INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK EDIZ PADA GRAF ANNIHILATOR DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

OLEH
RISMA AMELIA
NIM. 200601110011

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2024

INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK EDIZ PADA GRAF ANNIHILATOR DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
RISMA AMELIA
NIM. 200601110011

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2024

INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK EDIZ PADA GRAF ANNIHILATOR DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

Oleh
Risma Amelia
NIM. 200601110011

Telah Disetujui untuk Diuji
Malang, 14 November 2024

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	Erna Herawati, M.Pd
NIPPPK. 19870218 202321 1 018	NIPPPK. 19760723 202321 2 006

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK EDIZ PADA GRAF ANNIHILATOR DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

Oleh
Risma Amelia
NIM. 200601110011

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal, 4 Desember 2024

Ketua Penguji	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D.	....
Anggota Penguji I	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Anggota Penguji II	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.	....
Anggota Penguji III	: Erna Herawati, M.Pd.	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya bertanda tangan di bawah ini

Nama	:	Risma Amelia
NIM	:	200601110011
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul	:	Indeks Konektifitas Eksentrik Ediz Pada Graf Annihilator dari Ring Bilangan Bulat Modulo

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai pemikiran saya, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan di halaman terakhir. Apabila di kemudian hari terbukti skripsi ini adalah hasil jiplakan atau tiruan, maka saya bersedia menerima sanksi yang berlaku atas perbuatan tersebut.

Malang, 4 Desember 2024
Yang membuat pernyataan,

Risma Amelia
NIM. 200601110011

MOTO

"Selalu ada harga dalam sebuah proses. Nikmati saja lelah-lelah ini. Lebarkan rasa sabar itu. Semua yang kau investasikan untuk menjadikan dirimu seperti yang kau impikan, mungkin tidak akan selalu berjalan lancar. Tapi, gelombang-gelombang itu yang nanti bisa kau ceritakan "

-Boy Candra-

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada kedua orang tua penulis, Bapak Tumaji dan Ibu Afifatul Maimunah yang selalu memberikan dukungan, semangat, dan doa kepada anak-anaknya, yang tak kenal lelah mendukung segala keputusan dan pilihan dalam hidup penulis, serta penulis persembahkan kepada suami penulis Alfin Afandi dan adik penulis Rosa Melinda Putri dan Raina Lifianza yang selalu memberikan dukungan, doa, semangat, dukungan, kebaikan, perhatian dan kasih sayang hingga saat ini.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan penulis kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan tepat waktu. Penulis mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas kemudahan dan nikmat sehat yang diberikan, sehingga dapat menyelesaikan skripsi berjudul "Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada Graf Annihilator dari Ring Bilangan Bulat Modulo" tepat waktu. Penulis juga berharap shalawat dan salam kepada Nabi Muhammad, dengan harapan mendapatkan syafa'atnya di akhirat.

Penulis menyadari bahwa penyusunan laporan skripsi ini tidak terselesaikan tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segala kerendahan dan ketulusan hati, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang berkenan membimbing penulis dalam penyusunan skripsi dari awal hingga akhir.
5. Erna Herawati, M.Pd., selaku dosen pembimbing II yang berkenan membimbing penulis dalam penulisan kajian integrasi topik dengan Al-Quran.
6. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D., selaku ketua penguji yang telah bersedia menguji dan memberikan banyak ilmu dan saran kepada penulis.
7. Dr. Abdussakir, M.Pd., selaku anggota penguji 1 yang telah bersedia menguji dan memberikan banyak ilmu dan saran kepada penulis.
8. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan dukungan dan saran pada penyusunan skripsi ini.

9. Kedua orang tua, dan seluruh keluarga yang telah mendo’akan sekaligus memberikan dukungan kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
10. Seluruh mahasiswa angkatan 2020 dan semua pihak yang telah membantu dan tidak dapat disebutkan satu persatu.

Akhir kata penulis mengucapkan banyak terima kasih dan kiranya agar skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca dan penulis khususnya. Semoga *Mahabbah* dan *Magfirah ilahi* senantiasa dilimpahkan kepada semua.

Malang, 4 Desember 2024

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Amelia, Risma. 2024. **Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada Graf Annihilator dari Ring Bilangan Bulat Modulo.** Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si. (II) Erna Herawati, M.Pd.

Kata Kunci: Graf Annihilator, Ring Bilangan Bulat Modulo p^m, Indeks Konektifitas Eksentrik Ediz.

Graf annihilator adalah graf dengan himpunan titik $Z(R)^* = Z(R)\backslash\{0\}$ dan dua titik yang berbeda x dan y akan saling terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$. Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada suatu graf terhubung G adalah

$$^{E}\xi^{c}(G) = \sum\nolimits_{v \epsilon V(G)} \frac{S_v}{e(v)}$$

dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas v dan S_v adalah total derajat dari semua titik yang terhubung langsung dengan titik v. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modul p^m, dengan p adalah bilangan prima, dan m adalah bilangan bulat positif. Langkah awal dalam melakukan penelitian ini yaitu membentuk graf annihilator dari ring bilangan bulat modul p^m, kemudian mencari derajat titik dan eksentrisitas titik pada graf annihilator yang digunakan untuk menghitung indeks konektivitas eksentrik Ediz dari setiap graf. Setelah itu, merumuskan dugaan tentang indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modul p^m, dan yang terakhir membuktikan dugaan yang diperoleh. Hasil penelitian ini adalah

$$^{E}\xi^{c}\big(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\big) = (p^{3m-3}) - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4$$

dengan p adalah bilangan prima dan m adalah bilangan bulat positif.

ABSTRACT

Amelia, Risma. 2024. **Ediz Eccentric Connectivity Index of Annihilator Graph of Modulo Integer Ring**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science Ana Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si. (II) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: Graph Annihilator, Ring of Integer Modulo p^m, Ediz Eccentric Connectivity Index.

An Annihilator graph of a ring is a graph with a vertex set $Z(R)^* = Z(R)\backslash\{0\}$ and two distinct vertices x and y that are directly connected to each other, if and only if $ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$. Ediz eccentric connectivity index on a connected graph G is

$$^E\xi^c(G) = \sum_{v \epsilon V(G)} \frac{S_v}{e(v)}$$

with $e(v)$ is the eccentricity of v and S_v is the total degree of adjacent vertices. This study aims to determine the Ediz eccentric connectivity index on the annihilator graph of the ring of modular integers p^m, with p is a prim number, and m is a positive integer. The initial step in conducting this research is to form an annihilator graph from the ring of integers of the modul p^m , then find the vertex degree and the eccentricity of the vertex on the annihilator graph which is used to calculate the Ediz eccentric connectivity index of each graph. After that, formulate a conjecture about the Ediz eccentric connectivity index on the annihilator graph of the ring of integers of the modul p^m , and the last one proves the hypothesis obtained. The results of this study is

$$^E\xi^c\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\right) = (p^{3m-3}) - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4$$

where, p is prim number and m is a positive integer.

مستخلص البحث

عمليه،رسما.٢٠٢٤.إيديزمؤشرالربطاللامركن علح الرسماالبيانى لمحلل لحلقةالأعدادالصحيحة *modulo* ,
البعرالعلمي.فسمالرياصات كليةالعلوموالتكنولوبيا جامعة مولانامالك إبراهيم الإسلاميةالحكوميةمل
لاج.المشْرفالأوْل محمدنافع جوهرِى ا,الماجسير.الثانى إيرناهيراواتى,الماجسْيره.

الكلمات المفتاحية: الرسم البيانىالمبطل,حلقةالأعدادالصمبحة,$modul\, p^m$,مؤشرالاتصال المركزي *Edis* .

الرسماالبياني المبطلهو,سم بيانِ بمجوعةالرؤوس $Z(R)^* = Z(R)\backslash\{0\}$, وبكون رأسانمختلفن Xولامتصلين مباشْرهْ إذاوفقط إذْاكان$ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$. مؤشْرالابْصال اللامركزىايديكعلى التمثيل البيانى الئصلْ G هوحيث $e(v)$ هيالدرجةاللامركزيةللنقطة v و S_v هي الدرجةاللكلمة لجميع النقاط المتصلةمباشْرهْ بالنفطة v. تمعفاهذالراسةإلى ئحديدمؤشرالانصال اللامركزي *Edis* على الرسم البيانىالمحلل لحلقةالوحدات الصحيحة p^m حبث p عدداولي , m عددصحبحموجبا. وتنمثلالخطوةالأولى فى إجراءهذاالبحث فى ئكوينالرسماالبياني المبيدلحلقةالأعدادالصحيحه للوحره p^m . ثمايجاددرجةالنقطةواللامركزيةللنقطةعلى الرسم البيانى المبيدالذي بستخدم لحساب مؤشرالاتصال اللامركزي *Edis* لكل رسمبياني. بعدذلك, قمبصياغةتخمين حول مؤشرانصال إ بديزغريباألأطوارعلى الرسم البياني للحلفةالصحيحه لوحده p^m, وأ خيرإثبات التخمين الذي تم الحصول عليةنتيجه هذا البحث هى

$$^{E}\xi^{c}\big(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\big) = (p^{3m-3}) - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4$$

حبث p عددأوْلي و m عددصحيح موجب.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah ilmu matematika yang saat ini banyak mengalami perkembangan. Berbagai manfaat graf dalam kehidupan sehari-hari antara lain dapat digunakan dalam penjadwalan sesuatu, dapat membantu menemukan rute tercepat dan terpendek antara dua lokasi, dapat digunakan untuk memodelkan struktur molekul pada bidang kimia.

Kitab suci al-Quran adalah kitab suci umat Islam, al-Quran merupakan kitab suci yang telah menunjukkan eksistensi sesuatu yang ada di balik alam semesta itu sendiri. Alam semesta dan isinya telah diciptakan oleh Allah SWT dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan yang tepat, serta dengan rumus-rumus dan persamaan yang seimbang (Abdussakir, 2007). Salah satu ayat yang menerapkan konsep bahwa sesuatu yang ada pada alam semesta ini diciptakan dengan ukuran dan persamaan rumus yang seimbang dapat ditemukan dalam surah al-Furqan ayat 1 dan 2 yaitu :

تَبَارَكَ ٱلَّذِى نَزَّلَ ٱلْفُرْقَانَ عَلَىٰ عَبْدِهِۦ لِيَكُونَ لِلْعَٰلَمِينَ نَذِيرًا﴿١﴾ ٱلَّذِى لَهُۥ مُلْكُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ
وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ شَرِيكٌ فِى ٱلْمُلْكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَىْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا﴿٢﴾

Artinya: *"Maha Suci Allah yang telah menurunkan Furqan (al-Quran) kepada hamba-Nya (Muhammad), agar dia menjadi pemberi peringatan kepada seluruh alam (jin dan manusia), yang memiliki kerajaan langit dan bumi, tidak mempunyai anak, tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan(Nya), dan Dia menciptakan segala sesuatu, lalu menetapkan ukuran-ukurannya dengan tepat."*(Q.S. al-Furqan/25:1-2) (Kemenag RI).

Surat al-Furqan ayat 1 menjelaskan tentang Allah SWT telah menurunkan al-Quran yang menjelaskan perbedaan antara hak dan batil. Pada tafsir wajiz dikatakan bahwa Allah SWT menurunkan al-Quran kepada hamba-Nya yaitu Nabi Muhammad Saw agar dia menyampaikan kepada seluruh alam yang berasal dari bangsa manusia dan juga bangsa jin, dan tidak dikhususkan bagi kelompok tertentu yaitu bangsa malaikat sebagai pemberi peringatan kepada mereka akan azab Allah SWT.

Surat al-Furqan ayat 2 menjelaskan tentang Allah SWT yang memuji diri-Nya dengan menurunkan al-Quran kepada Nabi Muhammad SAW yang mana al-Quran berguna sebagai petunjuk dan pedoman hidup bagi makhluk-Nya yang dimuliakan-Nya yaitu manusia, sedangkan ciptaan-ciptaan lainya baik di langit maupun di bumi adalah untuk kepentingan manusia itu sendiri. Pada tafsir wajis dikatakan Allah SWT yang menurunkan furqan, dia yang memiliki kerajaan langit dan bumi. kekuasaan-Nya begitu sempurna dan kemampuan-Nya tidak berbatas dalam mengurus keduanya. Dia tidak mempunyai anak, karena dia tidak membutuhkannya, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan-Nya karena Dia Mahakuasa sehingga tidak memerlukan bantuan, dan Dia menciptakan segala sesuatu lalu menetapkan ukuran-ukurannya dengan tepat, teliti, dan penuh hikmah. Surah al-Furqan tersebut menjelaskan bahwa semua yang ada di alam semesta ini pasti ada perhitungannya, rumusnya, atau persamaannya yang terdapat kata ukuran-ukurannya pada ayat nomor dua yang dapat diartikan sebagai acuan dalam menetapkan sesuatu.

Dalam matematika terdapat cabang ilmu yaitu teori graf. Penerapan teori graf sangat berguna dalam kehidupan sehari-hari. Dengan adanya bantuan dari teori graf maka proses memvisualisasikan konsep matematika abstrak menjadi jauh lebih mudah. Tidak hanya dalam memvisualisasikan konsep matematika abstrak saja, akan tetapi dalam menyelesaikan masalah matematika, dan mempelajari algoritma matematika juga membutuhkan peran dari teori graf.

Graf G terdiri dari pasangan himpunan (V, E) dengan V terdiri dari himpunan unsur yang berhingga dan tidak kosong disebut titik, sedangkan E terdiri dari himpunan yang menggabungkan dua komponen pada V (mungkin kosong) yang disebut sisi. Misalkan x dan y adalah titik pada graf G, dan $\{x, y\}$ adalah sisi dari graf G, maka dapat dikatakan bahwa x dan y adalah titik yang terhubung secara langsung. Derajat titik pada x adalah banyak titik pada graf G yang terhubung langsung dengan titik x (Chartrand dkk., 2016).

Indeks topologi adalah salah satu topik dari teori graf yang dikenal sebagai indeks konektivitas. Indeks konektivitas adalah bilangan riil yang berkaitan dengan graf yang diperoleh dengan aturan tertentu dan tidak merubah keisomorfisan graf (Domicolo & Mahmoud, 2020). Berbagai indeks topologi banyak digunakan untuk studi hubungan struktur properti kuantitatif (QSPR) dan hubungan struktur aktivitas kuantitatif (QSAR) (Ediz, 2011). Salah satu bentuk indeks konektivitas yang sering diteliti adalah indeks konektivitas eksentrik, yang diaplikasikan pada suatu graf terhubung G, dengan indeks konektivitasnya menyatakan jumlah kali derajat titik v dengan eksentrisitasnya atau $\xi^c(G) = \sum_{v \epsilon V(G)} \deg(v)\, e(v)$, dengan $\deg(v)$ adalah derajat titik v, sementara $e(v)$ adalah eksentrisitas v (Morgan dkk., 2011).

Selain itu, ada variasi dari indeks konektivitas eksentrik yang disebut sebagai indeks konektivitas eksentrik Ediz atau indeks keterhubungan langsung eksentrik. Suleyman mendefinisikan indeks konektivitas eksentrik Ediz sebagai parameter topologi (indeks topologi) graf molekul. Indeks konektivitas eksentrik Ediz didefinisikan sebagai total dari hasil bagi antara jumlah derajat dari semua titik yang terhubung secara langsung dengan titik dalam graf molekul dan eksentrisitas titik tersebut dalam graf molekul. Indeks konektivitas eksentrik Ediz dari graf G didefinisikan sebagai ${}^{E}\xi^{c}(G) = \sum_{v \epsilon V(G)} \frac{S_v}{e(v)}$, dengan S_v adalah total derajat dari semua titik yang terhubung langsung dengan titik v dan $e(v)$ adalah eksentrisitas titik v (Ediz, 2011).

Dalam penelitian sebelumnya, indeks konektivitas eksentrik telah diteliti oleh DeMorgan, dkk (2011). Penelitian lebih lanjut terhadap indeks konektivitas eksentrik Ediz (IKEE) telah diteliti oleh Ediz (2011). Dalam penelitian lain yang ditulis oleh Reddy, dkk (2020) juga menyelidiki tentang indeks konektivitas eksentrik, indeks konektivitas eksentrik Ediz dan indeks konektivitas eksentrik yang diperluas. Pengkajian struktur dalam bentuk graf dianggap sebagai alternatif dalam memahami struktur aljabar yang sebelumnya dipandang sebagai studi teoritis. Berdasarkan perkembangannya, graf merupakan diagram yang terdiri dari himpunan titik dan sisi, serta melibatkan dua operasi biner penambahan dan perkalian. Himpunan yang melibatkan dua operasi biner disebut ring. Ring memenuhi sifat grup abelian yaitu tertutup terhadap operasi penjumlahan, asosiatif terhadap operasi penjumlahan, tertutup terhadap operasi perkalian, asosiatif terhadap operasi perkalian dan distributif operasi perkalian terhadap operasi penjumlahan. Ring komutatif adalah ring yang operasi perkaliannya komutatif (Gilbert & Gilbert, 2015).

Pada tahun 1988, artikel yang ditulis oleh Beck memperkenalkan gagasan ring komutatif dalam bentuk graf pembagi nol $\Gamma(R)$. Dalam graf ini, himpunan titik berasal dari elemen dalam ring komutatif R, yaitu titik x dan y terhubung langsung atau bertetangga jika dan hanya jika $x \cdot y = 0$ (Patty, 2016).

Graf annihilator dari ring R yang dinotasikan sebagai $AG(R)$. Himpunan titik pada graf ini adalah $Z(R)$ dan dua titik berbeda $x, y \in AG(R)$ terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$ (Badawi, 2014).

Berdasarkan penjelasan tersebut, penulis melakukan penelitian mengenai indeks konektivitas eksentrik Ediz dalam graf annihilator yang dibangun dari ring komutatif dengan unsur kesatuan, khususnya ring bilangan bulat modulo p^m dengan p bilangan prima, atau dinyatakan sebagai ring $\mathbb{Z}_{p^m}$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disampaikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana rumus umum indeks konektivitas eksentrik Ediz dalam graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini, berdasarkan rumusan masalah adalah menentukan rumus umum untuk indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini dapat memberikan kontribusi signifikan pada teori graf dan matematika terapan, yang dapat mengarah pada pengembangan algoritma baru yang lebih efisien untuk menghitung berbagai sifat graf. Algoritma-

algoritma ini dapat diterapkan dalam bidang seperti kecerdasan buatan, pencarian internet, dan pemodelan komputasi.

1.5 Batasan Masalah

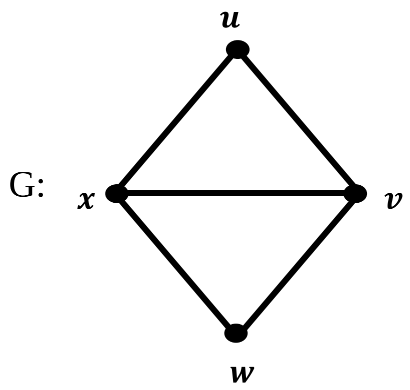
Penelitian ini difokuskan pada graf annihilator yang berasal dari ring bilangan bulat modulo p^m atau dapat dinyatakan $\mathbb{Z}_{p^m}$, dengan p bilangan prima dan m bilangan bulat positif.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan titik-titik dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang titik. Oleh karena itu, setiap anggota dari himpunan $E(G)$ adalah pasangan titik tak terurut dari himpunan $V(G)$. Misalkan dalam graf G terdapat dua titik berbeda yaitu u dan v, jika terdapat satu sisi $e = \{u, v\}$ di dalam graf G, maka e dikatakan menghubungkan titik u dan titik v. Dalam konteks ini, titik u dan v terhubung langsung di G (Chartrand, dkk, 2016). Misalkan graf G dengan himpunan titik dengan $V(G) = \{u, v, w, x\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{\{u, v\}, \{u, x\}, \{v, w\}, \{v, x\}, \{w, x\}\}$ ditunjukkan pada Gambar 2.1 sebagai berikut.



Gambar 2.1 Contoh Graf

2.1.1 Jalan, Tapak, dan Lintasan

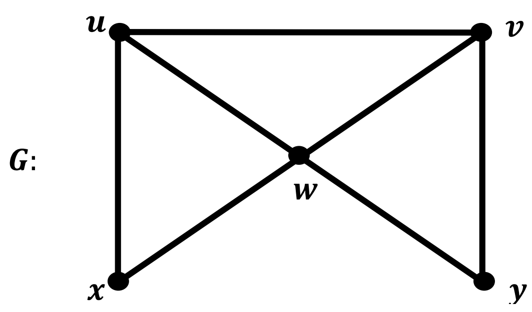
Misalkan graf G memiliki titik u dan v (yang tidak harus berbeda). Jalan u-v di graf G merupakan barisan berhingga yang berselang-seling

$$W: u = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n) = v$$

antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = \{v_{i-1}, v_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ adalah sisi di G. v_0 dikatakan titik awal dari W, v_n dikatakan titik akhir dari W, titik $v_1, v_2, \dots, v_n$ dikatakan titik internal, dan n menyatakan panjang dari W. Jika $v_0 \neq v_n$, maka W disebut jalan terbuka. Jika $v_0 = v_n$, maka W disebut jalan tertutup. Suatu jalan dikatakan trivial jika jalan tersebut tidak memiliki sisi (Abdussakir dkk, 2009).

Pada graf G di Gambar 2.2 memiliki jalan $W_1 = (u, v, w, y, w, x, w, u)$ dan $W_2 = (u, v, y, w, x)$. W_1 adalah suatu jalan tetutup yang memiliki panjang 6. W_2 adalah suatu jalan terbuka yang memiliki panjang 4.

Tapak adalah jalan yang berada pada suatu graf dengan sisinya tidak ada yang berulang (Chartrand, dkk, 2016). Sedangkan suatu lintasan adalah jalan pada suatu graf dengan titiknya tidak ada yang berulang (Chatrand,dkk,2016). Pada Gambar 2.2 terdapat suatu lintasan, dengan lintasan tersebut adalah $L = (u, w, v, y)$, dengan panjang dari lintasan tersebut adalah 4.



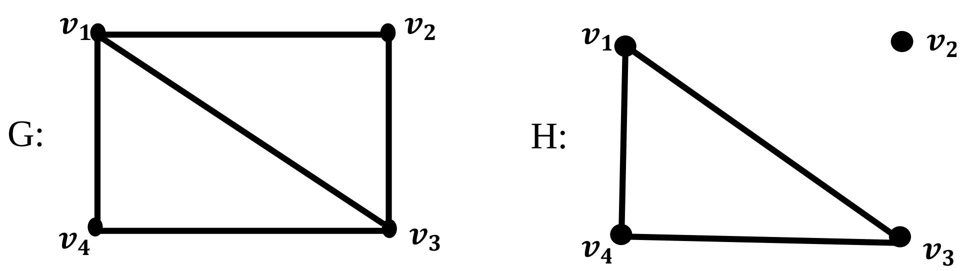
Gambar 2.2 Contoh Jalan, Tapak, dan Lintasan

Misalkan graf G memiliki titik u dan v. Jarak dari u dan v dinotasikan dengan $d(u,v)$ adalah panjang lintasan terpendek dari u ke v di G. Untuk setiap titik $u, v,$ dan w didalam G, berlaku:

1. $d(u,v) \geq 0$ dan $d(u,v) = 0$ jika dan hanya jika $u = v$
2. $d(u,v) = d(v,u)$
3. $d(u,v) \leq d(u,w) + d(w,v)$ (Abdussakir dkk, 2009)

2.1.2 Graf Terhubung

Misalkan terdapat dua titik berbeda pada graf G, yaitu u dan v. Titik u dan v terhubung jika terdapat suatu lintasan u-v. Sebaliknya, graf G dikatakan terhubung jika setiap titik u dan v dalam G terhubung. Dengan kata lain, suatu graf G terhubung jika dan hanya jika semua pasangan titik u dan v dalam G terhubung (Chartrand dkk., 2016).



Gambar 2.3 Graf Terhubung dan Tak Terhubung

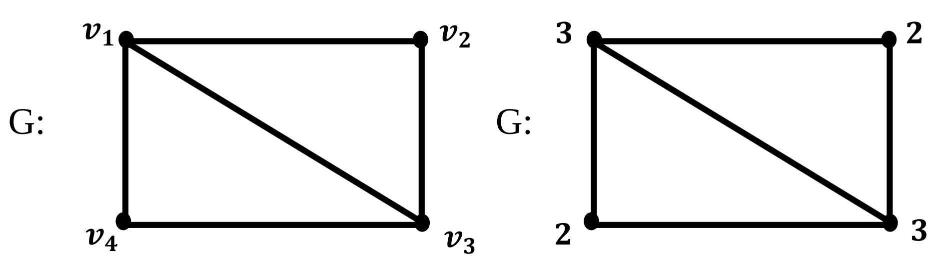
Menurut Gambar 2.3, graf G terhubung karena setiap pasang titik di G dapat dihubungkan oleh suatu lintasan. Sebaliknya, graf H tidak terhubung karena tidak ada lintasan yang menghubungkan v_1 dan v_2.

2.1.3 Derajat Titik

Jika $\{u, v\}$ adalah sisi dari G, maka u dan v adalah titik yang bertetangga. Dua titik yang bertetangga disebut sebagai persekitaran satu sama lain. Himpunan persekiratan dari titik v disebut persekitaran terbuka dari v yang dilambangkan dengan $N(v)$.

Misalkan v adalah suatu titik dalam graf G. Derajat titik v adalah banyak titik di G yang terhubung langsung ke v. Titik v dalam graf G memiliki derajat yang dinotasikan dengan $\deg_v(v)$ atau $\deg(v)$. Dengan demikian, derajat v adalah total titik pada persekitaran $N(v)$. Oleh karena itu, $\deg(v) = |N(v)|$. Titik yang memiliki derajat 0 disebut sebagai titik terasing atau terisolasi. Derajat terbesar di antara titik-titik G disebut derajat maksimum dari G yang dinotasikan dengan $\Delta(G)$, sedangkan derajat terkecil di antara titik-titik di G disebut derajat minimum dari G dinotasikan dengan $\delta(G)$ (Chartrand dkk., 2016).

Gambar 2.4, menunjukkan bahwa $N(v_1) = v_2, v_3, v_4$, $N(v_2) = v_1, v_3$, $N(v_3) = v_1, v_2, v_4$ dan $N(v_4) = v_1, v_3$. Oleh karena itu, $\deg(v_1) = 3, \deg(v_2) = 2, \deg(v_3) = 3$ dan $\deg(v_4) = 2$. Sehingga didapatkan bahwa derajat maksimum $\Delta(G) = 3$ dan derajat minimum $\delta(G) = 2$.



Gambar 2.4 Contoh Derajat Titik

2.1.4 Eksentrisitas Titik

Graf G memiliki himpunan $V(G)$ dan himpunan $E(G)$. Jarak dari titik u ke v di graf G adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke v, yang dinotasikan dengan $d(u,v)$. Jika tidak ada lintasan pada graf G, maka $d(u,v) = \infty$. Eksentrisitas titik u pada graf G adalah jarak terjauh (lintasan terpendek maksimum) dari titik u ke titik yang lain pada graf G, yang dinotasikan dengan $e(u)$ untuk eksentrisitas titik u pada graf G. Oleh karena itu, $e(u) = \max\{d(u,v) | v \in V(G)\}$ (Kusmayadi & Sudibyo, 2011).

Eksentrisitas titik dari graf G pada Gambar 2.3 adalah sebagai berikut.

$e(v_1) = \max\{d(v_1, v_2), d(v_1, v_3), d(v_1, v_4)\} = \max\{1, 1, 1\} = 1$

$e(v_2) = \max\{d(v_2, v_1), d(v_2, v_3), d(v_2, v_4)\} = \max\{1, 1, 2\} = 2$

$e(v_3) = max\{d(v_3, v_1), d(v_3, v_2), d(v_3, v_4)\} = max\{1, 1, 1\} = 1$

$e(v_4) = max\{d(v_4, v_1), d(v_4, v_2), d(v_4, v_3)\} = max\{1, 2, 1\} = 2$

2.2 Grup

Grup adalah struktur fundamental yang terdiri atas himpunan yang tidak kosong yang dilengkapi dengan satu operasi biner.

Definisi 2.2.1

Misalkan operasi biner $*$ didefinisikan untuk elemen himpunan G, maka G adalah grup jika memenuhi empat sifat, yaitu ketertutupan terhadap operasi, mematuhi hukum asosiatif, memiliki unsur identitas, dan setiap elemen memiliki invers (Gilbert & Gilbert, 2015). G dikatakan sebagai grup jika memenuhi kondisi berikut:

1. G tertutup terhadap operasi $*$, untuk setiap $x, y \in G$ berlaku $x * y \in G$
2. Operasi $*$ bersifat asosiatif, untuk setiap $x, y, z \in G$ berlaku $x * (y * z) = (x * y) * z$
3. G memiliki unsur identitas e, terdapat suatu elemen $e \in G$ sedemikian sehingga untuk semua $x \in G$ berlaku $x * e = x = e * x$.
4. G memiliki invers, untuk setiap $x \in G$ terdapat elemen $x^{-1} \in G$ yang memenuhi $x * x^{-1} = e = x^{-1} * x$.

Himpunan yang memenuhi keempat kondisi tersebut, dapat dikatakan sebagai grup.

Contoh:

Himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan $(\mathbb{Z}, +)$ adalah salah satu contoh dari grup.

Bukti:

Akan diambil $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

1. Tertutup

   Misalkan $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a + b$ merupakan bilangan bulat. Karena penjumlahan dua bilangan bulat selalu menghasilkan bilangan bulat lainnya. Dengan demikian, $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap operasi penjumlahan.

