GRAF KOMPLIT PADA GRAF *COMMUTING* DARI GRUP *DIHEDRAL-2n*

SKRIPSI

Oleh:
ARIEF NUR HANDIKA
NIM. 07610011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

GRAF KOMPLIT PADA GRAF *COMMUTING* DARI GRUP *DIHEDRAL-2n*

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ARIEF NUR HANDIKA
NIM. 07610011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2013

GRAF KOMPLIT PADA GRAF *COMMUTING* DARI GRUP *DIHEDRAL-2n*

SKRIPSI

Oleh:
ARIEF NUR HANDIKA
NIM. 07610011

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 30 Agustus 2013

Dosen Pembimbing I,	**Dosen Pembimbing II,**
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Abdul Aziz, M.Si**
NIP. 19710420 200003 1 003	**NIP. 19760318 200604 1 002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

GRAF KOMPLIT PADA GRAF *COMMUTING* DARI GRUP *DIHEDRAL-2n*

SKRIPSI

Oleh:
ARIEF NUR HANDIKA
NIM. 07610011

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 11 September 2013

Penguji Utama	:	Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	____________
Ketua Penguji	:	Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	____________
Sekretaris Penguji	:	Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	____________
Anggota Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	____________

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arief Nur Handika

NIM : 07610011

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 30 Agustus 2013

Yang membuat pernyataan,

Arief Nur Handika
NIM. 07610011

MOTTO

Hening, Mengalir, Bergerak

PERSEMBAHAN

Dengan segenap rasa syukur Alhamdulillah, karya ini dipersembahkan kepada:

Ayahanda Suharmanto

Ibunda Niniek Rofi'iyah

Adik Reni Mita Diwanti

Sang terkasih "*Mawar Putih*"

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa terlantunkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan yang lurus dan jalan yang diridhoi-Nya yakni agama Islam.

Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih dan hanya dapat memberikan ucapan dan doa, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dan menyinari jalan yang diridhoi-Nya, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. Mudjia Rahardjo, Drs. M.Si, sebagai rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, sebagai dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, sebagai ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Wahyu Henky Irawan, M.Pd dan Abdul Aziz, M.Si, sebagai dosen pembimbing skripsi.
5. Segenap keluarga tercinta kepada ibu, bapak dan adik tercinta.
6. Sang Terkasih *"Mawar Putih"* yang senantiasa mengiringi dan memberikan semangat hingga selesainya skripsi ini.

7. Jaringan BENLIEVE 145 yaitu Mufid Nur Rohman, Tierta Adhla Mujiwinarta, Alif Setyo Widodo, Ahmad Muhajir, Dedik Iswahyudi, Aziz Munif, Moh. Muslim, Muhammad Nur Faqih, Anshor Mahdi, Afif Ragil, Ghina Qoddrusshobah.
8. Segenap keluarga Integral tanpa terkecuali.
9. Segenap keluarga besar dan sahabat-sahabati PMII Rayon Pencerahan Galileo khususnya sahabat-sahabati angkatan 2007.
10. Pengurus Komisariat PMII Sunan Ampel Malang khususnya periode 2010-2011.
11. Segenap keluarga besar HIMALAYA.
12. Semua pihak yang turut membantu selesainya skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Amin.

Malang, September 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Handika, Arief Nur. 2013. **Graf Komplit pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-2n*.** Skripsi. Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Abdul Aziz, M.Si

Kata kunci : Graf *Commuting*, Graf Komplit, Grup *Dihedral-2n*

Sejak kemunculannya pada tahun 1736, teori mengenai graf sudah sangat berkembang dan dapat diaplikasikan kedalam berbagai aspek kehidupan. Kajian terbaru tentang graf salah satunya mengenai graf *commuting* yang diantaranya adalah mengenai graf *commuting* pada grup *dihedral-2n*.

Metode penelitian yang yang digunakan dalam peneltian ini adalah studi kepustakaan dengan tahapan analisa diawali dengan menentukan grup *dihedral-2n.* Langkah berikutnya adalah menggambarkan tabel *Cayley* dari *dihedral-2n* tersebut, menggambarkan graf *commuting* dari *dihedral-2n* lalu menentukan banyaknya K_p pada $C(D_{2n},\Omega)$. Tahapan terakhir adalah membuktikan pola yang terbentuk dari banyaknya K_p pada $C(D_{2n},\Omega)$.

Hasil penelitian ini adalah pola yang terbentuk dari banyaknya K_p pada $C(D_{2n},\Omega)$ yaitu :

1. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$, maka banyaknya K_1 di G adalah $2n$
2. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n ganjil, maka :
   i. Banyaknya K_2 di G adalah $\mathrm{C}_2^n + n$
   ii. Banyaknya K_p di G adalah $\begin{cases} \mathrm{C}_p^n & untuk\ 3 \leq p < n \\ 1 & untuk\ n = p. \end{cases}$
3. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n genap, maka :
   i. Banyaknya K_2 di G adalah $\mathrm{C}_2^n + \frac{5n}{2}$
   ii. Banyaknya K_3 di G adalah $\mathrm{C}_3^n + 2n$
   iii. Banyaknya K_4 di G adalah $\mathrm{C}_4^n + \frac{n}{2}$

   Untuk $p > 4$,

   iv. Banyaknya K_p di G adalah $\begin{cases} \mathrm{C}_p^n & untuk\ p < n \\ 1 & untuk\ p = n. \end{cases}$

Perlu diketahui bahwa kajian mengenai graf *commuting* bisa dikatakan masih baru. Maka dari itu masih banyak lagi kajian dalam bidang aljabar yang dapat diterapkan pada graf *commuting* ini. Peneliti yang ingin melakukan penelitian terhadap graf *commuting* ini dapat melakukan penelitian terhadap grup yang lain atau mengenai kajian graf yang belum diteliti pada graf *commuting* ini

ABSTRACT

Handika, Arief Nur. 2013. **Complete Graph of Commuting Graph on Dihedral-2n Group.** Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Tecnology. Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang.
The Advisors : (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Abdul Aziz, M.Si

Keywods : Commuting Graph, Complete Graph, Dihedral-2n Group

Since its emergence in 1736, the theory of graphs is highly developed and can be applied into various aspects of life. Recent studies on one graph on the commuting graph of which is the commuting graph on the dihedral-2n group.

The research method used in this research is the study of literature with an analysis phase begins with determining the dihedral-2n group. The next step is to describe the Cayley table of the dihedral-2n group, describes the commuting graph of dihedral-2n group then determine the number of K_p on $C(D_{2n},\Omega)$. Step latter is proving a pattern that is formed from the number of K_p on $C(D_{2n},\Omega)$.

Results of this study are the patterns formed from many K_p on $C(D_{2n},\Omega)$ namely:

1. If $G = C(D_{2n},\Omega)$, then the number of K_1 in G is 2n
2. If $G = C(D_{2n},\Omega)$ with $n \geq 3$ where n is odd number, then:
   i. Number of K_2 in G is $C_2^n + n$
   ii. Number of K_n in G is $\begin{cases} C_p^n & untuk\ 3 \leq p < n \\ 1 & untuk\ n = p. \end{cases}$
3. If $G = C(D_{2n},\Omega)$ with $n \geq 3$ where n is even number, then:
   i. Number of K_2 in G is $C_2^n + \frac{5n}{2}$
   ii. Number of K_3 in G is $C_3^n + 2n$
   iii. Number of K_4 in G is $C_4^n + \frac{n}{2}$
   for $p > 4$,
   iv. Number of K_p in G is $\begin{cases} C_p^n & untuk\ p < n \\ 1 & untuk\ p = n. \end{cases}$

Please be aware that the assessment of the commuting graph can be said is new. Therefore there are many more studies in the field of algebra that can be applied to the commuting graph. Researchers who want to conduct research on the commuting graph can do research on other groups or the study of graphs that have been studied in the commuting graph.

الملخص

هانديكا ،عارف نور. ٢٠١٣. **إكمال غرائف في تبادلي من ثنائي السطح مجموعة-$\boldsymbol{n}$٢.** الأطروحة. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجي. جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف : (١) وحي حنكي ايراون, المجستر

(٢) عبد العزيز, المجستر

الكلمات الرئيسية : تبادلي غراف, كاملة غراف, ثنائي السطح مجموعة-n٢.

منذ ظهورها سنة ١٧٣٦ نظرية الرسوم البيانية درجة عالية من التطور، ويمكن تطبيقها في مختلف جوانب الحياة. على رسم بياني واحد على الرسم البياني التنقل منها هو رسم بياني التنقل على ثنائي السطح مجموعة-n٢.

طريقة البحث المستخدمة في هذا البحث هو دراسة الأدب مع تبدأ مرحلة تحليل مع تحديد ثنائي السطح مجموعة-n٢. والخطوة التالية هي لوصف الجدول كيلي من ثنائي السطحمجموعة-n٢. صف الرسم البياني التنقل من ثنائي السطح. ثم تحديد عدد المخصص عن $(D_{٢n},٥)$. والخطوة الأخيرهو اثبات وجود نمط التي يتم تشكيلها من عدد من المخصص عن $(D_{٢n},٥)$.

نتائج هذه الدراسة هي الأنماط التي تشكلت من العديد من المخصص عن $(D_{٢n},٥)$ وهي :

١. إذا $G = C(D_{٢n},\Omega)$ ثم عدد من $K_١$ في G هو n ٢

٢. إذا $G = C(D_{٢n},\Omega)$ مع $n \geq ٣$ حيث n هو الغريب ثم :

i. عدد من $K_٢$ في G هو $C_٢^n + n$

ii. عدد من K_p في G هو C_p^n ل$n > p \geq ٣$

ل١ $n = p$

٣. إذا $G = C(D_{٢n},\Omega)$ مع $n \geq ٣$ حيث n هو حتى ثم :

i. عدد من $K_٢$ في G هو $C_٢^n + \frac{٥n}{٢}$

ii. عدد من $K_٣$ في G هو $C_٣^n + ٢n$

iii. عدد من $K_٤$ في G هو $C_٤^n + \frac{n}{٢}$

ل٤ $p \geq$

iv. عدد من $K_{\mathbf{p}}$ في G هو c_p^n ل $n > p$

ل١ $n = p$

يرجى أن يكون على علم بأن تقييم الرسم البياني التنقل يمكن أن يقال هو جديد. لذلك هناك دراسات أخرى كثيرة في مجال الجبر التي يمكن تطبيقها على الرسم البياني التنقل. الباحثون الذين يرغبون في إجراء بحوث على الرسم البياني التنقل يمكن القيام بأبحاث على مجموعات أخرى أو دراسة الرسوم البيانية التي تم دراستها في الرسم البياني التنقل.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Jauh sejak Euler menemukan teori mengenai graf pada tahun 1736, pada tahun 2006 Boundy menyajikan sebuah kajian mengenai graf *commuting* yang dalam jurnalnya berjudul *"The Connectivity of Commuting Graphs"*. Dalam penelitiannya ini Boundy menjelaskan syarat perlu dan syarat cukup untuk membuktikan keterhubungan graf *commuting* pada grup simetri.

Hingga sekarang teori graf banyak dimanfaatkan dalam memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Seperti yang diutarakan oleh Purwanto (1998:1), permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya. Sebagai contoh adalah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya.

Pada suatu graf, sejumlah titik yang ada di dalamnya belum tentu memiliki derajat atau terhubung dengan titik yang lainnya. Garis dapat terhubung langsung maupun terkait langsung dengan titik-titik yang ada. Menurut Chartrand dan Leniak (1986,7), titik pada graf yang berderajat genap sering disebut titik genap, titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil, sedangkan yang berderajat nol disebut titik terisolasi, serta titik yang berderajat 1 disebut titik ujung.

Terhubungnya titik pada graf tersebut melambangkan adanya suatu hubungan tertentu antara 2 titik tersebut. Misalkan titik pada graf tersebut digambarkan sebagai posisi seorang manusia di dunia ini, maka setiap manusia tentunya memiliki keharusan untuk selalu menjalin hubungan dengan Allah, dengan sesama manusia dan menjalin hubungan dengan alam. Adanya tugas yang melekat pada manusia agar menjalin hubungan dengan Allah, dengan sesama manusia dan menjalin hubungan dengan alam merupakan fitrah manusia sebagai seorang hamba dan sebagai khalifah di bumi. Berdasarkan surat Adz-Dzariyat ayat 56 sebagai berikut :

وَمَا خَلَقْتُ ٱلْجِنَّ وَٱلْإِنسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ﴿٥٦﴾

Artinya: Dan Aku tidak menciptakan jin dan manusia melainkan supaya mereka menyembah-Ku.

Surat Adz-Dzariyat ayat 56 menegaskan kembali kedudukan manusia sebagai seorang hamba di hadapan sang pencipta. Layaknya seorang hamba maka sepatutnya manusia untuk selalu beribadah kepada-Nya. Sebagai ciptaan-Nya yang paling sempurna, manusia diberikan daya pikir, kemampuan berkreasi dan kesadaran moral. Potensi itulah yang memungkinkan manusia memerankan fungsinya sebagai khalifah. Dalam kehidupan sebagai khalifah, manusia mengemban amanat berat yang oleh Allah ditawarkan kepada makhluk-Nya. Sebagaimana diterangkan dalam surat Faathir dibawah ini.

هُوَ ٱلَّذِى جَعَلَكُمْ خَلَٰٓئِفَ فِى ٱلْأَرْضِ ۚ فَمَن كَفَرَ فَعَلَيْهِ كُفْرُهُۥ ۖ وَلَا يَزِيدُ ٱلْكَٰفِرِينَ كُفْرُهُمْ عِندَ رَبِّهِمْ إِلَّا مَقْتًا ۖ وَلَا يَزِيدُ ٱلْكَٰفِرِينَ كُفْرُهُمْ إِلَّا خَسَارًا ﴿٣٩﴾

Artinya: Dialah yang menjadikan kamu khalifah-khalifah di muka bumi. Barang siapa yang kafir, maka (akibat) kekafirannya menimpa dirinya sendiri. Dan kekafiran orang-orang yang kafir itu tidak lain hanyalah akan menambah kemurkaan pada sisi Tuhanya dan kekafiran orang-orang yang kafir itu tidak lain hanyalah akan menambah kerugian mereka belaka.

Elemen anggota pada grup *dihedral-2n* merupakan titik-titik yang membentuk grafnya. Apabila dua elemen pada $(D_{2n},\circ)$ saling komutatif, maka dua elemen tersebut akan terhubung langsung pada grafnya. Graf yang memuat semua elemen komutatif pada grup *dihedral-2n* adalah graf *commuting* dari grup *dihedral-2n.*

Penelitian yang dilakukan penulis di sini mengenai graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n.* Graf G dapat dikatakan graf komplit apabila dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan order p dinyatakan dengan K_p.

Grup *dihedral-2n* dibangun dari simetri-simetri poligon beraturan yang dibentuk oleh elemen-elemen grup tersebut dengan $n \geq 3$. Banyaknya elemen dalam grup *dihedral-2n* menentukan bentuk poligon yang dimilikinya. Banyaknya variasi yang dapat dibentuk dari grup *dihedral-2n* dan sifat yang dimilikinya, mendukung banyaknya sejumlah teori dalam bidang aljabar abstrak untuk diterapkan khususnya mengenai graf *commuting*. Hal ini memicu banyaknya kajian-kajian maupun penelitian yang dilakukan terkait grup *dihedral-2n* ini. Untuk penelitian mengenai graf *commuting* pada grup *dihedral-2n* mulai dikembangkan dalam beberapa tahun terakhir ini, diantaranya adalah *"Commuting Graphs on Dihedral Group"* yang ditulis oleh Chelvam, Selvakumar dan Raja pada tahun 2011 dan selanjutnya adalah *"On Commuting Graphs for Elements of Order 3 in Symmetric Groups"* yang ditulis oleh Nawawi dan Rowley pada tahun 2012.

Berdasarkan latar belakang, penulis mengambil judul "Graf Komplit pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-2n*" sebagai judul skripsi ini.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana pola banyaknya graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n*.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasar rumusan masalah dan fokus penelitian, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana pola banyaknya graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n*?

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Penulis
   a. Memperdalam pemahaman mengenai teori-teori dalam bidang aljabar.
   b. Menambah wawasan khususnya mengenai graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n*.
2. Bagi Pembaca
   a. Menambah khazanah keilmuan dan memperdalam pengetahuan dan wawasan baru dalam bidang aljabar.
   b. Menambah wawasan dan informasi bagi mahasiswa yang sedang menempuh aljabar abstrak khususnya mengenai graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n*.

3. Bagi Lembaga

    a. Memberi informasi tentang pembelajaran mata kuliah Aljabar Abstrak.

    b. Menambah bahan kepustakaan dan untuk rujukan penelitian khususnya tentang graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-2n*.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode “studi literatur”, karena skripsi ini merupakan bentuk kajian. Pengumpulan data dilakukan dengan mencari bahan-bahan kepustakaan sebagai landasan teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dijadikan objek penelitian. Pembahasan dilakukan dengan mempelajari berbagai literatur seperti buku-buku cetak, karya tulis yang disajikan dalam bentuk jurnal, laporan penelitian serta konsultasi dengan dosen pembimbing. Kemudian data yang didapatkan akan dianalisis dan ditarik kesimpulan.

Dalam penelitian ini tahapan yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. menentukan grup *dihedral-2n*, yaitu $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},
2. menggambarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral*-$6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},
3. menggambarkan graf *commuting* dari grup *dihedral*-$6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},
4. menentukan graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-$6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},

5. menghitung banyaknya graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-$6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},
6. mengamati dan menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-$6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan D_{16},
7. membuktikan pola yang terbentuk,
8. menarik kesimpulan.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam sub bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut :

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini penulis menjelaskan beberapa teori-teori yang berhubungan dengan penelitian ini, yaitu mengenai graf, keterhubungan langsung, keterkaitan langsung, graf komplit, grup *dihedral-2n*, tabel *Cayley*, graf *commuting* pada grup *dihedral-2n* serta kajian graf dalam Al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Bab ini berisi tentang grup *dihedral-2n*, graf *commuting* dari grup *dihedral-2n* serta graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-$2n$ dan pola yang terbentuk dari banyaknya graf komplit K_p

yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-2n.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian dan saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

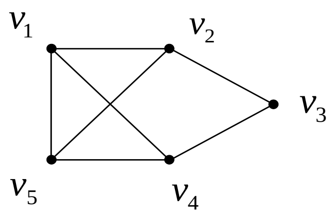
Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan E(G). Sedangkan banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut *size* dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Perhatikan graf G yang memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ berikut ini :

$$V(G) = \{a, b, c, d\}$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

Graf G tersebut secara lebih jelas dapat digambarkan seperti berikut :



Gambar 2.1: Graf G untuk Mengilustrasikan Contoh Graf

Graf G pada gambar 2.1 mempunyai titik sebanyak 5 sehingga order G adalah $p = 5$. Graf G mempunyai 6 sisi sehingga ukuran graf G adalah $q = 6$.

Graf G dengan himpunan titik dan sisi masing-masing

$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

$E(G) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_3, v_4), (v_4, v_5)\}$

Dapat juga ditulis dengan

$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$

$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

dengan

$e_1 = (a, b)$, $e_2 = (a, c)$, $e_3 = (a, d)$, $e_4 = (b, d)$, $e_5 = (b, c)$, $e_6 = (d, e)$.

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), v dan e serta u dan e disebut terkait langsung (*incident*), dan titik u dan v disebut ujung dari e. Dua sisi berbeda e_1 dan e_2 dikatakan terhubung langsung jika terkait langsung pada satu titik yang sama. Untuk selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ akan ditulis $e = uv$ (Abdussakir, dkk., 2009:5-6).

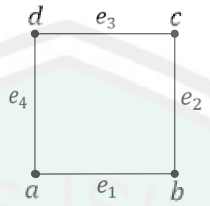
2.1.1 Terhubung Langsung

Dua titik pada graf G dikatakan terhubung langsung bila keduanya dihubungkan oleh suatu sisi. Dengan kata lain, u terhubung langsung dengan v jika (u, v) adalah sisi pada graf (Munir, 2005:365).

Sisi $e = (u, v)$ menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi graf G maka u dan v disebut terhubung langsung (Chartrand dan Lensiak, 1986: 4).

Contoh :

Perhatikan graf G yang memuat $V(G) = \{a, b, c, d\}$ berikut :



Gambar 2.2 : Graf G untuk Mengilustrasikan Terhubung Langsung

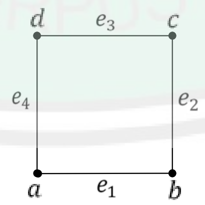
Dari Gambar 2.2 tersebut, titik a dan b adalah terhubung langsung.

2.1.2 Terkait Langsung

Untuk sembarang sisi $e = (u, v)$ sisi e dikatakan terkait langsung dengan titik dan titik. Pada Gambar 2.2 titik v_3 terhubung langsung dengan titik v_2 dan v_4, tetapi tidak terhubung langsung dengan titik v_1. Sisi e_4 terkait langsung dengan titik v_4 dan v_2, tetapi tidak terkait langsung dengan titik v_1 (Munir, 2005:365).

Contoh :

Perhatikan graf G yang memuat $V(G) = \{a, b, c, d\}$ berikut :



Gambar 2.3 : Graf G untuk Mengilustrasikan Terkait Langsung

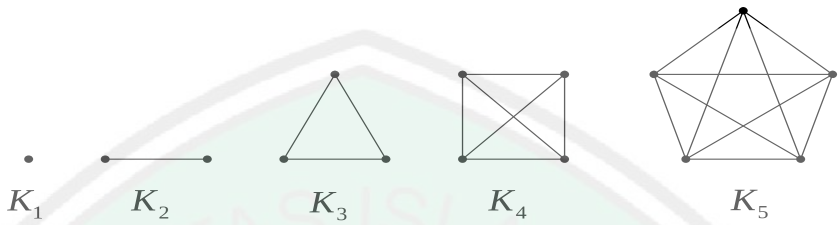
Dari Gambar 2.3 tersebut, titik a dan e_1 dan e_1 dan b adalah terkait langsung.

2.1.4 Graf Komplit

Graf komplit adalah graf yang setiap dua titik berbeda pada graf tersebut saling terhubung langsung. Graf komplit dengan n titik dinotasikan dengan K_n

(Wilson dan Watkins, 1989:36).

Berikut adalah gambar graf komplit mulai K_1 sampai K_5 :



Gambar 2.4 : Graf Komplit K_1 Sampai K_5

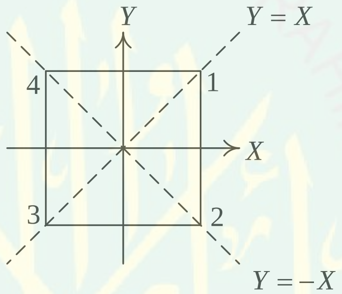
2.2 Grup *Dihedral-2n*

Grup *dihedral-2n* adalah himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dinotasikan dengan D_{2n}, untuk setiap $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ dengan operasi komposisi "$\circ$" yang memenuhi aksioma-aksioma grup. Untuk setiap $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, misal D_{2n} adalah himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan di mana suatu simetri adalah sebarang gerakan segi-n yang dapat diakibatkan oleh pengambilan salinan segi-n, kemudian dipindahkan dalam sebarang model dalam ruang-3 sampai kembali ke posisi semula. Kemudian masing-masing simetri s dapat dideskripsikan dengan mengkorespondensikan permutasi σ dari $\{1,2,3,...,n\}$ dimana jika simetri s sebuah rotasi $\frac{2\pi}{n}$ radian searah jarum jam, maka σ permutasi yang mengantarkan titik i ke $i+1$, $1 \leq i \leq n-1$, dan $\sigma(n) = 1$.

Poligon beraturan dengan n sisi mempunyai $2n$ simetri yang berbeda yaitu n simetri rotasi dan n simetri refleksi. Jika n ganjil tiap-tiap sumbu simetri menghubungkan titik tengah suatu sisi ke titik sudut di hadapannya. Jika n genap, terdapat $\frac{n}{2}$ sumbu simetri yang menghubungkan titik tengah suatu sisi yang berhadapan dan $\frac{n}{2}$ sumbu simetri yang menghubungkan titik sudut yang berhadapan. Umumnya terdapat n sumbu simetri dan $2n$ elemen dalam grup simetri tersebut (Dummit dan Foote, 1991:24-25).

Contoh :

Jika $n = 4$, digambarkan suatu persegi pada bidang X, Y. Garis-garis simetrinya adalah garis $X = 0$ (sumbu $- Y$), $Y = 0$ (sumbu $- X$), $Y = X, Y = -X$. Sehingga D_{2n} dengan $n = 4$ dapat dinyatakan dalam bentuk $D_{2n} = \{r, r^2, r^3, r^4 = 1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4 = s\}$.



Gambar 2.5 : Simetri pada Grup *Dihedral*-8

Misalkan D_{2n} suatu grup yang didefinisikan oleh st untuk $s, t \in D_{2n}$ yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi pada segi-n, sehingga st adalah fungsi komposisi). Jika s, t akibat permutasi σ, τ maka s, t akibat σ, τ . Operasi biner pada D_{2n} adalah assosiatif karena fungsi komposisi adalah assosiatif. Identitas dari D_{2n} ditunjukkan oleh 1, dan invers dari $s \in D_{2n}$ adalah kebalikan semua putaran dari simetri s (jadi jika s akibat permutasi pada titik σ, s^{-1} akibat dari σ^{-1}.

Karena grup *dihedral-2n* akan digunakan secara ekstensif dalam seluruh teks maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup abstrak yaitu:

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$ semua berbeda dan $r^n = 1$, sehingga $|r| = n, n \in \mathbb{N}$
2. |s|=2
3. $s \neq r^i$ untuk sebarang $i, \forall i \in \mathbb{Z}^+$
4. $sr^i \neq sr^j$, untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$, sehingga

   $$D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, \dots, sr^{n-1}\}$$

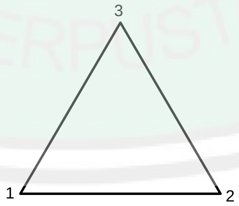
   yaitu, tiap-tiap elemen dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk beberapa $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1,\ \forall i, j, k \in \mathbb{Z}^+$
5. $sr = r^{-1}s$.

   Hal ini menunjukkan bahwa r dan s tidak saling komutatif, sehingga D_{2n} bukan grup abelian.
6. $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$.

   Hal ini menunjukkan bagaimana s komutatif dengan perpangkatan dari *r* (Dummit dan Foote, 1991:25-26).

Contoh:

Misalkan pada segitiga sama sisi



Gambar 2.6 : Segitiga Sama Sisi

Segitiga tersebut diputar sebesar 120° berlawanan arah jarum jam, maka menghasilkan permutasi

$$r_1 = (1\ 2\ 3)$$

$$r_2 = (1\ 3\ 2)$$

$$r_3 = (1\ 2\ 3) = 1$$

sedangkan refleksinya menghasilkan permutasi sebagai berikut :

$$s_1 = (1)\ (2\ 3)$$

$$s_2 = (1\ 3)\ (2)$$

$$s_2 = (1\ 2)\ (3)$$

dimisalkan $r_1 = r$ dan $s_1 = s$, selanjutnya dikomposisikan semua hasil rotasi dan refleksi tersebut dan menghasilkan $1, r, r^2, s, sr, sr^2$. Jika disajikan dalam bentuk tabel :

Tabel 2.1 : Tabel Cayley dari Grup *Dihedral*-D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

(Sumber : Halim, 2011:30)

dari tabel di atas bahwa hasil komposisinya adalah tertutup, assosiatif, memiliki identitas, dan setiap elemennya mempunyai invers. Jadi $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ adalah grup.

2.3 Tabel *Cayley*

Dalam sebuah grup senantiasa melibatkan hanya satu operasi tertentu. Pendefinisian operasi pada suatu himpunan tak kosong merupakan salah satu syarat cukup untuk dapat mengkonstruksi suatu struktur grup. Pendefinisian pada himpunan berhingga (*finite*) dapat dilakukan dengan cara yang mudah yaitu dengan membuat tabel yang berisi hasil operasi dari masing-masing dua elemen di himpunan tersebut. Tabel ini disebut tabel *Cayley* (Sulandra, 1996:55).

Contoh :

Misalkan A Grup dengan operasi pada himpunan tersebut adalah operasi biner " $\circ$ ". Himpunan $A = \{e, a\}$ didefinisikan operasi " $\circ$ " pada A adalah $a \circ a = e; e$ adalah elemen identitas, sehingga dapat dibuat tabel *Cayley* sebagai berikut :

Tabel 2.2 : Tabel *Cayley* $A = \{e, a\}$

$\circ$	e	a
e	e	a
a	a	e

(Sumber : Sulandra, 1996:55)

Dari tabel tersebut e adalah elemen identitas, sehingga $e \circ a = a \circ e = a$ dan agar himpunan A merupakan suatu grup dengan operasi " $\circ$ " maka elemen a harus mempunyai invers (balikan) a^{-1} sedemikian sehingga $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$. Sehingga diperoleh $a^{-1} = a$.

2.4 Graf *Commuting* pada Grup *Dihedral-2n*

Untuk sebarang Ω himpunan bagian dari D_{2n}, graf *commuting* pada grup *dihedral-2n* $(C(D_{2n}, \Omega))$, merupakan himpunan titik-titik dalam Ω di mana dua titik berbeda pada Ω akan terhubung langsung *(adjacent)* jika dua titik tersebut komutatif dalam D_{2n} (Chelvam, dkk., 2011:402).

Contoh :

Misalkan untuk $n = 3$, maka D_6 merupakan grup *dihedral-2n* dengan 6 elemen. Adapun penyajian D_6 dalam tabel Tabel 2.3 adalah sebagai berikut :

Tabel 2.3 : Tabel *Cayley* dari Grup *Dihedral-6*

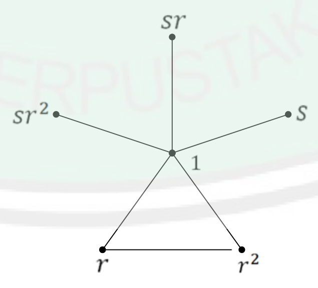
$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

(Sumber : Halim, 2011:30)

Dari tabel 2.3 terlihat bahwa :

1. 1 komutatif dengan setiap elemen D_6 (sifat elemen identitas) sehingga 1 terhubung langsung dengan setiap elemen D_6.
2. $r \circ r^2 = r^2 \circ r = 1$ merupakan elemen-elemen yang komutatif sehingga elemen-elemen tersebut terhubung langsung satu sama lain.
3. Sebagian elemen-elemen yang tidak komutatif maka elemen-elemen tersebut tidak terhubung langsung.

