Tiap-tiap yang berjiwa akan merasakan mati. Kami akan menguji kamu dengan keburukan dan kebaikan sebagai cobaan (yang sebenar-benarnya), dan Hanya kepada Kamilah kamu dikembalikan".

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Allah yang menciptakan manusia di bumi ini beserta isinya, kelak semua makhluk ciptaan-Nya akan kembali kepada-Nya juga. Sama halnya dengan graf lintasan kabur tak hingga P_n, diawali oleh suatu titik dan diakhiri pula oleh suatu titik. Setiap titik dihubungkan oleh suatu garis yang disebut sisi, sisi-sisi inilah yang merupakan ujian bagi setiap makhluk-Nya baik buruknya cobaan yang diberikan Allah *subhanahu wa ta'ala.* Setiap manusia pasti akan mati sepanjang apa pun usianya di kehidupan ini. Semuanya akan kembali kepada Allah pada hari kiamat nanti dan saat itulah setiap orang akan dibalas dengan amal masing-masing.

Pada graf lintasan kabur terdapat bermacam-macam derajat keanggotaan titik, di antaranya derajat keanggotaan setiap titik yang konstan atau sama dari titik awal hingga titik akhir, derajat keanggotaan titik yang selang-seling dari titik awal hingga akhir, dan derajat keanggotaan titik yang monoton naik dari titik awal hingga akhir. Selain itu, derajat keanggotaan titik dapat juga diasumsikan sebagai cobaan dan ujian yang diberikan oleh Allah kepada makhluk-Nya selama masa hidupnya.

Sama halnya dengan rotasi kehidupan manusia yang senantiasa berputar, kadang manusia berada di puncak kejayaan, namun terkadang juga berada di bawah. Kadang manusia berjalan di atas yang mulus hingga ke gerbang kesuksesan, dan terkadang manusia harus berhadapan dengan rintangan kehidupan. Semua itu merupakan ujian dan cobaan yang diberikan Allah untuk menguji kualitas keimanan setiap hambanya. Sebagaimana dalam surat Al-Baqarah ayat 155.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

وَلَنَبْلُوَنَّكُم بِشَيْءٍ مِّنَ ٱلْخَوْفِ وَٱلْجُوعِ وَنَقْصٍ مِّنَ ٱلْأَمْوَٰلِ وَٱلْأَنفُسِ وَٱلثَّمَرَٰتِ ۗ وَبَشِّرِ ٱلصَّٰبِرِينَ ﴿١٥٥﴾

Artinya: "Dan kami pasti akan menguji kamu dengan sedikit ketakutan, kelaparan, kekurangan harta, jiwa, dan buah-buahan. Dan sampaikanlah kabar gembira kepada ornag-orang sabar".

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh A. Nagoor Gani dan P. Vijayalakshmi tahun 2011 dengan judul Sisi Tak Sensitif Dominasi pada Graf *Fuzzy*, maka penulis akan membahas, meneliti serta mengembangkan lebih lanjut tema tersebut dengan judul ***"Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur Berdasarkan Derajat Keanggotaan Titik"***.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik konstan?
2. Bagaimana pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik selang-seling?
3. Bagaimana pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik monoton naik?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dalam penulisan skripsi ini yaitu:

1. Mengetahui pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik konstan.
2. Mengetahui pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik selang-seling.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Mengetahui pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan derajat keanggotaan titik monoton naik.

1.4 Batasan Masalah

Dalam pembahasan skripsi ini penulis membatasi masalah bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur yang dimulai dari graf lintasan kabur empat titik, graf lintasan kabur lima titik, graf lintasan kabur enam titik hingga graf lintasan kabur *n* titik dengan derajat keanggotaan titik konstan dan derajat keanggotaan sisi yang juga konstan, derajat keanggotaan titik selang-seling dengan derajat keanggotaan sisi yang konstan, derajat keanggotaan titik monoton naik dengan derajat keanggotaan sisi yang juga monoton naik. Untuk graf lintasan kabur dua titik dan graf lintasan kabur tiga titik direduksi, dengan tujuan agar diperoleh pola umum dari bilangan dominasi dan sisi tak sensitif dominasi pada graf lintasan kabur.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat:

1. Bagi Penulis

   Sebagai bentuk partisipasi penulis dalam memberikan konstribusi terhadap keilmuan, khususnya dalam bidang ilmu matematika tentang perkembangan dari teori graf.

2. Bagi Pembaca

   Memberikan gambaran tentang bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf kabur, khususnya pada graf lintasan kabur (P_n). Sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pembaca dapat menentukan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif dominasi pada graf kabur jenis lain.

3. Bagi Lembaga

   Sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah teori graf.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*Library Research*), dengan cara mengumpulkan dan menelaah berbagai konsep dari sumber informasi yang berkaitan dengan topik bahasan.

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah dalam bentuk kalimat tanya.
2. Menentukan tujuan yang disesuaikan dengan rumusan masalah.
3. Mencari sejumlah data pendukung yang diperoleh dengan menggunakan dua langkah, yaitu data primer dan data sekunder.

   Data primer, diperoleh dengan mencari bilangan dominasi dan sisi tak sensitif dominasi yang terdapat pada graf kabur khususnya graf lintasan kabur yang dimulai dari $P_4 - P_7$.

   Data sekunder, diperoleh dengan mencari definisi dan sifat tentang graf kabur, himpunan dominasi, bilangan dominasi dan sisi tak sensitif dominasi yang terdapat pada sejumlah buku, artikel dan jurnal.

4. Menganalisis data

   i. Menggambar beberapa graf lintasan kabur yang dimulai dari $P_4 - P_7$ dengan tiga derajat keanggotaan titik yang berbeda yaitu,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

a. Graf lintasan kabur konstan, yaitu $P_n(\alpha,\beta)$ untuk setiap $p_i \in V(P_n) = k \in [0,1]$, sedemikian hingga $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k$ dengan $1 \leq i \leq n$. Sedangkan untuk setiap $(p_j, p_{j+1}) \in E(P_n) = k \in [0,1]$, sedemikian hingga $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dengan $1 \leq j \leq n-1$. Sehingga untuk setiap $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$. Dengan demikian $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1})$.

b. Graf lintasan kabur selang-seling, yaitu $P_n(\alpha,\beta)$ untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil sedangkan untuk setiap i genap, $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = l \in [0,1]$ dengan $l > k$ sedemikian hingga $p_i \in V$ dan $1 \leq i \leq n$. Untuk setiap $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ sedemikian hingga $(p_j, p_{j+1}) \in E$ dengan $1 \leq j \leq n-1$. Sehingga setiap $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1})$.

c. Graf lintasan kabur monoton naik, yaitu $P_n(\alpha,\beta)$ untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap $1 \leq i \leq n$. Sedangkan untuk $(p_j, p_{j+1}) \in E$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k + (j-1)\pi$ dengan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_n)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) - \beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right)$, untuk setiap $1 \leq j \leq$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$n-1$. Dengan demikian $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$

ii. Menentukan titik-titik yang mendominasi pada graf tersebut.

iii. Menentukan kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum berdasarkan titik-titik yang mendominasi pada graf lintasan kabur.

iv. Menentukan bilangan dominasi berdasarkan kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum.

v. Menentukan sisi tak sensitif dominasi.

vi. Menentukan pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur yang dimulai dari $P_4 - P_7$.

vii. Membuktikan rumusan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur.

5. Membuat kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika yang dipakai dalam tugas akhir ini adalah:

Bab I Pendahuluan

Menjelaskan secara umum mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, serta sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini penulis menjelaskan beberapa yang berhubungan dengan penelitian yaitu graf, himpunan kabur *(fuzzy set)*, graf kabur, himpunan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dominasi pada graf kabur, sisi tak sensitif dominasi, teori graf, dan karakteristik titik sisi dalam Al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini penulis menjelaskan tentang Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan, Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling, dan Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik.

Bab IV Penutup

Merupakan penutup yang berisi kesimpulan dan saran.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

Secara umum suatu graf terdiri dari titik yang dihubungkan oleh garis yang disebut sisi. Masing-masing sisi dihubungkan oleh dua titik.

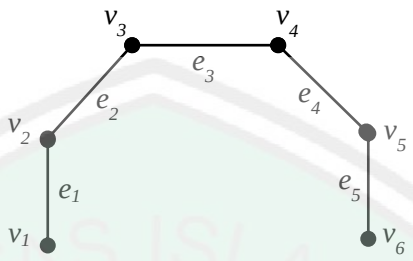
Definisi 1

Graf G merupakan pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di G yang disebut sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi di G dinotasikan dengan $E(G)$. Banyaknya unsur V disebut *order* dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, sedangkan banyaknya unsur E disebut *size* (ukuran) dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka *order* dan *size* dari G cukup ditulis dengan p dan q (Chartrand & Lesniak, 1986:4).

Titik (*vertex*) dan sisi (*edge*) merupakan komponen dari sebuah graf. Titik disajikan dalam bentuk noktah atau lingkaran kecil dan sisi disajikan dalam bentuk garis atau kurva yang menghubungkan dua titik. Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik *u* dan *v*. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka *u* dan *v* disebut terhubung langsung (*adjacent*). Sedangkan *v* dan *e* serta *u* dan *e* disebut terkait langsung (*incedent*). Titik *u* dan *v* disebut ujung dari e, dan sisi $e = (u, v)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dapat ditulis $e = uv$. Perhatikan gambar berikut,



Gambar 2.1 Graf G

Contoh graf G pada gambar 2.1 terdiri dari 6 titik yaitu $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ dan 5 sisi yaitu e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 sehingga *order* $p(G) = 6$ dan *size* $q(G) = 5$. v_1 terhubung langsung dengan v_2, v_2 terhubung langsung dengan v_3, v_3 terhubung langsung dengan v_4, demikian juga dengan v_4 dan v_5, v_5 dan v_6. Sisi e_1 terkait langsung dengan v_1 dan v_2, sisi e_2 terkait langsung dengan v_2 dan v_3, sisi e_3 terkait langsung dengan v_3 dan v_4, sisi e_4 terkait langsung dengan v_4 dan v_5, sisi e_5 terkait langsung dengan v_5 dan v_6.

Definisi 2

Misalkan *u* dan *v* adalah titik di G (yang tidak harus berbeda). Jalan (*walk*) *u-v* pada graf G adalah barisan berhingga yang berselang-seling

$$u = v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n \text{ dan } v_n = v$$

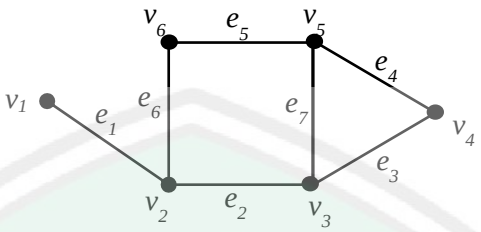
antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik u dan diakhiri oleh titik v, dengan $e_i = (u_{i-1}u_i)$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ (Abdussakir, dkk., 2009:49).

Definisi 3

Jalan $u - v$ yang tidak terdapat pengulangan sisi atau semua sisinya berbeda disebut trail $u - v$ (Chartrand & Lesniak, 1986:26).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Seperti pada gambar 2.2 berikut ini,



Gambar 2.2 Jalan (*Walk*), Jalan *Trivial* dan *Trail*

Berdasarkan gambar 2.2 di atas maka diperoleh,

$$W_1 = v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_7, v_5, e_4, v_4, e_3, v_3, v_5, e_5, v_6, e_6, v_2$$

adalah jalan di G.

$$W_2 = v_4, e_4, v_5, e_5, v_6, v_3$$

bukan jalan di G karena sisi (v_6, v_3) tidak ada di G, disebut juga dengan jalan *trivial.*

$$W_3 = v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_4, e_4, v_5, e_5, v_6, e_6, v_2$$

$$W_4 = v_1, e_1, v_2, e_6, v_6, e_5, v_5, e_7, v_3, e_3, v_4, e_4, v_5, e_7, v_3, e_2, v_2$$

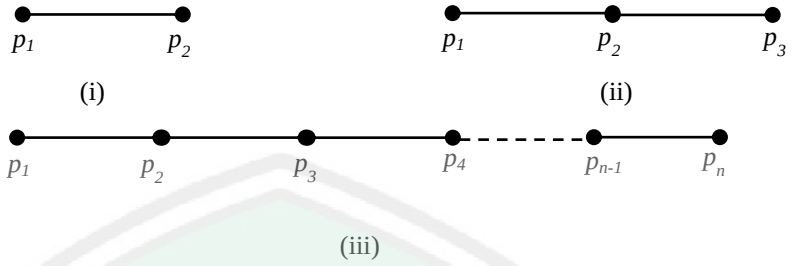
sedangkan W_3 merupakan *trail* pada graf G dan W_4 bukan *trail* pada graf G karena sisi e_7 dilalui lebih dari satu kali.

Definisi 4

Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan. Dengan demikian setiap lintasan pasti merupakan *trail*, tetapi tidak semua *trail* merupakan lintasan (Abdussakir, dkk., 2009:51).

Graf lintasan (P_n), n menunjukkan banyaknya titik pada graf lintasan. Seperti pada gambar-gambar berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.3 (i) Graf Lintasan dengan Dua Titik (P_2), (ii) Graf Lintasan dengan Tiga Titik (P_3), (iii) Graf Lintasan dengan *n* Titik (P_n)

Graf G pada gambar 2.1 juga merupakan graf lintasan dengan enam titik (P_6), karena merupakan jalan terbuka yang semua titiknya berbeda. W_3 pada graf G di atas (gambar 2.2) merupakan *trail* tetapi bukan lintasan karena merupakan jalan terbuka namun terdapat titik yang sama yaitu v_2.

2.2 Himpunan Kabur (*Fuzzy Set*)

Pada himpunan Tegas (*crisp set*), keanggotaan suatu unsur dinyatakan secara tegas yaitu bernilai 0 atau 1. Sedangkan pada himpunan kabur (*fuzzy set*) keanggotaan suatu unsur terletak pada rentang antara 0 sampai 1. Apabila *x* memiliki nilai keanggotaan kabur 0 yang dinotasikan dengan $\mu_A(x) = 0$ berarti *x* tidak menjadi anggota himpunan A, demikian pula apabila *x* memiliki nilai keanggotaan kabur 1 atau $\mu_A(x) = 1$ berarti *x* anggota penuh himpunan A. Pada dasarnya himpunan kabur merupakan gagasan untuk memperluas fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi karakteristik akan mencakup bilangan riil pada interval [0,1].

Dr. Lotfi Zadeh (1965) mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan yang nilainya berada pada selang tertutup [0,1]. Keanggotaan dalam himpunan kabur merupakan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinyu (Susilo, 2006:5-6).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Definisi 5

Fungsi keanggotaan dari suatu himpunan kabur $\bar{A}$ dalam semesta X adalah pemetaan $\mu_{\bar{A}}$ dari X ke selang [0,1], yaitu $\mu_{\bar{A}} : X \rightarrow [0,1]$. Nilai fungsi $\mu_{\bar{A}}(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan kabur $\bar{A}$ (Susilo, 2006:50).

Definisi 6

Misalkan X adalah ruang dari objek-objek. Sebuah himpunan kabur A di X adalah himpunan yang didefinisikan dengan $\{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$, dimana μ_A adalah fungsi yang memetakan X ke interval [0,1] ditulis $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$. Kita katakan μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur A, dan $\mu_A(x)$ di x melambangkan tingkatan keanggotaan dari x di dalam A (Rosyida, dkk., 2012:2).

2.3 Graf Kabur

Definisi 7

Graf kabur $G = (V, \alpha, \beta)$ ialah himpunan titik V tak kosong dengan sepasang fungsi yaitu $\alpha : V \rightarrow [0,1]$ dan $\beta : V \times V \rightarrow [0,1]$ sehingga untuk setiap $u, v \in V$ derajat keanggotaan setiap sisinya kurang dari atau sama dengan minimum derajat keanggotaan titik yang terkait dan dinotasikan dengan $\beta(u, v) \leq \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ (Mordeson, 2001:21).