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a + b \in \mathbb{Z}$$

2. Asosiatif

   Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$, akan berlaku

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

   sehingga $\mathbb{Z}$ memenuhi sifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan.

3. Elemen Identitas

Dalam himpunan $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan, elemen identitas adalah 0, karena untuk setiap bilangan bulat $a \in \mathbb{Z}$, berlaku:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

maka, 0 adalah elemen identitas bagi himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan.

4. Elemen Invers

Untuk setiap bilangan bulat $a \in \mathbb{Z}$, elemen inversnya adalah $-a$, karena:

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

Oleh karena itu, setiap elemen a dalam $\mathbb{Z}$ memiliki invers $-a$, yang merupakan bilangan bulat.

Berdasarkan pembuktian di atas, himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan memenuhi keempat sifat grup, yaitu tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas, dan memiliki elemen invers. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan merupakan grup.

2.3 Ring

Ring adalah struktur dasar yang terdiri dari himpunan tak kosong dengan dua operasi biner.

Definisi 2.3.1

Misalkan R adalah himpunan tak kosong yang dilengkapi dua operasi biner, penjumlahan $(+)$ dan perkalian $(\cdot)$ maka R disebut ring, apabila memenuhi syarat-syarat berikut.

1. Untuk setiap $x, y \in R$, maka $x + y \in R$ (Tertutup pada operasi penjumlahan).
2. Untuk setiap x, y, $z \in R$, maka $x + (y + z) = (x + y) + z$ (Asosiatif pada operasi penjumlahan).
3. Terdapat $0 \in R$ sehingga untuk $x \in R$, maka $x + 0 = 0 + x = x$ (Memiliki elemen identitas pada operasi penjumlahan).
4. Untuk setiap $x \in R$, maka terdapat $-x \in R$ sedemikian hingga $x + (-x) = (-x) + x = 0$ (Memiliki invers pada operasi penjumlahan).
5. Untuk setiap x, $y \in R$, maka $x + y = y + x$ (Komutatif pada operasi penjumlahan).
6. Untuk setiap $x, y \in R$ berlaku $x \cdot y \in R$ (Tertutup pada operasi perkalian).
7. Untuk setiap $x, y, z \in R$, maka $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (Asosiatif pada operasi perkalian).
8. Untuk setiap $x, y, z \in R$, maka $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ dan $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ (Distributif operasi perkalian pada operasi penjumlahan).

Dengan demikian, ring adalah grup abelian terkait dengan operasi perkalian, memenuhi sifat ketertutupan dan asosiatif pada operasi penjumlahan, serta bersifat distributif terhadap operasi perkalian terhadap penjumlahan (Gilbert & Gilbert, 2015).

Himpunan yang dikatakan ring adalah himpunan yang memenuhi delapan kondisi tersebut. Salah satu himpunan tersebut yaitu himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ terhadap operasi penjumlahan dan perkalian.

Contoh:

Himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan dan operasi perkalian $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah salah satu contoh dari ring.

Bukti:

Akan diambil $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

1. Tertutup terhadap penjumlahan dan perkalian

   Misalkan $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a + b$ merupakan bilangan bulat. Karena penjumlahan dua bilangan bulat selalu menghasilkan bilangan bulat lainnya. Dengan demikian, $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap operasi penjumlahan.

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a + b \in \mathbb{Z}$$

2. Asosiatif pada operasi penjumlahan

   Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$, akan berlaku

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

   sehingga $\mathbb{Z}$ memenuhi sifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan.

3. Memiliki elemen identitas pada operasi penjumlahan

   Dalam himpunan $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan, elemen identitas adalah 0, karena untuk setiap bilangan bulat $a \in \mathbb{Z}$, berlaku:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

   maka, 0 adalah elemen identitas bagi himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan.

4. Memiliki invers pada operasi penjumlahan

   Untuk setiap bilangan bulat $a \in \mathbb{Z}$, elemen inversnya adalah $-a$, karena:

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

   Oleh karena itu, setiap elemen a dalam $\mathbb{Z}$ memiliki invers $-a$, yang merupakan bilangan bulat.

5. Komutatif pada operasi penjumlahan

   Penjumlahan dalam $\mathbb{Z}$ bersifat komutatif. Untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$, berlaku:

$$a + b = b + a$$

6. Tertutup pada operasi perkalian

   Misalkan $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a \cdot b$ merupakan bilangan bulat. Karena perkalian dua bilangan bulat selalu menghasilkan bilangan bulat lainnya. Dengan demikian, $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap operasi penjumlahan.

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \cdot b \in \mathbb{Z}$$

7. Asosiatif pada operasi perkalian

   Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$, akan berlaku

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

   sehingga $\mathbb{Z}$ memenuhi sifat asosiatif terhadap operasi perkalian.

8. Distributif operasi perkalian pada operasi penjumlahan

   Perkalian dalam $\mathbb{Z}$ bersifat distributif terhadap penjumlahan, baik dari kiri maupun dari kanan. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$, berlaku :

   - Distributif kiri:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

   - Distributif kanan:

$$(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (a \cdot b)$$

   sehingga $\mathbb{Z}$ memenuhi sifat distributif terhadap operasi perkalian pada operasi penjumlahan.

Berdasarkan pembuktian di atas, dapat disimpulkan bahwa himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ dengan dua operasi biner, yaitu penjumlahan dan perkalian, memenuhi semua sifat-sifat yang diperlukan untuk menjadi sebuah ring. Oleh karena itu, $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan dan perkalian membentuk sebuah ring komutatif. Perlu dicatat bahwa dalam $\mathbb{Z}$, elemen identitas untuk perkalian adalah 1, karena $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$. Dengan demikian, $\mathbb{Z}$ merupakan contoh ring komutatif dengan identitas.

2.3.1 Ring Komutatif dengan Unsur Kesatuan

Suatu ring R adalah ring yang memenuhi sifat komutatif perkalian, untuk setiap $x \in R$ dan $y \in R$ berlaku $x \cdot y = y \cdot x$. Jika dalam himpunan R terdapat unsur kesatuan atau identitas terhadap operasi perkalian, maka R adalah ring komutatif yang memiliki unsur kesatuan (Gilbert & Gilbert, 2015).

Ring komutatif dengan unsur kesatuan adalah suatu ring yang memuat elemen kesatuan pada operasi perkalian $(R,\cdot)$. Misalnya $(G,+,\cdot)$ adalah suatu ring, dengan $G = \{1, -1, i, -i\}$. G merupakan ring komutatif dengan unsur kesatuan jika memuat elemen kesatuan pada operasi perkalian.

Misalkan e adalah elemen identitas, e dapat ditunjukan dalam Tabel 2.1 berikut ini.

Tabel 2.1 Perkalian Elemen dari Himpunan G

$\cdot$	1	-1	i	$-i$
1	1	-1	i	$-i$
-1	-1	1	$-i$	i
i	i	$-i$	i^2	$-i^2$
$-i$	$-i$	i	$-i^2$	i^2

sehingga dapat dilihat dalam Tabel 2.1 elemen identitas dari G adalah 1, maka $(G,+,\cdot)$ merupakan ring komutatif dengan unsur kesatuan.

Berdasarkan penjelasan yang diberikan oleh Gilbert & Gilbert (2009), apabila R adalah suatu ring yang memiliki unsur kesatuan 1 dan x adalah elemen dalam R, maka y disebut sebagai invers perkalian dari x jika $x \cdot y = y \cdot x = 1$. Elemen x juga disebut sebagai unit dalam R. Himpunan semua unit di R dinotasikan dengan $U(R)$.

2.3.2 Pembagi Nol

Dalam ring R, elemen x disebut sebagai pembagi nol jika terdapat $y \in R, y \neq 0$ sedemikian sehingga $xy = yx = 0$. Pembagi nol dalam suatu ring bilangan bulat dapat ditemukan pada elemen 0. Sebagai contoh, dalam ring bilangan bulat, 0 adalah satu-satunya pembagi nol. Notasi $Z(R)$ digunakan untuk menyatakan himpunan semua pembagi nol dari suatu ring komutatif R, sebagaimana dijelaskan oleh Josi pada tahun 1989.

Pembagi nol dapat dicari dalam ring komutatif jika ada dua elemen tak nol di ring komutatif sedemikian hingga kedua elemen tersebut jika dikalikan menghasilkan 0. Pada ring bilangan bulat $\mathbb{Z}_6$ didapatkan pembagi nolnya adalah $2, 3,$ dan 4 karena

$$2 \cdot 3 = 0$$

$$3 \cdot 2 = 0$$

$$3 \cdot 4 = 0$$

$$4 \cdot 3 = 0$$

Sehingga elemen pembagi nol dari $\mathbb{Z}_6$ adalah $2, 3,$ dan 4.

2.3.3 Relasi Ekivalen

Terdapat berbagai simbol yang digunakan untuk mendefinisikan relasi ekivalen, termasuk $\cong, \equiv, \approx, \sim, \simeq, \asymp$ dan lain sebagainya. Secara umum, simbol yang paling umum digunakan untuk mendefinisikan relasi ekivalen adalah $\equiv$.

Definisi 2.3.2

Suatu relasi pada himpunan tak kosong S adalah relasi ekivalen $\equiv$, jika syarat-syarat berikut terpenuhi untuk sembarang $x, y, z \in S$:

1. Reflektif, untuk setiap $x \in S$, berlaku $x \equiv x$.
2. Simetris, untuk setiap $x, y \in S$, berlaku $x \equiv y \Leftrightarrow y \equiv x$.
3. Transitif, untuk setiap $x, y, z \in S$, berlaku $x \equiv y$ dan $y \equiv z$ mengakibatkan $x \equiv z$ (Joyce, 2017).

2.4 Kongruensi Modulo n

Definisi 2.4.1

Misalkan $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$. Untuk $x, y \in \mathbb{Z}$, x kongruen dengan y modulo n jika dan hanya jika $x - y$ adalah kelipatan dari n. Untuk menyatakan bahwa x kongruen dengan y modulo n, dapat dituliskan

$$x \equiv y (\mathrm{mod}\, n),$$ (Gilbert & Gilbert, 2009).

Contoh:

Kongruensi modulo 4 menyatakan bahwa dua bilangan dikatakan kongruen modulo 4 jika selisih kedua bilangan tersebut habis dibagi 4 atau

$$19 \equiv 3 (\mathrm{mod}\ 4) \text{ karena } 4|(19 - 3).$$

Teorema 2.4.1

Jika $FPB(a,n) = d$ membagi b atau ditulis $d|b$, maka kongruensi linier $ax \equiv b(\text{mod}\, n)$ dapat diselesaikan. Jika $d|b$, maka kongruensi linier memiliki d selesaian, dan jika a dan n relatif prima atau $d = 1$, maka kongruensi linier memiliki tepat satu solusi (Irawan, dkk 2014).

Bukti:

Kongruensi $ax \equiv b\ (\text{mod}\, m)$ mempunyai selesaian, berarti $m|ax - b$.

Andaikan $d \nmid b$,

Jika $FPB(a,m) = d$, maka $d|a$ dan $d|ax$. Jika $d|ax$ dan $d \nmid b$ maka $d \nmid ax - b$.

Jika $FPB(a,m) = d$, maka $d|m$. Jika $d \nmid b$, maka $m \nmid ax - b$.

Dalam hal ini $m \nmid ax - b$ akan bertentangan dengan $m|ax - b$. Sehingga pengandaian $d \nmid b$ salah. Jadi $d \mid b$.

Diketahui jika $d|b$ dan $FPB(a,m) = d$, maka $d|a$ dan $d|m$

Jika $d|a, d|m$, dan $d|b$, maka

$$\frac{a}{d}, \frac{m}{d}, \frac{b}{d} \in Z.$$

Jika

$$\frac{a}{d}, \frac{m}{d}, \frac{b}{d} \in Z,$$

maka

$$m|ax - b,$$

maka

$$\frac{m}{d} \left| \frac{ax}{d} - \frac{b}{d} \right.,$$

maka

$$\frac{ax}{d} \equiv \frac{b}{d}\left(\mathrm{mod}\,\frac{m}{d}\right).$$

Misalkan selesaian dari kongruensi

$$\frac{ax}{d} \equiv \frac{b}{d}\left(\mathrm{mod}\,\frac{m}{d}\right)$$

adalah $x = x_0; x_0 < \frac{m}{d}$, maka sebarang selesaiannya berbentuk:

$$x = x_0 k \cdot \frac{m}{d};\ k \in Z$$

yaitu

$$x_0, x_0 + \frac{m}{d}, x_0 + \frac{2m}{d}\ , \dots, x_0 + \frac{(d-1)m}{d}$$

yang seluruhnya memenuhi kongruensi dan seluruhnya mempunyai d selesaian.

Bila a dan m relatif prima, jika $FPB(a, m) = d = 1$, maka selesaian yang didapat $x = x_0$ yang memenuhi kongruensi, dan mempunyai satu selesaian.

Teorema 2.4.2

Relasi kongruensi modulo n merupakan relasi ekuivalen pada $\mathbb{Z}$, jika $n \in \mathbb{Z}$ dan $n > 1$.

Bukti:

Akan ditunjukkan bahwa kongruensi modulo n adalah reflektif, simetris, dan transitif.

Ambil sembarang $x, y, z \in \mathbb{Z}$.

1. Reflektif: $x \equiv x(\mathrm{mod}\, n)$ karena $n|(x - x)$.
2. Simetris:

$$x \equiv y(\mathrm{mod}\, n) \quad \Rightarrow x - y = nq, \text{ untuk suatu } q \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow y - x = n(-q), -q \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow\ y \equiv x(\text{mod}\, n)$$

3. Transitif: $x \equiv y(\text{mod}\, n)$ dan $y \equiv z(mod\ n)$

   $\Rightarrow\ x - y = nq$ dan $y - z = nk$, untuk suatu $q, k \in \mathbb{Z}$

   $\Rightarrow\ x - z = x - y + y - z = n(q + k)$, dan $q + k \in \mathbb{Z}$

   $\Rightarrow\ x \equiv z(\text{mod}\, n)$

Dengan demikian, kongruensi modulo n mempunyai sifat reflektif, simetris, dan transitif, sehingga dalam hal ini kongruensi modulo n merupakan relasi ekuivalen pada bilangan bulat $\mathbb{Z}$ (Gilbert & Gilbert, 2009).

2.5 Ring Bilangan Bulat Modulo n

Definisi 2.5.1

Misalkan $n \in \mathbb{Z}, n > 1$. Himpunan bilangan bulat modulo n dilambangkan dengan $\mathbb{Z}_n = \{\,\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \overline{n-1}\}$, yang merupakan himpunan kelas ekivalen dari kongruensi modulo n. Selanjutnya, di $\mathbb{Z}_n$ operasi penjumlahan dan perkalian didefinisikan, sebagai berikut:

$$\bar{x} + \bar{y} = \overline{x + y} \text{ dan } \bar{x} \cdot \bar{y} = \overline{x \cdot y}$$

dan $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{Z}_n$ (Menezes dkk, 1996).

Contoh:

Himpunan bilangan bulat modulo 5 yaitu

$$\mathbb{Z}_5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$$

Maka akan berlaku penjumlahan dan perkalian pada definisi 2.5.1

$$\bar{1} + \bar{3} = \overline{1 + 3}$$

$$= \bar{4}$$

$$\bar{1} \cdot \bar{3} = \overline{1 \cdot 3}$$

$$= \bar{3}$$

Definisi 2.5.2

Ring bilangan bulat modulo n adalah ring komutatif yang dibentuk oleh kombinasi himpunan $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ dengan $n \in \mathbb{Z}$, $n > 1$. Unsur kesatuan ring ini adalah $\bar{1} \in \mathbb{Z}_n$ (Sitohang, 2017).

Misalkan $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ dan $\bar{x} \in \mathbb{Z}_n$, $\bar{x}$ adalah unit yang berlaku jika dan hanya jika $FPB(x, n) = 1$ (Gilbert & Gilbert, 2009). Sehingga didapat

$$U(\mathbb{Z}_n) = \{\bar{x} \in \mathbb{Z}_n | FPB(\bar{x}, n) = 1\}$$

Jika $n = 2p$ dengan p adalah bilangan prima,

$$\begin{aligned} \bar{x} \in U(\mathbb{Z}_{2p}) \quad & \Leftrightarrow FPB(x, 2p) = 1 \\ & \Leftrightarrow 2 \nmid x \text{ dan } p \nmid x \\ & \Leftrightarrow \bar{x} = \overline{2k-1}, k = 1,2,..,p, k \neq \frac{p+1}{2} \end{aligned}$$

Contoh:

Untuk mencari himpunan unit $U(\mathbb{Z}_{2\cdot 3}) = U(\mathbb{Z}_6)$ langkah awal yang dilakukan yaitu mencari elemen-elemen dari $\mathbb{Z}_6$ yang memiliki invers modulo 6, yaitu elemen-elemen yang relatif prima terhadap 6.

Himpunan $\mathbb{Z}_{2\cdot 3}$ terdiri dari elemen-elemen berikut:

$$\mathbb{Z}_{2\cdot 3} = \mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$$

Akan dicari elemen $\alpha \in \mathbb{Z}_6$ sedemikian senhingga $FPB(\alpha, 6) = 1$, artinya α relatif prima terhadap 6.

1. Jika $\alpha = 0$, maka $FPB(0, 6) = 6$. Sehingga 0 bukan unit dari $\mathbb{Z}_6$.
2. Jika $\alpha = 1$, maka $FPB(1, 6) = 1$. Sehingga 1 merupakan unit dari $\mathbb{Z}_6$
3. Jika $\alpha = 2$, maka $FPB(2, 6) = 2$. Sehingga 2 bukan unit dari $\mathbb{Z}_6$.

4. Jika $\alpha = 3$, maka $FPB(3,6) = 3$. Sehingga 3 bukan unit dari $\mathbb{Z}_6$.
5. Jika $\alpha = 4$, maka $FPB(4,6) = 2$. Sehingga 4 bukan unit dari $\mathbb{Z}_6$.
6. Jika $\alpha = 5$, maka $FPB(5,6) = 1$. Sehingga 5 bukan unit dari $\mathbb{Z}_6$.

Jadi, elemen-elemen yang relatif prima terhadap 6 adalah $\{\bar{1}, \bar{5}\}$. Dengan demikian himpunan unit $U(\mathbb{Z}_6)$ adalah:

$$U(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{1}, \bar{5}\}$$

2.6 Teorema Dasar Aritmetika

Definisi 2.6.1

Bilangan bulat $p > 1$ disebut bilangan prima, jika pembagi positifnya hanya 1 dan p. Bilangan yang lebih dari 1 yang bukan bilangan prima adalah bilangan bulat komposit.

Teorema 2.6.1

Jika p adalah bilangan prima yang membagi ab, maka p membagi a atau p membagi b

Bukti:

Misalkan p adalah bilangan prima yang membagi ab tetapi tidak membagi a. Akan ditunjukkan bahwa p membagi b. Karena p tidak membagi a, maka ada bilangan bulat s dan t, sehingga $1 = as + pt$. Dengan demikian $ab = px$

$$\begin{aligned} b &= abs + ptb \\ &= px + ptb \\ &= p(x + tb), \end{aligned}$$

dan p membagi ruas kanan persamaan ini, jadi p juga membagi b (Gallian, 2015).

Akibat 1

Jika p adalah prima dan $p|a_1a_2 \dots a_n$, maka $p|a_k$ untuk suatu k, dengan $1 \le k \le n$.

Akibat 2

Jika $p, q_1, q_2, \dots, q_n$ semuanya adalah prima dan $p|q_1q_2 \dots q_n$, maka $p = q_k$ untuk suatu k, dengan $1 \le k \le n$.

Teorema 2.6.2 Fundamental Aritmetika

Setiap bilangan bulat positif $n > 1$ dapat dinyatakan sebagai hasil kali dari bilangan-bilangan prima dengan satu cara (urutan faktor-faktornya bisa berbeda).

Bukti:

Diambil sebarang bilangan bulat positif $n > 1$. Akan ditunjukkan n mempunyai faktorisasi kanonik tunggal. Andaikan faktorisasi kanonik dari n tidak tunggal, maka

$$n = p_1^{a_1}p_2^{a_2} \dots p_m^{a_m} = q_1^{b_1}q_2^{b_2} \dots q_n^{b_n}$$

dengan $a, b > 0$, p dan q adalah bilangan prima.

Karena p_1 faktor dari n, maka $p_1|q_1^{b_1}q_2^{b_2} \dots q_n^{b_n}$, sehingga p_1 habis membagi salah satu dari q_j. Tanpa mengurangi keberlakuan secara umum misalkan p_1 habis membagi q_1. Karena p_1 dan q_1 prima, maka $p_1 = q_1$. Dengan cara yang sama diperoleh $p_2 = q_2$. Demikian seterusnya, diperoleh $n = m$. Selanjutnya, andaikan $a_j < b_j$ untuk suatu j, maka apabila kedua ruas $n = p_1^{a_1}p_2^{a_2} \dots p_m^{a_m} = q_1^{b_1}q_2^{b_2} \dots q_n^{b_n}$ dibagi $p_j^{a_j}$, diperoleh

$$p_1^{a_1} \dots p_{j-1}^{a_{j-1}}p_{j+1}^{a_{j+1}} \dots p_m^{a_m} = p_1^{b_1} \dots p_j^{b_j-a_j}q_n^{b_n}$$

Terjadi kontradiksi. Demikian juga bila $a_j > b_j$, terjadi hal yang sama. Oleh karena itu, seharusnya dan $a_j = b_j$ untuk setiap j. Hal ini berarti faktorisasi kanonik dari n tunggal adanya.

Akibat 1

Setiap bilangan bulat positif $n > 1$ dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk kanonik

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r}$$

dengan $i = 1,2,\dots,r$, setiap k adalah bilangan bulat positif dan p adalah bilangan prima dengan $p_1 < p_2 < \cdots < p_r$.

Hubungan Faktorisasi Prima dengan FPB (Faktor Persekutuan Terbesar)

Faktorisasi prima dapat digunakan untuk mencari nilai faktor persekutuan terbesar, misalkan $\min(a, b)$ menyatakan bilangan yang lebih kecil atau minimum, dari dua bilangan a dan b. Misalkan faktorisasi prima dari a dan b yaitu

$$a = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n} \qquad , b = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \dots p_n^{b_n}$$

, dengan setiap eksponen adalah bilangan bulat non negatif, dan semua bilangan prima yang terdapat pada faktorisasi prima dari a dan b dimasukkan dalam kedua hasil kali mungkin dengan eksponen 0, sehingga

$$FPB(a, b) = p_1^{\min(a_1, b_1)} p_2^{\min(a_2, b_2)} \dots p_n^{\min(a_n, b_n)}$$

karena untuk setiap bilangan prima p_i, a dan b mempunyai faktor p_i yang sama persis $\min(a_i, b_i)$ (Stark, 1978).

2.7 Graf Annihilator

Suatu graf annihilator dari ring komutatif yang memiliki unsur kesatuan R dapat dinotasikan dengan $AG(R)$. Misalkan $a \in Z(R)$ dan $ann(a) = \{r \in R | ra = 0\}$. Graf annihilator R memiliki himpunan titik $Z(R)^*$, dengan $Z(R)^* = Z(R) \backslash \{0\}$ dan dua titik yang berbeda x dan y akan terhubung langsung jika dan hanya jika

$$ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy).$$

Badawi (2014) adalah orang yang pertama kali meneliti dan memperkenalkan graf annihilator. Graf annihilator memiliki banyak sifat yang menarik untuk dipelajari.

Dapat dicontohkan graf annihilator yaitu sebagai berikut:

$$\mathbb{Z}_8 = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$$

Jika elemen dari $\mathbb{Z}_8$ dikalikan maka akan diperoleh pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2.2 Perkalian Unsur-Unsur di $\mathbb{Z}_8$

·	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

Dari Tabel 2.2 dapat dilihat $Z(\mathbb{Z}_8)^* = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}\}$. Sedangkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_8)^*$, yaitu $ann(\bar{2}) = \{0,4\}, ann(\bar{4}) = \{0,2,4,6\}$, dan $ann(\bar{6}) = \{0,4\}$. Sehingga keterhubungan titik $AG(\mathbb{Z}_8)$ adalah:

1. $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{4}) = \{0,4\} \cup \{0,2,4,6\} = \{0,2,4,6\} \neq \mathbb{Z}_8 = ann(0)$.

   $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{4}) \neq ann(\overline{2} \cdot \overline{4})$. Sehingga $\overline{2}$ dan $\overline{4}$ terhubung langsung.

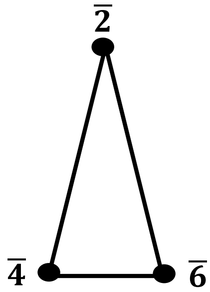
2. $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{6}) = \{0,4\} \cup \{0,4\} = \{0,4\} \neq ann(\overline{4}) = ann(\overline{2} \cdot \overline{6})$.

   $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{6}) \neq ann(\overline{2} \cdot \overline{6})$. Sehingga $\overline{2}$ dan $\overline{6}$ terhubung langsung.

3. $ann(\overline{4}) \cup ann(\overline{6}) = \{0,2,4,6\} \cup \{0,4\} = \{0,2,4,6\} \neq \mathbb{Z}_8 = ann(0)$.

   $ann(\overline{4}) \cup ann(\overline{6}) \neq ann(\overline{4} \cdot \overline{6})$. Sehingga $\overline{4}$ dan $\overline{6}$ terhubung langsung.

   Oleh karena itu, gambar dari $AG(\mathbb{Z}_8)$ yaitu:



Gambar 2.5 Contoh Graf Annihilator $AG(\mathbb{Z}_8)$

Setiap titik di $AG(\mathbb{Z}_8)$ memiliki derajat sebagai berikut:

$$\deg(\overline{2}) = 2, \qquad \deg(\overline{4}) = 2, \qquad \deg(\overline{6}) = 2$$

Sedangkan setiap dua titik di $AG(\mathbb{Z}_8)$ memiliki jarak yaitu:

$$d(\overline{2},\overline{4}) = 1, \qquad d(\overline{2},\overline{6}) = 1, \qquad d(\overline{4},\overline{6}) = 1$$

2.8 Indeks Konektivitas Eksentris Ediz

Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada suatu graf terhubung sederhana G, yang disimbolkan dengan ${}^{E}\xi^{c}(G)$, didefinisikan sebagai total hasil bagi dari jumlah derajat semua titik yang terhubung langsung dengan suatu titik di G dengan eksentrisitas titik tersebut di G.

Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada suatu graf terhubung sederhana G adalah

$$^{E}\xi^{c}(G) = \sum_{v \epsilon V(G)} \frac{S_v}{e(v)}$$

dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas titik v dan S_v adalah total derajat dari semua titik yang terhubung secara langsung dengan titik v (Ediz, 2011).

2.9 Kajian Integrasi Topik dengan al-Quran

Berbagai teori matematika telah dijelaskan dengan sangat baik keilmuannya dalam al-Quran. Salah satu cabang ilmu matematika yaitu teori graf. Dalam teori graf terdapat banyak sekali ilmu yang dapat dipelajari, salah satunya yaitu indeks topologi dari suatu graf. al-Quran sudah membahas mengenai suatu ukuran yang ada pada alam semesta ini jauh sebelum para ilmuwan menemukannya. Dalam ilmu matematika, hal tersebut dapat dikaitkan dengan ukuran atau rumus umum dari indeks topologi graf, ukuran yang terdapat pada graf sudah diperhitungkan sesuai dengan porsinya, maka al-Quran menjelaskan dalam Q.S. al-Qamar ayat 49, yaitu

اِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: *"Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu sesuai dengan ukuran."* (Q.S.al-Qamar /54:49)(Kemenag RI).

Dalam ayat ke 49 surat al-Qamar, Allah SWT telah berfirman bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan keteraturan dan keseimbangan, hal itu menunjukkan kebesaran dan ketelitian Allah SWT. Konsep ini sejalan dengan konsep matematika, yang mendorong setiap orang untuk mempelajari matematika dengan menggunakannya untuk memahami ciptaan Allah SWT. Meskipun ayat ini tidak secara langsung membahas tentang rumus, ayat ini tetap menegaskan pentingnya observasi dan refleksi terhadap keteraturan yang ada di alam ciptaan Allah SWT dan menegaskan bahwa Allah SWT tidak meninggalkan apapun secara kebetulan. Hal tersebut merupakan salah satu contoh integrasi matematika dengan al-Quran, yang mana integrasinya yaitu untuk melakukan pencarian suatu rumus matematika dalam mencari indeks konektivitas eksentrik pada suatu graf annihilator yang merupakan bahasan pada ilmu matematika.

Hadits yang mendukung adanya ayat ke-49 dari surat al-Qamar adalah hadits yang diriwayatkan Muslim, yang membahas tentang segala sesuatu itu ada ukurannya dan hadits tersebut berbunyi:

حَدَّثَنِي عَبْدُ الأَعْلَى بْنُ حَمَّادٍ، قَالَ قَرَأْتُ عَلَى مَالِكٍ بْنِ أَنَسٍ وَحَدَّثَنَا قُتَيْبَةُ، بْنُ سَعِيدٍ عَنْ مَالِكٍ ، فِيمَا قُرِئَ عَلَيْهِ عَنْ زِيَادِ بْنِ سَعْدٍ، عَنْ عَمْرِو بْنِ مُسْلِمٍ، عَنْ طَاوُسٍ، أَنَّهُ قَالَ أَدْرَكْتُ نَاسًا مِنْ أَصْحَابِ رَسُولِ اللَّهِ صلى الله عليه وسلم يَقُولُونَ كُلُّ شَىْءٍ بِقَدَرٍ . قَالَ وَسَمِعْتُ عَبْدَ اللَّهِ بْنَ عُمَرَ يَقُولُ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صلى الله عليه وسلم " كُلُّ شَىْءٍ بِقَدَرٍ حَتَّى الْعَجْزُ وَالْكَيْسُ أَوِ الْكَيْسُ وَالْعَجْزُ"(رواه مسلم)

Artinya: *Abdul-Ala bin Hammad menceritakan kepadaku, dia berkata: Aku membaca dari Malik bin Anas, dan Qutaibah bin Saeed menceritakan kepada kami, atas wewenang Malik, tentang apa yang dibacakan kepadanya atas wewenang Ziyad bin S Count, atas wewenang dari Amr bin Muslim, dari hadis Tawus, bahwa dia berkata, "Aku bertemu dengan beberapa Sahabat Rasulullah, semoga Tuhan memberkati dia dan memberinya kedamaian, mengatakan Segalanya sesuai dengan ukuran mendengar Abdullah bin Umar berkata: Rasulullah SAW bersabda, "Segala sesuatunya menurut ukuran, bahkan ketidakmampuan dan tas atau tas dan "ketidakmampuan."*(HR. Muslim Sahih No.2656 pada Syarh Sahih Muslim) (Sunnah.Com).