Secara geometri graf *commuting* pada grup *dihedral-6* dapat disajikan sebagai berikut.

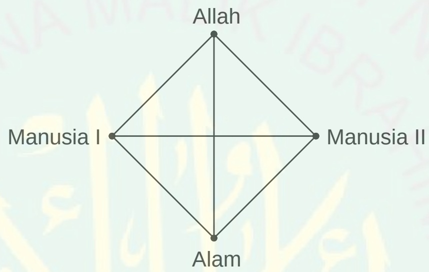


Gambar 2.7 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-6*

2.5 Kajian Graf dalam Al-Qur'an

Graf didefinisikan pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Dari definisi tersebut menerangkan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Apabila setiap dua titik yang berbeda pada graf saling terhubung langsung, maka graf tersebut adalah graf komplit.

Adanya sisi yang menghubungkan titik pada graf, merepresentasikan adanya suatu hubungan pada titik yang saling terhubung langsung tersebut. Sebagai contoh adalah graf komplit di bawah ini :



Gambar 2.8 : Graf Komplit yang Menggambarkan Hubungan Manusia

Graf pada gambar 2.8 menunjukkan bahwa terdapat hubungan antara manusia dengan Allah, manusia dengan manusia, manusia dengan alam, dan Allah dengan alam di mana graf tersebut membentuk graf komplit K_4.

Hubungan manusia dengan Allah *(Hablun Min Allah)* adalah merupakan hubungan antara hamba dan penciptanya sebagaimana termaktub dalam Al-Qur'an surat Al-Hasyr ayat 22-24 berikut :

هُوَ ٱللَّهُ ٱلَّذِى لَآ إِلَٰهَ إِلَّا هُوَ ۖ عَٰلِمُ ٱلْغَيْبِ وَٱلشَّهَٰدَةِ ۖ هُوَ ٱلرَّحْمَٰنُ ٱلرَّحِيمُ ﴿٢٢﴾ هُوَ ٱللَّهُ ٱلَّذِى
لَآ إِلَٰهَ إِلَّا هُوَ ٱلْمَلِكُ ٱلْقُدُّوسُ ٱلسَّلَٰمُ ٱلْمُؤْمِنُ ٱلْمُهَيْمِنُ ٱلْعَزِيزُ ٱلْجَبَّارُ ٱلْمُتَكَبِّرُ ۚ سُبْحَٰنَ
ٱللَّهِ عَمَّا يُشْرِكُونَ ﴿٢٣﴾ هُوَ ٱللَّهُ ٱلْخَٰلِقُ ٱلْبَارِئُ ٱلْمُصَوِّرُ ۖ لَهُ ٱلْأَسْمَآءُ ٱلْحُسْنَىٰ ۚ يُسَبِّحُ لَهُۥ
مَا فِى ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ ۖ وَهُوَ ٱلْعَزِيزُ ٱلْحَكِيمُ ﴿٢٤﴾

Artinya : Dialah Allah yang tiada Tuhan selain Dia, yang mengetahui yang ghaib dan yang nyata, Dia-lah yang Maha Pemurah lagi Maha Penyayang. Dialah Allah yang tiada Tuhan selain Dia, raja, yang Maha suci, yang Maha Sejahtera, yang Mengaruniakan Keamanan, yang Maha

> *Memelihara, yang Maha Perkasa, yang Maha Kuasa, yang memiliki segala Keagungan, Maha Suci Allah dari apa yang mereka persekutukan. Dialah Allah yang Menciptakan, yang Mengadakan, yang membentuk Rupa, yang mempunyai asmaaul Husna. bertasbih kepadanya apa yang di langit dan bumi. dan dialah yang Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana.*

Secara teologis, keberadaan manusia adalah dari kemurahan Allah SWT sebagai dzat yang maha berkehendak untuk meniupkan ruh-Nya. Maka harus disadari bahwa keterhubungan ini menempatkan manusia sebagai seorang *Abdullah*. Maka melekatlah suatu tanggung jawab sebagai seorang hamba kepada Tuhannya. Manusia sebagai *Abdullah*, digambarkan sebagai K_2 pada gambar 2.9 berikut :

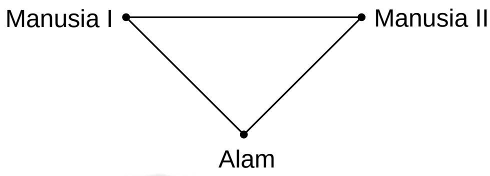
Gambar 2.9 : Graf Komplit yang Mengambarkan Hubungan Manusia sebagai *Abdullah*

Penyadaran akan posisi manusia sebagai hamba ini harus didasari dengan tauhid. Yaitu memisahkan dengan tegas hal-hal yang bersifat profan (jabatan, intitusi, orang, teks). Yang diimplementasikan dengan pengesaan Allah SWT dalam segala totalitas, sifat, perbuatan dan kefungsionalan dzat-Nya sebagai sesuatu yang tertinggi di jagat raya, sehingga ketauhidan ini adalah titik puncak yang melandasi dan memadu keimanan. Sebagaimana termaktub dalam Al-Qur'an surat Al-Ikhlas ayat 1-4 sebagai berikut :

قُلْ هُوَ ٱللَّهُ أَحَدٌ ﴿١﴾ ٱللَّهُ ٱلصَّمَدُ ﴿٢﴾ لَمْ يَلِدْ وَلَمْ يُولَدْ ﴿٣﴾ وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ كُفُوًا أَحَدٌۢ ﴿٤﴾

Artinya : Katakanlah: "Dia-lah Allah, yang Maha Esa. Allah adalah Tuhan yang bergantung kepada-Nya segala sesuatu. Dia tiada beranak dan tidak pula diperanakkan. Dan tidak ada seorangpun yang setara dengan Dia."

Dari graf komplit K_4 pada gambar 2.10 dapat termuat graf K_3 berikut :



Gambar 2.10 : Graf Komplit yang Mengambarkan Manusia sebagai *Khalifah*

Graf pada gambar 2.10 dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 30 berikut :

وَإِذْ قَالَ رَبُّكَ لِلْمَلَٰٓئِكَةِ إِنِّى جَاعِلٌ فِى ٱلْأَرْضِ خَلِيفَةً ۖ قَالُوٓا۟ أَتَجْعَلُ فِيهَا مَن يُفْسِدُ فِيهَا
وَيَسْفِكُ ٱلدِّمَآءَ وَنَحْنُ نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ وَنُقَدِّسُ لَكَ ۖ قَالَ إِنِّىٓ أَعْلَمُ مَا لَا تَعْلَمُونَ ﴿٣٠﴾

Artinya : Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada para malaikat : "Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi." mereka berkata: "Mengapa Engkau hendak menjadikan (khalifah) di bumi itu orang yang akan membuat kerusakan padanya dan menumpahkan darah, padahal kami senantiasa bertasbih dengan memuji Engkau dan mensucikan Engkau?" Tuhan berfirman: "Sesungguhnya Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui."

Dengan ketinggian fitrah derajat manusia dari ciptaan Allah yang lain, adalah suatu anugrah yang diberikan Allah SWT atas ketinggian eksistensi dan potensi yang dimilikinya. Sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Al-Mukminun ayat 115 berikut :

أَفَحَسِبْتُمْ أَنَّمَا خَلَقْنَٰكُمْ عَبَثًا وَأَنَّكُمْ إِلَيْنَا لَا تُرْجَعُونَ ﴿١١٥﴾

Artinya : Maka apakah kamu mengira, bahwa Sesungguhnya kami menciptakan kamu secara main-main (saja), dan bahwa kamu tidak akan dikembalikan kepada Kami?

Kedudukan ini diberikan karena kemampuan berfikir, berkreasi dan berkesadaran moral yang mampu menunjang manusia untuk mengembangkan, melestarikan, dan melakukan perubahan kehidupannya berupa hasil karya, cipta, dan karsa. Di sinilah manusia berperan sebagai *Khalifah* sebagaimana termaktub dalam Al-

Qur'an surat Al-Fatir ayat 39 di bawah ini :

هُوَ ٱلَّذِى جَعَلَكُمۡ خَلَـٰٓئِفَ فِى ٱلۡأَرۡضِۚ فَمَن كَفَرَ فَعَلَيۡهِ كُفۡرُهُۥۖ وَلَا يَزِيدُ ٱلۡكَـٰفِرِينَ كُفۡرُهُمۡ عِندَ رَبِّهِمۡ إِلَّا مَقۡتًاۖ وَلَا يَزِيدُ ٱلۡكَـٰفِرِينَ كُفۡرُهُمۡ إِلَّا خَسَارًا ﴿٣٩﴾

Artinya : Dia-lah yang menjadikan kamu khalifah-khalifah di muka bumi. barangsiapa yang kafir, Maka (akibat) kekafirannya menimpa dirinya sendiri. dan kekafiran orang-orang yang kafir itu tidak lain hanyalah akan menambah kemurkaan pada sisi Tuhannya dan kekafiran orang-orang yang kafir itu tidak lain hanyalah akan menambah kerugian mereka belaka.

Sebagai *Khalifah*, manusia bertugas untuk menjaga keselarasan, keseimbangan, kerukunan, dan keharmonisan kehudupan manusi di bumi. Kerangka bersikap tersebut mengisyaratkan adanya upaya bergerak secara dinamis, kreatif, dan kritis dalam kehidupan manusia. Manusia dituntut memanfaatkan potensinya yang telah dianugrahkan oleh Allah melalui pemanfaatan potensi diri tersebut sehingga manusia menyadari asal mulanya kejadian dan makna kehadirannya di bumi. Dengan demikian pengembangan berbagai aspek budaya dan tradisi dalam kehidupan manusia dilaksanakan sesuai nilai dari semangat yang dijiwai oleh sikap memahami yang senantiasa berada dalam relegiusitas. Dalam kehidupan dunia, sesama manusia harus saling menghormati, bersederajat, tolong-menolong dan bekerjasama untuk kebaikan bersama, toleran, dan adil. Predikat sebagai *Khalifah* ini juga menugaskan manusia untuk mengolah alam yang telah diciptakan Allah demi kemaslahatannya. Sebagaimana tertuang dalam Al-Qur'an surat Al-Hud ayat 61 berikut ini :

۞ وَإِلَىٰ ثَمُودَ أَخَاهُمۡ صَـٰلِحًاۚ قَالَ يَـٰقَوۡمِ ٱعۡبُدُواْ ٱللَّهَ مَا لَكُم مِّنۡ إِلَـٰهٍ غَيۡرُهُۥۖ هُوَ أَنشَأَكُم مِّنَ

ٱلْأَرْضِ وَٱسْتَعْمَرَكُمْ فِيهَا فَٱسْتَغْفِرُوهُ ثُمَّ تُوبُوٓا۟ إِلَيْهِ ۚ إِنَّ رَبِّى قَرِيبٌ مُّجِيبٌ ﴿٦١﴾

Artinya : Dan kepada Tsamud (Kami utus) saudara mereka shaleh. Shaleh berkata: "Hai kaumku, sembahlah Allah, sekali-kali tidak ada bagimu Tuhan selain Dia. dia Telah menciptakan kamu dari bumi (tanah) dan menjadikan kamu pemakmurnya, Karena itu mohonlah ampunan-Nya, Kemudian bertobatlah kepada-Nya, Sesungguhnya Tuhanku amat dekat (rahmat-Nya) lagi memperkenankan (doa hamba-Nya)."

BAB III

PEMBAHASAN

Di dalam bab ini akan ditunjukkan masing-masing bentuk graf komplit K_p yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral*-2n. Grup *dihedral*-2n dengan operasi "$\circ$" terlebih dahulu akan dicari elemen-elemen komutatifnya. Kemudian digambarkan graf *commuting*-nya dimana $3 \leq n \leq 8$. Setelah graf *commuting* dari grup *dihedral*-2n digambarkan, maka akan ditentukan graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{2n}, \Omega)$ dengan $1 \leq p \leq n$ dan $n, p \in \mathbb{N}$.

3.1 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral*-6

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral*-6 yaitu $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Berdasarkan elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral*-6.

Tabel 3.1 : Tabel Cayley dari Grup *Dihedral*-6

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	1	sr^2	s	sr
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	1	r	sr	sr^2	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	s	r^2	1	r
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	s	sr	r	r^2	1

(Sumber : Halim, 2011:30)

Berdasarkan tabel *Cayley* di atas dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral*-6 dengan operasi "$\circ$". Sehingga dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

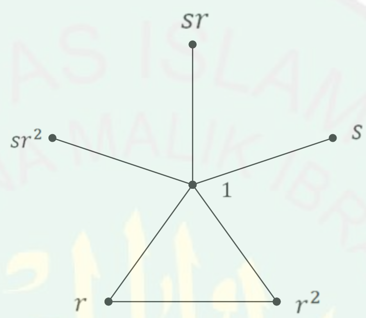
1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad 1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-6* dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3.1 : Graf *commuting* dari Grup *Dihedral-6*

Banyaknya graf komplit K_p yang dapat dimuat berdasarkan $C(D_6, \Omega)$ pada gambar 3.1 di atas dapat dilihat pada tabel 3.2 di bawah ini :

Tabel 3.2 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-6*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	6
K_2	6
K_3	1

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_6, \Omega)$ dapat dilihat pada lampiran.

3.2 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-8*

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral-8* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Berdasarkan elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral-8* sebagai berikut :

Tabel 3.3 : Tabel *Cayley* dari Grup *Dihedral-8*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

(Sumber : Halim, 2011:42)

Berdasarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral-8* dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral-8* dengan operasi " $\circ$ ". Dan diperoleh beberapa kesimpulan yaitu :

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad 1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$$

$$sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$$

3. r^2 komutatif dengan elemen sr^i,

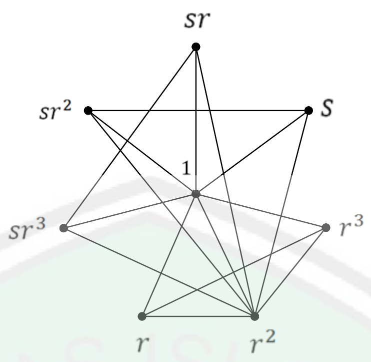
$$s \circ r^2 = r^2 \circ s \qquad sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ sr^2$$

$$sr \circ r^2 = r^2 \circ sr \qquad sr^3 \circ r^2 = r^2 \circ sr^3$$

4. Elemen sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$,

$$s \circ sr^2 = sr^2 \circ s \qquad sr \circ sr^3 = sr^3 \circ sr$$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-8* dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3.2 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-8*

Banyaknya graf komplit K_p yang dapat dimuat berdasarkan $C(D_8, \Omega)$ pada gambar 3.2 dapat dilihat pada tabel 3.4 di bawah ini :

Tabel 3.4 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-8*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	8
K_2	16
K_3	12
K_4	3

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_6, \Omega)$ dapat dilihat pada lampiran

3.3 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-10*

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral-10* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Berdasarkan elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral-10*.

Tabel 3.5 : Tabel Cayley dari Grup *Dihedral-10*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

(Sumber : Halim, 2011:31)

Berdasarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral-10* dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral-10* dengan operasi "$\circ$". Sehingga menghasilkan beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r \qquad r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$$

$$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^4 = r^4 \circ r$$

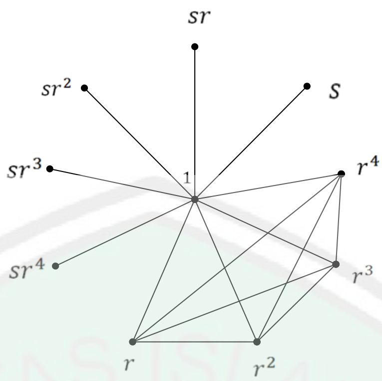
$$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1 \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2 \qquad sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$$

$$sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-10* dapat disajikan sebagai berikut :



Gambar 3.3 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-10*

Banyaknya graf komplit K_p yang dapat dimuat berdasarkan $C(D_{10},\Omega)$ pada gambar 3.3 dapat dilihat pada tabel 3.6 di bawah ini :

Tabel 3.6 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-10*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	10
K_2	15
K_3	10
K_4	5
K_5	1

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{10},\Omega)$ dapat dilihat pada lampiran.

3.4 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-12*

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral-12* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Berdasarkan elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral-12*.

Tabel 3.7 : Tabel *Cayley* dari Grup *Dihedral-12*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

(Sumber : Halim, 2011:46)

Berdasarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral-12* dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral-12* dengan operasi " $\circ$ ". Dan diperoleh kesimpulan :

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r \qquad r^2 \circ r^5 = r^5 \circ r^2$$

$$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^4 = r^4 \circ r \qquad r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$$

$$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1 \qquad r \circ r^5 = r^5 \circ r \qquad r^3 \circ r^5 = r^5 \circ r^3$$

$$1 \circ r^5 = r^5 \circ 1 \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2 \qquad r^4 \circ r^5 = r^5 \circ r^4$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2 \qquad sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$$

$$sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3 \qquad sr^5 \circ 1 = 1 \circ sr^5$$

3. r^3 komutatif dengan elemen sr^i,

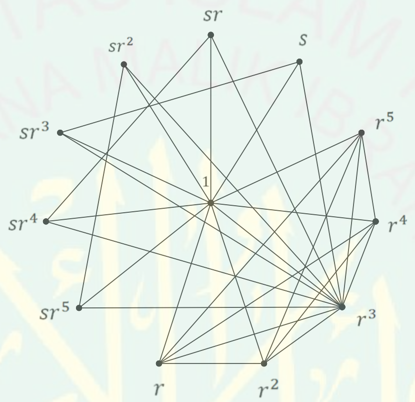
$$s \circ r^3 = r^3 \circ s \qquad sr^2 \circ r^3 = r^3 \circ sr^2 \qquad sr^4 \circ r^3 = r^3 \circ sr^4$$

$$sr \circ r^3 = r^3 \circ sr \qquad sr^3 \circ r^3 = r^3 \circ sr^3 \qquad sr^5 \circ r^3 = r^3 \circ sr^5$$

4. Elemen sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$,

$$s \circ sr^3 = sr^3 \circ s \qquad sr \circ sr^4 = sr^4 \circ sr \qquad sr^2 \circ sr^5 = sr^5 \circ sr^2$$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-12* dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3.4 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-12*

Banyaknya graf komplit K_p yang dapat dimuat berdasarkan $C(D_{12}, \Omega)$ pada gambar 3.4 dapat dilihat pada tabel 3.8 di bawah ini :

Tabel 3.8 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-12*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	12
K_2	30
K_3	32
K_4	18
K_5	6
K_6	1

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{12}, \Omega)$ dapat dilihat pada lampiran.

3.5 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-14*

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral-14* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Berdasarkan elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral-14*.

Tabel 3.9 : Tabel *Cayley* dari Grup *Dihedral-14*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{r^6}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$	$\boldsymbol{sr^6}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
$\boldsymbol{r^6}$	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	$\_^3$	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
$\boldsymbol{sr^6}$	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

(Sumber : Halim, 2011:37)

Berdasarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral-14* dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral-14* dengan operasi "$\circ$". Dari tabel diatas diperoleh kesimpulan :

1. Elemen r^i saling komutatif,

$1 \circ r = r \circ 1$	$r \circ r^3 = r^3 \circ r$	$r^2 \circ r^6 = r^6 \circ r^2$
$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1$	$r \circ r^4 = r^4 \circ r$	$r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$
$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1$	$r \circ r^5 = r^5 \circ r$	$r^3 \circ r^5 = r^5 \circ r^3$
$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1$	$r \circ r^6 = r^6 \circ r$	$r^3 \circ r^6 = r^6 \circ r^3$
$1 \circ r^5 = r^5 \circ 1$	$r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$	$r^4 \circ r^5 = r^5 \circ r^4$

$1 \circ r^6 = r^6 \circ 1$ $\quad$ $r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$ $\quad$ $r^4 \circ r^6 = r^6 \circ r^4$

$r \circ r^2 = r^2 \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ r^5 = r^5 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ r^6 = r^6 \circ r^5$

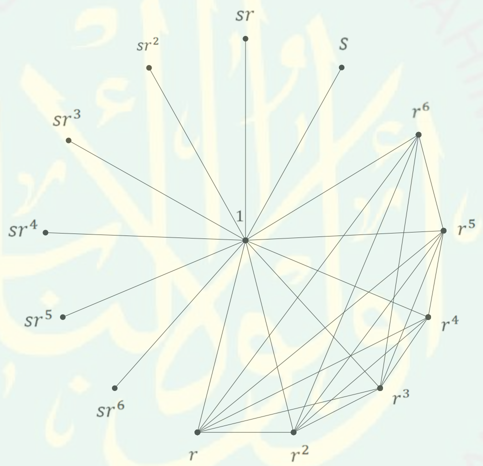
2. 1 komutatif dengan elemen sr^i

$s \circ 1 = 1 \circ s$ $\quad$ $sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$ $\quad$ $sr^6 \circ 1 = 1 \circ sr^6$

$sr \circ 1 = 1 \circ sr$ $\quad$ $sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$

$sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$ $\quad$ $sr^5 \circ 1 = 1 \circ sr^5$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-14* dapat disajikan sebagai berikut :



Gambar 3.5 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-14*

Berdasarkan $C(D_{14}, \Omega)$ pada gambar 3.5 maka didapat :

Tabel 3.10 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-14*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	14
K_2	28
K_3	35
K_4	35
K_5	21
K_6	7
K_7	1

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Tabel 3.10 di atas memuat banyaknya graf komplit K_p pada $C(D_{14}, \Omega)$ sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{14}, \Omega)$ dapat dilihat pada lampiran.

3.6 Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-16*

Elemen-elemen pembangun dari grup *dihedral-16* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7\}$. Dari elemen-elemen pembangunnya tersebut, maka diperoleh tabel *Cayley* dari grup *dihedral-16*.

Tabel 3.11 : Tabel *Cayley* dari Grup *Dihedral-16*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{r^6}$	$\boldsymbol{r^7}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$	$\boldsymbol{sr^6}$	$\boldsymbol{sr^7}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^6}$	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
$\boldsymbol{r^7}$	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
$\mathbf{1}\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^6}$	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
$\boldsymbol{sr^7}$	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

(Sumber : Halim, 2011:37)

Berdasarkan tabel *Cayley* dari grup *dihedral-16* dapat dengan mudah diketahui elemen-elemen komutatif dari grup *dihedral-16* dengan operasi "$\circ$". Sehingga diperoleh kesimpulan :

1. Elemen r^i saling komutatif,

$1 \circ r = r \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^5 = r^5 \circ r$ $\qquad$ $r^3 \circ r^6 = r^6 \circ r^3$

$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^6 = r^6 \circ r$ $\qquad$ $r^3 \circ r^7 = r^7 \circ r^3$

$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^7 = r^7 \circ r$ $\qquad$ $r^4 \circ r^5 = r^5 \circ r^4$

$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1$	$r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$	$r^4 \circ r^6 = r^6 \circ r^4$
$1 \circ r^5 = r^5 \circ 1$	$r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$	$r^4 \circ r^7 = r^7 \circ r^4$
$1 \circ r^6 = r^6 \circ 1$	$r^2 \circ r^5 = r^5 \circ r^2$	$r^5 \circ r^6 = r^6 \circ r^5$
$1 \circ r^7 = r^7 \circ 1$	$r^2 \circ r^6 = r^6 \circ r^2$	$r^5 \circ r^7 = r^7 \circ r^5$
$r \circ r^2 = r^2 \circ r$	$r^2 \circ r^7 = r^7 \circ r^2$	$r^6 \circ r^7 = r^7 \circ r^6$
$r \circ r^3 = r^3 \circ r$	$r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$	
$r \circ r^4 = r^4 \circ r$	$r^3 \circ r^5 = r^5 \circ r^3$	

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$s \circ 1 = 1 \circ s$	$sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$	$sr^6 \circ 1 = 1 \circ sr^6$
$sr \circ 1 = 1 \circ sr$	$sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$	$sr^7 \circ 1 = 1 \circ sr^7$
$sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$	$sr^5 \circ 1 = 1 \circ sr^5$	

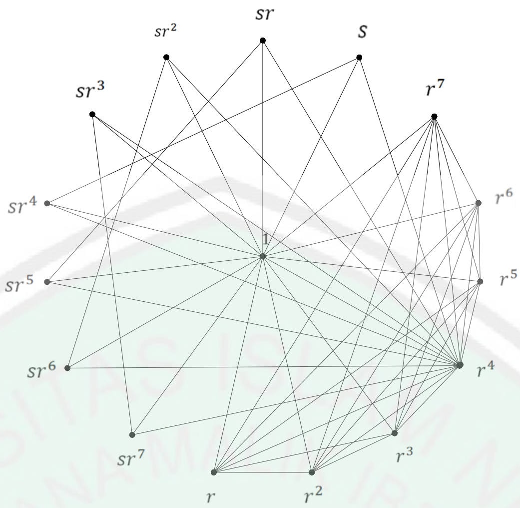
3. r^4 komutatif dengan elemen sr^i,

$s \circ r^4 = r^4 \circ s$	$sr^3 \circ r^4 = r^4 \circ sr^3$	$sr^6 \circ r^4 = r^4 \circ sr^6$
$sr \circ r^4 = r^4 \circ sr$	$sr^4 \circ r^4 = r^4 \circ sr^4$	$sr^7 \circ r^4 = r^4 \circ sr^7$
$sr^2 \circ r^4 = r^4 \circ sr^2$	$sr^5 \circ r^4 = r^4 \circ sr^5$	

4. Elemen sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$,

$s \circ sr^4 = sr^{4} \circ s$	$sr^2 \circ sr^6 = sr^{6} \circ sr^2$
$sr \circ sr^5 = sr^{5} \circ sr$	$sr^3 \circ sr^7 = sr^{7} \circ sr^3$

Berdasarkan kesimpulan-kesimpulan yang didapat, maka graf *commuting* dari grup *dihedral-16* dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3.6 : Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-16*

Banyaknya graf komplit K_p yang dapat dimuat berdasarkan $C(D_{16}, \Omega)$ pada gambar 3.6 dapat dilihat pada tabel 3.12 di bawah ini :

Tabel 3.12 : Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-16*

Graf Komplit K_p	Banyaknya Graf Komplit K_p yang Termuat
K_1	16
K_2	48
K_3	72
K_4	39
K_5	56
K_6	28
K_7	8
K_8	1

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Sedangkan untuk masing-masing graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{16}, \Omega)$ dapat dilihat pada lampiran.

3.7 Pola yang Didapat dari Banyaknya Graf Komplit pada $C(D_{2n}, \Omega)$

Setelah diketahui masing–masing graf komplit K_p dari $C(D_{2n}, \Omega)$, maka dapat diketahui banyaknya graf komplit yang termuat pada $C(D_{2n}, \Omega)$ tersebut. Apabila n adalah banyaknya sisi pada poligon beraturan yang memiliki $2n$ simetri yang berbeda yaitu n simetri rotasi dan n simetri refleksi dari grup *dihedral-2n* untuk setiap $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. Dengan $p \leq n$, $p \in \mathbb{N}$ maka banyaknya graf komplit K_p dari $C(D_{2n}, \Omega)$ adalah pada tabel 3.13 di bawah ini.

Tabel 3.13 : Banyaknya K_p dari $C(D_{2n}, \Omega)$ dengan n Ganjil

D_{2n}	K_p							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_p
$n = 3$	6	$C_2^3 + 3$	C_3^3	-	-	-	-	-
$n = 5$	10	$C_2^5 + 5$	C_3^5	C_4^5	C_5^5	-	-	-
$n = 7$	14	$C_2^7 + 7$	C_3^7	C_4^7	C_5^7	C_6^7	C_7^7	-
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$2n$	$C_2^n + n$	C_3^n	C_4^n	C_5^n	C_6^n	C_7^n	C_p^n

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Tabel 3.14 : Banyaknya K_p dari $C(D_{2n}, \Omega)$ dengan n Genap

D_{2n}	K_p								
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_p
$n = 4$	8	$C_2^4 + \frac{5 \cdot 4}{2}$	$C_3^4 + 2 \cdot 4$	$C_4^4 + \frac{4}{2}$	-	-	-	-	-
$n = 6$	12	$C_2^6 + \frac{5 \cdot 6}{2}$	$C_3^6 + 2 \cdot 6$	$C_4^6 + \frac{4}{2}$	C_5^6	C_6^6	-	-	-
$n = 8$	16	$C_2^8 + \frac{5 \cdot 8}{2}$	$C_3^8 + 2 \cdot 8$	$C_4^8 + \frac{4}{2}$	C_5^8	C_6^8	C_7^8	C_8^8	-
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$2n$	$C_2^n + \frac{5n}{2}$	$C_3^n + 2n$	$C_4^n + \frac{n}{2}$	C_5^n	C_6^n	C_7^n	C_8^n	C_p^n

(Sumber : Hasil analisa penulis)

Berdasarkan tabel di atas, maka didapatkan :

Teorema 1

Jika $G = C(D_{2n}, \Omega)$, maka banyaknya K_1 di G adalah $2n$, $n \in \mathbb{N}$.

Bukti

Elemen $(D_{2n}, \circ)$ adalah $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, sr^3, \ldots, sr^{n-1}\}$.

Karena banyaknya anggota dari $(D_{2n}, \circ)$ adalah $2n$,

Maka banyaknya K_1 pada $(D_{2n}, \circ)$ adalah $2n$, Jadi banyaknya K_1 pada $C(D_{2n},\Omega)$ adalah sebanyak $2n$.

Teorema 2

Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n ganjil, $n \in \mathbb{N}$ maka :

i. Banyaknya K_2 di G adalah $C_2^n + n$

ii. Banyaknya K_p di G adalah $\begin{cases} C_p^n & untuk\ 3 \leq p < n, p \in \mathbb{N} \\ 1 & untuk\ n = p \end{cases}$

Bukti

i. Banyaknya K_2 pada $C(D_{2n},\Omega)$ dengan n ganjil merupakan pasangan 2 elemen dari $(D_{2n},\circ)$ yang saling komutatif.

