

**ANALISIS MODEL ULAT CEMARA (*SPRUCE BUDWORM*)
DENGAN METODE EULER**

SKRIPSI

Oleh:
MOH. SUBADAR
NIM. 09610044



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**ANALISIS MODEL ULAT CEMARA (*SPRUCE BUDWORM*)
DENGAN METODE EULER**

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
MOH. SUBADAR
NIM. 09610044

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**ANALISIS MODEL ULAT CEMARA (*SPRUCE BUDWORM*)
DENGAN METODE EULER**

SKRIPSI

Oleh:
MOH. SUBADAR
NIM. 09610044

Telah Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 30 Agustus 2013

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Hairur Rahman, M.Si
NIP. 19800429 200604 1 003

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**ANALISIS MODEL ULAT CEMARA (*SPRUCE BUDWORM*)
DENGAN METODE EULER**

SKRIPSI

Oleh:
MOH. SUBADAR
NIM. 09610044

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 10 September 2013

Penguji Utama : Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001 _____

Ketua Penguji : Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002 _____

Sekretaris Penguji : Hairur Rahman, M.Si
NIP. 19800429 200604 1 003 _____

Anggota Penguji : Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012 _____

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

MOTTO

*Jangan biarkan waktu berkuasa mengatur hidupmu,
Tetapi kamulah yang berkuasa mengatur waktu.*



PERSEMBAHAN

*Karya ini penulis persembahkan kepada:
H. As'ari dan Hj. Mukaromah
Saudara kesebelasan penulis*



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan segala kemudahan dan ridha-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan penelitian skripsi dengan judul “Analisis Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler” dengan baik. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga dan para sahabat beliau.

Dengan rasa syukur penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul M., M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Hairur Rahman, M.Si dan Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan bimbingan dengan baik sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Dr. Usman Pagalay, M.Si dan Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen penguji skripsi, yang telah memberikan saran dan bimbingan.

6. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dosen wali penulis, serta seluruh dosen Jurusan Matematika yang telah banyak memberikan ilmu kepada penulis.
7. Kedua orang tua penulis H. As'ari dan Hj. Mukaromah, yang mengajarkan kerja keras, sabar, dan mengalah. Berkat do'a dan ridho mereka Allah memberi kemudahan kepada penulis.
8. Saudara penulis, Asmaul Husna, Lutfi Rahman, Asma'ul Hanik, M. Ali Fakhrudin, Abdul Munip, Nur Azizah F., Anang Faturrahman, M. Riadin Jinan, M. Qomarullah, Siti Khadijah, Yusni Asadullah, dan Nur Lailatuz Z.
9. Junik Rahayu yang selalu menemani penulis dalam penulisan skripsi ini.
10. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2009, khususnya Moh. Irfan K., Lukmanul Hakim, Malik Umar, Ibnu Atho'ilah, Imro'atul Mukaromah, Moch. Chayrul Fuad, Dian Alphy P., Ainun Rosyida, Fithrotul Maf'ula, Lutfi Wicaksono, dan F. Kurnia N. S.
11. Teman-teman Ta'mir masjid Al-Hasan, Mukhlisin, Fikri Nur Huda, Tyas Haryadi, dan Ja'far Shodiq.
12. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, atas keikhlasan bantuan moral dan spirituil, penulis ucapkan *jazakumullah khoiron katsiron*.

Semoga skripsi ini memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi, *amin*.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 30 Agustus 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
ملخص.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Metode Penelitian	5
1.7 Sistematika Penulisan	6
BAB II KAJIAN TEORI	
2.1 Model Pertumbuhan Logistik	8
2.2 Analisis Persamaan Diferensial Biasa pada Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)	8
2.3 Analisis Sistem Persamaan Diferensial pada Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)	11
2.4 Kajian Teoritik Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>).....	13
2.5 Titik Keseimbangan untuk Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)...	14
2.6 Metode Euler untuk Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)	15
2.7 Perkiraan Galat Metode Euler	19
2.8 Kajian Serangga dalam Al-Qur'an.....	23
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Identifikasi Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)	25
3.2 Keseimbangan Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>).....	33
3.3 Penyelesaian Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan Metode Euler	37
3.4 Analisis Penyelesaian Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan Metode Euler	48

BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	52
4.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	54
LAMPIRAN.....	56



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.6.1 Gambar Perhitungan Metode Euler	16
Gambar 3.1.1 Gambar Kompartemen Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>)	30
Gambar 3.3.1 Grafik Euler dan Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0.05$	42
Gambar 3.3.2 Grafik Euler dan Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0.01$	47



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Program Matlab untuk Grafik Euler Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0,05$	56
Lampiran 2	Program Matlab untuk Grafik Euler Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0,01$	57
Lampiran 3	Program Matlab untuk Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0,05$	58
Lampiran 4	Program Matlab untuk Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (<i>Spruce Budworm</i>) dengan $h = 0,01$	59



ABSTRAK

Subadar, Moh. 2013. **Analisis Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Hairur Rahman, M.Si. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Kata kunci: Model Ulat Cemara, Metode Euler.

Holling (1970) mendeskripsikan perkembangan stabilitas sistem ekologi. Dalam penelitiannya terungkap adanya pengaruh burung dalam proses penggundulan hutan cemara oleh ulat cemara. Menurut Ludwig, dkk., (1978) model ulat cemara terdiri dari 3 persamaan diferensial biasa tak linier sehingga membentuk sistem.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui identifikasi, kesetimbangan, dan solusi model ulat cemara dengan metode Euler.

Metode Euler merupakan salah satu metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa tak linier. Metode ini merupakan metode yang sederhana dan analisis galatnya mudah diketahui. Model ulat cemara merupakan pengembangan dari model pertumbuhan logistik dengan kesetimbangan berikut:

untuk persamaan $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$ terjadi jika $R \left(1 - \frac{u}{Q}\right) = \frac{u}{(1+u^2)}$,

untuk persamaan $\frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right)$ terjadi jika $S = K_S \frac{E}{K_E}$ atau $S = 0$,

sedangkan untuk persamaan $\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}$ terjadi jika $S = \frac{pB}{r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right)}$.

Hasil perhitungan solusinya menggunakan program Matlab dengan nilai awal $B = 2$ ekor, $S = 10$ cm, dan $E = 2$ cm pada interval $0 < t < 5$ iterasi sebanyak 100, yaitu pada saat $t = 0,15$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,9966 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,10$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0454 cm dengan galat sebesar 0,0013, dan untuk E pada saat $t = 5$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0040 cm dengan galat sebesar 0,0002. Untuk iterasi sebanyak 500, pada saat $t = 0,67$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,8251 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,01$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0088 cm dengan galat sebesar 0,0088, dan untuk E pada saat $t = 3,75$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0154 cm dengan galat sebesar 0,0001.

Peneliti lain diharapkan dapat mengembangkan penelitian ini menggunakan metode lain sehingga dapat dibandingkan hasilnya dengan penelitian ini.

ABSTRACT

Subadar, Moh. 2013. **Spruce Budworm Model's Analysis with Euler Method.**
 Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology.
 The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
 Promotor: (I) Hairur Rahman, M.Si. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Keywords: Spruce Budworm Model's, Euler Method.

Holling (1970), describe developmental stabilities of ecological systems. In his research revealed the influence of the bird in the process of deforestation by the evergreen pine caterpillar Spruce Budworm. According to Ludwig, et al. (1978) model of Spruce Budworm consists of 3 non linear ordinary differential equations to form a system.

This study aims to determine the identification, equilibrium, and the Spruce Budworm model's solution with the Euler method.

Euler method is one of numerical method in solving ordinary differential equation is not linear. This method is simple and easy error analysis are known. Pine caterpillar model is the development of a logistic growth model with the following equilibrium: for equation $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$ happen if $R \left(1 - \frac{u}{Q}\right) = \frac{u}{(1+u^2)}$, for equation $\frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right)$ happen if $S = K_S \frac{E}{K_E}$ or $S = 0$, whereas for equation $\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}$ happen if $S = \frac{pB}{r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right)}$.

Solution calculation results using Matlab program with initial value $B = 2$ tails, $S = 10$ cm, and $E = 2$ cm in the interval $0 < t < 5$ for 100 iterations, namely when $t = 0,15$ year for B obtained a value of 1,9966 tails with an error of 0,0001, while for S at time $t = 0,10$ year obtained a value of 10,0454 cm with an error of 0,0013, and for E at time $t = 5$ year obtained a value of 1,0040 cm with an error of 0,0002. For 500 iterations, at time $t = 0,67$ year for B obtained a value of 1,8251 tails with an error of 0,0001, while for S at time $t = 0,01$ year obtained a value of 10,0088 cm with an error of 0,0088, and for E at time $t = 3,75$ year obtained a value of 1,0154 cm with an error of 0,0001.

Other researchers are expected to develop this research using other method that can be compared with the results of this study.

ملخص

سويدر، محمد. 2013. حل الأسلوب اليسروع والصنوبر (Spruce Budworm) مع طريقة الولى (Euler Metode). البحث الجامعى. قسم الرياضيات. كلية العلوم التكنولوجية. جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.
المشرف: (1) خير الرحمن، الماجستير. (2) فخرالرازي، الماجستير.

كلمات البحث: الأسلوب اليسروع الصنوبر، طريقة الولى.

هولتنج (1970) وصف الاستقرار التنموي للنظم الإيكولوجية. في أبحاثه كشفت عن تأثير الطيور في عملية إزالة الغابات بحلول دائمة الخضرة الصنوبر كاتربيلر اليسروع الصنوبر. وفقا لودفيغ، وآخرون، (1978) من اليسروع الصنوبر يتكون من 3 المعادلات التفاضلية العادية لتشكيل نظام.

تهدف هذه الدراسة إلى تحديد الهوية، التوازن، والصنوبر كاتربيلر حل النموذج مع طريقة أولير طريقة بسيطة و سهلة التحليل خطأ معروفة. الصنوبر كاتربيلر النموذج هو تطوير نموذج النمو اللوجستي مع التوازن التالية: ل معادلة $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$ يحدث إذا $R \left(1 - \frac{u}{Q}\right) = \frac{u}{(1+u^2)}$ ، إلى معادلة $\left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right)$ $\frac{dS}{dt} = r_S S$ يحدث إذا $S = 0$ أو $S = K_S \frac{E}{K_E}$ ، في حين ل معادلة $\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}$ حدثا إذا $\frac{pB}{r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right)}$ $S =$ نتائج الحساب الحل باستخدام برنامج ماتلاب مع القيمة الأولية $B = 2$ ذبول، $S = 10$ سم، و $E = 2$ سم في الفترة الفاصلة $0 < t < 5$ تكرارات من 100، أي في $t = 0.15$ سنة لل B حصلت على قيمة من 1.9966 الذيل مع وجود خطأ من 0.0001، بينما ل S في الوقت $t = 0.10$ سنة الحصول على قيمة 10.0454 سم مع وجود خطأ من 0.0013، و E في الوقت $t = 5$ سنة الحصول على قيمة 1.0040 سم مع خطأ في منطقة 0.0002. ل 500 تكرارات، في ر $t = 0.67$ سنة لل B حصلت على قيمة 1.8251 ذيل مع وجود خطأ من 0.0001، بينما ل S في الوقت $t = 0.01$ سنة الحصول على قيمة 10.0088 سم مع وجود خطأ من 0.0088، و E في الوقت $t = 3.75$ سنة الحصول على قيمة 1.0154 سم مع وجود خطأ من 0.0001.