Hadits yang diriwayatkan Muslim ini menyatakan bahwa segala sesuatu itu ada menurut ukurannya, termasuk ketidakmampuan dan kemampuan. Hadits ini menunjukkan bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan ketetapan dan keteraturan yang sempurna. Hal ini sejalan dengan pesan dalam Q.S.al-Qamar ayat 49, yaitu bahwa Allah SWT memiliki kuasa penuh atas segala ciptaan-Nya dan Dia mengatur segala sesuatu dengan tepat. Hal tersebut dapat direpresentasikan dalam suatu graf dengan dalam graf tersebut terdapat suatu indeks konektivitas eksentrik yang dapat dicari ukurannya atau rumusnya pada suatu bilangan tertentu.

Penalaran deduktif adalah metode yang digunakan dalam matematika. Penalaran deduktif adalah metode berpikir yang berasal dari kebenaran-kebenaran yang umumnya diakui benar. Saat mempelajari matematika, para ahli matematika juga mempertimbangkan ide, dugaan, pengalaman, kreativitas, intuisi, dan fenomena. Setelah suatu konsep atau pernyataan diidentifikasi atau dibuktikan melalui penalaran logis, maka ketitikan atau pengembangan lebih lanjut dapat diterima (Abdussakir, 2007). Pola indeks topologi pada graf adalah salah satu jenis dugaan matematika. Untuk menemukan indeks topologi pada graf dengan banyak titik atau sisi, pola indeks topologi dapat digunakan.

Dalam Q.S. Shad surah ke 38 ayat 29, menyatakan bahwa pengembangan pola indeks topologi merupakan salah satu bentuk pemberian akal yang Allah SWT berikan, yang mana hal tersebut membahas seputar keutamaan orang yang belajar al-Quran dan mengamalkannya. Allah SWT berfirman dalam surat Shad ayat 29:

كِتٰبٌ اَنْزَلْنٰهُ اِلَيْكَ مُبٰرَكٌ لِّيَدَّبَّرُوْٓا اٰيٰتِهٖ وَلِيَتَذَكَّرَ اُولُوا الْاَلْبَابِ﴿٢٩﴾

Artinya: *"(al-Quran ini adalah) kitab yang Kami turunkan kepadamu (Nabi Muhammad) yang penuh berkah supaya mereka menghayati ayat-ayatnya dan orang-orang yang berakal sehat mendapat pelajaran."* (Q.S.Shad: 29)(Kemenag RI).

Hadits yang mendukung ayat 29 dari surat Shad adalah Hadits diriwayatkan Ibnu Majah yang mana hadits tersebut membahas seputar keutamaan orang yang belajar al-Quran dan mengajarkannya, Hadits tersebut berbunyi:

حَدَّثَنَا عَلِيُّ بْنُ مُحَمَّدٍ حَدَّثَنَا وَكِيعٌ حَدَّثَنَا سُفْيَانُ عَنْ عَلْقَمَةَ بْنِ مَرْثَدٍ عَنْ أَبِي عَبْدِ الرَّحْمَنِ السُّلَمِيِّ عَنْ عُثْمَانَ بْنِ عَفَّانَ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَفْضَلُكُمْ مَنْ تَعَلَّمَ الْقُرْآنَ وَعَلَّمَهُ (رواه ابن ماجة)

Artinya: *"Telah menceritakan kepada kami Ali bin Muhammad berkata, telah menceritakan kepada kami Waki' berkata, telah menceritakan kepada kami Sufyan dari Alqamah bin Marsad dari Abu Abdurrahman As Sulaiman dari Ustman bin 'Affan ia berkata, Rasulullah Saw bersabda, "Sebaik baik kalian adalah orang yang mempelajari al-Quran dan mengajarkannya."* (HR. Ibnu Majah No. 212 versi Maktabatu al Ma'arif Riyadh)(Al-Qazwaini).

Sehingga, berdasarkan uraian tersebut bahwa Allah SWT mengatakan bahwa setiap orang yang menginginkan al-Quran sebagai petunjuk akan mendapatkan pelajaran darinya. Siapa saja yang mengingat al-Quran sepanjang waktu, tidak melupakannya, dan menggunakannya sebagai pedoman hidupnya, akan mendapatkan keuntungan. Allah SWT meminta hambanya untuk belajar dari hal-hal di sekitar mereka dengan menggunakan pikiran yang telah diberikan kepada mereka.

2.10 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Beberapa teori pendukung, termasuk graf annihilator dan indeks konektivitas eksentrik Ediz, mendukung diskusi tentang “Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada Graf Annihilator dari Ring Bilangan Bulat Modulo ”. Graf annihilator adalah graf dengan himpunan titik $Z(R)^*$, dengan $Z(R)^* = Z(R)\backslash\{0\}$ dan dua titik yang berbeda x dan y akan saling terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$ (Badawi, 2014). Graf annihilator digunakan untuk membuat visualisasi graf yang menunjukkan pola pada setiap titik dan sisi. Oleh karena itu, untuk bilangan prima pangkat tertentu, data mengenai derajat setiap titik akan terbentuk pada titik dan sisi di graf annihilator $\mathbb{Z}_{p^m}$. Dengan demikian, indeks konektivitas eksentrik Ediz adalah total hasil bagi dari jumlah derajat semua titik yang terhubung langsung dengan suatu titik di G dengan eksentrisitas titik tersebut di G. Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada suatu graf terhubung sederhana G adalah

$$^{E}\xi^{c}(G) = \sum\nolimits_{v \epsilon V(G)} \frac{S_v}{e(v)}$$

dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas titik v dan S_v adalah total derajat dari semua titik yang terhubung secara langsung dengan titik v (Ediz, 2011). Dengan demikian, setiap graf annihilator $\mathbb{Z}_{p^m}$ untuk p bilangan prima dan m bilangan bulat positif akan memiliki proporsi dari indeks konektivitas eksentrik Ediz. Oleh karena itu, pola yang didapatkan dari graf annihilator dan indeks konektivitas eksentrik Ediz akan mengembangkan dugaan sementara, yang dapat dipastikan melalui penerapan teorema pendukung untuk memvalidasi dugaan sementara tersebut.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif yaitu melakukan penelitian pada kondisi objek alamiah. Hal ini berbeda dengan eksperimen, dengan peneliti berfungsi sebagai alat utama.

Dalam penelitian ini, metode yang diterapkan adalah metode penelitian pustaka (*library research*), yang melibatkan pengumpulan data dan informasi dari berbagai sumber seperti jurnal-jurnal, makalah-makalah,dan buku-buku teori graf, dan buku-buku matematika yang mendukung penelitian atau terkait dengan topik bahasan.

3.2 Pra Penelitian

Pra penelitian yang dibutuhkan sebelum melakukan penelitian ini yaitu:

1. Menentukan bentuk graf annihilator dari bilangan bulat modulo 2^m atau $\mathbb{Z}_{2^m}$ dan $m \in \{2,3,4\}$.
2. Menentukan bentuk graf annihilator dari bilangan bulat modulo 3^m atau $\mathbb{Z}_{3^m}$ dan $m \in \{2,3,4\}$.

3.3 Tahapan Penelitian

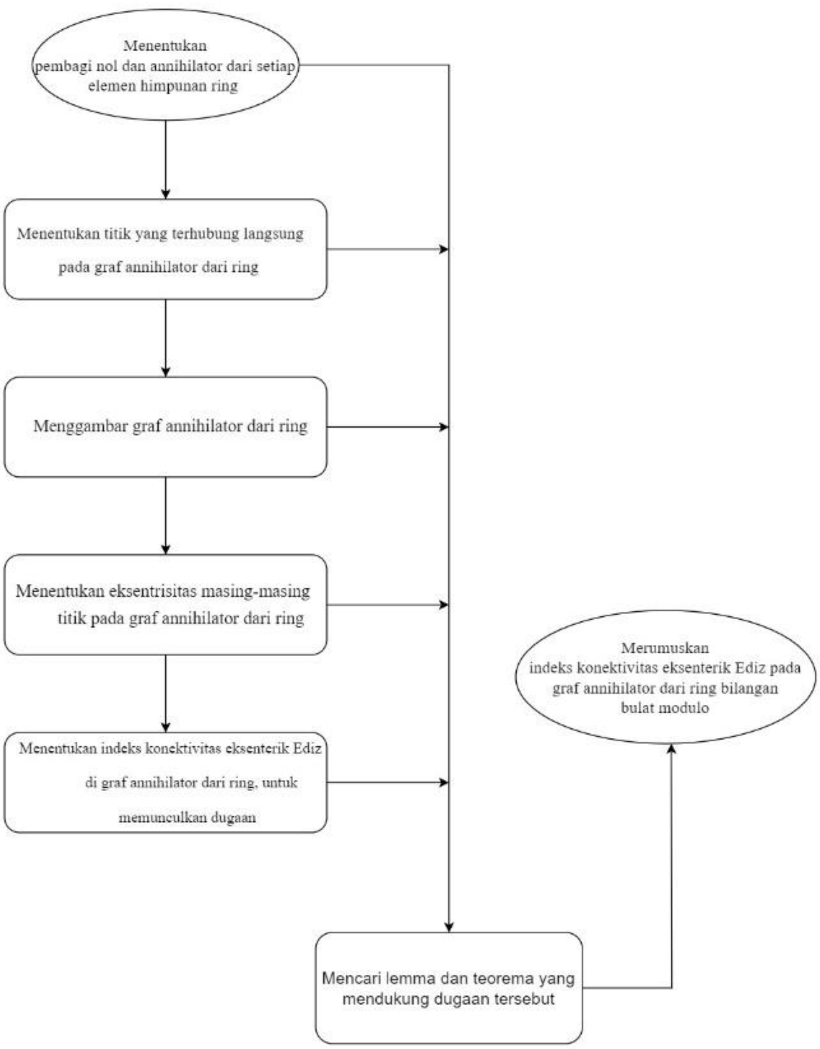
Pada tahapan penelitian ini, ring bilangan bulat modulo yang digunakan untuk memunculkan dugaan adalah $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$. Dengan keberadaan ring tersebut, pola untuk menentukan rumus indeks konektivitas eksentrik Ediz sudah terlihat. Sehingga pada tahapan penelitian ini langkah-langkah yang digunakan adalah:

1. Menentukan pembagi nol dan annihilator dari setiap elemen himpunan ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$.
2. Menentukan titik yang terhubung langsung pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$.
3. Menggambar graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$.
4. Menentukan derajat masing-masing titik pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$.
5. Menentukan eksentrisitas masing-masing titik pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$.
6. Menentukan indeks konektivitas eksenterik Ediz di graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$ untuk memunculkan dugaan.
7. Menentukan pembagi nol dari Z_{p^m}, dengan p suatu bilangan prima dan $m \in \mathbb{N}$.
8. Menentukan keterhubungan titik pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m, dengan p suatu bilangan prima dan $m \in \mathbb{N}$.
9. Mengidentifikasi derajat masing-masing titik dari pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m, dengan p suatu bilangan prima dan $m \in \mathbb{N}$.
10. Menentukan menentukan eksentrisitas masing-masing titik pada graf annihilator dari ring ring bilangan bulat modulo p^m, dengan p suatu bilangan prima dan $m \in \mathbb{N}$.

11. Merumuskan indeks konektivitas eksenterik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m, dengan p suatu bilangan prima dan $m \in \mathbb{N}$.

3.4 Flowchart

Tahapan penelitian ini akan lebih mudah jika disajikan dalam diagram alir (Flowchart). Diagram alir ini menerangkan secara singkat mengenai proses penelitian yang dilakukan. Adapun diagram alir tersebut sebagai berikut.



BAB IV

PEMBAHASAN

Pada bab empat ini akan dibahas tentang rumus indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{p^m}$, dengan p suatu bilangan prima dan $m \geq 2$. Dalam upaya menemukan rumus, langkah awal yang dapat dilakukan yaitu melakukan percobaan untuk mencari nilai indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}$, dan $\mathbb{Z}_{5^3}$. Tahap selanjutnya adalah untuk membuktikan hipotesa yang dihasilkan dari percobaan sebelumnya, yang kemudian akan menghasilkan lemma dan teorema.

4.1 Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada Graf annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{p^m}$, $p \in \{2,3,5\}$ dan $m \in \{2,3,4\}$

Subbab ini akan membahas tentang penentuan rumus indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{p^m}$, dengan $p \in \{2,3,5\}$ dan $m \in \{2,3,4\}$. Rumus ini akan didasarkan pada percobaan yang dilakukan pada subbab ini menggunakan ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}$, dan $\mathbb{Z}_{5^3}$ untuk menghasilkan dugaan yang kemudian akan dibuktikan pada subbab berikutnya.

4.1.1 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{2^2})$

Anggota himpunan $\mathbb{Z}_{2^2} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2^2}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{2^2}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.1 berikut.

Tabel 4.1 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{2^2}$

×	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

Berdasarkan Tabel 4.1 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{2^2})^* = \{2\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{2^2}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{2^2})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{2^2})^*$, karena $Z(\mathbb{Z}_{2^2})^*$ hanya memiliki satu elemen maka $AG(\mathbb{Z}_{2^2})$ digambarkan sebagai berikut.

Gambar 4.1 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{2^2}$

Dari Gambar 4.1 eksentrisitas masing-masing titik di $AG(\mathbb{Z}_{2^2})$ tidak dapat ditentukan. Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{2^2}$ juga tidak dapat ditentukan.

4.1.2 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$

Anggota himpunan $\mathbb{Z}_{2^3} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2^3}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{2^3}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.2 berikut.

Tabel 4.2 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{2^3}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

Berdasarkan Tabel 4.2 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{2^3})^* = \{\overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{2^3}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{2^3})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{2^3})^*$ yaitu sebagai berikut:

$$ann(\overline{2}) = \{\overline{0}, \overline{4}\}$$

$$ann(\overline{4}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\}$$

$$ann(\overline{6}) = \{\overline{0}, \overline{4}\}$$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Sehingga keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ yaitu:

1. $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{4}) = \left\{\overline{0}, \overline{4}\right\} \cup \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\} = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\}$.

   $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{4}) \neq ann(\overline{2} \cdot \overline{4})$. Sehingga $\overline{2}$ dan $\overline{4}$ terhubung langsung.

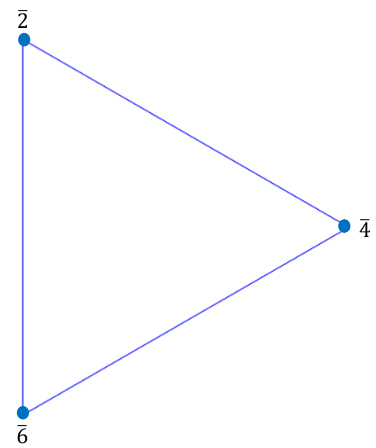
2. $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{6}) = \left\{\overline{0}, \overline{4}\right\} \cup \{\overline{0}, \overline{4}\} = \{\overline{0}, \overline{4}\}$.

   $ann(\overline{2}) \cup ann(\overline{6}) \neq ann(\overline{2} \cdot \overline{4})$. Sehingga $\overline{2}$ dan $\overline{6}$ terhubung langsung.

3. $nn(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}\} \cup \{\bar{0}, \bar{4}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}\}$.

$ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) \neq ann(\bar{4} \cdot \bar{6})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 4.2 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{2^3}$

Dari Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ yaitu

Tabel 4.3 Tabel Derajat Titik dari $AG(Z_{2^3})$

v	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
$deg(v)$	2	2	2

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ semua titik-titiknya berderajat $2 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.4 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$

$d(u,v)$		v		
		$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
u	$\bar{2}$	0	1	1
	$\bar{4}$	1	0	1
	$\bar{6}$	1	1	0

Tabel 4.5 Eksentrisitas Titik dari AG(Z_{2^3})

v	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
$e(v)$	1	1	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ berikut ini:

$$
\begin{aligned}
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{2^3})\right) &= \frac{\deg(\bar{4})+\deg(\bar{6})}{e(\bar{2})}+\frac{\deg(\bar{2})+\deg(\bar{6})}{e(\bar{4})}+\frac{\deg(\bar{2})+\deg(\bar{4})}{e(\bar{6})} \\
&= \frac{2+2}{1}+\frac{2+2}{1}+\frac{2+2}{1} \\
&= \frac{4}{1}+\frac{4}{1}+\frac{4}{1} \\
&= \frac{(2\times 2)}{1}\times 3 \\
&= 12
\end{aligned}
$$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{2^3}$ adalah 12.

4.1.3 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$

Anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{2^4} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2^4}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{2^4}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Tabel Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{2^4}$

$\times$	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	15
0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdots$	0
1	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	15
2	0	2	4	6	8	10	12	$\cdots$	14
3	0	3	6	9	12	15	2	$\cdots$	13
4	0	4	8	12	0	4	8	$\cdots$	12
5	0	5	10	15	4	9	14	$\cdots$	11
6	0	6	12	2	8	14	4	$\cdots$	10
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
15	0	15	14	13	12	11	10	$\cdots$	1

Berdasarkan Tabel 4.6 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{2^4})^* = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{2^4}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{2^4})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{2^4})^*$ yaitu sebagai berikut:

$$ann(\bar{2}) = \{\bar{0}, \bar{8}\}$$

$$ann(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$$

$$ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{8}\}$$

$$ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$$

$$ann(\overline{10}) = \{\bar{0}, \bar{8}\}$$

$ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$

$ann(\overline{14}) = \{\bar{0}, \bar{8}\}$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Sehingga keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ yaitu:

1. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{4}) = \left\{\bar{0}, \bar{8}\right\} \cup \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

   $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{4}) \neq ann(\bar{2} \cdot \bar{4})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\bar{4}$ terhubung langsung.

2. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{6}) = \left\{\bar{0}, \bar{8}\right\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{8}\}$.

   $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{6}) \neq ann(\bar{2} \cdot \bar{6})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

3. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{8}) = \left\{\bar{0}, \bar{8}\right\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} =$

   $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{8}) \neq ann(\bar{2} \cdot \bar{8})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\bar{8}$ terhubung langsung.

4. $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{10}) = \left\{\bar{0}, \bar{8}\right\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{8}\}$.

   $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{10}) \neq ann(\bar{2} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\overline{10}$ terhubung langsung.

5. $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

   $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\bar{2} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

6. $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{14}) = \{\bar{0}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{8}\}$.

   $ann(\bar{2}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\bar{2} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\bar{2}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

7. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) = \left\{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\right\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

   $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) \neq ann(\bar{4} \cdot \bar{6})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

8. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{8}) = \left\{ \bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12} \right\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} = \{\bar{0}, \bar{4}\}$.

   $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{8}) \neq ann(\bar{4} \cdot \bar{8})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\bar{8}$ terhubung langsung.

9. $ann(\bar{4}) \cup ann(\overline{10}) = \left\{ \bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12} \right\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

   $nn(\bar{4}) \cup ann(\overline{10}) \neq ann(\bar{4} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\overline{10}$ terhubung langsung.

10. $ann(\bar{4}) \cup ann(\overline{12}) = \left\{ \bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12} \right\} \cup \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

    $ann(\bar{4}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\bar{4} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

11. $ann(\bar{4}) \cup ann(\overline{14}) = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

    $ann(\bar{4}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\bar{4} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\bar{4}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

12. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{8}) = \left\{ \bar{0}, \bar{8} \right\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} =$

    $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$.

    $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{8}) \neq ann(\bar{6} \cdot \bar{8})$. Sehingga $\bar{6}$ dan $\bar{8}$ terhubung langsung.

13. $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{10}) = \{\bar{0}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{8}\}$.

    $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{10}) \neq ann(\bar{6} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\bar{6}$ dan $\overline{10}$ terhubung langsung.

14. $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\} = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}, \overline{12}\}$.

    $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\bar{6} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\bar{6}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

15. $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{14}) = \left\{ \bar{0}, \bar{8} \right\} \cup \{\bar{0}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{8}\}$.

    $ann(\bar{6}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\bar{6} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\bar{6}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

16. $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{10}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{8}\} = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$.

    $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{10}) \neq ann(\overline{8} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\overline{8}$ dan $\overline{10}$ terhubung langsung.

17. $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{12}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{4}, \overline{8}, \overline{12}\} = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$.

    $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\overline{8} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\overline{8}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

18. $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{14}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{8}\} = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}\}$.

    $ann(\overline{8}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\overline{8} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\overline{8}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

19. $nn(\overline{10}) \cup ann(\overline{12}) = \{\overline{0}, \overline{8}\} \cup \{\overline{0}, \overline{4}, \overline{8}, \overline{12}\} = \{\overline{0}, \overline{4}, \overline{8}, \overline{12}\}$.

    $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\overline{10} \cdot \overline{12}$. Sehingga $\overline{10}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

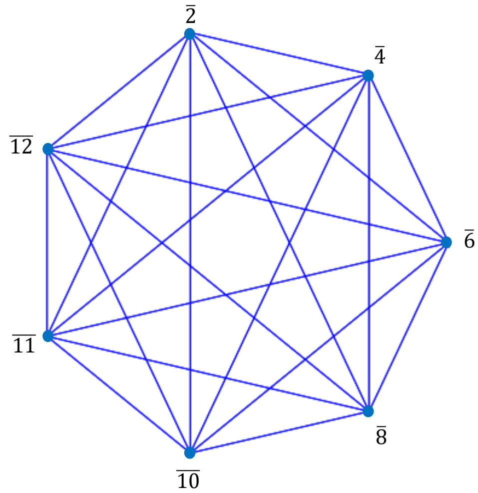
20. $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{14}) = \{\overline{0}, \overline{8}\} \cup \{\overline{0}, \overline{8}\} = \{\overline{0}, \overline{8}\}$.

    $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\overline{10} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\overline{10}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

21. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{14}) = \left\{ \overline{0}, \overline{4}, \overline{8}, \overline{12}\right\} \cup \{\overline{0}, \overline{8}\} = \{\overline{0}, \overline{4}, \overline{8}, \overline{12}\}$.

    $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{14}) \neq ann(\overline{12} \cdot \overline{14})$. Sehingga $\overline{12}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ dapat di gambar sebagai berikut:



Gambar 4.3 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{2^4}$

Dari Gambar 4.3 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ yaitu

Tabel 4.7 Tabel Derajat Titik dari $AG(Z_{2^4})$

v	2	4	6	8	10	12	14
$deg(v)$	6	6	6	6	6	6	6

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ semua titik-titiknya berderajat $6 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.8 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$

$d(u,v)$		v						
		2	4	6	8	10	12	14
u	2	0	1	1	1	1	1	1
	4	1	0	1	1	1	1	1
	6	1	1	0	1	1	1	1
	8	1	1	1	0	1	1	1
	10	1	1	1	1	0	1	1
	12	1	1	1	1	1	0	1
	14	1	1	1	1	1	1	0

Tabel 4.9 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$

v	2	4	6	8	10	12	14
$e(v)$	1	1	1	1	1	1	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ berikut ini:

$$
\begin{aligned}
&{}^{E}\xi^{c}\big(AG(\mathbb{Z}_{2^4})\big)\\
&= \frac{\deg(\bar{4}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})}{e(\bar{2})}\\
&+ \frac{\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})}{e(\bar{4})}\\
&+ \frac{\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})}{e(\bar{6})}\\
&+ \frac{\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})}{e(\bar{8})}\\
&+ \frac{\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})}{e(\overline{10})}\\
&+ \frac{\deg(2) + \deg(\bar{4}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{14})}{e(\overline{12})}\\
&+ \frac{\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{8}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{12})}{e(\overline{14})}\\
&= \frac{6+6+6+6+6+6}{1} + \frac{6+6+6+6+6+6}{1}\\
&\qquad\qquad + \frac{6+6+6+6+6+6}{1} + \frac{6+6+6+6+6+6}{1}\\
&\qquad\qquad + \frac{6+6+6+6+6+6}{1} + \frac{6+6+6+6+6+6}{1}\\
&\qquad\qquad + \frac{6+6+6+6+6+6}{1}\\
&= \frac{36}{1} + \frac{36}{1} + \frac{36}{1} + \frac{36}{1} + \frac{36}{1} + \frac{36}{1} + \frac{36}{1}\\
&= \frac{(6 \times 6)}{1} \times 7\\
&= \frac{252}{1}\\
&= 252
\end{aligned}
$$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{2^4}$ adalah 252.

4.1.4 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$

Anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^2} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{3^2}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^2}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.10 berikut.

Tabel 4.10 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{3^2}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0	2	4	6	8	1	3	5	7
3	0	3	6	0	3	6	0	3	6
4	0	4	8	3	7	2	6	1	5
5	0	5	1	6	2	7	3	8	4
6	0	6	3	0	6	3	0	6	3
7	0	7	5	3	1	8	6	4	2
8	0	8	7	6	5	4	3	2	1

Berdasarkan Tabel 4.10 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{3^2})^* = \{\overline{3}, \overline{6}\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_9$ atau $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{3^2})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{3^2})^*$ yaitu sebagai berikut:

$$ann(\overline{3}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}\}$$

$$ann(\overline{6}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}\}$$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Sehingga keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ yaitu:

1. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}$

   $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{6}) \neq ann(\bar{3} \cdot \bar{6})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ dapat digambar sebagai berikut:

Gambar 4.4 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{3^2}$

Dari Gambar 4.4 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ yaitu:

Tabel 4.11 Tabel Derajat Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$

v	$\bar{3}$	$\bar{6}$
$deg(v)$	1	1

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ semua titik-titiknya berderajat $1 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.12 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$

$d(u,v)$		v	
		$\bar{3}$	$\bar{6}$
u	$\bar{3}$	0	1
	$\bar{6}$	1	0

Tabel 4.13 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$

v	$\bar{3}$	$\bar{6}$
$e(v)$	1	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ berikut ini:

$$
\begin{aligned}
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{3^2})\right) &= \frac{\deg(\bar{6})}{e(\bar{3})} + \frac{\deg(\bar{3})}{e(\bar{6})} \\
&= \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \\
&= \frac{(1 \times 1)}{1} \times 2 \\
&= 2
\end{aligned}
$$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{3^2}$ adalah 2.

4.1.5 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$

Anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^3} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \dots, \overline{25}, \overline{26}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{3^3}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^3}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.14 berikut.

Tabel 4.14 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{3^3}$

$\times$	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	26
0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdots$	0
1	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	26
2	0	2	4	6	8	10	12	$\cdots$	25
3	0	3	6	9	12	15	18	$\cdots$	24
4	0	4	8	12	16	20	24	$\cdots$	23
5	0	5	10	15	20	25	3	$\cdots$	22
6	0	6	12	18	24	3	9	$\cdots$	21
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
26	0	26	25	24	23	22	21	$\cdots$	1

Berdasarkan Tabel 4.14 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{3^3})^* = \{\bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{3^3}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{3^3})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{3^3})^*$ yaitu sebagai berikut:

$$ann(\bar{3}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

$$ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

$$ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$$

$$ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

$$ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

$$ann(\overline{18}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$$

$$ann(\overline{21}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

$$ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Sehingga keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ yaitu:

1. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \neq ann(\overline{18}) = ann(\bar{3} \cdot \bar{6})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.
2. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{9}) \neq ann(\bar{3} \cdot \bar{9})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\bar{9}$ terhubung langsung.
3. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \neq ann(\bar{9}) = ann(\bar{3} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.
4. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{15}) \neq ann(\bar{3} \cdot \overline{15})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
5. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{18}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{18}) \neq ann(\bar{3} \cdot \overline{18})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.
6. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{21}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\bar{3} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.
7. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$. $ann(\bar{3}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\bar{3} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\bar{3}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

8. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{9}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{9}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{9})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{9}$ terhubung langsung.
9. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{12}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $nn(\overline{6}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.
10. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{15}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{15})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
11. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{18}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{18})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.
12. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{21}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.
13. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{24}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $ann(\overline{6}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{6} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{6}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.
14. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{12}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{12}) \neq ann(\overline{9} \cdot \overline{12})$. Sehingga $\overline{9}$ dan $\overline{12}$ terhubung langsung.

15. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} =$ $\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{15}) \neq ann(\overline{9} \cdot \overline{15})$. Sehingga $\overline{9}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
16. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup$ $\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{18}) \neq ann(\overline{9} \cdot \overline{18})$. Sehingga $\overline{9}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.
17. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{21}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} =$ $\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\overline{9} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\overline{9}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.
18. $nn(\overline{9}) \cup ann(\overline{24}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} =$ $\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{9} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{9}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.
19. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $ann(\overline{12}) \cup$ $ann(\overline{15}) \neq ann(\overline{12} \cdot \overline{15})$. Sehingga $\overline{12}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
20. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} =$ $\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{18}) \neq ann(\overline{12} \cdot \overline{18})$. Sehingga $\overline{12}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.
21. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{21}) = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\} = \{\overline{0}, \overline{9}, \overline{18}\}$. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\overline{12} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\overline{12}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.

22. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$.

$ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{12} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{12}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

23. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{18}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{18}) \neq ann(\overline{15} \cdot \overline{18})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.

24. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{21}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$.

$ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\overline{15} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.

25. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$.

$ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{15} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

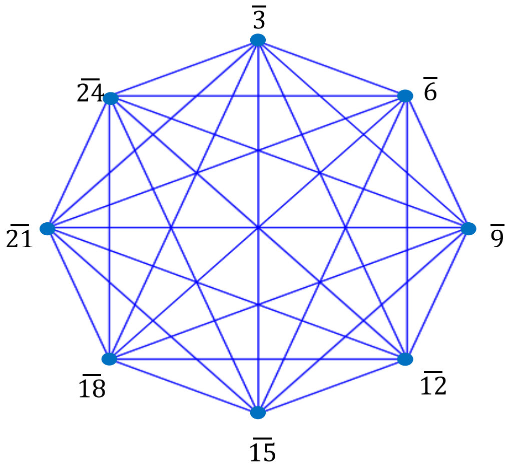
26. $ann(\overline{18}) \cup ann(\overline{21}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{18}) \cup ann(\overline{21}) \neq ann(\overline{18} \cdot \overline{21})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{21}$ terhubung langsung.

27. $nn(\overline{18}) \cup ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}\}$. $ann(\overline{18}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{18} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

28. $ann(\overline{21}) \cup ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\} = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}\}$.

$ann(\overline{21}) \cup ann(\overline{24}) \neq ann(\overline{21} \cdot \overline{24})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 4.5 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{3^3}$

Dari Gambar 4.5 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ yaitu:

Tabel 4.15 Tabel Derajat Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{24}$
$deg(v)$	7	7	7	7	7	7	7	7

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{27})$ semua titik-titiknya berderajat $7 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.5 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.16 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$

$d(u,v)$		v							
		3	6	9	12	15	18	21	24
u	3	0	1	1	1	1	1	1	1
	6	1	0	1	1	1	1	1	1
	9	1	1	0	1	1	1	1	1
	12	1	1	1	0	1	1	1	1
	15	1	1	1	1	0	1	1	1
	18	1	1	1	1	1	0	1	1
	21	1	1	1	1	1	1	0	1
	24	1	1	1	1	1	1	1	0

Tabel 4.17 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{24}$
$e(v)$	1	1	1	1	1	1	1	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ berikut ini:

$$^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{3^3})\right)$$

$$= \frac{\deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\bar{3})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\bar{6})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\bar{9})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\overline{12})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\overline{15})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{21}) + \deg(\overline{24})}{e(\overline{18})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{24})}{e(\overline{21})}$$

$$+ \frac{\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{6}) + \deg(\bar{9}) + \deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21})}{e(\overline{24})}$$

$$= \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1} + \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1}$$

$$+ \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1} + \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1}$$

$$+ \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1} + \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1}$$

$$+ \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1} + \frac{7+7+7+7+7+7+7}{1}$$

$$= \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1} + \frac{49}{1}$$

$$= \frac{(7 \times 7)}{1} \times 8$$

$$= \frac{343}{1}$$

$$= 343$$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{3^3}$ adalah 343.

4.1.6 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

Anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^4} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \dots, \overline{79}, \overline{80}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{3^4}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{3^4}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.18 berikut.

Tabel 4.18 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{3^4}$

$\times$	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	80
0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdots$	0
1	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	80
2	0	2	4	6	8	10	12	$\cdots$	79
3	0	3	6	9	12	15	18	$\cdots$	78
4	0	4	8	12	16	20	24	$\cdots$	77
5	0	5	10	15	20	25	30	$\cdots$	76
6	0	6	12	18	24	30	36	$\cdots$	75
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
78	0	80	79	78	77	76	75	$\cdots$	1

Berdasarkan Tabel 4.18 dan didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{3^4})^* = \{\bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}, \overline{33}, \overline{36}, \overline{39}, \overline{42}, \overline{45}, \overline{48}, \overline{51}, \overline{54}, \overline{57}, \overline{60}, \overline{63}, \overline{66}, \overline{69}, \overline{72}, \overline{75}, \overline{78}\}$.

Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{3^4}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{3^4})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{3^4})^*$ yaitu sebagai berikut:

$ann(\bar{3}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{12}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{18}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{21}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{24}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{27})$

$= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}, \overline{33}, \overline{36}, \overline{39}, \overline{42}, \overline{45}, \overline{48}, \overline{51}, \overline{54}, \overline{57}, \overline{60},$

$\overline{63}, \overline{66}, \overline{69}, \overline{75}, \overline{78}\}$

$ann(\overline{30}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{33}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{36}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{39}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{42}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{45}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{48}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{51}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{54}) =$

$= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}, \overline{33}, \overline{36}, \overline{39}, \overline{42}, \overline{45}, \overline{48}, \overline{51}, \overline{54}, \overline{57}, \overline{60},$

$\overline{63}, \overline{66}, \overline{69}, \overline{72}, \overline{75}, \overline{78}\}$

$ann(\overline{57}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{60}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{63}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{66}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

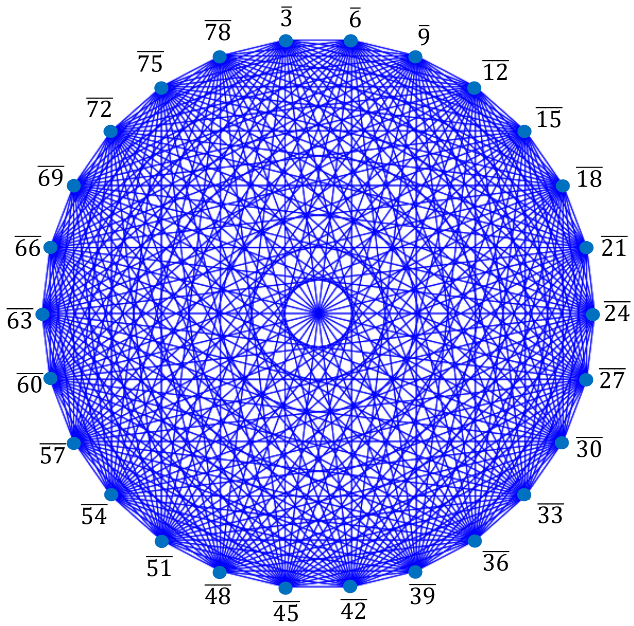
$ann(\overline{69}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{72}) = \{\bar{0}, \bar{9}, \overline{18}, \overline{27}, \overline{36}, \overline{45}, \overline{54}, \overline{63}, \overline{72}\}$

$ann(\overline{75}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

$ann(\overline{78}) = \{\bar{0}, \overline{27}, \overline{54}\}$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Dengan demikian semua titik $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ saling terhubung satu sama lain. $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 4.6 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{3^4}$

Dari Gambar 4.6 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ yaitu:

Tabel 4.19 Tabel Derajat Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	...	$\overline{80}$
$deg(v)$	25	25	25	25	25	25	...	25

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ semua titik-titiknya berderajat $25 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.6 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.20 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

$d(u,v)$		v							
		$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\cdots$	$\overline{80}$
u	$\overline{3}$	0	1	1	1	1	1	$\cdots$	1
	$\overline{6}$	1	0	1	1	1	1	$\cdots$	1
	$\overline{9}$	1	1	0	1	1	1	$\cdots$	1
	$\overline{12}$	1	1	1	0	1	1	$\cdots$	1
	$\overline{15}$	1	1	1	1	0	1	$\cdots$	1
	$\overline{18}$	1	1	1	1	1	0	$\cdots$	1
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$\overline{80}$	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	0

Tabel 4.21 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\cdots$	$\overline{80}$
$e(v)$	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ berikut ini:

$$
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{3^4})\right)
$$

$$
= \frac{\deg(\overline{6})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{15})+\deg(\overline{18})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{3})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{15})+\deg(\overline{18})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{6})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{6})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{15})+\deg(\overline{18})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{9})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{6})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{15})+\deg(\overline{18})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{12})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{6})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{18})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{15})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{6})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{15})+\cdots+\deg(\overline{78})}{e(\overline{18})} + \cdots
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{3})+\deg(\overline{6})+\deg(\overline{9})+\deg(\overline{12})+\deg(\overline{15})+\cdots+\deg(\overline{75})}{e(\overline{78})}
$$

$$
= \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1} + \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1}
$$

$$
+ \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1}
$$

$$
+ \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1}
$$

$$
+ \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1}
$$

$$
+ \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1} + \cdots
$$

$$
+ \frac{25+25+25+25+25+\cdots+25}{1}
$$

$$
= \frac{(25\times 25)}{1} \times 26
$$

$= 625 \times 26$

$= 16250$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{3^4}$ adalah 16250.

4.1.7 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$

Anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{5^2} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \dots, \overline{24}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{5^2}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{5^2}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.22 berikut.

Tabel 4.22 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{5^2}$

$\times$	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	24
0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdots$	0
1	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	24
2	0	2	4	6	8	10	12	$\cdots$	23
3	0	3	6	9	12	15	18	$\cdots$	22
4	0	4	8	12	16	20	24	$\cdots$	21
5	0	5	10	15	20	0	5	$\cdots$	20
6	0	6	12	18	24	5	11	$\cdots$	19
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
24	0	24	23	22	21	20	19	$\cdots$	1

Berdasarkan Tabel 4.23 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{5^2})^* = \{\bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{5^2}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{5^2})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{5^2})^*$ yaitu sebagai berikut:

$$ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$$

$$ann(\overline{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$$

$$ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$$

$$ann(\overline{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$$

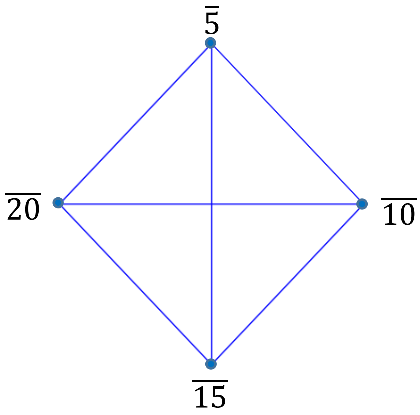
Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Sehingga keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ yaitu:

1. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{10}) \neq ann(\bar{5} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\bar{5}$ dan $\overline{10}$ terhubung langsung.
2. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{15}) \neq ann(\bar{5} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\bar{5}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
3. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. $ann(\bar{5}) \cup ann(\overline{20}) \neq ann(\bar{5} \cdot \overline{20})$. Sehingga $\bar{5}$ dan $\overline{20}$ terhubung langsung.
4. $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{15}) \neq ann(\overline{10} \cdot \overline{15})$. Sehingga $\overline{10}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
5. $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. $ann(\overline{10}) \cup ann(\overline{20}) \neq ann(\overline{10} \cdot \overline{20})$. Sehingga $\overline{10}$ dan $\overline{20}$ terhubung langsung.

6. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{20}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\} \cup \{\overline{0}, \overline{4}\} = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\}$.

   $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{20}) \neq ann(\overline{15} \cdot \overline{10})$. Sehingga $\overline{15}$ dan $\overline{20}$ terhubung langsung.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 4.7 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{5^2}$

Dari Gambar 4.7 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ yaitu

Tabel 4.23 Tabel Derajat Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$

v	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$
$deg(v)$	3	3	3	3

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ semua titik-titiknya berderajat $3 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.7 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.24 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$

$d(u,v)$		v			
		$\bar{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$
u	$\bar{5}$	0	1	1	1
	$\overline{10}$	1	0	1	1
	$\overline{15}$	1	1	0	1
	$\overline{20}$	1	1	1	0

Tabel 4.25 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$

v	$\bar{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$
$e(v)$	1	1	1	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ berikut ini:

$$
\begin{aligned}
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{5^2})\right) &= \frac{\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20})}{e(\bar{5})} \\
&\quad + \frac{\deg(\bar{5}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20})}{e(\overline{10})} \\
&\quad + \frac{\deg(\bar{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{20})}{e(\overline{15})} \\
&\quad + \frac{\deg(\bar{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15})}{e(\overline{20})} \\
&= \frac{3+3+3}{1} + \frac{3+3+3}{1} + \frac{3+3+3}{1} + \frac{3+3+3}{1} \\
&= \frac{9}{1} + \frac{9}{1} + \frac{9}{1} + \frac{9}{1} \\
&= \frac{(3 \times 3)}{1} \times 4
\end{aligned}
$$

$$= \frac{36}{1}$$

$$= 36$$

Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{5^2}$ adalah 36.

4.1.8 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

Anggota himpunan dari ring $\mathbb{Z}_{5^3} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \dots, \overline{123}, \overline{124}\}$. Selanjutnya akan ditentukan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{5^3}$ dengan mengoperasikan setiap anggota himpunan dari $\mathbb{Z}_{5^3}$ menggunakan operasi perkalian melalui perhitungan Tabel 4.26 berikut.

Tabel 4.26 Perkalian Setiap Elemen dari $\mathbb{Z}_{5^3}$

$\times$	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	124
0	0	0	0	0	0	0	0	$\cdots$	0
1	0	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	124
2	0	2	4	6	8	10	12	$\cdots$	123
3	0	3	6	9	12	15	18	$\cdots$	122
4	0	4	8	12	16	20	24	$\cdots$	121
5	0	5	10	15	20	25	30	$\cdots$	120
6	0	6	12	18	24	30	36	$\cdots$	119
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
124	0	124	123	122	121	120	119	$\cdots$	1

Berdasarkan Tabel 4.26 didapatkan $Z(\mathbb{Z}_{5^3})^* = \{\overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{45}, \overline{50}, \overline{55}, \overline{60}, \overline{65}, \overline{70}, \overline{75}, \overline{80}, \overline{85}, \overline{90}, \overline{95}, \overline{100}, \overline{105}, \overline{110}, \overline{115}, \overline{120}\}$.

Kemudian akan dibentuk sebuah graf annihilator dari $\mathbb{Z}_{5^3}$ atau $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ dengan titik dari graf annihilatornya yaitu anggota himpunan dari $Z(\mathbb{Z}_{5^3})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ dibutuhkan annihilator dari masing-masing anggota himpunan di $Z(\mathbb{Z}_{5^3})^*$ yaitu sebagai berikut:

$ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{10}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{15}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{20}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{25})$

$= \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{45}, \overline{50}, \overline{55}, \overline{60}, \overline{65}, \overline{70}, \overline{75}, \overline{80}, \overline{85}, \overline{90}, \overline{95}, \overline{100},$

$\overline{105}, \overline{110}, \overline{115}, \overline{120}\}$

$ann(\overline{30}) == \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{35}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{40}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{45}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{50})$

$= \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{45}, \overline{50}, \overline{55}, \overline{60}, \overline{65}, \overline{70}, \overline{75}, \overline{80}, \overline{85}, \overline{90}, \overline{95}, \overline{100},$

$\overline{105}, \overline{110}, \overline{115}, \overline{120}\}$

$ann(\overline{55}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{60}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{65}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{70}) = \{\bar{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{75})$

$= \{\bar{0}, \bar{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{45}, \overline{50}, \overline{55}, \overline{60}, \overline{65}, \overline{70}, \overline{75}, \overline{80}, \overline{85}, \overline{90}, \overline{95}, \overline{100},$

$\overline{105}, \overline{110}, \overline{115}, \overline{120}\}$

$ann(\overline{80}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{85}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{90}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{95}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{100})$

$= \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{45}, \overline{50}, \overline{55}, \overline{60}, \overline{65}, \overline{70}, \overline{75}, \overline{80}, \overline{85}, \overline{90}, \overline{95}, \overline{100},$

$\overline{105}, \overline{110}, \overline{115}, \overline{120}\}$

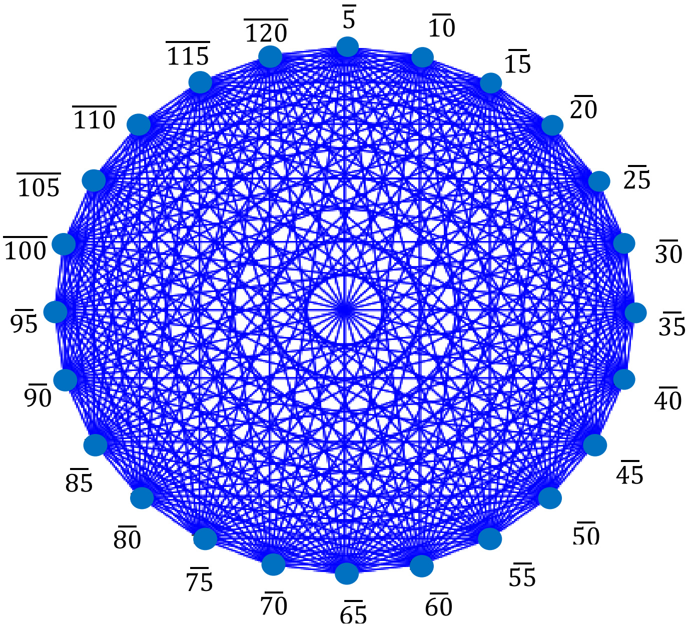
$ann(\overline{105}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{110}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{115}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

$ann(\overline{120}) = \{\overline{0}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}, \overline{100}\}$

Dua titik u dan v dikatakan terhubung langsung pada graf annihilator jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(u \cdot v)$. Dengan demikian semua titik $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ saling terhubung langsung satu sama lain. $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ dapat digambar sebagai berikut.



Gambar 4.8 Graf Annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{5^3}$

Dari Gambar 4.8 dapat diketahui bahwa $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ adalah graf terhubung. Sehingga dapat dilihat bahwa derajat titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ yaitu:

Tabel 4.27 Tabel Derajat Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

v	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	...	$\overline{120}$
$deg(v)$	23	23	23	23	23	23	...	23

Dengan demikian pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ semua titik-titiknya berderajat $23 = p^{(m-1)} - 2$. Pada Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa jarak dan eksentrisitas titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ adalah sebagai berikut.

Tabel 4.28 Jarak Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

$d(u,v)$		v							
		$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	...	$\overline{120}$
u	$\overline{5}$	0	1	1	1	1	1	...	1
	$\overline{10}$	1	0	1	1	1	1	...	1
	$\overline{15}$	1	1	0	1	1	1	...	1
	$\overline{20}$	1	1	1	0	1	1	...	1
	$\overline{25}$	1	1	1	1	0	1	...	1
	$\overline{30}$	1	1	1	1	1	0	...	1
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\overline{120}$	1	1	1	1	1	1	...	1

Tabel 4.29 Tabel Eksentrisitas Titik dari $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

v	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	...	$\overline{120}$
$e(v)$	1	1	1	1	1	1	...	1

Sehingga $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ semua titiknya memiliki eksentrisitas 1. Setelah diketahui derajat dan eksentrisitas titik masing-masing di $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$, maka dan dihitung indeks konektivitas eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ berikut ini:

$$
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{5^3})\right)
$$

$$
= \frac{\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{25}) + \deg(\overline{30}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(\overline{5})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{25}) + \deg(\overline{30}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(\overline{10})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{25}) + \deg(\overline{30}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(\overline{15})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{25}) + \deg(\overline{30}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(20)}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{30}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(\overline{25})}
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{25}) + \cdots + \deg(\overline{120})}{e(\overline{30})}
$$

$$
+ \cdots
$$

$$
+ \frac{\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20}) + \deg(\overline{25}) + \cdots + \deg(\overline{115})}{e(\overline{120})}
$$

$$= \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1} + \cdots$$

$$+ \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23 + \cdots + 23}{1}$$

$$= \frac{(23 \times 23)}{1} \times 24$$

$$= \frac{529}{1} \times 24$$

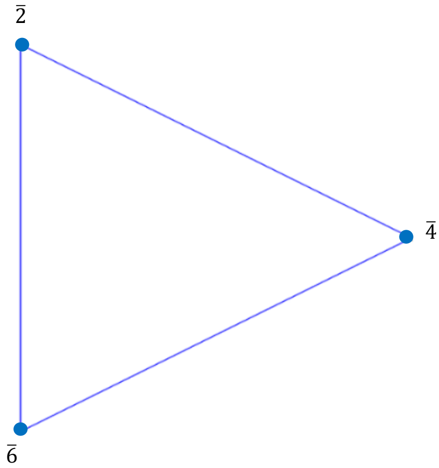
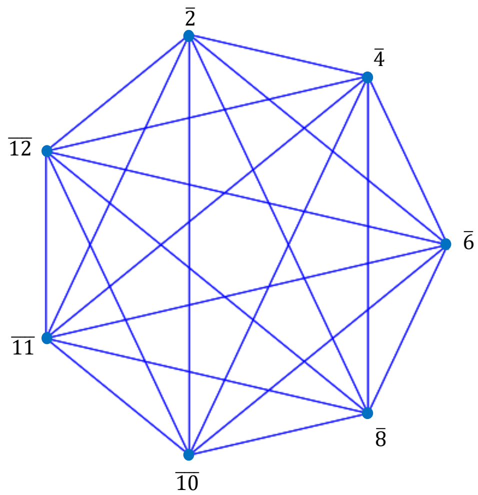
$$= \frac{12696}{1}$$

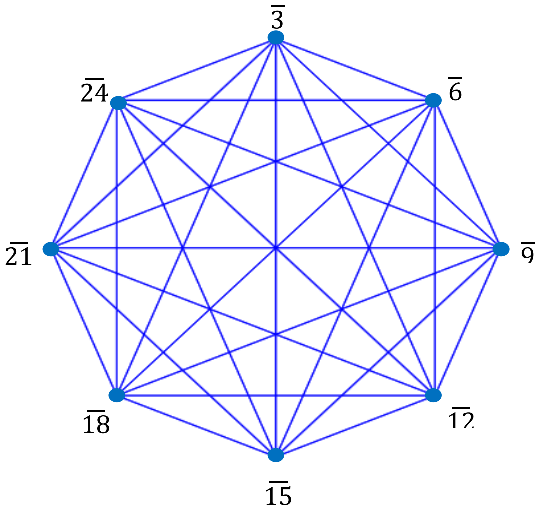
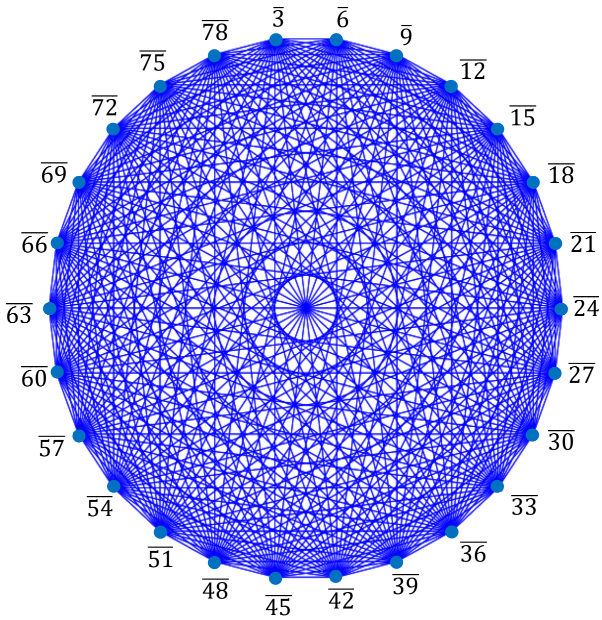
$$= 12696$$

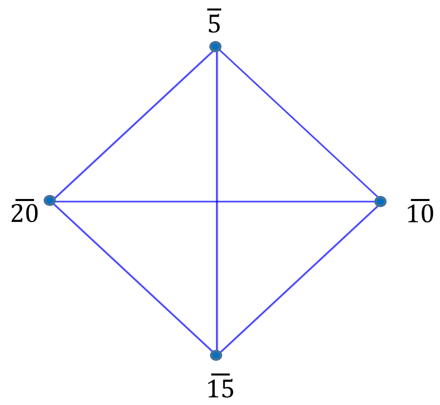
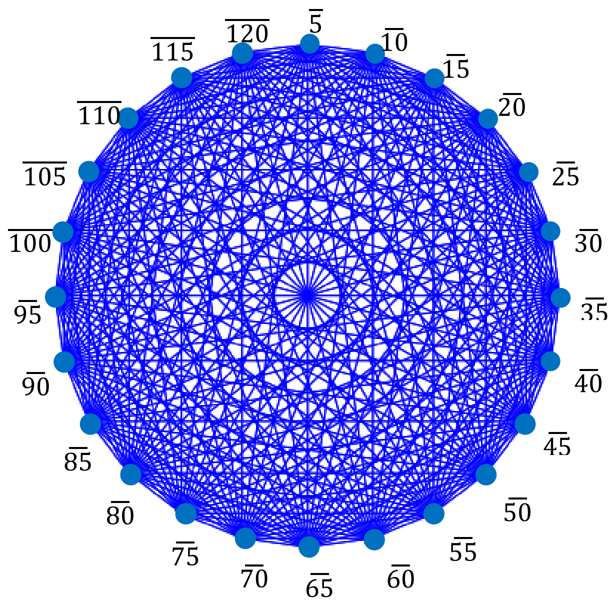
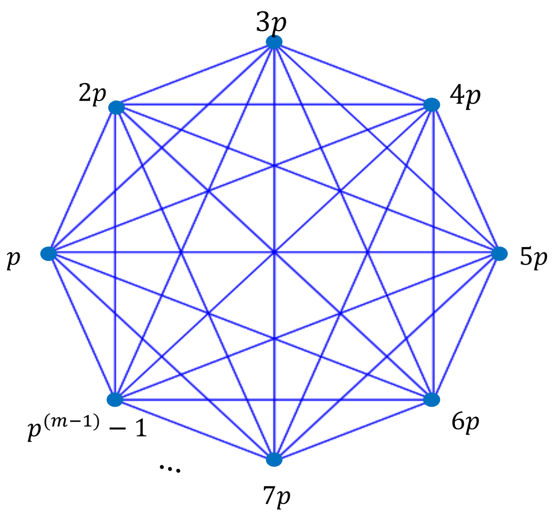
Dengan demikian indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator $\mathbb{Z}_{5^3}$ adalah 12696.

Hasil yang diperoleh dalam memperhitungkan dan mengamati indeks konektivitas eksentrik Ediz (IKEE) pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}$, $\mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}$, dan $\mathbb{Z}_{5^3}$ dapat dibuat Tabel 4.30 sebagai berikut.

Tabel 4.30 Tabel Gambar $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$

p	G	Gambar graf $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$
	$AG(\mathbb{Z}_{2^2})$ $= AG(\mathbb{Z}_4)$	
2	$AG(\mathbb{Z}_{2^3})$ $= AG(\mathbb{Z}_8)$	
	$AG(\mathbb{Z}_{2^4})$ $= AG(\mathbb{Z}_{16})$	

3	$AG(\mathbb{Z}_{3^2})$ $= AG(\mathbb{Z}_9)$	
	$AG(\mathbb{Z}_{3^3})$ $= AG(\mathbb{Z}_{27})$	
	$AG(\mathbb{Z}_{3^4})$ $= AG(\mathbb{Z}_{81})$	

5	$AG(\mathbb{Z}_{5^2})$ $= AG(\mathbb{Z}_{25})$	
	$AG(\mathbb{Z}_{5^3})$ $= AG(\mathbb{Z}_{125})$	
⋮	⋮	⋮
$p \geq 5$	$AG(\mathbb{Z}_{p^m})$	

Sedangkan, berdasarkan perhitungan indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{2^2}, \mathbb{Z}_{2^3}, \mathbb{Z}_{2^4}, \mathbb{Z}_{3^2}, \mathbb{Z}_{3^3}, \mathbb{Z}_{3^4}, \mathbb{Z}_{5^2}, \mathbb{Z}_{5^3}$ dan $\mathbb{Z}_{5^3}$ dapat dibuat tabel untuk mempermudah dalam mencari pola, dengan mengelompokkan titik-titik yang memiliki keterhubungan yang serupa.

Tabel 4.31 Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz pada $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$

p	G	${}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$
2	$AG(\mathbb{Z}_{2^3})$	$\left(2^{(3-1)}-2\right)\times\left(2^{(3-1)}-2\right)\times\left(3^{(3-1)}-1\right)=12$
	$AG(\mathbb{Z}_{2^4})$	$\left(2^{(4-1)}-2\right)\times\left(2^{(4-1)}-2\right)\times\left(2^{(4-1)}-1\right)=252$
3	$AG(\mathbb{Z}_{3^2})$	$\left(3^{(2-1)}-2\right)\times\left(3^{(2-1)}-2\right)\times\left(3^{(2-1)}-1\right)=2$
	$AG(\mathbb{Z}_{3^3})$	$\left(3^{(3-1)}-2\right)\times\left(3^{(3-1)}-2\right)\times\left(3^{(3-1)}-1\right)=343$
	$AG(\mathbb{Z}_{3^4})$	$\left(3^{(4-1)}-2\right)\times\left(3^{(4-1)}-2\right)\times\left(3^{(4-1)}-1\right)=16250$
5	$AG(\mathbb{Z}_{5^2})$	$\left(5^{(2-1)}-2\right)\times\left(5^{(2-1)}-2\right)\times\left(5^{(2-1)}-1\right)=36$
	$AG(\mathbb{Z}_{5^3})$	$\left(5^{(3-1)}-2\right)\times\left(5^{(3-1)}-2\right)\times\left(5^{(3-1)}-1\right)=12696$
⋮	⋮	⋮
$p \in \{2,3,5\}$	$AG(\mathbb{Z}_{p^m})$	$=\left(p^{(m-1)}-2\right)\times\left(p^{(m-1)}-2\right)\times\left(p^{(m-1)}-1\right)$ $=\left(p^{(m-1)}-2\right)^2\times(p^{m-1}-1)$

Dengan demikian pengamatan tersebut memperoleh dugaan rumus indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{p^m}$, dengan $p \geq 5$ dan bilangan prima, untuk $m \geq 2$ dan m bilangan bulat positif adalah sebagai berikut.

$${}^{E}\xi^{c}(\mathbb{Z}_{p^m})=\sum_{v\in V}\frac{S(v)}{e(v)}=\left(p^{(m-1)}-2\right)^2\times(p^{m-1}-1)$$

4.2 Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada Graf annihilator dari Ring $\mathbb{Z}_{p^m}$, $p \geq 5$ dan $m \geq 2$

Pada bagian ini, akan ditunjukkan bahwa rumus umum indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring $\mathbb{Z}_{p^m}$, dengan $p \geq 3$, p adalah bilangan prima dan $m \geq 2$, m adalah bilangan bulat positif, dapat dibuktikan berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan sebelumnya. Hipotesis ini akan diajukan dan dibuktikan sebagai sebuah teorema.