Berdasarkan subgrup-subgrupnya maka :

a. Pada sugrup $(\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}\},\circ)$,

elemen anggotanya saling komutatif dengan banyaknya anggota sebanyak n.

Maka banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}\},\circ)$ adalah sebanyak C_2^n.

b. Pada subgrup

$\{(\{1, s\},\circ), (\{1, sr\},\circ), (\{1, sr^2\},\circ), (\{1, sr^3\},\circ), \dots, (\{1, sr^{n-1}\},\circ)\}$

anggota pada setiap subgrup saling komutatif dan sebanyak n. Maka:

banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1, s\},\circ)$ adalah sebanyak 1

banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1, sr\},\circ)$ adalah sebanyak 1

banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1, sr^2\},\circ)$ adalah sebanyak 1

$\vdots$ $\vdots$

banyaknya K_2 pada Subgrup $(\{1, sr^{n-1}\},\circ)$ adalah sebanyak 1

Maka banyaknya K_2 pada subgrup

$$\{(\{1,s\},\circ),(\{1,sr\},\circ),(\{1,sr^2\},\circ),(\{1,sr^3\},\circ),\dots,(\{1,sr^{n-1}\},\circ)\}$$

adalah sebanyak n.

Jadi banyaknya K_2 pada $C(D_{2n},\Omega)$ adalah sebanyak $C_2^n + n$

ii. Elemen dari $(D_{2n},\circ)$ adalah $\{1,r,r^2,r^3,\dots,r^{n-1},s,sr,sr^2,sr^3,\dots,sr^{n-1}\}$.

Pada $(D_{2n},\circ)$ dengan n ganjil dan $n \in \mathbb{N}$, subgrup-subgrupnya adalah :

$$(\{1\},\circ)$$

$$(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1}\},\circ)$$

$$\{(\{1,s\},\circ),(\{1,sr\},\circ),(\{1,sr^2\},\circ),(\{1,sr^3\},\circ),\dots,(\{1,sr^{n-1}\},\circ)\}$$

$$(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1},s,sr,\dots,sr^{n-1}\},\circ)$$

Karena pada $(D_{2n},\circ)$ subgrup sejati yang elemennya saling komutatif hanya $(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1}\},\circ)$ dengan banyaknya elemen adalah sebanyak n.

Maka pada $(D_{2n},\circ)$ grup komplit dengan order n adalah sebanyak 1.

Jika $n = p$, dan K_p adalah graf komplit pada $C(D_{2n},\Omega)$,

maka graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{2n},\Omega)$ sebanyak 1.

Karena $(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1}\},\circ)$ saling komutatif dengan n elemen anggota, maka subgrup $(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1}\},\circ)$ pada $(D_{2n},\circ)$ memuat graf komplit dengan n order.

Sehingga pada $C(D_{2n},\Omega)$ juga memuat graf komplit dengan p order.

Pada K_p :

Karena $(\{1,r,r^2,\dots,r^{n-1}\},\circ)$ saling komutatif dengan n elemen anggota,

Maka setiap 2 titik pada K_p saling terhubung langsung.

Sehingga terdapat $K_1, K_2, K_3, K_4, \dots, K_{p-1}$ pada K_p.

Jadi :

Banyaknya K_{p-1} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p}{1!} = \frac{p!}{1!(p-1)} = C_{p-1}^{p} = p$

Banyaknya K_{p-2} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)}{2!} = \frac{p!}{2!(p-2)} = C_2^p$

Banyaknya K_{p-3} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)}{3!} = \frac{p!}{3!(p-3)} = C_3^p$

Banyaknya K_{p-4} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{4!} = \frac{p!}{4!(p-4)} = C_4^p$

Banyaknya K_{p-5} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)(p-4)}{5!} = \frac{p!}{5!(p-5)} = C_5^p$

$\vdots$ $\vdots$

Banyaknya K_3 pada K_p adalah sebanyak $\frac{p!}{3!(p-3)!} = C_{p-3}^{p}$

Grup dihedral dengan n ganjil dimana $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, memuat K_p pada $C(D_{2n}, \Omega)$.

Karena K_p termuat pada $(D_{2n}, \circ)$, maka :

K_p dengan order sebanyak p dibentuk dari n elemen dari $(D_{2n}, \circ)$.

Karena pada $(D_{2n}, \circ)$ dengan n ganjil bangun ruang terkecil adalah sebuah segitiga dengan sisi sebanyak 3, dengan subgrupnya yaitu $\{1, r, r^2\}$.

Maka untuk $p \geq 3$:

Banyaknya K_p yang termuat pada $C(D_{2n}, \Omega)$ dari $(D_{2n}, \circ)$ adalah C_p^n.

Teorema 3

Jika $G = C(D_{2n}, \Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n genap, $n \in \mathbb{N}$ maka :

i. Banyaknya K_2 di G adalah $C_2^n + \frac{5n}{2}$

ii. Banyaknya K_3 di G adalah $C_3^n + 2n$

iii. Banyaknya K_4 di G adalah $C_4^n + \frac{n}{2}$

Untuk $p > 4, p \in \mathbb{N}$

iv. Banyaknya $K_p = \begin{cases} C_p^n & untuk\ p < n \\ 1 & untuk\ p = n \end{cases}$

Bukti

i. Elemen $(D_{2n},\circ)$ adalah $\{1, r, r^2, r^3,,, r^{n-1}, s, sr, sr^2, sr^3,,, sr^{n-1}\}$.

Banyaknya K_2 pada $C(D_{2n}, \Omega)$ adalah pasangan 2 elemen pada subgrup $(D_{2n},\circ)$ yang saling komutatif, yaitu :

a. Karena subgrup $(\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}\},\circ)$ saling komutatif dengan anggota sebanyak n. Maka banyaknya K_2 pada $(\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}\},\circ)$ adalah sebanyak C_2^n.

b. Pada $\left((\{1 \circ s\},\circ), (\{1 \circ sr\},\circ), (\{1 \circ sr^2\},\circ), \dots, (\{1 \circ sr^{n-1}\},\circ)\right)$ anggota pada setiap subgrupnya saling komutatif, maka :

Banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1 \circ s\},\circ)$ adalah sebanyak 1

Banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1 \circ sr\},\circ)$ adalah sebanyak 1

Banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1 \circ sr^2\},\circ)$ adalah sebanyak 1

$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$

Banyaknya K_2 pada subgrup $(\{1 \circ sr^{n-1}\},\circ)$ adalah sebanyak 1

Karena $\left((\{1 \circ s\},\circ), (\{1 \circ sr\},\circ), (\{1 \circ sr^2\},\circ), \dots, (\{1 \circ sr^{n-1}\},\circ)\right)$ sebanyak n, maka banyaknya K_2 pada

$$\left((\{1 \circ s\},\circ), (\{1 \circ sr\},\circ), (\{1 \circ sr^2\},\circ), \dots, (\{1 \circ sr^{n-1}\},\circ)\right)$$

Adalah sebanyak n.

c. Pada $\left(\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ s\right\},\circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr\right\},\circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^2\right\},\circ\right), \dots, \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^{n-1}\right\},\circ\right)\right)$

anggota pada setiap subgrupnya saling komutatif, maka :

Banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ s\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

Banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

Banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^2\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

$\vdots$ $\vdots$

Banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^{n-1}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

Karena $\left(\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ s\right\}, \circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr\right\}, \circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^2\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^{n-1}\right\}, \circ\right)\right)$

Sebanyak n, maka banyaknya K_2 pada

$$\left(\left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ s\right\}, \circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr\right\}, \circ\right), \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^2\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{r^{\frac{n}{2}} \circ sr^{n-1}\right\}, \circ\right)\right)$$

adalah sebanyak n.

d. Pada $(D_{2n}, \circ)$ sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$, $0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1$. Yaitu :

$$\left(\left(\left\{s \circ sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{sr \circ sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{sr^2 \circ sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{sr^i \circ sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Karena anggota pada setiap grupnya saling komutatif, maka :

banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{s \circ sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

banyaknya K_2 pada subgrup$\left(\left\{sr \circ sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{sr^2 \circ sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

$\vdots$ $\vdots$

banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{sr^i \circ sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

banyaknya K_2 pada subgrup $\left(\left\{sr^i \circ sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak 1

Karena subrup

$$\left(\left(\left\{s \circ sr^{\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{sr \circ sr^{1+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{sr^2 \circ sr^{2+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\dots,\left(\left\{sr^i \circ sr^{i+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)\right)$$

adalah sebanyak $\frac{n}{2}$. Maka banyaknya K_2 pada :

$$\left(\left(\left\{s \circ sr^{\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{sr \circ sr^{1+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{sr^2 \circ sr^{2+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\dots,\left(\left\{sr^i \circ sr^{i+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)\right)$$

Adalah sebanyak $\frac{n}{2}$.

Jadi banyaknya K_2 pada $C(D_{2n},\Omega) = C_2^n + n + n + \frac{n}{2} = C_2^n + \frac{5n}{2}$

ii. Banyaknya K_3 dengan n genap, $n \in \mathbb{N}$ adalah pasangan 3 elemen pada subgrup-subgrupnya yang saling komutatif.

a. Karena subgrup $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\},\circ)$ elemen anggotanya saling komutatif dengan banyaknya elemen anggota sebanyak n.

Maka banyaknya K_3 pada $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\},\circ)$ adalah sebanyak C_3^n.

b. Karena 1 dan $r^{\frac{n}{2}}$ membentuk subgrup yang saling komutatif dengan 4 elemen anggota pada $(s, sr, sr^2, sr^3,,, sr^{n-1})$, yaitu :

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right),\dots,\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)\right)$$

Karena anggota pada setiap grupnya saling komutatif maka :

banyaknya K_3 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)$ adalah sebanyak C_3^4

banyaknya K_3 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)$ adalah sebanyak C_3^4

banyaknya K_3 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\},\circ\right)$ adalah sebanyak C_3^4

$\vdots$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\vdots$

banyaknya K_3 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak C_3^4

Karena banyaknya elemen pada $(s, sr, sr^2, sr^3, , , sr^{n-1})$ adalah sebanyak n. Maka subgrup

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Adalah sebanyak $\frac{n}{2}$,

Maka banyaknya K_3 pada

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Adalah sebanyak $\frac{n}{2} . C_3^4 = 2n.$

Jadi banyaknya K_3 pada $C(D_{2n}, \Omega)$ adalah sebanyak $C_3^n + 2n = C_3^n + 2n.$

iii. Banyaknya K_4 dengan n genap, $n \in \mathbb{N}$ adalah pasangan 4 elemen pada subgrup-subgrupnya yang saling komutatif.

a. Karena subgrup $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ elemen anggotanya saling kommutatif dengan banyaknya elemen sebanyak n.

Maka banyaknya K_4 pada $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ adalah sebanyak C_4^n.

b. Karena 1 dan $r^{\frac{n}{2}}$ membentuk subgrup yang saling komutatif dengan 4 elemen anggota pada $(s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1})$, maka didapat :

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Sehingga :

banyaknya K_4 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak C_4^4

banyaknya K_4 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak C_4^4

banyaknya K_4 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak C_4^4

$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$

banyaknya K_4 pada subgrup $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)$ adalah sebanyak C_4^4

Karena banyaknya elemen pada $(s, sr, sr^2, sr^3, , , sr^{n-1})$ adalah sebanyak n. Maka subgrup

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Adalah sebanyak $\frac{n}{2}$,

maka banyaknya K_4 pada

$$\left(\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, s, sr^{\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^{1+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^2, sr^{2+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right), \dots, \left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i, sr^{i+\frac{n}{2}}\right\}, \circ\right)\right)$$

Adalah sebanyak $\frac{n}{2} \,.\, C_4^4 = \frac{n}{2}$.

Jadi banyaknya K_4 pada $C(D_{2n}, \Omega)$ adalah sebanyak $C_4^n + \frac{n}{2}$.

iv. $(D_{2n}, \circ)$ dengan elemen anggota $\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$ memuat 1 subgrup sejati yaitu $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$.

Karena setiap elemen pada subgrup $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ saling komutatif dengan elemen anggota sebanyak n, maka subgrup $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ membentuk K_n sebanyak 1.

Jika $n = p$, maka banyaknya graf komplit K_p yang termuat pada $C(D_{2n}, \Omega)$ adalah sebanyak 1.

Subgrup $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ pada $(D_{2n}, \circ)$ memuat graf komplit dengan n order. Sehinggan pada $C(D_{2n}, \Omega)$ juga memuat graf komplit dengan p order.

Pada K_p :

Karena $(\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}, \circ)$ saling komutatif dengan n elemen anggota,

Maka setiap 2 titik pada K_p saling terhubung langsung.

Sehingga terdapat $K_1, K_2, K_3, K_4, \dots, K_{p-1}$ pada K_p.

Jadi :

Banyaknya K_{p-1} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p}{1!} = \frac{p!}{1!(p-1)} = C_{p-1}^{p} = p$

Banyaknya K_{p-2} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)}{2!} = \frac{p!}{2!(p-2)} = C_2^p$

Banyaknya K_{p-3} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)}{3!} = \frac{p!}{3!(p-3)} = C_3^p$

Banyaknya K_{p-4} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{4!} = \frac{p!}{4!(p-4)} = C_4^p$

Banyaknya K_{p-5} pada K_p adalah sebanyak $\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)(p-4)}{5!} = \frac{p!}{5!(p-5)} = C_5^p$

$\vdots \qquad\qquad \vdots$

Banyaknya K_5 pada K_p adalah sebanyak $\frac{p!}{5!(p-5)!} = C_{p-5}^{p}$

Grup dihedral dengan n ganjil dimana $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, memuat K_p pada $C(D_{2n}, \Omega)$.

Karena K_p termuat pada $(D_{2n}, \circ)$, maka :

K_p dengan order sebanyak p dibentuk dari n elemen dari $(D_{2n}, \circ)$.

Pada $(D_{2n}, \circ)$ dengan n genap, bangun ruang terkecil yang dibentuk adalah sebuah persegi dengan sisi sebanyak 4.

Pada $n = 4$ memiliki 3 subgrup dengan 4 elemen yaitu $(\{1, r, r^2, r^3\}, \circ)$, $(\{1, r^2, s, sr^2\}, \circ)$, $\left(\left\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr, sr^3\right\}, \circ\right)$.

Sehingga :

banyaknya K_p pada $C(D_{2n}, \Omega)$ dngan $p > 4$ adalah sebanyak C_p^n.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Apabila n adalah banyaknya sisi pada poligon beraturan yang memiliki $2n$ simetri yang berbeda yaitu n simetri rotasi dan n simetri refleksi dari grup *dihedral-2n* $(D_{2n},\circ)$ untuk setiap $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. Dengan $p \leq n$, $p \in \mathbb{N}$ maka banyaknya graf komplit K_p pada graf *commuting* dari grup *diheral-2n* $(C(D_{2n},\Omega))$ memiliki pola tertentu. Berdasarkan pembahasan pada bab sebelunya, maka didapat kesimpulan :

1. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$, maka banyaknya K_1 di G adalah $2n$
2. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n ganjil, maka :
   i. Banyaknya K_2 di G adalah $C_2^n + n$
   ii. Banyaknya K_p di G adalah $\begin{cases} C_p^n & untuk\ 3 \leq p < n \\ 1 & untuk\ n = p. \end{cases}$
3. Jika $G = C(D_{2n},\Omega)$ dengan $n \geq 3$ dimana n genap, maka :
   i. Banyaknya K_2 di G adalah $C_2^n + \frac{5n}{2}$
   ii. Banyaknya K_3 di G adalah $C_3^n + 2n$
   iii. Banyaknya K_4 di G adalah $C_4^n + \frac{n}{2}$

   Untuk $p > 4$,

   iv. Banyaknya K_p di G adalah $\begin{cases} C_p^n & untuk\ p < n \\ 1 & untuk\ p = n. \end{cases}$

4.2 Saran

Perlu diketahui bahwa kajian mengenai graf *commuting* bisa dikatakan masih baru. Maka dari itu masih banyak lagi kajian dalam bidang aljabar yang dapat diterapkan pada graf *commuting* ini. Peneliti yang ingin melakukan penelitian terhadap graf *commuting* ini dapat melakukan penelitian terhadap grup yang lain atau mengenai kajian graf yang belum diteliti pada graf *commuting* ini.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, Azizah, N.N., dan Nofandika, F.F.. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Boundy, D.. 2006. The Connectivity of Commuting Graphs. *Journal of Combinatorial Theory*. Seri A Halaman 995-1007.

Chartrand, G. dan Lesniak, L.. 1986. *Graph and Digraph 2nd Edition*. California: Wadsworth. Inc.

Chelvam, T.T., Selvakumar, K., dan Raja, S.. 2011. Commuting Graph on Dihedral Group. *The Journal of Matematics and Computer Science*. Volume 2 Halaman 402-404.

Dummit, D.S. dan Foot, R.M.. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Halim, F.A.. 2011. Dual Hypergraph Subgrup dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. *Tugas Akhir / Skripsi*. Tidak Diterbitkan. Malang. Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN MALIKI Malang.

Munir, R.. 2005. *Matemaitka Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.

Nawawi, N. dan Rowley, P.. 2012. On Commuting Graphs for Elements of Order 3 in Symmetric Groups. *School of Mathematics of Manchester Institute for Mathematical Science*. Halaman 1-13.

Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.

Sulandra, I.M.. 1996. *Struktur Aljabar 1 (Edisi Revisi)*. Malang: IKIP Malang.

Wilson, R.J. dan Watkins J.J.. 1989. *Graph: An Introductory Approach: A first Course in Discrete Mathematics*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345
Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Arief Nur Handika
NIM : 07610011
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Graf Komplit pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-2n*
Pembimbing I : Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Abdul Aziz, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	03 April 2013	Konsultasi BAB I dan II	1.
2.	12 April 2013	Revisi BAB I, II dan III	2.
3.	22 April 2013	Konsultasi Keagamaan	3.
4.	23 April 2013	Revisi Keagamaan	4.
5.	27 Juli 2013	Konsultasi BAB III	5.
6.	20 Agustus 2013	Revisi BAB III	6.
7.	21 Agustus 2013	Revisi BAB III	7
8.	27 Agustus 2013	Revisi Keagamaan	8.
9.	30 Agustus 2013	ACC Keagamaan Keseluruhan	9.
10.	30 Agustus 2013	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 30 Agustus 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

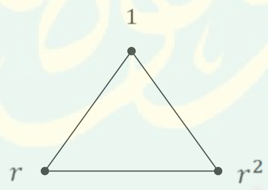
Lampiran 1

Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-6*

K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-6* meliputi :

K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-6* meliputi :

K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-6* meliputi :

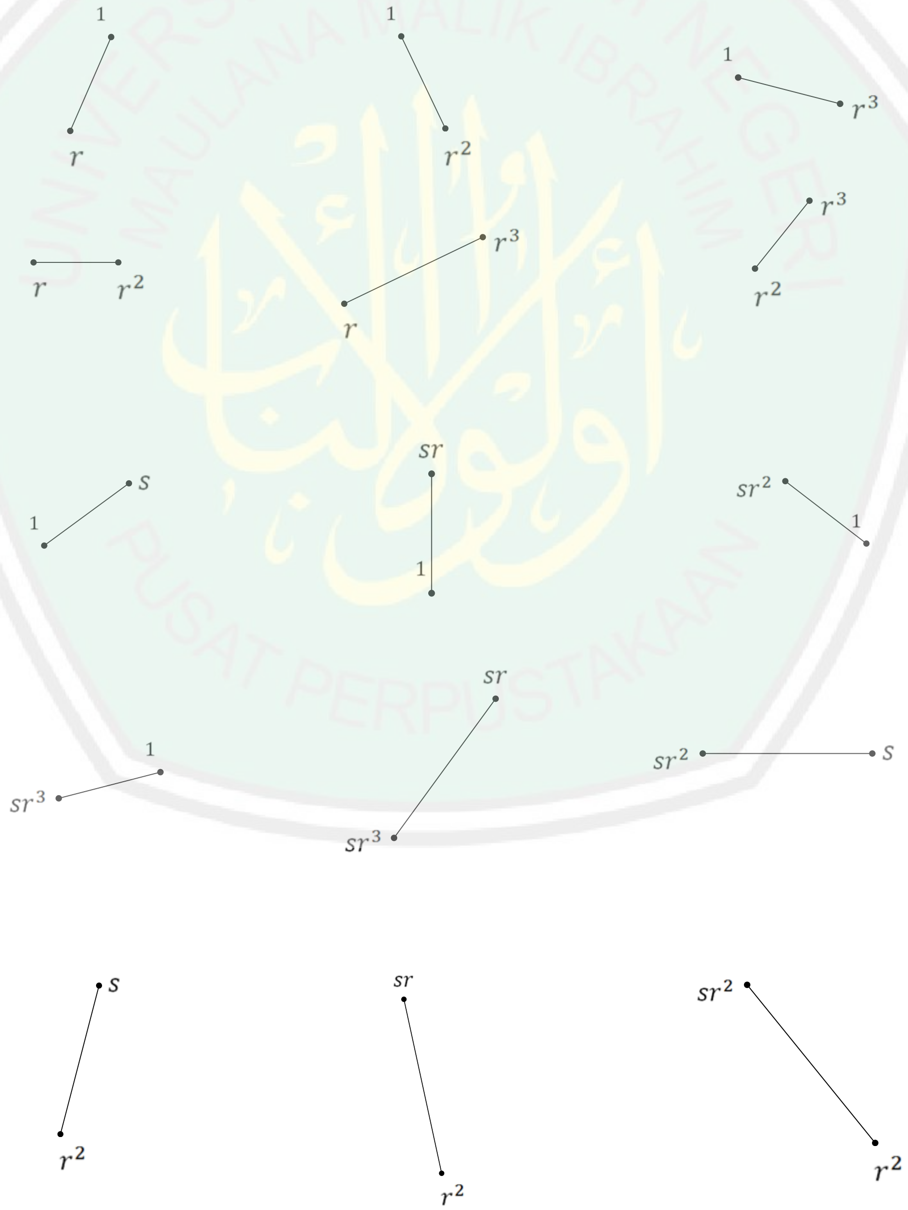


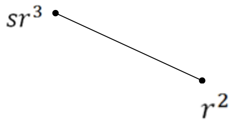
Lampiran 2

Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-8*

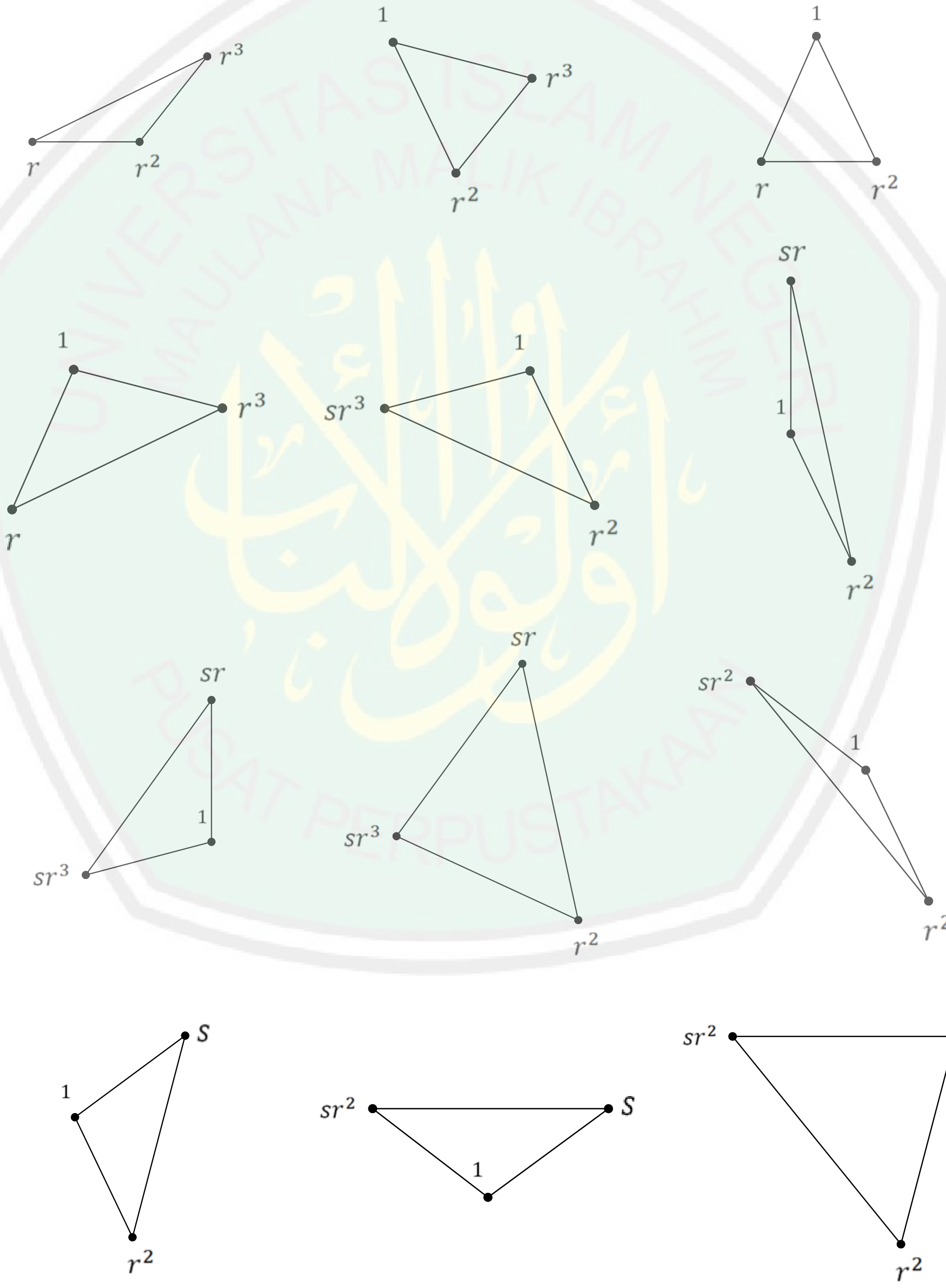
K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-8* meliputi :

K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-8* meliputi :

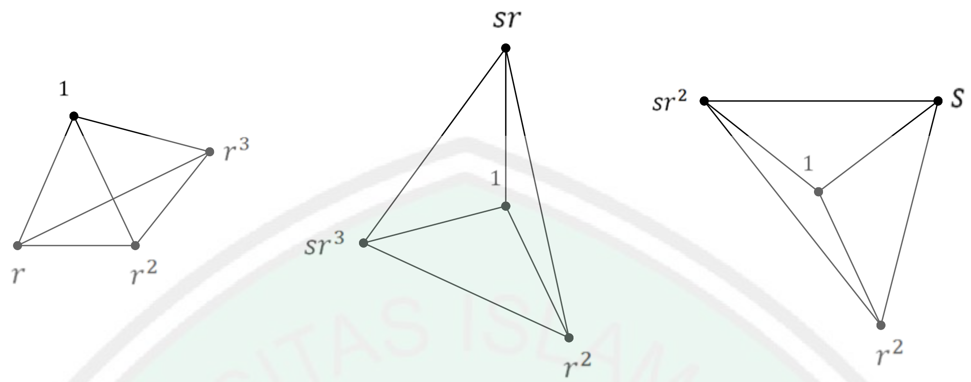




K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-8* meliputi :



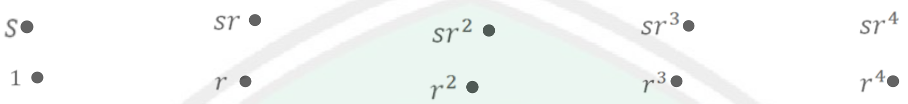
K_4 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-8* meliputi :