ويتوقع باحثون آخرون لتطوير هذا البحث باستخدام الأساليب الأخرى التي يمكن مقارنتها مع نتائج

هذه الدراسة



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Qur'an merupakan sumber inspirasi umat Islam dan sumber dari segala sumber ilmu pengetahuan. Dalam QS. Ali Imran ayat 191 Allah berfirman:

الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ رَبَّنَا
مَا خَلَقْتَهُ هَذَا بِطِلَافٍ سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya: “(yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri, duduk, atau dalam keadaan berbaring, dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata), wahai Tuhan kami, tidaklah Engkau menciptakan semua ini sia-sia; Maha Suci Engkau, lindungilah kami dari azab neraka”.

Dalam surat Ali Imran ayat 191 dijelaskan adanya rahasia-rahasia serta keajaiban ciptaan Allah SAW. Rahasia dalam ayat ini yaitu salah satunya mengingat Allah dalam keadaan berbaring, sedangkan keajaibannya yaitu seluruh isi yang ada di bumi dan langit.

Ayat ini juga menjelaskan tentang pola berpikir. Maksudnya, dapat dipahami apa yang terdapat pada keduanya (langit dan bumi) dari kandungan hikmah yang menunjukkan keagungan Allah, kekuasaan-Nya, keluasan ilmu-Nya, hikmah-Nya, pilihan-Nya, dan juga rahmat-Nya (Abdullah, 2003:210). Semua penciptaan-Nya tidak ada yang sia-sia, salah satunya yaitu ulat cemara (*Spruce Budworm*). Ulat cemara tersebut melahap semua jarum baru pada pucuk cemara dan dapat membunuh hingga 80% dari pohon dewasa di hutan (Tuchinsky, 1981).

Holling (1970) mendeskripsikan perkembangan stabilitas sistem ekologi. Dalam penelitiannya terungkap adanya pengaruh burung dalam proses penggundulan hutan cemara oleh ulat cemara. Selanjutnya hasil penelitian tersebut disebut dengan model ulat cemara. Salah satu studi yang dapat diterapkan pada model tersebut yaitu dilakukannya analisis terhadap model ulat cemara menggunakan metode Euler.

Metode Euler merupakan salah satu metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa tak linier. Metode ini merupakan metode yang sederhana, sehingga mudah digunakan (Rahmawati, 2007:4).

Penelitian terdahulu, Jannah (2008) melakukan analisis pada persamaan diferensial model populasi kontinu untuk spesies tunggal. Untuk menindaklanjuti saran penelitian tersebut untuk memilih model lain, maka penulis memilih model ulat cemara yang mengandung spesies ganda.

Model ulat cemara telah diteliti sebelumnya oleh Ludwig, dkk., (1978) dalam jurnal yang berjudul "*Qualitative Analysis of Insect outbreak Systems: The Spruce Budworm and Forest*". Dalam jurnal ini Ludwig, dkk., (1978) mengidentifikasi langkah spesifik dalam perkembangan ulat cemara.

Menurut Ludwig, dkk., (1978) model ulat cemara terdiri dari 3 persamaan diferensial biasa sehingga membentuk sistem. Persamaan pertama adalah laju perubahan kepadatan ulat sebanding dengan laju pertumbuhan intrinsik ulat sebanyak kapasitas ulat, sebanyak 1 dikurangi dengan kapasitas ulat setiap kapasitas daun ulat dan dihambat oleh predasi ulat sebanyak kapasitas ulat setiap kuadrat dari setengah kapasitas untuk predasi sebanyak kuadrat dari predasi ulat

serta setiap kapasitas kuadrat dari kapasitas ulat. Persamaan kedua adalah laju perubahan area permukaan cabang sebanding dengan laju pertumbuhan intrinsik cabang sebanyak area permukaan cabang, sebanyak 1 dikurangi dengan kapasitas ulat setiap kapasitas daun ulat sebanyak energi cadangan setiap level maksimum energi cadangan. Persamaan ketiga adalah laju perubahan kapasitas cabang sebanding dengan laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan sebanyak energi cadangan, sebanyak 1 dikurangi dengan kapasitas ulat setiap level maksimum energi cadangan serta dihambat oleh laju konsumsi dari energi cadangan sebanyak kapasitas ulat setiap area permukaan cabang.

Diasumsikan proses regenerasi ulat cemara terletak pada pohon cemara. Nilai parameter dalam skripsi ini mengacu pada keterangan Ludwig, dkk., (1978) dengan B merupakan kepadatan ulat, S merupakan luas area permukaan cabang, E merupakan energi cadangan, laju pertumbuhan intrinsik ulat (r_B) bernilai 1.52/tahun, laju pertumbuhan intrinsik cabang (r_S) bernilai 0.095/tahun, laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan (r_E) bernilai 0.92/tahun, setengah kapasitas maksimum untuk pemangsa (α) bernilai 1.11 larva/cabang, kapasitas maksimum untuk mangsa (β) bernilai 118 larva/acre/tahun, kapasitas maksimum ulat (K') bernilai 355 larva/cabang, kapasitas maksimum cabang (K_S) bernilai 70 cabang/acre, tingkat cadangan energi maksimum (K_E) bernilai 1.0/tahun, dan laju konsumsi energi cadangan (p) bernilai 0.00195/larva.

Penelitian Ludwig, dkk., (1978) membahas mengenai kesetimbangan model ulat cemara disertai dengan informasi kuantitatif secara umum dan empiris, serta grafik solusi numerik model ulat cemara. Perbedaan penelitian Ludwig,

dkk., (1978) dengan penelitian ini, yaitu: dalam penelitian ini model diidentifikasi secara rinci, selanjutnya dibahas mengenai kesetimbangannya, yang kemudian diselesaikan secara numerik dengan metode Euler menggunakan informasi kuantitatif secara umum dan empiris yang ditemukan oleh Ludwig, dkk., (1978).

Penelitian ini penting untuk dilakukan dalam rangka menyiapkan prosedur di lapangan yang lebih representatif jika dilakukan analisis dengan metode numerik. Analisis dengan metode numerik pada suatu sistem juga jarang digunakan akhir-akhir ini. Dari latar belakang di atas, maka penulis termotivasi untuk melakukan penelitian tentang model ulat cemara, dengan mengambil judul “*Analisis Model Ulat Cemara (Spruce Budworm) dengan Metode Euler*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasar latar belakang di atas maka permasalahan yang dapat dirumuskan adalah bagaimana identifikasi, kesetimbangan, dan solusi model ulat cemara?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui identifikasi, kesetimbangan, dan solusi model ulat cemara.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, diberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Penulis hanya menggunakan satu spesies, yaitu ulat cemara.

2. Penulis melibatkan predator, akan tetapi tidak dianalisis secara rinci melainkan kematian yang disebabkan oleh predator.
3. Untuk menyelesaikan persamaan tak linier peneliti menggunakan metode Euler.
4. *Software* yang digunakan untuk menampilkan grafik dan perhitungan numerik adalah Matlab R2011a.
5. *Software* yang digunakan untuk menampilkan grafik kontinu adalah Matlab R2011a ode45.
6. Nilai h yang digunakan hanyalah $h = 0.05$ dan $h = 0.01$.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat antara lain:

1. Mengetahui identifikasi model ulat cemara.
2. Mengetahui kesetimbangan model ulat cemara.
3. Memahami konsep metode Euler sebagai salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa tak linier.
4. Mendapatkan analisis penyelesaian model ulat cemara.

1.6 Metode Penelitian

Pada pembahasan mengenai analisis model ulat cemara dengan metode Euler, penulis menerapkan beberapa langkah berikut:

1. Mengidentifikasi model ulat cemara.
2. Mencari kesetimbangan model ulat cemara.

3. Implementasi metode Euler pada model ulat cemara.
4. Penyelesaian numerik model ulat cemara dengan kondisi awal dan parameter-parameter yang ditentukan menggunakan metode Euler.
5. Analisis penyelesaian numerik model ulat cemara dengan metode Euler.

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab yaitu:

Bab I Pendahuluan

Dalam bab ini meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Teori

Dalam bab ini terdiri atas teori-teori yang mendukung pembahasan. Teori tersebut meliputi model pertumbuhan logistik, analisis persamaan diferensial biasa pada model ulat cemara (*Spruce Budworm*), analisis sistem persamaan diferensial pada model ulat cemara (*Spruce Budworm*), kajian teoritik model ulat cemara (*Spruce Budworm*), titik kesetimbangan untuk model ulat cemara (*Spruce Budworm*), metode Euler untuk model ulat cemara (*Spruce Budworm*), perkiraan galat metode Euler, dan kajian serangga dalam Al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Dalam bab ini akan dibahas identifikasi model ulat cemara (*Spruce Budworm*), kesetimbangan model ulat cemara (*Spruce Budworm*), penyelesaian model ulat cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler, dan analisis penyelesaian model ulat cemara (*Spruce Budworm*) dengan metode Euler.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan disertai dengan saran-saran untuk penelitian selanjutnya.



BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Model Pertumbuhan Logistik

Suatu populasi awalnya meningkat secara eksponensial, akan tetapi pada akhirnya mengalami perlambatan dan mendekati kapasitas daya tampungnya karena sumber daya yang terbatas. Pertumbuhan populasi atau disebut sebagai model pertumbuhan logistik, dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$\frac{1}{x(t)} \frac{dx(t)}{dt} = r - \frac{rx(t)}{K}.$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan $x(t)$, diperoleh:

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K}\right). \quad (2.1.1)$$

$x(t)$ menyatakan jumlah populasi pada saat waktu t , r menyatakan laju pertumbuhan, dan K menyatakan daya dukung lingkungan.

(Wahyullah, 2009:13).

2.2 Analisis Persamaan Diferensial Biasa pada Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Suatu persamaan yang mengandung satu atau beberapa turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui disebut persamaan diferensial (Purcell dan Varberg, 1987:433). Suatu persamaan yang di dalamnya terdapat turunan biasa dan terdapat variabel bebas yang tunggal maka persamaan tersebut disebut persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equation/ode*) (Ayres, 1992:1).

Contoh:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}.$$

Berdasar kelinierannya, persamaan diferensial terbagi menjadi 2, yaitu persamaan diferensial linier dan persamaan diferensial tak linier. Persamaan diferensial linier adalah persamaan yang berpangkat satu dalam peubah bebas yang turunannya dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) = f(x) \quad (2.2.1)$$

Diasumsikan bahwa a_0, a_1, \dots, a_n dan fungsi-fungsi $f(x)$ merupakan fungsi-fungsi yang kontinu pada suatu selang I dan koefisien pertama $a_0(x) \neq 0$ untuk setiap $x \in I$.

Contoh:

$$\frac{dB}{dt} - r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) = 0.$$

Persamaan diferensial yang bukan merupakan persamaan diferensial linier disebut dengan persamaan diferensial tak linier. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa persamaan diferensial

$$F(B, B', \dots, B^{(m)}) = 0 \quad (2.2.2)$$

adalah persamaan diferensial tak linier, jika salah satu syarat berikut dipenuhi oleh:

1. F tidak berbentuk polinom dalam $B, B', \dots, B^{(m)}$.
2. F tidak berbentuk polinom berpangkat lebih dari dua dalam $B, B', \dots, B^{(m)}$.

Contoh:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}.$$

Orde (tingkat) suatu persamaan diferensial yaitu turunan tertinggi yang terdapat pada persamaan diferensial tersebut.

Degree atau derajat suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari turunan tertinggi dalam suatu persamaan diferensial.

Contoh:

1. $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$. (persamaan diferensial tak linier orde satu, derajat satu)

2. $\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$. (persamaan diferensial tak linier orde satu, derajat dua)

(Pamuntjak dan Santoso, 1990:1-14).

Berdasar definisi di atas, maka model ulat cemara yang berbentuk:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} \\ \frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right) \\ \frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}. \end{array} \right. \quad (2.2.3)$$

$\frac{dB}{dt}$ merupakan turunan B terhadap t , $\frac{dS}{dt}$ merupakan turunan S terhadap t , dan $\frac{dE}{dt}$ merupakan turunan E terhadap t . Oleh karena itu model ulat cemara merupakan persamaan diferensial biasa dari satu variabel bebas, yaitu t .