Lemma 4.1

Misalkan p bilangan prima dan m bilangan bulat positif, maka

$$Z(\mathbb{Z}_{p^m})^* = \{p \cdot k \mid k = 1,2,3, \ldots, p^{m-1}\}$$

Bukti:

Untuk mencari pembagi nol dari $Z(\mathbb{Z}_{p^m})^*$ maka diperlukan $FPB(x, p^m) > 1$ yang mana $x \neq 0, x \in \mathbb{Z}_{p^m}$ untuk mencari solusi. Akan dibuktikan bahwa $FPB(x, p^m) \geq p > 1$ jika dan hanya jika $x = p \cdot k$, untuk $k \in \mathbb{Z}$.

Misalkan p bilangan prima, $k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}$.

1. Asumsikan $FBP(x, p^m) > 1$, maka menurut teorema 2.6.2 faktor p^m adalah $1, p, p^2, p^3, \ldots, p^m$. Jika diasumsikan bahwa $FBP(x, p^m) > 1$, maka x kelipatan p atau x kelipatan p^2 atau x kelipatan p^3 dan seterusnya. Dengan demikian x merupakan kelipatan p.
2. Asumsikan $x = p \cdot k$, maka $FPB(x, p^m) = FPB(pk, p^m)$, yang mana $p|pk$ dan $p|p^m$. Karena $x = p \cdot k$, maka p adalah faktor dari x. Jika p^m adalah pangkat dari p, maka p adalah faktor p^m, sehingga p merupakan faktor dari x dan p^m. Dengan demikian, $FPB(x, p^m) \geq p > 1$.

Jadi, terbukti bahwa $FPB(x, p^m) > 1$ jika dan hanya jika $x = p \cdot k$. Dengan demikian, untuk setiap p bilangan prima dan m bilangan bulat positif, maka

$$Z(\mathbb{Z}_{p^m})^* = \{p \cdot k \mid k = 1,2,3, \dots, p^{m-1}\}.$$

Lemma 4.2

Misalkan p bilangan prima, $m, i, a \in \mathbb{N}$ dan $m > 2, i < m$, maka

$$|ann(ap^i)| = p^i$$

, dengan $ap^i \in Z(\mathbb{Z}_{p^m})$ dan $p \nmid a$.

Bukti:

Berdasarkan Teorema 2.4.1 banyak solusi dari $x \cdot ap^i \equiv 0 (mod\ p^m)$ adalah $FPB(ap^i, p^m)$. Jika $p \nmid a$, maka a dan p saling prima (relatif prima), sehingga $x \cdot ap^i \equiv 0 (mod\ p^m)$ memiliki satu solusi, yaitu $x = 0$.

Misalkan $a = q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \cdot \dots \cdot q_s^{n_s}$ dengan q_s adalah bilangan-bilangan prima dan $n \in \mathbb{N}$, sehingga $ap^i = q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \cdot \dots \cdot q_s^{n_s} \cdot p^i$. Menurut Teorema 2.6.2

$$\begin{aligned} FPB(ap^i, p^m) &= q_1^{\min(0,n_1)} \cdot q_2^{\min(0,n_2)} \cdot \dots \cdot q_s^{\min(0,n_s)} \cdot p^i \\ &= q_1^0 \cdot q_2^0 \cdot \dots \cdot q_s^0 \cdot p^i \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot p^i \\ &= p^i \end{aligned}$$

Oleh karena itu, $x \cdot ap^i \equiv 0 (mod\ p^m)$ memiliki p^i solusi. Sehingga $|ann(ap^i)| = p^i$. Dengan demikian, untuk setiap p bilangan prima, $m, i, a \in \mathbb{N}$ dan $m > 2, i < m$, maka

$$|ann(ap^i)| = p^i$$

dengan $ap^i \in Z(\mathbb{Z}_{p^m})$ dan $p \nmid a$.

Definisi 4.2

$$A_1 = \{x \in Z(\mathbb{Z}_{p^m}): x = ap^1,\ \ p^2|x\}$$

$$A_2 = \{x \in Z(\mathbb{Z}_{p^m}): x = ap^2,\ \ p^3|x\}$$

$$\vdots$$

$$A_i = \{x \in Z(\mathbb{Z}_{p^m}): x = ap^i,\ \ p^{i+1}|x\}$$

dengan $i = \{1,2,\dots,m-1\}$, $m \in \mathbb{N}$, dan p bilangan prima.

Lemma 4.3

$$AG(\mathbb{Z}_{p^m}) \cong K_{p^{(m-1)}-1}$$

untuk setiap bilangan prima p dan $m \in \mathbb{N}$.

Bukti:

Misalkan $x \in A_i$, $y \in A_j$, dan $i \neq j$, maka

$$|ann\ (x)| = p^i$$

$$|ann\ (y)| = p^j$$

Sehingga $|ann(x) \cup ann(y)| < p^i + p^j$, karena $x \in A_i$ dan $y \in A_j$, maka $xy \in A_{i+j}$. Oleh karena itu, $|ann(xy)| = p^{i+j}$. Untuk setiap bilangan bulat $p \geq 2$ berlaku $p^i + p^j < p^{i+j}$ untuk $i, j \in \mathbb{N}$. Sehingga, setiap $x \in A_i, y \in A_j$, dan $i \neq j$, maka $ann(x) \cup ann(y) \neq ann(xy)$. Dengan demikian, masing-masing anggota di $Z(\mathbb{Z}_{p^m})$ akan menjadi titik yang saling terhubung langsung satu sama lain pada $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$. Sehingga, $AG(\mathbb{Z}_{p^m}) \cong K_{p^{(m-1)}-1}$, untuk setiap bilangan prima p dan $m \in \mathbb{N}$.

Akibat Lemma 4.3

Jika S_v adalah total derajat dari semua titik yang terhubung secara langsung dengan titik v di $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$ dan $e(v)$ adalah eksentrisitas titik v di $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$, maka

$$S_v = (p^{(m-1)} - 2)(p^{(m-1)} - 2) \text{ dan } e(v) = 1$$

untuk setiap titik $v \in V\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$.

Bukti:

Berdasarkan Lemma 4.3, diperoleh bahwa $AG(\mathbb{Z}_{p^m}) \cong K_{p^{(m-1)}-1}$, sehingga $\deg(v) = p^{m-1} - 2$, untuk setiap $v \in V\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$. Dengan demikian $S_v = (p^{(m-1)} - 2)(p^{(m-1)} - 2)$ untuk setiap $v \in V\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$.

Selanjutnya, dari lemma 4.3 diketahui bahwa setiap titik $v \in V\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$bertetangga dengan titik lainnya, sehingga $e(v) = 1$, untuk setiap $v \in V\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m})\right)$.

Teorema

Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m dengan dengan $p \geq 2$, $m \geq 2$ dan p bilangan prima, m bilangan bulat positif adalah

$$^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\right) = (p^{3m-3}) - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4$$

Bukti:

Menurut Akibat dari lemma 4.3 diketahui bahwa $S_v = (p^{(m-1)} - 2)(p^{(m-1)} - 2)$ dan $e(v) = 1$. Misalkan p bilangan prima, m bilangan bulat positif $p \geq 2$ dan $m \geq 2$ pada graf $AG(\mathbb{Z}_{p^m})$. Indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m adalah

$$
\begin{aligned}
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\right) &= \sum\nolimits_{v\epsilon V\left(AG\left(\mathbb{Z}_{p^m}\right)\right)} \frac{S_v}{e(v)} \\
&= \frac{(p^{m-1}-2)(p^{m-1}-2)}{1} \times (p^{m-1}-1) \\
&= (p^{2m-2} - 4p^{m-1} + 4) \times (p^{m-1}-1) \\
&= p^{3m-3} - p^{2m-2} - 4(p^{2m-2}) + 4(p^{m-1}) + 4(p^{m-1}) - 4 \\
&= p^{3m-3} - p^{2m-2} - 4(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4 \\
&= p^{3m-3} - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4
\end{aligned}
$$

sehingga diperoleh

$$
{}^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\right) = p^{3m-3} - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4
$$

4.3 Integrasi Hasil Penelitian dengan Kajian Keislaman

Seperti yang telah dijelaskan pada Bab II mengenai kajian integrasi topik dengan al-Quran, Q. S. Al-Qammar surat ke 54 ayat 49 yang mana ayat tersebut berbunyi:

اِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: *"Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu sesuai dengan ukuran."* (Q.S. Al-Qammar /54:49)(Kemenag RI).

Dalam surah tersebut Allah SWT telah berfirman bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan keteraturan dan keseimbangan, hal itu menunjukan kebesaran dan ketelitian Allah SWT. Ayat lain yang membahas tentang penciptaan sesuatu dengan ukuran, keteraturan, dan keseimbangan yang tepat juga terdapat pada Q.S. Al-Furqan surah ke-25 ayat 2 yaitu

ٱلَّذِى لَهُۥ مُلْكُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ شَرِيكٌ فِى ٱلْمُلْكِ وَخَلَقَ
كُلَّ شَىْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya: *“(Yaitu Dzat) yang milik-Nyalah kerajaan langit dan bumi, (Dia) tidak mempunyai anak, dan tidak ada satu sekutu pun dalam kekuasaan(-Nya). Dia telah menciptakan segala sesuatu, lalu menetapkan ukuran-ukurannya dengan tepat.”* (Q.S. Al-Furqan /25:2)(Kemenag RI).

Berdasarkan uraian tersebut jelas bahwa Allah SWT telah menciptakan segala sesuatu sesuai dengan ukurannya masing-masing. Penetapan ukuran dan keteraturan yang tepat menunjukkan kebijaksanaan dan ketelitian Allah SWT dalam mengatur alam semesta. Konsep ini sejalan dengan konsep matematika, yang mendorong setiap orang untuk mempelajari matematika dengan menggunakannya untuk memahami ciptaan Allah SWT. Meskipun ayat ini tidak secara langsung membahas tentang rumus, ayat ini tetap menegaskan pentingnya observasi dan refleksi terhadap keteraturan yang ada di alam ciptaan Allah SWT dan menegaskan bahwa Allah SWT tidak meninggalkan apapun secara kebetulan. Hal tersebut merupakan salah satu contoh integrasi matematika dengan al-Quran, yang mana integrasinya yaitu untuk melakukan pencarian suatu rumus matematika dalam mencari indeks konektivitas eksentrik dari graf annihilator pada suatu bilangan tertentu.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat disimpulkan sebuah teorema bahwa rumus umum indeks konektivitas eksentrik Ediz pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m, yang mana $p \geq 2$, $m \geq 2$, dan p bilangan prima adalah

$$^{E}\xi^{c}\left(AG(\mathbb{Z}_{p^m}\right) = p^{3m-3} - 5(p^{2m-2}) + 8(p^{m-1}) - 4$$

5.2 Saran

Penelitian ini hanya digunakan pada graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo p^m, dengan p bilangan prima dan m bilangan bulat positif untuk $p \geq 2$, $m \geq 2$. Mengenai indeks yang digunakan dalam penelitian ini adalah indeks konektivitas eksentrik Ediz. Peneliti menyarankan pembaca untuk mengkaji indeks dan graf yang berbeda.

DAFTAR RUJUKAN

Abdussakir. (2007). *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Abdussakir, Nilna, & Fifi. (2009). *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Al-Qazwaini, I. M. A. A. M. bin Y. (n.d.). *Kitab: Ibnu Majah No. 212*. https://get.hadits.in/app

Badawi, A. (2014). On the Annihilator Graph of a Commutative Ring. *Communications in Algebra*, *42*(1), 108–121. https://doi.org/10.1080/00927872.2012.707262

Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graph and Digraphs Sixth Edition*. New York: CRC Press.

Domicolo, C., & Mahmoud, H. (2020). Degree-Based Gini Index for Graphs. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, *34(2)*, 157–171.

Ediz, S. (2011). On the Ediz eccentric connectivity index of a graph. *Optoelectronics and Advanced Materials, Rapid Communications*, *5*(11), 1263–1264.

Gallian, J. A. (2015). *Contemporary Abstract Algebra (chapter 2)*. *7*(1), 37–72. https://www.researchgate.net/publication/269107473_What_is_governance/link/548173090cf22525dcb61443/download%0Ahttp://www.econ.upf.edu/~reynal/Civil wars_12December2010.pdf%0Ahttps://think-asia.org/handle/11540/8282%0Ahttps://www.jstor.org/stable/41857625

Gilbert, L., & Gilbert, J. (2009). *Elements of Modern Algebra*, *Seventh Edition*. USA: Brooks/ Cole Cengage Learning.

Gilbert, L., & Gilbert, J. (2015). *Elements of Modern Algebra*, *Eight Edition*.

USA: Brooks/ Cole Cengage Learning.

Harold M. Stark. (1978). *An introduction to number theory*.

Irawan, W. H. & dkk. (2014). *Pengantar Teori Bilangan*. Malang: UIN Maliki PRESS.

Joyce, D. (2017). *Introduction to Modern Algebra*. Clark University.

Kemenag RI. (n.d.). *Al-Qur'an Online*. Departemen Agama Ri. https://quran.kemenag.go.id/

Kusmayadi, T. A., & Sudibyo, N. A. (2011). Eccentric Digraph of Cocktail Party Graph and Hypercube. *IPTEK The Journal for Technology and Science*, *22*(4), 198–204. https://doi.org/10.12962/j20882033.v22i4.74

Menezes, A. J., Oorschot, P. C. Van, & Vanstone, S. A. (1996). *Handbook of Applied Cryptography*. CRC Press.

Morgan, M. J., Mukwembi, S., & Swart, H. C. (2011). On the eccentric connectivity index of a graph. *Discrete Mathematics*, *311*(13), 1229–1234. https://doi.org/10.1016/j.disc.2009.12.013

Patty, H. W. M. (2016). *Sifat-Sifat Semigrup Sebagai Graf Pembagi Nol*.

Reddy, B. S., Jain, R. S., & Laxmikanth, N. (2020). *Eccentric Topological Index of the Zero Divisor graph $\Gamma[\mathbb{Z}_n]$*. 1–13. http://arxiv.org/abs/2001.01220

Sitohang, T. . (2017). *Kriptosistem Gabungan antara S-Ecies dan RSA*. Skripsi tidak dipublikasikan. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Sunnah.com. (n.d.). https://sunnah.com/muslim:2656