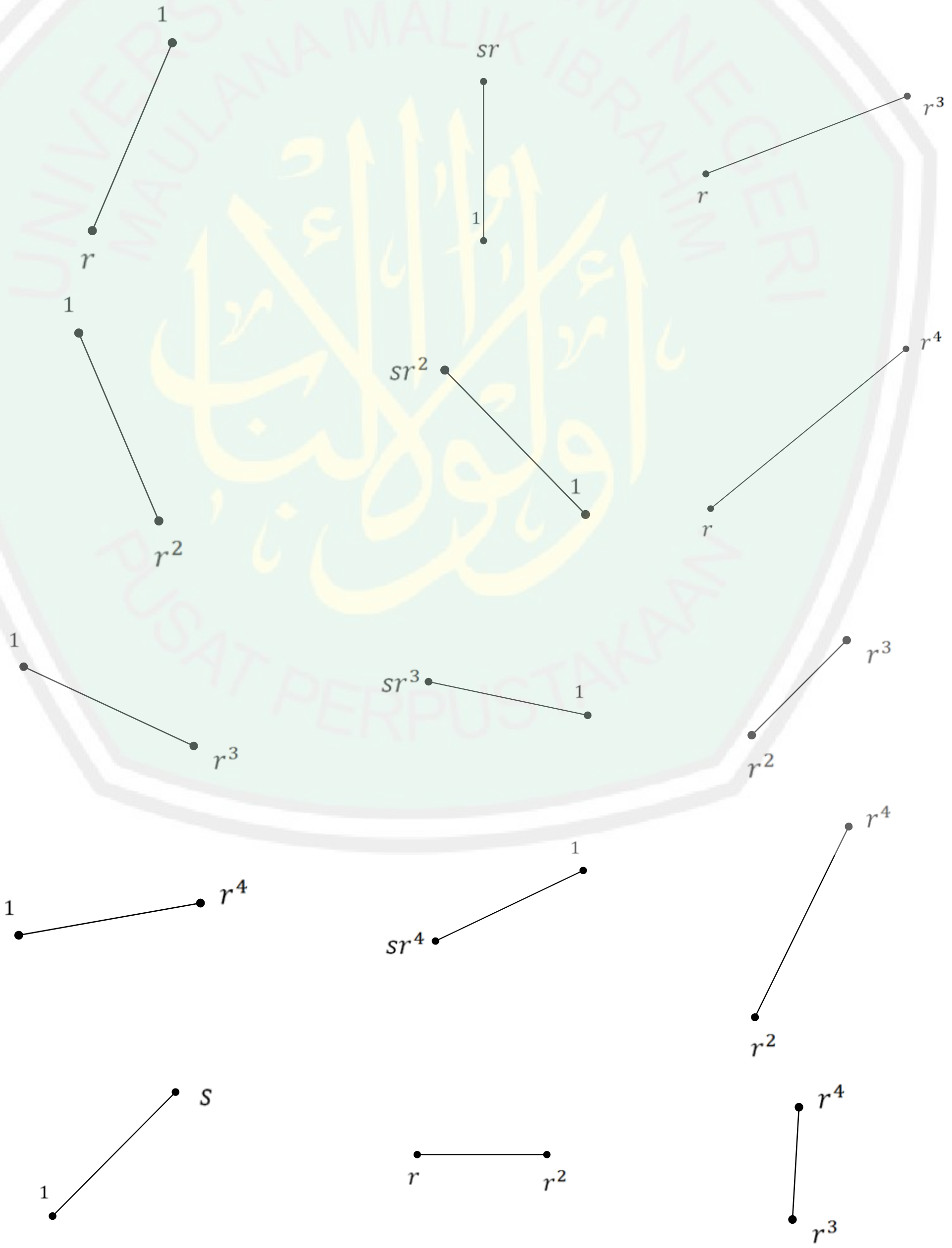
Lampiran 3

Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-10*

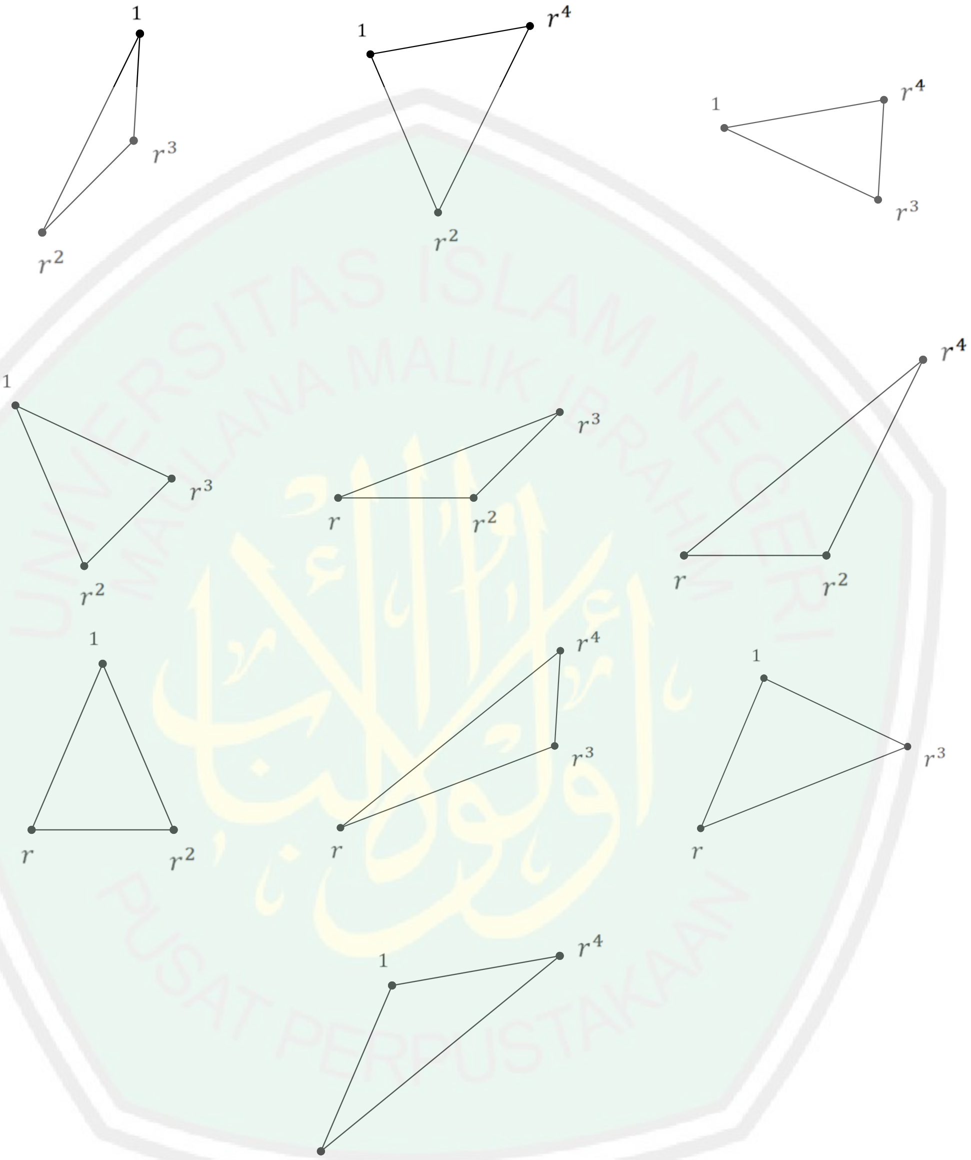
K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-10* meliputi :



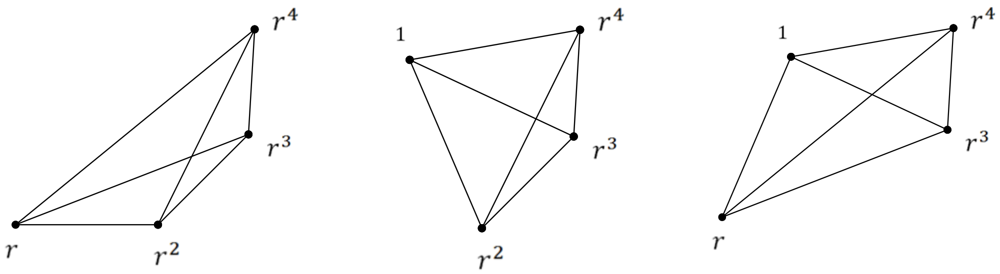
K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-10* meliputi :

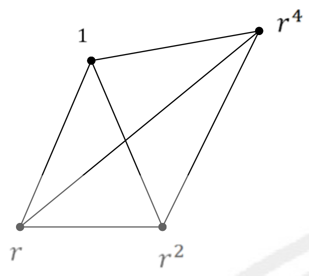


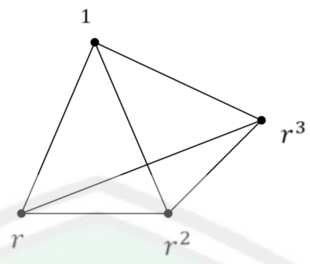
K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-10* meliputi :



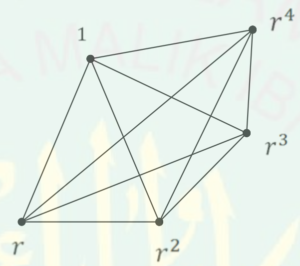
K_4 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-10* meliputi :







K_5 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-10* meliputi :

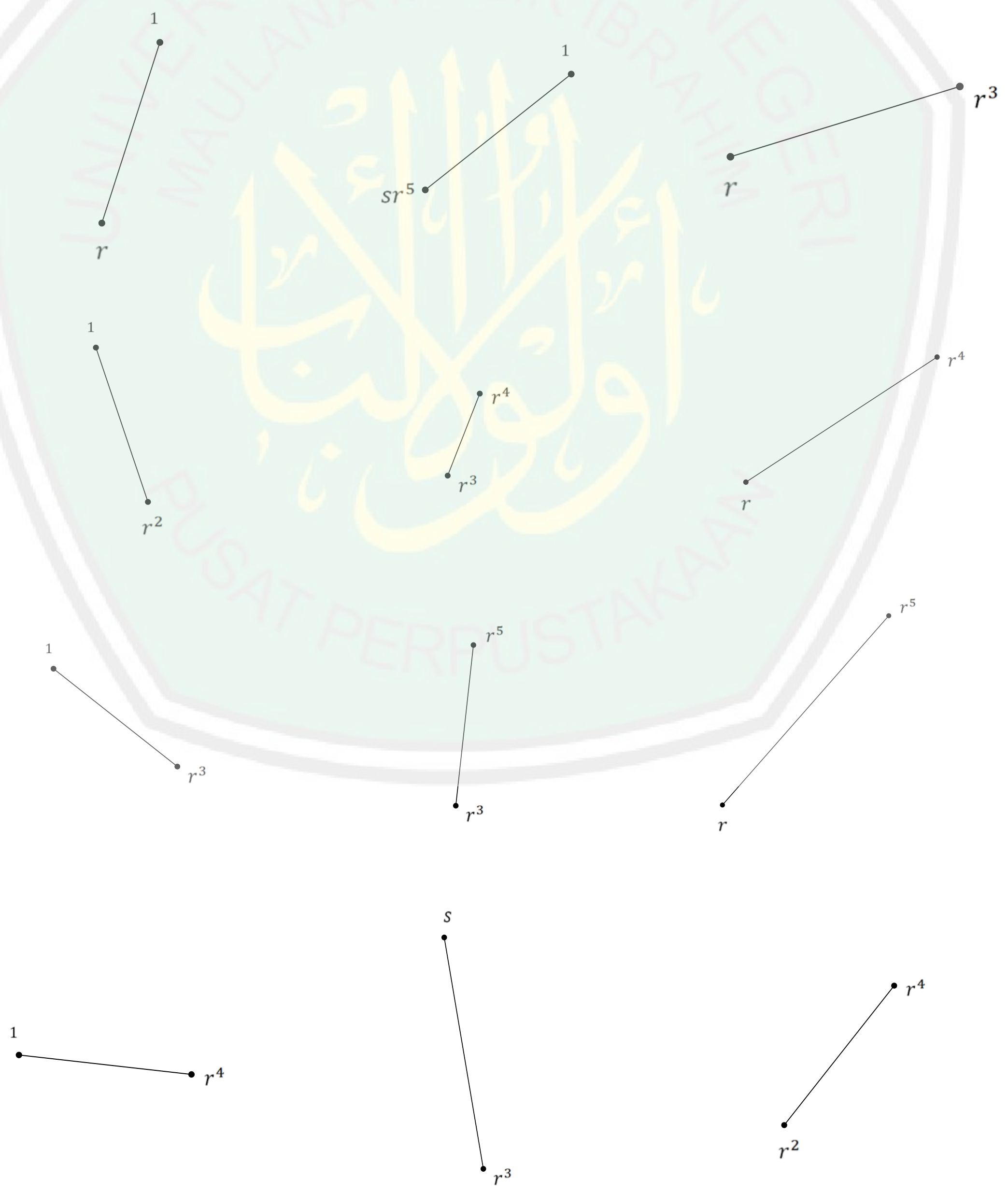


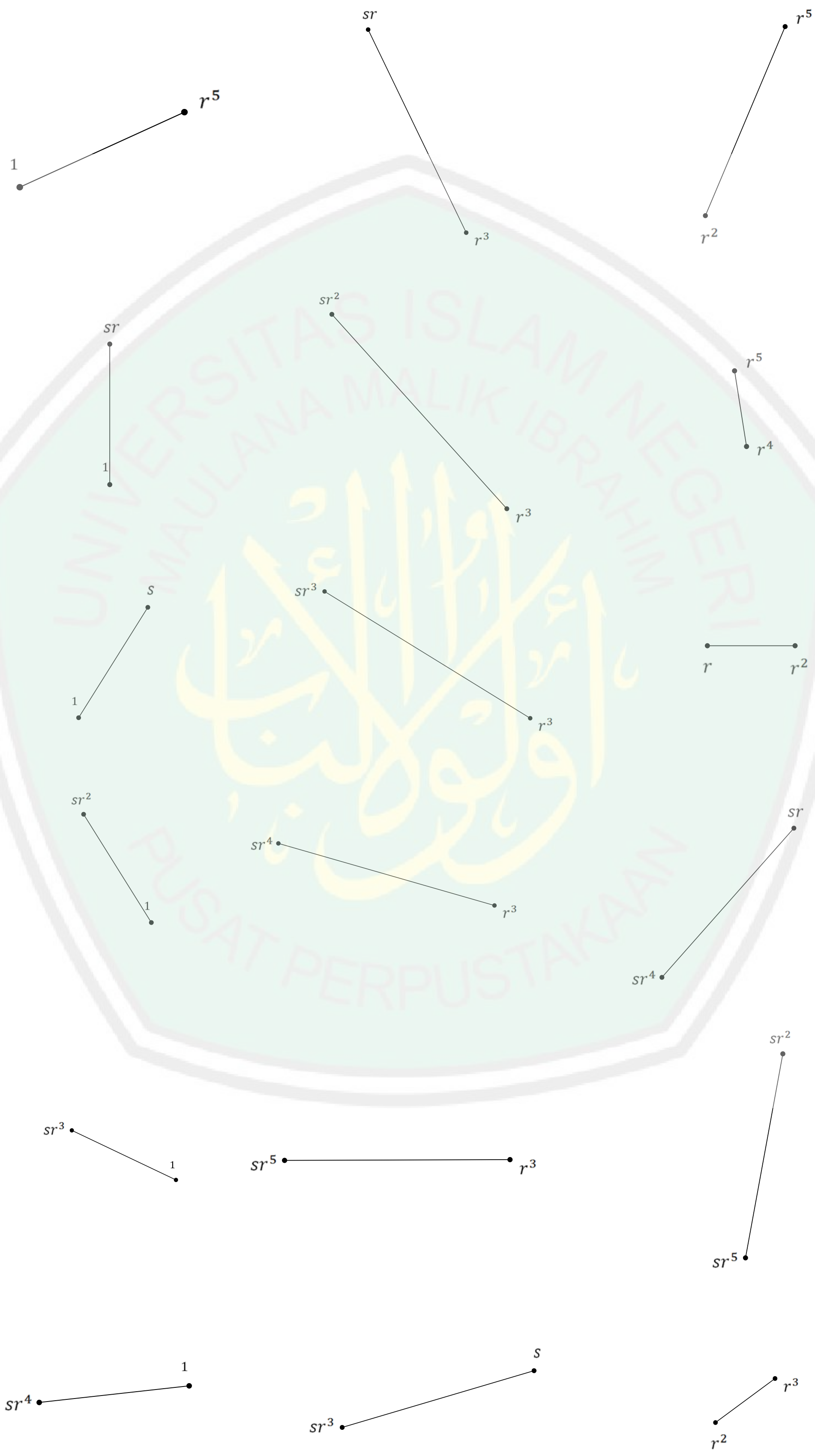
Lampiran 4

Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-12*

K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :

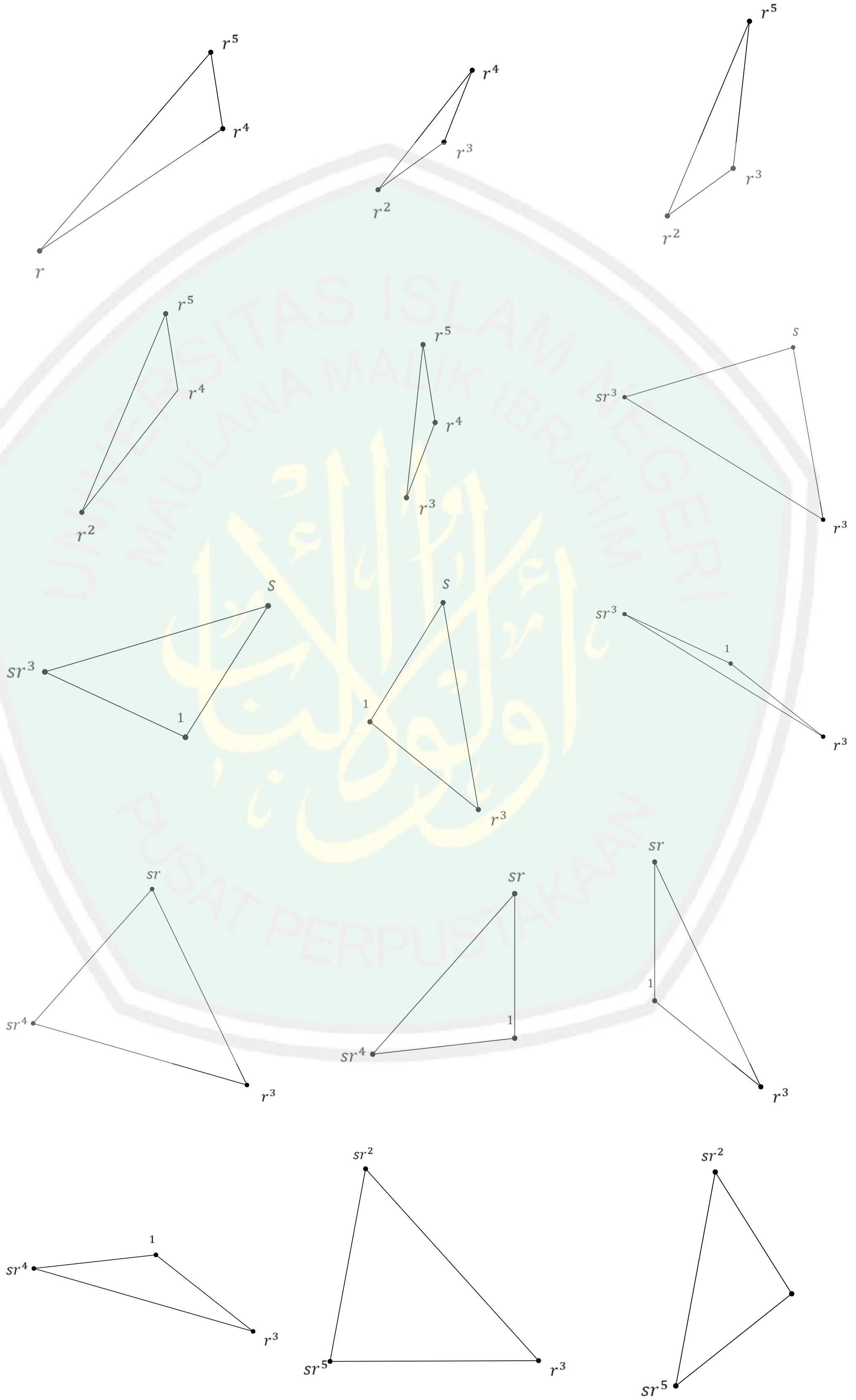
K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :



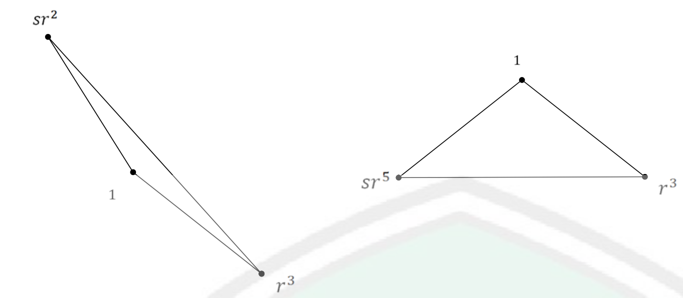


sr
r⁵
r⁵
1
r³
r²
sr²
sr
r⁵
r⁴
1
r³
s
sr³
r
r²
1
r³
sr²
sr
sr⁴
1
r³
sr⁴
sr²
sr³
sr⁵
r³
1
sr⁵
1
s
r³
sr⁴
sr³
r²

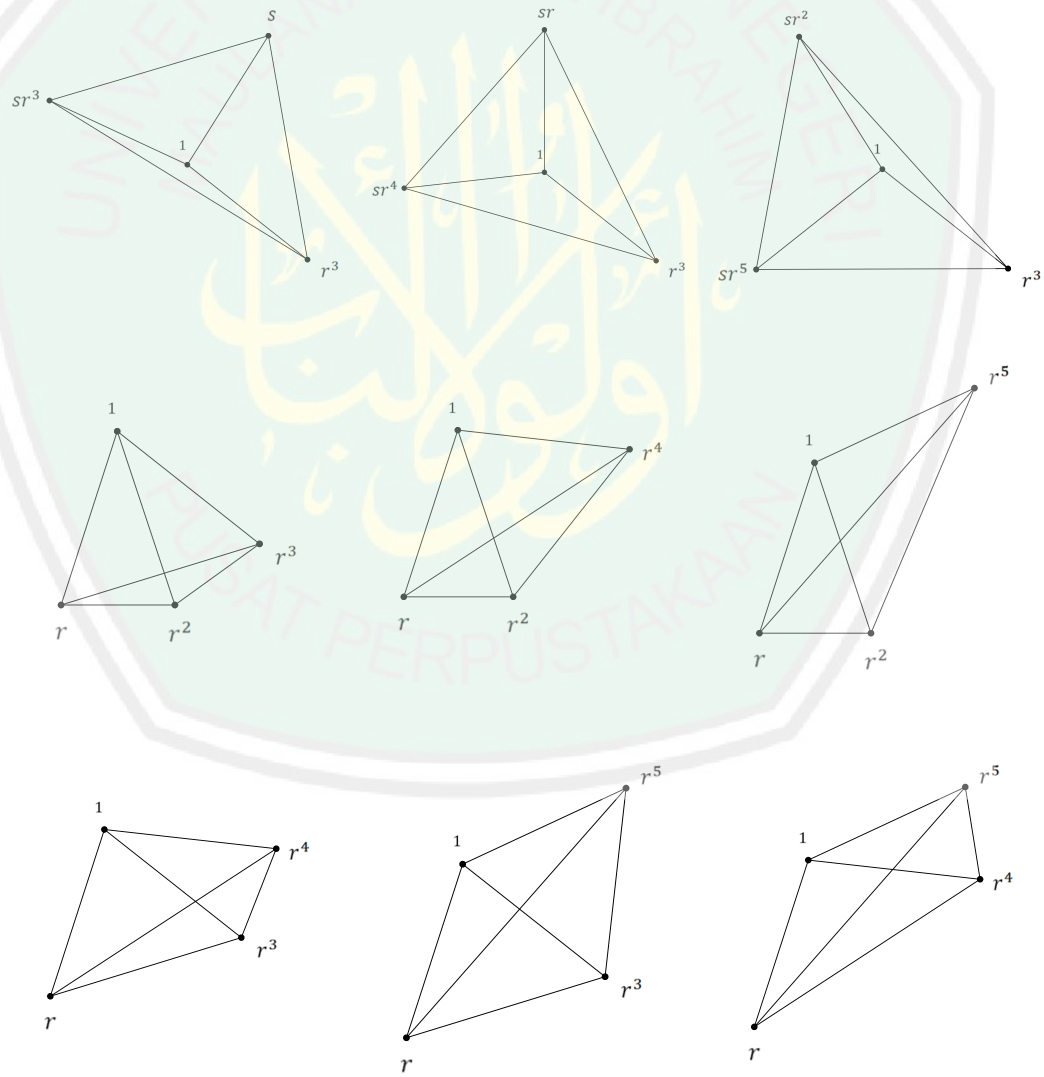
K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :

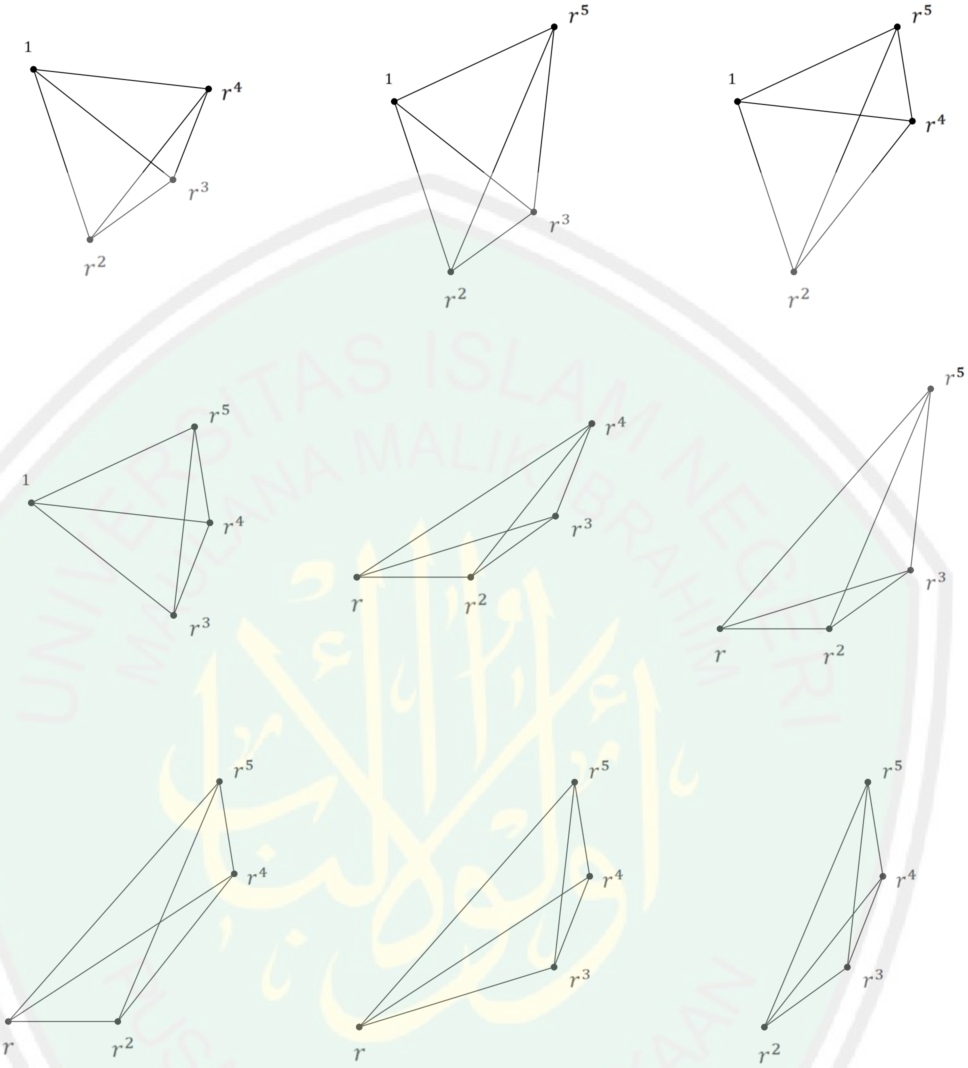


r^5
r^4
r
r^4
r^3
r^2
r^5
r^3
r^2
r^5
r^4
r^2
r^5
r^4
r^3
s
sr^3
r^3
s
sr^3
1
s
1
r^3
sr^3
1
r^3
sr
sr^4
r^3
sr
1
sr^4
sr
1
r^3
1
sr^4
r^3
sr^2
sr^5
r^3
sr^2
sr^5

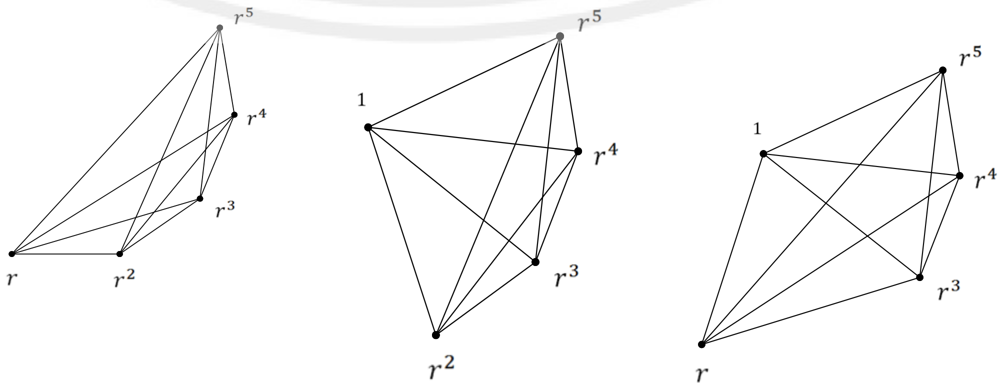


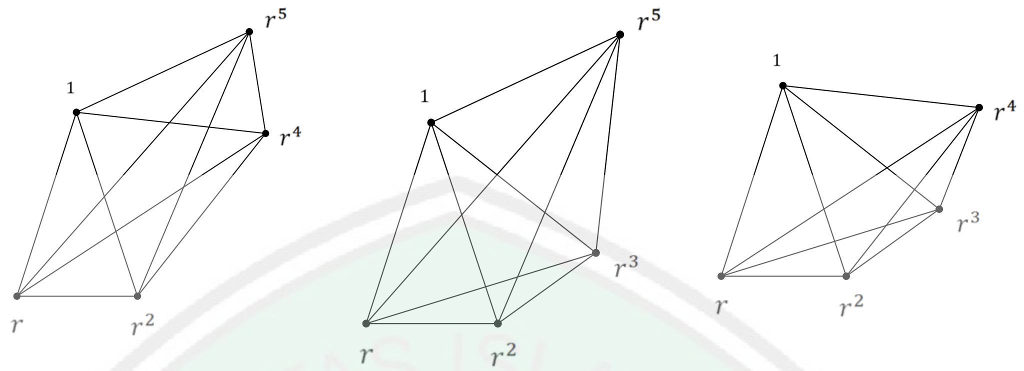
K_4 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :



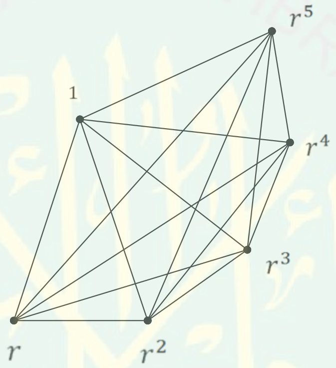


K_5 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :





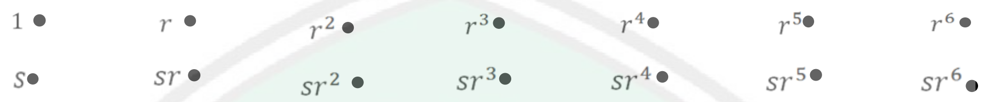
K_6 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-12* meliputi :