Orde tertinggi turunan biasa dalam model ulat cemara terletak pada $\frac{dB}{dt}$, $\frac{dS}{dt}$, dan $\frac{dE}{dt}$ yang berorde satu, sehingga model ulat cemara merupakan persamaan diferensial biasa berorde satu. Meninjau model ulat cemara (2.2.3) dimana F tidak berbentuk polinom dalam $B, B', \dots, B^{(m)}$, F tidak berbentuk polinom dalam $S, S', \dots, S^{(m)}$, dan F tidak berbentuk polinom dalam $E, E', \dots, E^{(m)}$, sehingga model ulat cemara merupakan persamaan diferensial biasa tak linier orde satu.

Solusi model ulat cemara adalah fungsi $B(t)$, $S(t)$, dan $E(t)$ yang memenuhi persamaan (2.2.3). Solusi tersebut merupakan solusi umum, sehingga diperlukan substitusi kondisi awal agar didapatkan solusi khusus. Kondisi batas yang digunakan pada model ulat cemara adalah *Dirichlet Boundary Conditions*. Untuk interval $0 < t < 5$. Sedangkan nilai awal yang digunakan untuk model ulat cemara adalah $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm. Nilai awal tersebut akan digunakan sebagai iterasi numerik pada bab 3.

2.3 Analisis Sistem Persamaan Diferensial pada Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial, dengan n buah fungsi yang tidak diketahui, dimana $n \geq 2$. Bentuk umum dari sistem yang terdiri dari 3 persamaan orde pertama pada model ulat cemara adalah sebagai berikut:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S} \end{array} \right. \quad (2.3.1)$$

dengan $\frac{dB}{dt}$ merupakan turunan fungsi B terhadap t , $f(x)$ adalah fungsi yang bergantung pada variabel B dan t . Sedangkan $\frac{dS}{dt}$ merupakan turunan fungsi S terhadap t , $g(x)$ adalah fungsi yang bergantung pada variabel S dan t . Selanjutnya $\frac{dE}{dt}$ merupakan turunan fungsi E terhadap t , $j(x)$ adalah fungsi yang bergantung pada variabel B, S, E , dan t (Finizio dan Ladas, 1982:132).

Suatu sistem persamaan diferensial dikatakan linier apabila sistem tersebut mengandung lebih dari satu persamaan linier yang saling terkait. Sedangkan koefisiennya dapat berupa konstanta ataupun fungsi. Sedangkan sistem persamaan diferensial dikatakan tak linier apabila sistem tersebut terdiri dari lebih dari satu persamaan tak linier yang saling terkait (Boyce dan DiPrima, 1999:263).

Meninjau model ulat cemara (2.3.1), dimana $f(x)$ tidak berbentuk polinom dalam $B, B', \dots, B^{(m)}$, $g(x)$ tidak berbentuk polinom dalam $S, S', \dots, S^{(m)}$, dan $j(x)$ tidak berbentuk polinom dalam $E, E', \dots, E^{(m)}$, sehingga model ulat cemara diklasifikasikan menjadi sistem persamaan diferensial biasa tak linier.

Persamaan diferensial tak linier dan sistem persamaan diferensial tak linier banyak digunakan dalam Matematika terapan, tetapi hanya beberapa tipe persamaan diferensial tak linier yang dapat diselesaikan secara eksplisit. Akan

tetapi terdapat teknik yang paling efektif untuk mempelajari persamaan diferensial tak linier yaitu dengan cara linierisasi, yaitu proses mengaproksimasi persamaan diferensial tak linier dengan persamaan diferensial linier (Finizio dan Ladas, 1982:286).

2.4 Kajian Teoritik Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Model ini pertama kali diturunkan berdasarkan serangan larva serangga ulat cemara yang menggundulkan hutan cemara di sekitar Kanada. Untuk mengontrol populasi larva serangga tersebut, maka diperlukan predator alami yaitu burung. Model ini merupakan pengembangan dari model populasi logistik, dimana memberikan syarat pembatas terhadap pertumbuhan populasi. Kompetisi sumber daya akan diperhitungkan karena keterbatasannya. Saat populasi tumbuh, makanan dan ruang habitat menjadi langka. Terjadi persaingan untuk mendapatkan sumber daya, akibatnya akan terjadi kelaparan, kematian, dan penyakit.

Pemodelan Matematika mengenai model ulat cemara dikembangkan oleh seorang Matematikawan, Ludwig dan dua ahli Biologi, Jones dan Holling (1978). Seluruh model terdiri dari 3 persamaan yang membentuk sistem diferensial tak linier.

Model ulat cemara didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (2.4.1)$$

Pada persamaan (2.4.1), nilai parameter, kondisi awal, dan kondisi batas mengacu pada keterangan Ludwig, dkk., (1978) dengan laju pertumbuhan intrinsik ulat (r_B) bernilai 1.52/tahun, laju pertumbuhan intrinsik cabang (r_S) bernilai 0.095/tahun, laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan (r_E) bernilai 0.92/tahun, setengah kapasitas maksimum untuk pemangsa (α) bernilai 1.11 larva/cabang, kapasitas maksimum untuk mangsa (β) bernilai 118 larva/acre/tahun, kapasitas maksimum ulat (K') bernilai 355 larva/cabang, kapasitas maksimum cabang (K_S) bernilai 70 cabang/acre, tingkat cadangan energi maksimum (K_E) bernilai 1.0/tahun, dan laju konsumsi energi cadangan (p) bernilai 0.00195/larva.

2.5 Titik Keseimbangan untuk Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Titik kritis sistem (2.4.1) adalah titik $X = (B, S, E)$ sedemikian hingga $f(x) = g(x) = j(x) = 0$. Titik kritis X merupakan solusi-solusi sistem (2.4.1) yang bernilai konstan, sebab pada \bar{x} , $\frac{dB}{dt} = 0$, $\frac{dS}{dt} = 0$, dan $\frac{dE}{dt} = 0$. Keadaan yang menyebabkan $\frac{dB}{dt} = 0$, $\frac{dS}{dt} = 0$, dan $\frac{dE}{dt} = 0$ disebut keadaan setimbang, sehingga

titik kritis tersebut disebut juga titik kesetimbangan (Edwards dan Penney, 2001:6).

2.6 Metode Euler untuk Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Metode Euler adalah salah satu dari metode satu langkah yang paling tua dan paling sederhana dalam menyelesaikan persamaan diferensial. Dibandingkan dengan beberapa metode lainnya, metode ini paling kurang teliti. Namun demikian metode ini perlu dipelajari mengingat kesederhanaannya dan mudah pemahamannya sehingga memudahkan dalam mempelajari metode lain yang lebih teliti (Triatmodjo, 2002:169).

Metode Euler dapat diturunkan dari deret Taylor berikut:

$$B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t + B''_i \frac{\Delta t^2}{2!} + \dots$$

Apabila nilai Δx kecil, maka suku yang mengandung pangkat lebih tinggi dari 2 adalah sangat kecil dan dapat diabaikan, sehingga persamaan di atas dapat ditulis menjadi:

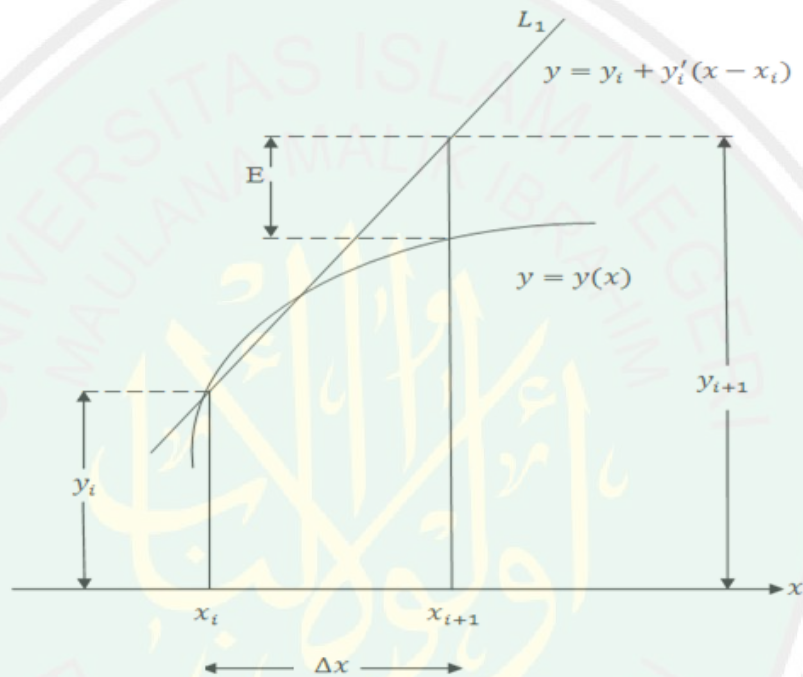
$$B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t.$$

Dengan membandingkan persamaan metode satu langkah $B_{i+1} = B_i + \emptyset \Delta t$ dan $B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t$ dapat disimpulkan bahwa dalam metode Euler, kemiringan $\emptyset = B'_i = f(t_i, B_i)$, sehingga persamaan $B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t$ dapat ditulis menjadi:

$$B = B_i + f(t_i, B_i) \Delta t.$$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots$ persamaan $B_{i+1} = B_i + f(t_i, B_i) \Delta t$ adalah metode Euler. Nilai B_{i+1} diprediksi dengan menggunakan kemiringan fungsi (sama

dengan turunan pertama) di titik t_i untuk diekstrapolasikan secara linier pada jarak sepanjang pias Δt . Gambar berikut adalah penjelasan secara grafis dari metode Euler diasumsikan Δt sebagai Δx , t sebagai x , t_i sebagai x_i , t_{i+1} sebagai x_{i+1} , B sebagai y , B_i sebagai y_i , dan B_{i+1} sebagai y_{i+1} .



Gambar 2.6.1 Gambar Perhitungan Metode Euler

(Triatmodjo, 2002:169).

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode Euler sangat sederhana, akan tetapi hasil penyelesaiannya sering merupakan penyelesaian pendekatan dengan nilai galat yang cukup besar, biasanya untuk mengurangi nilai galatnya diambil partisi (h) yang cukup kecil, akan tetapi hal ini akan menambah jumlah iterasinya. Metode ini juga dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Penyelesaian dengan metode Euler tidak perlu mencari turunan-turunan fungsi terlebih dahulu (Prastyoko, 2003:261).

Langkah-langkah metode Euler untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial tak linier yaitu (Rahmawati, 2007:34):

1. Memasukan nilai awal $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$.
2. Menentukan batas atas dan batas bawah untuk parameter t pada selang $(t_0, b) \ni t_0 < t < b$.

3. Menghitung nilai h dari iterasi sebanyak n yang diinginkan.

$$h = \frac{b-t_0}{n}.$$

4. Menghitung nilai dari

$$B_{i+1} = B_i + f(t_i, B_i, S_i, E_i) * h.$$

$$S_{i+1} = S_i + g(t_i, B_i, S_i, E_i) * h.$$

$$E_{i+1} = E_i + j(t_i, B_i, S_i, E_i) * h.$$

$$t_{i+1} = t_i + h.$$

5. Jika nilai $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ dari fungsi (f, g, j) mempunyai galat terkecil (mendekati nol) maka nilai $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ dipakai untuk menganalisis.