LAMPIRAN

Lampiran 1 Tabel Perkalian Setiap Elemen $\mathbb{Z}_{2^4}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	0	2	4	6	8	10	12	14	0	2	4	6	8	10	12	14
3	0	3	6	9	12	15	2	5	8	11	14	1	4	7	10	13
4	0	4	8	12	0	4	8	12	0	4	8	12	0	4	8	12
5	0	5	10	15	4	9	14	3	8	13	2	7	12	1	6	11
6	0	6	12	2	8	14	4	10	0	6	12	2	8	14	4	10
7	0	7	14	5	12	3	10	1	8	15	6	13	4	11	2	9
8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8	0	8
9	0	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7
10	0	10	4	14	8	2	12	6	0	10	4	14	8	2	12	6
11	0	11	6	1	12	7	2	13	8	3	14	9	4	15	10	5
12	0	12	8	4	0	12	8	4	0	12	8	4	0	12	8	4
13	0	13	10	7	4	1	14	11	8	5	2	15	12	9	6	3
14	0	14	12	10	8	6	4	2	0	14	12	10	8	6	4	2
15	0	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Lampiran 2 Tabel Perkalian Setiap Elemen $\mathbb{Z}_{3^3}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	0	3	6	9	12	15	18	21	24	0	3	6	9	12	15	18	21	24
4	0	4	8	12	16	20	24	1	5	9	13	17	21	25	2	6	10	14	18	22	26	3	7	11	15	19	23
5	0	5	10	15	20	25	3	8	13	18	23	1	6	11	16	21	26	4	9	14	19	24	2	7	12	17	22
6	0	6	12	18	24	3	9	15	21	0	6	12	18	24	3	9	15	21	0	6	12	18	24	3	9	15	21
7	0	7	14	21	1	8	15	22	2	9	16	23	3	10	17	24	4	11	18	25	5	12	19	26	6	13	20
8	0	8	16	24	5	13	21	2	10	18	26	7	15	23	4	12	20	1	9	17	25	6	14	22	3	11	19
9	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18	0	9	18
10	0	10	20	3	13	23	6	16	26	9	19	2	12	22	5	15	25	8	18	1	11	21	4	14	24	7	17
11	0	11	22	6	17	1	12	23	7	18	2	13	24	8	19	3	14	25	9	20	4	15	26	10	21	5	16
12	0	12	24	9	21	6	18	3	15	0	12	24	9	21	6	18	3	15	0	12	24	9	21	6	18	3	15
13	0	13	26	12	25	11	24	10	23	9	22	8	21	7	20	6	19	5	18	4	17	3	16	2	15	1	14
14	0	14	1	15	2	16	3	17	4	18	5	19	6	20	7	21	8	22	9	23	10	24	11	25	12	26	13
15	0	15	3	18	6	21	9	24	12	0	15	3	18	6	21	9	24	12	0	15	3	18	6	21	9	24	12
16	0	16	5	21	10	26	15	4	20	9	25	14	3	19	8	24	13	2	18	7	23	12	1	17	6	22	11
17	0	17	7	24	14	4	21	11	1	18	8	25	15	5	22	12	2	19	9	26	16	6	23	13	3	20	10
18	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9	0	18	9
19	0	19	11	3	22	14	6	25	17	9	1	20	12	4	23	15	7	26	18	10	2	21	13	5	24	16	8
20	0	20	13	6	26	19	12	5	25	18	11	4	24	17	10	3	23	16	9	2	22	15	8	1	21	14	7
21	0	21	15	9	3	24	18	12	6	0	21	15	9	3	24	18	12	6	0	21	15	9	3	24	18	12	6
22	0	22	17	12	7	2	24	19	14	9	4	26	21	16	11	6	1	23	18	13	8	3	25	20	15	10	5
23	0	23	19	15	11	7	3	26	22	18	14	10	6	2	25	21	17	13	9	5	1	24	20	16	12	8	4
24	0	24	21	18	15	12	9	6	3	0	24	21	18	15	12	9	6	3	0	24	21	18	15	12	9	6	3
25	0	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
26	0	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Lampiran 3 Tabel Perkalian Setiap Elemen $\mathbb{Z}_{3^4}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67	71	75	79	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69	73	77
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	4	9	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	74	79	3	8	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	2	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	3	10	17	24	31	38	45	52	59	66	73	80	6	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	2	9	16	23	30	37	44	51	58	65	72	79	5	12	19	26	33	40	47	54	61	68	75	1	8	15	22	29	36	43	50	57	64	71	78	4	11	18	25	32	39	46	53	60	67	74
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	7	15	23	31	39	47	55	63	71	79	6	14	22	30	38	46	54	62	70	78	5	13	21	29	37	45	53	61	69	77	4	12	20	28	36	44	52	60	68	76	3	11	19	27	35	43	51	59	67	75	2	10	18	26	34	42	50	58	66	74	1	9	17	25	33	41	49	57	65	73
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	9	19	29	39	49	59	69	79	8	18	28	38	48	58	68	78	7	17	27	37	47	57	67	77	6	16	26	36	46	56	66	76	5	15	25	35	45	55	65	75	4	14	24	34	44	54	64	74	3	13	23	33	43	53	63	73	2	12	22	32	42	52	62	72	1	11	21	31	41	51	61	71
11	0	11	22	33	44	55	66	77	7	18	29	40	51	62	73	3	14	25	36	47	58	69	80	10	21	32	43	54	65	76	6	17	28	39	50	61	72	2	13	24	35	46	57	68	79	9	20	31	42	53	64	75	5	16	27	38	49	60	71	1	12	23	34	45	56	67	78	8	19	30	41	52	63	74	4	15	26	37	48	59	70
12	0	12	24	36	48	60	72	3	15	27	39	51	63	75	6	18	30	42	54	66	78	9	21	33	45	57	69	0	12	24	36	48	60	72	3	15	27	39	51	63	75	6	18	30	42	54	66	78	9	21	33	45	57	69	0	12	24	36	48	60	72	3	15	27	39	51	63	75	6	18	30	42	54	66	78	9	21	33	45	57	69
13	0	13	26	39	52	65	78	10	23	36	49	62	75	7	20	33	46	59	72	4	17	30	43	56	69	1	14	27	40	53	66	79	11	24	37	50	63	76	8	21	34	47	60	73	5	18	31	44	57	70	2	15	28	41	54	67	80	12	25	38	51	64	77	9	22	35	48	61	74	6	19	32	45	58	71	3	16	29	42	55	68
14	0	14	28	42	56	70	3	17	31	45	59	73	6	20	34	48	62	76	9	23	37	51	65	79	12	26	40	54	68	1	15	29	43	57	71	4	18	32	46	60	74	7	21	35	49	63	77	10	24	38	52	66	80	13	27	41	55	69	2	16	30	44	58	72	5	19	33	47	61	75	8	22	36	50	64	78	11	25	39	53	67
15	0	15	30	45	60	75	9	24	39	54	69	3	18	33	48	63	78	12	27	42	57	72	6	21	36	51	66	0	15	30	45	60	75	9	24	39	54	69	3	18	33	48	63	78	12	27	42	57	72	6	21	36	51	66	0	15	30	45	60	75	9	24	39	54	69	3	18	33	48	63	78	12	27	42	57	72	6	21	36	51	66
16	0	16	32	48	64	80	15	31	47	63	79	14	30	46	62	78	13	29	45	61	77	12	28	44	60	76	11	27	43	59	75	10	26	42	58	74	9	25	41	57	73	8	24	40	56	72	7	23	39	55	71	6	22	38	54	70	5	21	37	53	69	4	20	36	52	68	3	19	35	51	67	2	18	34	50	66	1	17	33	49	65
17	0	17	34	51	68	4	21	38	55	72	8	25	42	59	76	12	29	46	63	80	16	33	50	67	3	20	37	54	71	7	24	41	58	75	11	28	45	62	79	15	32	49	66	2	19	36	53	70	6	23	40	57	74	10	27	44	61	78	14	31	48	65	1	18	35	52	69	5	22	39	56	73	9	26	43	60	77	13	30	47	64
18	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63	0	18	36	54	72	9	27	45	63
19	0	19	38	57	76	14	33	52	71	9	28	47	66	4	23	42	61	80	18	37	56	75	13	32	51	70	8	27	46	65	3	22	41	60	79	17	36	55	74	12	31	50	69	7	26	45	64	2	21	40	59	78	16	35	54	73	11	30	49	68	6	25	44	63	1	20	39	58	77	15	34	53	72	10	29	48	67	5	24	43	62
20	0	20	40	60	80	19	39	59	79	18	38	58	78	17	37	57	77	16	36	56	76	15	35	55	75	14	34	54	74	13	33	53	73	12	32	52	72	11	31	51	71	10	30	50	70	9	29	49	69	8	28	48	68	7	27	47	67	6	26	46	66	5	25	45	65	4	24	44	64	3	23	43	63	2	22	42	62	1	21	41	61
21	0	21	42	63	3	24	45	66	6	27	48	69	9	30	51	72	12	33	54	75	15	36	57	78	18	39	60	0	21	42	63	3	24	45	66	6	27	48	69	9	30	51	72	12	33	54	75	15	36	57	78	18	39	60	0	21	42	63	3	24	45	66	6	27	48	69	9	30	51	72	12	33	54	75	15	36	57	78	18	39	60
22	0	22	44	66	7	29	51	73	14	36	58	80	21	43	65	6	28	50	72	13	35	57	79	20	42	64	5	27	49	71	12	34	56	78	19	41	63	4	26	48	70	11	33	55	77	18	40	62	3	25	47	69	10	32	54	76	17	39	61	2	24	46	68	9	31	53	75	16	38	60	1	23	45	67	8	30	52	74	15	37	59
23	0	23	46	69	11	34	57	80	22	45	68	10	33	56	79	21	44	67	9	32	55	78	20	43	66	8	31	54	77	19	42	65	7	30	53	76	18	41	64	6	29	52	75	17	40	63	5	28	51	74	16	39	62	4	27	50	73	15	38	61	3	26	49	72	14	37	60	2	25	48	71	13	36	59	1	24	47	70	12	35	58
24	0	24	48	72	15	39	63	6	30	54	78	21	45	69	12	36	60	3	27	51	75	18	42	66	9	33	57	0	24	48	72	15	39	63	6	30	54	78	21	45	69	12	36	60	3	27	51	75	18	42	66	9	33	57	0	24	48	72	15	39	63	6	30	54	78	21	45	69	12	36	60	3	27	51	75	18	42	66	9	33	57
25	0	25	50	75	19	44	69	13	38	63	7	32	57	1	26	51	76	20	45	70	14	39	64	8	33	58	2	27	52	77	21	46	71	15	40	65	9	34	59	3	28	53	78	22	47	72	16	41	66	10	35	60	4	29	54	79	23	48	73	17	42	67	11	36	61	5	30	55	80	24	49	74	18	43	68	12	37	62	6	31	56
26	0	26	52	78	23	49	75	20	46	72	17	43	69	14	40	66	11	37	63	8	34	60	5	31	57	2	28	54	80	25	51	77	22	48	74	19	45	71	16	42	68	13	39	65	10	36	62	7	33	59	4	30	56	1	27	53	79	24	50	76	21	47	73	18	44	70	15	41	67	12	38	64	9	35	61	6	32	58	3	29	55
27	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54	0	27	54
28	0	28	56	3	31	59	6	34	62	9	37	65	12	40	68	15	43	71	18	46	74	21	49	77	24	52	80	27	55	2	30	58	5	33	61	8	36	64	11	39	67	14	42	70	17	45	73	20	48	76	23	51	79	26	54	1	29	57	4	32	60	7	35	63	10	38	66	13	41	69	16	44	72	19	47	75	22	50	78	25	53
29	0	29	58	6	35	64	12	41	70	18	47	76	24	53	1	30	59	7	36	65	13	42	71	19	48	77	25	54	2	31	60	8	37	66	14	43	72	20	49	78	26	55	3	32	61	9	38	67	15	44	73	21	50	79	27	56	4	33	62	10	39	68	16	45	74	22	51	80	28	57	5	34	63	11	40	69	17	46	75	23	52
30	0	30	60	9	39	69	18	48	78	27	57	6	36	66	15	45	75	24	54	3	33	63	12	42	72	21	51	0	30	60	9	39	69	18	48	78	27	57	6	36	66	15	45	75	24	54	3	33	63	12	42	72	21	51	0	30	60	9	39	69	18	48	78	27	57	6	36	66	15	45	75	24	54	3	33	63	12	42	72	21	51
31	0	31	62	12	43	74	24	55	5	36	67	17	48	79	29	60	10	41	72	22	53	3	34	65	15	46	77	27	58	8	39	70	20	51	1	32	63	13	44	75	25	56	6	37	68	18	49	80	30	61	11	42	73	23	54	4	35	66	16	47	78	28	59	9	40	71	21	52	2	33	64	14	45	76	26	57	7	38	69	19	50
32	0	32	64	15	47	79	30	62	13	45	77	28	60	11	43	75	26	58	9	41	73	24	56	7	39	71	22	54	5	37	69	20	52	3	35	67	18	50	1	33	65	16	48	80	31	63	14	46	78	29	61	12	44	76	27	59	10	42	74	25	57	8	40	72	23	55	6	38	70	21	53	4	36	68	19	51	2	34	66	17	49
33	0	33	66	18	51	3	36	69	21	54	6	39	72	24	57	9	42	75	27	60	12	45	78	30	63	15	48	0	33	66	18	51	3	36	69	21	54	6	39	72	24	57	9	42	75	27	60	12	45	78	30	63	15	48	0	33	66	18	51	3	36	69	21	54	6	39	72	24	57	9	42	75	27	60	12	45	78	30	63	15	48
34	0	34	68	21	55	8	42	76	29	63	16	50	3	37	71	24	58	11	45	79	32	66	19	53	6	40	74	27	61	14	48	1	35	69	22	56	9	43	77	30	64	17	51	4	38	72	25	59	12	46	80	33	67	20	54	7	41	75	28	62	15	49	2	36	70	23	57	10	44	78	31	65	18	52	5	39	73	26	60	13	47
35	0	35	70	24	59	13	48	2	37	72	26	61	15	50	4	39	74	28	63	17	52	6	41	76	30	65	19	54	8	43	78	32	67	21	56	10	45	80	34	69	23	58	12	47	1	36	71	25	60	14	49	3	38	73	27	62	16	51	5	40	75	29	64	18	53	7	42	77	31	66	20	55	9	44	79	33	68	22	57	11	46
36	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45	0	36	72	27	63	18	54	9	45
37	0	37	74	30	67	23	60	16	53	9	46	2	39	76	32	69	25	62	18	55	11	48	4	41	78	34	71	27	64	20	57	13	50	6	43	80	36	73	29	66	22	59	15	52	8	45	1	38	75	31	68	24	61	17	54	10	47	3	40	77	33	70	26	63	19	56	12	49	5	42	79	35	72	28	65	21	58	14	51	7	44
38	0	38	76	33	71	28	66	23	61	18	56	13	51	8	46	3	41	79	36	74	31	69	26	64	21	59	16	54	11	49	6	44	1	39	77	34	72	29	67	24	62	19	57	14	52	9	47	4	42	80	37	75	32	70	27	65	22	60	17	55	12	50	7	45	2	40	78	35	73	30	68	25	63	20	58	15	53	10	48	5	43
39	0	39	78	36	75	33	72	30	69	27	66	24	63	21	60	18	57	15	54	12	51	9	48	6	45	3	42	0	39	78	36	75	33	72	30	69	27	66	24	63	21	60	18	57	15	54	12	51	9	48	6	45	3	42	0	39	78	36	75	33	72	30	69	27	66	24	63	21	60	18	57	15	54	12	51	9	48	6	45	3	42
40	0	40	80	39	79	38	78	37	77	36	76	35	75	34	74	33	73	32	72	31	71	30	70	29	69	28	68	27	67	26	66	25	65	24	64	23	63	22	62	21	61	20	60	19	59	18	58	17	57	16	56	15	55	14	54	13	53	12	52	11	51	10	50	9	49	8	48	7	47	6	46	5	45	4	44	3	43	2	42	1	41
41	0	41	1	42	2	43	3	44	4	45	5	46	6	47	7	48	8	49	9	50	10	51	11	52	12	53	13	54	14	55	15	56	16	57	17	58	18	59	19	60	20	61	21	62	22	63	23	64	24	65	25	66	26	67	27	68	28	69	29	70	30	71	31	72	32	73	33	74	34	75	35	76	36	77	37	78	38	79	39	80	40
42	0	42	3	45	6	48	9	51	12	54	15	57	18	60	21	63	24	66	27	69	30	72	33	75	36	78	39	0	42	3	45	6	48	9	51	12	54	15	57	18	60	21	63	24	66	27	69	30	72	33	75	36	78	39	0	42	3	45	6	48	9	51	12	54	15	57	18	60	21	63	24	66	27	69	30	72	33	75	36	78	39
43	0	43	5	48	10	53	15	58	20	63	25	68	30	73	35	78	40	2	45	7	50	12	55	17	60	22	65	27	70	32	75	37	80	42	4	47	9	52	14	57	19	62	24	67	29	72	34	77	39	1	44	6	49	11	54	16	59	21	64	26	69	31	74	36	79	41	3	46	8	51	13	56	18	61	23	66	28	71	33	76	38
44	0	44	7	51	14	58	21	65	28	72	35	79	42	5	49	12	56	19	63	26	70	33	77	40	3	47	10	54	17	61	24	68	31	75	38	1	45	8	52	15	59	22	66	29	73	36	80	43	6	50	13	57	20	64	27	71	34	78	41	4	48	11	55	18	62	25	69	32	76	39	2	46	9	53	16	60	23	67	30	74	37
45	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36	0	45	9	54	18	63	27	72	36
46	0	46	11	57	22	68	33	79	44	9	55	20	66	31	77	42	7	53	18	64	29	75	40	5	51	16	62	27	73	38	3	49	14	60	25	71	36	1	47	12	58	23	69	34	80	45	10	56	21	67	32	78	43	8	54	19	65	30	76	41	6	52	17	63	28	74	39	4	50	15	61	26	72	37	2	48	13	59	24	70	35
47	0	47	13	60	26	73	39	5	52	18	65	31	78	44	10	57	23	70	36	2	49	15	62	28	75	41	7	54	20	67	33	80	46	12	59	25	72	38	4	51	17	64	30	77	43	9	56	22	69	35	1	48	14	61	27	74	40	6	53	19	66	32	79	45	11	58	24	71	37	3	50	16	63	29	76	42	8	55	21	68	34
48	0	48	15	63	30	78	45	12	60	27	75	42	9	57	24	72	39	6	54	21	69	36	3	51	18	66	33	0	48	15	63	30	78	45	12	60	27	75	42	9	57	24	72	39	6	54	21	69	36	3	51	18	66	33	0	48	15	63	30	78	45	12	60	27	75	42	9	57	24	72	39	6	54	21	69	36	3	51	18	66	33
49	0	49	17	66	34	2	51	19	68	36	4	53	21	70	38	6	55	23	72	40	8	57	25	74	42	10	59	27	76	44	12	61	29	78	46	14	63	31	80	48	16	65	33	1	50	18	67	35	3	52	20	69	37	5	54	22	71	39	7	56	24	73	41	9	58	26	75	43	11	60	28	77	45	13	62	30	79	47	15	64	32
50	0	50	19	69	38	7	57	26	76	45	14	64	33	2	52	21	71	40	9	59	28	78	47	16	66	35	4	54	23	73	42	11	61	30	80	49	18	68	37	6	56	25	75	44	13	63	32	1	51	20	70	39	8	58	27	77	46	15	65	34	3	53	22	72	41	10	60	29	79	48	17	67	36	5	55	24	74	43	12	62	31
51	0	51	21	72	42	12	63	33	3	54	24	75	45	15	66	36	6	57	27	78	48	18	69	39	9	60	30	0	51	21	72	42	12	63	33	3	54	24	75	45	15	66	36	6	57	27	78	48	18	69	39	9	60	30	0	51	21	72	42	12	63	33	3	54	24	75	45	15	66	36	6	57	27	78	48	18	69	39	9	60	30
52	0	52	23	75	46	17	69	40	11	63	34	5	57	28	80	51	22	74	45	16	68	39	10	62	33	4	56	27	79	50	21	73	44	15	67	38	9	61	32	3	55	26	78	49	20	72	43	14	66	37	8	60	31	2	54	25	77	48	19	71	42	13	65	36	7	59	30	1	53	24	76	47	18	70	41	12	64	35	6	58	29
53	0	53	25	78	50	22	75	47	19	72	44	16	69	41	13	66	38	10	63	35	7	60	32	4	57	29	1	54	26	79	51	23	76	48	20	73	45	17	70	42	14	67	39	11	64	36	8	61	33	5	58	30	2	55	27	80	52	24	77	49	21	74	46	18	71	43	15	68	40	12	65	37	9	62	34	6	59	31	3	56	28
54	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27	0	54	27
55	0	55	29	3	58	32	6	61	35	9	64	38	12	67	41	15	70	44	18	73	47	21	76	50	24	79	53	27	1	56	30	4	59	33	7	62	36	10	65	39	13	68	42	16	71	45	19	74	48	22	77	51	25	80	54	28	2	57	31	5	60	34	8	63	37	11	66	40	14	69	43	17	72	46	20	75	49	23	78	52	26
56	0	56	31	6	62	37	12	68	43	18	74	49	24	80	55	30	5	61	36	11	67	42	17	73	48	23	79	54	29	4	60	35	10	66	41	16	72	47	22	78	53	28	3	59	34	9	65	40	15	71	46	21	77	52	27	2	58	33	8	64	39	14	70	45	20	76	51	26	1	57	32	7	63	38	13	69	44	19	75	50	25
57	0	57	33	9	66	42	18	75	51	27	3	60	36	12	69	45	21	78	54	30	6	63	39	15	72	48	24	0	57	33	9	66	42	18	75	51	27	3	60	36	12	69	45	21	78	54	30	6	63	39	15	72	48	24	0	57	33	9	66	42	18	75	51	27	3	60	36	12	69	45	21	78	54	30	6	63	39	15	72	48	24
58	0	58	35	12	70	47	24	1	59	36	13	71	48	25	2	60	37	14	72	49	26	3	61	38	15	73	50	27	4	62	39	16	74	51	28	5	63	40	17	75	52	29	6	64	41	18	76	53	30	7	65	42	19	77	54	31	8	66	43	20	78	55	32	9	67	44	21	79	56	33	10	68	45	22	80	57	34	11	69	46	23
59	0	59	37	15	74	52	30	8	67	45	23	1	60	38	16	75	53	31	9	68	46	24	2	61	39	17	76	54	32	10	69	47	25	3	62	40	18	77	55	33	11	70	48	26	4	63	41	19	78	56	34	12	71	49	27	5	64	42	20	79	57	35	13	72	50	28	6	65	43	21	80	58	36	14	73	51	29	7	66	44	22
60	0	60	39	18	78	57	36	15	75	54	33	12	72	51	30	9	69	48	27	6	66	45	24	3	63	42	21	0	60	39	18	78	57	36	15	75	54	33	12	72	51	30	9	69	48	27	6	66	45	24	3	63	42	21	0	60	39	18	78	57	36	15	75	54	33	12	72	51	30	9	69	48	27	6	66	45	24	3	63	42	21
61	0	61	41	21	1	62	42	22	2	63	43	23	3	64	44	24	4	65	45	25	5	66	46	26	6	67	47	27	7	68	48	28	8	69	49	29	9	70	50	30	10	71	51	31	11	72	52	32	12	73	53	33	13	74	54	34	14	75	55	35	15	76	56	36	16	77	57	37	17	78	58	38	18	79	59	39	19	80	60	40	20
62	0	62	43	24	5	67	48	29	10	72	53	34	15	77	58	39	20	1	63	44	25	6	68	49	30	11	73	54	35	16	78	59	40	21	2	64	45	26	7	69	50	31	12	74	55	36	17	79	60	41	22	3	65	46	27	8	70	51	32	13	75	56	37	18	80	61	42	23	4	66	47	28	9	71	52	33	14	76	57	38	19
63	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18	0	63	45	27	9	72	54	36	18
64	0	64	47	30	13	77	60	43	26	9	73	56	39	22	5	69	52	35	18	1	65	48	31	14	78	61	44	27	10	74	57	40	23	6	70	53	36	19	2	66	49	32	15	79	62	45	28	11	75	58	41	24	7	71	54	37	20	3	67	50	33	16	80	63	46	29	12	76	59	42	25	8	72	55	38	21	4	68	51	34	17
65	0	65	49	33	17	1	66	50	34	18	2	67	51	35	19	3	68	52	36	20	4	69	53	37	21	5	70	54	38	22	6	71	55	39	23	7	72	56	40	24	8	73	57	41	25	9	74	58	42	26	10	75	59	43	27	11	76	60	44	28	12	77	61	45	29	13	78	62	46	30	14	79	63	47	31	15	80	64	48	32	16
66	0	66	51	36	21	6	72	57	42	27	12	78	63	48	33	18	3	69	54	39	24	9	75	60	45	30	15	0	66	51	36	21	6	72	57	42	27	12	78	63	48	33	18	3	69	54	39	24	9	75	60	45	30	15	0	66	51	36	21	6	72	57	42	27	12	78	63	48	33	18	3	69	54	39	24	9	75	60	45	30	15
67	0	67	53	39	25	11	78	64	50	36	22	8	75	61	47	33	19	5	72	58	44	30	16	2	69	55	41	27	13	80	66	52	38	24	10	77	63	49	35	21	7	74	60	46	32	18	4	71	57	43	29	15	1	68	54	40	26	12	79	65	51	37	23	9	76	62	48	34	20	6	73	59	45	31	17	3	70	56	42	28	14
68	0	68	55	42	29	16	3	71	58	45	32	19	6	74	61	48	35	22	9	77	64	51	38	25	12	80	67	54	41	28	15	2	70	57	44	31	18	5	73	60	47	34	21	8	76	63	50	37	24	11	79	66	53	40	27	14	1	69	56	43	30	17	4	72	59	46	33	20	7	75	62	49	36	23	10	78	65	52	39	26	13
69	0	69	57	45	33	21	9	78	66	54	42	30	18	6	75	63	51	39	27	15	3	72	60	48	36	24	12	0	69	57	45	33	21	9	78	66	54	42	30	18	6	75	63	51	39	27	15	3	72	60	48	36	24	12	0	69	57	45	33	21	9	78	66	54	42	30	18	6	75	63	51	39	27	15	3	72	60	48	36	24	12
70	0	70	59	48	37	26	15	4	74	63	52	41	30	19	8	78	67	56	45	34	23	12	1	71	60	49	38	27	16	5	75	64	53	42	31	20	9	79	68	57	46	35	24	13	2	72	61	50	39	28	17	6	76	65	54	43	32	21	10	80	69	58	47	36	25	14	3	73	62	51	40	29	18	7	77	66	55	44	33	22	11
71	0	71	61	51	41	31	21	11	1	72	62	52	42	32	22	12	2	73	63	53	43	33	23	13	3	74	64	54	44	34	24	14	4	75	65	55	45	35	25	15	5	76	66	56	46	36	26	16	6	77	67	57	47	37	27	17	7	78	68	58	48	38	28	18	8	79	69	59	49	39	29	19	9	80	70	60	50	40	30	20	10
72	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9	0	72	63	54	45	36	27	18	9
73	0	73	65	57	49	41	33	25	17	9	1	74	66	58	50	42	34	26	18	10	2	75	67	59	51	43	35	27	19	11	3	76	68	60	52	44	36	28	20	12	4	77	69	61	53	45	37	29	21	13	5	78	70	62	54	46	38	30	22	14	6	79	71	63	55	47	39	31	23	15	7	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8
74	0	74	67	60	53	46	39	32	25	18	11	4	78	71	64	57	50	43	36	29	22	15	8	1	75	68	61	54	47	40	33	26	19	12	5	79	72	65	58	51	44	37	30	23	16	9	2	76	69	62	55	48	41	34	27	20	13	6	80	73	66	59	52	45	38	31	24	17	10	3	77	70	63	56	49	42	35	28	21	14	7
75	0	75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9	3	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0	75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9	3	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0	75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9	3	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6
76	0	76	71	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	16	11	6	1	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7	2	78	73	68	63	58	53	48	43	38	33	28	23	18	13	8	3	79	74	69	64	59	54	49	44	39	34	29	24	19	14	9	4	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
77	0	77	73	69	65	61	57	53	49	45	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	1	78	74	70	66	62	58	54	50	46	42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2	79	75	71	67	63	59	55	51	47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	3	80	76	72	68	64	60	56	52	48	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
78	0	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
79	0	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	80	78	76	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
80	0	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Lampiran 4 Tabel Perkalian Setiap Elemen $\mathbb{Z}_{5^2}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	2	5	8	11	14	17	20	23	1	4	7	10	13	16	19	22
4	0	4	8	12	16	20	24	3	7	11	15	19	23	2	6	10	14	18	22	1	5	9	13	17	21
5	0	5	10	15	20	0	5	10	15	20	0	5	10	15	20	0	5	10	15	20	0	5	10	15	20
6	0	6	12	18	24	5	11	17	23	4	10	16	22	3	9	15	21	2	8	14	20	1	7	13	19
7	0	7	14	21	3	10	17	24	6	13	20	2	9	16	23	5	12	19	1	8	15	22	4	11	18
8	0	8	16	24	7	15	23	6	14	22	5	13	21	4	12	20	3	11	19	2	10	18	1	9	17
9	0	9	18	2	11	20	4	13	22	6	15	24	8	17	1	10	19	3	12	21	5	14	23	7	16
10	0	10	20	5	15	0	10	20	5	15	0	10	20	5	15	0	10	20	5	15	0	10	20	5	15
11	0	11	22	8	19	5	16	2	13	24	10	21	7	18	4	15	1	12	23	9	20	6	17	3	14
12	0	12	24	11	23	10	22	9	21	8	20	7	19	6	18	5	17	4	16	3	15	2	14	1	13
13	0	13	1	14	2	15	3	16	4	17	5	18	6	19	7	20	8	21	9	22	10	23	11	24	12
14	0	14	3	17	6	20	9	23	12	1	15	4	18	7	21	10	24	13	2	16	5	19	8	22	11
15	0	15	5	20	10	0	15	5	20	10	0	15	5	20	10	0	15	5	20	10	0	15	5	20	10
16	0	16	7	23	14	5	21	12	3	19	10	1	17	8	24	15	6	22	13	4	20	11	2	18	9
17	0	17	9	1	18	10	2	19	11	3	20	12	4	21	13	5	22	14	6	23	15	7	24	16	8
18	0	18	11	4	22	15	8	1	19	12	5	23	16	9	2	20	13	6	24	17	10	3	21	14	7
19	0	19	13	7	1	20	14	8	2	21	15	9	3	22	16	10	4	23	17	11	5	24	18	12	6
20	0	20	15	10	5	0	20	15	10	5	0	20	15	10	5	0	20	15	10	5	0	20	15	10	5
21	0	21	17	13	9	5	1	22	18	14	10	6	2	23	19	15	11	7	3	24	20	16	12	8	4
22	0	22	19	16	13	10	7	4	1	23	20	17	14	11	8	5	2	24	21	18	15	12	9	6	3
23	0	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
24	0	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Lampiran 5 Tabel Perkalian Setiap Elemen $\mathbb{Z}_{5^3}$