Berdasarkan definisi 7, α adalah himpunan titik kabur pada G yang dipetakan oleh titik V menuju interval tertutup [0,1] dan β adalah himpunan sisi kabur pada G yang dipetakan oleh titik $V \times V$ menuju interval tertutup [0,1] sehingga $\beta(u, v) \leq \alpha(u) \wedge \alpha(v)$. Simbol $\wedge$ pada graf kabur didefinisikan sebagai minimum dari kedua titik tersebut, sehingga $\beta(u, v) \leq \min\{\alpha(u); \alpha(v)\}$ untuk

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

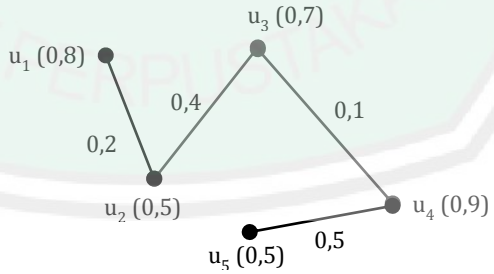
setiap $u, v \in V$. β juga merupakan relasi kabur di α. Untuk selanjutnya graf kabur $G = (V, \alpha, \beta)$ dapat ditulis dengan $G = (\alpha, \beta)$ sedemikian hingga titik dan sisinya memiliki derajat keanggotaan (Mordeson, 2001:21).

Order (p) merupakan banyaknya himpunan titik pada graf kabur G yaitu $p = \sum_{u \in V} \alpha(u)$ sedangkan *size* (q) merupakan banyaknya himpunan sisi pada graf kabur G yaitu $q = \sum_{uv \in E} \beta(u, v)$ (Somasundaram & Somasundaram, 1998:787).

Definisi 8

Lintasan P pada graf kabur $G = (V, \sigma, \mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ untuk $1 \leq i \leq n$ dan n disebut panjang dari P. Lintasan P disebut $u_0 - u_n$ lintasan (Somasundaram, 2005:2).

Berikut ini adalah contoh graf kabur pada graf lintasan dengan *order* $m(G) = 5$ dan *size* $n(G) = 4$ atau disimbolkan dengan graf lintasan kabur P_5.



Gambar 2.4 Graf Lintasan Kabur P_5

Berdasarkan definisi graf kabur, $\alpha: V \to [0,1]$ dan $\beta: V \times V \to [0,1]$ sehingga untuk setiap $u, v \in V$ maka $\beta(u, v) \leq \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ sama halnya dengan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\beta(u,v) \leq \min\{\alpha(u), \alpha(v)\}$ sedemikian hingga keanggotaan setiap sisi kurang dari atau sama dengan minimum derajat keanggotaan titik yang terkait sehingga:

i. $\beta(u_1, u_2) \leq \alpha(u_1) \wedge \alpha(u_2)$

$\beta(u_1, u_2) \leq \min\{\alpha(u_1), \alpha(u_2)\}$

$0{,}2 \leq \min\{0{,}8\ ;\ 0{,}5\}$

$0{,}2 \leq 0{,}5$

Minimum derajat keanggotaan yang terkait yaitu 0,5 maka $\beta(u_1, u_2) \leq \alpha(u_2)$.

ii. $\beta(u_2, u_3) \leq \alpha(u_2) \wedge \alpha(u_3)$

$\beta(u_2, u_3) \leq \min\{\alpha(u_2), \alpha(u_3)\}$

$0{,}4 \leq \min\{0{,}5\ ;\ 0{,}7\}$

$0{,}4 \leq 0{,}5$

Minimum derajat keanggotaan yang terkait yaitu 0,5 maka $\beta(u_2, u_3) \leq \alpha(u_2)$.

iii. $\beta(u_3, u_4) \leq \alpha(u_3) \wedge \alpha(u_4)$

$\beta(u_3, u_4) \leq \min\{\alpha(u_3), \alpha(u_4)\}$

$0{,}1 \leq \min\{0{,}7\ ;\ 0{,}9\}$

$0{,}1 \leq 0{,}7$

Minimum derajat keanggotaan yang terkait yaitu 0,7 maka $\beta(u_3, u_4) \leq \alpha(u_3)$.

iv. $\beta(u_4, u_5) \leq \alpha(u_4) \wedge \alpha(u_5)$

$\beta(u_4, u_5) \leq \min\{\alpha(u_4), \alpha(u_5)\}$

$0{,}5 \leq min\{0{,}9\ ;\ 0{,}5\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$0{,}5 \leq 0{,}5$

Minimum derajat keanggotaan yang terkait yaitu 0,5 maka $\beta(u_4, u_5) \leq \alpha(u_5)$.

Jadi, gambar 2.4 merupakan graf kabur pada graf lintasan P_5 atau disebut juga dengan graf lintasan kabur P_5.

2.4 Himpunan Dominasi pada Graf Kabur

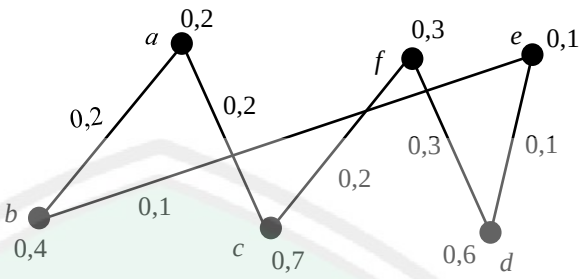
Definisi 9

Diberikan $G = (\alpha, \beta)$ merupakan graf kabur di V. Terdapat $u, v \in V$. Dikatakan u mendominasi v di G jika $\beta(u, v) = \alpha(u) \wedge \alpha(v)$. $D \subseteq V$ disebut himpunan dominasi di G jika untuk setiap $v \in V - D$ terdapat $u \in D$ sehingga u mendominasi v. Minimum kardinalitas kabur dari himpunan dominasi di G disebut bilangan dominasi dari G dan disimbolkan dengan $\gamma(G)$ atau γ (Somasundaram, 2005:195).

$V - D$ ialah semua titik yang terdapat di V tetapi tidak termuat di D. Bilangan dominasi dari G merupakan kardinalitas terkecil dari semua himpunan dominasi di G. Suatu himpunan dominasi D dari kardinalitas kabur $|D| = \Sigma\alpha(u), \forall u \in D$ (Shubatah, 2012:120).

Berikut ini adalah contoh graf kabur bipartisi yang memuat himpunan-himpunan dominasi seperti gambar 2.5,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.5 Graf Kabur Bipartisi (Gani & Vijayalakshmi, 2011:1306)

Graf kabur tersebut dapat dibagi menjadi dua partisi himpunan tak kosong yaitu himpunan partisi pertama = $\{a, f, e\}$ dan himpunan partisi kedua = $\{b, c, d\}$. Terdapat $D \subseteq V$ dan $u, v \in V$ sehingga terdapat $u \in D$ maka u mendominasi v, v mendominasi u jika $\beta(u, v) = \alpha(u) \wedge \alpha(v)$.

Berdasarkan catatan Somasundaram A. dan S. Somasundaram (1998:788) yaitu untuk setiap $u, v \in V$ jika u mendominasi v maka berlaku sebaliknya v juga mendominasi u. Karena dominasi bersifat simetrik di V, maka:

i. $\beta(a, b) = \alpha(a) \wedge \alpha(b)$

$\beta(a, b) = \min\{\alpha(a); \alpha(b)\}$

$0{,}2 = \min\{0{,}2\ ;\ 0{,}4\}$

$0{,}2 = 0{,}2$

a disebut mendominasi b, b mendominasi a. Karena dominasi bersifat simetri.

ii. $\beta(a, c) = \alpha(a) \wedge \alpha(c)$

$\beta(a, c) = \min\{\alpha(a); \alpha(c)\}$

$0{,}2 = \min\{0{,}2\ ;\ 0{,}7\}$

$0{,}2 = 0{,}2$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

a mendominasi *c*, *c* mendominasi *a*

iii. $\beta(b,e) = \alpha(b) \wedge \alpha(e)$

$\beta(b,e) = \min\{\alpha(b); \alpha(e)\}$

$0{,}1 = \min\{0{,}4\ ;\ 0{,}1\}$

$0{,}1 = 0{,}1$

b mendominasi *e*, *e* mendominasi *b*

iv. $\beta(d,e) = \alpha(d) \wedge \alpha(e)$

$\beta(d,e) = \min\{\alpha(d); \alpha(e)\}$

$0{,}1 = \min\{0{,}6\ ;\ 0{,}1\}$

$0{,}1 = 0{,}1$

d mendominasi *e*, *e* mendominasi *d*

v. $\beta(d,f) = \alpha(d) \wedge \alpha(f)$

$\beta(d,f) = \min\{\alpha(d); \alpha(f)\}$

$0{,}3 = \min\{0{,}6\ ;\ 0{,}3\}$

$0{,}3 = 0{,}3$

d mendominasi *f*, *f* mendominasi *d*

vi. $\beta(c,f) = \alpha(c) \wedge \alpha(f)$

$\beta(c,f) = \min\{\alpha(c); \alpha(f)\}$

$0{,}2 = \min\{0{,}6\ ;\ 0{,}3\}$

$0{,}2 \neq 0{,}3$

c tidak mendominasi *f*, *f* mendominasi *c*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Kemudian diperoleh himpunan dominasi dengan syarat $D \subseteq V$ di G jika untuk setiap $v \in V - D$ terdapat $u \in D$ sehingga u mendominasi v. Seperti berikut ini,

$$V = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

i. $D = \{a, f\}$

$V - D = \{b, c, d, e\}$

$b \in V - D$ mendominasi $a \in D$, berarti b mendominasi a begitu juga sebaliknya. $c \in V - D$ mendominasi $a \in D$, berarti c mendominasi a dan a mendominasi c. $d \in V - D$ mendominasi $f \in D$, berarti f mendominasi d dan d mendominasi f. $e \in V - D$ mendominasi $d \in V - D$, karena $e \in V - D$ dan $d \in V - D$, keduanya bukan elemen D maka e tidak mendominasi d. Karena salah satu unsur tidak mendominasi maka $D = \{a, f\}$ bukan merupakan himpunan dominasi.

ii. $D = \{d, f\}$

$V - D = \{a, b, c, d, e\}$

$a \in V - D$ mendominasi $b \in V - D$, karena $a \in V - D$ dan $b \in V - D$ bukan elemen D maka a tidak mendominasi b. $b \in V - D$ mendominasi $e \in D$, berarti b tidak mendominasi $d, f \in D$. $c \in V - D$ mendominasi $a \in V - D$, karena $c \in V - D$ dan $a \in V - D$ bukan elemen D maka c tidak mendominasi $d, f \in D$. $e \in V - D$ mendominasi $d \in V - D$, berarti e mendominasi d.

Karena terdapat beberapa unsur yang tidak mendominasi maka $D = \{d, f\}$ bukan merupakan himpunan dominasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

iii. $D = \{a, b, c\}$

$V - D = \{d, e, f\}$

$d \in V - D$ mendominasi $f, e \in V - D$, karena $d \in V - D$ dan $e, f \in V - D$ bukan elemen D maka d tidak mendominasi e dan f. $e \in V - D$ hanya mendominasi $b \in D$. $f \in V - D$ mendominasi $d \in V - D$, maka f tidak mendominasi $a, b, c \in D$. Karena terdapat beberapa unsur yang tidak mendominasi maka $D = \{a, b, c\}$ bukan merupakan himpunan dominasi.

iv. $D = \{a, e, f\}$

$V - D = \{b, c, d\}$

$b \in V - D$ mendominasi $a, e \in D$, maka b mendominasi a, e. $c \in V - D$ mendominasi $a \in D$, maka c mendominasi a. $d \in V - D$ mendominasi $e, f \in D$, maka d mendominasi e, f. Maka $D = \{a, e, f\}$ merupakan himpunan dominasi.

v. $D = \{b, c, d\}$

$V - D = \{a, e, f\}$

$a \in V - D$ mendominasi $b, c \in D$, maka a mendominasi b dan c. $e \in V - D$ mendominasi $b, d \in D$, maka e mendominasi b dan d. $f \in V - D$ mendominasi $d \in D$, maka f mendominasi d. Maka $D = \{b, c, d\}$ merupakan himpunan dominasi.

Kardinalitas terkecil dari himpunan dominasi disebut bilangan dominasi. Himpunan dominasi terkecil pada gambar 2.5 yaitu $D_1 = \{b, c, d\}$ dan $D_2 = \{a, e, f\}$. Karena kardinalitas kedua himpunan tersebut sama, maka bilangan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dominasi dapat dicari dengan menjumlahkan semua elemen yang terdapat dalam setiap himpunan dominasi tersebut.

$$\gamma(G) = |D| = |D| = \Sigma\alpha(u), \forall u \in D$$

$$D_1 = \{a, e, f\}$$

$$\gamma(G) = |D_1| = \Sigma\alpha(u), \forall u \in D_1$$

$$= \alpha(a) + \alpha(e) + \alpha(f)$$

$$= 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}6$$

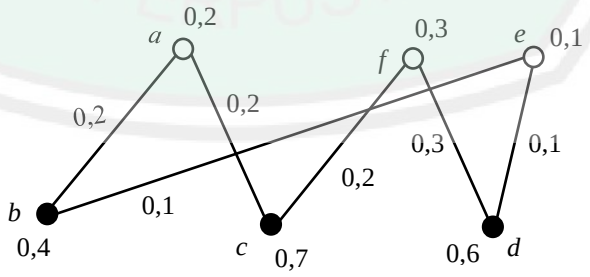
$$D_2 = \{b, c, d\}$$

$$\gamma(G) = |D_2| = \Sigma\alpha(u), \forall u \in D_2$$

$$= \alpha(b) + \alpha(c) + \alpha(d)$$

$$= 0{,}4 + 0{,}7 + 0{,}6 = 1{,}7$$

Bilangan dominasi $\gamma(G)$ terkecil dari kedua himpunan dominasi tersebut adalah 0,6. Sehingga bilangan dominasi pada graf tersebut dapat digambarkan seperti pada gambar di bawah ini dengan titik-titik yang berwarna putih sebagai titik-titik dominasinya.



Gambar 2.6 Bilangan Dominasi $\gamma(G)$ pada Graf Kabur G

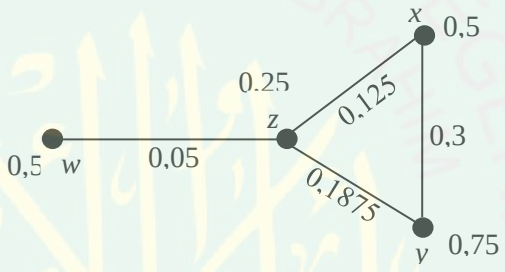
Selain itu, terdapat beberapa catatan tentang himpunan dominasi pada graf kabur G, di antaranya:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

i. Untuk setiap $u, v \in V$, jika u mendominasi v maka v mendominasi u. Karena dominasi bersifat simetrik di V.

ii. Jika $\beta(u,v) < \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ untuk setiap $u, v \in V$ maka jelas himpunan dominasi di G hanyalah V. (Somasundaram & Somasundaram, 1998:788).

Perhatikan contoh gambar 2.7, berikut ini adalah contoh graf kabur G yang memiliki $\beta(u,v) < \alpha(u) \wedge \alpha(v)$ untuk setiap $u, v \in V$.



Gambar 2.7 Graf Kabur G (Shubatah, 2012:121)

Pada gambar 2.7 $V = \{x, y, z, w\}$, suatu titik subset $|D_1| = \{z\}$ dengan kardinalitas kabur,

$$|D_1| = \sum \mu(v), \forall \in D_1 = \mu\{z\} = 0{,}25$$

$|D_2| = \{yz\}$ dengan kardinalitas kabur,

$$|D_2| = \sum \mu(v), \forall \in D_2 = \mu(y) + \mu\{z\} = 0{,}75 + 0{,}25 = 1{,}0$$

$|D_3| = \{yw\}$ dengan kardinalitas kabur,

$$|D_3| = \sum \mu(v), \forall \in D_3 = \mu(y) + \mu\{w\} = 0{,}75 + 0{,}2 = 0{,}95$$

$|D_4| = \{xyw\}$ dengan kardinalitas kabur,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$|D_4| = \sum \mu(v), \forall \in D_4 = \mu(x) + \mu(y) + \mu\{w\} = 0{,}5 + 0{,}75 + 0{,}25 = 1{,}5$$

$|D_5| = \{xzw\}$ dengan kardinalitas kabur,

$$|D_5| = \sum \mu(v), \forall \in D_5 = \mu(x) + \mu(z) + \mu\{w\} = 0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}2 = 0{,}95$$

$|D_6| = \{xzw\}$ dengan kardinalitas kabur,

$$|D_6| = \sum \mu(v), \forall \in D_6 = \mu(x) + \mu(y) + \mu(z) + \mu\{w\}$$

$$= 0{,}5 + 0{,}75 + 0{,}25 + 0{,}2 = 1{,}7$$

Maka bilangan dominasi dari graf kabur G adalah

$$\gamma(G) = \min\{0{,}25;\ 1;\ 0{,}95; 1{,}5; 0{,}95; 1{,}7\} = 0{,}25$$

yaitu pada titik z.