6. Jika nilai galat dari $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ besar maka harus kembali pada item 3 (artinya mengulang sampai didapatkan selisih nilai $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ kecil (mendekati nol) dengan memperkecil h) secara umum rumusnya

$$h = \frac{b-t_0}{n}.$$

Contoh: Carilah hampiran selesaian dari sistem persamaan diferensial biasa tak linier model ulat cemara berikut pada interval $0 < t < 5$, dengan $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm untuk $t_0 = 0$ tahun. Sehingga persamaan (2.4.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t, B, S, E) = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(t, B, S, E) = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(t, B, S, E) = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{array} \right. \quad (2.6.1)$$

Dalam 2 iterasi sehingga diperoleh nilai $h = \frac{5-0}{2} = 2,5$.

Maka diperoleh:

Iterasi ke-1

$$\begin{aligned} B_1 &= B_0 + f(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 2 + (-0,6721) * 2,5 \\ &= 0,3197. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 + g(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 10 + (0,8822) * 2,5 \\ &= 12,2055. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 + j(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 2 + (-1,8404) * 2,5 \\ &= -2,6010. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + h \\ &= 0 + 2,5 \\ &= 2,5. \end{aligned}$$

Jadi $B(1) = 0,3197$ ekor, $S(1) = 12,2055$ cm, dan $E(1) = -2,6010$ cm.

Iterasi ke-2

$$B_2 = B_1 + f(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 0,3197 + (0,6087) * 2,5$$

$$= 1,8414.$$

$$S_2 = S_1 + g(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 12,2055 + (0,0268) * 2,5$$

$$= 12,2725.$$

$$E_2 = E_1 + j(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= -2,6010 + (0,1232) * 2,5$$

$$= -2,2930.$$

$$t_2 = t_1 + h$$

$$= 2,5 + 2,5$$

$$= 5.$$

Jadi $B(2) = 1,8414$ ekor, $S(2) = 12,2725$ cm, dan $E(2) = -2,2930$ cm.

2.7 Perkiraan Galat Metode Euler

Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan Matematika hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak dari penyelesaian analitik. Salah satu tantangan metode numerik adalah menentukan taksiran galat tanpa mengetahui nilai sebenarnya, karena nilai sebenarnya hanya dapat dicari jika fungsi yang diketahui dapat dicari selesaiannya secara analitik. Untuk menentukan nilai taksiran digunakan pendekatan dengan banyaknya selang, sedangkan galat ditaksir sebagai berikut:

$$E = |y_{n+1} - y_n|.$$

Dengan:

E = Galat.

y_{n+1} = Taksiran sekarang.

y_n = Taksiran sebelumnya.

Dalam kasus nyata, besarnya galat tidak dapat dihitung, yang dapat dilakukan adalah memberi batas atas galat sekecil mungkin, misalnya batas galat sama dengan 10^{-9} , sehingga $|E| \leq 10^9$ (Sa'dijah, 1991:5-7).

Contoh: Carilah galat dari sistem persamaan diferensial biasa tak linier model ulat cemara berikut pada interval $0 < t < 5$, dengan $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm untuk $t_0 = 0$ tahun. Sehingga persamaan (2.4.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{cases} f(t, B, S, E) = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(t, B, S, E) = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(t, B, S, E) = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (2.7.1)$$

Dalam 2 iterasi sehingga diperoleh nilai $h = \frac{5-0}{2} = 2,5$.

Maka diperoleh:

Iterasi ke-1

$$B_1 = B_0 + f(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 2 + (-0,6721) * 2,5$$

$$= 0,3197.$$

$$G = |B_1 - B_0|$$

$$= |0,3197 - 2|$$

$$= 1,6803.$$

$$S_1 = S_0 + g(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 10 + (0,8822) * 2,5$$

$$= 12,2055.$$

$$G = |S_1 - S_0|$$

$$= |12,2055 - 10|$$

$$= 2,2055.$$

$$E_1 = E_0 + j(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 2 + (-1,8404) * 2,5$$

$$= -2,6010.$$

$$G = |E_1 - E_0|$$

$$= |-2,6010 - 2|$$

$$= 4,6010.$$

$$t_1 = t_0 + h$$

$$= 0 + 2,5$$

$$= 2,5.$$

Jadi $B(1) = 0,3197$ ekor, $S(1) = 12,2055$ cm, dan $E(1) = -2,6010$ cm.

Iterasi ke-2

$$B_2 = B_1 + f(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 0,3197 + (0,6087) * 2,5$$

$$= 1,8414.$$

$$G = |B_2 - B_1|$$

$$= |1,8414 - 0,3197|$$

$$= 1,5217.$$

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 + g(t_1, B_1, S_1, E_1) * h \\ &= 12,2055 + (0,0268) * 2,5 \\ &= 12,2725. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |S_2 - S_1| \\ &= |12,2725 - 12,2055| \\ &= 0,0670. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 + j(t_1, B_1, S_1, E_1) * h \\ &= -2,6010 + (0,1232) * 2,5 \\ &= -2,2930. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |E_2 - E_1| \\ &= |-2,2930 - (-2,6010)| \\ &= 0,3080. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + h \\ &= 2,5 + 2,5 \\ &= 5. \end{aligned}$$

Maka galat dari persamaan B pada saat $t = 5$ tahun diperoleh galat sebesar 1,5217, untuk persamaan S pada saat $t = 5$ tahun diperoleh galat sebesar 0,0670, dan untuk persamaan E pada saat $t = 5$ tahun diperoleh galat sebesar 0,3080.

2.8 Kajian Serangga dalam Al-Qur'an

Tanda-tanda kebesaran Allah itu tidak hanya terletak pada penciptaan langit dan bumi melainkan pada penciptaan manusia, tumbuhan, dan hewan. Salah satu hewan yang diciptakan Allah yaitu hewan melata, seperti firman Allah dalam surat Al-Jatsiyah ayat 4, Allah berfirman:

وَفِي خَلْقِكُمْ وَمَا يَبُتُّ مِنْ دَابَّةٍ آيَاتٌ لِّقَوْمٍ يُوقِنُونَ ﴿٤﴾

Artinya: *“Dan pada penciptakan kamu dan pada binatang-binatang yang melata yang bertebaran (di muka bumi) terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) untuk kaum yang meyakini”*.

Dalam surat Al-Jatsiyah ayat 4 diketahui bahwasanya pada binatang-binatang serangga seperti ulat cemara yang tergolong hewan melata, terdapat tanda-tanda kekuasaan Allah. Salah satunya tanda-tanda kekuasaan Allah pada ulat cemara yaitu, ulat cemara tersebut melahap semua jarum baru pada pucuk cemara dan dapat membunuh hingga 80% dari pohon dewasa di hutan (Tuchinsky, 1981).

Allah SWT membimbing makhluk-Nya untuk memikirkan berbagai nikmat dan kekuasaan-Nya yang Agung, yang dengannya Allah menciptakan langit dan bumi serta di dalamnya diciptakan berbagai macam makhluk dengan segala macam jenis dan rupa yang ada di antara keduanya, baik dari kalangan malaikat, jin, manusia, binatang, burung, binatang liar, binatang buas, serangga, serta aneka ragam ciptaan yang terdapat di lautan (Abdullah, 2003:335).

Di dalam ayat ini juga terdapat tanda-tanda kekuasaan Allah lainnya, seperti penciptaan manusia yang merupakan makhluk bumi dan berkaitan dengan unsur bumi serta penciptaan langit dan bumi. Proses kejadian manusia yaitu unsur

dari bumi dan ruh, sehingga unsur jasmani manusia mengalami kematian, sedangkan unsur ruhaninya tidak. Sedangkan proses kejadian langit dan bumi tidak melibatkan ruh. Disimpulkan bahwa penciptaan langit dan bumi berbeda dengan penciptaan manusia dan binatang. Penciptaan 3 hal di atas bertujuan untuk saling berinteraksi antara langit dan bumi, hewan, serta manusia. Manusia membutuhkan langit dan bumi untuk tempat tinggal, dan manusia juga membutuhkan hewan sebagai bahan makanan sehari-hari (Shihab, 2002:35).

Uraian di atas sesuai dengan model yang ditemukan Ludwig, dkk., (1978), yaitu menggambarkan populasi pertumbuhan cemara yang dipengaruhi oleh adanya ulat. Ulat membutuhkan pohon cemara sebagai tempat tinggal dan ulat juga membutuhkan tunasnya untuk dijadikan bahan makanan sehari-hari. Dalam hal ini Ludwig, dkk., (1978) memodelkan pertumbuhan ulat cemara yang terdiri dari (B) yang merepresentasikan kepadatan ulat, (S) yang diidentifikasi sebagai ruang habitat dan energi cadangan (E), sehingga terbentuklah model ulat cemara.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Identifikasi Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Model ini pertama kali diturunkan berdasarkan serangan larva seranggaulat cemara yang menggundulkan hutan cemara di sekitar Kanada. Untuk mengontrol populasi larva serangga tersebut, maka diperlukan predator alami yaitu burung. Model ini merupakan pengembangan dari model populasi logistik.

Suatu populasi awalnya meningkat secara eksponensial, akan tetapi pada akhirnya mengalami perlambatan dan mendekati kapasitas daya tampungnya karena sumber daya yang terbatas. Pertumbuhan populasi atau disebut sebagai model pertumbuhan logistik, dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$\frac{1}{x(t)} \frac{dx(t)}{dt} = r - \frac{rx(t)}{K}.$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan $x(t)$, diperoleh:

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K}\right). \quad (3.1.1)$$

$x(t)$ menyatakan jumlah populasi pada saat waktu t , r menyatakan laju pertumbuhan, dan K menyatakan daya dukung lingkungan.

Asal usul model ulat cemara yang terdiri dari tiga persamaan yaitu berawal dari modifikasi model logistik. Untuk persamaan pertama, dalam hal ini x diasumsikan sebagai B , r diasumsikan sebagai r_B , dan K kongruen dengan K_B , sehingga persamaan (3.1.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right). \quad (3.1.2)$$

Untuk persamaan predator alami (burung), persamaan ini merupakan pengembangan dari persamaan Monod pertumbuhan bakteri sebagai berikut (Weiss dan Tech, 2010:20):

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \varphi(R). \quad (3.1.3)$$

$\varphi(R)$ didefinisikan sebagai $\frac{vR}{K+R}$, sehingga persamaan (3.1.3) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \frac{vR}{K+R}. \quad (3.1.4)$$

Fungsi $\varphi(R)$ disebut fungsi Monod. Hal ini meningkat secara monoton dan pendekatan v sebagai $R \rightarrow \infty$. v adalah tingkat pertumbuhan maksimum dan K adalah konsentrasi sumber daya pembatas ketika tingkat pertumbuhan setengah maksimal.

Monod juga menemukan bahwa pertumbuhan populasi bakteri sebanding dengan penipisan sumber daya, yaitu:

$$\frac{dN}{dt} = -e \frac{dR}{dt}. \quad (3.1.5)$$

e adalah jumlah sumber daya yang dibutuhkan untuk menghasilkan satu bakteri. Kombinasi persamaan (3.1.4) dan (3.1.5) menghasilkan 2 persamaan berikut:

$$N = N \frac{vR}{K+R}, \quad (3.1.6)$$

dan

$$R = -eN \frac{vR}{K+R}. \quad (3.1.7)$$

Dalam persamaan predatornya, hal ini eN diasumsikan sebagai D , v diasumsikan sebagai C , R diasumsikan sebagai B^2 , dan K kongruen dengan α^2 , sehingga terbentuklah persamaan:

$$B = -\frac{DCB^2}{\alpha^2+B^2}. \quad (3.1.8)$$

D menyatakan efisiensi predasi, C menyatakan konstanta burung, B menyatakan jumlah kepadatan ulat, dan α menyatakan setengah kepadatan pemangsa maksimum.