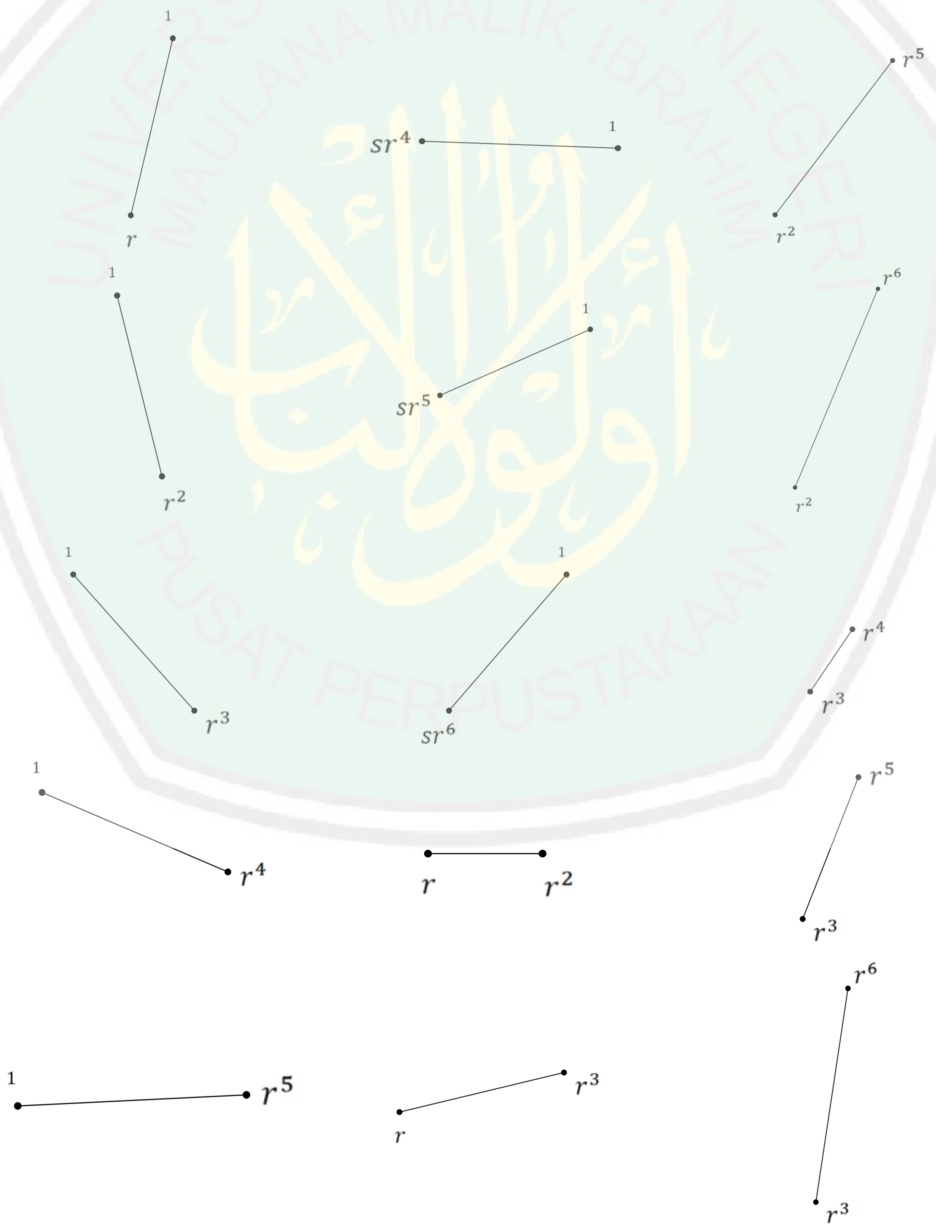
Lampiran 5

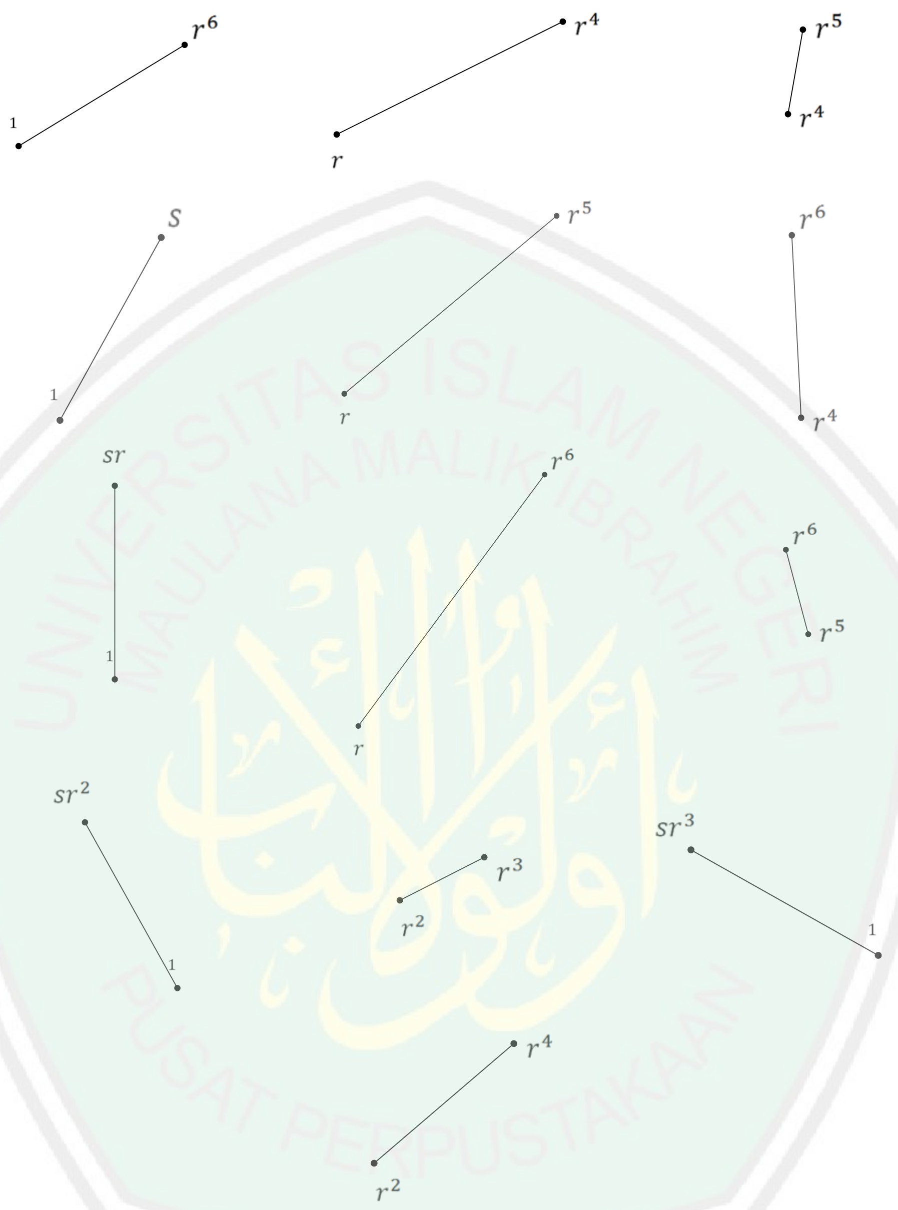
Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-14*

K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-14* meliputi :

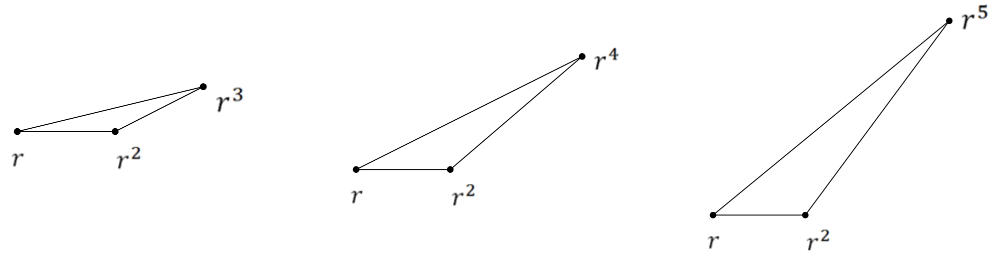


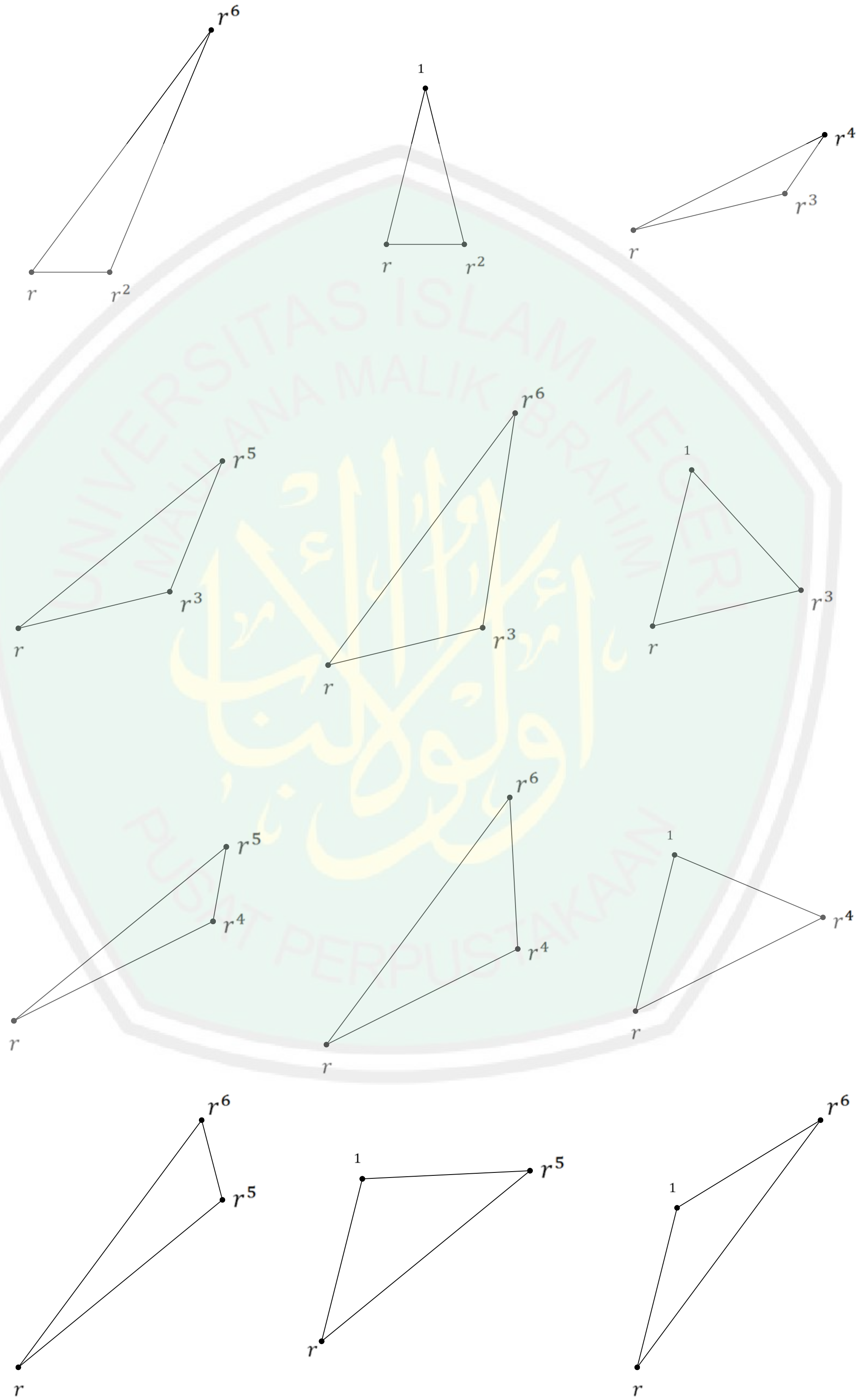
K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-14* meliputi :



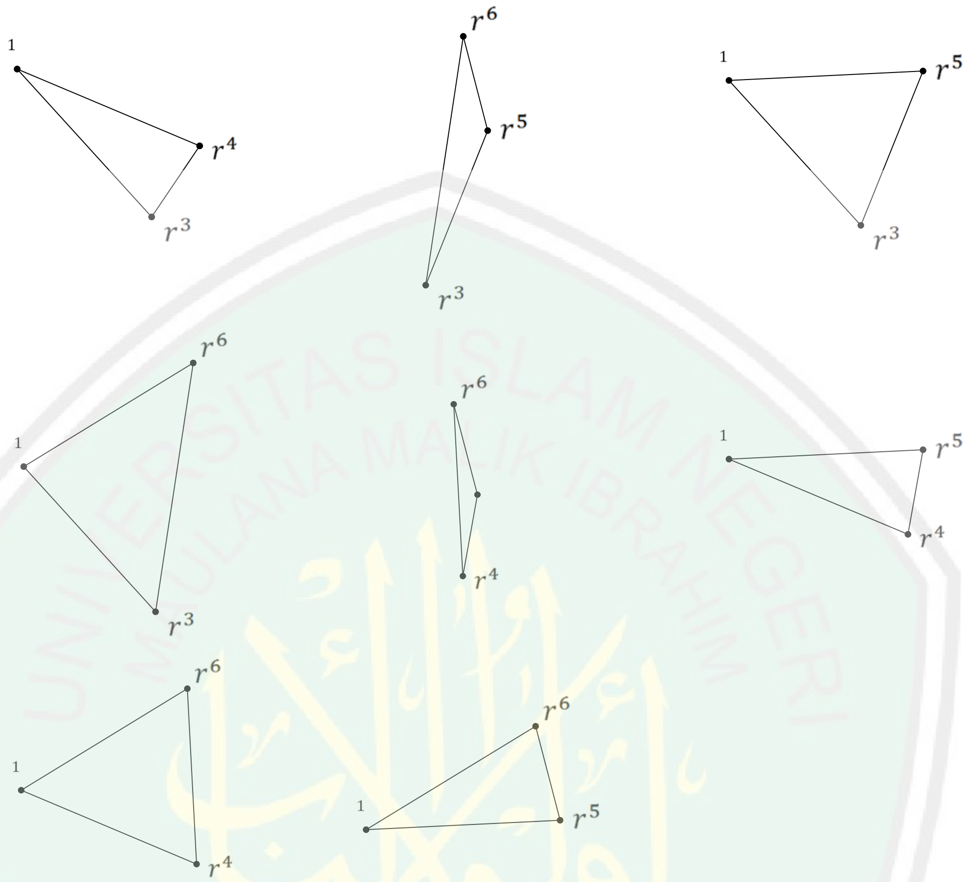


K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-14* meliputi :

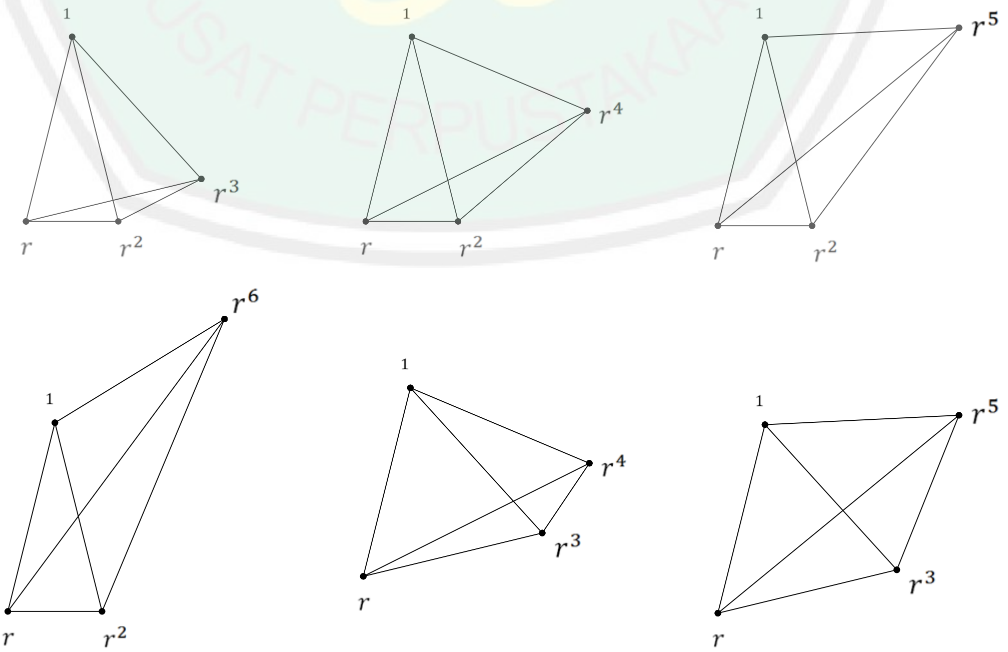


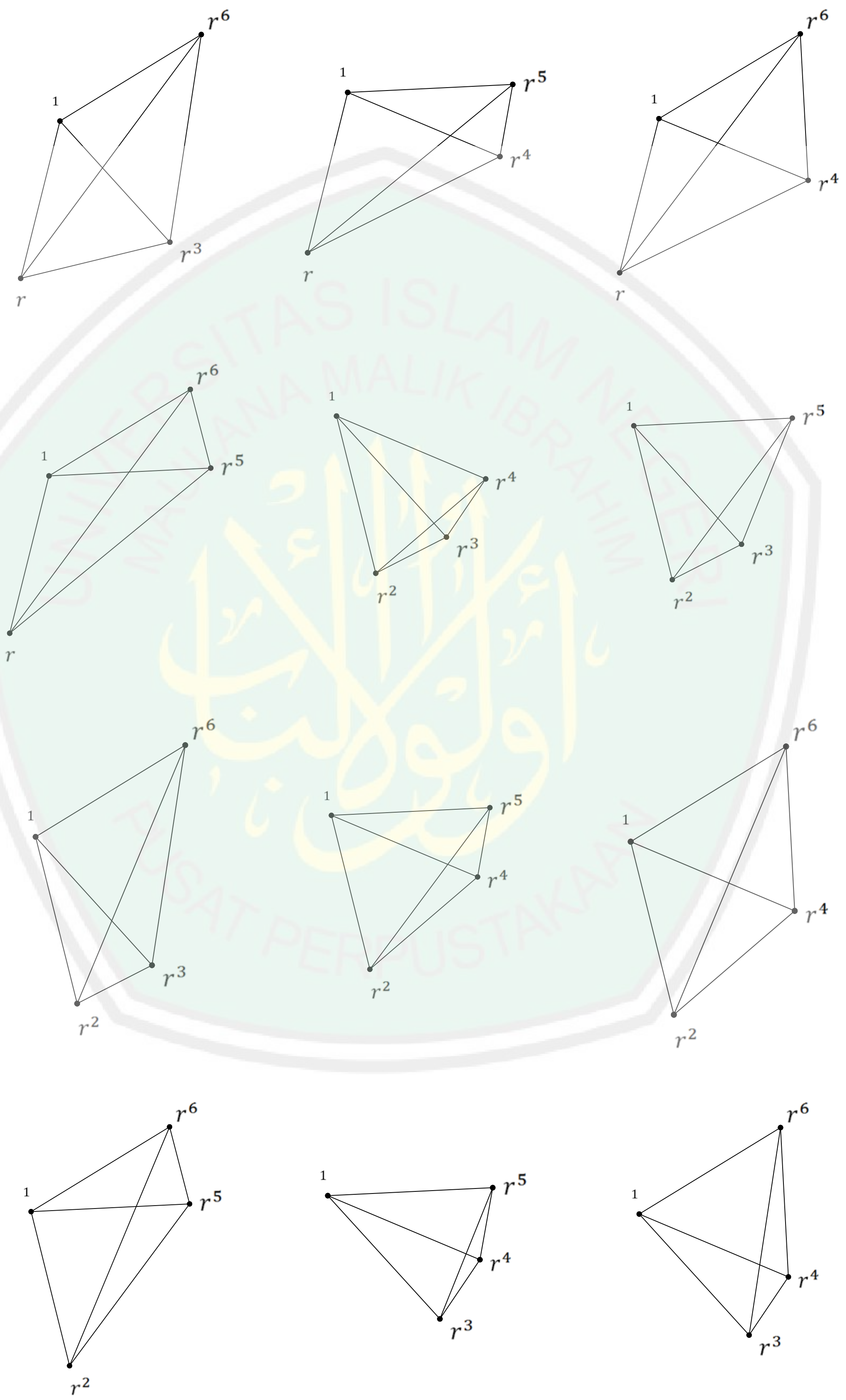

r^6 r r^2
1 r r^2
r^4 r^3 r
r^5 r^3 r
r^6 r^3 r
1 r^3 r
r^5 r^4 r
r^6 r^4 r
1 r^4 r
r^6 r^5 r
1 r^5 r
r^6 1 r

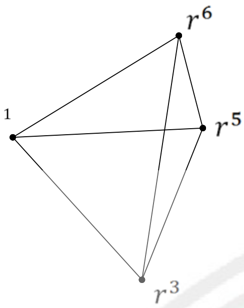
r^4 r^3 r^2
r^5 r^3 r^2
r^6 r^3 r^2
1 r^3 r^2
r^5 r^4 r^2
r^6 r^4 r^2
1 r^4 r^2
r^6 r^5 r^2
1 r^5 r^2
1 r^2
r^5 r^4 r^3
r^6 r^4 r^3

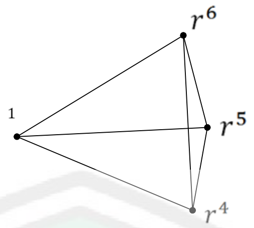


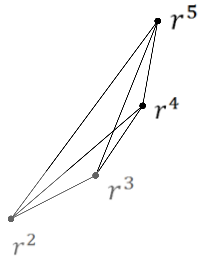
K_4 yang termuat pada graf komutatif dari grup *dihedral-14* meliputi :

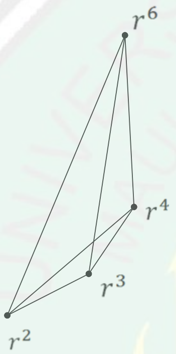


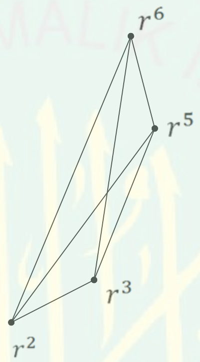

r^6 1 r^3 r
1 r^5 r^4 r
r^6 1 r^4 r
r^6 1 r^5 r
1 r^4 r^3 r^2
1 r^5 r^3 r^2
r^6 1 r^3 r^2
1 r^5 r^4 r^2
r^6 1 r^4 r^2
r^6 1 r^5 r^2
1 r^5 r^4 r^3
r^6 1 r^4 r^3

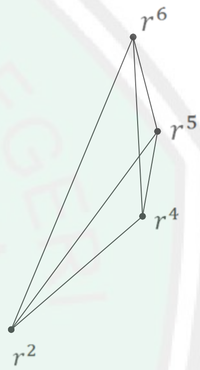

r^6
1
r^5
r^3

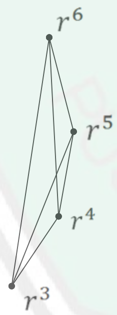

r^6
1
r^5
r^4

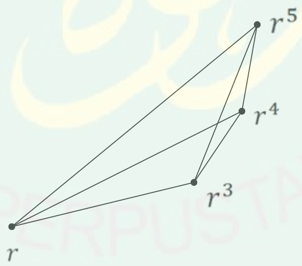

r^5
r^4
r^3
r^2

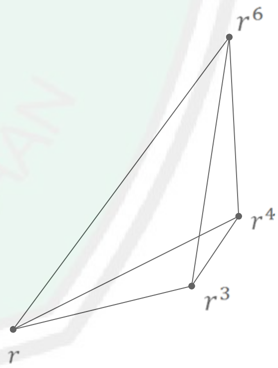

r^6
r^4
r^3
r^2

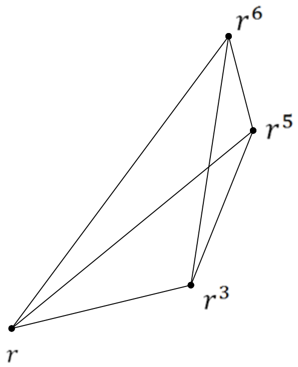

r^6
r^5
r^3
r^2

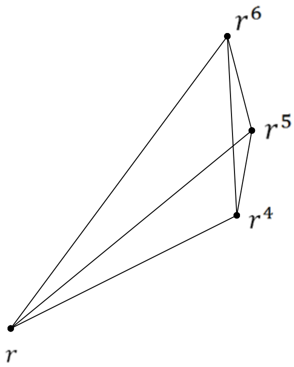

r^6
r^5
r^4
r^2

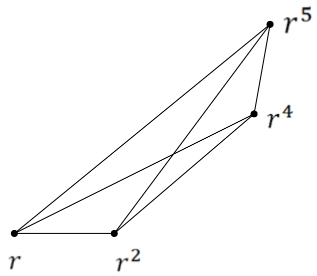

r^6
r^5
r^4
r^3

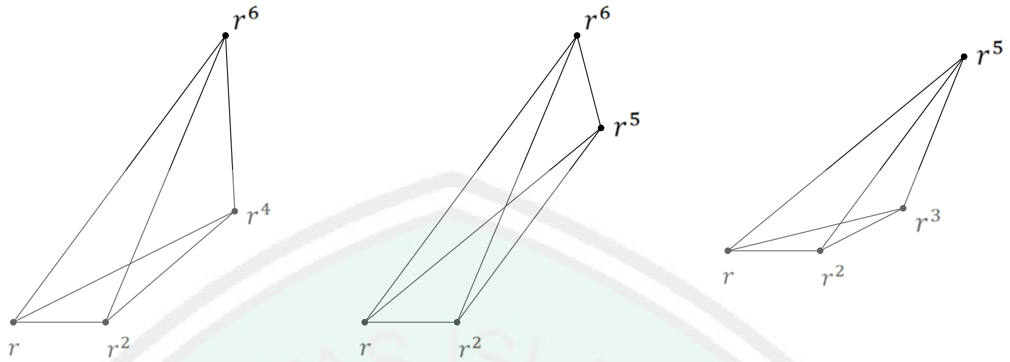

r^5
r^4
r^3
r

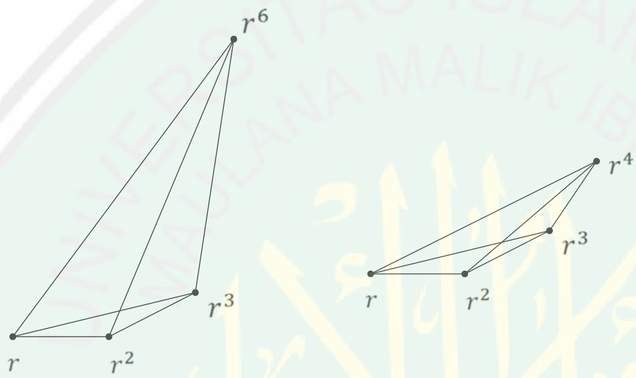

r^6
r^4
r^3
r


r^6
r^5
r^3
r

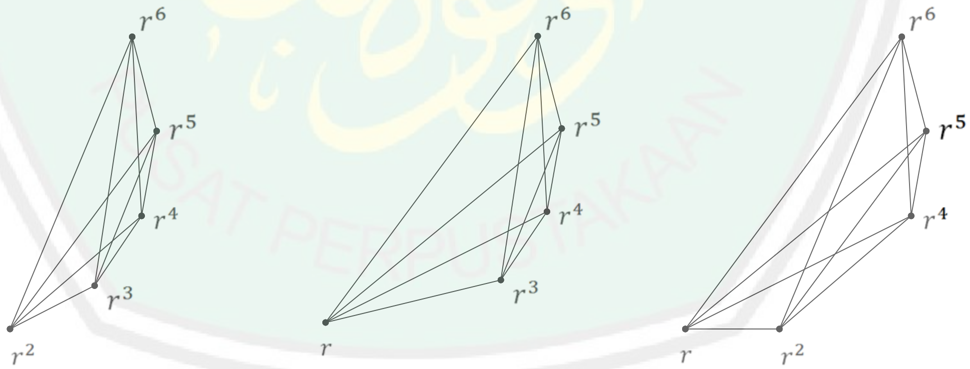

r^6
r^5
r^4
r

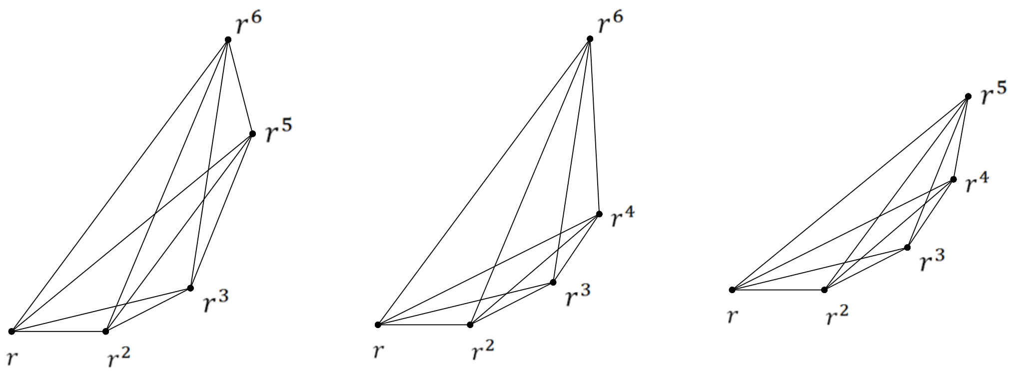

r^5
r^4
r
r^2

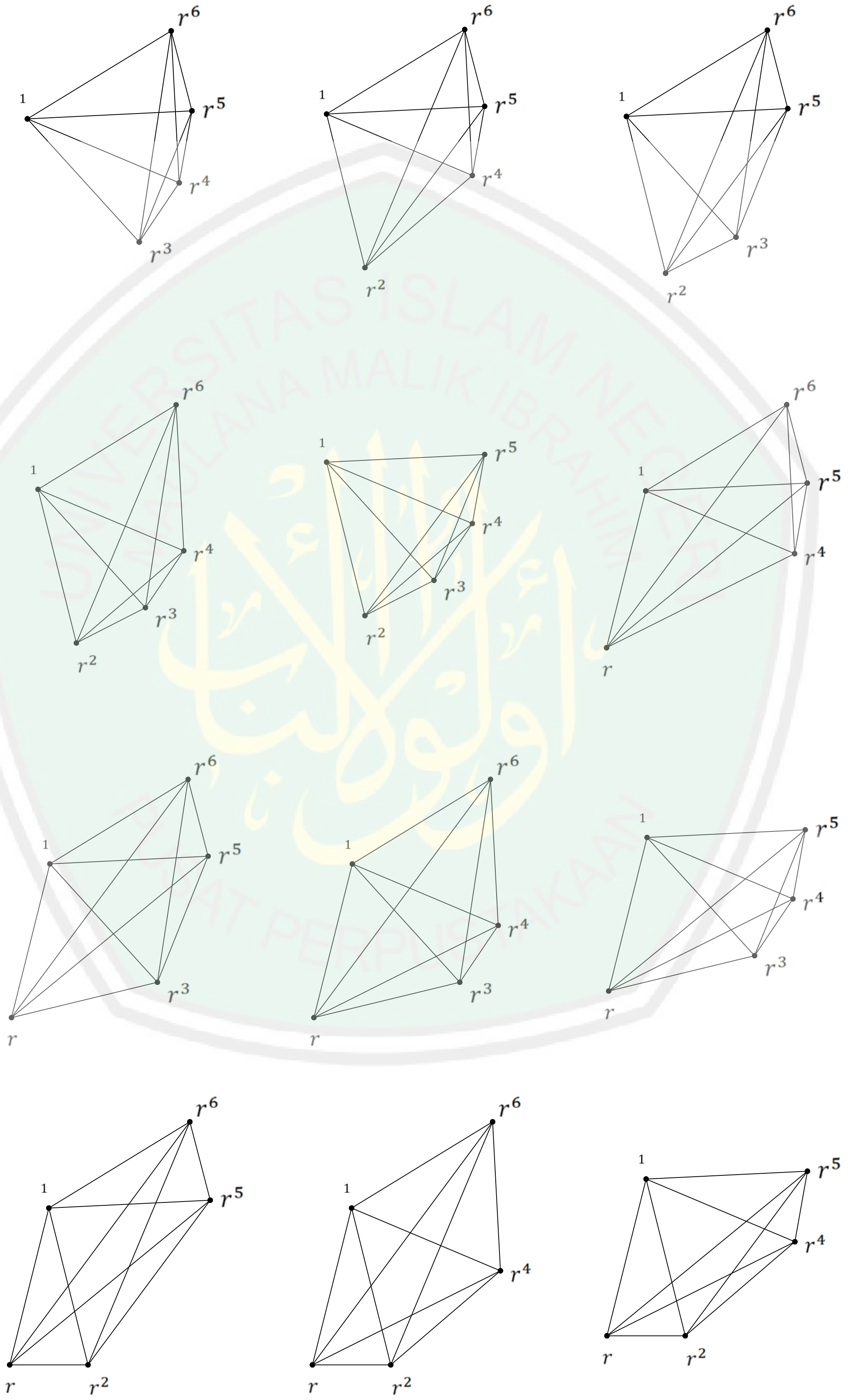


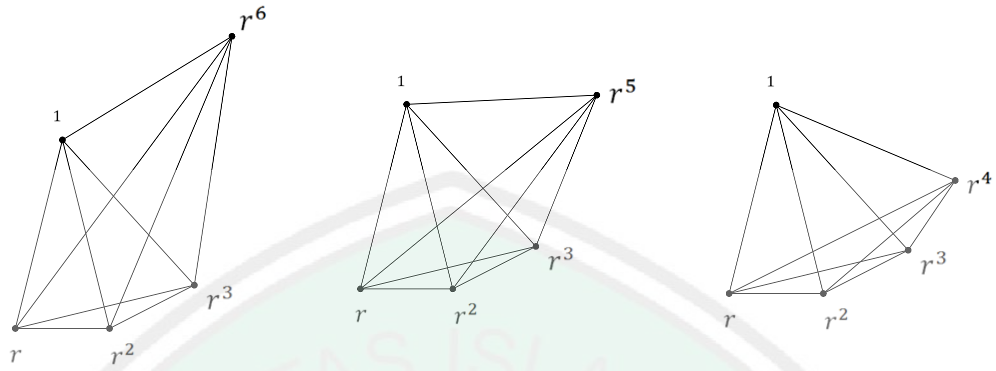


K_5 yang termuat pada graf komutatif dari grup *dihedral-14* meliputi :