2.5 Sisi Tak Sensitif Dominasi

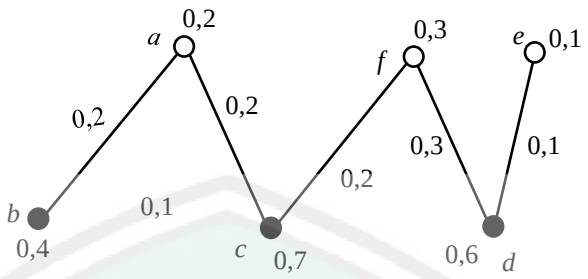
Definisi 10

Graf kabur G dikatakan sisi tak sensitif jika $\gamma(G) = \gamma(G - e)$ untuk setiap sisi e dari G. γ-tak sensitif ketika bilangan dominasinya adalah γ (Gani & Vijayalakshmi, 2011:1305).

Terdapat suatu graf G dengan bilangan dominasi $\gamma(G)$. Apabila salah satu sisinya dihapus atau dihilangkan maka terhapusnya sisi tersebut tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi dengan kata lain bilangan dominasinya tetap. Maka sisi ini disebut sisi tak sensitif dominasi.

Contoh pada graf kabur bipartisi di atas (Gambar 2.6), apabila salah satu sisinya yaitu sisi $\beta(b, e)$ dihapus maka bilangan dominasinya tetap, seperti gambar berikut ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.8 Sisi Tak Sensitif Dominasi $\beta(b,e)$ pada Graf Kabur Bipartisi

Begitu juga dengan sisi-sisi yang lainnya. Karena graf tersebut merupakan graf bipartisi, setiap partisi diantara keduanya saling terhubung kecuali pada partisi yang sama. Setiap titik pada partisi pertama terhubung maksimal dua titik di partisi kedua. Sehingga hilangnya atau terhapusnya salah satu sisi tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi pada graf tersebut.

2.6 Teori Graf dan Karakteristik Titik Sisi dalam Al-Qur'an

Setiap permulaan pasti ada akhirnya. Allah *subhanahu wa ta'ala* memberitahukan kepada makhluk-Nya secara umum bahwa setiap yang berjiwa pasti akan merasakan mati. Tumbuhan, hewan, manusia, dan jin semuanya mati, begitu pula para malaikat. Hanya Allah sematalah Yang Maha Esa Yang Kekal Abadi. Dengan demikian, berarti Allah Yang Maha Pertama dan Dia pula Maha Akhir. Sebagaimana firman Allah dalam surat Al-Ankabut ayat 57.

كُلُّ نَفْسٍ ذَآئِقَةُ ٱلْمَوْتِ ۖ ثُمَّ إِلَيْنَا تُرْجَعُونَ ﴿٥٧﴾

Artinya: "Tiap-tiap yang berjiwa akan merasakan mati. Kemudian hanyalah kepada kami kamu dikembalikan" (QS. Al-Ankabut:57).

Sesuai dengan definisi graf, suatu graf G terdiri dari sepasang himpunan (V,E) sedemikian hingga V adalah himpunan titik dan E adalah himpunan sisi. Setiap sisi menghubungkan dua buah titik. Hal tersebut menunjukkan adanya

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

suatu hubungan atau keterkaitan antara titik yang satu dengan titik yang lain. Salah satu contoh pada graf sederhana yaitu graf lintasan dengan dua titik atau dinotasikan dengan graf lintasan P_2. Graf lintasan P_2 diawali oleh titik p_1 dan diakhiri oleh titik p_2 serta dihubungkan oleh suatu garis atau sisi (p_1, p_2).

Titik p_1 dapat diasumsikan sebagai awal mula Allah menciptakan setiap makhluknya, titik p_2 sebagai titik akhir dari sebuah kehidupan (mati) dan sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut merupakan perjalanan hidup yang harus dilalui baik berupa ujian, cobaan, kenikmatan lahir batin dan sebagainya.

Jika hal tersebut diteruskan maka akan menjadi suatu lintasan tak hingga atau graf lintasan P_n, tapi karena ukurannya sudah ditentukan maka bisa dihitung nilai *n.* Sama halnya dengan umur makhluk ciptaan Allah *subhanahu wa ta'ala*, salah satu contohnya manusia berapa pun umur manusia kelak pasti akan meninggal namun kita sebagai hamba Allah tidak akan pernah tahu kapan akan berpulang ke *Rahmatullah*. Allah menciptakan manusia berasal dari tanah yang nantinya akan dikembalikan ke tanah juga. Sebagaimana dalam firman Allah yaitu surat Al-Hajj ayat 5.

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِن كُنتُمْ فِى رَيْبٍ مِّنَ ٱلْبَعْثِ فَإِنَّا خَلَقْنَٰكُم مِّن تُرَابٍ ثُمَّ مِن نُّطْفَةٍ ثُمَّ مِنْ عَلَقَةٍ ثُمَّ مِن مُّضْغَةٍ مُّخَلَّقَةٍ وَغَيْرِ مُخَلَّقَةٍ لِّنُبَيِّنَ لَكُمْ ۚ وَنُقِرُّ فِى ٱلْأَرْحَامِ مَا نَشَآءُ إِلَىٰٓ أَجَلٍ مُّسَمًّى ثُمَّ نُخْرِجُكُمْ طِفْلًا ثُمَّ لِتَبْلُغُوٓا۟ أَشُدَّكُمْ ۖ وَمِنكُم مَّن يُتَوَفَّىٰ وَمِنكُم مَّن يُرَدُّ إِلَىٰٓ أَرْذَلِ ٱلْعُمُرِ لِكَيْلَا يَعْلَمَ مِنۢ بَعْدِ عِلْمٍ شَيْـًٔا ۚ وَتَرَى ٱلْأَرْضَ هَامِدَةً فَإِذَآ أَنزَلْنَا عَلَيْهَا ٱلْمَآءَ ٱهْتَزَّتْ وَرَبَتْ وَأَنۢبَتَتْ مِن كُلِّ زَوْجٍۭ بَهِيجٍ ﴿٥﴾

Artinya: "Hai manusia, jika kamu dalam keraguan tentang kebangkitan (dari kubur), Maka (ketahuilah) Sesungguhnya kami Telah menjadikan kamu dari tanah, Kemudian dari setetes mani, Kemudian dari segumpal darah,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Kemudian dari segumpal daging yang Sempurna kejadiannya dan yang tidak sempurna, agar kami jelaskan kepada kamu dan kami tetapkan dalam rahim, apa yang kami kehendaki sampai waktu yang sudah ditentukan, Kemudian kami keluarkan kamu sebagai bayi, Kemudian (dengan berangsur-angsur) kamu sampailah kepada kedewasaan, dan di antara kamu ada yang diwafatkan dan (adapula) di antara kamu yang dipanjangkan umurnya sampai pikun, supaya dia tidak mengetahui lagi sesuatupun yang dahulunya Telah diketahuinya dan kamu lihat bumi Ini kering, Kemudian apabila Telah kami turunkan air di atasnya, hiduplah bumi itu dan suburlah dan menumbuhkan berbagai macam tumbuh-tumbuhan yang indah" (QS. Al-Hajj:5).

Jika dikaitkan dengan kehidupan nyata, graf lintasan P_n dapat menggambarkan isi atau makna dari ayat tersebut. Titik-titik pada graf lintasan P_n diasumsikan sebagai umur manusia yang semakin hari semakin bertambah terus hingga batas tertentu (kematian) dan hanya Allah Yang Maha Tahu. Setiap sisi atau garis yang menghubungkan titik-titiknya sebagai perjalanan hidup yang harus dilalui. Graf lintasan P_n diawali oleh suatu titik dan diakhiri oleh suatu titik. Setiap titik-titik tersebut dihubungkan oleh suatu sisi tanpa ada sisi yang sama (tidak terdapat pengulangan sisi). Sebanyak apapun jumlah titik-titik yang terdapat pada graf lintasan tak hingga pasti akan berakhir dengan suatu titik dan setiap sisi hanya menghubungkan dua buah titik. Seperti yang dijelaskan dalam surat Al-Hajj ayat 5 di atas, yaitu "*...Sesungguhnya kami Telah menjadikan kamu dari tanah, Kemudian dari setetes mani, Kemudian dari segumpal darah, Kemudian dari segumpal daging yang Sempurna kejadiannya dan yang tidak sempurna, agar kami jelaskan kepada kamu dan kami tetapkan dalam rahim, apa yang kami kehendaki sampai waktu yang sudah ditentukan, Kemudian kami keluarkan kamu sebagai bayi, Kemudian (dengan berangsur-angsur) kamu sampailah kepada kedewasaan, dan di antara kamu ada yang diwafatkan dan (adapula) di antara*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kamu yang dipanjangkan umurnya sampai pikun, supaya dia tidak mengetahui lagi sesuatupun yang dahulunya Telah diketahuinya...".

Hidup di bumi ini merupakan medan perjuangan untuk menentukan dan mewarnai masa depan hidup didunia dan diakhirat. Allah telah memberi petunjuk kepada manusia dalam surat Al-Ankabut ayat 2,

أَحَسِبَ ٱلنَّاسُ أَن يُتۡرَكُوٓاْ أَن يَقُولُوٓاْ ءَامَنَّا وَهُمۡ لَا يُفۡتَنُونَ ٢

Artinya: "Apakah manusia mengira bahwa mereka akan dibiarkan hanya dengan mengatakan "Kami telah beriman", dan mereka tidak diuji?" (QS. Al-Ankabut:2).

Jika memperhatikan ayat tersebut, maka dapat diambil pelajaran bahwa hidup itu tidak senantiasa manis, kadang kala pahit, tidak senantiasa datar kadang naik, kadang turun, hidup tidak akan lepas dari ujian dan cobaan. Sama halnya dengan derajat keanggotaan titik pada graf lintasan kabur, kadang kala derajat keanggotaan setiap titik monoton sama atau konstan, selang-seling atau naik turun, dan naik terus menerus hingga titik akhir atau turun terus menerus hingga titik akhir.

Seandainya setiap manusia yang diberi ujian dan cobaan dapat bersabar dan tabah dalam menghadapinya, serta berusaha mencari jalan sebaik-baiknya agar terhindar dan terlepas dari cobaan tersebut dengan penuh tawakkal. Maka sikap dan perilaku yang demikian merupakan tabungan yang tersimpan yang akan diterimanya baik di dunia maupun di akhirat.

Setiap manusia pasti akan mati sepanjang apa pun usianya di kehidupan ini. Keberadaannya di dunia ini tak lain adalah ujian dan cobaan dengan hukum-hukum syariat baik yang berupa perintah, larangan, dan ketentuan halal maupun

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

haram, juga dengan ketentuan takdir yang baik, yang buruk, yang sulit maupun yang mudah dan semuanya akan kembali kepada Allah pada hari kiamat agar Dia membalas setiap orang dengan amal masing-masing (Al-Qarni, 2008:13).

Hal ini sesuai dalam Al-Qur'an surat Al-Anbiyaa ayat 35:

كُلُّ نَفْسٍ ذَآئِقَةُ ٱلْمَوْتِ ۗ وَنَبْلُوكُم بِٱلشَّرِّ وَٱلْخَيْرِ فِتْنَةً ۖ وَإِلَيْنَا تُرْجَعُونَ ﴿٣٥﴾

Artinya: "Tiap-tiap yang berjiwa akan merasakan mati. kami akan menguji kamu dengan keburukan dan kebaikan sebagai cobaan (yang sebenar-benarnya). dan Hanya kepada kamilah kamu dikembalikan" (QS. Al-Anbiyaa: 35).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur dengan tiga derajat keanggotaan titik yang berbeda, yaitu 1) Derajat keanggotaan titik konstan, 2) Derajat keanggotaan titik selang-seling, 3) Derajat keanggotaan titik monoton naik. Diberikan $G = (\alpha, \beta)$ graf kabur di G. Langkah pertama, menentukan himpunan dominasi dengan kardinalitas kabur himpunan dominasi minimum $\bar{\gamma}(P_n)$ yang terdapat pada graf lintasan kabur berdasarkan titik-titik yang mendominasi pada graf tersebut. Langkah kedua, menentukan bilangan dominasi yang terdapat pada graf lintasan kabur $\gamma(P_n)$. Terakhir, menentukan sisi tak sensitif pada dominasi yang terdapat pada graf lintasan kabur $\gamma(P_n - e) = \gamma(P_n)$.

Selanjutnya penulis akan menjabarkan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur yang akan dimulai dengan graf lintasan kabur empat titik, graf lintasan kabur lima titik sampai graf lintasan kabur tujuh titik, kemudian akan disimpulkan untuk graf lintasan kabur-n titik (P_n).

3.1 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan Derajat Keanggotaan Titik Konstan

Penulis mendefinisikan, graf lintasan kabur $P_n(\alpha, \beta)$ untuk setiap $p_i \in V(P_n) = k \in [0,1]$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k$ dengan $1 \leq i \leq n$ dan untuk setiap $(p_j, p_{j+1}) \in E(P_n) = k \in [0,1]$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dengan $1 \leq j \leq n-1$. Sehingga untuk setiap

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$. Dengan demikian setiap $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1})$. Akibatnya setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi, titik p_i mendominasi p_{i+1} begitu juga sebaliknya.

Berikut ini adalah beberapa contoh bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur (P_n) yang dimulai dengan graf lintasan kabur empat titik (P_4), graf lintasan kabur lima titik (P_5), dan seterusnya hingga diperoleh kesimpulan untuk graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik konstan.

3.1.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4)

Pada graf lintasan kabur P_4, didefinisikan $\alpha_{V(P_4)}(p_i) = \beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dengan $1 \leq i \leq 4$ dan $1 \leq j \leq 3$. Langkah pertama, yaitu menentukan kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum berdasarkan titik-titik yang mendominasi pada graf lintasan kabur P_4. Berdasarkan definisi 9 bab 2, setiap p_i mendominasi p_{i+1} begitu juga sebaliknya.

Dengan demikian diperoleh himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_4 sebagai berikut,

$D = \{p_1, p_3\}$

$V - D = \{p_2, p_4\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$ dan $p_3 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$V - D = \{p_2, p_3\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_3\}$

$V - D = \{p_1, p_4\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_2\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4\}$

$V - D = \{p_1, p_3\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

Langkah kedua, menentukan bilangan dominasi yang terdapat pada graf lintasan kabur P_4. Bilangan dominasi merupakan minimum kardinalitas himpunan dominasi kabur dari semua himpunan dominasi pada graf lintasan kabur P_4. Berdasarkan langkah pertama diperoleh himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_4 adalah $\{p_1, p_3\}, \{p_1, p_4\}, \{p_2, p_3\}, \{p_2, p_4\}$ dengan kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum $\bar{\gamma}(P_4)$ adalah 2. Sehingga $\gamma(P_4)$ diperoleh dengan langkah berikut:

$$\gamma(P_4) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$

$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = k + k = 2k$$

$$\gamma(P_4) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$

$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = k + k = 2k$$

$$\gamma(P_4) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = k + k = 2k$$

$$\gamma(P_4) = |D_4| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_4$$

$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = k + k = 2k$$

Karena keempat bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 memiliki nilai yang sama, maka $\gamma(P_4)$ adalah $2k$.

Langkah ketiga, menentukan sisi tak sensitif pada dominasi yang terdapat pada graf lintasan kabur P_4. Keempat himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_4 menghasilkan nilai yang sama. Sehingga untuk mengetahui sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 dengan derajat keanggotaan setiap titik konstan, maka diambil salah satu himpunan yang mempunyai bilangan dominasi terkecil dan maksimum sisi tak sensitif pada dominasi. Seperti pada contoh-contoh di bawah ini.

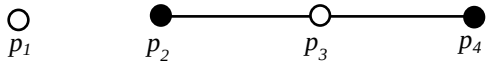
Contoh 1

Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 adalah $2k$ dengan p_1 dan p_3 sebagai titik-titik dominasi, digambarkan dengan titik berwarna putih.