Selanjutnya CD dinotasikan dengan β , sehingga terbentuklah persamaan dari $g(B)$ yaitu:

$$g(B) = -\beta \frac{B^2}{\alpha^2+B^2}. \quad (3.1.9)$$

Laju kepadatan ulat sebanding dengan adanya hambatan pada laju setengah jumlah kepadatan mangsa sebanyak kuadrat dari kepadatan ulat serta berbanding terbalik dengan kuadrat dari setengah jumlah kepadatan pemangsa dan kuadrat dari kepadatan ulat.

Suku $g(B)$ menyatakan faktor predasi (oleh burung). Dalam hal ini, predasi dapat dilakukan dengan cukup besar walaupun populasi ulat tinggi. Efek seperti ini disebut saturasi. Sebaliknya, terdapat penurunan predasi jika populasi ulat juga mengalami penurunan. Hal ini merupakan hal yang umum terjadi jika predator memiliki banyak pilihan makanan. Oleh karena itu, terdapat batas atas angka kematian ulat terhadap predasi. Batas atas merupakan fungsi dari variabel cara memangsa, variabel perilaku, dan variabel karakter habitat.

Adanya penambahan pemangsa vertebrata pada persamaan (3.1.2) menghasilkan persamaan total untuk laju B yaitu:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2+B^2}. \quad (3.1.10)$$

Pada persamaan (3.1.10) berasal dari kepadatan ulat serangga bertambah beberapa ratus kali lipat dalam beberapa tahun. Parasit ulat dapat ditentukan kesamaannya dalam skala rendah. Adanya burung pemangsa membuat laju reaksi pada ulat menjadi lebih cepat sehingga dapat ditentukan dalam skala waktu. Pohon tidak dapat menghasilkan daun-daunan dengan laju yang sama seterusnya. Karakteristik interval waktu pohon mengalami pergantian daun pada setiap 7-10 tahun. Selain itu pohon membutuhkan waktu 100-150 tahun dalam purnahnya ulat untuk tumbuh setinggi jengkal tangan manusia, sehingga waktu regenerasi terukur dalam satu dekade. Disimpulkan jumlah minimal meliputi ulat sebagai variabel cepat dan daun-daunan sebagai variabel lambat.

Untuk persamaan kedua, dalam hal ini x diasumsikan sebagai S , r diasumsikan sebagai r_s , dan K kongruen dengan K_s sebanyak E setiap K_E , sehingga persamaan (3.1.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = r_s S \left(1 - \frac{S}{K_s \frac{E}{K_E}} \right). \quad (3.1.11)$$

Pada persamaan (3.1.11) berasal dari karakteristik hutan cemara balsam, hal terpenting adalah mengikuti jejak usia atau distribusi pohon, kuantitas daun dan kondisi psikologinya. Sinkronisasi perjangkitan berskala ulat pada pohon dan distribusi dapat diganti dengan variabel tunggal S yang mempunyai rata-rata ukuran pohon. S diidentifikasi dengan area permukaan total pada posisi cabang. Hal ini sama dengan kondisi kesehatan daun-daunan pohon yang dimisalkan dengan variabel tunggal E yang dianalogikan dengan identifikasi energi cadangan.

S sebagai pendekatan batas atas limit K_S . Penambahan faktor K_E atau E disubstitusikan dalam persamaan (3.1.11), karena S berpengaruh menambah di bawah kondisi stres. Area permukaan dapat mengalami kemunduran sampai mati pada cabang atau ketika jatuh dari pohon. Begitu juga selama waktu endemik, nilai maksimum K_E dan S akan tumbuh mencapai maksimum K_S .

Untuk persamaan ketiga, dalam hal ini x diasumsikan sebagai E , r diasumsikan sebagai r_E , dan K kongruen dengan K_E , sehingga persamaan (3.1.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E} \right). \quad (3.1.12)$$

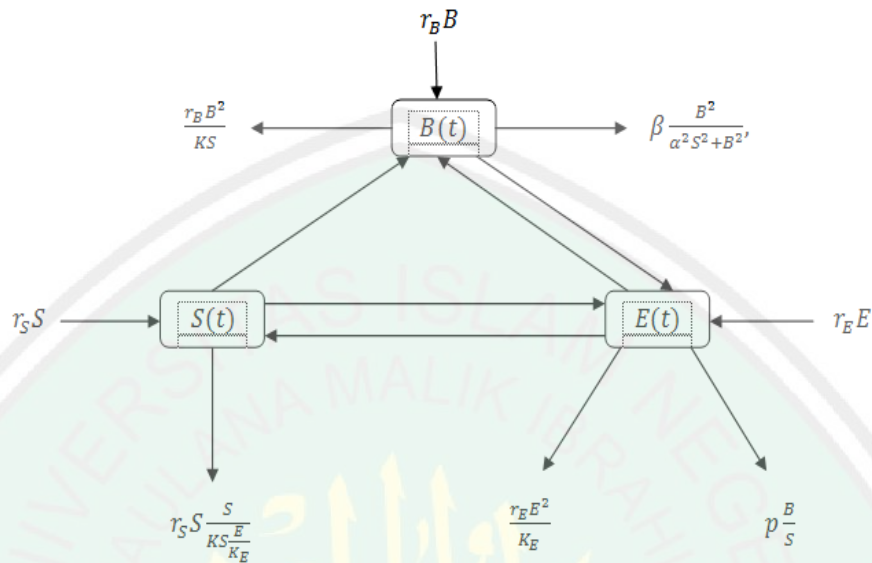
Laju pertumbuhan cadang makanan sebanding dengan adanya hambatan pada laju konsumsi energi cadangan sebanyak kepadatan ulat serta berbanding terbalik dengan ruang habitatnya, sehingga menghasilkan persamaan total untuk laju E yaitu:

$$\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E} \right) - p \frac{B}{S}. \quad (3.1.13)$$

Dari uraian di atas, maka terbentuklah model ulat cemara yang terdiri dari 3 persamaan diferensial biasa sehingga membentuk sistem sebagai berikut (Allen, 2007:259):

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B} \right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S} \right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E} \right) - p \frac{B}{S}. \end{array} \right. \quad (3.1.14)$$

Secara kompartemen, persamaan (3.1.14) dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.1.1 Gambar Kompartemen Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

- a. $B(t)$: Kepadatan ulat terhadap waktu.
- b. $S(t)$: Ruang habitat terhadap waktu (cemara).
- c. $E(t)$: Energi cadang makanan terhadap waktu (tunas).
- d. r_B : Laju pertumbuhan intrinsik ulat.
- e. K_S : Kepadatan maksimum cabang.
- f. α : Setengah kepadatan pemangsa maksimum.
- g. β : Setengah kepadatan mangsa maksimum.
- h. r_S : Laju pertumbuhan cabang.
- i. p : Laju konsumsi energi cadangan.
- j. K_E : Tingkat cadangan energi maksimum.
- k. r_E : Laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan.
- l. K' : Kepadatan ulat maksimum cabang.

Laju perubahan dari ketiga variabel tersebut diperoleh dengan asumsi sebagai berikut:

1. Laju perubahan kepadatan ulat dipengaruhi oleh laju pertumbuhan intrinsik ulat sebanyak kapasitas ulat ($r_B B$).

$$\frac{dB}{dt} = r_B B. \quad (3.1.15)$$

2. Laju perubahan kepadatan ulat dihambat oleh laju pertumbuhan intrinsik ulat sebanyak kuadrat dari kapasitas ulat setiap kepadatan ulat maksimum cabang sebanyak ruang habitatnya ($\frac{r_B B^2}{K'S}$).

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{r_B B^2}{K'S}. \quad (3.1.16)$$

3. Selain dihambat oleh laju pertumbuhan intrinsik ulat sebanyak kuadrat dari kapasitas ulat setiap kepadatan ulat maksimum cabang sebanyak ruang habitatnya ($\frac{r_B B^2}{K'S}$), laju perubahan kepadatan ulat juga dihambat oleh predator (burung) $\beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$.

$$\frac{dB}{dt} = -\beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}. \quad (3.1.17)$$

Dari persamaan (3.1.15) - (3.1.17) dapat dibuat model ulat cemara untuk laju kepadatan ulat (B) yaitu:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B - \frac{r_B B^2}{K'S} - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}. \quad (3.1.18)$$

Dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K'S}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}. \quad (3.1.19)$$

4. Laju perubahan ruang habitat dipengaruhi oleh laju pertumbuhan cabang sebanyak ruang habitat ($r_S S$).

$$\frac{dS}{dt} = (r_S S). \quad (3.1.20)$$

5. Laju perubahan ruang habitat dihambat oleh laju pertumbuhan cabang sebanyak kuadrat dari ruang habitat setiap kepadatan maksimum cabang sebanyak energi cadang makanan setiap tingkat cadangan energi maksimum

$$\left(\frac{r_S S^2}{K_S K_E} \right).$$

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{r_S S^2}{K_S K_E}. \quad (3.1.21)$$

Dari persamaan (3.1.20) - (3.1.21) dapat dibuat model ulat cemara untuk ruang habitat (S) yaitu:

$$\frac{dS}{dt} = r_S S - \frac{r_S S^2}{K_S K_E}. \quad (3.1.22)$$

Dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S K_E} \right). \quad (3.1.23)$$

6. Laju perubahan energi cadang makanan dipengaruhi oleh laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan sebanyak energi cadang makanan ($r_E E$).

$$\frac{dE}{dt} = r_E E. \quad (3.1.24)$$

7. Laju perubahan energi cadang makanan dihambat oleh laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan sebanyak kuadrat dari energi cadang makanan setiap tingkat cadangan energi maksimum $\left(\frac{r_E E^2}{K_E} \right)$.

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{r_E E^2}{K_E}. \quad (3.1.25)$$

8. Selain dihambat oleh laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan sebanyak kuadrat dari energi cadang makanan setiap tingkat cadangan energi maksimum $\left(\frac{r_E E^2}{K_E}\right)$, laju perubahan energi cadang makanan juga dihambat oleh laju konsumsi energi cadangan sebanyak kepadatan ulat setiap ruang habitatnya $\left(p \frac{B}{S}\right)$.

$$\frac{dE}{dt} = -p \frac{B}{S}. \quad (3.1.26)$$

Dari persamaan (3.1.24) - (3.1.26) dapat dibuat model ulat cemara untuk energi cadangan makanan (E) yaitu:

$$\frac{dE}{dt} = r_E E - \frac{r_E E^2}{K_E} - p \frac{B}{S}. \quad (3.1.27)$$

Dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S}. \quad (3.1.28)$$

3.2 Kestimbangan Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*)

Selanjutnya akan diperiksa kestimbangan model (3.1.14). Kestimbangan akan terjadi jika $f(x) = \frac{dB}{dt} = 0$, $g(x) = \frac{dS}{dt} = 0$, dan $j(x) = \frac{dE}{dt} = 0$. Sehingga persamaan (3.1.19) menjadi:

$$r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} = 0. \quad (3.2.1)$$

Karena turunan (*derivative*) terhadap t bernilai positif untuk $B \left(\frac{dB}{dt} > 0\right)$ sehingga jika $B = 0$ mengakibatkan tidak setimbang. Akar dari persamaan (3.2.1) memenuhi:

$$r_B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \frac{\beta B}{\alpha^2 + B^2} = 0. \quad (3.2.2)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (3.2.2), didefinisikan $u = \frac{B}{\alpha}$, akibatnya

$B = \alpha u$. Sehingga persamaan (3.2.2) dapat ditulis menjadi:

$$r_B \left(1 - \frac{\alpha u}{K_B}\right) - \frac{\alpha \beta u}{\alpha^2(1+u^2)} = 0. \quad (3.2.3)$$

Jika persamaan (3.2.3) dikalikan dengan $\frac{\alpha}{\beta}$, diperoleh:

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{\alpha u}{K_B}\right) - \frac{\alpha}{\beta} \frac{\alpha \beta u}{\alpha^2(1+u^2)} = 0.$$

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{\alpha u}{K_B}\right) - \frac{\alpha^2 \beta u}{\alpha^2 \beta (1+u^2)} = 0.$$

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{\alpha u}{K_B}\right) - \frac{u}{(1+u^2)} = 0.$$

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{u}{K_B \frac{1}{\alpha}}\right) - \frac{u}{(1+u^2)} = 0.$$

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{u}{K_B \frac{1}{\alpha}}\right) - \frac{u}{(1+u^2)} = 0.$$

$$\frac{\alpha}{\beta} r_B \left(1 - \frac{u}{\frac{K_B}{\alpha}}\right) - \frac{u}{(1+u^2)} = 0. \quad (3.2.4)$$

Jika didefinisikan:

$$R = \frac{\alpha}{\beta} r_B \text{ dan } Q = \frac{K_B}{\alpha},$$

persamaan (3.2.4) dapat ditulis menjadi:

$$R \left(1 - \frac{u}{Q}\right) = \frac{u}{(1+u^2)}. \quad (3.2.5)$$

Persamaan (3.2.5) merupakan solusi setimbang untuk persamaan (3.1.19).