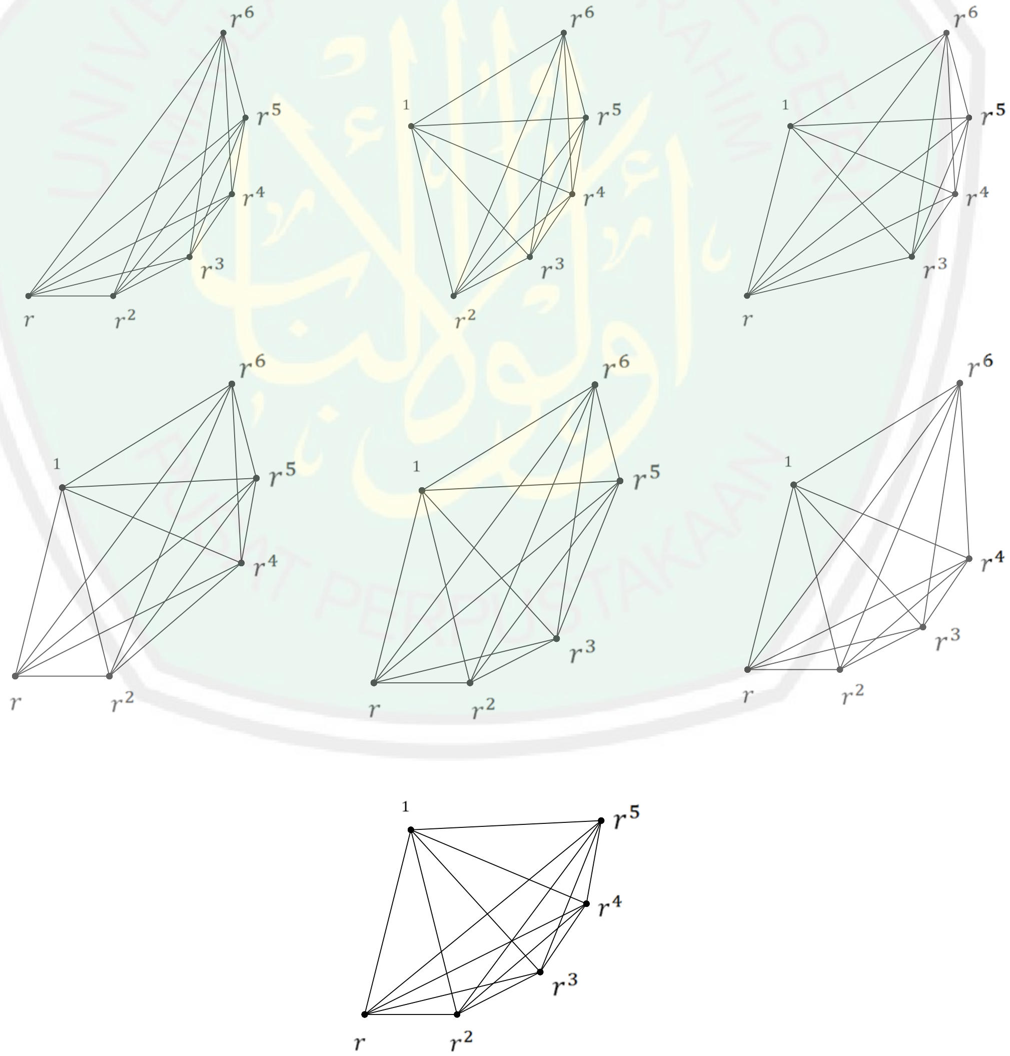




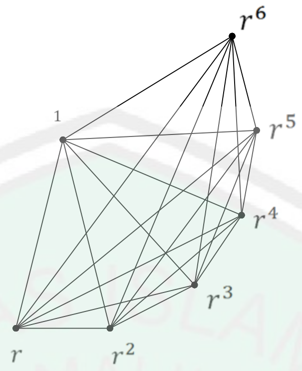




K_6 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-14* meliputi :



K_7 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-14* meliputi :

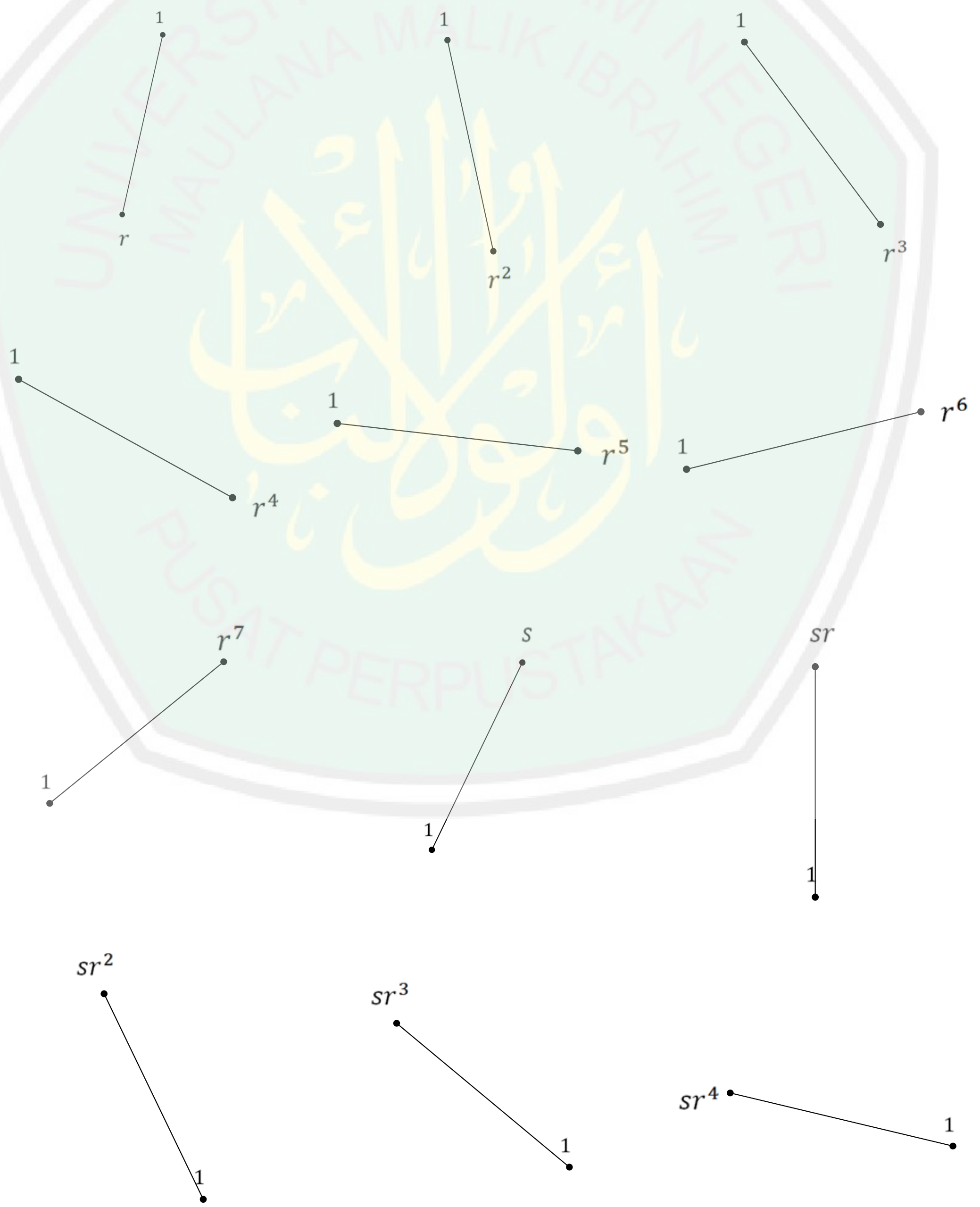


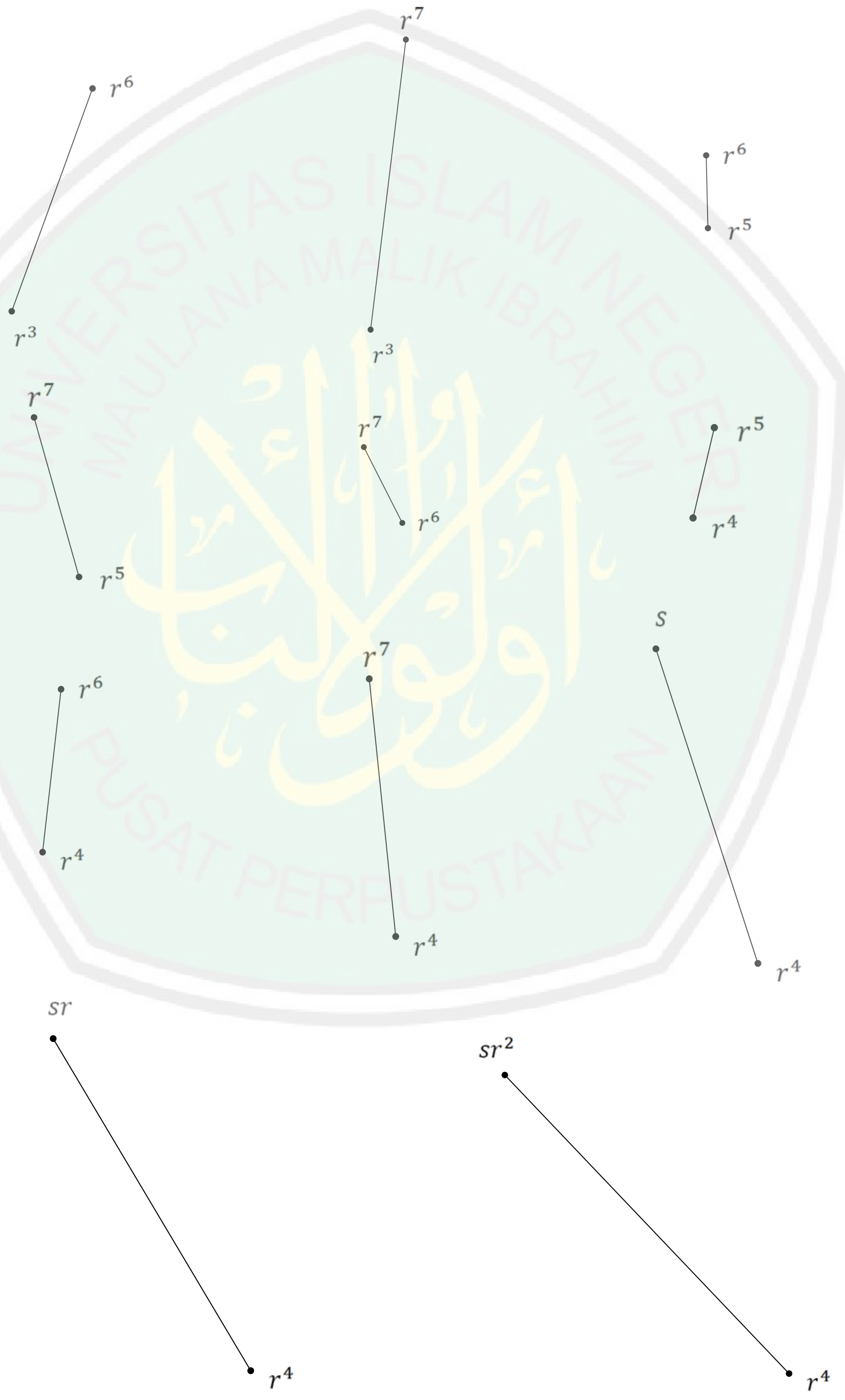
Lampiran 6

Graf Komplit yang Termuat pada Graf *Commuting* dari Grup *Dihedral-16*

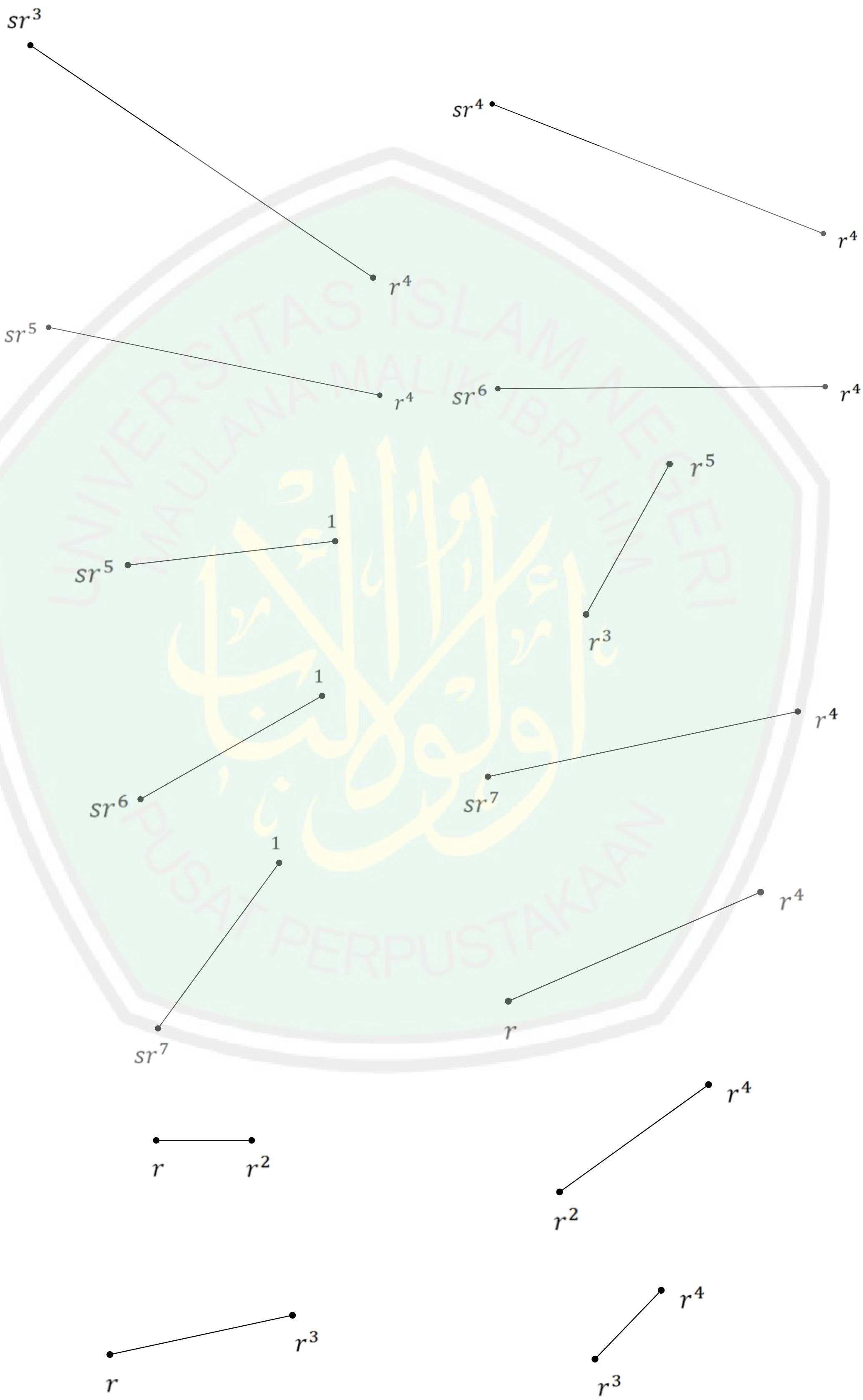
K_1 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

K_2 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

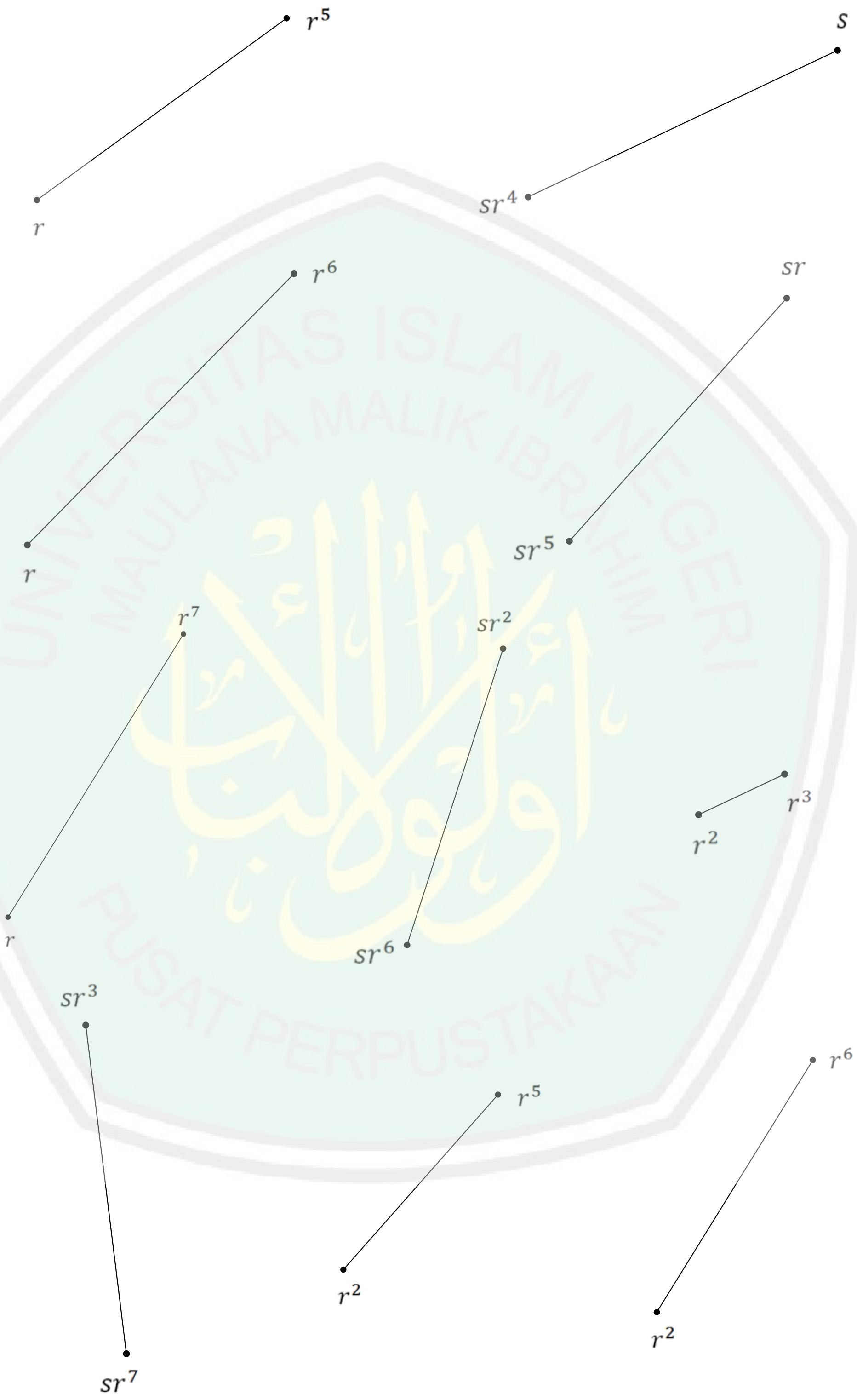


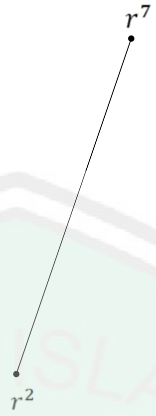


r^7
r^6
r^6
r^5
r^3
r^3
r^7
r^7
r^5
r^6
r^4
r^5
s
r^6
r^7
r^4
r^4
r^4
sr
sr^2
r^4
r^4

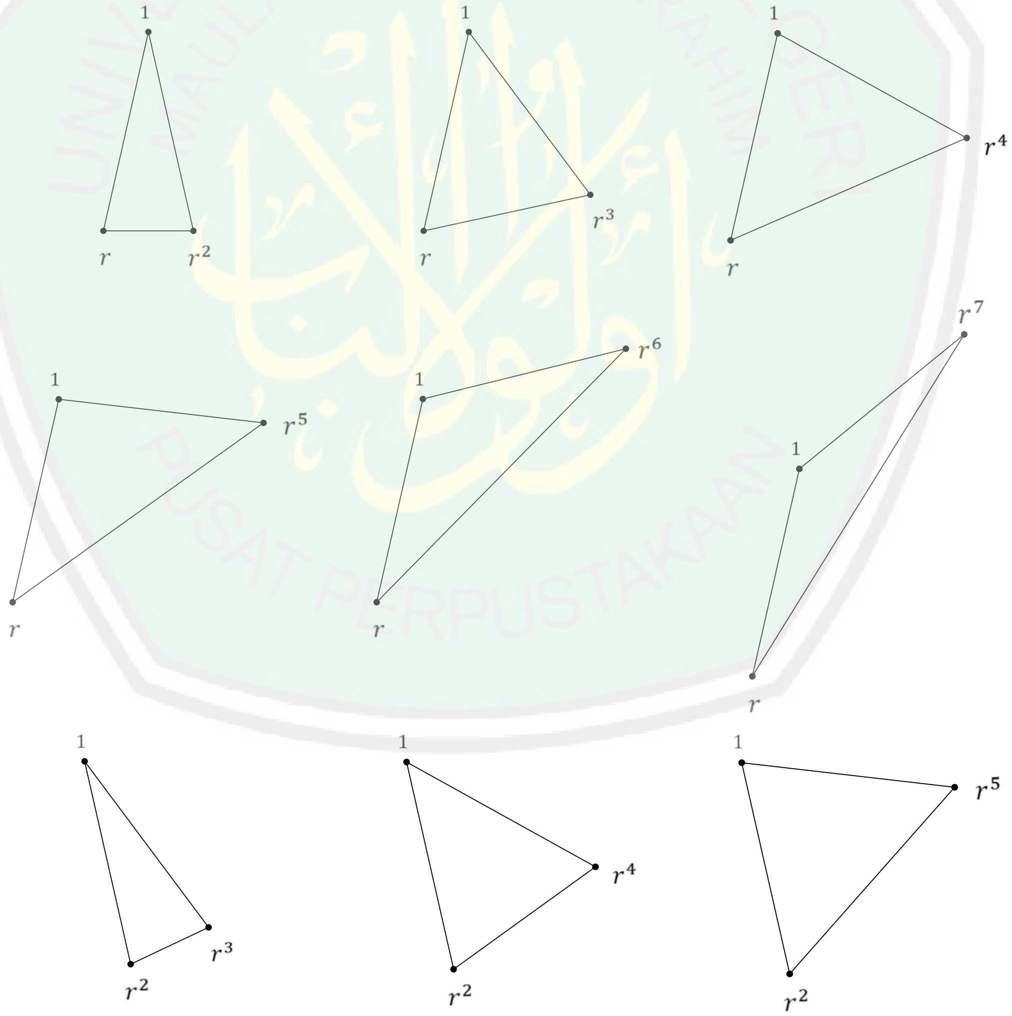


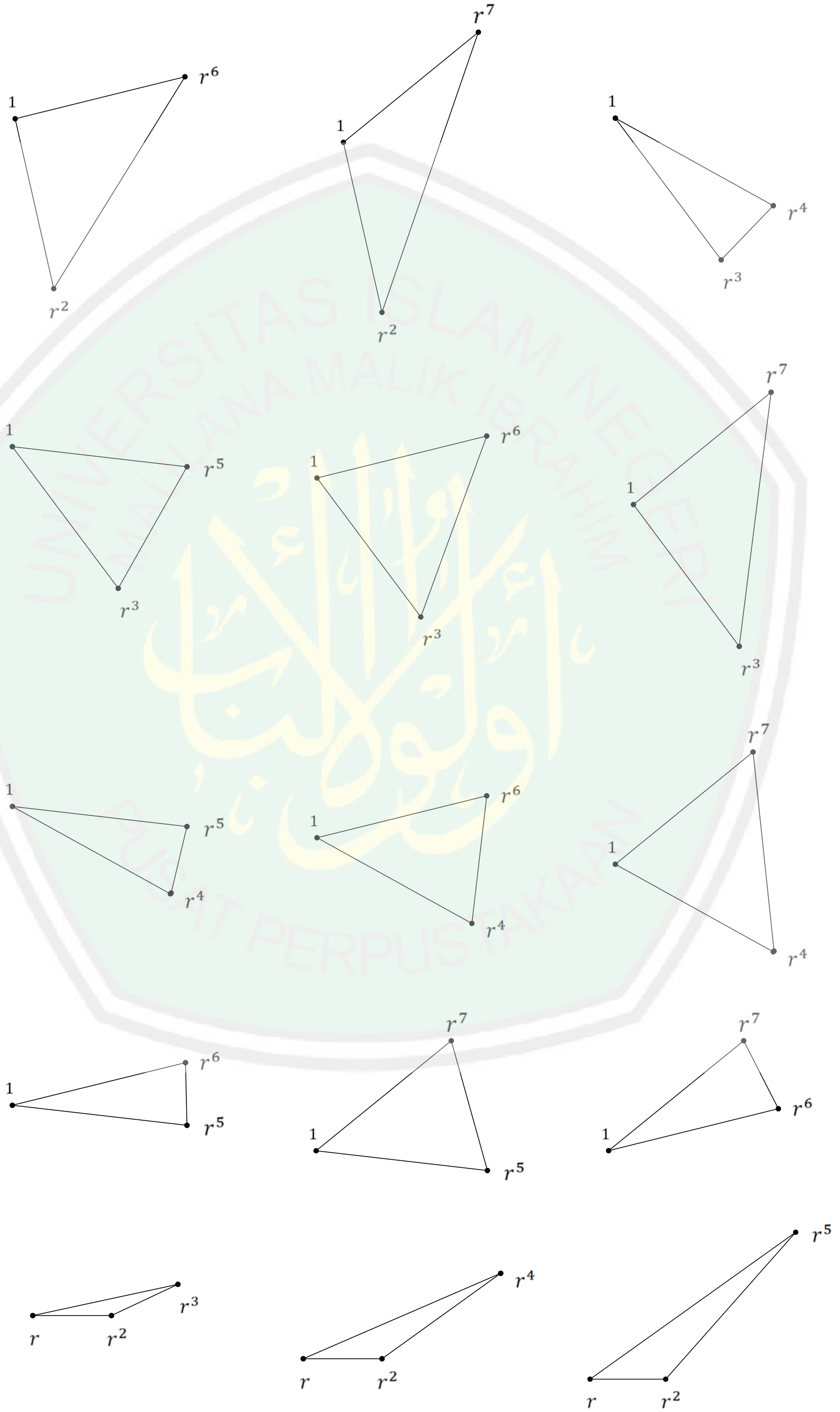
sr³
r⁴
sr⁴
r⁴
sr⁵
r⁴
sr⁶
r⁴
r⁵
r³
1
sr⁵
1
sr⁶
r⁴
sr⁷
1
sr⁷
r⁴
r
r
r²
r⁴
r²
r
r³
r⁴
r³