Gambar 3.1 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_3 Graf Lintasan Kabur P_4

Misalkan salah satu sisi pada graf lintasan kabur P_4 yaitu (p_1, p_2) dihapus. Jika hilangnya atau terhapusnya sisi ini tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi maka disebut sisi tak sensitif pada dominasi sebaliknya jika (p_1, p_2) dihapus dan berpengaruh terhadap bilangan dominasi maka bukan merupakan sisi tak sensitif pada dominasi melainkan sisi sentitif dominasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.2 Sisi Sensitif Dominasi (p_1, p_2) Graf Lintasan Kabur P_4

Pada gambar 3.2, terhapusnya sisi (p_1, p_2) berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Maka (p_1, p_2) merupakan sisi sensitif pada dominasi. $p_1 \in D$ terhubung langsung dengan $p_2 \in V - D$, jika sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut dihapus maka p_1 tidak terhubung dengan p_2 sehingga p_1 tidak mendominasi p_2. Akibatnya berpengaruh pada bilangan dominasi. Begitu juga dengan (p_2, p_3) dan (p_3, p_4).

Contoh 2

Jika pada contoh 1 tidak ditemukan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 dengan derajat keanggotaan setiap titik konstan, sebaliknya pada contoh ini terdapat sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 dengan derajat keanggotaan setiap titik konstan. Misalkan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum yang diambil yaitu $\{p_1, p_4\}$, seperti pada gambar berikut.

Gambar 3.3 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4
Graf Lintasan Kabur P_4

Diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 yaitu (p_2, p_3). Terhapusnya sisi (p_2, p_3) tidak berpengaruh pada bilangan dominasi. Karena (p_2, p_3) menghubungkan $p_2 \in V - D$ dengan $p_3 \in V - D$. Jadi, graf

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

lintasan kabur P_4 mempunyai maksimum satu sisi tak sensitif pada dominasi, seperti pada gambar 3.4,

Gambar 3.4 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_2, p_3)
Graf Lintasan Kabur P_4

3.1.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5)

Graf lintasan kabur P_5, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_5)}(p_i) = \beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dengan $1 \leq i \leq 5$ dan $1 \leq j \leq 4$. Langkah yang digunakan sama seperti pada langkah graf lintasan kabur P_4. Sesuai dengan definisi 9 bab 2, setiap $\beta_{E(P_5)}((p_i, p_{i+1})) = \alpha_{V(P_5)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_5)}(p_{i+1})$ terpenuhi sehingga setiap p_i mendominasi p_{i+1} begitu juga sebaliknya.

Dari semua himpunan-himpunan dominasi kabur yang diperoleh kemudian diambil himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum sebagai berikut,

$D = \{p_1, p_4\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, $p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, $p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_5\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

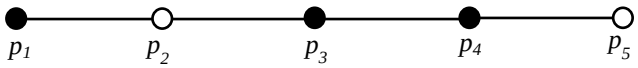
Dengan demikian diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur P_5, $\bar{\gamma}(P_5)$ adalah 2. Maka bilangan dominasi $\gamma(P_5)$ sebagai berikut,

$$\gamma(P_5) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_1) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = k + k = 2k$$
$$\gamma(P_5) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_2) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = k + k = 2k$$
$$\gamma(P_5) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_2) + \alpha_{V(P_5)}(p_5) = k + k = 2k$$

Karena semua bilangan dominasi yang diperoleh sama, maka $\gamma(P_5)$ adalah $2k$.

Selanjutnya dipilih salah satu himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum, yaitu $\{p_2, p_5\}$ dengan p_2 dan p_5 sebagai titik-titik dominasi pada graf lintasan kabur P_5 digambarkan dengan titik berwarna putih.

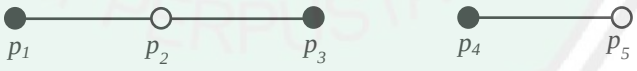
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.5 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5

Kemudian salah satu sisi pada graf lintasan kabur P_5 yaitu (p_1, p_2) dihapus. Terhapusnya sisi ini berpengaruh terhadap bilangan dominasi maka sisi ini bukan sisi tak sensitif pada dominasi. Demikian juga dengan (p_2, p_3) dan (p_4, p_5), sisi-sisi ini merupakan sisi sensitif pada dominasi. Karena pada sisi (p_2, p_3) terdapat titik $p_2 \in D$ mendominasi $p_3 \in V - D$ dan pada sisi (p_4, p_5) terdapat titik $p_4 \in D$ mendominasi $p_5 \in V - D$. Sehingga jika sisi-sisi ini dihapus akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi.

Berbeda dengan sisi (p_3, p_4), pada sisi ini $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in V - D$. Sehingga hilangnya (p_3, p_4) tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Maka (p_3, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Jadi, graf lintasan kabur P_5 mempunyai maksimum satu sisi tak sensitif pada dominasi. Seperti pada gambar di bawah ini,



Gambar 3.6 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_3, p_4) Graf Lintasan Kabur P_5

3.1.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6)

Graf lintasan kabur P_6, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_6)}(p_i) = \beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dengan $1 \leq i \leq 6$ dan $1 \leq j \leq 5$. p_i dikatakan mendominasi p_{i+1} apabila setiap $\beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_6)}(p_i) \wedge$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\alpha_{V(P_6)}(p_{i+1})$ terpenuhi, sesuai dengan definisi 9 bab 2. Sehingga setiap p_i mendominasi p_{i+1} demikian juga sebaliknya.

Dengan demikian diperoleh himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_6 adalah $\{p_2, p_5\}$ sedemikian hingga $\bar{\gamma}(P_6) = 2$. Sehingga diperoleh bilangan dominasi,

$$\gamma(P_6) = |D| = \sum \alpha_{V(P_6)}(p_i), \forall p_i \in D$$

$$= \alpha_{V(P_6)}(p_2) + \alpha_{V(P_6)}(p_5) = k + k = 2k$$

Jadi, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_6)$ adalah $2k$ dengan p_2 dan p_5 sebagai titik-titik dominasi.

Jika (p_3, p_4) dihapus maka terhapusnya sisi ini tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Sehingga (p_3, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Sisi-sisi selain (p_3, p_4) pada graf lintasan kabur P_6 merupakan sisi sensitif pada dominasi. Jadi graf lintasan kabur P_6 hanya mempunyai satu sisi tak sensitif pada dominasi seperti gambar 3.7 berikut.

Gambar 3.7 Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_3, p_4) Graf Lintasan Kabur P_6

3.1.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7)

Pada graf lintasan kabur P_7 didefinisikan dengan, $\alpha_{V(P_7)}(p_i) = \beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) k \in [0,1]$ sedemikian hingga $1 \leq i \leq 7$ dan $1 \leq j \leq 6$. Sama halnya dengan langkah pada graf lintasan kabur P_4, graf lintasan kabur P_5, dan graf lintasan kabur P_6 pada graf lintasan kabur P_7 setiap p_i mendominasi p_{i+1} begitu juga sebaliknya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Kemudian didapatkan himpunan-himpunan dominasi pada graf lintasan kabur P_7 dengan kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum $\bar{\gamma}(P_7)$ adalah 3 sedemikian hingga himpunan-himpunan dominasi kabur tersebut ialah $\{p_1, p_3, p_6\}$, $\{p_1, p_4, p_6\}$, $\{p_1, p_4, p_7\}$, $\{p_2, p_4, p_6\}$, $\{p_2, p_4, p_7\}$, dan $\{p_2, p_5, p_7\}$. Himpunan-himpunan tersebut diperoleh dengan langkah seperti di bawah ini.

$D = \{p_1, p_3, p_6\}$

$V - D = \{p_2, p_4, p_5, p_7\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1, p_3 \in D$. $p_4 \in V - D$ hanya mendominasi $p_3 \in D$ dan $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_6\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5, p_7\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5, p_6\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4, p_6\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5, p_7\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_5, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_4, p_6 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5, p_7\}$ merupakan himpunan kabur dengan kardinalitas minimum.

Maka diperoleh bilangan dominasi $\gamma(P_7)$ sebagai berikut,

$$\gamma(P_7) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_3) + \alpha_{V(P_7)}(p_6) = k + k + k = 3k$$

$$\gamma(P_7) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_6) = k + k + k = 3k$$

$$\gamma(P_7) = |D_3| = \sum \alpha(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7) = k + k + k = 3k$$

$$\gamma(P_7) = |D_4| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_4$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_6) = k + k + k = 3k$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\gamma(P_7) = |D_5| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_5$$

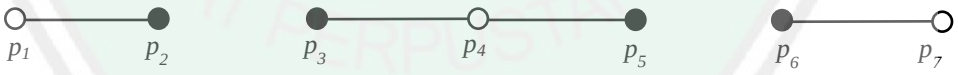
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7) = k + k + k = 3k$$

$$\gamma(P_7) = |D_6| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_6$$

$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_5) + \alpha_{V(P_7)}(p_7) = k + k + k = 3k$$

Jadi, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_7 adalah $3k$.

Karena minimum kardinalitas himpunan dominasi kabur pada graf lintasan kabur P_7 lebih dari satu, maka ambil salah satu himpunan yang mempnyai maksimum sisi tak sensitif pada dominasi yaitu himpunan dominasi kabur dengan $\{p_1, p_4, p_7\}$ sebagai titik-titik dominasi. Jika (p_2, p_3) dan (p_5, p_6) dihapus maka tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Sehingga (p_2, p_3) dan (p_5, p_6) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Sisi-sisi selain (p_2, p_3) dan (p_5, p_6) pada graf lintasan kabur P_7 merupakan sisi sensitif pada dominasi. Jadi graf lintasan kabur P_7 mempunyai maksimum dua sisi tak sensitif pada dominasi. Seperti pada gambar berikut.



Gambar 3.8 Sisi-Sisi Tak Sensitif Dominasi (p_2, p_3) dan (p_5, p_6) Graf Lintasan Kabur P_7

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 sampai graf lintasan kabur P_7 di atas, maka diperoleh bilangan dominasi untuk graf lintasan kabur $\gamma(P_8) = 3k$, $\gamma(P_9) = 3k$, $\gamma(P_{10}) = 4k$, $\gamma(P_{11}) = 4k$, dan seterusnya. Sedangkan maksimum sisi tak sensitif pada dominasi untuk graf lintasan kabur $\gamma(P_8 - e) = 2$, $\gamma(P_9 - e) = 2$, $\gamma(P_{10} - e) = 3$, $\gamma(P_{11} - e) = 3$, dan seterusnya. Sehingga didapatkan pola

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur (P_n) sebagaimana pada tabel 3.1 berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.1 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Konstan

No.	Graf Lintasan Kabur (P_n)	Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum $\overline{\gamma}(P_n)$	Bilangan Dominasi Kabur $\gamma(P_n)$	Sisi Tak Sensitif Dominasi $\gamma(P_n - e)$
1.	P_4	2	$2k$	1
2.	P_5	2	$2k$	1
3.	P_6	2	$2k$	1
4.	P_7	3	$3k$	2
5.	P_n	$\begin{cases} m+1;\ n=3m+1 \\ dan\ n=3m+2 \\ m;\ n=3m \end{cases}$	$\begin{cases} (m+1)\times\alpha_{V(P_n)}(p_i);\ n=3m+1 \\ dan\ n=3m+2 \\ m\times\alpha_{V(P_n)}(p_i);\ n=3m \end{cases}$	$\begin{cases} m; n=3m+1 \\ dan\ n=3m+2 \\ m-1; n=3m \end{cases}$

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG
PUSAT PERPUSTAKAAN

Berdasarkan hasil pola tabel 3.1, maka diperoleh lemma sebagai berikut.

Lemma 3.1

Kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan setiap titik konstan adalah

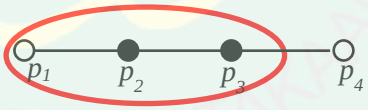
$$\bar{\gamma}(P_n) = \begin{cases} m+1;\ n = 3m+1\ dan\ 3m+2 \\ m;\ n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

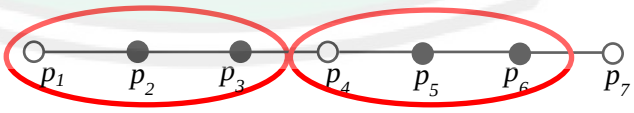
Bukti Lemma 3.1

1. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m+1$ Sedemikian Hingga $n = 3m+1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

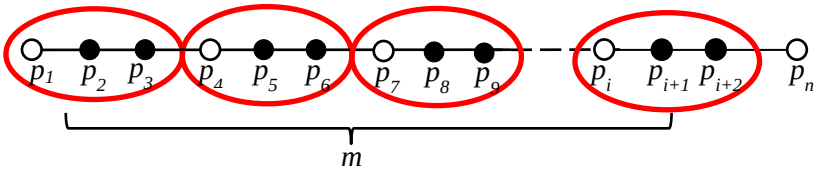
   Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m+1$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa satu titik. Seperti pada gambar-gambar berikut,



Gambar 3.9 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



Gambar 3.10 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan p_7 Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



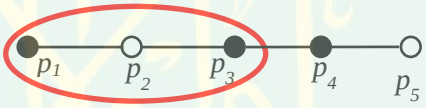
Gambar 3.11 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

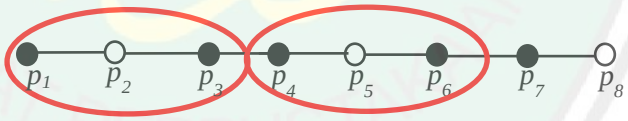
Berdasarkan gambar 3.9, 3.10, dan 3.11 dapat disimpulkan untuk setiap himpunan dominasi m terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Dengan demikian kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m+1})$ untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ konstan adalah $m + 1$.

2. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m + 1$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

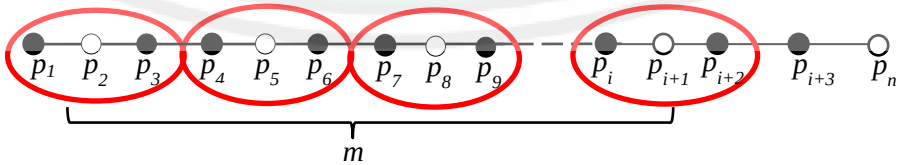
Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m + 2$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa dua titik. Seperti pada gambar-gambar berikut.



Gambar 3.12 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



Gambar 3.13 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



Gambar 3.14 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

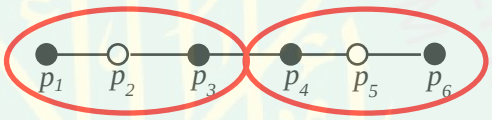
Dengan demikian untuk setiap himpunan dominasi m terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Sehingga diperoleh

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

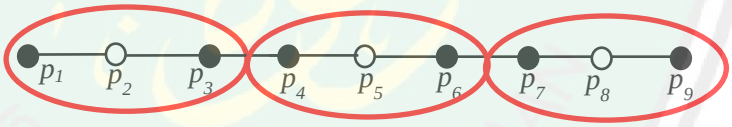
kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m+2})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ konstan adalah $m+1$.

3. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m$ Sedemikan Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

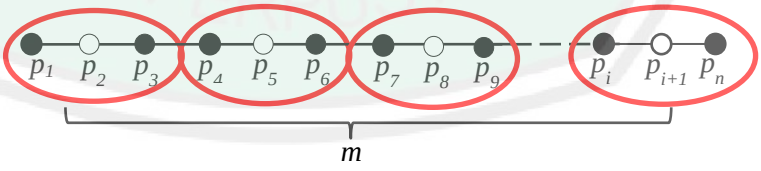
Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m$ untuk setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka titik-titik pada graf lintasan kabur tersebut akan habis atau tidak tersisa. Perhatikan gambar 3.15, 3.16, dan 3.17,



Gambar 3.15 Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



Gambar 3.16 Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan



Gambar 3.17 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

Berdasarkan gambar 3.15, 3.16, dan 3.17 pada graf lintasan kabur P_{3m}, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali maka titik-titik tersebut tidak tersisa atau habis dan setiap pengambilan himpunan dominasi sebanyak m maka terdapat satu titik dominasi. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi kabur

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ konstan adalah m.