Selanjutnya untuk persamaan (3.1.23) dapat ditulis menjadi:

$$r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right) = 0. \quad (3.2.6)$$

Persamaan (3.2.6) berlaku jika $S = K_S \frac{E}{K_E}$ atau $S = 0$. Untuk $S = K_S \frac{E}{K_E}$ maka berlaku:

$$\begin{aligned} r_S S \left(1 - \frac{S}{S}\right) &= 0. \\ r_S S - r_S S &= 0. \\ r_S S &= r_S S. \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

Persamaan (3.2.7) merupakan solusi setimbang untuk persamaan (3.1.23).

Selanjutnya untuk persamaan (3.1.28) dapat ditulis menjadi:

$$r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S} = 0. \quad (3.2.8)$$

Persamaan (3.2.8) berlaku jika:

$$S = \frac{pB}{r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right)}. \quad (3.2.9)$$

Jika disubstitusikan persamaan (3.2.9) maka diperoleh:

$$\begin{aligned} r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - \frac{pB}{\frac{pB}{r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right)}} &= 0. \\ r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) &= 0. \\ r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) &= r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right). \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Persamaan (3.2.10) merupakan solusi setimbang untuk persamaan (3.1.28).

Konsep kesetimbangan terdapat dalam QS. Al-Anbiya' ayat 33, Allah berfirman:

وَهُوَ الَّذِي خَلَقَ اللَّيْلَ وَالنَّهَارَ وَالشَّمْسَ وَالْقَمَرَ كُلٌّ فِي فَلَكٍ يَسْبَحُونَ ﴿٣٣﴾

Artinya: "Dan Dialah yang telah menciptakan malam dan siang, matahari dan bulan. Masing-masing dari keduanya itu beredar di dalam garis edarnya".

Allah SWT berfirman mengingatkan tentang kekuasaan-Nya yang sempurna. Seperti surat Al-Anbiya' ayat 33 bahwa Allah telah menciptakan malam dan siang, yaitu malam dengan kegelapan dan ketenangannya serta siang dengan cahaya dan kesibukannya. Terkadang, malam lebih panjang waktunya dan siang lebih singkat, serta sebaliknya. Allah juga telah menciptakan matahari dan bulan, matahari memiliki cahaya yang khusus, ruang edar sendiri, masa yang terbatas serta gerakan dan perjalanan khusus. Sedangkan bulan dengan cahaya lain, ruang edar lain, perjalanan lain dan ukuran lain (Abdullah, 2003:449).

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwasanya ayat tersebut menjelaskan tentang penciptaan matahari dan bulan serta peredarannya masing-masing dalam garis edarnya, sehingga tidak bertabrakan satu sama lain. *Subhanallah*, atas kuasa-Nya peredaran keduanya akan tetap setimbang sampai sebelum hari kiamat tiba. Hal ini juga menambah wawasan bahwasanya tanda-tanda kekuasaan Allah tidak hanya terdapat pada penciptaan langit, bumi, manusia, tumbuhan, dan hewan melainkan juga terdapat pada penciptaan matahari dan bulan.

Konsep kesetimbangan juga terdapat dalam QS. Al-Hijr ayat 19, Allah berfirman:

وَالْأَرْضَ مَدَدْنَاهَا وَأَلْقَيْنَا فِيهَا رَوَاسِيَ وَأَنْبَتْنَا فِيهَا مِنْ كُلِّ شَيْءٍ مَوْزُونٍ ﴿١٩﴾

Artinya: “Dan Kami (Allah) telah menghamparkan bumi dan menjadikan padanya gunung-gunung dan kami tumbuhkan padanya segala sesuatu menurut ukuran”.

Maksud dari surat Al-Hijr ayat 19 bahwasanya Allah telah menuturkan bagaimana Allah menciptakan bumi dan menjadikannya membentang luas dan datar, menjadikan gunung-gunung yang tegak, lembah-lembah, tanah (daratan),

pasir, dan berbagai tumbuh-tumbuhan serta buah-buahan yang sesuai (Abdullah, 2003:7).

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwasanya tanda-tanda kekuasaan Allah terdapat dalam penciptaan isi bumi yang lainnya, yaitu gunung-gunung yang ditumbuhi tumbuhan. Tumbuhannya ditumbuhkan menurut ukuran sehingga gunung-gunung tersebut mampu menampung tumbuhannya sesuai ukurannya, maka tumbuhan tersebut dapat berdiri kokoh di atas gunung. Dengan demikian gunung-gunung tersebut tidak akan terjadi longsor karena terlalu banyak jumlah tumbuhan yang ditampung.

3.3 Penyelesaian Model Ulut Cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler

Dalam sub bab ini akan dibahas penyelesaian model ulut cemara dengan metode Euler. Diselesaikan contoh model ulut cemara dengan nilai awal $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm, untuk interval $0 < t < 5$. Laju pertumbuhan intrinsik ulat (r_B) bernilai 1.52/tahun, laju pertumbuhan intrinsik cabang (r_S) bernilai 0.095/tahun, laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan (r_E) bernilai 0.92/tahun, setengah kapasitas maksimum untuk pemangsa (α) bernilai 1.11 larva/cabang, kapasitas maksimum untuk mangsa (β) bernilai 118 larva/acre/tahun, kapasitas maksimum ulat (K') bernilai 355 larva/cabang, kapasitas maksimum cabang (K_S) bernilai 70 cabang/acre, tingkat cadangan energi maksimum (K_E) bernilai 1.0/tahun, dan laju konsumsi energi cadangan (p)

bernilai 0.00195/larva (Ludwig, dkk., 1978), sehingga persamaan (3.1.14) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{dB}{dt} = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (3.3.1)$$

Penyelesaian persamaan (3.3.1) di atas menggunakan langkah-langkah yang sudah diuraikan di bab 2 yaitu:

1. Memasukkan nilai awal pada model di atas yaitu $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm untuk $t_0 = 0$ tahun.
2. Menentukan selang pada $(t_0, b) \ni t_0 < t < b$, dari model di atas penulis memberikan selang $0 < t < 5$ untuk memperoleh grafik solusinya.
3. Menghitung nilai h dari iterasi sebanyak n yang diinginkan, pada model di atas penulis melakukan 100 iterasi maka diperoleh nilai h sebagai berikut:

$$h = \frac{5 - 0}{100} = 0,05.$$

4. Menggunakan rumus Euler untuk melakukan perhitungan dari model yang sudah diberikan dengan fungsi:

$$\begin{cases} f(t, B, S, E) = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(t, B, S, E) = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(t, B, S, E) = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (3.3.2)$$

Maka diperoleh:

Iterasi ke-1

$$\begin{aligned} B_1 &= B_0 + f(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 2 + (-0,6721) * 0,05 \\ &= 1,9663. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |B_1 - B_0| \\ &= |1,9663 - 2| \\ &= 0,0337. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 + g(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 10 + (0,8821) * 0,05 \\ &= 10,0441. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |S_1 - S_0| \\ &= |10,0441 - 10| \\ &= 0,0441. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 + j(t_0, B_0, S_0, E_0) * h \\ &= 2 + (-1,8404) * 0,05 \\ &= 1,9079. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |E_1 - E_0| \\ &= |1,9079 - 2| \\ &= 0,0921. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + h \\ &= 0 + 0,05 \\ &= 0,05. \end{aligned}$$

Jadi $B(1) = 1,9663$ ekor, $S(1) = 10,0441$ cm, dan $E(1) = 1.9079$ cm.

Iterasi ke-2

$$\begin{aligned} B_2 &= B_1 + f(t_1, B_1, S_1, E_1) * h \\ &= 1,9663 + (0,6087) * 0,05 \\ &= 1,9967. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |B_2 - S_1| \\ &= |1,9967 - 1,9663| \\ &= 0,0304. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 + g(t_1, B_1, S_1, E_1) * h \\ &= 10,0441 + (0,0268) * 0,05 \\ &= 10,0454. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |S_2 - S_1| \\ &= |10,0454 - 10,0441| \\ &= 0,0013. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 + j(t_1, B_1, S_1, E_1) * h \\ &= 1,9079 + (0,1232) * 0,05 \\ &= 1,9140. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |E_2 - E_1| \\ &= |1,9140 - 1,9079| \\ &= 0,0061. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + h \\ &= 0,05 + 0,05 \\ &= 0,1. \end{aligned}$$

Jadi $B(2) = 1,9967$ ekor, $S(2) = 10,0454$ cm, dan $E(2) = 1,9140$ cm.

Iterasi ke-3

$$\begin{aligned} B_3 &= B_2 + f(t_2, B_2, S_2, E_2) * h \\ &= 1,9967 + (-0,0007) * 0.05 \\ &= 1,9966. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |B_3 - B_2| \\ &= |1,9966 - 1,9967| \\ &= 0,0001. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3 &= S_2 + g(t_2, B_2, S_2, E_2) * h \\ &= 10,0454 + (0,4652) * 0.05 \\ &= 10,0685. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |S_3 - S_2| \\ &= |10,0685 - 10,0454| \\ &= 0,0231. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_3 &= E_2 + j(t_2, B_2, S_2, E_2) * h \\ &= 1,9140 + (0,1862) * 0.05 \\ &= 1,9233. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |E_3 - E_2| \\ &= |1,9233 - 1,9140| \\ &= 0,0093. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_3 &= t_2 + h \\ &= 0,1 + 0,05 \\ &= 0,15. \end{aligned}$$

Jadi $B(3) = 1,9966$ ekor, $S(3) = 10,0685$ cm, dan $E(3) = 1,9233$ cm

Iterasi berikutnya dihitung menggunakan program Matlab sehingga diperoleh $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ yang mendekati nol, yaitu pada saat $t = 0,15$ tahun untuk B diperoleh nilaisebesar 1,9966 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,10$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0454 cm dengan galat sebesar 0,0013, dan untuk E pada saat $t = 5$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0040 cm dengan galat sebesar 0,0002.