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100	103	106	109	112	115	118	121	124	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50	53	56	59	62	65	68	71	74	77	80	83	86	89	92	95	98	101	104	107	110	113	116	119	122
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120	124	3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67	71	75	79	83	87	91	95	99	103	107	111	115	119	123	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78	82	86	90	94	98	102	106	110	114	118	122	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69	73	77	81	85	89	93	97	101	105	109	113	117	121
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85	91	97	103	109	115	121	2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92	98	104	110	116	122	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99	105	111	117	123	4	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106	112	118	124	5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	71	77	83	89	95	101	107	113	119
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	1	8	15	22	29	36	43	50	57	64	71	78	85	92	99	106	113	120	2	9	16	23	30	37	44	51	58	65	72	79	86	93	100	107	114	121	3	10	17	24	31	38	45	52	59	66	73	80	87	94	101	108	115	122	4	11	18	25	32	39	46	53	60	67	74	81	88	95	102	109	116	123	5	12	19	26	33	40	47	54	61	68	75	82	89	96	103	110	117	124	6	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	97	104	111	118
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	3	11	19	27	35	43	51	59	67	75	83	91	99	107	115	123	6	14	22	30	38	46	54	62	70	78	86	94	102	110	118	1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	4	12	20	28	36	44	52	60	68	76	84	92	100	108	116	124	7	15	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	119	2	10	18	26	34	42	50	58	66	74	82	90	98	106	114	122	5	13	21	29	37	45	53	61	69	77	85	93	101	109	117
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	100	109	118	2	11	20	29	38	47	56	65	74	83	92	101	110	119	3	12	21	30	39	48	57	66	75	84	93	102	111	120	4	13	22	31	40	49	58	67	76	85	94	103	112	121	5	14	23	32	41	50	59	68	77	86	95	104	113	122	6	15	24	33	42	51	60	69	78	87	96	105	114	123	7	16	25	34	43	52	61	70	79	88	97	106	115	124	8	17	26	35	44	53	62	71	80	89	98	107	116
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
11	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	7	18	29	40	51	62	73	84	95	106	117	3	14	25	36	47	58	69	80	91	102	113	124	10	21	32	43	54	65	76	87	98	109	120	6	17	28	39	50	61	72	83	94	105	116	2	13	24	35	46	57	68	79	90	101	112	123	9	20	31	42	53	64	75	86	97	108	119	5	16	27	38	49	60	71	82	93	104	115	1	12	23	34	45	56	67	78	89	100	111	122	8	19	30	41	52	63	74	85	96	107	118	4	15	26	37	48	59	70	81	92	103	114
12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	7	19	31	43	55	67	79	91	103	115	2	14	26	38	50	62	74	86	98	110	122	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117	4	16	28	40	52	64	76	88	100	112	124	11	23	35	47	59	71	83	95	107	119	6	18	30	42	54	66	78	90	102	114	1	13	25	37	49	61	73	85	97	109	121	8	20	32	44	56	68	80	92	104	116	3	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123	10	22	34	46	58	70	82	94	106	118	5	17	29	41	53	65	77	89	101	113
13	0	13	26	39	52	65	78	91	104	117	5	18	31	44	57	70	83	96	109	122	10	23	36	49	62	75	88	101	114	2	15	28	41	54	67	80	93	106	119	7	20	33	46	59	72	85	98	111	124	12	25	38	51	64	77	90	103	116	4	17	30	43	56	69	82	95	108	121	9	22	35	48	61	74	87	100	113	1	14	27	40	53	66	79	92	105	118	6	19	32	45	58	71	84	97	110	123	11	24	37	50	63	76	89	102	115	3	16	29	42	55	68	81	94	107	120	8	21	34	47	60	73	86	99	112
14	0	14	28	42	56	70	84	98	112	1	15	29	43	57	71	85	99	113	2	16	30	44	58	72	86	100	114	3	17	31	45	59	73	87	101	115	4	18	32	46	60	74	88	102	116	5	19	33	47	61	75	89	103	117	6	20	34	48	62	76	90	104	118	7	21	35	49	63	77	91	105	119	8	22	36	50	64	78	92	106	120	9	23	37	51	65	79	93	107	121	10	24	38	52	66	80	94	108	122	11	25	39	53	67	81	95	109	123	12	26	40	54	68	82	96	110	124	13	27	41	55	69	83	97	111
15	0	15	30	45	60	75	90	105	120	10	25	40	55	70	85	100	115	5	20	35	50	65	80	95	110	0	15	30	45	60	75	90	105	120	10	25	40	55	70	85	100	115	5	20	35	50	65	80	95	110	0	15	30	45	60	75	90	105	120	10	25	40	55	70	85	100	115	5	20	35	50	65	80	95	110	0	15	30	45	60	75	90	105	120	10	25	40	55	70	85	100	115	5	20	35	50	65	80	95	110	0	15	30	45	60	75	90	105	120	10	25	40	55	70	85	100	115	5	20	35	50	65	80	95	110
16	0	16	32	48	64	80	96	112	3	19	35	51	67	83	99	115	6	22	38	54	70	86	102	118	9	25	41	57	73	89	105	121	12	28	44	60	76	92	108	124	15	31	47	63	79	95	111	2	18	34	50	66	82	98	114	5	21	37	53	69	85	101	117	8	24	40	56	72	88	104	120	11	27	43	59	75	91	107	123	14	30	46	62	78	94	110	1	17	33	49	65	81	97	113	4	20	36	52	68	84	100	116	7	23	39	55	71	87	103	119	10	26	42	58	74	90	106	122	13	29	45	61	77	93	109
17	0	17	34	51	68	85	102	119	11	28	45	62	79	96	113	5	22	39	56	73	90	107	124	16	33	50	67	84	101	118	10	27	44	61	78	95	112	4	21	38	55	72	89	106	123	15	32	49	66	83	100	117	9	26	43	60	77	94	111	3	20	37	54	71	88	105	122	14	31	48	65	82	99	116	8	25	42	59	76	93	110	2	19	36	53	70	87	104	121	13	30	47	64	81	98	115	7	24	41	58	75	92	109	1	18	35	52	69	86	103	120	12	29	46	63	80	97	114	6	23	40	57	74	91	108
18	0	18	36	54	72	90	108	1	19	37	55	73	91	109	2	20	38	56	74	92	110	3	21	39	57	75	93	111	4	22	40	58	76	94	112	5	23	41	59	77	95	113	6	24	42	60	78	96	114	7	25	43	61	79	97	115	8	26	44	62	80	98	116	9	27	45	63	81	99	117	10	28	46	64	82	100	118	11	29	47	65	83	101	119	12	30	48	66	84	102	120	13	31	49	67	85	103	121	14	32	50	68	86	104	122	15	33	51	69	87	105	123	16	34	52	70	88	106	124	17	35	53	71	89	107
19	0	19	38	57	76	95	114	8	27	46	65	84	103	122	16	35	54	73	92	111	5	24	43	62	81	100	119	13	32	51	70	89	108	2	21	40	59	78	97	116	10	29	48	67	86	105	124	18	37	56	75	94	113	7	26	45	64	83	102	121	15	34	53	72	91	110	4	23	42	61	80	99	118	12	31	50	69	88	107	1	20	39	58	77	96	115	9	28	47	66	85	104	123	17	36	55	74	93	112	6	25	44	63	82	101	120	14	33	52	71	90	109	3	22	41	60	79	98	117	11	30	49	68	87	106
20	0	20	40	60	80	100	120	15	35	55	75	95	115	10	30	50	70	90	110	5	25	45	65	85	105	0	20	40	60	80	100	120	15	35	55	75	95	115	10	30	50	70	90	110	5	25	45	65	85	105	0	20	40	60	80	100	120	15	35	55	75	95	115	10	30	50	70	90	110	5	25	45	65	85	105	0	20	40	60	80	100	120	15	35	55	75	95	115	10	30	50	70	90	110	5	25	45	65	85	105	0	20	40	60	80	100	120	15	35	55	75	95	115	10	30	50	70	90	110	5	25	45	65	85	105
21	0	21	42	63	84	105	1	22	43	64	85	106	2	23	44	65	86	107	3	24	45	66	87	108	4	25	46	67	88	109	5	26	47	68	89	110	6	27	48	69	90	111	7	28	49	70	91	112	8	29	50	71	92	113	9	30	51	72	93	114	10	31	52	73	94	115	11	32	53	74	95	116	12	33	54	75	96	117	13	34	55	76	97	118	14	35	56	77	98	119	15	36	57	78	99	120	16	37	58	79	100	121	17	38	59	80	101	122	18	39	60	81	102	123	19	40	61	82	103	124	20	41	62	83	104
22	0	22	44	66	88	110	7	29	51	73	95	117	14	36	58	80	102	124	21	43	65	87	109	6	28	50	72	94	116	13	35	57	79	101	123	20	42	64	86	108	5	27	49	71	93	115	12	34	56	78	100	122	19	41	63	85	107	4	26	48	70	92	114	11	33	55	77	99	121	18	40	62	84	106	3	25	47	69	91	113	10	32	54	76	98	120	17	39	61	83	105	2	24	46	68	90	112	9	31	53	75	97	119	16	38	60	82	104	1	23	45	67	89	111	8	30	52	74	96	118	15	37	59	81	103
23	0	23	46	69	92	115	13	36	59	82	105	3	26	49	72	95	118	16	39	62	85	108	6	29	52	75	98	121	19	42	65	88	111	9	32	55	78	101	124	22	45	68	91	114	12	35	58	81	104	2	25	48	71	94	117	15	38	61	84	107	5	28	51	74	97	120	18	41	64	87	110	8	31	54	77	100	123	21	44	67	90	113	11	34	57	80	103	1	24	47	70	93	116	14	37	60	83	106	4	27	50	73	96	119	17	40	63	86	109	7	30	53	76	99	122	20	43	66	89	112	10	33	56	79	102
24	0	24	48	72	96	120	19	43	67	91	115	14	38	62	86	110	9	33	57	81	105	4	28	52	76	100	124	23	47	71	95	119	18	42	66	90	114	13	37	61	85	109	8	32	56	80	104	3	27	51	75	99	123	22	46	70	94	118	17	41	65	89	113	12	36	60	84	108	7	31	55	79	103	2	26	50	74	98	122	21	45	69	93	117	16	40	64	88	112	11	35	59	83	107	6	30	54	78	102	1	25	49	73	97	121	20	44	68	92	116	15	39	63	87	111	10	34	58	82	106	5	29	53	77	101
25	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100
26	0	26	52	78	104	5	31	57	83	109	10	36	62	88	114	15	41	67	93	119	20	46	72	98	124	25	51	77	103	4	30	56	82	108	9	35	61	87	113	14	40	66	92	118	19	45	71	97	123	24	50	76	102	3	29	55	81	107	8	34	60	86	112	13	39	65	91	117	18	44	70	96	122	23	49	75	101	2	28	54	80	106	7	33	59	85	111	12	38	64	90	116	17	43	69	95	121	22	48	74	100	1	27	53	79	105	6	32	58	84	110	11	37	63	89	115	16	42	68	94	120	21	47	73	99
27	0	27	54	81	108	10	37	64	91	118	20	47	74	101	3	30	57	84	111	13	40	67	94	121	23	50	77	104	6	33	60	87	114	16	43	70	97	124	26	53	80	107	9	36	63	90	117	19	46	73	100	2	29	56	83	110	12	39	66	93	120	22	49	76	103	5	32	59	86	113	15	42	69	96	123	25	52	79	106	8	35	62	89	116	18	45	72	99	1	28	55	82	109	11	38	65	92	119	21	48	75	102	4	31	58	85	112	14	41	68	95	122	24	51	78	105	7	34	61	88	115	17	44	71	98
28	0	28	56	84	112	15	43	71	99	2	30	58	86	114	17	45	73	101	4	32	60	88	116	19	47	75	103	6	34	62	90	118	21	49	77	105	8	36	64	92	120	23	51	79	107	10	38	66	94	122	25	53	81	109	12	40	68	96	124	27	55	83	111	14	42	70	98	1	29	57	85	113	16	44	72	100	3	31	59	87	115	18	46	74	102	5	33	61	89	117	20	48	76	104	7	35	63	91	119	22	50	78	106	9	37	65	93	121	24	52	80	108	11	39	67	95	123	26	54	82	110	13	41	69	97
29	0	29	58	87	116	20	49	78	107	11	40	69	98	2	31	60	89	118	22	51	80	109	13	42	71	100	4	33	62	91	120	24	53	82	111	15	44	73	102	6	35	64	93	122	26	55	84	113	17	46	75	104	8	37	66	95	124	28	57	86	115	19	48	77	106	10	39	68	97	1	30	59	88	117	21	50	79	108	12	41	70	99	3	32	61	90	119	23	52	81	110	14	43	72	101	5	34	63	92	121	25	54	83	112	16	45	74	103	7	36	65	94	123	27	56	85	114	18	47	76	105	9	38	67	96
30	0	30	60	90	120	25	55	85	115	20	50	80	110	15	45	75	105	10	40	70	100	5	35	65	95	0	30	60	90	120	25	55	85	115	20	50	80	110	15	45	75	105	10	40	70	100	5	35	65	95	0	30	60	90	120	25	55	85	115	20	50	80	110	15	45	75	105	10	40	70	100	5	35	65	95	0	30	60	90	120	25	55	85	115	20	50	80	110	15	45	75	105	10	40	70	100	5	35	65	95	0	30	60	90	120	25	55	85	115	20	50	80	110	15	45	75	105	10	40	70	100	5	35	65	95
31	0	31	62	93	124	30	61	92	123	29	60	91	122	28	59	90	121	27	58	89	120	26	57	88	119	25	56	87	118	24	55	86	117	23	54	85	116	22	53	84	115	21	52	83	114	20	51	82	113	19	50	81	112	18	49	80	111	17	48	79	110	16	47	78	109	15	46	77	108	14	45	76	107	13	44	75	106	12	43	74	105	11	42	73	104	10	41	72	103	9	40	71	102	8	39	70	101	7	38	69	100	6	37	68	99	5	36	67	98	4	35	66	97	3	34	65	96	2	33	64	95	1	32	63	94
32	0	32	64	96	3	35	67	99	6	38	70	102	9	41	73	105	12	44	76	108	15	47	79	111	18	50	82	114	21	53	85	117	24	56	88	120	27	59	91	123	30	62	94	1	33	65	97	4	36	68	100	7	39	71	103	10	42	74	106	13	45	77	109	16	48	80	112	19	51	83	115	22	54	86	118	25	57	89	121	28	60	92	124	31	63	95	2	34	66	98	5	37	69	101	8	40	72	104	11	43	75	107	14	46	78	110	17	49	81	113	20	52	84	116	23	55	87	119	26	58	90	122	29	61	93
33	0	33	66	99	7	40	73	106	14	47	80	113	21	54	87	120	28	61	94	2	35	68	101	9	42	75	108	16	49	82	115	23	56	89	122	30	63	96	4	37	70	103	11	44	77	110	18	51	84	117	25	58	91	124	32	65	98	6	39	72	105	13	46	79	112	20	53	86	119	27	60	93	1	34	67	100	8	41	74	107	15	48	81	114	22	55	88	121	29	62	95	3	36	69	102	10	43	76	109	17	50	83	116	24	57	90	123	31	64	97	5	38	71	104	12	45	78	111	19	52	85	118	26	59	92
34	0	34	68	102	11	45	79	113	22	56	90	124	33	67	101	10	44	78	112	21	55	89	123	32	66	100	9	43	77	111	20	54	88	122	31	65	99	8	42	76	110	19	53	87	121	30	64	98	7	41	75	109	18	52	86	120	29	63	97	6	40	74	108	17	51	85	119	28	62	96	5	39	73	107	16	50	84	118	27	61	95	4	38	72	106	15	49	83	117	26	60	94	3	37	71	105	14	48	82	116	25	59	93	2	36	70	104	13	47	81	115	24	58	92	1	35	69	103	12	46	80	114	23	57	91
35	0	35	70	105	15	50	85	120	30	65	100	10	45	80	115	25	60	95	5	40	75	110	20	55	90	0	35	70	105	15	50	85	120	30	65	100	10	45	80	115	25	60	95	5	40	75	110	20	55	90	0	35	70	105	15	50	85	120	30	65	100	10	45	80	115	25	60	95	5	40	75	110	20	55	90	0	35	70	105	15	50	85	120	30	65	100	10	45	80	115	25	60	95	5	40	75	110	20	55	90	0	35	70	105	15	50	85	120	30	65	100	10	45	80	115	25	60	95	5	40	75	110	20	55	90
36	0	36	72	108	19	55	91	2	38	74	110	21	57	93	4	40	76	112	23	59	95	6	42	78	114	25	61	97	8	44	80	116	27	63	99	10	46	82	118	29	65	101	12	48	84	120	31	67	103	14	50	86	122	33	69	105	16	52	88	124	35	71	107	18	54	90	1	37	73	109	20	56	92	3	39	75	111	22	58	94	5	41	77	113	24	60	96	7	43	79	115	26	62	98	9	45	81	117	28	64	100	11	47	83	119	30	66	102	13	49	85	121	32	68	104	15	51	87	123	34	70	106	17	53	89
37	0	37	74	111	23	60	97	9	46	83	120	32	69	106	18	55	92	4	41	78	115	27	64	101	13	50	87	124	36	73	110	22	59	96	8	45	82	119	31	68	105	17	54	91	3	40	77	114	26	63	100	12	49	86	123	35	72	109	21	58	95	7	44	81	118	30	67	104	16	53	90	2	39	76	113	25	62	99	11	48	85	122	34	71	108	20	57	94	6	43	80	117	29	66	103	15	52	89	1	38	75	112	24	61	98	10	47	84	121	33	70	107	19	56	93	5	42	79	116	28	65	102	14	51	88
38	0	38	76	114	27	65	103	16	54	92	5	43	81	119	32	70	108	21	59	97	10	48	86	124	37	75	113	26	64	102	15	53	91	4	42	80	118	31	69	107	20	58	96	9	47	85	123	36	74	112	25	63	101	14	52	90	3	41	79	117	30	68	106	19	57	95	8	46	84	122	35	73	111	24	62	100	13	51	89	2	40	78	116	29	67	105	18	56	94	7	45	83	121	34	72	110	23	61	99	12	50	88	1	39	77	115	28	66	104	17	55	93	6	44	82	120	33	71	109	22	60	98	11	49	87
39	0	39	78	117	31	70	109	23	62	101	15	54	93	7	46	85	124	38	77	116	30	69	108	22	61	100	14	53	92	6	45	84	123	37	76	115	29	68	107	21	60	99	13	52	91	5	44	83	122	36	75	114	28	67	106	20	59	98	12	51	90	4	43	82	121	35	74	113	27	66	105	19	58	97	11	50	89	3	42	81	120	34	73	112	26	65	104	18	57	96	10	49	88	2	41	80	119	33	72	111	25	64	103	17	56	95	9	48	87	1	40	79	118	32	71	110	24	63	102	16	55	94	8	47	86
40	0	40	80	120	35	75	115	30	70	110	25	65	105	20	60	100	15	55	95	10	50	90	5	45	85	0	40	80	120	35	75	115	30	70	110	25	65	105	20	60	100	15	55	95	10	50	90	5	45	85	0	40	80	120	35	75	115	30	70	110	25	65	105	20	60	100	15	55	95	10	50	90	5	45	85	0	40	80	120	35	75	115	30	70	110	25	65	105	20	60	100	15	55	95	10	50	90	5	45	85	0	40	80	120	35	75	115	30	70	110	25	65	105	20	60	100	15	55	95	10	50	90	5	45	85
41	0	41	82	123	39	80	121	37	78	119	35	76	117	33	74	115	31	72	113	29	70	111	27	68	109	25	66	107	23	64	105	21	62	103	19	60	101	17	58	99	15	56	97	13	54	95	11	52	93	9	50	91	7	48	89	5	46	87	3	44	85	1	42	83	124	40	81	122	38	79	120	36	77	118	34	75	116	32	73	114	30	71	112	28	69	110	26	67	108	24	65	106	22	63	104	20	61	102	18	59	100	16	57	98	14	55	96	12	53	94	10	51	92	8	49	90	6	47	88	4	45	86	2	43	84
42	0	42	84	1	43	85	2	44	86	3	45	87	4	46	88	5	47	89	6	48	90	7	49	91	8	50	92	9	51	93	10	52	94	11	53	95	12	54	96	13	55	97	14	56	98	15	57	99	16	58	100	17	59	101	18	60	102	19	61	103	20	62	104	21	63	105	22	64	106	23	65	107	24	66	108	25	67	109	26	68	110	27	69	111	28	70	112	29	71	113	30	72	114	31	73	115	32	74	116	33	75	117	34	76	118	35	77	119	36	78	120	37	79	121	38	80	122	39	81	123	40	82	124	41	83
43	0	43	86	4	47	90	8	51	94	12	55	98	16	59	102	20	63	106	24	67	110	28	71	114	32	75	118	36	79	122	40	83	1	44	87	5	48	91	9	52	95	13	56	99	17	60	103	21	64	107	25	68	111	29	72	115	33	76	119	37	80	123	41	84	2	45	88	6	49	92	10	53	96	14	57	100	18	61	104	22	65	108	26	69	112	30	73	116	34	77	120	38	81	124	42	85	3	46	89	7	50	93	11	54	97	15	58	101	19	62	105	23	66	109	27	70	113	31	74	117	35	78	121	39	82
44	0	44	88	7	51	95	14	58	102	21	65	109	28	72	116	35	79	123	42	86	5	49	93	12	56	100	19	63	107	26	70	114	33	77	121	40	84	3	47	91	10	54	98	17	61	105	24	68	112	31	75	119	38	82	1	45	89	8	52	96	15	59	103	22	66	110	29	73	117	36	80	124	43	87	6	50	94	13	57	101	20	64	108	27	71	115	34	78	122	41	85	4	48	92	11	55	99	18	62	106	25	69	113	32	76	120	39	83	2	46	90	9	53	97	16	60	104	23	67	111	30	74	118	37	81
45	0	45	90	10	55	100	20	65	110	30	75	120	40	85	5	50	95	15	60	105	25	70	115	35	80	0	45	90	10	55	100	20	65	110	30	75	120	40	85	5	50	95	15	60	105	25	70	115	35	80	0	45	90	10	55	100	20	65	110	30	75	120	40	85	5	50	95	15	60	105	25	70	115	35	80	0	45	90	10	55	100	20	65	110	30	75	120	40	85	5	50	95	15	60	105	25	70	115	35	80	0	45	90	10	55	100	20	65	110	30	75	120	40	85	5	50	95	15	60	105	25	70	115	35	80
46	0	46	92	13	59	105	26	72	118	39	85	6	52	98	19	65	111	32	78	124	45	91	12	58	104	25	71	117	38	84	5	51	97	18	64	110	31	77	123	44	90	11	57	103	24	70	116	37	83	4	50	96	17	63	109	30	76	122	43	89	10	56	102	23	69	115	36	82	3	49	95	16	62	108	29	75	121	42	88	9	55	101	22	68	114	35	81	2	48	94	15	61	107	28	74	120	41	87	8	54	100	21	67	113	34	80	1	47	93	14	60	106	27	73	119	40	86	7	53	99	20	66	112	33	79
47	0	47	94	16	63	110	32	79	1	48	95	17	64	111	33	80	2	49	96	18	65	112	34	81	3	50	97	19	66	113	35	82	4	51	98	20	67	114	36	83	5	52	99	21	68	115	37	84	6	53	100	22	69	116	38	85	7	54	101	23	70	117	39	86	8	55	102	24	71	118	40	87	9	56	103	25	72	119	41	88	10	57	104	26	73	120	42	89	11	58	105	27	74	121	43	90	12	59	106	28	75	122	44	91	13	60	107	29	76	123	45	92	14	61	108	30	77	124	46	93	15	62	109	31	78
48	0	48	96	19	67	115	38	86	9	57	105	28	76	124	47	95	18	66	114	37	85	8	56	104	27	75	123	46	94	17	65	113	36	84	7	55	103	26	74	122	45	93	16	64	112	35	83	6	54	102	25	73	121	44	92	15	63	111	34	82	5	53	101	24	72	120	43	91	14	62	110	33	81	4	52	100	23	71	119	42	90	13	61	109	32	80	3	51	99	22	70	118	41	89	12	60	108	31	79	2	50	98	21	69	117	40	88	11	59	107	30	78	1	49	97	20	68	116	39	87	10	58	106	29	77
49	0	49	98	22	71	120	44	93	17	66	115	39	88	12	61	110	34	83	7	56	105	29	78	2	51	100	24	73	122	46	95	19	68	117	41	90	14	63	112	36	85	9	58	107	31	80	4	53	102	26	75	124	48	97	21	70	119	43	92	16	65	114	38	87	11	60	109	33	82	6	55	104	28	77	1	50	99	23	72	121	45	94	18	67	116	40	89	13	62	111	35	84	8	57	106	30	79	3	52	101	25	74	123	47	96	20	69	118	42	91	15	64	113	37	86	10	59	108	32	81	5	54	103	27	76
50	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75	0	50	100	25	75
51	0	51	102	28	79	5	56	107	33	84	10	61	112	38	89	15	66	117	43	94	20	71	122	48	99	25	76	2	53	104	30	81	7	58	109	35	86	12	63	114	40	91	17	68	119	45	96	22	73	124	50	101	27	78	4	55	106	32	83	9	60	111	37	88	14	65	116	42	93	19	70	121	47	98	24	75	1	52	103	29	80	6	57	108	34	85	11	62	113	39	90	16	67	118	44	95	21	72	123	49	100	26	77	3	54	105	31	82	8	59	110	36	87	13	64	115	41	92	18	69	120	46	97	23	74
52	0	52	104	31	83	10	62	114	41	93	20	72	124	51	103	30	82	9	61	113	40	92	19	71	123	50	102	29	81	8	60	112	39	91	18	70	122	49	101	28	80	7	59	111	38	90	17	69	121	48	100	27	79	6	58	110	37	89	16	68	120	47	99	26	78	5	57	109	36	88	15	67	119	46	98	25	77	4	56	108	35	87	14	66	118	45	97	24	76	3	55	107	34	86	13	65	117	44	96	23	75	2	54	106	33	85	12	64	116	43	95	22	74	1	53	105	32	84	11	63	115	42	94	21	73
53	0	53	106	34	87	15	68	121	49	102	30	83	11	64	117	45	98	26	79	7	60	113	41	94	22	75	3	56	109	37	90	18	71	124	52	105	33	86	14	67	120	48	101	29	82	10	63	116	44	97	25	78	6	59	112	40	93	21	74	2	55	108	36	89	17	70	123	51	104	32	85	13	66	119	47	100	28	81	9	62	115	43	96	24	77	5	58	111	39	92	20	73	1	54	107	35	88	16	69	122	50	103	31	84	12	65	118	46	99	27	80	8	61	114	42	95	23	76	4	57	110	38	91	19	72
54	0	54	108	37	91	20	74	3	57	111	40	94	23	77	6	60	114	43	97	26	80	9	63	117	46	100	29	83	12	66	120	49	103	32	86	15	69	123	52	106	35	89	18	72	1	55	109	38	92	21	75	4	58	112	41	95	24	78	7	61	115	44	98	27	81	10	64	118	47	101	30	84	13	67	121	50	104	33	87	16	70	124	53	107	36	90	19	73	2	56	110	39	93	22	76	5	59	113	42	96	25	79	8	62	116	45	99	28	82	11	65	119	48	102	31	85	14	68	122	51	105	34	88	17	71
55	0	55	110	40	95	25	80	10	65	120	50	105	35	90	20	75	5	60	115	45	100	30	85	15	70	0	55	110	40	95	25	80	10	65	120	50	105	35	90	20	75	5	60	115	45	100	30	85	15	70	0	55	110	40	95	25	80	10	65	120	50	105	35	90	20	75	5	60	115	45	100	30	85	15	70	0	55	110	40	95	25	80	10	65	120	50	105	35	90	20	75	5	60	115	45	100	30	85	15	70	0	55	110	40	95	25	80	10	65	120	50	105	35	90	20	75	5	60	115	45	100	30	85	15	70
56	0	56	112	43	99	30	86	17	73	4	60	116	47	103	34	90	21	77	8	64	120	51	107	38	94	25	81	12	68	124	55	111	42	98	29	85	16	72	3	59	115	46	102	33	89	20	76	7	63	119	50	106	37	93	24	80	11	67	123	54	110	41	97	28	84	15	71	2	58	114	45	101	32	88	19	75	6	62	118	49	105	36	92	23	79	10	66	122	53	109	40	96	27	83	14	70	1	57	113	44	100	31	87	18	74	5	61	117	48	104	35	91	22	78	9	65	121	52	108	39	95	26	82	13	69
57	0	57	114	46	103	35	92	24	81	13	70	2	59	116	48	105	37	94	26	83	15	72	4	61	118	50	107	39	96	28	85	17	74	6	63	120	52	109	41	98	30	87	19	76	8	65	122	54	111	43	100	32	89	21	78	10	67	124	56	113	45	102	34	91	23	80	12	69	1	58	115	47	104	36	93	25	82	14	71	3	60	117	49	106	38	95	27	84	16	73	5	62	119	51	108	40	97	29	86	18	75	7	64	121	53	110	42	99	31	88	20	77	9	66	123	55	112	44	101	33	90	22	79	11	68
58	0	58	116	49	107	40	98	31	89	22	80	13	71	4	62	120	53	111	44	102	35	93	26	84	17	75	8	66	124	57	115	48	106	39	97	30	88	21	79	12	70	3	61	119	52	110	43	101	34	92	25	83	16	74	7	65	123	56	114	47	105	38	96	29	87	20	78	11	69	2	60	118	51	109	42	100	33	91	24	82	15	73	6	64	122	55	113	46	104	37	95	28	86	19	77	10	68	1	59	117	50	108	41	99	32	90	23	81	14	72	5	63	121	54	112	45	103	36	94	27	85	18	76	9	67
59	0	59	118	52	111	45	104	38	97	31	90	24	83	17	76	10	69	3	62	121	55	114	48	107	41	100	34	93	27	86	20	79	13	72	6	65	124	58	117	51	110	44	103	37	96	30	89	23	82	16	75	9	68	2	61	120	54	113	47	106	40	99	33	92	26	85	19	78	12	71	5	64	123	57	116	50	109	43	102	36	95	29	88	22	81	15	74	8	67	1	60	119	53	112	46	105	39	98	32	91	25	84	18	77	11	70	4	63	122	56	115	49	108	42	101	35	94	28	87	21	80	14	73	7	66
60	0	60	120	55	115	50	110	45	105	40	100	35	95	30	90	25	85	20	80	15	75	10	70	5	65	0	60	120	55	115	50	110	45	105	40	100	35	95	30	90	25	85	20	80	15	75	10	70	5	65	0	60	120	55	115	50	110	45	105	40	100	35	95	30	90	25	85	20	80	15	75	10	70	5	65	0	60	120	55	115	50	110	45	105	40	100	35	95	30	90	25	85	20	80	15	75	10	70	5	65	0	60	120	55	115	50	110	45	105	40	100	35	95	30	90	25	85	20	80	15	75	10	70	5	65
61	0	61	122	58	119	55	116	52	113	49	110	46	107	43	104	40	101	37	98	34	95	31	92	28	89	25	86	22	83	19	80	16	77	13	74	10	71	7	68	4	65	1	62	123	59	120	56	117	53	114	50	111	47	108	44	105	41	102	38	99	35	96	32	93	29	90	26	87	23	84	20	81	17	78	14	75	11	72	8	69	5	66	2	63	124	60	121	57	118	54	115	51	112	48	109	45	106	42	103	39	100	36	97	33	94	30	91	27	88	24	85	21	82	18	79	15	76	12	73	9	70	6	67	3	64
62	0	62	124	61	123	60	122	59	121	58	120	57	119	56	118	55	117	54	116	53	115	52	114	51	113	50	112	49	111	48	110	47	109	46	108	45	107	44	106	43	105	42	104	41	103	40	102	39	101	38	100	37	99	36	98	35	97	34	96	33	95	32	94	31	93	30	92	29	91	28	90	27	89	26	88	25	87	24	86	23	85	22	84	21	83	20	82	19	81	18	80	17	79	16	78	15	77	14	76	13	75	12	74	11	73	10	72	9	71	8	70	7	69	6	68	5	67	4	66	3	65	2	64	1	63
63	0	63	1	64	2	65	3	66	4	67	5	68	6	69	7	70	8	71	9	72	10	73	11	74	12	75	13	76	14	77	15	78	16	79	17	80	18	81	19	82	20	83	21	84	22	85	23	86	24	87	25	88	26	89	27	90	28	91	29	92	30	93	31	94	32	95	33	96	34	97	35	98	36	99	37	100	38	101	39	102	40	103	41	104	42	105	43	106	44	107	45	108	46	109	47	110	48	111	49	112	50	113	51	114	52	115	53	116	54	117	55	118	56	119	57	120	58	121	59	122	60	123	61	124	62
64	0	64	3	67	6	70	9	73	12	76	15	79	18	82	21	85	24	88	27	91	30	94	33	97	36	100	39	103	42	106	45	109	48	112	51	115	54	118	57	121	60	124	63	2	66	5	69	8	72	11	75	14	78	17	81	20	84	23	87	26	90	29	93	32	96	35	99	38	102	41	105	44	108	47	111	50	114	53	117	56	120	59	123	62	1	65	4	68	7	71	10	74	13	77	16	80	19	83	22	86	25	89	28	92	31	95	34	98	37	101	40	104	43	107	46	110	49	113	52	116	55	119	58	122	61
65	0	65	5	70	10	75	15	80	20	85	25	90	30	95	35	100	40	105	45	110	50	115	55	120	60	0	65	5	70	10	75	15	80	20	85	25	90	30	95	35	100	40	105	45	110	50	115	55	120	60	0	65	5	70	10	75	15	80	20	85	25	90	30	95	35	100	40	105	45	110	50	115	55	120	60	0	65	5	70	10	75	15	80	20	85	25	90	30	95	35	100	40	105	45	110	50	115	55	120	60	0	65	5	70	10	75	15	80	20	85	25	90	30	95	35	100	40	105	45	110	50	115	55	120	60
66	0	66	7	73	14	80	21	87	28	94	35	101	42	108	49	115	56	122	63	4	70	11	77	18	84	25	91	32	98	39	105	46	112	53	119	60	1	67	8	74	15	81	22	88	29	95	36	102	43	109	50	116	57	123	64	5	71	12	78	19	85	26	92	33	99	40	106	47	113	54	120	61	2	68	9	75	16	82	23	89	30	96	37	103	44	110	51	117	58	124	65	6	72	13	79	20	86	27	93	34	100	41	107	48	114	55	121	62	3	69	10	76	17	83	24	90	31	97	38	104	45	111	52	118	59
67	0	67	9	76	18	85	27	94	36	103	45	112	54	121	63	5	72	14	81	23	90	32	99	41	108	50	117	59	1	68	10	77	19	86	28	95	37	104	46	113	55	122	64	6	73	15	82	24	91	33	100	42	109	51	118	60	2	69	11	78	20	87	29	96	38	105	47	114	56	123	65	7	74	16	83	25	92	34	101	43	110	52	119	61	3	70	12	79	21	88	30	97	39	106	48	115	57	124	66	8	75	17	84	26	93	35	102	44	111	53	120	62	4	71	13	80	22	89	31	98	40	107	49	116	58
68	0	68	11	79	22	90	33	101	44	112	55	123	66	9	77	20	88	31	99	42	110	53	121	64	7	75	18	86	29	97	40	108	51	119	62	5	73	16	84	27	95	38	106	49	117	60	3	71	14	82	25	93	36	104	47	115	58	1	69	12	80	23	91	34	102	45	113	56	124	67	10	78	21	89	32	100	43	111	54	122	65	8	76	19	87	30	98	41	109	52	120	63	6	74	17	85	28	96	39	107	50	118	61	4	72	15	83	26	94	37	105	48	116	59	2	70	13	81	24	92	35	103	46	114	57
69	0	69	13	82	26	95	39	108	52	121	65	9	78	22	91	35	104	48	117	61	5	74	18	87	31	100	44	113	57	1	70	14	83	27	96	40	109	53	122	66	10	79	23	92	36	105	49	118	62	6	75	19	88	32	101	45	114	58	2	71	15	84	28	97	41	110	54	123	67	11	80	24	93	37	106	50	119	63	7	76	20	89	33	102	46	115	59	3	72	16	85	29	98	42	111	55	124	68	12	81	25	94	38	107	51	120	64	8	77	21	90	34	103	47	116	60	4	73	17	86	30	99	43	112	56
70	0	70	15	85	30	100	45	115	60	5	75	20	90	35	105	50	120	65	10	80	25	95	40	110	55	0	70	15	85	30	100	45	115	60	5	75	20	90	35	105	50	120	65	10	80	25	95	40	110	55	0	70	15	85	30	100	45	115	60	5	75	20	90	35	105	50	120	65	10	80	25	95	40	110	55	0	70	15	85	30	100	45	115	60	5	75	20	90	35	105	50	120	65	10	80	25	95	40	110	55	0	70	15	85	30	100	45	115	60	5	75	20	90	35	105	50	120	65	10	80	25	95	40	110	55
71	0	71	17	88	34	105	51	122	68	14	85	31	102	48	119	65	11	82	28	99	45	116	62	8	79	25	96	42	113	59	5	76	22	93	39	110	56	2	73	19	90	36	107	53	124	70	16	87	33	104	50	121	67	13	84	30	101	47	118	64	10	81	27	98	44	115	61	7	78	24	95	41	112	58	4	75	21	92	38	109	55	1	72	18	89	35	106	52	123	69	15	86	32	103	49	120	66	12	83	29	100	46	117	63	9	80	26	97	43	114	60	6	77	23	94	40	111	57	3	74	20	91	37	108	54
72	0	72	19	91	38	110	57	4	76	23	95	42	114	61	8	80	27	99	46	118	65	12	84	31	103	50	122	69	16	88	35	107	54	1	73	20	92	39	111	58	5	77	24	96	43	115	62	9	81	28	100	47	119	66	13	85	32	104	51	123	70	17	89	36	108	55	2	74	21	93	40	112	59	6	78	25	97	44	116	63	10	82	29	101	48	120	67	14	86	33	105	52	124	71	18	90	37	109	56	3	75	22	94	41	113	60	7	79	26	98	45	117	64	11	83	30	102	49	121	68	15	87	34	106	53
73	0	73	21	94	42	115	63	11	84	32	105	53	1	74	22	95	43	116	64	12	85	33	106	54	2	75	23	96	44	117	65	13	86	34	107	55	3	76	24	97	45	118	66	14	87	35	108	56	4	77	25	98	46	119	67	15	88	36	109	57	5	78	26	99	47	120	68	16	89	37	110	58	6	79	27	100	48	121	69	17	90	38	111	59	7	80	28	101	49	122	70	18	91	39	112	60	8	81	29	102	50	123	71	19	92	40	113	61	9	82	30	103	51	124	72	20	93	41	114	62	10	83	31	104	52
74	0	74	23	97	46	120	69	18	92	41	115	64	13	87	36	110	59	8	82	31	105	54	3	77	26	100	49	123	72	21	95	44	118	67	16	90	39	113	62	11	85	34	108	57	6	80	29	103	52	1	75	24	98	47	121	70	19	93	42	116	65	14	88	37	111	60	9	83	32	106	55	4	78	27	101	50	124	73	22	96	45	119	68	17	91	40	114	63	12	86	35	109	58	7	81	30	104	53	2	76	25	99	48	122	71	20	94	43	117	66	15	89	38	112	61	10	84	33	107	56	5	79	28	102	51
75	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50	0	75	25	100	50
76	0	76	27	103	54	5	81	32	108	59	10	86	37	113	64	15	91	42	118	69	20	96	47	123	74	25	101	52	3	79	30	106	57	8	84	35	111	62	13	89	40	116	67	18	94	45	121	72	23	99	50	1	77	28	104	55	6	82	33	109	60	11	87	38	114	65	16	92	43	119	70	21	97	48	124	75	26	102	53	4	80	31	107	58	9	85	36	112	63	14	90	41	117	68	19	95	46	122	73	24	100	51	2	78	29	105	56	7	83	34	110	61	12	88	39	115	66	17	93	44	120	71	22	98	49
77	0	77	29	106	58	10	87	39	116	68	20	97	49	1	78	30	107	59	11	88	40	117	69	21	98	50	2	79	31	108	60	12	89	41	118	70	22	99	51	3	80	32	109	61	13	90	42	119	71	23	100	52	4	81	33	110	62	14	91	43	120	72	24	101	53	5	82	34	111	63	15	92	44	121	73	25	102	54	6	83	35	112	64	16	93	45	122	74	26	103	55	7	84	36	113	65	17	94	46	123	75	27	104	56	8	85	37	114	66	18	95	47	124	76	28	105	57	9	86	38	115	67	19	96	48
78	0	78	31	109	62	15	93	46	124	77	30	108	61	14	92	45	123	76	29	107	60	13	91	44	122	75	28	106	59	12	90	43	121	74	27	105	58	11	89	42	120	73	26	104	57	10	88	41	119	72	25	103	56	9	87	40	118	71	24	102	55	8	86	39	117	70	23	101	54	7	85	38	116	69	22	100	53	6	84	37	115	68	21	99	52	5	83	36	114	67	20	98	51	4	82	35	113	66	19	97	50	3	81	34	112	65	18	96	49	2	80	33	111	64	17	95	48	1	79	32	110	63	16	94	47
79	0	79	33	112	66	20	99	53	7	86	40	119	73	27	106	60	14	93	47	1	80	34	113	67	21	100	54	8	87	41	120	74	28	107	61	15	94	48	2	81	35	114	68	22	101	55	9	88	42	121	75	29	108	62	16	95	49	3	82	36	115	69	23	102	56	10	89	43	122	76	30	109	63	17	96	50	4	83	37	116	70	24	103	57	11	90	44	123	77	31	110	64	18	97	51	5	84	38	117	71	25	104	58	12	91	45	124	78	32	111	65	19	98	52	6	85	39	118	72	26	105	59	13	92	46
80	0	80	35	115	70	25	105	60	15	95	50	5	85	40	120	75	30	110	65	20	100	55	10	90	45	0	80	35	115	70	25	105	60	15	95	50	5	85	40	120	75	30	110	65	20	100	55	10	90	45	0	80	35	115	70	25	105	60	15	95	50	5	85	40	120	75	30	110	65	20	100	55	10	90	45	0	80	35	115	70	25	105	60	15	95	50	5	85	40	120	75	30	110	65	20	100	55	10	90	45	0	80	35	115	70	25	105	60	15	95	50	5	85	40	120	75	30	110	65	20	100	55	10	90	45
81	0	81	37	118	74	30	111	67	23	104	60	16	97	53	9	90	46	2	83	39	120	76	32	113	69	25	106	62	18	99	55	11	92	48	4	85	41	122	78	34	115	71	27	108	64	20	101	57	13	94	50	6	87	43	124	80	36	117	73	29	110	66	22	103	59	15	96	52	8	89	45	1	82	38	119	75	31	112	68	24	105	61	17	98	54	10	91	47	3	84	40	121	77	33	114	70	26	107	63	19	100	56	12	93	49	5	86	42	123	79	35	116	72	28	109	65	21	102	58	14	95	51	7	88	44
82	0	82	39	121	78	35	117	74	31	113	70	27	109	66	23	105	62	19	101	58	15	97	54	11	93	50	7	89	46	3	85	42	124	81	38	120	77	34	116	73	30	112	69	26	108	65	22	104	61	18	100	57	14	96	53	10	92	49	6	88	45	2	84	41	123	80	37	119	76	33	115	72	29	111	68	25	107	64	21	103	60	17	99	56	13	95	52	9	91	48	5	87	44	1	83	40	122	79	36	118	75	32	114	71	28	110	67	24	106	63	20	102	59	16	98	55	12	94	51	8	90	47	4	86	43
83	0	83	41	124	82	40	123	81	39	122	80	38	121	79	37	120	78	36	119	77	35	118	76	34	117	75	33	116	74	32	115	73	31	114	72	30	113	71	29	112	70	28	111	69	27	110	68	26	109	67	25	108	66	24	107	65	23	106	64	22	105	63	21	104	62	20	103	61	19	102	60	18	101	59	17	100	58	16	99	57	15	98	56	14	97	55	13	96	54	12	95	53	11	94	52	10	93	51	9	92	50	8	91	49	7	90	48	6	89	47	5	88	46	4	87	45	3	86	44	2	85	43	1	84	42
84	0	84	43	2	86	45	4	88	47	6	90	49	8	92	51	10	94	53	12	96	55	14	98	57	16	100	59	18	102	61	20	104	63	22	106	65	24	108	67	26	110	69	28	112	71	30	114	73	32	116	75	34	118	77	36	120	79	38	122	81	40	124	83	42	1	85	44	3	87	46	5	89	48	7	91	50	9	93	52	11	95	54	13	97	56	15	99	58	17	101	60	19	103	62	21	105	64	23	107	66	25	109	68	27	111	70	29	113	72	31	115	74	33	117	76	35	119	78	37	121	80	39	123	82	41
85	0	85	45	5	90	50	10	95	55	15	100	60	20	105	65	25	110	70	30	115	75	35	120	80	40	0	85	45	5	90	50	10	95	55	15	100	60	20	105	65	25	110	70	30	115	75	35	120	80	40	0	85	45	5	90	50	10	95	55	15	100	60	20	105	65	25	110	70	30	115	75	35	120	80	40	0	85	45	5	90	50	10	95	55	15	100	60	20	105	65	25	110	70	30	115	75	35	120	80	40	0	85	45	5	90	50	10	95	55	15	100	60	20	105	65	25	110	70	30	115	75	35	120	80	40
86	0	86	47	8	94	55	16	102	63	24	110	71	32	118	79	40	1	87	48	9	95	56	17	103	64	25	111	72	33	119	80	41	2	88	49	10	96	57	18	104	65	26	112	73	34	120	81	42	3	89	50	11	97	58	19	105	66	27	113	74	35	121	82	43	4	90	51	12	98	59	20	106	67	28	114	75	36	122	83	44	5	91	52	13	99	60	21	107	68	29	115	76	37	123	84	45	6	92	53	14	100	61	22	108	69	30	116	77	38	124	85	46	7	93	54	15	101	62	23	109	70	31	117	78	39
87	0	87	49	11	98	60	22	109	71	33	120	82	44	6	93	55	17	104	66	28	115	77	39	1	88	50	12	99	61	23	110	72	34	121	83	45	7	94	56	18	105	67	29	116	78	40	2	89	51	13	100	62	24	111	73	35	122	84	46	8	95	57	19	106	68	30	117	79	41	3	90	52	14	101	63	25	112	74	36	123	85	47	9	96	58	20	107	69	31	118	80	42	4	91	53	15	102	64	26	113	75	37	124	86	48	10	97	59	21	108	70	32	119	81	43	5	92	54	16	103	65	27	114	76	38
88	0	88	51	14	102	65	28	116	79	42	5	93	56	19	107	70	33	121	84	47	10	98	61	24	112	75	38	1	89	52	15	103	66	29	117	80	43	6	94	57	20	108	71	34	122	85	48	11	99	62	25	113	76	39	2	90	53	16	104	67	30	118	81	44	7	95	58	21	109	72	35	123	86	49	12	100	63	26	114	77	40	3	91	54	17	105	68	31	119	82	45	8	96	59	22	110	73	36	124	87	50	13	101	64	27	115	78	41	4	92	55	18	106	69	32	120	83	46	9	97	60	23	111	74	37
89	0	89	53	17	106	70	34	123	87	51	15	104	68	32	121	85	49	13	102	66	30	119	83	47	11	100	64	28	117	81	45	9	98	62	26	115	79	43	7	96	60	24	113	77	41	5	94	58	22	111	75	39	3	92	56	20	109	73	37	1	90	54	18	107	71	35	124	88	52	16	105	69	33	122	86	50	14	103	67	31	120	84	48	12	101	65	29	118	82	46	10	99	63	27	116	80	44	8	97	61	25	114	78	42	6	95	59	23	112	76	40	4	93	57	21	110	74	38	2	91	55	19	108	72	36
90	0	90	55	20	110	75	40	5	95	60	25	115	80	45	10	100	65	30	120	85	50	15	105	70	35	0	90	55	20	110	75	40	5	95	60	25	115	80	45	10	100	65	30	120	85	50	15	105	70	35	0	90	55	20	110	75	40	5	95	60	25	115	80	45	10	100	65	30	120	85	50	15	105	70	35	0	90	55	20	110	75	40	5	95	60	25	115	80	45	10	100	65	30	120	85	50	15	105	70	35	0	90	55	20	110	75	40	5	95	60	25	115	80	45	10	100	65	30	120	85	50	15	105	70	35
91	0	91	57	23	114	80	46	12	103	69	35	1	92	58	24	115	81	47	13	104	70	36	2	93	59	25	116	82	48	14	105	71	37	3	94	60	26	117	83	49	15	106	72	38	4	95	61	27	118	84	50	16	107	73	39	5	96	62	28	119	85	51	17	108	74	40	6	97	63	29	120	86	52	18	109	75	41	7	98	64	30	121	87	53	19	110	76	42	8	99	65	31	122	88	54	20	111	77	43	9	100	66	32	123	89	55	21	112	78	44	10	101	67	33	124	90	56	22	113	79	45	11	102	68	34
92	0	92	59	26	118	85	52	19	111	78	45	12	104	71	38	5	97	64	31	123	90	57	24	116	83	50	17	109	76	43	10	102	69	36	3	95	62	29	121	88	55	22	114	81	48	15	107	74	41	8	100	67	34	1	93	60	27	119	86	53	20	112	79	46	13	105	72	39	6	98	65	32	124	91	58	25	117	84	51	18	110	77	44	11	103	70	37	4	96	63	30	122	89	56	23	115	82	49	16	108	75	42	9	101	68	35	2	94	61	28	120	87	54	21	113	80	47	14	106	73	40	7	99	66	33
93	0	93	61	29	122	90	58	26	119	87	55	23	116	84	52	20	113	81	49	17	110	78	46	14	107	75	43	11	104	72	40	8	101	69	37	5	98	66	34	2	95	63	31	124	92	60	28	121	89	57	25	118	86	54	22	115	83	51	19	112	80	48	16	109	77	45	13	106	74	42	10	103	71	39	7	100	68	36	4	97	65	33	1	94	62	30	123	91	59	27	120	88	56	24	117	85	53	21	114	82	50	18	111	79	47	15	108	76	44	12	105	73	41	9	102	70	38	6	99	67	35	3	96	64	32
94	0	94	63	32	1	95	64	33	2	96	65	34	3	97	66	35	4	98	67	36	5	99	68	37	6	100	69	38	7	101	70	39	8	102	71	40	9	103	72	41	10	104	73	42	11	105	74	43	12	106	75	44	13	107	76	45	14	108	77	46	15	109	78	47	16	110	79	48	17	111	80	49	18	112	81	50	19	113	82	51	20	114	83	52	21	115	84	53	22	116	85	54	23	117	86	55	24	118	87	56	25	119	88	57	26	120	89	58	27	121	90	59	28	122	91	60	29	123	92	61	30	124	93	62	31
95	0	95	65	35	5	100	70	40	10	105	75	45	15	110	80	50	20	115	85	55	25	120	90	60	30	0	95	65	35	5	100	70	40	10	105	75	45	15	110	80	50	20	115	85	55	25	120	90	60	30	0	95	65	35	5	100	70	40	10	105	75	45	15	110	80	50	20	115	85	55	25	120	90	60	30	0	95	65	35	5	100	70	40	10	105	75	45	15	110	80	50	20	115	85	55	25	120	90	60	30	0	95	65	35	5	100	70	40	10	105	75	45	15	110	80	50	20	115	85	55	25	120	90	60	30
96	0	96	67	38	9	105	76	47	18	114	85	56	27	123	94	65	36	7	103	74	45	16	112	83	54	25	121	92	63	34	5	101	72	43	14	110	81	52	23	119	90	61	32	3	99	70	41	12	108	79	50	21	117	88	59	30	1	97	68	39	10	106	77	48	19	115	86	57	28	124	95	66	37	8	104	75	46	17	113	84	55	26	122	93	64	35	6	102	73	44	15	111	82	53	24	120	91	62	33	4	100	71	42	13	109	80	51	22	118	89	60	31	2	98	69	40	11	107	78	49	20	116	87	58	29
97	0	97	69	41	13	110	82	54	26	123	95	67	39	11	108	80	52	24	121	93	65	37	9	106	78	50	22	119	91	63	35	7	104	76	48	20	117	89	61	33	5	102	74	46	18	115	87	59	31	3	100	72	44	16	113	85	57	29	1	98	70	42	14	111	83	55	27	124	96	68	40	12	109	81	53	25	122	94	66	38	10	107	79	51	23	120	92	64	36	8	105	77	49	21	118	90	62	34	6	103	75	47	19	116	88	60	32	4	101	73	45	17	114	86	58	30	2	99	71	43	15	112	84	56	28
98	0	98	71	44	17	115	88	61	34	7	105	78	51	24	122	95	68	41	14	112	85	58	31	4	102	75	48	21	119	92	65	38	11	109	82	55	28	1	99	72	45	18	116	89	62	35	8	106	79	52	25	123	96	69	42	15	113	86	59	32	5	103	76	49	22	120	93	66	39	12	110	83	56	29	2	100	73	46	19	117	90	63	36	9	107	80	53	26	124	97	70	43	16	114	87	60	33	6	104	77	50	23	121	94	67	40	13	111	84	57	30	3	101	74	47	20	118	91	64	37	10	108	81	54	27
99	0	99	73	47	21	120	94	68	42	16	115	89	63	37	11	110	84	58	32	6	105	79	53	27	1	100	74	48	22	121	95	69	43	17	116	90	64	38	12	111	85	59	33	7	106	80	54	28	2	101	75	49	23	122	96	70	44	18	117	91	65	39	13	112	86	60	34	8	107	81	55	29	3	102	76	50	24	123	97	71	45	19	118	92	66	40	14	113	87	61	35	9	108	82	56	30	4	103	77	51	25	124	98	72	46	20	119	93	67	41	15	114	88	62	36	10	109	83	57	31	5	104	78	52	26
100	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25	0	100	75	50	25
101	0	101	77	53	29	5	106	82	58	34	10	111	87	63	39	15	116	92	68	44	20	121	97	73	49	25	1	102	78	54	30	6	107	83	59	35	11	112	88	64	40	16	117	93	69	45	21	122	98	74	50	26	2	103	79	55	31	7	108	84	60	36	12	113	89	65	41	17	118	94	70	46	22	123	99	75	51	27	3	104	80	56	32	8	109	85	61	37	13	114	90	66	42	18	119	95	71	47	23	124	100	76	52	28	4	105	81	57	33	9	110	86	62	38	14	115	91	67	43	19	120	96	72	48	24
102	0	102	79	56	33	10	112	89	66	43	20	122	99	76	53	30	7	109	86	63	40	17	119	96	73	50	27	4	106	83	60	37	14	116	93	70	47	24	1	103	80	57	34	11	113	90	67	44	21	123	100	77	54	31	8	110	87	64	41	18	120	97	74	51	28	5	107	84	61	38	15	117	94	71	48	25	2	104	81	58	35	12	114	91	68	45	22	124	101	78	55	32	9	111	88	65	42	19	121	98	75	52	29	6	108	85	62	39	16	118	95	72	49	26	3	105	82	59	36	13	115	92	69	46	23
103	0	103	81	59	37	15	118	96	74	52	30	8	111	89	67	45	23	1	104	82	60	38	16	119	97	75	53	31	9	112	90	68	46	24	2	105	83	61	39	17	120	98	76	54	32	10	113	91	69	47	25	3	106	84	62	40	18	121	99	77	55	33	11	114	92	70	48	26	4	107	85	63	41	19	122	100	78	56	34	12	115	93	71	49	27	5	108	86	64	42	20	123	101	79	57	35	13	116	94	72	50	28	6	109	87	65	43	21	124	102	80	58	36	14	117	95	73	51	29	7	110	88	66	44	22
104	0	104	83	62	41	20	124	103	82	61	40	19	123	102	81	60	39	18	122	101	80	59	38	17	121	100	79	58	37	16	120	99	78	57	36	15	119	98	77	56	35	14	118	97	76	55	34	13	117	96	75	54	33	12	116	95	74	53	32	11	115	94	73	52	31	10	114	93	72	51	30	9	113	92	71	50	29	8	112	91	70	49	28	7	111	90	69	48	27	6	110	89	68	47	26	5	109	88	67	46	25	4	108	87	66	45	24	3	107	86	65	44	23	2	106	85	64	43	22	1	105	84	63	42	21
105	0	105	85	65	45	25	5	110	90	70	50	30	10	115	95	75	55	35	15	120	100	80	60	40	20	0	105	85	65	45	25	5	110	90	70	50	30	10	115	95	75	55	35	15	120	100	80	60	40	20	0	105	85	65	45	25	5	110	90	70	50	30	10	115	95	75	55	35	15	120	100	80	60	40	20	0	105	85	65	45	25	5	110	90	70	50	30	10	115	95	75	55	35	15	120	100	80	60	40	20	0	105	85	65	45	25	5	110	90	70	50	30	10	115	95	75	55	35	15	120	100	80	60	40	20
106	0	106	87	68	49	30	11	117	98	79	60	41	22	3	109	90	71	52	33	14	120	101	82	63	44	25	6	112	93	74	55	36	17	123	104	85	66	47	28	9	115	96	77	58	39	20	1	107	88	69	50	31	12	118	99	80	61	42	23	4	110	91	72	53	34	15	121	102	83	64	45	26	7	113	94	75	56	37	18	124	105	86	67	48	29	10	116	97	78	59	40	21	2	108	89	70	51	32	13	119	100	81	62	43	24	5	111	92	73	54	35	16	122	103	84	65	46	27	8	114	95	76	57	38	19
107	0	107	89	71	53	35	17	124	106	88	70	52	34	16	123	105	87	69	51	33	15	122	104	86	68	50	32	14	121	103	85	67	49	31	13	120	102	84	66	48	30	12	119	101	83	65	47	29	11	118	100	82	64	46	28	10	117	99	81	63	45	27	9	116	98	80	62	44	26	8	115	97	79	61	43	25	7	114	96	78	60	42	24	6	113	95	77	59	41	23	5	112	94	76	58	40	22	4	111	93	75	57	39	21	3	110	92	74	56	38	20	2	109	91	73	55	37	19	1	108	90	72	54	36	18
108	0	108	91	74	57	40	23	6	114	97	80	63	46	29	12	120	103	86	69	52	35	18	1	109	92	75	58	41	24	7	115	98	81	64	47	30	13	121	104	87	70	53	36	19	2	110	93	76	59	42	25	8	116	99	82	65	48	31	14	122	105	88	71	54	37	20	3	111	94	77	60	43	26	9	117	100	83	66	49	32	15	123	106	89	72	55	38	21	4	112	95	78	61	44	27	10	118	101	84	67	50	33	16	124	107	90	73	56	39	22	5	113	96	79	62	45	28	11	119	102	85	68	51	34	17
109	0	109	93	77	61	45	29	13	122	106	90	74	58	42	26	10	119	103	87	71	55	39	23	7	116	100	84	68	52	36	20	4	113	97	81	65	49	33	17	1	110	94	78	62	46	30	14	123	107	91	75	59	43	27	11	120	104	88	72	56	40	24	8	117	101	85	69	53	37	21	5	114	98	82	66	50	34	18	2	111	95	79	63	47	31	15	124	108	92	76	60	44	28	12	121	105	89	73	57	41	25	9	118	102	86	70	54	38	22	6	115	99	83	67	51	35	19	3	112	96	80	64	48	32	16
110	0	110	95	80	65	50	35	20	5	115	100	85	70	55	40	25	10	120	105	90	75	60	45	30	15	0	110	95	80	65	50	35	20	5	115	100	85	70	55	40	25	10	120	105	90	75	60	45	30	15	0	110	95	80	65	50	35	20	5	115	100	85	70	55	40	25	10	120	105	90	75	60	45	30	15	0	110	95	80	65	50	35	20	5	115	100	85	70	55	40	25	10	120	105	90	75	60	45	30	15	0	110	95	80	65	50	35	20	5	115	100	85	70	55	40	25	10	120	105	90	75	60	45	30	15
111	0	111	97	83	69	55	41	27	13	124	110	96	82	68	54	40	26	12	123	109	95	81	67	53	39	25	11	122	108	94	80	66	52	38	24	10	121	107	93	79	65	51	37	23	9	120	106	92	78	64	50	36	22	8	119	105	91	77	63	49	35	21	7	118	104	90	76	62	48	34	20	6	117	103	89	75	61	47	33	19	5	116	102	88	74	60	46	32	18	4	115	101	87	73	59	45	31	17	3	114	100	86	72	58	44	30	16	2	113	99	85	71	57	43	29	15	1	112	98	84	70	56	42	28	14
112	0	112	99	86	73	60	47	34	21	8	120	107	94	81	68	55	42	29	16	3	115	102	89	76	63	50	37	24	11	123	110	97	84	71	58	45	32	19	6	118	105	92	79	66	53	40	27	14	1	113	100	87	74	61	48	35	22	9	121	108	95	82	69	56	43	30	17	4	116	103	90	77	64	51	38	25	12	124	111	98	85	72	59	46	33	20	7	119	106	93	80	67	54	41	28	15	2	114	101	88	75	62	49	36	23	10	122	109	96	83	70	57	44	31	18	5	117	104	91	78	65	52	39	26	13
113	0	113	101	89	77	65	53	41	29	17	5	118	106	94	82	70	58	46	34	22	10	123	111	99	87	75	63	51	39	27	15	3	116	104	92	80	68	56	44	32	20	8	121	109	97	85	73	61	49	37	25	13	1	114	102	90	78	66	54	42	30	18	6	119	107	95	83	71	59	47	35	23	11	124	112	100	88	76	64	52	40	28	16	4	117	105	93	81	69	57	45	33	21	9	122	110	98	86	74	62	50	38	26	14	2	115	103	91	79	67	55	43	31	19	7	120	108	96	84	72	60	48	36	24	12
114	0	114	103	92	81	70	59	48	37	26	15	4	118	107	96	85	74	63	52	41	30	19	8	122	111	100	89	78	67	56	45	34	23	12	1	115	104	93	82	71	60	49	38	27	16	5	119	108	97	86	75	64	53	42	31	20	9	123	112	101	90	79	68	57	46	35	24	13	2	116	105	94	83	72	61	50	39	28	17	6	120	109	98	87	76	65	54	43	32	21	10	124	113	102	91	80	69	58	47	36	25	14	3	117	106	95	84	73	62	51	40	29	18	7	121	110	99	88	77	66	55	44	33	22	11
115	0	115	105	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	115	105	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	115	105	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	115	105	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	115	105	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
116	0	116	107	98	89	80	71	62	53	44	35	26	17	8	124	115	106	97	88	79	70	61	52	43	34	25	16	7	123	114	105	96	87	78	69	60	51	42	33	24	15	6	122	113	104	95	86	77	68	59	50	41	32	23	14	5	121	112	103	94	85	76	67	58	49	40	31	22	13	4	120	111	102	93	84	75	66	57	48	39	30	21	12	3	119	110	101	92	83	74	65	56	47	38	29	20	11	2	118	109	100	91	82	73	64	55	46	37	28	19	10	1	117	108	99	90	81	72	63	54	45	36	27	18	9
117	0	117	109	101	93	85	77	69	61	53	45	37	29	21	13	5	122	114	106	98	90	82	74	66	58	50	42	34	26	18	10	2	119	111	103	95	87	79	71	63	55	47	39	31	23	15	7	124	116	108	100	92	84	76	68	60	52	44	36	28	20	12	4	121	113	105	97	89	81	73	65	57	49	41	33	25	17	9	1	118	110	102	94	86	78	70	62	54	46	38	30	22	14	6	123	115	107	99	91	83	75	67	59	51	43	35	27	19	11	3	120	112	104	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8
118	0	118	111	104	97	90	83	76	69	62	55	48	41	34	27	20	13	6	124	117	110	103	96	89	82	75	68	61	54	47	40	33	26	19	12	5	123	116	109	102	95	88	81	74	67	60	53	46	39	32	25	18	11	4	122	115	108	101	94	87	80	73	66	59	52	45	38	31	24	17	10	3	121	114	107	100	93	86	79	72	65	58	51	44	37	30	23	16	9	2	120	113	106	99	92	85	78	71	64	57	50	43	36	29	22	15	8	1	119	112	105	98	91	84	77	70	63	56	49	42	35	28	21	14	7
119	0	119	113	107	101	95	89	83	77	71	65	59	53	47	41	35	29	23	17	11	5	124	118	112	106	100	94	88	82	76	70	64	58	52	46	40	34	28	22	16	10	4	123	117	111	105	99	93	87	81	75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9	3	122	116	110	104	98	92	86	80	74	68	62	56	50	44	38	32	26	20	14	8	2	121	115	109	103	97	91	85	79	73	67	61	55	49	43	37	31	25	19	13	7	1	120	114	108	102	96	90	84	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6
120	0	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
121	0	121	117	113	109	105	101	97	93	89	85	81	77	73	69	65	61	57	53	49	45	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	1	122	118	114	110	106	102	98	94	90	86	82	78	74	70	66	62	58	54	50	46	42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2	123	119	115	111	107	103	99	95	91	87	83	79	75	71	67	63	59	55	51	47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	3	124	120	116	112	108	104	100	96	92	88	84	80	76	72	68	64	60	56	52	48	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
122	0	122	119	116	113	110	107	104	101	98	95	92	89	86	83	80	77	74	71	68	65	62	59	56	53	50	47	44	41	38	35	32	29	26	23	20	17	14	11	8	5	2	124	121	118	115	112	109	106	103	100	97	94	91	88	85	82	79	76	73	70	67	64	61	58	55	52	49	46	43	40	37	34	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1	123	120	117	114	111	108	105	102	99	96	93	90	87	84	81	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
123	0	123	121	119	117	115	113	111	109	107	105	103	101	99	97	95	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	124	122	120	118	116	114	112	110	108	106	104	102	100	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
124	0	124	123	122	121	120	119	118	117	116	115	114	113	112	111	110	109	108	107	106	105	104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Lampiran 6 Tabel Jarak Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