Lemma 3.2

Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik konstan, sedemikian hingga $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ merupakan derajat keanggotan titik dari titik awal hingga titik akhir,

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m+1 \; dan \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad n = 3m+2 \\ m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

Bukti Lemma 3.2

1. **Untuk $\gamma(P_n) = (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Sedemikian Hingga $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Misalkan graf lintasan kabur P_n dengan jumlah titik $n = 3m+1$ sedemikian hingga $m = 1,2,3, \ldots$ contoh pada graf lintasan kabur P_4. Jika diambil tiga titik sebanyak m kali pengambilan maka terdapat satu titik dominasi dan satu titik dominasi pada titik sisa (berdasarkan bukti lemma 3.1). Setiap himpunan dominasi m memuat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi di titik sisa. Sehingga diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum adalah 2. Dengan demikian bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 dengan derajat keanggotaan titik konstan, yaitu

   $$\gamma(P_4) = k + k = 2k$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sama halnya dengan bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_{3m+2})$ sedemikian hingga untuk setiap $m = 1,2,3,\ldots$ contoh pada graf lintasan kabur P_5, untuk setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_5 sebanyak m kali pengambilan maka terdapat satu titik dominasi dan dua titik sisa sedemikian hingga satu titik sisa tersebut merupakan titik dominasi (berdasarkan bukti lemma 3.1). Setiap himpunan dominasi m memuat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa, diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum adalah 2. Maka bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_5 dengan derajat keanggotaan titik konstan, yaitu

$$\gamma(P_5) = k + k = 2k$$

Dengan demikian rumusan bilangan dominasi untuk setiap graf lintasan kabur $\gamma(P_{3m+1})$ dan $\gamma(P_{3m+2})$ adalah $(m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap derajat keanggotaan titik $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ konstan atau sama.

2. **Untuk $\gamma(P_n) = m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Sedemikian Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

Misalkan graf lintasan kabur P_n dengan jumlah titik $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 1,2,3,\ldots$ Contoh pada graf lintasan kabur P_6, untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pengambilan maka titik-titik pada graf lintasan kabur tersebut tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap m pengambilan terdapat satu titik dominasi (berdasarkan lemma 3.1). Maka kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum adalah 2, sehingga diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_6 dengan derajat keanggotaan titik konstan, yaitu

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\gamma(P_6) = k + k = 2k$$

Dengan demikian diperoleh rumusan bilangan dominasi untuk setiap graf lintasan kabur $\gamma(P_{3m})$ adalah $m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap derajat keanggotaan titik $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ sama atau konstan.

Lemma 3.3

Banyaknya sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik konstan adalah

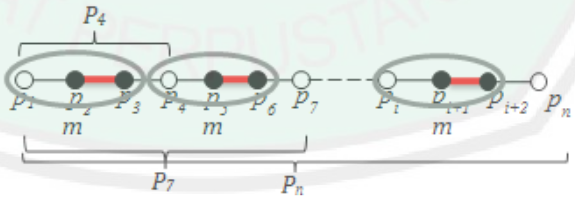
$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m + 1 \; dan \; n = 3m + 2 \\ m - 1; n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m + 1$ dan $n = 3m + 2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

Bukti Lemma 3.3

1. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Perhatikan graf lintasan kabur berikut,



Gambar 3.18 Sisi-Sisi Tak pada Sensitif Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

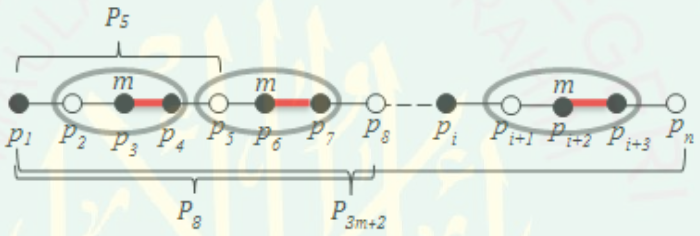
erdasarkan gambar 3.18 dan lemma 3.1, pada graf lintasan kabur P_{3m+1} sedemikian hingga setiap pengambilan tiga titik sebanyak m akan terdapat satu titik sisa dan titik tersebut merupakan titik dominasi. Sehingga untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali akan terdapat satu sisi tak sensitif pada

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dominasi. Contoh pada graf lintasan kabur P_4, maka $n = 4$ diperoleh $m = 1$. Maka sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_4 adalah 1. Dengan demikian untuk setiap m terdapat satu sisi tak sensitif pada dominasi. Sehingga sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_n - e)$ adalah m.

2. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

Perhatikan gambar berikut,



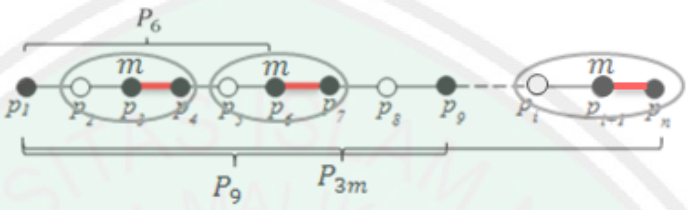
Gambar 3.19 Sisi-Sisi pada Tak Sensitif Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

Berdasarkan lemma 3.1 dan gambar 3.19, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali terdapat satu titik dominasi dan dua titik sisa sedemikian hingga satu di antaranya merupakan titik dominasi yaitu titik p_n. Titik p_3 terhubung langsung dengan titik dominasi di m pertama dan p_4 terhubung langsung dengan titik dominasi di m kedua. Sehingga untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak dua m, terdapat dua sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_{3m+2} sebanyak m kali diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak m.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Untuk $\gamma(P_n - e) = m - 1$ Sedemikian Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$

Perhatikan graf lintasan kabur P_n berikut,



Gambar 3.20 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Konstan

Berdasarkan lemma 3.1 dan gambar 3.20, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m$ dengan $m = 2, 3, 4, \ldots$ terdapat satu titik dominasi di setiap m dan tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap himpunan dominasi m memuat satu sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_{3m} adalah $m - 1$.

3.2 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan Derajat Keanggotaan Titik Selang-Seling

Penulis mendefinikan graf lintasan kabur $P_n(\alpha, \beta)$, untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil sedemikian hingga $p_i \in V$. Sedangkan untuk setiap i genap, $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = l \in [0,1]$ dengan $l > k$ sedemikian hingga $p_i \in V$. Untuk setiap $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ sedemikian hingga $(p_j, p_{j+1}) \in E$. Sehingga $\beta\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1})$ terpenuhi, maka setiap p_i mendominasi p_{i+1}, demikian juga sebaliknya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berikut ini adalah beberapa contoh bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur (P_n) yang dimulai dengan graf lintasan kabur empat titik (P_4), graf lintasan kabur lima titik (P_5), dan seterusnya hingga diperoleh kesimpulan untuk graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik selang-seling.

3.2.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4)

Graf lintasan kabur P_4, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_4)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil dan $\alpha_{V(P_4)}(p_i) = l \in [0,1]$ sedemikian hingga dengan i genap. Sedangkan untuk $\beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k = \alpha_{V(P_4)}(p_i)$ sedemikian hingga $1 \leq i \leq 4$ dan $1 \leq j \leq 3$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu $\beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_4)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_4)}(p_{i+1})$ dengan demikian p_i saling mendominasi p_{i+1}.

Setelah diketahui titik-titik yang mendominasi, kemudian diperoleh himpunan-himpunan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 dengan kardinalitas minimum sebagai berikut,

$D = \{p_1, p_3\}$

$V - D = \{p_2, p_4\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4\}$

$V - D = \{p_2, p_3\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_4, p_1\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_3\}$

$V - D = \{p_1, p_4\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_3\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4\}$

$V - D = \{p_1, p_3\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_3\}, \{p_1, p_4\}, \{p_2, p_3\}, \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum $\bar{\gamma}(P_4)$ adalah 2 pada graf lintasan kabur P_4. Sehingga diperoleh bilangan dominasi $\gamma(P_4)$ sebagai berikut:

$$\gamma(P_4) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = k + k = 2k$$

$$\gamma(P_4) = |D_2| = \sum \alpha(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = k + l$$

$$\gamma(P_4) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = l + k = k + l$$

$$\gamma(P_4) = |D_4| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_4$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = l + l = 2l$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bilangan dominasi minimum adalah $2k$ yaitu pada titik-titik dominasi p_1 dan p_3. Karena pada himpunan ini tidak ditemukan adanya sisi tak sensitif pada dominasi maka dipilih himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum yang mempunyai banyak sisi tak sensitif pada dominasi maksimum yaitu pada titik-titik dominasi p_1 dan p_4 dengan bilangan dominasi $k + l$.

Apabila sisi (p_2, p_3) dihapus maka terhapusnya sisi tersebut tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena $p_2 \in V - D$ terhubung langsung dengan $p_3 \in V - D$ dengan kata lain kedua titik tersebut merupakan titik $V - D$. Jika salah satu di antara kedua titik tersebut merupakan bagian dari dominasi dan terhubung langsung satu sama lain maka hal tersebut dapat berpengaruh terhadap bilangan dominasi.

3.2.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5)

Pada graf lintasan kabur P_5, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_5)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil dan $\alpha_{V(P_5)}(p_i) = l \in [0,1]$ sedemikian hingga $l \in [0,1]$ dengan i genap. Sedangkan untuk $\beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k = \alpha_{V(P_5)}(p_i)$ sedemikian hingga $1 \leq i \leq 5$ dan $1 \leq j \leq 4$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu $\beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_5)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_5)}(p_{i+1})$, dengan demikian p_i saling mendominasi p_{i+1}.

Berdasarkan definisi 9 pada bab 2, diperoleh semua himpunan dominasi yang terdapat pada graf lintasan kabur P_5. Kemudian dipilih himpunan-himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum sebagai berikut:

$D = \{p_1, p_4\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$V - D = \{p_2, p_3, p_5\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ dan $p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_5\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4\}$

$p_1 \in V - D$ dan $p_3 \in D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

Berikut ini adalah bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_5 berdasarkan hasil langkah sebelumnya.

$$\gamma(P_5) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_1) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = k + l$$

$$\gamma(P_5) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_2) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = l + l = 2l$$

$$\gamma(P_5) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_5)}(p_2) + \alpha_{V(P_5)}(p_5) = l + k = k + l$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jadi, bilangan dominasi minimum dari ketiga bilangan dominasi di atas adalah $k + l$ yaitu pada himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum $\{p_1, p_4\}$ dan $\{p_2, p_5\}$.

Misalkan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum minimum yang diambil ialah $\{p_1, p_4\}$ yaitu pada titik-titik dominasi p_1 dan p_4. Apabila salah satu sisinya yaitu (p_2, p_3) dihapus maka terhapusnya sisi tersebut tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena $p_2 \in V - D$ terhubung langsung dengan $p_3 \in V - D$ dengan kata lain sisi (p_2, p_3) tidak terkait langsung dengan titik-titik dominasi. Demikian juga dengan sisi (p_3, p_4) dengan titik-titik dominasi p_2 dan p_5. Jadi, graf lintasan kabur P_5 mempunyai satu sisi tak sensitif pada dominasi.

3.2.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6)

Pada graf lintasan kabur P_6, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_6)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil sedangkan untuk i genap, $\alpha_{V(P_6)}(p_i) = l \in [0,1]$ sedemikian hingga $l = (k + \pi) \in [0,1]$. Untuk $\beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k = \alpha_{V(P_6)}(p_i)$ sedemikian hingga $1 \leq i \leq 5$ dan $1 \leq j \leq 4$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu $\beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_6)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_6)}(p_{i+1})$, dengan demikian p_i saling mendominasi p_{i+1}.

Karena titik-titik pada graf lintasan kabur P_6 saling mendominasi, maka diperoleh himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum, yaitu:

$D = \{p_2, p_5\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4, p_6\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$ sedangkan $p_4, p_6 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum dan diperoleh bilangan dominasi sebagai berikut,

$\gamma(P_6) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_6)}(p_i), \forall p_i \in D_1$

$= \alpha_{V(P_6)}(p_2) + \alpha_{V(P_6)}(p_5) = l + k = k + l$

Maka bilangan dominasi minimum pada graf lintasan kabur, $\gamma(P_6)$ adalah $k + l$ yaitu pada titik-titik dominasi p_2 dan p_5.

Sama halnya dengan graf lintasan kabur P_5, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_6 adalah $l + k$ yaitu pada titik-titik dominasi p_2 dan p_5. Apabila salah satu sisinya yaitu (p_3, p_4) dihapus maka terhapusnya sisi tersebut tidak akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in V - D$ dengan kata lain sisi (p_3, p_4) tidak terkait langsung dengan titik-titik dominasi pada graf lintasan kabur P_6. Sehingga (p_3, p_4) disebut sisi tak sensitif pada dominasi.

3.2.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7)

Pada Graf lintasan kabur P_7, diberikan $\alpha_{V(P_7)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan i ganjil dan $\alpha_{V(P_7)}(p_i) = l = (k + \pi) \in [0,1]$ dengan i genap. Sedangkan untuk $\beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k = \alpha_{V(P_7)}(p_i)$ sedemikian hingga $1 \leq i \leq 7$ dan $1 \leq j \leq 6$. Sehingga memenuhi syarat $\beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_7)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_7)}(p_{i+1})$, dengan demikian p_i saling mendominasi p_{i+1}.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Karena setiap p_i mendominasi p_{i+1}, dan berlaku sebaliknya maka diperoleh himpunan-himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum sebagai berikut.

$D = \{p_1, p_3, p_6\}$

$V - D = \{p_2, p_4, p_5, p_7\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1, p_3 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$, $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5, p_6\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3 \in V - D$ dan $p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, $p_6 \in V - D$ mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_6\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5, p_7\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, $p_6 \in V - D$ mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$D = \{p_2, p_5, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4, p_6 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$, $p_6 \in V - D$ mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5, p_7\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

Selanjutnya mentukan bilangan dominasi dengan cara menjumlahkan derajat keanggotaan pada setiap titik-titik dominasi, seperti di bawah ini:

$$\gamma(P_7) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_3) + \alpha_{V(P_7)}(p_6)$$
$$= k + k + l = 2k + l$$

$$\gamma(P_7) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_6)$$
$$= k + l + l = k + 2l$$

$$\gamma(P_7) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= k + l + k = 2k + l$$

$$\gamma(P_7) = |D_4| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_4$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= l + l + k = 2l + k = k + 2l$$

$$\gamma(P_7) = |D_5| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_5$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_5) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= l + k + k = l + 2k = 2k + l$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jadi, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_7 adalah $2k + l$.

Berdasarkan hasil langkah kedua, diperoleh $\gamma(P_7)$ adalah $2k + l$ dengan titik-titik dominasi pada himpunan dominasi kabur kardinalitas minimum adalah $\{p_1, p_3, p_6\}, \{p_1, p_4, p_7\}$, dan $\{p_2, p_5, p_7\}$. Namun, sisi tak sensitif pada dominasi maksimum yaitu pada himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum $\{p_1, p_4, p_7\}$. Pada himpunan ini ditemukan adanya sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak dua sisi yaitu pada (p_2, p_3) dan (p_5, p_6).

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur P_4 sampai graf lintasan kabur P_7 dengan derajat keanggotaan titik selang-seling, untuk selanjutnya diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_8) = 2k + l$, $\gamma(P_9) = 3k + l$, $\gamma(P_{10}) = 2k + 2l$, $\gamma(P_{11}) = 2k + 2l$, dan seterusnya. Sisi tak sensitif pada dominasi, $\gamma(P_8 - e) = 2$, $\gamma(P_9 - e) = 2$, $\gamma(P_{10} - e) = 2$, $\gamma(P_{11} - e) = 3$. Begitu juga dengan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi untuk graf selanjutnya hingga graf lintasan kabur P_n. Sehingga didapatkan pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur-n (P_n) sebagaimana pada tabel 3.2 berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.2 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Selang-Seling

No.	Graf Lintasan Kabur (P_n)	Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum $\bar{\gamma}(P_n)$	Bilangan Dominasi Kabur $\gamma(P_n)$	Sisi Tak Sensitif Dominasi $\gamma(P_n - e)$
1.	P_4	2	$k + l$	1
2.	P_5	2	$k + l$	1
3.	P_6	2	$k + l$	1
4.	P_7	3	$2k + l$	2
5.	P_n	$\begin{cases} m+1;\ n = 3m+1 \\ \quad dan\ n = 3m+2 \\ m;\ n = 3m \end{cases}$	$\begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \\ \quad dan\ n = 6m \\ ((m+1)k) \times (m \times l); n = 6m+1 \\ \quad dan\ \ n = 6m+2 \\ ((m+2)k) \times (m \times l);\ n = 6m+3 \end{cases}$	$\begin{cases} m; n = 3m+1 \\ \ dan\ n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG
PUSAT PERPUSTAKAAN

Berdasarkan hasil pola pada tabel 3.2, maka diperoleh lemma sebagai berikut.