r^5
s
sr^4
r
r^6
sr
sr^5
r
r^7
sr^2
r^3
r^2
r
sr^6
sr^3
r^6
r^5
r^2
r^2
sr^7

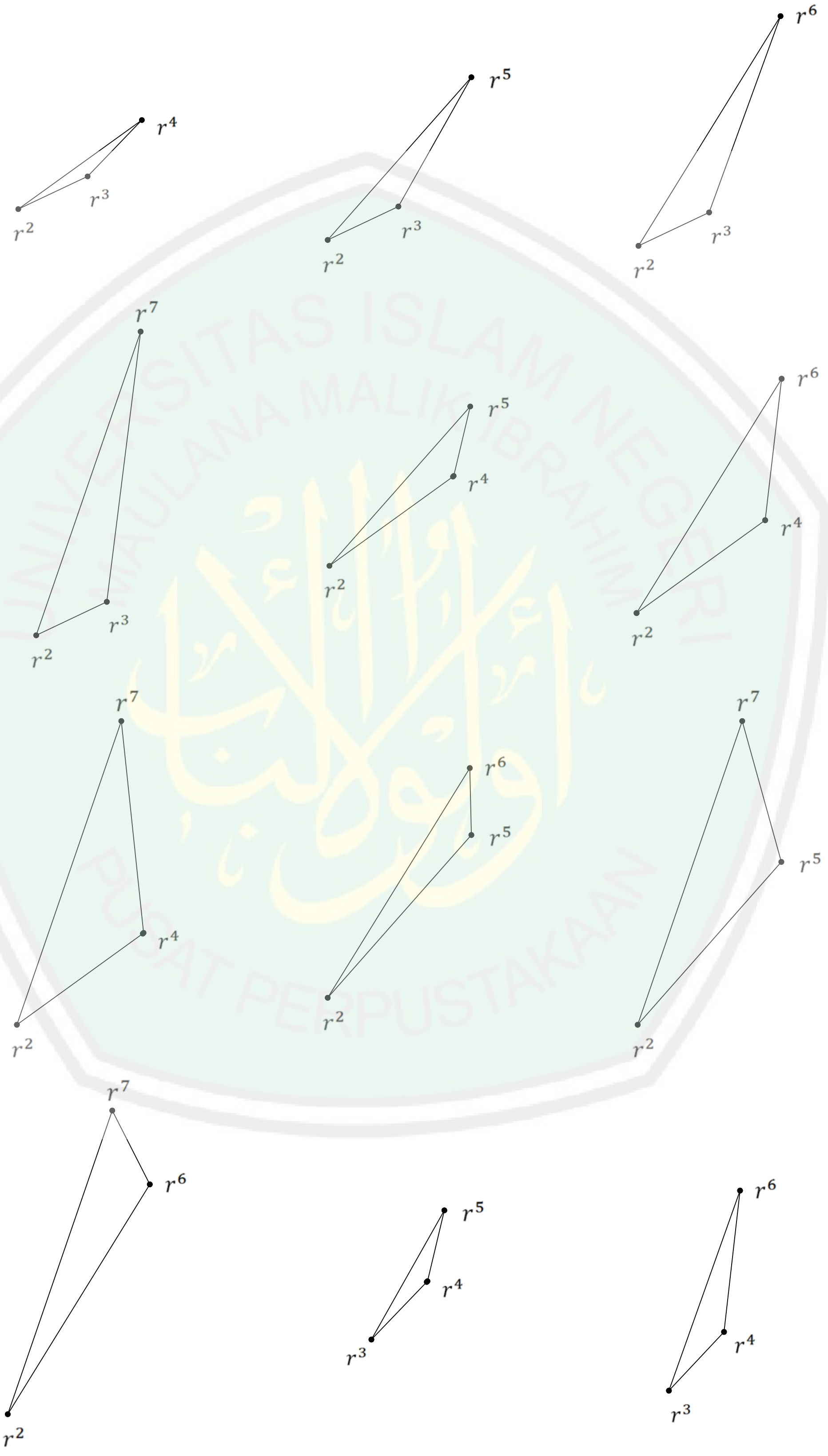


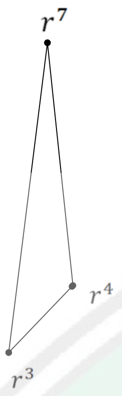
K_3 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

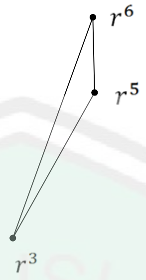


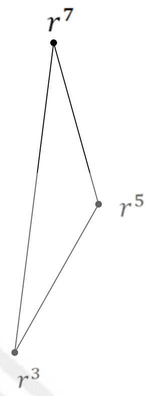

1 r^6 r^2
1 r^7 r^2
1 r^4 r^3
1 r^5 r^3
1 r^6 r^3
1 r^7 r^3
1 r^5 r^4
1 r^6 r^4
1 r^7 r^4
1 r^6 r^5
1 r^7 r^5
1 r^7 r^6
r r^2 r^3
r r^2 r^4
r r^2 r^5

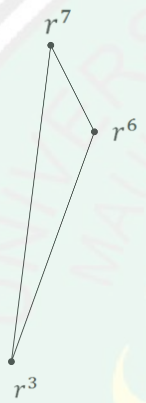

r^6
r
r^2
r^7
r
r^2
r^4
r^3
r
r^5
r^3
r
r^6
r^3
r
r^7
r^3
r
r^5
r^4
r
r^6
r^4
r
r^7
r^4
r
r^6
r^5
r
r^7
r^5
r
r^7
r^6
r

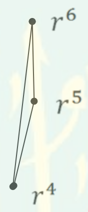

r^4 r^3 r^2
r^5 r^3 r^2
r^6 r^3 r^2
r^7 r^3 r^2
r^5 r^4 r^2
r^6 r^4 r^2
r^7 r^4 r^2
r^6 r^5 r^2
r^7 r^5 r^2
r^7 r^6 r^2
r^5 r^4 r^3
r^6 r^4 r^3

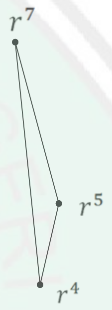

r^7
r^4
r^3

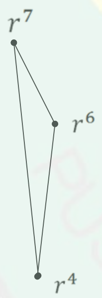

r^6
r^5
r^3

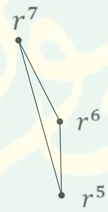

r^7
r^5
r^3

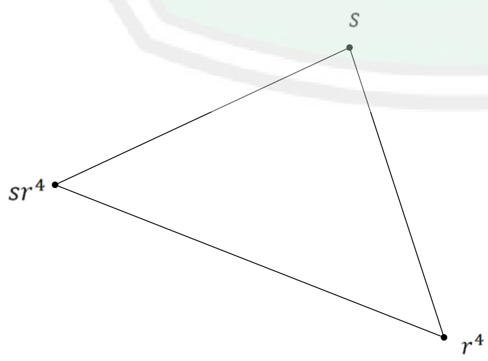

r^7
r^6
r^3

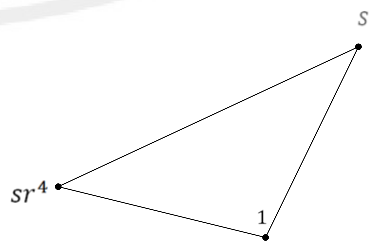

r^6
r^5
r^4

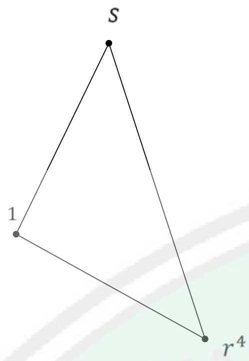

r^7
r^5
r^4

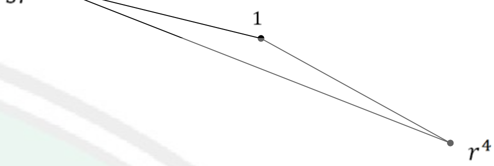

r^7
r^6
r^4

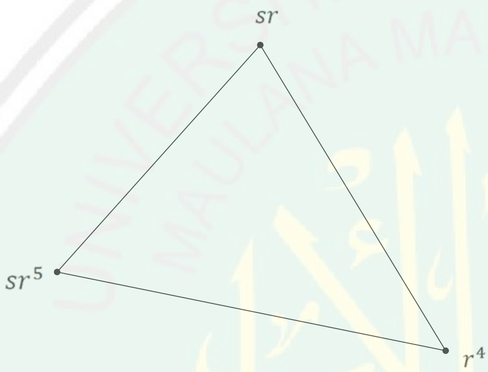

r^7
r^6
r^5

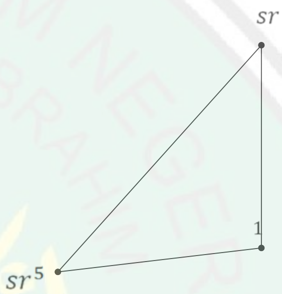

s
sr^4
r^4

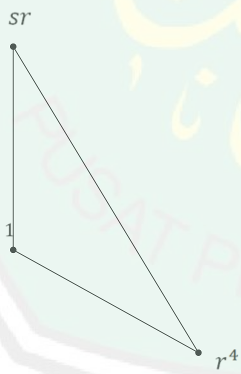

s
sr^4
1

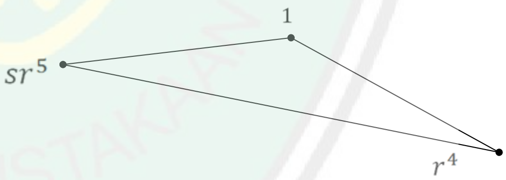

s
1
r^4

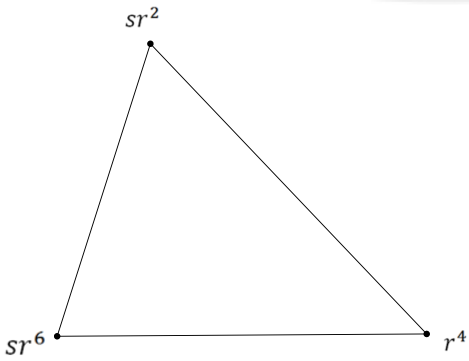

sr^4
1
r^4

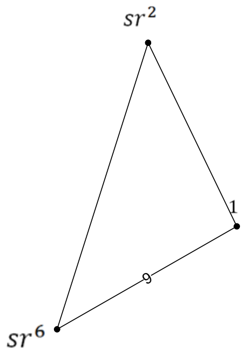

sr
sr^5
r^4

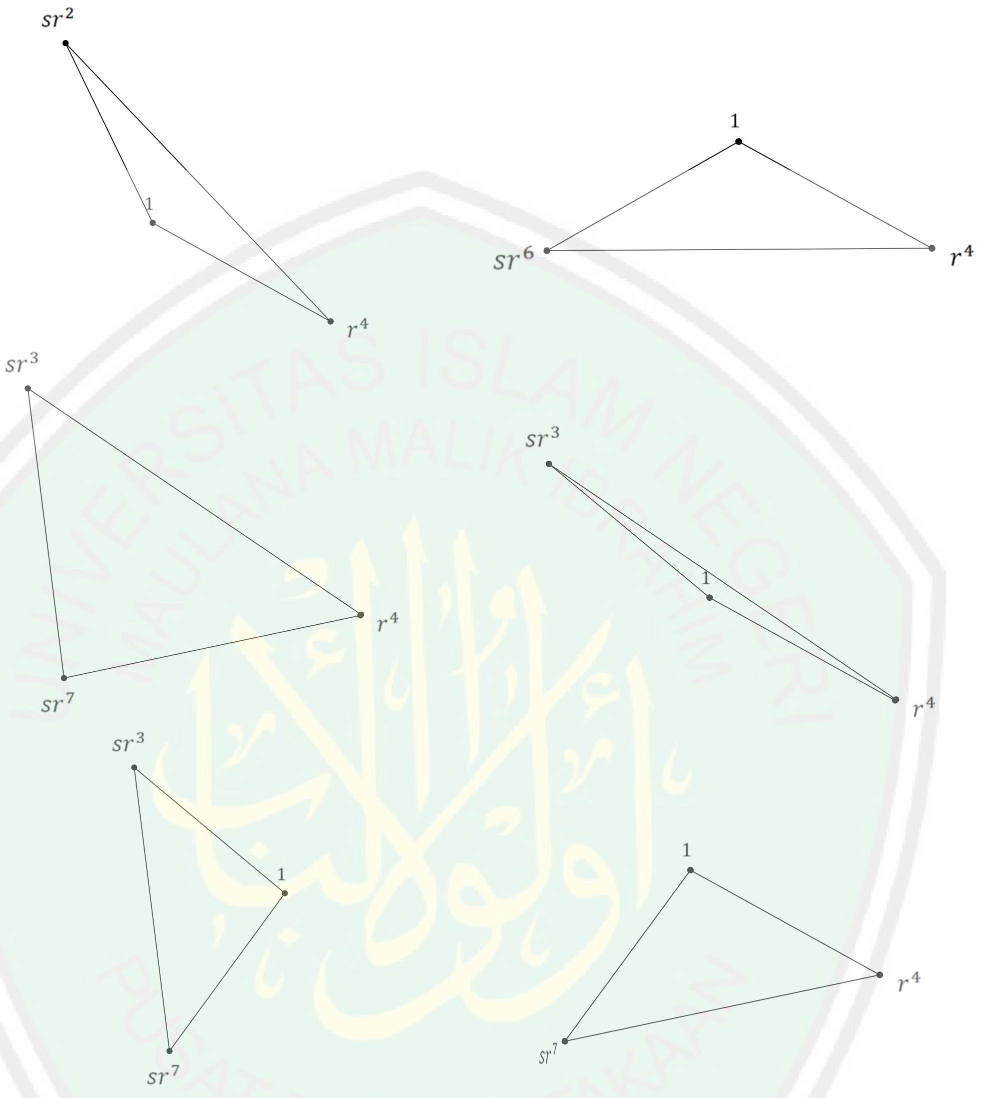

sr
1
sr^5


sr
1
r^4

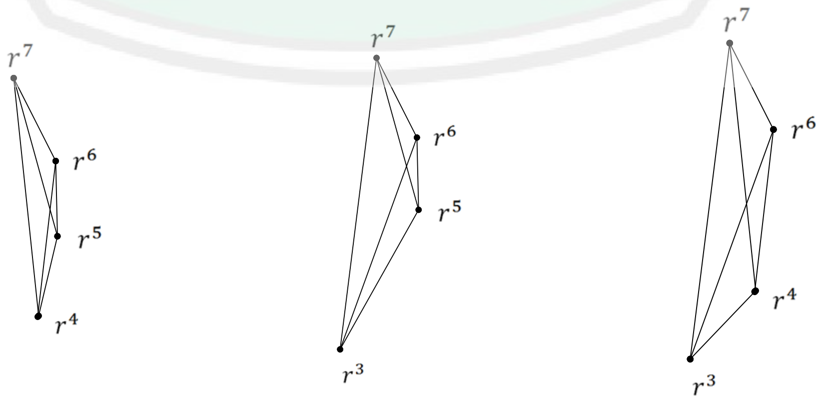

1
sr^5
r^4

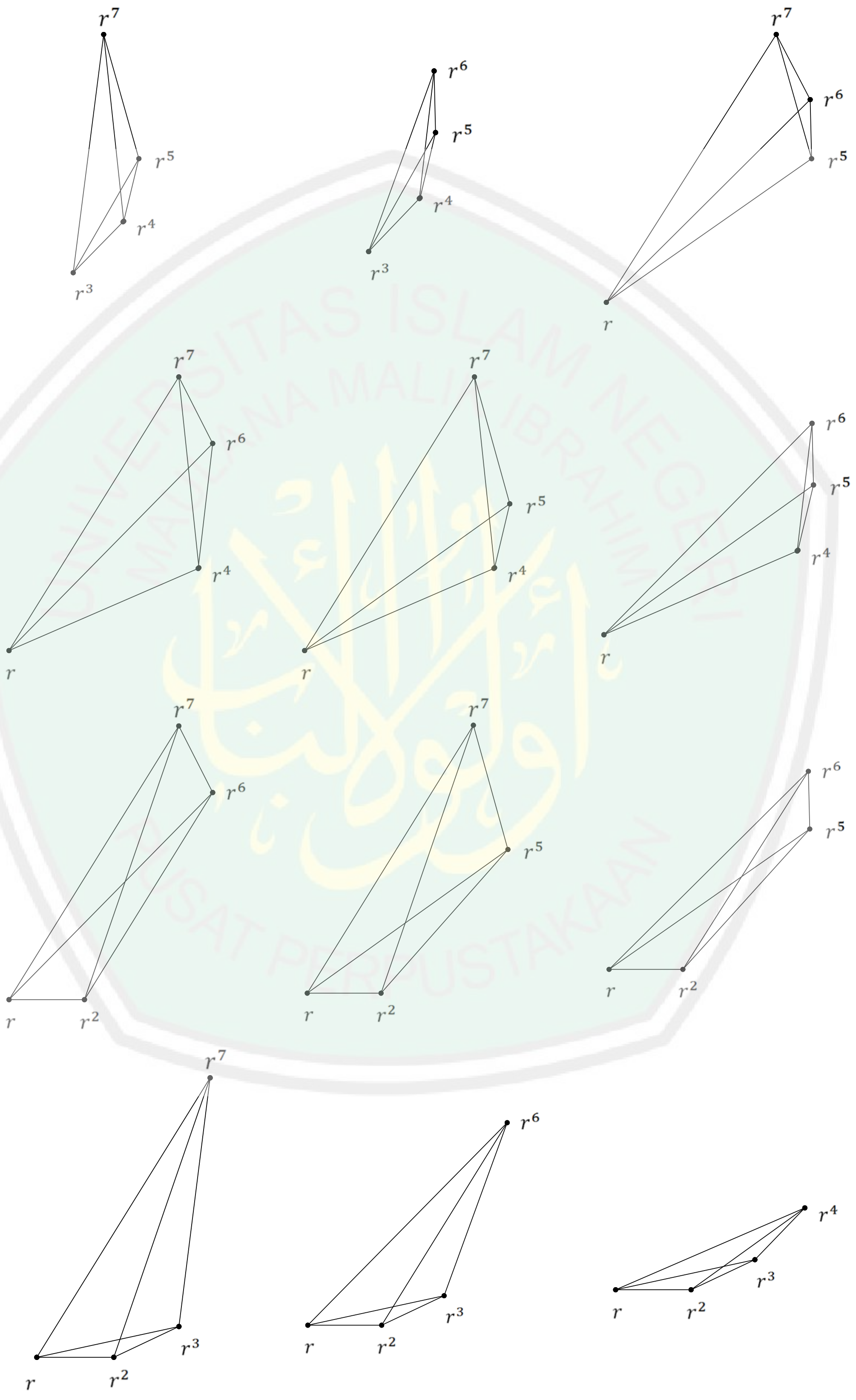

sr^2
sr^6
r^4


sr^2
1
9
sr^6

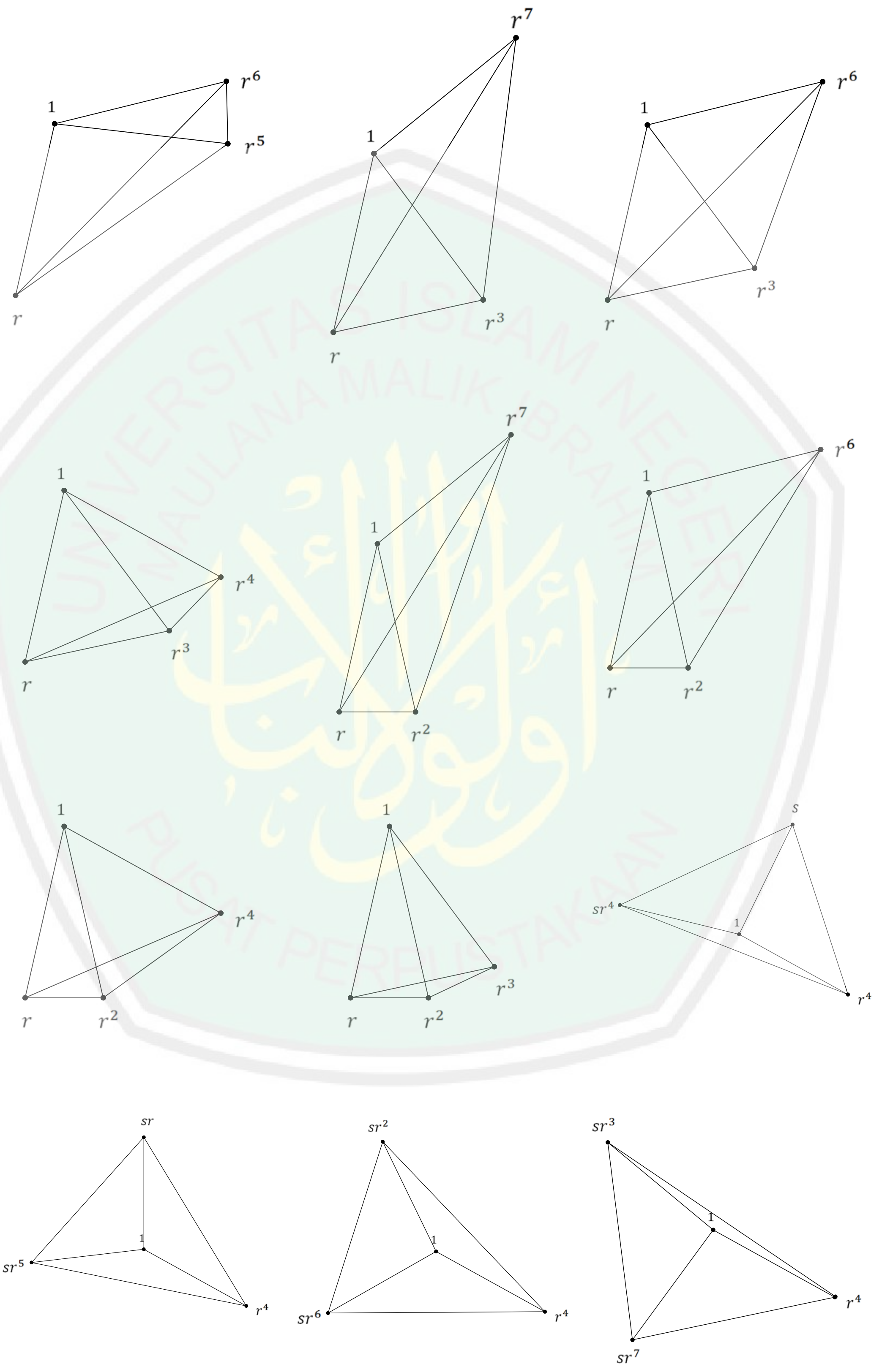


K_4 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

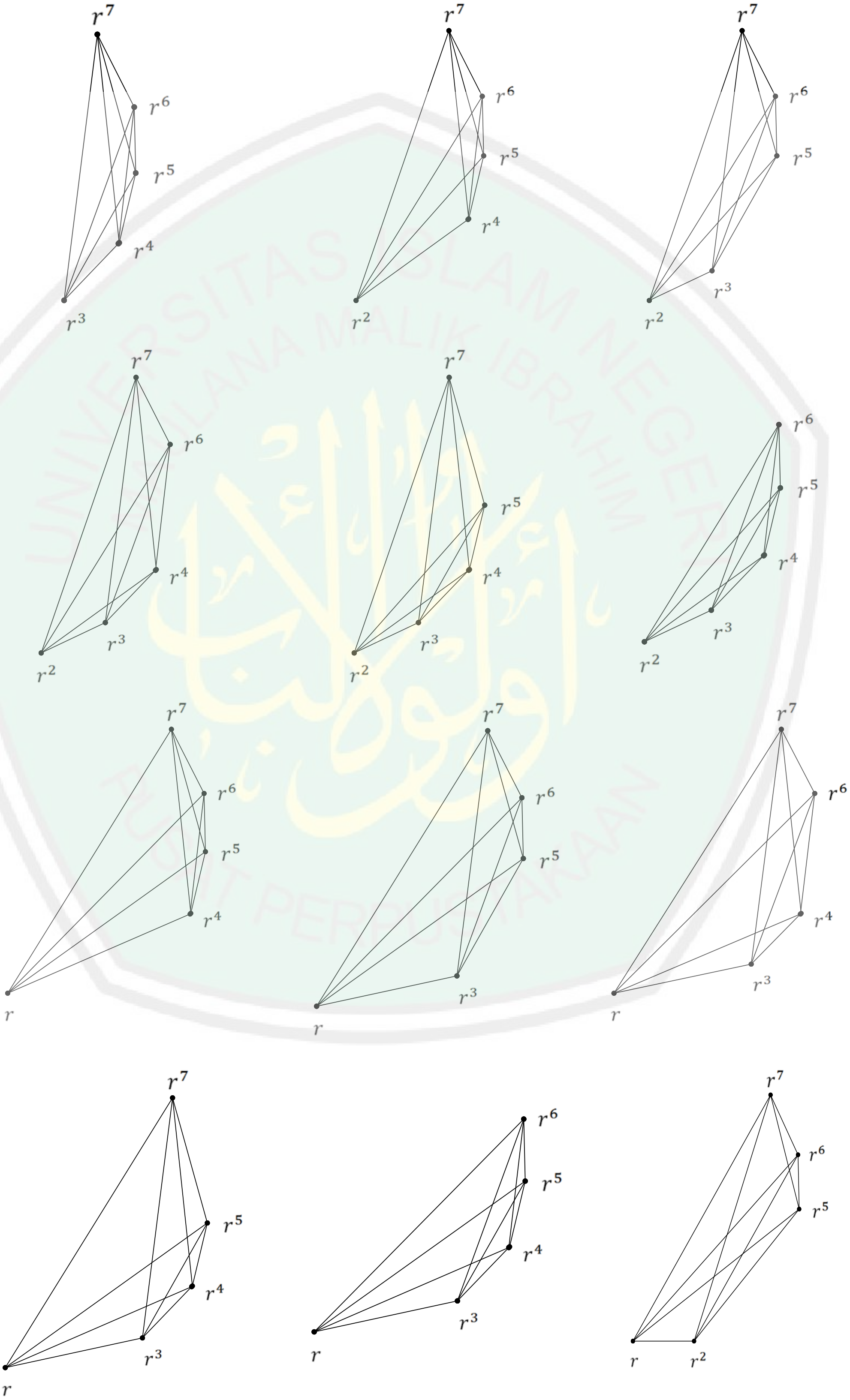


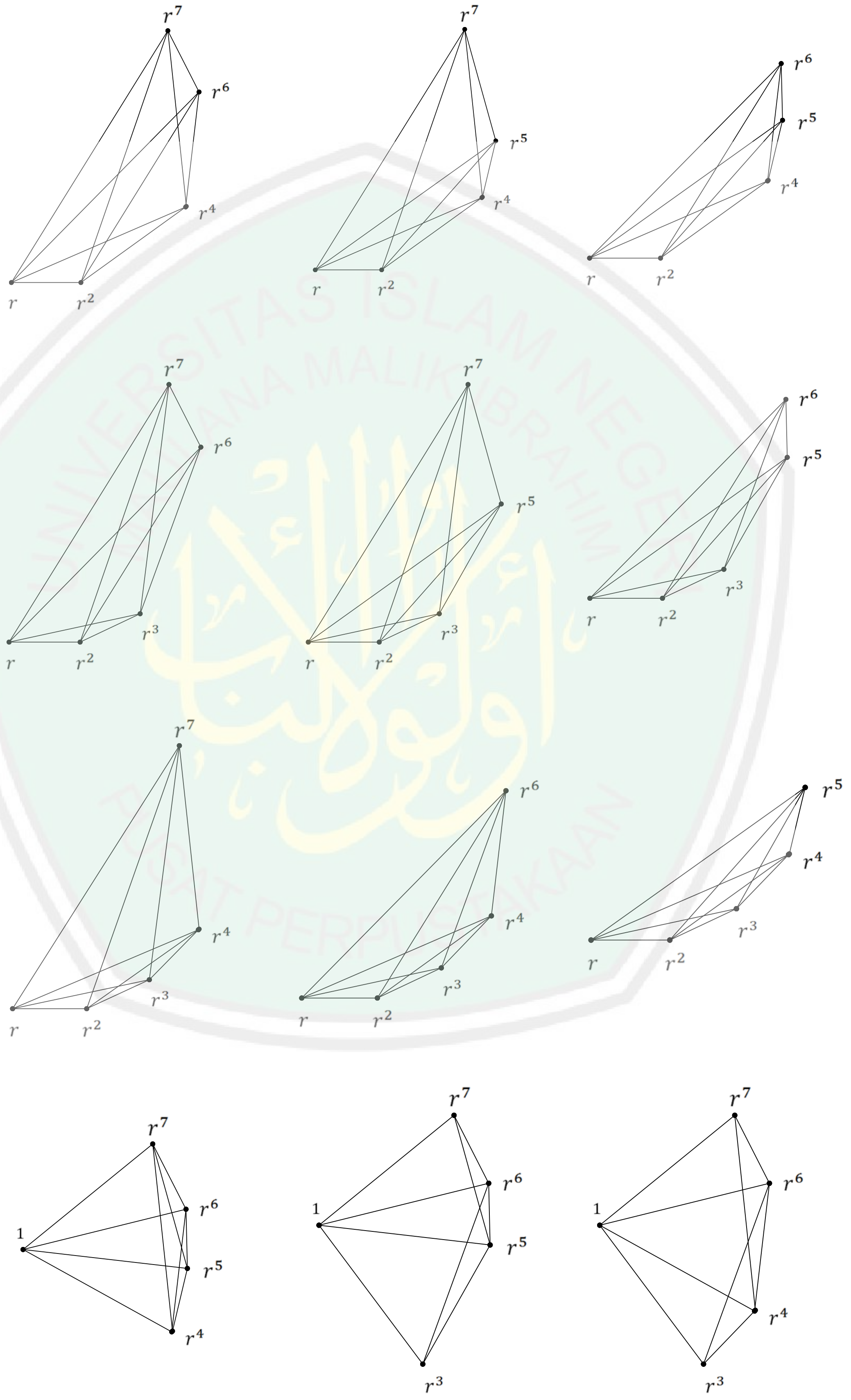

r^7
r^5
r^4
r^3
r^6
r^5
r^4
r^3
r^7
r^6
r^5
r
r^7
r^6
r^4
r
r^7
r^5
r^4
r
r^6
r^5
r^4
r
r^7
r^6
r
r^2
r^7
r^5
r
r^2
r^6
r^5
r
r^2
r^7
r^3
r
r^2
r^6
r^3
r
r^2
r^4
r^3
r
r^2

r^7 r^6 1 r^5
r^7 1 r^6 r^4
r^7 1 r^5 r^4
1 r^6 r^5 r^4
r^7 1 r^6 r^2
r^7 1 r^5 r^2
1 r^6 r^5 r^2
r^7 1 r^3 r^2
1 r^6 r^3 r^2
1 r^4 r^3 r^2
r^7 1 r^6 r
r^7 1 r^5 r