Selanjutnya untuk memvalidasi metode Euler, maka dilakukan perbandingan grafik dari model yang telah diimplementasi metode dengan model kontinu seperti Gambar berikut:



Gambar 3.3.1 Grafik Euler dan Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0.05$

Selanjutnya diselesaikan contoh model kedua ulat cemara dengan nilai awal $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm, untuk interval $0 < t < 10$. laju pertumbuhan intrinsik ulat (r_B) bernilai 1.52/tahun, laju pertumbuhan intrinsik cabang (r_S) bernilai 0.095/tahun, laju pertumbuhan intrinsik energi cadangan (r_E) bernilai 0.92/tahun, setengah kapasitas maksimum untuk pemangsa

(α) bernilai 1.11 larva/cabang, kapasitas maksimum untuk mangsa (β) bernilai 118 larva/acre/tahun, kapasitas maksimum ulat (K') bernilai 355 larva/cabang, kapasitas maksimum cabang (K_C) bernilai 70 cabang/acre, tingkat cadangan energi maksimum (K_E) bernilai 1.0/tahun, dan laju konsumsi energi cadangan (p) bernilai 0.00195/larva (Ludwig, dkk., 1978), sehingga persamaan (3.1.14) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{dB}{dt} = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (3.3.3)$$

Penyelesaian persamaan (3.3.3) di atas menggunakan langkah-langkah yang sudah diuraikan di bab 2 yaitu:

1. Memasukkan nilai awal pada model di atas yaitu $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm untuk $t_0 = 0$ tahun.
2. Menentukan selang pada $(t_0, b) \ni t_0 < t < b$, dari model di atas penulis memberikan selang $0 < t < 5$ untuk memperoleh grafik solusinya.
3. Menghitung nilai h dari iterasi sebanyak n yang diinginkan, pada model di atas penulis melakukan 500 iterasi maka diperoleh nilai h sebagai berikut:

$$h = \frac{5 - 0}{500} = 0,01.$$

4. Menggunakan rumus Euler untuk melakukan perhitungan dari model yang sudah diberikan dengan fungsi:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t, B, S, E) = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(t, B, S, E) = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(t, B, S, E) = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{array} \right. \quad (3.3.4)$$

Maka diperoleh:

Iterasi ke-1

$$B_1 = B_0 + f(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 2 + (-0,6721) * 0,01$$

$$= 1,9932.$$

$$G = |B_1 - B_0|$$

$$= |1,9932 - 2|$$

$$= 0,0068.$$

$$S_1 = S_0 + g(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 10 + (0,8821) * 0,01$$

$$= 10,0088.$$

$$G = |S_1 - S_0|$$

$$= |10,0088 - 10|$$

$$= 0,0088.$$

$$E_1 = E_0 + j(t_0, B_0, S_0, E_0) * h$$

$$= 2 + (-1,8404) * 0,01$$

$$= 1.9815.$$

$$G = |E_1 - E_0|$$

$$= |1.9815 - 2|$$

$$= 0,0185.$$

$$t_1 = t_0 + h$$

$$= 0 + 0,01$$

$$= 0,01.$$

Jadi $B(1) = 1,9932$ ekor, $S(1) = 10,0088$ cm, dan $E(1) = 1.9815$ cm.

Iterasi ke-2

$$B_2 = B_1 + f(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 1,9932 + (0,6087) * 0,01$$

$$= 1,9992.$$

$$G = |B_2 - B_1|$$

$$= |1,9992 - 1,9932|$$

$$= 0,0060.$$

$$S_2 = S_1 + g(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 10,0088 + (0,0268) * 0,01$$

$$= 10,0002.$$

$$G = |S_2 - S_1|$$

$$= |10,0002 - 10,0088|$$

$$= 0,0086.$$

$$E_2 = E_1 + j(t_1, B_1, S_1, E_1) * h$$

$$= 1,9815 + (0,1232) * 0,01$$

$$= 1,9827.$$

$$G = |E_2 - E_1|$$

$$= |1,9827 - 1,9815|$$

$$= 0,0012.$$

$$t_2 = t_1 + h$$

$$= 0,01 + 0,01$$

$$= 0,02.$$

Jadi $B(2) = 1,9992$ ekor, $S(2) = 10,0002$ cm, dan $E(2) = 1,9827$ cm.

Iterasi ke-3

$$B_3 = B_2 + f(t_2, B_2, S_2, E_2) * h$$

$$= 1,9992 + (-0,0007) * 0,01$$

$$= 1,9991.$$

$$G = |B_3 - B_2|$$

$$= |1,9991 - 1,9992|$$

$$= 0,0001.$$

$$S_3 = S_2 + g(t_2, B_2, S_2, E_2) * h$$

$$= 10,0002 + (0,4652) * 0,01$$

$$= 10,0046.$$

$$G = |S_3 - S_2|$$

$$= |10,0046 - 10,0002|$$

$$= 0,0044.$$

$$E_3 = E_2 + j(t_2, B_2, S_2, E_2) * h$$

$$= 1,9827 + (0,1862) * 0,01$$

$$= 1,9845.$$

$$G = |E_3 - E_2|$$

$$= |1,9845 - 1,9827|$$

$$= 0,0018.$$

$$t_3 = t_2 + h$$

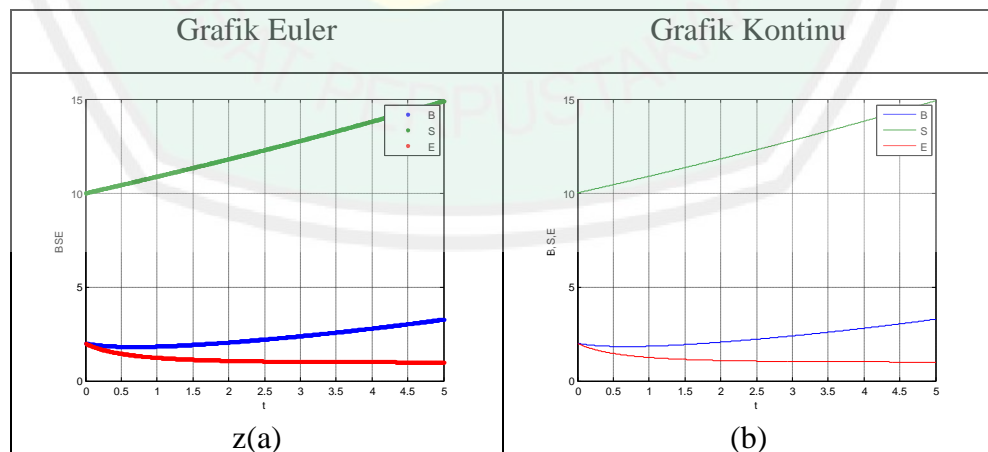
$$= 0,02 + 0,01$$

$$= 0,03.$$

Jadi $B(3) = 1,9991$ ekor, $S(3) = 10,0046$ cm, dan $E(3) = 1,9845$ cm.

Iterasi berikutnya dihitung menggunakan program Matlab sehingga diperoleh $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ yang mendekati nol, yaitu pada saat $t = 0,67$ tahun untuk B diperoleh nilaisebesar 1,8251 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,01$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0088 cm dengan galat sebesar 0,0088, dan untuk E pada saat $t = 3,75$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0154 cm dengan galat sebesar 0,0001.

Selanjutnya untuk memvalidasi metode Euler, maka dilakukan perbandingan grafik dari model yang telah diimplementasi metode dengan model kontinu seperti gambar berikut:



Gambar 3.3.2 Grafik Euler dan Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0.01$

3.4 Analisis Penyelesaian Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler

Dalam sub bab ini akan dibahas analisis penyelesaian model ulat cemara dengan metode Euler. Hasil penyelesaian model ulat cemara sebagai berikut:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{dB}{dt} = 1.52B \left(1 - \frac{B}{355S}\right) - 118 \frac{B^2}{(1.11S)^2 + B^2} \\ g(x) = \frac{dS}{dt} = 0.095S \left(1 - \frac{S}{70 \frac{E}{1.0}}\right) \\ j(x) = \frac{dE}{dt} = 0.92E \left(1 - \frac{E}{1.0}\right) - 0.00195 \frac{B}{S}. \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Dengan menggunakan metode Euler dapat dilakukan analisis sebagai berikut: metode Euler merupakan metode sederhana dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Peneliti menggunakan metode ini untuk menyelesaikan sistem persamaan (3.4.1) dengan nilai awal $B(t_0) = 2$ ekor, $S(t_0) = 10$ cm, dan $E(t_0) = 2$ cm pada selang $[0,5]$ untuk mendapatkan grafik dari hasil solusi yang diinginkan. Nilai awal $f(t_0, B_0, S_0, E_0)$, $g(t_0, B_0, S_0, E_0)$, dan $j(t_0, B_0, S_0, E_0)$, dengan $t_0 = (0,0)$ dan titik (t_0, B_0, S_0, E_0) merupakan titik kritis, sehingga nilai awal tersebut merupakan nilai yang mendekati titik kritisnya agar diperoleh suatu perpotongan pada kurva persamaan. Titik kesetimbangan yaitu titik pada saat $B(t_0)$, $S(t_0)$, dan $E(t_0)$ yaitu pada saat $t_0 = (0,0)$.

Dalam penyelesaian sistem ini pada selang $0 \leq t \leq 5$ analisis perhitungan pada $n = 100$ dan $h = 0,05$ dengan nilai $B(t)$, $S(t)$, dan $E(t)$ dari fungsi (f, g, j) yang memenuhi tentang bidang *phase*, lintasan dari sistem serta solusi dari sistem tersebut, yaitu pada saat $t = 0,15$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,9966 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat

$t = 0,10$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0454 cm dengan galat sebesar 0,0013, dan untuk E pada saat $t = 5$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0040 cm dengan galat sebesar 0,0002 dan gambar 3.3.1 (a). Bidang *phase* merupakan suatu bidang dari variabel B , S , dan E yang menelusuri suatu kurva, sedangkan lintasan dari sistem merupakan suatu kurva di bidang x dan y yang didefinisikan oleh solusi $x = f(t)$, $y = g(t)$, dan $z = j(t)$ dengan nilai $B(t)$, $S(t)$, dan $E(t)$. Nilai tersebut merupakan kelengkungan dari suatu kurva. Kurva akan bergerak sesuai dengan bertambahnya selang, sehingga lintasan dari sistem di atas membentuk suatu grafik yang digambarkan pada bidang $-xy$, sedangkan nilai solusi dari sistem merupakan suatu pasangan terurut dari fungsi (f, g, j) yang memenuhi ketiga persamaan sistem tersebut sehingga tampak terlihat jelas pada Gambar 3.3.1 (a), yaitu pada saat $t = 0$. Nilai B dan E berpotongan membentuk suatu kurva.

Metode Euler dapat dinyatakan mengimplementasikan model kontinu pada selang $h = 0.05$. Hal ini dapat dilihat dari Gambar 3.3.1 (a) dan 3.3.1 (b). Pada Gambar 3.3.1 (a) B yang menunjukkan kepadatan ulat mengalami kenaikan sampai 4 ekor pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun, S yang menunjukkan ruang habitat mengalami kenaikan sampai 15 cm pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun, sedangkan E yang menunjukkan energi cadangan makanan mengalami penurunan sampai 1 cm pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun. Gambar 3.3.1 (b) juga menunjukkan hal yang sama dengan Gambar 3.3.1 (a), sehingga dapat dinyatakan bahwa metode Euler dapat dinyatakan mengimplementasikan model kontinu.

Pada hasil perhitungan kedua pada $n = 500$ dan $h = 0,01$ dengan nilai $B(t)$, $S(t)$, dan $E(t)$ dari fungsi (f, g, h) yang memenuhi tentang bidang *phase*, lintasan dari sistem serta solusi dari sistem tersebut, yaitu pada saat $t = 0,67$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,8251 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,01$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0088 cm dengan galat sebesar 0,0088, dan untuk E pada saat $t = 3,75$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0154 cm dengan galat sebesar 0,0001. Gambar 3.3.2 (a). Bidang *phase* merupakan suatu bidang dari variabel B, S , dan E yang menelusiri suatu kurva, sedangkan lintasan dari sistem merupakan suatu kurva di bidang x dan y yang didefinisikan oleh solusi $x = f(t)$, $y = g(t)$, dan $z = j(t)$ dengan nilai $B(t)$, $S(t)$, dan $E(t)$. Nilai tersebut merupakan kelengkungan dari suatu kurva. Kurva akan bergerak sesuai dengan bertambahnya selang, sehingga lintasan dari sistem di atas membentuk suatu grafik yang digambarkan pada bidang $-xy$, sedangkan nilai solusi dari sistem merupakan suatu pasangan terurut dari fungsi (f, g, j) yang memenuhi ketiga persamaan sistem tersebut sehingga tampak terlihat jelas pada Gambar 3.3.2 (a), yaitu pada saat $t = 0$. Nilai B dan E berpotongan membentuk suatu kurva.