Lemma 3.4

Kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik selang-seling adalah

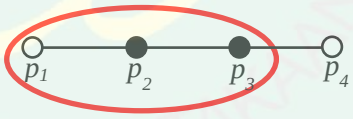
$$\bar{\gamma}(P_n) = \begin{cases} m+1;\ n = 3m+1\ dan\ n = 3m+2 \\ m;\ n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

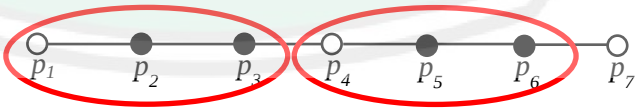
Bukti Lemma 3.4

1. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m+1$ Sedemikian Hingga $n = 3m+1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

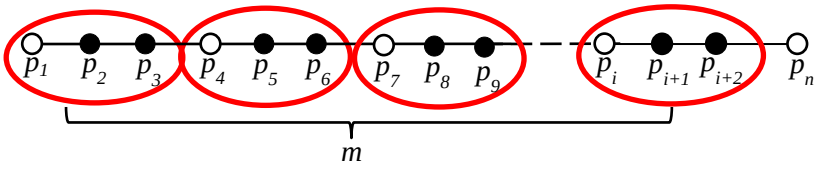
   Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m+1$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Seperti pada gambar-gambar berikut,



Gambar 3.21 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



Gambar 3.22 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan p_7 Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



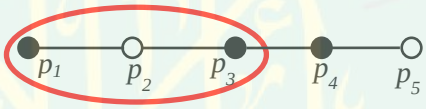
Gambar 3.23 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

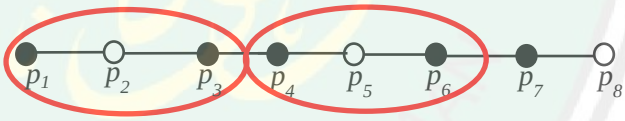
Berdasarkan gambar 3.21, 3.22, dan 3.23 untuk setiap himpunan dominasi m maka terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Sehingga diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{m+1})$ untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ selang-seling adalah $m+1$.

2. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m+1$ Sedemikian Hingga $n = 3m+2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

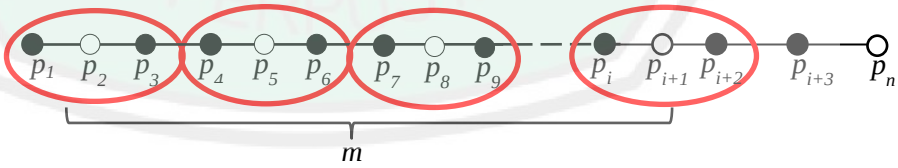
Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m+2$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa dua titik. Seperti pada gambar-gambar berikut,



Gambar 3.24 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



Gambar 3.25 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



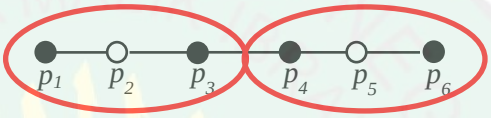
Gambar 3.26 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Dengan demikian untuk setiap himpunan dominasi m terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Sehingga diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m+2})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ selang-seling adalah $m+1$.

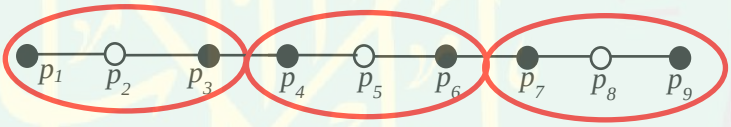
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = 3m$ Sedemikan Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$

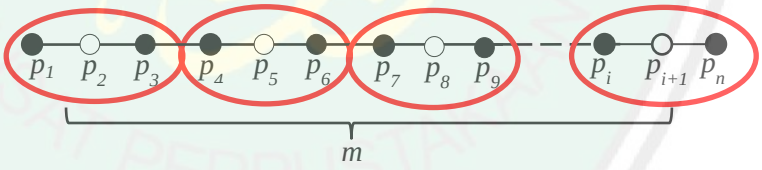
Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m$ untuk setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka titik-titik pada graf lintasan kabur tersebut akan habis atau tidak tersisa. Seperti pada gambar-gambar berikut,



Gambar 3.27 Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



Gambar 3.28 Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling



Gambar 3.29 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Berdasarkan gambar 3.27, 3.28, dan 3.29 pada graf lintasan kabur P_{3m}, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali maka titik-titik tersebut tidak tersisa atau habis dan setiap pengambilan himpunan dominasi sebanyak m maka terdapat satu titik dominasi. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ selang-seling adalah m.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lemma 3.5

Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik selang-seling, adalah

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \; dan \; n = 6m \\ ((m+1)k) \times (m \times l); n = 6m+1 \; dan \; n = 6m+2 \\ ((m+2)k) \times (m \times l); n = 6m+3 \end{cases}$$

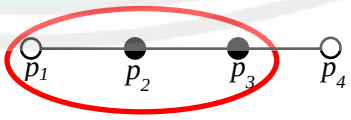
Untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ dan untuk setiap $k = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ dengan i ganjil dan $l = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ dengan i genap.

Bukti Lemma 3.5

1. **Untuk $\gamma(P_n) = m \times (k+l)$ Sedemikian Hingga $n = 6m-2$, $n = 6m-1$ dan $n = 6m$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Misalkan pada graf lintasan kabur $n = 6m-2, n = 6m-1 \; dan \; n = 6m$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Maka untuk graf lintasan kabur P_4, graf lintasan kabur P_5 dan graf lintasan kabur P_6 diperoleh $m = 1$.

   Pada graf lintasan kabur P_4 jika diambil tiga titik sebanyak satu kali maka terdapat satu titik dominasi pada m dan satu titik dominasi pada titik sisa. Seperti pada gambar berikut,



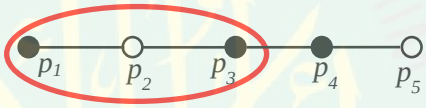
Gambar 3.30 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Berdasarkan gambar 3.30 diketahui bahwa setiap pengambilan tiga titik sebanyak m terdapat satu titik dominasi yaitu pada setiap titik $p_i \in V$ dengan i ganjil, ditambah satu titik dominasi pada titik sisa yang merupakan titik $p_i \in V$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan i genap. Untuk setiap $\alpha_{V(P_4)}(p_i)$ dengan i ganjil dinotasikan dengan k dan untuk setiap $\alpha_{V(P_4)}(p_i)$ dinotasikan dengan l. Sedemikian hingga $l > k$, maka diperoleh bilangan dominasi $\gamma(P_4) = k + l = 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3$. Sehingga bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_{6m-2} adalah $m \times (k + l)$ dengan $\alpha_{V(P_4)}(p_i)$ derajat keanggotaan setiap titik selang-seling.

Pada graf lintasan kabur P_5 jika diambil tiga titik sebanyak satu kali maka terdapat dua titik sisa, sedemikian hingga satu titik dominasi pada m dan satu titik dominasi pada titik sisa. Perhatikan gambar berikut,

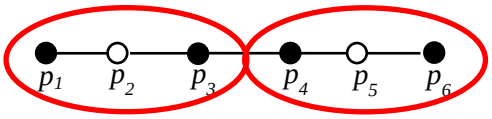


Gambar 3.31 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Untuk graf lintasan kabur P_5 titik-titik dominasi terletak pada kardinalitas minimum himpunan dominasi kabur yaitu di titik p_2 sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan i genap dan p_5 sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan i ganjil. Sehingga diperoleh $\gamma(P_n) = l + k = k + l = 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3$. Pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_5 sebanyak satu kali pengambilan (m) sedemikian hingga m memuat satu titik dominasi. Dapat disimpulkan bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_{6m-1} adalah $\gamma(P_n) = m \times (k + l)$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ selang-seling.

Demikian juga untuk graf lintasan kabur P_6. Perhatikan gambar berikut,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



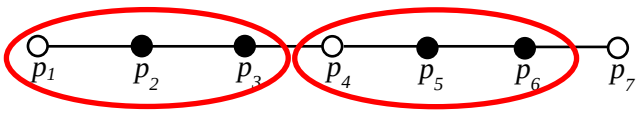
Gambar 3.32 Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_6
dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pada graf lintasan kabur P_6 tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap m terdapat satu titik dominasi. Himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_6 adalah $\{p_2, p_5\}$ sedemikian hingga $p_2 \in V$ merupakan titik dengan i genap dan $p_5 \in V$ merupakan titik dengan i ganjil. Sehingga bilangan dominasinya adalah $\gamma(P_6) = l + k = k + l = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3$. Dengan demikian, bilangan dominasi untuk graf lintasan kabur P_{6m} adalah $m \times (k + l)$ dengan derajat keanggotaan titik selang-seling.

2. **Untuk $\gamma(P_n) = \big((m+1)k\big) \times (m \times l)$ Sedemikian Hingga $n = 6m + 1$ dan $n = 6m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

Misalkan pada graf lintasan kabur dengan $n = 6m + 1$ dan $n = 6m + 2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$. Untuk graf lintasan kabur P_7 dan graf lintasan kabur P_8 maka diperoleh $m = 1$.

Perhatikan graf lintasan kabur P_7 berikut ini,



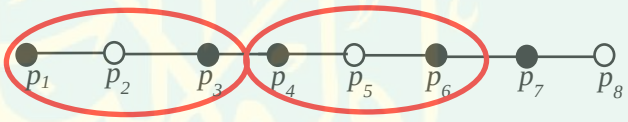
Gambar 3.33 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_7
dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Pada graf lintasan kabur P_7 himpunan dominasi kabur minimum terletak pada dua titik i ganjil dan satu titik i genap. Berdasarkan lemma 3.4, setiap

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pengambilan tiga titik sebanyak m kali maka terdapat satu titik sisa sedemikian hingga titik sisa tersebut merupakan bilangan dominasi. Maka $\gamma(P_7) = k + l + k = 2k + l = 2(0,1) + 0,2 = 0,3$. Dengan demikian untuk setiap P_{6m+1} dengan $m = 1,2,3,\ldots$ maka diperoleh bilangan dominasi $\gamma(P_{6m+1})$ adalah $\big((m+1)k\big) \times (m \times l)$ untuk setiap derajat keanggotaan titik selang-seling.

Selanjutnya untuk graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 6m + 2$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$. Berdasarkan lemma 3.4 pada graf lintasan kabur P_8, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali maka terdapat dua titik sisa sedemikian hingga salah satu titik merupakan titik dominasi. Perhatikan gambar berikut,



Gambar 3.34 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Kardinalitas minimum himpunan dominasi kabur P_8 terletak pada titik-titik p_2, p_5 dan p_8 yaitu satu titik dominasi dengan i ganjil dan dua titik dominasi dengan i genap, sehingga diperoleh $\gamma(P_8) = l + k + l = 2l + k = 2(0,2) + 0,1 = 0,5$. Dengan demikian untuk setiap P_{6m+2} dengan $m = 1,2,3,\ldots$ diperoleh bilangan dominasi $\gamma(P_n) = \big((m+1)k\big) \times (m \times l)$ dengan derajat keanggotaan titik selang-seling.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Untuk $\gamma(P_n) = \big((m+2)k\big) \times (m \times l)$ Sedemikian Hingga $n = 6m + 3$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$

Pada graf lintasan kabur P_n, sedemikian hingga $n = 6m + 3$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Misalkan pada graf lintasan kabur P_9, diperoleh $m = 1$. $k = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap i ganjil dan $l = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap i genap sedemikian hingga $l > k$. Maka diperoleh bilangan dominasi,

$$\gamma(P_9) = \big((m+2)k\big) \times (m \times l) = \big((1+2)k\big) \times (1 \times l) = 3k + l$$

Berdasarkan lemma 3.4, untuk setiap pengambilan titik sebanyak m kali pada graf lintasan kabur P_9 tidak terdapat titik sisa. Setiap m terdapat satu titik dominasi sedemikian hingga terdapat tiga titik i ganjil dan satu titik i genap. Sehingga diperoleh,

$$\gamma(P_9) = k + l + k + k = 3k + l$$

Demikian seterusnya untuk P_{6m+3} sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$. Berdasarkan hal tersebut maka diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_{6m+3} adalah $\big((m+2)k\big) \times (m \times l)$ untuk setiap derajat keanggotaan titik selang-seling.

Lemma 3.6

Banyaknya sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur P_n untuk setiap derajat keanggotaan titik mononton naik turun sebagai berikut:

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m + 1 \; dan \; n = 3m + 2 \\ m - 1; n = 3m \end{cases}$$

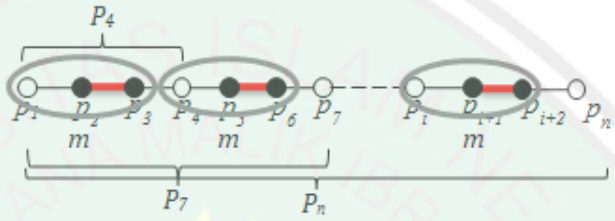
Untuk setiap $n = 3m + 1$ dan $n = 3m + 2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

padaBukti Lemma 3.6

1. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Untuk $n = 3m + 1$, seperti pada gambar graf lintasan kabur P_n berikut,



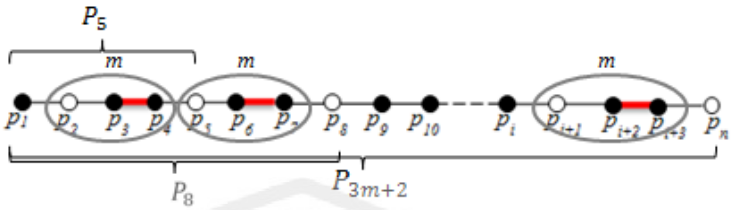
   Gambar 3.35 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

   Graf pada gambar 3.35 merupakan graf lintasan kabur P_{3m+1}. Berdasarkan gambar 3.35 untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak m akan terdapat satu titik sisa dan titik tersebut merupakan titik dominasi (sesuai dengan bukti lemma 3.4). Sehingga titik p_2 terhubung langsung dengan titik dominasi di m pertama dan p_3 terhubung langsung dengan titik dominasi di m kedua. Sehingga (p_2, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_{3m+1} sebanyak m kali diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak m.

2. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m + 2$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$. Perhatikan gambar berikut,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

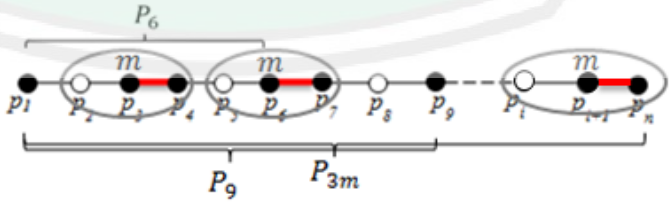


Gambar 3.36 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Berdasarkan lemma 3.4 dan gambar 3.36, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali terdapat satu titik dominasi. Titik p_3 terhubung langsung dengan titik dominasi di m pertama dan p_4 terhubung langsung dengan titik dominasi di m kedua. Sehingga untuk setiap pengambilan tiga titik tersebut sebanyak satu kali pengambilan pada graf lintasan kabur P_{3m+2} terdapat satu sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_{3m+2} diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak m.

3. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m - 1$ Sedemikian Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$**

Pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ seperti pada gambar di bawah ini,



Gambar 3.37 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Selang-Seling

Berdasarkan lemma 3.4 dan gambar 3.37, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan $m = 2, 3, 4, \ldots$ terdapat satu titik dominasi di setiap m dan tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap himpunan dominasi m memuat satu sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_{3m} adalah $m - 1$.

3.3 Bilangan Dominasi dan Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur dengan Derajat Keanggotaan Titik Monoton Naik

Penulis mendefinikan graf lintasan kabur $P_n\ (\alpha, \beta)$ terdapat $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$ dengan $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ untuk setiap $1 \leq i \leq n$. Untuk setiap $(p_j, p_{j+1}) \in E$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_n)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(P_n)}(p_i) = k \in [0,1]$. Maka $\beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k + (j-1)\pi$ dengan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_n)}\left((p_j, p_{j+1})\right) - \beta_{E(P_n)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right)$, untuk setiap $1 \leq j \leq n - 1$. Sehingga setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi.

Berikut ini adalah beberapa contoh bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur (P_n) yang dimulai dengan graf lintasan kabur empat titik (P_4), graf lintasan kabur lima titik (P_5), dan seterusnya hingga diperoleh kesimpulan untuk graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik monoton naik.