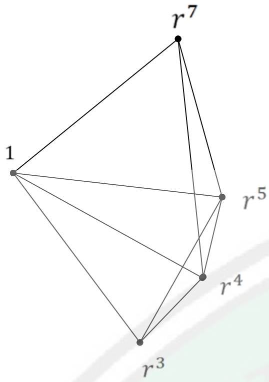

1
r^6
r^5
r
r^7
1
r
r^3
1
r^6
r
r^3
1
r^4
r
r^3
r^7
1
r
r^2
1
r^6
r
r^2
1
r^4
r
r^2
1
r
r^2
r^3
s
sr^4
1
r^4
sr
sr^5
1
r^4
sr^2
1
sr^6
r^4
sr^3
1
r^4
sr^7

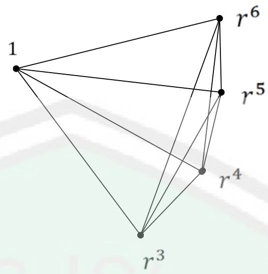
K_5 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

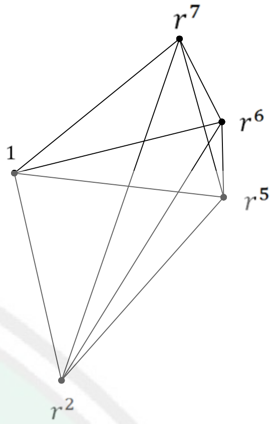


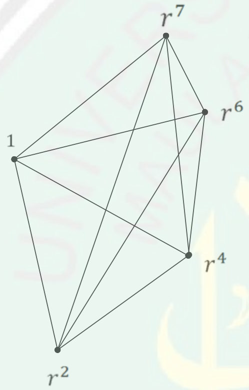


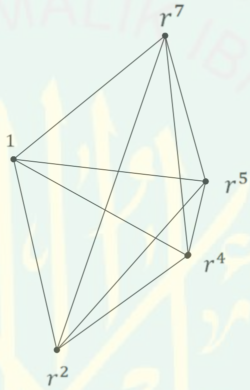
r^7 r^6 r^4 r r^2
r^7 r^5 r^4 r r^2
r^6 r^5 r^4 r r^2
r^7 r^6 r^3 r r^2
r^7 r^5 r^3 r r^2
r^6 r^5 r^3 r r^2
r^7 r^4 r^3 r r^2
r^6 r^4 r^3 r r^2
r^5 r^4 r^3 r r^2
r^7 r^6 r^5 1 r^4
r^7 r^6 1 r^5 r^3
r^7 r^6 1 r^4 r^3

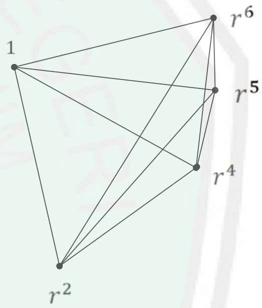

r^7
1
r^5
r^4
r^3

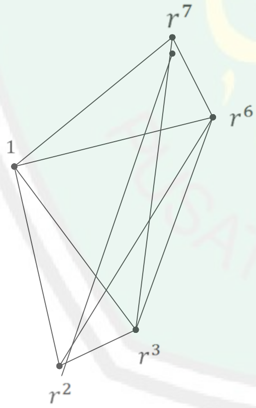

r^6
1
r^5
r^4
r^3

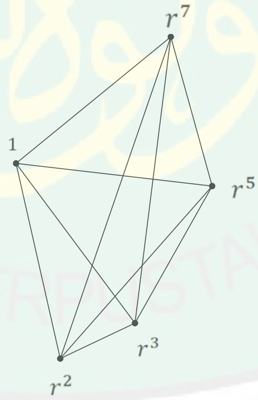

r^7
r^6
1
r^5
r^2

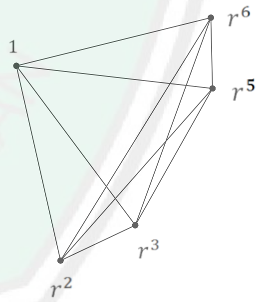

r^7
r^6
1
r^4
r^2

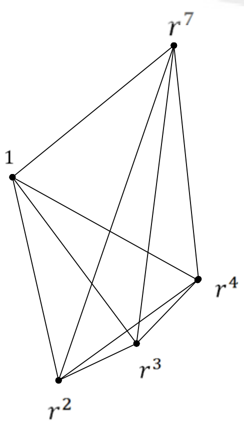

r^7
1
r^5
r^4
r^2

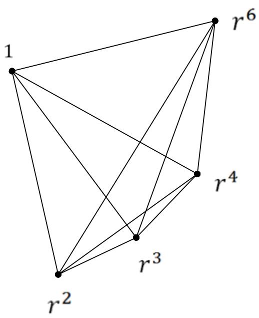

r^6
1
r^5
r^4
r^2

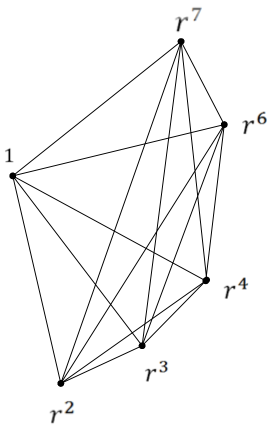

r^7
r^6
1
r^3
r^2

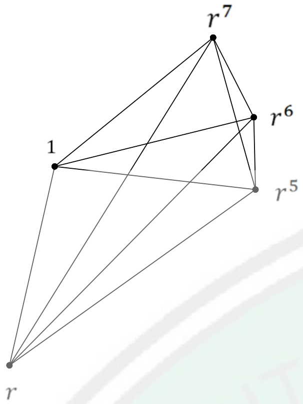

r^7
1
r^5
r^3
r^2

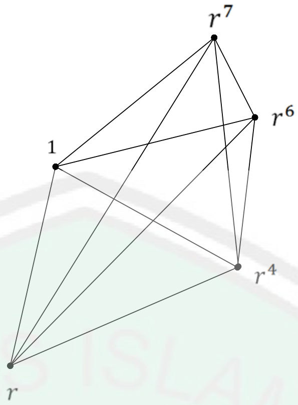

r^6
1
r^5
r^3
r^2

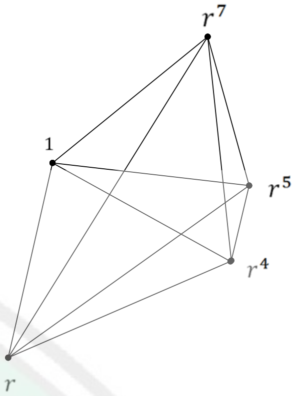

r^7
1
r^4
r^3
r^2

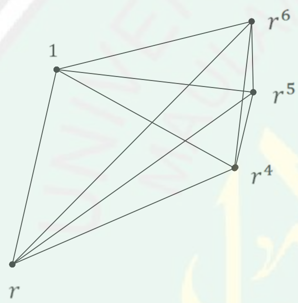

r^6
1
r^4
r^3
r^2

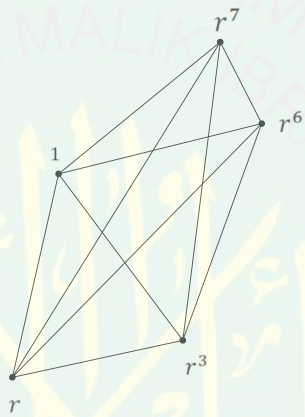

r^7
r^6
1
r^4
r^3
r^2

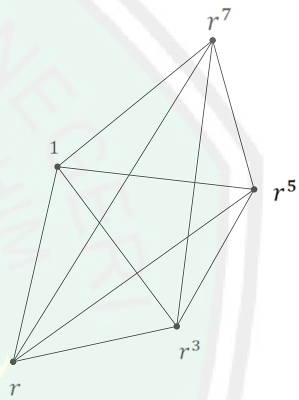

r^7
r^6
1
r^5
r

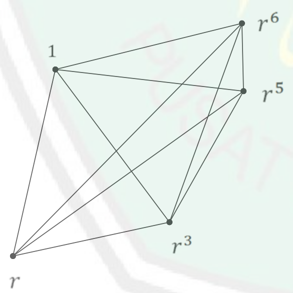

r^7
r^6
1
r^4
r

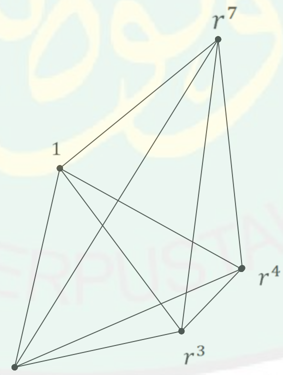

r^7
1
r^5
r^4
r

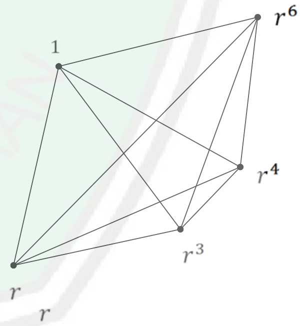

r^6
1
r^5
r^4
r

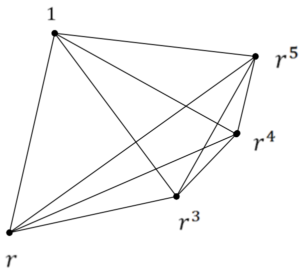

r^7
r^6
1
r^3
r

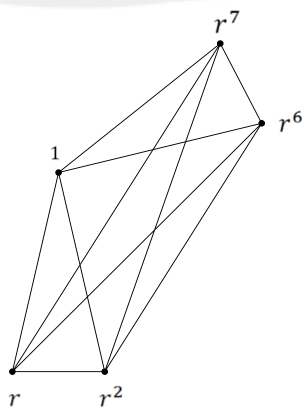

r^7
1
r^5
r^3
r

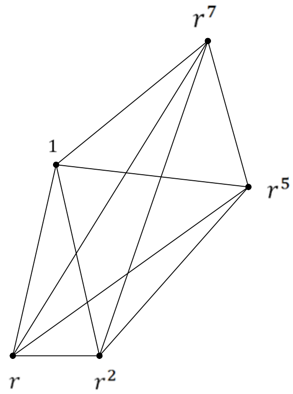

r^6
1
r^5
r^3
r

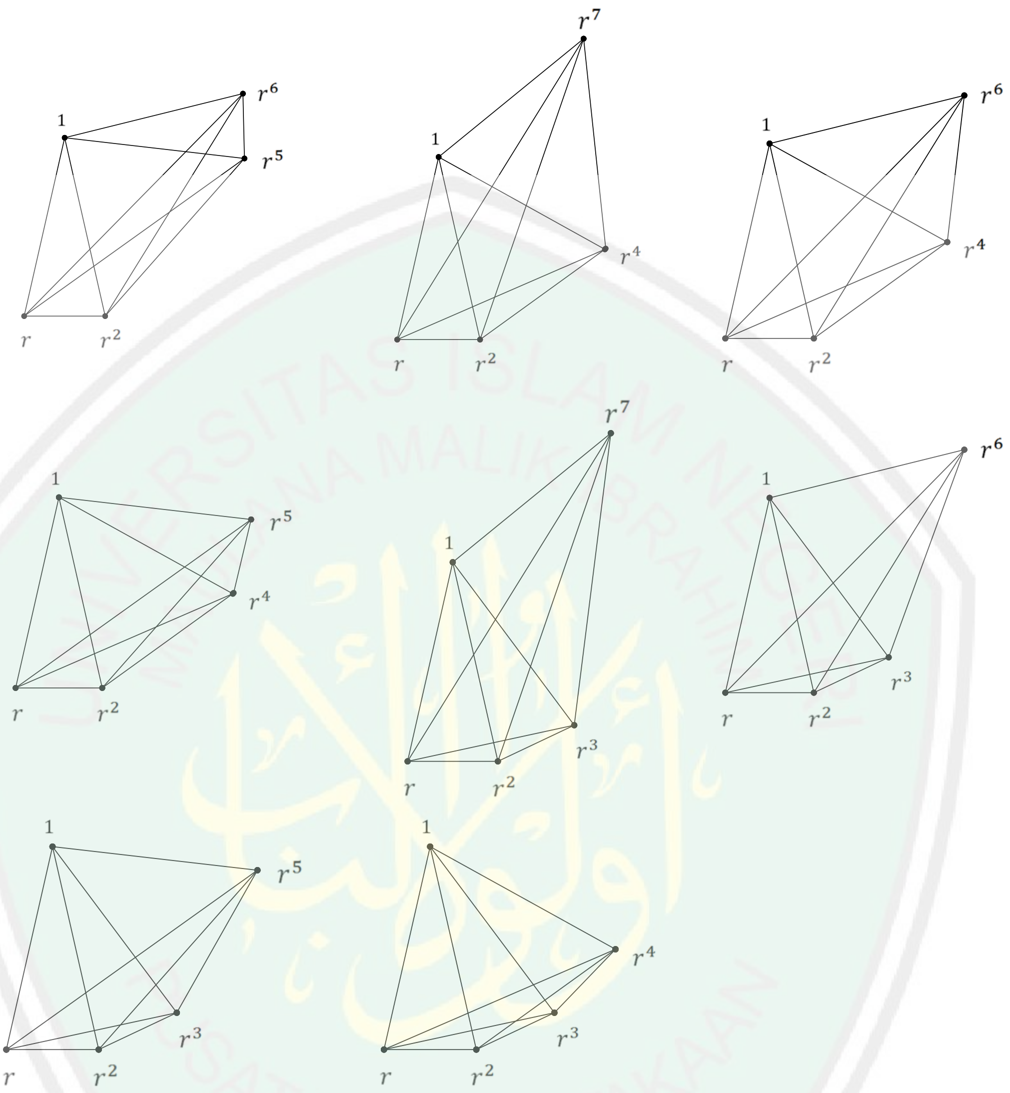

r^7
1
r^4
r^3


r^6
1
r^4
r^3
r
r

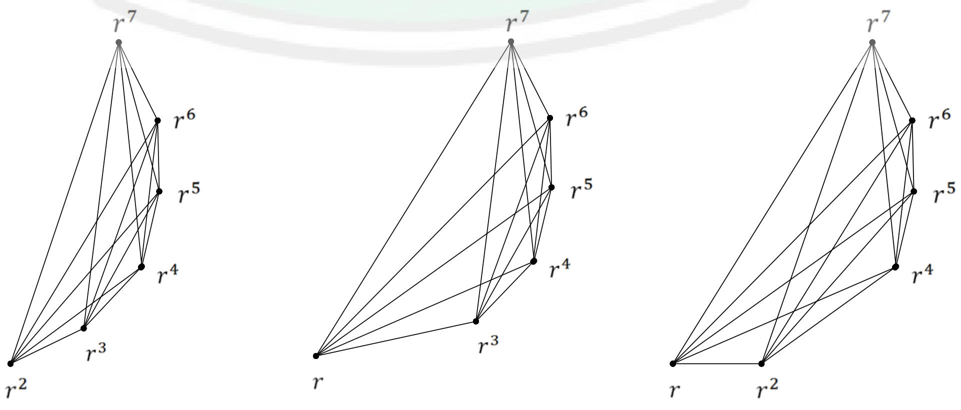

1
r^5
r^4
r^3
r

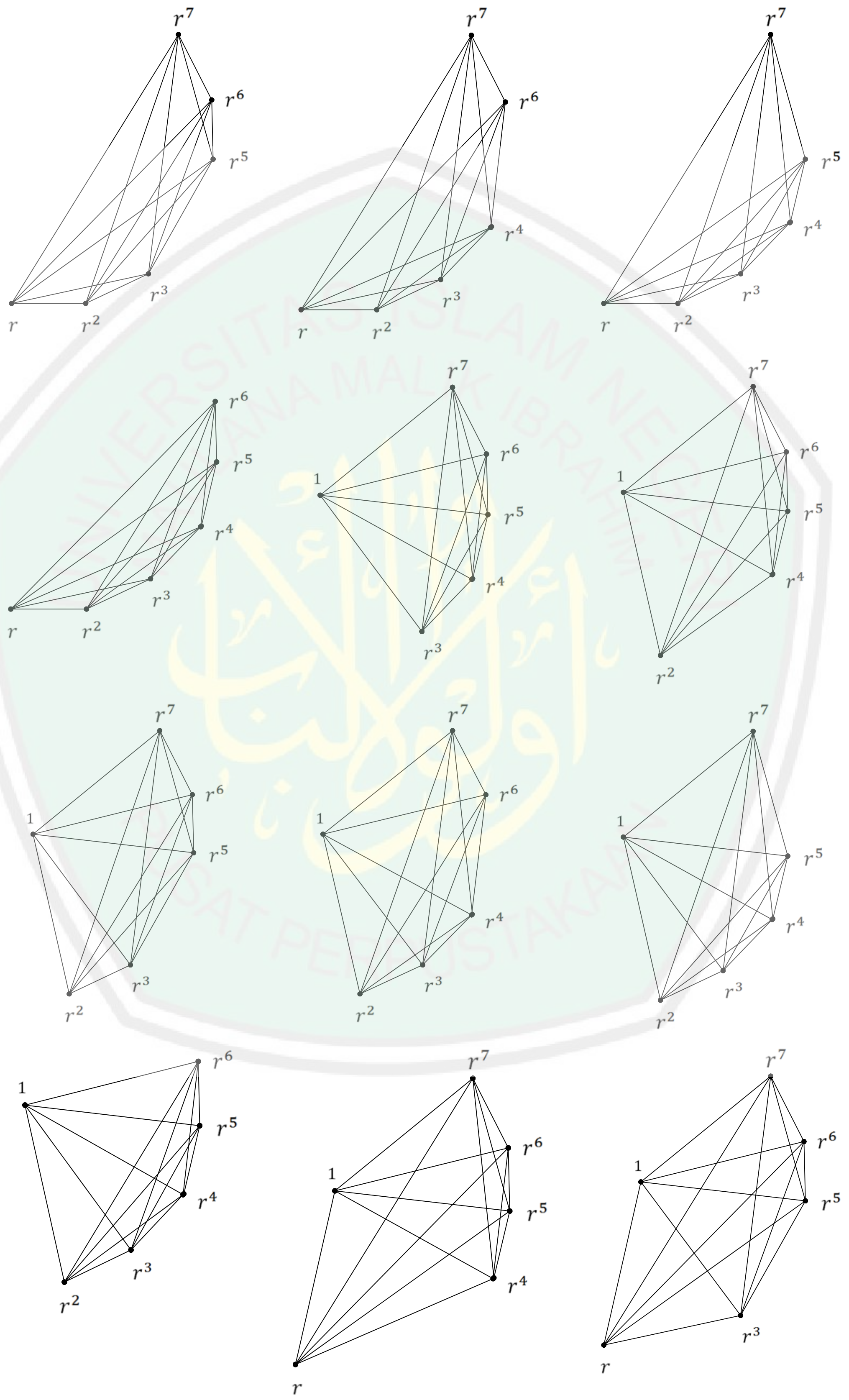

r^7
r^6
1
r
r^2

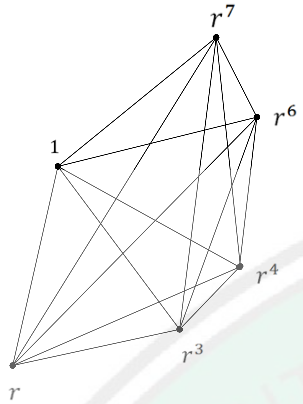

r^7
1
r^5
r
r^2

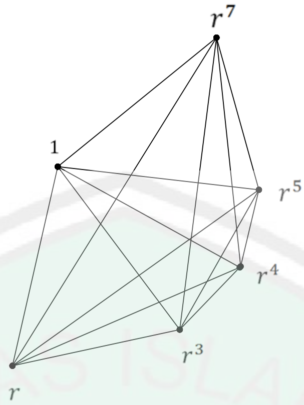


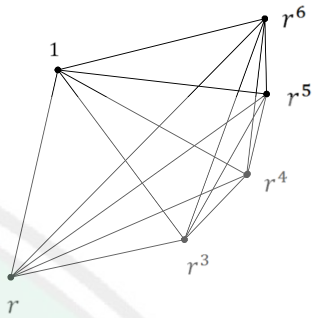
K_6 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :

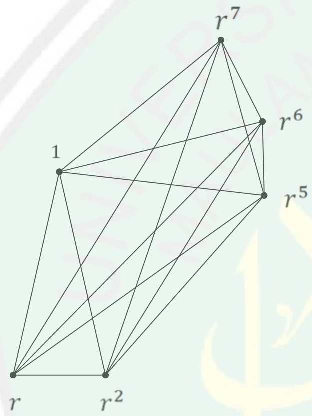


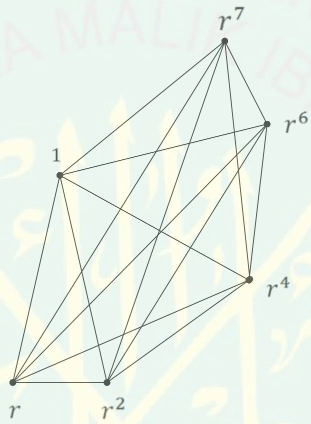

r^7 r^6 r^5 r^3 r r^2
r^7 r^6 r^4 r^3 r r^2
r^7 r^5 r^4 r^3 r r^2
r^6 r^5 r^4 r^3 r r^2
r^7 1 r^6 r^5 r^4 r^3
r^7 1 r^6 r^5 r^4 r^2
r^7 1 r^6 r^5 r^3 r^2
r^7 1 r^6 r^4 r^3 r^2
r^7 1 r^5 r^4 r^3 r^2
1 r^6 r^5 r^4 r^3 r^2
r^7 1 r^6 r^5 r^4 r
r^7 1 r^6 r^5 r^3 r

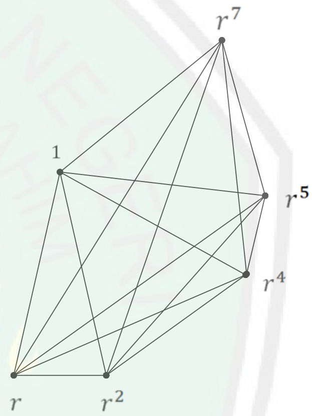

r^7
r^6
1
r^4
r^3
r

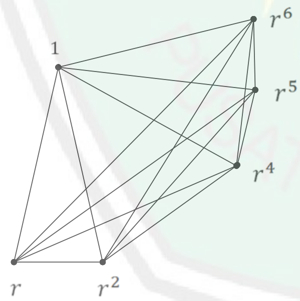

r^7
1
r^5
r^4
r^3
r

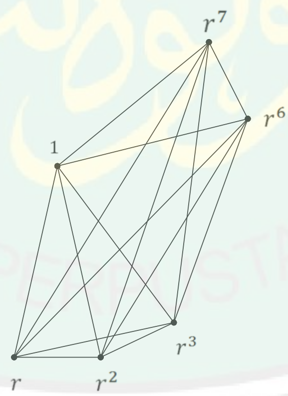

1
r^6
r^5
r^4
r^3
r

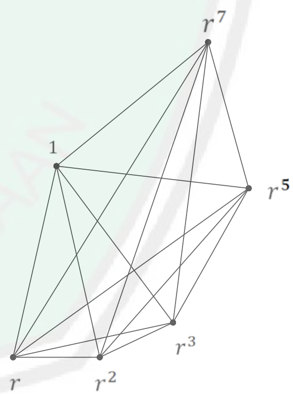

r^7
r^6
1
r^5
r
r^2

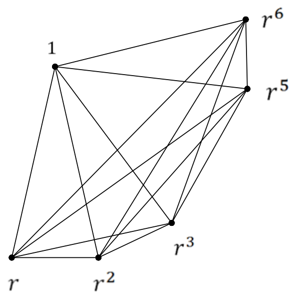

r^7
r^6
1
r^4
r
r^2

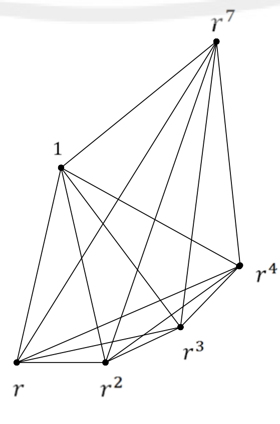

r^7
1
r^5
r^4
r
r^2

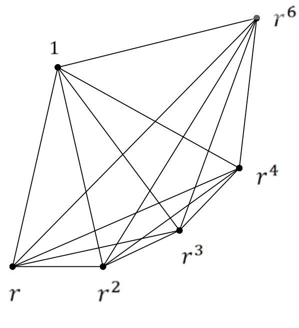

r^6
1
r^5
r^4
r
r^2

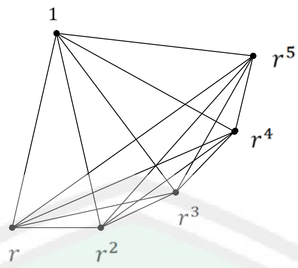

r^7
r^6
1
r^3
r
r^2


r^7
1
r^5
r^3
r
r^2

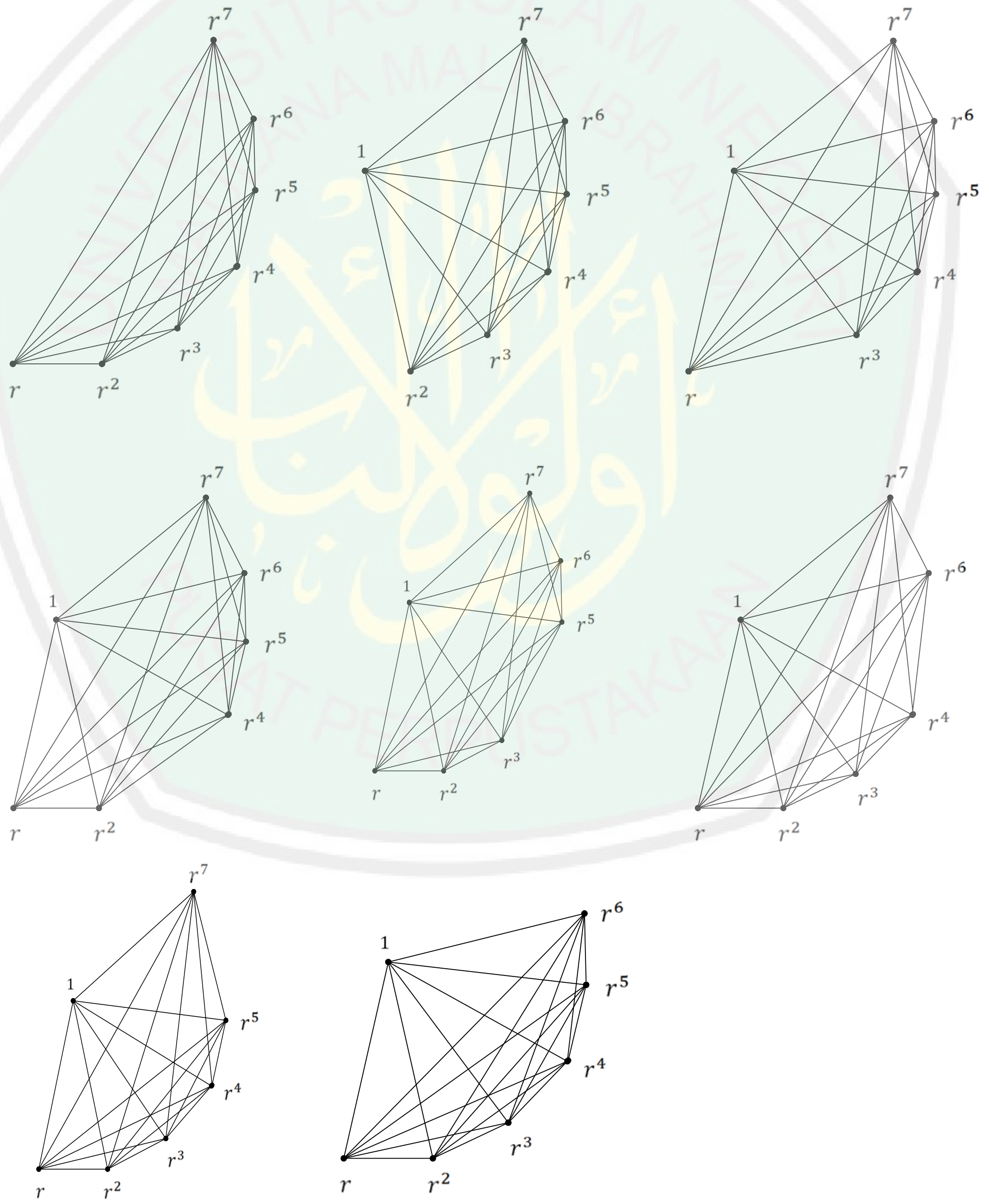

r^6
1
r^5
r^3
r
r^2


r^7
1
r^4
r^3
r
r^2


r^6
1
r^4
r^3
r
r^2



K_7 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :



K_8 yang termuat pada graf *commuting* dari grup *dihedral-16* meliputi :