Metode Euler juga dapat dinyatakan mengimplementasikan model kontinu pada selang $h = 0.01$. Hal ini dapat dilihat dari Gambar 3.3.2 (a) dan 3.3.2 (b). Pada Gambar 3.3.2 (a) B yang menunjukkan kepadatan ulat mengalami kenaikan sampai 4 ekor pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun, S yang menunjukkan ruang habitat mengalami kenaikan sampai 15 cm pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun, sedangkan E yang menunjukkan energi cadangan makanan mengalami penurunan sampai 1 cm

pada selang $0 \leq t \leq 5$ tahun. Gambar 3.3.2 (b) juga menunjukkan hal yang sama dengan Gambar 3.3.2 (a), sehingga dapat dinyatakan bahwa metode Euler dapat dinyatakan mengimplementasikan model kontinu.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan didapatkan kesimpulan bahwa model ulat cemara (*Spruce Budworm*) yang berbentuk:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_S}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2} \\ \frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right) \\ \frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S} \end{array} \right.$$

Model ulat cemara merupakan modifikasi dari model pertumbuhan logistik berikut:

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K}\right).$$

Adapun persamaan $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$, dapat diasumsikan dengan x sebagai B , r diasumsikan sebagai r_B , dan K kongruen dengan K_B yang kemudian mengalami perlambatan sebesar $\beta \frac{B^2}{\alpha^2 + B^2}$. Selanjutnya persamaan

$$\frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right),$$

dapat diasumsikan dengan x sebagai S , r diasumsikan sebagai r_S , dan K kongruen dengan K_S sebanyak E setiap K_E . Sedangkan

$$\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - p \frac{B}{S},$$

dapat diasumsikan dengan x diasumsikan sebagai E , r diasumsikan sebagai r_E , dan K kongruen dengan K_E .

Selanjutnya kesetimbangan untuk persamaan $\frac{dB}{dt} = r_B B \left(1 - \frac{B}{K_B}\right) - \beta \frac{B^2}{a^2 + B^2}$ terjadi jika $R \left(1 - \frac{u}{Q}\right) = \frac{u}{(1+u^2)}$. Untuk persamaan $\frac{dS}{dt} = r_S S \left(1 - \frac{S}{K_S \frac{E}{K_E}}\right)$ terjadi jika $S = K_S \frac{E}{K_E}$ atau $S = 0$. Sedangkan untuk persamaan $\frac{dE}{dt} = r_E E \left(1 - \frac{E}{K_E} - pBS\right)$ terjadi jika $S = \frac{pBrEE1 - EKE}{EKE}$.

Perhitungan solusi model ulat cemara menggunakan program Matlab dengan nilai awal $B = 2$ ekor, $S = 10$ cm, dan $E = 2$ cm pada interval $0 < t < 5$ iterasi sebanyak 100, yaitu pada saat $t = 0,15$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,9966 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,10$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0454 cm dengan galat sebesar 0,0013, dan untuk E pada saat $t = 5$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0040 cm dengan galat sebesar 0,0002. Untuk iterasi sebanyak 500, pada saat $t = 0,67$ tahun untuk B diperoleh nilai sebesar 1,8251 ekor dengan galat sebesar 0,0001, sedangkan untuk S pada saat $t = 0,01$ tahun diperoleh nilai sebesar 10,0088 cm dengan galat sebesar 0,0088, dan untuk E pada saat $t = 3,75$ tahun diperoleh nilai sebesar 1,0154 cm dengan galat sebesar 0,0001.

4.2 Saran

Peneliti lain diharapkan dapat mengembangkan penelitian ini menggunakan metode lain sehingga dapat dibandingkan hasilnya dengan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah. 2003. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Allen, L.J.S.. 2007. *Mathematical Biology*. America: Pearson Education, Inc.
- Ayres, F.. 1992. *Persamaan Diferensial*. Jakarta: Erlangga.
- Boyce, W.E. dan DiPrima, R.C.. 1999. *ODE Architect Companion*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Edwards, C.H. dan Penney D.E.. 2001. *Differential Equation and Linear Algebra*. New Jersey: Prentice hall Inc.
- Finizio, N. dan Ladas G.. 1982. *An Introduction To Differential Equation With Difference Equation, Fourier Analysis and Partial Differential Equations*. California: Wadsworth.
- Holling, C.S.. 1970. The Components of Predation as Revealed by a Study of Small-Mammal Predation of the European Pine Sawy. Readings in Population and Community Ecology. *The Journal of Animal Ecology*, Vol. 35, No.1: 215-217.
- Jannah, A.F.. 2008. Analisis Persamaan Diferensial Model Populasi Kontinu untuk Spesies Tunggal. *Skripsi Tidak diterbitkan*. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Ludwig, D., Jones D.D., dan Holling C.S.. 1978. Qualitative Analysis of Insect Outbreak Systems: The Spruce Budworm and Forest. *The Journal of Animal Ecology*, Vol. 47, No.1: 315-322.
- Pamuntjak dan Santoso. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa*. Bandung: ITB.
- Prastyoko, A.M.A.. 2003. *Cara Praktis Penguasaan dan Penggunaan Metode Numerik Edisi Kedua*. Surabaya: Guna Widya.
- Purcell, E.J. dan Varberg D.. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 2*. Penj. Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga.
- Rahmawati, R.D.. 2007. Solusi Sistem Diferensial Non-linier menggunakan Metode Euler Berbantuan Program Matlab. *Skripsi Tidak diterbitkan*. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Sa'dijah, C.. 1991. *Metode Numerik 1*. Fakultas MIPA Malang: Universitas Negeri Malang.

Shihab, M.Q.. 2002. *Tafsir Al-Mishbah Pesan Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati.

Triatmodjo, B.. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.

Tuchinsky, P.M.. 1981. *Man in Competition with the Spruce Budworm*. UMAP Expository Monograph Series. Boston: Birkhauser.

Wahyullah, A.. 2009. Model Logistik dengan Penundaan Pada Spesies Tunggal. *Skripsi* Tidak diterbitkan. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Weiss, H. dan Tech G.. 2010. *An Mathematical Introduction to Population Dynamics*. Inggris: Howard Corporation.



LAMPIRAN

Lampiran 1 Program Matlab untuk Grafik Euler Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0,05$.

```

clc;clear;format short;
disp('===Model Ulat Cemara===')
disp('');
disp('sistem persamaan diferensial biasa:')
f=inline('1.52*x-[1.52*x^2/(355*y)]-
118*x^2/[(1.11^2)*(y^2)+x^2]','t','x','y','z')
g=inline('0.095*y-[0.095*y^2/(70*z)]','t','x','y','z')
j=inline('0.92*z-0.92*z^2-[0.00195*x/y]','t','x','y','z')
x0=2;%( 'nilai awal,x0=' );
y0=10%( 'nilai awal,y0=' );
z0=2;%( 'nilai awal,z0=' );
n=100;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=' );
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=' );
b=5;%( 'masukkan batas atas interval pencarian=' );
h=(b-a)/n;
disp('')
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
disp('Hasil Komputasi:')
disp(' iterasi t z y x eror_z eror_y eror_x ')
disp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('B','S','E')
xlabel('t')
ylabel('BSE')

```


Lampiran 2 Program Matlab untuk Grafik Euler Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0,01$.

```

clc;clear;format short;
disp('===Model Ulat Cemara===')
disp('');
disp('sistem persamaan diferensial biasa:')
f=inline('1.52*x-[1.52*x^2/(355*y)]-
118*x^2/[(1.11^2)*(y^2)+x^2]','t','x','y','z')
g=inline('0.095*y-[0.095*y^2/(70*z)]','t','x','y','z')
j=inline('0.92*z-0.92*z^2-[0.00195*x/y]','t','x','y','z')
x0=2;%('nilai awal,x0=');
y0=10;%('nilai awal,y0=');
z0=2;%('nilai awal,z0=');
n=500;%('masukkan jumlah iterasi,n=');
a=0;%('masukkan batas bawah interval pencarian=');
b=5;%('masukkan batas atas interval pencarian=');
h=(b-a)/n;
disp('')
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
disp('Hasil Komputasi:')
disp(' iterasi   t   z   y   x   eror_z   eror_y   eror_x ')
disp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('B','S','E')
xlabel('t')
ylabel('BSE')

```

Lampiran 3 Program Matlab untuk Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0,05$.

```
function kontinu
t=0:0.05:5
initial_x=2;
initial_y=10;
initial_z=2;
[t,x]=ode45(@kk,t,[initial_x;initial_y;initial_z]);

plot (t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),'LineWidth',1);
legend('B','S','E')
xlabel('t');ylabel('B,S,E');
grid on
axis ([0 5 0 15])

function dxdt=kk(t,x)
dxdt_1=1.52*x(1)-[(1.52*x(1)^2)/(355*x(2))]-
(118*x(1)^2)/[(1.11^2)*(x(2)^2)+x(1)^2]
dxdt_2=0.095*x(2)-[0.095*x(2)^2/(70*x(3))]
dxdt_3=0.92*x(3)-0.92*x(3)^2-[0.00195*x(1)/x(2)]
dxdt=[dxdt_1;dxdt_2;dxdt_3];
end
end
```

Lampiran 4 Program Matlab untuk Grafik Kontinu Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan $h = 0,01$.

```
function kontinu
t=0:0.01:5
initial_x=2;
initial_y=10;
initial_z=2;
[t,x]=ode45(@kk,t,[initial_x;initial_y;initial_z]);

plot (t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),'LineWidth',1);
legend('B','S','E')
xlabel('t');ylabel('B,S,E');
grid on
axis ([0 5 0 15])

function dxdt=kk(t,x)
dxdt_1=1.52*x(1)-[(1.52*x(1)^2)/(355*x(2))]-
(118*x(1)^2)/[(1.11^2)*(x(2)^2)+x(1)^2]
dxdt_2=0.095*x(2)-[0.095*x(2)^2/(70*x(3))]
dxdt_3=0.92*x(3)-0.92*x(3)^2-[0.00195*x(1)/x(2)]
dxdt=[dxdt_1;dxdt_2;dxdt_3];
end
end
```





**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Moh. Subadar
Nim : 09610044
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Analisis Model Ulat Cemara (*Spruce Budworm*) dengan Metode Euler
Pembimbing I : Hairur Rahman, M.Si
Pembimbing II : Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	28 Maret 2013	Bab I	1.
2.	10 April 2013	Kajian Agama Bab I dan II	2.
3.	11 April 2013	Revisi Kajian Agama Bab I dan II	3.
4.	13 April 2013	Bab II	4.
5.	12 Juni 2013	ACC Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	13 Juni 2013	Bab III	6.
7.	22 Agustus 2013	Revisi Bab III	7.
8.	24 Agustus 2013	Kajian Agama Bab III	8.
9.	28 Agustus 2013	Revisi Kajian Agama Bab III	9.
10.	28 Agustus 2013	Bab IV	10.
11.	29 Agustus 2013	ACC Kajian Agama Bab III	11.
12.	30 Agustus 2013	ACC Agama Keseluruhan	12.
13.	30 Agustus 2013	ACC Keseluruhan	13.

Malang, 30 Agustus 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001