3.3.1 Graf Lintasan Kabur Empat Titik (P_4)

Graf lintasan kabur P_4, penulis mendefinisikan $\alpha_{V(P_4)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(P_4)}(p_i) + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_4)}(p_i) = k \in [0,1]$ untuk setiap $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(P_4)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_4)}(p_i)$ sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \leq i \leq 4$. Untuk setiap $\beta_{E(P_4)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) = \beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) + (j-1)\pi$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_4)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) - \beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right)$ dengan $1 \leq j \leq 3$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu, $\beta_{E(P_4)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_4)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_4)}(p_{i+1})$ akibatnya setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi.

Sehingga dapat diperoleh himpunan-himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum sebagai berikut.

$D = \{p_1, p_3\}$

$V - D = \{p_2, p_4\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$ dan $p_3 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4\}$

$V - D = \{p_2, p_3\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_3\}$

$V - D = \{p_1, p_4\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4 \in V - D$ mendominasi $p_3 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_2\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4\}$

$V - D = \{p_1, p_3\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

Maka himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum pada graf lintasan kabur P_4 adalah $\{p_1, p_3\}, \{p_1, p_4\}, \{p_2, p_3\}, \{p_2, p_4\}$ dengan $\bar{\gamma}(P_4)$ yaitu 2, sehingga $\gamma(P_4)$ dapat diperoleh seperti berikut,

$$\gamma(P_4) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = k + (k + 2\pi) = 2k + 2\pi$$
$$\gamma(P_4) = |D_2| = \sum \alpha(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_1) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = k + (k + 3\pi) = 2k + 3\pi$$
$$\gamma(P_4) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_4)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_3) = (k + \pi) + (k + 3\pi) = 2k + 4\pi$$
$$\gamma(P_4) = |D_4| = \sum \alpha(p_i), \forall p_i \in D_4$$
$$= \alpha_{V(P_4)}(p_2) + \alpha_{V(P_4)}(p_4) = (k + \pi) + (k + 3\pi) = 2k + 4\pi$$

Berdasarkan keempat bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4, dengan p_1 dan p_3 sebagai titik-titik dominasi, maka titik-titik dominasi p_1 dan p_3 mempunyai nilai paling kecil namun tidak terdapat sisi tak sensitif pada dominasi. Sehingga dipilih bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_4)$ adalah $2k + 3\pi$ dengan titik-titik dominasi p_1 dan p_4.

Jika (p_1, p_2) dihapus maka terhapusnya sisi tersebut akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena $p_1 \in D$ mendominasi $p_2 \in V - D$ dan p_1 terhubung langsung dengan p_2. Jika (p_1, p_2) dihapus maka p_1 tidak lagi mendominasi p_2. Sehingga dapat mempengaruhi bilangan dominasi. Sedangkan jika sisi (p_2, p_3) dihapus dapat berpengaruh terhadap bilangan dominasi maka sisi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ini disebut sisi tak sensitif pada dominasi. Jadi, graf lintasan kabur P_4 dengan titik monoton naik mempunyai satu sisi tak sensitif pada dominasi.

3.3.2 Graf Lintasan Kabur Lima Titik (P_5)

Pada graf lintasan kabur P_5, penulis mendefinisikan $\alpha_{V(P_5)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(P_5)}(p_i) + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_5)}(p_i) = k \in [0,1]$ untuk setiap $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(P_5)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_5)}(p_i)$ sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan $1 \leq i \leq 5$. Untuk setiap $\beta_{E(P_5)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) = \beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) + (j-1)\pi$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_5)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) - \beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right)$ dengan $1 \leq j \leq 4$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu, $\beta_{E(P_5)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_5)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_5)}(p_{i+1})$ akibatnya setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi.

Selanjutnya diperoleh himpunan-himpunan dominasi minimum pada graf lintasan kabur P_5 dengan kardinalitas minimum sebagai berikut:

$D = \{p_1, p_4\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$, $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, \mathrm{p}_4\}$

$\mathrm{V} - \mathrm{D} = \{\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_3, \mathrm{p}_5\}$

$\mathrm{p}_1 \in \mathrm{V} - \mathrm{D}$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_3 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$, maka $D = \{p_2, p_4\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sehingga kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur P_5 dengan derajat keanggotaan titik monoton naik adalah 2. Maka diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_5 sebagai berikut:

$$\gamma(P_5) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$

$$= \alpha_{V(P_5)}(p_1) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = k + (k + 3\pi) = 2k + 3\pi$$

$$\gamma(P_5) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_5)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$

$$= \alpha_{V(P_5)}(p_2) + \alpha_{V(P_5)}(p_4) = (k + \pi) + (k + 3\pi) = 2k + 4\pi$$

Jadi, bilangan dominasi minimum adalah $2k + 3\pi$ yaitu pada titik-titik dominasi p_1 dan p_4.

Apabila salah satu sisinya yaitu (p_1, p_2) dihapus maka terhapusnya sisi tersebut akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena $p_1 \in D$ mendominasi $p_2 \in V - D$. Jika (p_1, p_2) dihapus maka p_1 tidak lagi mendominasi p_2 dan akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Begitu juga untuk (p_3, p_4) dan (p_4, p_5). Berbeda halnya dengan (p_2, p_3). Jika sisi ini dihapus, maka tidak akan mempengaruhi bilangan dominasi. Jadi, sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_5 dengan derajat keanggotaan titik monoton naik mempunyai satu sisi tak sensitif pada dominasi.

3.3.3 Graf Lintasan Kabur Enam Titik (P_6)

Graf lintasan kabur P_6, didefinisikan dengan $\alpha_{V(p_6)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(p_6)}(p_i) + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(p_6)}(p_i) = k \in [0,1]$ untuk setiap $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(p_6)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(p_6)}(p_i)$ sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan $1 \leq i \leq 6$. Untuk setiap $\beta_{E(P_6)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) = \beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) + (j-1)\pi$ sedemikian hingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_6)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) - \beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right)$ dengan $1 \leq j \leq 5$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu, $\beta_{E(P_6)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(p_6)}(p_i) \wedge \alpha_{V(p_6)}(p_{i+1})$ akibatnya setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi.

Kemudian diperoleh himpunan-himpunan dominasi. Dari semua himpunan-himpunan dominasi tersebut kemudian diambil himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum. Sehingga didapatkan himpunan-himpunan berikut ini,

$D = \{p_2, p_5\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$, $p_4, p_6 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

Berdasarlan langkah di atas, diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_6 yaitu,

$$\gamma(P_6) = |D| = \sum \alpha_{V(p_6)}(p_i), \forall p_i \in D$$

$$= \alpha_{V(p_6)}(p_2) + \alpha_{V(p_6)}(p_5) = (k + \pi) + (k + 4\pi) = 2k + 5\pi$$

Jadi, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_6 adalah $2k + 5\pi$, sedemikian hingga kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum adalah 2 dengan titik-titik dominasi p_2 dan p_5.

Jika (p_3, p_4) dihapus maka tidak akan berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Sehingga (p_3, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Sisi-sisi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

selain (p_3, p_4) pada graf kabur P_6 merupakan sisi sensitif dominasi. Jadi graf lintasan kabur P_6 hanya mempunyai satu sisi tak sensitif pada dominasi.

3.3.4 Graf Lintasan Kabur Tujuh Titik (P_7)

Graf lintasan kabur P_7, didefinisikan dengan $\alpha_{V(P_7)}(p_{i+1}) = \alpha_{V(P_7)}(p_i) + (i-1)\pi$ sedemikian hingga $\alpha_{V(P_7)}(p_i) = k \in [0,1]$ untuk setiap $\pi \in [0,1] = \alpha_{V(P_7)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_7)}(p_i)$ sedemikian hingga $p_i \in V$ dengan $1 \leq i \leq 7$. Untuk setiap $\beta_{E(P_7)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) = \beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) + (j-1)\pi$ sedemikian hingga $\beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = k \in [0,1]$ dan $\pi \in [0,1] = \beta_{E(P_7)}\left((p_{j+1}, p_{j+2})\right) - \beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right)$ dengan $1 \leq j \leq 6$. Sehingga memenuhi syarat dominasi yaitu, $\beta_{E(P_7)}\left((p_j, p_{j+1})\right) = \alpha_{V(P_7)}(p_i) \wedge \alpha_{V(P_7)}(p_{i+1})$ akibatnya setiap p_i dan p_{i+1} saling mendominasi.

Selanjutnya diperoleh himpunan-himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum seperti berikut ini,

$D = \{p_1, p_3, p_6\}$

$V - D = \{p_2, p_4, p_5, p_7\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1, p_3 \in D$. $p_4 \in V - D$ hanya mendominasi $p_3 \in D$ dan $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_3, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_6\}$

$\mathrm{V} - \mathrm{D} = \{\mathrm{p}_2, \mathrm{p}_3, \mathrm{p}_5, \mathrm{p}_7\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_1, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_2, p_3, p_5, p_6\}$

$p_2 \in V - D$ mendominasi $p_1 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_1, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4, p_6\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5, p_7\}$

$p_1 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$. $p_5, p_7 \in V - D$ mendominasi $p_6 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4, p_6\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_4, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_5, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_3, p_5 \in V - D$ mendominasi $p_4 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_4, p_7\}$ merupakan himpunan dominasi kabur dengan kardinalitas minimum.

$D = \{p_2, p_5, p_7\}$

$V - D = \{p_1, p_3, p_4, p_6\}$

$p_1, p_3 \in V - D$ mendominasi $p_2 \in D$. $p_4, p_6 \in V - D$ mendominasi $p_5 \in D$ dan $p_6 \in V - D$ hanya mendominasi $p_7 \in D$. Maka $D = \{p_2, p_5, p_7\}$ merupakan himpunan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maka himpunan-himpunan bilangan dominasi minimum graf lintasan kabur P_7 adalah $\{p_1, p_3, p_6\}$, $\{p_1, p_4, p_6\}$, $\{p_1, p_4, p_7\}$,$\{p_2, p_4, p_6\}$, $\{p_2, p_4, p_7\}$, $\{p_2, p_5, p_7\}$ dengan kardinalitas himpunan minimum $\bar{\gamma}(P_7)$ adalah 3. Selanjutnya diperoleh bilangan dominasi seperti berikut ini:

$$\gamma(P_7) = |D_1| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_1$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_3) + \alpha_{V(P_7)}(p_6)$$
$$= k + (k + 2\pi) + (k + 5\pi) = 3k + 7\pi$$

$$\gamma(P_7) = |D_2| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_2$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_6)$$
$$= k + (k + 3\pi) + (k + 5\pi) = 3k + 8\pi$$

$$\gamma(P_7) = |D_3| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_3$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_1) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= k + (k + 3\pi) + (k + 6\pi) = 3k + 9\pi$$

$$\gamma(P_7) = |D_4| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_4$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_6)$$
$$= (k + \pi) + (k + 3\pi) + (k + 5\pi) = 3k + 9\pi$$

$$\gamma(P_7) = |D_5| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_5$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_4) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= (k + \pi) + (k + 3\pi) + (k + 6\pi) = 3k + 10\pi$$

$$\gamma(P_7) = |D_6| = \sum \alpha_{V(P_7)}(p_i), \forall p_i \in D_6$$
$$= \alpha_{V(P_7)}(p_2) + \alpha_{V(P_7)}(p_5) + \alpha_{V(P_7)}(p_7)$$
$$= (k + \pi) + (k + 4\pi) + (k + 6\pi) = 3k + 11\pi$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jadi, bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_7 adalah $3k + 9\pi$ yaitu dengan titik-titik dominasi p_1, p_4 dan p_7.

Berdasarkan hasil langkah kedua, dengan bilangan dominasi $3k + 9\pi$ diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak dua yaitu pada sisi (p_2, p_3) dan sisi (p_5, p_6). Kedua sisi ini jika dihapus tidak berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Karena pada sisi (p_2, p_3), $p_2 \in V - D$ terhubung langsung dengan $p_3 \in V - D$ sehingga jika sisi ini dihapus berpengaruh terhadap bilangan dominasi. Begitu juga dengan sisi (p_5, p_6). Jadi graf lintasan kabur P_7 mempunyai dua sisi tak sensitif pada dominasi.

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 sampai graf lintasan kabur P_7 di atas, maka diperoleh bilangan dominasi untuk graf lintasan kabur $\gamma(P_8) = 3k + 6\pi$, $\gamma(P_9) = 3k + 12\pi$, $\gamma(P_{10}) = 4k + 18\pi$, $\gamma(P_{11}) = 4k + 18\pi$, dan seterusnya. Sedangkan untuk sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur $\gamma(P_8 - e) = 2$, $\gamma(P_9) = 2$, $\gamma(P_{10}) = 3$, $\gamma(P_{11}) = 3$, dan seterusnya. Sehingga didapatkan pola bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur-n (P_n) sebagaimana pada tabel 3.3 berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.3 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum, Bilangan Dominasi Kabur dan Sisi Tak Sensitif Dominasi Graf Lintasan Kabur $P_4 - P_n$ dengan Derajat Keanggotaan Setiap Titik Monoton Naik

No.	Graf Lintasan Kabur (P_n)	Kardinalitas Himpunan Dominasi Kabur Minimum $\overline{\gamma}(P_n)$	Bilangan Dominasi Kabur $\gamma(P_n)$	Sisi Tak Sensitif Dominasi $\gamma(P_n - e)$
1.	P_4	2	$2k + 3\pi$	1
2.	P_5	2	$2k + 3\pi$	1
3.	P_6	2	$2k + 5\pi$	1
4.	P_7	3	$3k + 9\pi$	2
5.	P_n	$\begin{cases} m+1;\ n = 3m+1 \\ \quad dan\ n = 3m+2 \\ m;\ n = 3m \end{cases}$	$\begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); \\ \quad n = 3m+1\ dan\ n = 3m+2 \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); \\ \quad n = 3m+3 \end{cases}$	$\begin{cases} m; n = 3m+1 \\ \quad dan\ n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG
PUSAT PERPUSTAKAAN

Berdasarkan hasil pola tabel 3.3, maka diperoleh lemma sebagai berikut.

Lemma 3.7

Kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik monoton naik adalah

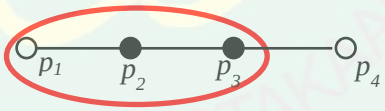
$$\bar{\gamma}(P_n) = \begin{cases} m+1;\ n = 3m+1\ dan\ n = 3m+2 \\ m;\ n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

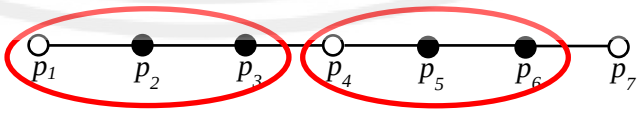
Bukti Lemma 3.7

1. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m+1$ Sedemikian Hingga $n = 3m+1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m+1$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa satu titik. Seperti pada gambar-gambar berikut,

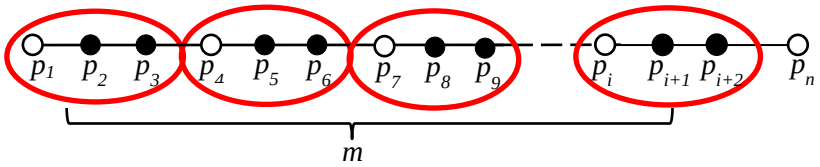


Gambar 3.38 Titik-Titik Dominasi p_1 dan p_4 pada Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik



Gambar 3.39 Titik-Titik Dominasi p_1, p_4 dan $p_7$pada Graf Lintasan Kabur P_7 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

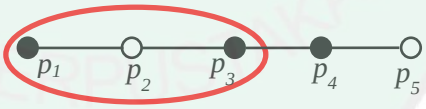


Gambar 3.40 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

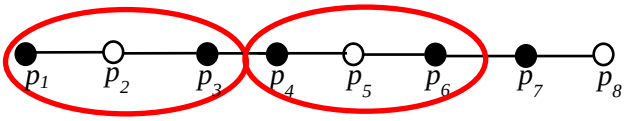
Berdasarkan gambar 3.38, 3.39, dan 3.40 dapat disimpulkan untuk setiap himpunan dominasi m terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Dengan demikian himpunan kardinalitas dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m+1})$ untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ monoton naik adalah $m + 1$.