$d(u,v)$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{24}$	$\overline{27}$	$\overline{30}$	$\overline{33}$	$\overline{36}$	$\overline{39}$	$\overline{42}$	$\overline{45}$	$\overline{48}$	$\overline{51}$	$\overline{54}$	$\overline{57}$	$\overline{60}$	$\overline{63}$	$\overline{66}$	$\overline{69}$	$\overline{72}$	$\overline{75}$	$\overline{78}$
$\overline{3}$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{6}$	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{9}$	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{12}$	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{15}$	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{18}$	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{21}$	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{24}$	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{27}$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{30}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{33}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{36}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{39}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{42}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{45}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{48}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{51}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{54}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{57}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{60}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$\overline{63}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
$\overline{66}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$\overline{69}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
$\overline{72}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
$\overline{75}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$\overline{78}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Lampiran 7 Tabel Jarak Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^2})$

$d(u,v)$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	$\overline{35}$	$\overline{40}$	$\overline{45}$	$\overline{50}$	$\overline{55}$	$\overline{60}$	$\overline{65}$	$\overline{70}$	$\overline{75}$	$\overline{80}$	$\overline{85}$	$\overline{90}$	$\overline{95}$	$\overline{100}$	$\overline{105}$	$\overline{110}$	$\overline{115}$	$\overline{120}$
$\overline{5}$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{10}$	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{15}$	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{20}$	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{25}$	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{30}$	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{35}$	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{40}$	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{45}$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{50}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{55}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{60}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{65}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{70}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{75}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{80}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{85}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$\overline{90}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$\overline{95}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
$\overline{100}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$\overline{105}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
$\overline{110}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
$\overline{115}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$\overline{120}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Lampiran 8 Tabel Derajat Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{24}$	$\overline{27}$	$\overline{30}$	$\overline{33}$	$\overline{36}$	$\overline{39}$	$\overline{42}$	$\overline{45}$	$\overline{48}$	$\overline{51}$	$\overline{54}$	$\overline{57}$	$\overline{60}$	$\overline{63}$	$\overline{66}$	$\overline{69}$	$\overline{72}$	$\overline{75}$	$\overline{78}$
$deg(v)$	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

Lampiran 9 Tabel Jarak Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

v	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	$\overline{35}$	$\overline{40}$	$\overline{45}$	$\overline{50}$	$\overline{55}$	$\overline{60}$	$\overline{65}$	$\overline{70}$	$\overline{75}$	$\overline{80}$	$\overline{85}$	$\overline{90}$	$\overline{95}$	$\overline{100}$	$\overline{105}$	$\overline{110}$	$\overline{115}$	$\overline{120}$
$deg(v)$	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23

Lampiran 10 Tabel Eksentrisitas Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{3^4})$

v	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{24}$	$\overline{27}$	$\overline{30}$	$\overline{33}$	$\overline{36}$	$\overline{39}$	$\overline{42}$	$\overline{45}$	$\overline{48}$	$\overline{51}$	$\overline{54}$	$\overline{57}$	$\overline{60}$	$\overline{63}$	$\overline{66}$	$\overline{69}$	$\overline{72}$	$\overline{75}$	$\overline{78}$
$e(v)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Lampiran 11 Tabel Eksentrisitas Titik pada $AG(\mathbb{Z}_{5^3})$

v	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{25}$	$\overline{30}$	$\overline{35}$	$\overline{40}$	$\overline{45}$	$\overline{50}$	$\overline{55}$	$\overline{60}$	$\overline{65}$	$\overline{70}$	$\overline{75}$	$\overline{80}$	$\overline{85}$	$\overline{90}$	$\overline{95}$	$\overline{100}$	$\overline{105}$	$\overline{110}$	$\overline{115}$	$\overline{120}$
$e(v)$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

RIWAYAT HIDUP

Risma Amelia adalah penulis dari skripsi ini. Lahir di Kota Batu pada 23 September 2002, biasa dipanggil Amel, tinggal di Jl. Sarimun RT.02 RW.03, Desa Beji, Kecamatan Junrejo Kota Batu. Anak pertama dari tiga bersaudara, dari pasangan bapak Tumaji dan ibu Afifatul Maimunah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Beji 01 dan lulus tahun 2014. Kemudian melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 03 Batu dan lulus tahun 2017. Setelah itu menempuh pendidikan di SMA Negeri 02 Batu dan lulus tahun 2020. Pendidikan berikutnya melalui Jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) tahun 2020, menjadi mahasiswa di Universitas Maulana Malik Ibrahim Malang diterima di jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis aktif bekerja di Bimbingan Belajar Super Smart Study Center pada tahun 2022 hingga saat ini.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Risma Amelia
NIM : 200601110011
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Indeks Konektivitas Eksentrik Ediz Pada Graf Annihilator dari Ring Bilangan Bulat Modulo
Pembimbing I : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	13 November 2023	Konsultasi Topik dan Data	1.
2.	18 Desember 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	11 Januari 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	15 Januari 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	4.
5.	20 Januari 2024	Konsultasi Bab I, II, dan III	5.
6.	22 Januari 2024	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	20 Desember 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	7.
8.	30 Januari 2024	ACC Kajian Agama Bab I dan II	8.
9.	29 Januari 2023	ACC Seminar Proposal	9.
10.	8 Maret 2024	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	10.
11.	18 Maret 2024	Konsultasi Bab IV dan V	11.
12.	15 Mei 2024	Konsultasi Bab IV dan V	12.
13.	5 Juni 2024	Konsultasi Bab IV dan V	13.
14.	10 Juni 2024	Konsultasi Bab IV dan V	14.
15.	13 Juni 2024	ACC Bab IV dan V	15.

16.	2 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	16.
17.	3 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	17.
18.	4 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	18.
19.	5 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	19.
20.	6 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	20.
21.	7 Juli 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	21.
22.	8 Juli 2024	ACC Kajian Agama Bab IV	22.
23.	5 Juli 2024	ACC Seminar Hasil	23.
24.	26 Juli 2024	ACC Seminar Hasil lanjutan	24.
25.	2 September 2024	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	25.
26.	20 September 2024	ACC Sidang Skripsi	26.
27.	4 Desember 2024	ACC Keseluruhan	27.

Malang,4 Desember 2024
Mengetahui,
KetuaProgram StudiMatematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP.197411292000122005