2. **Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = m + 1$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m + 2$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka akan tersisa dua titik. Seperti pada gambar-gambar berikut,

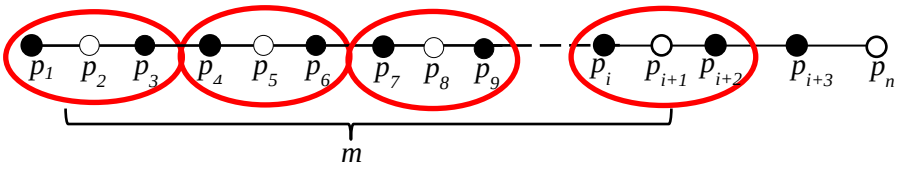


Gambar 3.41 Titik-Titik Dominasi p_2 dan p_5 pada Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik



Gambar 3.42 Titik-Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 pada Graf Lintasan Kabur P_8 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

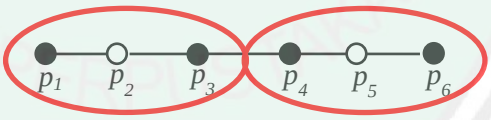


Gambar 3.43 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

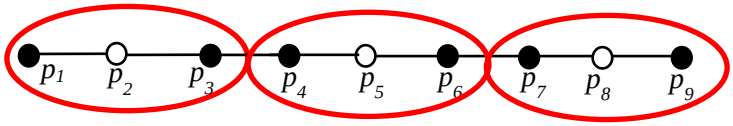
Dengan demikian untuk setiap himpunan dominasi m terdapat satu titik dominasi ditambah satu titik dominasi pada titik sisa. Sehingga diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m+2})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ monoton naik adalah $m+1$.

3. Untuk $\bar{\gamma}(P_n) = 3m$ Sedemikan Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$

Misalkan P_n dengan jumlah titik $n = 3m$ untuk setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya jika diambil tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali maka titik-titik pada graf lintasan kabur tersebut akan habis atau tidak tersisa. Perhatikan gambar-gambar berikut,

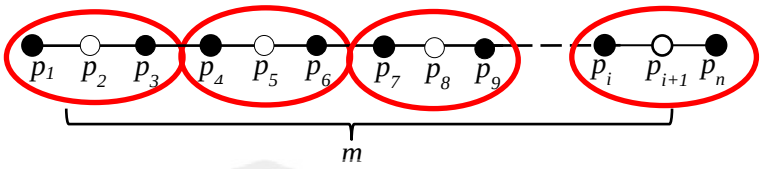


Gambar 3.44 Titik Dominasi p_2 dan p_5 Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik



Gambar 3.45 Titik Dominasi p_2, p_5 dan p_8 Graf Lintasan Kabur P_9 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.46 Titik-Titik Dominasi pada Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

Berdasarkan gambar 3.44, 3.45, dan 3.46, untuk setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_n sebanyak m kali, maka titik-titik di P_n habis atau tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap m terdapat satu titik dominasi. Dengan demikian kardinalitas himpunan dominasi kabur minimum pada graf lintasan kabur $\bar{\gamma}(P_{3m})$ dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ monoton naik adalah m.

Lemma 3.8

Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan setiap titik monoton naik, adalah

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); n = 3m+3 \end{cases}$$

Untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ dengan $k = \alpha_{V(P_n)(p_1)}$ dan $\pi = \alpha_{V(P_n)(p_{i+1})} - \alpha_{V(P_n)(p_i)}$.

Bukti Lemma 3.8

1. **Untuk $\gamma(P_n) = (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m)$ Sedemikian Hingga $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

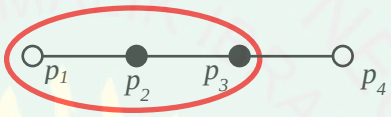
   Misalkan pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m+1$ untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ Derajat keanggotaan setiap titiknya adalah $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k + (i-1)\pi$ dan $\pi = (p_{i+1} - p_i)$. Untuk $n = 4$, maka diperoleh $m = 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Artinya untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak satu kali pengambilan pada graf lintasan kabur P_4 terdapat satu titik sisa yang merupakan titik dominasi.

Berdasarkan bukti lemma 3.7, diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur pada graf lintasan kabur P_4 adalah $m + 1$.

Perhatikan gambar berikut,



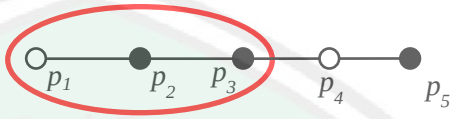
Gambar 3.47 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_4 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

Pada gambar 3.47, diketahui bahwa dalam setiap m terdapat satu titik dominasi dan satu titik sisa yang merupakan titik dominasi. Maka bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_4 dengan derajat keanggotaan setiap titik monoton naik adalah $\gamma(P_n) = p_1 + p_4 = k + (k + 3\pi) = 2k + 3\pi$ sedemikian hingga untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k + (i - 1)\pi$, $k = \alpha_{V(P_n)}(p_1)$ dan $\pi = (p_{i+1} - p_i)$. Demikian juga seterusnya untuk graf lintasan kabur P_{3m+1} dengan $m = 2, 3, 4, \ldots$ Maka dapat disimpulkan untuk $\gamma(P_{3m+1})$ adalah $(m + 1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2 + m)$.

Misalkan pada graf lintasan kabur P_n untuk setiap $n = 3m + 2$ dengan $m = 1, 2, 3, \ldots$ Untuk graf lintasan kabur P_5, $n = 5$ maka diperoleh $m = 1$. Artinya untuk setiap pengambilan tiga titik sebanyak satu kali pengambilan pada graf lintasan kabur P_5 terdapat dua titik sisa sedemikian hingga salah satu titik merupakan titik dominasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan bukti lemma 3.7, diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur pada graf lintasan kabur P_5 adalah $m + 1$. Seperti pada gambar di bawah ini,



Gambar 3.48 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

Setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pada gambar 3.48, terdapat satu titik dominasi di setiap m dan terdapat dua titik sisa sedemikian hingga satu titik merupakan titik dominasi (sesuai dengan lemma 3.7). Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_5 terletak pada p_1 dan p_4, berdasarkan definisi graf lintasan kabur P_5 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ monoton naik diperoleh $\gamma(P_5) = k + (k + (4-1)\pi) = k + (k + 3\pi) = 2k + 3\pi = 2(0{,}1) + 3(0{,}1) = 0{,}5$.

Sehingga rumusan $\gamma(P_{3m+2}) = (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2 + m)$ sesuai dengan bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_5. Demikian juga seterusnya untuk graf lintasan kabur P_{3m+2} untuk setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$

Dengan demikian diperoleh bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $\mathrm{P}_{3\mathrm{m}+2} = (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2 + m)$ dengan derajat keanggotaan monoton naik seperti yang telah didefinisikan.

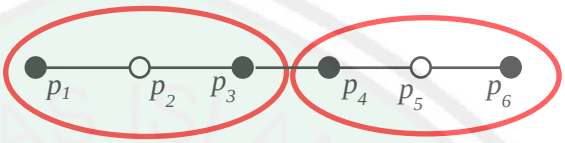
2. **Untuk $\boldsymbol{\gamma(P_n) = (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1)}$ Sedemikian Hingga $\boldsymbol{n = 3m + 3}$ untuk Setiap $\boldsymbol{m = 1, 2, 3, \ldots}$**

Misalkan pada graf lintasan kabur P_n untuk setiap $n = 3m + 3$ dengan $m = 1, 2, 3, \ldots$ Untuk graf lintasan kabur P_6, $n = 6$ maka diperoleh $m = 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan bukti lemma 3.7, diperoleh kardinalitas himpunan dominasi kabur pada graf lintasan kabur P_6 adalah m.

Perhatikan gambar 3.46 berikut,



Gambar 3.49 Titik-Titik Dominasi Graf Lintasan Kabur P_6 dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

Pada gambar 3.49 setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali terdapat satu titik di setiap m sehingga tidak terdapat titik sisa. Bilangan dominasi pada graf lintasan kabur P_6 terletak pada p_2 dan p_5, sehingga diperoleh $\gamma(P_6) = (k+\pi) + (k+4\pi) = 2k + 5\pi$ sedemikian hingga untuk setiap $\alpha_{V(P_n)}(p_i) = k + (i-1)\pi$, $k = \alpha_{V(P_n)}(p_1)$ dan $\pi = (p_{i+1} - p_i)$. Dengan demikian bilangan dominasi pada graf lintasan kabur $P_{3m+3} = (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1)$ dengan derajat keanggotaan setiap titiknya monoton naik.

Lemma 3.9

Banyaknya sisi tak sensitif pada dominasi pada graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik monoton naik adalah

$$\gamma(P_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

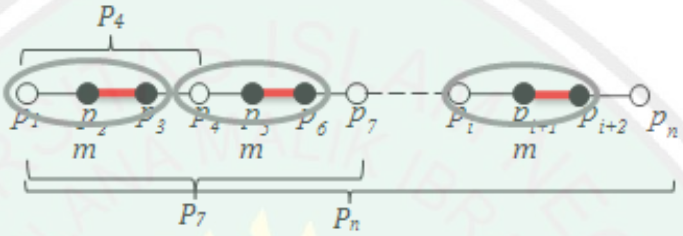
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bukti Lemma 3.9

1. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 1$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Untuk $n = 3m + 1$, pada graf lintasan kabur P_n. Perhatikan lintasan berikut

   ,

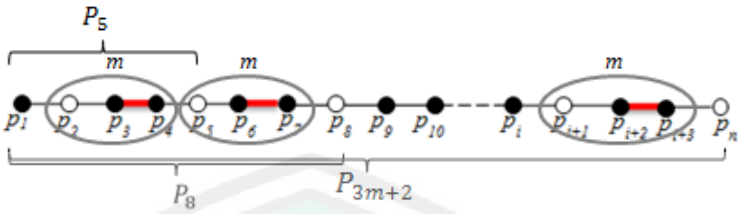
   Gambar 3.50 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+1} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

   Berdasarkan lemma 3.7 dan gambar 3.50, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali terdapat satu titik dominasi dan dua titik sisa sedemikian hingga satu di antaranya merupakan titik dominasi yaitu titik p_n. Sehingga titik $p_3$terhubung langsung dengan titik dominasi di m pertama dan p_4 terhubung langsung dengan titik dominasi di m kedua. Maka (p_3, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_{3m+2} sebanyak m kali diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak m.

2. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m$ Sedemikian Hingga $n = 3m + 2$ untuk Setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$**

   Perhatikan gambar berikut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

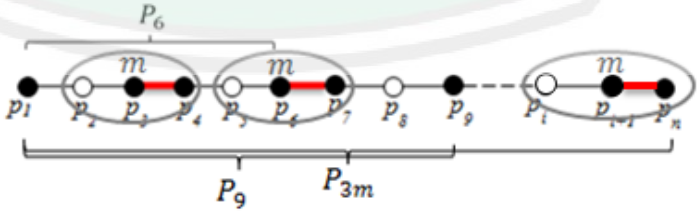


Gambar 3.51 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi P_{3m+2} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Mononton Naik

Berdasarkan lemma 3.7 dan gambar 3.51, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali terdapat satu titik dominasi dan dua titik sisa sedemikian hingga satu di antaranya merupakan titik dominasi. Sehingga titik p_3 terhubung langsung dengan titik dominasi di m pertama dan p_4 terhubung langsung dengan titik dominasi di m kedua. Maka (p_3, p_4) merupakan sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian setiap pengambilan tiga titik pada graf lintasan kabur P_{3m+2} sebanyak m kali diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi sebanyak m.

3. **Untuk $\gamma(P_n - e) = m - 1$ Sedemikian Hingga $n = 3m$ untuk Setiap $m = 2, 3, 4, \ldots$**

Perhatikan graf lintasan kabur P_n berikut,



Gambar 3.52 Sisi-Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur P_{3m} dengan $\alpha_{V(P_n)}(p_i)$ Monoton Naik

Berdasarkan lemma 3.7 dan gambar 3.52, setiap pengambilan tiga titik sebanyak m kali pada graf lintasan kabur P_n sedemikian hingga $n = 3m$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan $m = 2, 3, 4, \ldots$ terdapat satu titik dominasi di setiap m dan tidak terdapat titik sisa. Sehingga setiap himpunan dominasi m memuat satu sisi tak sensitif pada dominasi. Dengan demikian diperoleh sisi tak sensitif pada dominasi graf lintasan kabur P_{3m} adalah $m - 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada BAB III, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik konstan atau sama, maka rumusan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi adalah

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1) \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m \times \alpha_{V(P_n)}(p_i); n = 3m \end{cases}$$

$$\gamma(p_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

2. Graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik selang-seling, maka rumusan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi adalah

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} m \times (k+l); n = 6m-2, n = 6m-1 \; dan \; n = 6m \\ \big((m+1)k\big) \times (m \times l); n = 6m+1 \; dan \; n = 6m+2 \\ \big((m+2)k\big) \times (m \times l); n = 6m+3 \end{cases}$$

Untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ dan untuk setiap $k = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ dengan i ganjil, $l = \alpha_{V(P_n)}(p_i)$ dengan i genap.

$$\gamma(p_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ dan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Graf lintasan kabur P_n dengan derajat keanggotaan titik monoton naik, maka rumusan bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi adalah

$$\gamma(P_n) = \begin{cases} (m+1)k + \frac{3}{2}\pi(m^2+m); n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ \\ (m+1)k + \frac{1}{2}\pi(3m+2)(m+1); n = 3m+3 \end{cases}$$

Untuk setiap $m = 1, 2, 3, \ldots$ dengan $k = \alpha_{V(P_n)(p_1)}$ dan $\pi = \alpha_{V(P_n)}(p_{i+1}) - \alpha_{V(P_n)}(p_i)$.

$$\gamma(p_n - e) = \begin{cases} m; n = 3m+1 \; dan \; n = 3m+2 \\ m-1; n = 3m \end{cases}$$

Untuk setiap $n = 3m+1$ dan $n = 3m+2$ sedemikian hingga $m = 1, 2, 3, \ldots$ sedangkan untuk $n = 3m$ sedemikian hingga $m = 2, 3, 4, \ldots$

4.2 Saran

Dalam penulisan tugas akhir ini, saran penulis kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini supaya mengembangkannya dengan membangun lemma bilangan dominasi dan sisi tak sensitif pada dominasi pada graf yang lainnya dengan memanfaatkan lemma-lemma yang sudah ada sebelumnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qarni, A.. 2007. *At-Tafsir Al-Muyassar*. Jakarta: Qisthi Press.

Abdussakir, Azizah, N.N., dan Nofandika, F.F.. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Press.

Chartrand, G. dan Lesniak, L.. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: A Division of Wadsworth, Inc.

Gani, A.N. dan Vijayalakshmi, P.. 2011. Insensitive Arc in Domination of Fuzzy Graph. *International Journal Contemp Mathematics Sciences*, Vol. 6 Hal. 1303-1309.

Mordeson, N. J.. *2001. Fuzzy Mathematics An Introduction for Engineers and Scientists Second Edition*. Poland: Physica-Verlag.

Rosyida, I.. 2012. Pewarnaan Graf Fuzzy dengan Warna Fuzzy. Seminar Nasional Matematika FKIP UNS 2012. Semarang: FKIP UNS.

Shihab, M.Q.. 2002. *Tafsir Al-Misbah*. Jakarta: Lentera Hati

Shubatah, M.M.Q.. 2012. Domination in Product Fuzzy Graphs. *Advances in Computational Mathematics and its Applications (ACMA). World Science Publisher, United States*, Vol. 1 Hal. 119-125.

Somasundaram, A.. 2005. Domination in Product of Fuzzy Graphs. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. World Scientific Publishing Company*, Vol. 13 Hal. 195-204.

Somasundaram, A. dan Somasundaram, S.. 1998. Domination in Fuzzy Graphs-I. *Pattern Recognition Letters*, Vol. 19 Hal. 787-791.

Susilo, F.S.. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wilson, R.J. dan Watkins. 1990. *Graph and Introductory Approach*. Singapore: Open University course.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Rina Fajaria
NIM : 09610025
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Sisi Tak Sensitif pada Dominasi Graf Lintasan Kabur Berdasarkan Derajat Keanggotaan Titik
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Abdul Aziz, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	1 April 2013	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2	22 April 2013	Revisi Bab I dan Bab II	2.
3	29 April 2013	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	3.
4	02 Mei 2013	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II	4.
5	16 Mei 2013	Konsultasi Bab II	5.
6	20 Mei 2013	ACC Kajian Agama	6.
7	20 Mei 2013	Revisi Bab II	7.
8	25 Mei 2013	Konsultasi Bab III	8.
9	01 Juni 2013	Revisi Bab III	9.
10	05 Juni 2013	Revisi Bab III	10.
11	17 Juni 2013	Konsultasi Bab IV	11.
12	22 Juni 2013	ACC Keseluruhan	12.

Malang, 2 Juli 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG