GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL-2n (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Oleh:
ROCHMAD HARTANTO
NIM. 06510021

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL-2n (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ROCHMAD HARTANTO
NIM. 06510021

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2013

GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL-2n (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Oleh:
ROCHMAD HARTANTO
NIM. 06510021

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 11 Juni 2013

Pembimbing I	Pembimbing II
Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005198203 1 006	H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL-2n (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^{+}$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Oleh:
ROCHMAD HARTANTO
NIM. 06510021

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 08 Juli 2013

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1.	Penguji Utama	: Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	______________
2.	Ketua	: Hairur Rahman, M.Si NIP.19800429 200604 1 003	______________
3.	Sekretaris	: Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005198203 1 006	______________
4.	Anggota	: H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	______________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Rochmad Hartanto
NIM	: 06510021
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 28 Juni 2013

Yang membuat pernyataan,

Rochmad Hartanto
NIM. 06510021

MOTTO

كُلَّ يوَمٍ زِياَدَةً مِنَ العِلْم # وَاسْبِحْ فِي بِحُوْرِ الفَوَائِدِ

Setiap Hari Bertambah Ilmu & Berenang Dalam Lautan Faedah

PERSEMBAHAN

Ayahanda Sarnoe, S.Pd dan Ibunda Munir Kasmiatun, S.Pd

Kakak Nur Eko Hardiono, S.T dan Nurul Syariffatun, S.Pd

Adik Rois Prastyo

Adik Ahwalul Lailiyah, S.Si

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah menganugerahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga dapat menyelesaikan studi dan penulisan skripsi ini dengan lancar di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penulis juga haturkan sholawat dan salam kepada nabi Muhammad SAW yang telah memberikan teladan terbaik sehingga penulis dapat berkarya dengan dasar kaidah syar'i dan akal secara Islam.

Selanjutnya penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan membimbing penyelesaian skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Hj. Bayyinatul Muhtaromah, drh., M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Drs. H. Turmudi, M.Si dan H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing skipsi yang telah mengajarkan banyak keilmuan.
5. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingan.

6. Ayahanda terbaik (Sarnoe) dan ibunda tercinta (Munir Kasmiatun) yang tak pernah berhenti memberikan do’a dan restu.
7. Adik terbaik (Rois Prastyo) dan adik terkasih (Ahwalul Lailiyah), terima kasih atas do’a dan motivasinya. Kepada Keluarga besar Pesantren luhur Malang, terkhusus kepada beliau Prof. Dr. Kyai. H. Ahmad Mudlor S.H yang senantiasa memberikan ilmu dan doa.
8. Keluarga besar UKM Pagar Nusa Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah memberikan pengalaman berarti dalam perjalanan penulis.
9. M. Zuhdi Kurniawan, Imam Fachrudin, Fahmi abdullah dan semua rekan diskusi yang telah membantu kelancaran skripsi ini.
10. Sahabat-sahabat terbaik, mahasiswa Jurusan Matematika, terima kasih atas segala pengalaman berharga.
11. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini, namun tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan para pembaca. Amin.

Wassalamu’alaikum Wr. Wb.

Malang

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Hartanto, Rochmad. 2013. Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) **Drs. H. Turmudi, M.Si**
(II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Kata kunci: Graf Konjugasi, Kelas Konjugasi, Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

Salah satu permasalahan dalam teori graf adalah menentukan graf konjugasi. Dengan menganggap unsur-unsur pada kelas konjugasi pada grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ adalah titik dan unsur-unsur pada kelas konjugasi dikatakan terhubung jika hanya jika unsur-unsur tersebut saling konjugasi satu sama lain. Maka diperoleh graf konjugasi pada grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Penelitian dilakukan dengan tujuan untuk: Mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil, mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan genap.

Berdasarkan pembahasan dapat diperoleh bahwa graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ adalah kumpulan graf komplit. graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil adalah kumpulan graf komplit yaitu satu graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-1}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan satu graf komplit dengan n titik. graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan genap adalah kumpulan graf komplit yaitu dua graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-2}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan dua graf komplit dengan $\frac{n}{2}$ titik. Dengan kata lain graf konjugasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$G = \begin{cases} K_1 \cup \left(\dfrac{n-1}{2}\right) K_2 \cup K_n, n \text{ ganjil} \\ \\ 2K_1 \cup \left(\dfrac{n-2}{2}\right) K_2 \cup 2K_{\frac{n}{2}}, n \text{ genap} \end{cases}$$

Untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan penelitian graf konjugasi selain pada grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

ABSTRACT

Hartanto, Rochmad, 2013. Conjugation Graph from Dyhedral-2n (D_{2n}) Group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islam University Mathematics of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisor: (I) Drs. H. Turmudi, M.Si
(II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Keywords: Conjugation Graph, Conjugation Class, Dyhedral-2n (D_{2n}) Group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$

A problem in the graphic teory is to determine conjugation graph. The elements of conjugation class within dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ are some points (elements) in the conjugation class which are connected if and only if these elements have been conjugated to each other. Then obtained conjugation graph of dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$. The objectives of research are to understand the general pattern of conjugation graphic from dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$, to acknowledge the general pattern of conjugation graphic from dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ with n odd number, and to figure out the general pattern of conjugation graphic from dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ with n even number.

The result of discussion indicates that conjugation graphic from dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ is a set of complete graphics. Conjugation graphic from dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ with n odd number is a set of complete graphics such as a complete graphic with one point, a complete $\frac{n-1}{2}$ graphic with two points, and a complete graphic with n point. Conjugation graphic of dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$ with n even number is a set of complete graphics which include two complete graphics with one point, a complete $\frac{n-2}{2}$ graphic with two points, and two complete graphic with $\frac{n}{2}$ point. In other words can be written as follows:

$$G = \begin{cases} K_1 \cup \left(\frac{n-1}{2}\right) K_2 \cup K_n, n\ odd \\ \\ 2K_1 \cup \left(\frac{n-2}{2}\right) K_2 \cup 2K_{\frac{n}{2}}, n\ even \end{cases}$$

For further research can conduct research in addition to conjugation graph of dyhedral-2n (D_{2n}) group with $n \in Z^+$ and $n \geq 3$.

ملخص

هرتنتو، رحمة. 2013. غراف اقتران من ثنائي السطح مجموعة $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$. أطروحة. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج الدولة.

المشرف: (I)الدكاترة. الحج. الترمذي،الماجستير

(II)الحج. الوحي هنكي إروان، الماجستير

كلمات البحث: غراف اقتران، اقتران فئة، ثنائي السطح مجموعة $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$.

واحدة من المشاكل في تحديد الرسم البياني الموضوع هو اقتران الرسم البياني. وفيما يتعلق العناصر على مجموعة ثنائي السطح فئة اقتران $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$نقطة وقال العناصر على الطبقة الاقتران أن تكون متصلا إذا إلا إذا كانت العناصر تصريف متبادلة مع بعضها البعض. تعتمد على هذه الأبحاث خلفية أجريت لغرض: معرفة النمط العام للفريق ثنائي السطحالرسم البياني المكورات $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$، وتحديد النمط العام للفريق ثنائي السطح الرسم البياني المكورات $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$ مع الأعداد الفردية ن، ومعرفة النمط العام للفريق ثنائي السطح الرسم البياني المكورات $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$ مع n عدد زوجي.

واستنادا إلى المناقشة يمكن الحصول على الرسم البياني المكورات ثنائي السطح من مجموعة $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$ هي عبارة عن مجموعة من الرسم البياني كاملة. اقتران من مجموعة ثنائي السطح الرسم البياني$2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$ مع الأعداد الفردية n هو عبارة عن مجموعة من الرسم البياني كاملة من الرسم البياني كاملة برصيد نقطة واحدة، $\left(\frac{n-1}{2}\right)$ رسم بياني كامل مع نقطتين، و رسم بياني كامل مع نقاط ن. اقتران من مجموعة ثنائي السطح الرسم البياني $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$ مع n عدد زوجي وهذا هو الرسم البياني كاملة هي عبارة عن مجموعة من اثنين من الرسوم البيانية كاملة مع نقطة واحدة، $\left(\frac{n-2}{2}\right)$رسم بياني كامل مع نقطتين، و رسم بياني كامل مع$\frac{n}{2}$نقطة. مع كلمات البعض يمكن يكتب في:

$$G = \begin{cases} K_1 \cup \left(\frac{n-1}{2}\right) K_2 \cup K_n \text{ , } n \text{ الفردية} \\ \\ 2K_1 \cup \left(\frac{n-2}{2}\right) K_2 \cup 2K_{\frac{n}{2}} \text{ , } n \text{ زوجي} \end{cases}$$

لمزيد من البحوث يمكن إجراء بحوث بالإضافة إلى اقتران مجموعة ثنائي السطح ثنائي السطح من مجموعة $2n$- (D_{2n}) مع $n\in\mathbb{Z}^+$ و $n \geq 3$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Qur'an telah memberikan kepada manusia kunci ilmu pengetahuan tentang dunia dan akhirat serta menyediakan peralatan untuk mencari dan meneliti segala sesuatu agar dapat mengungkap dan mengetahui keajaiban dari kedua dunia itu. Tidak diragukan lagi bahwa Al-Qur'an, dengan anjuran memperhatikan dan berpikir yang diulanginya beberapa kali menjadikan aktifitas studi dan penelitian dalam berbagai bidang sebagai sebuah keharusan bagi umat Islam. Karena itu Islam memerintahkan manusia untuk beribadah dan berpikir (Ummah, 2009:1).

Telah banyak sekali ditemukan mukjizat ilmu pengetahuan dalam Al-Qur'an secara garis besar, termasuk matematika. Namun Al-Qur'an tidak mengangkat metode baru atau teknik baru dalam masalah ini, melainkan telah menunjukkan tentang adanya eksistensi dari sesuatu yang ada di balik alam semesta dengan cara yang sama seperti ia menunjukkan mengenai eksistensi alam semesta itu sendiri (Rahman, 1992:15).

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Alloh SWT dengan ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79). Sebagaimana firman Alloh swt dalam surat Al-Furqon ayat 2 sebagai berikut:

ٱلَّذِى لَهُۥ مُلْكُ ٱلسَّمَـٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ شَرِيكٌ فِى
ٱلْمُلْكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَىْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

"Yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan (Nya), dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya "(QS.25:2)"

Ayat di atas menjelaskan bahwa segala sesuatu yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungannya, ada rumusnya, atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikitpun. Mereka hanya menemukan rumus atau persamaan, sehingga rumus-rumus yang ada sekarang bukan diciptakan manusia sendiri, tetapi sudah disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika (Abdussakir, 2007:80).

Dewasa ini semakin banyak muncul penggunaan model matematika maupun penalaran matematika sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dalam berbagai disiplin ilmu. Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang penting dan banyak manfaatnya karena teori-teorinya dapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mengkaji dan menganalisa model atau rumusan teori graf dapat diperlihatkan peranan dan kegunaannya dalam memecahkan permasalahan.

Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-apek yang dibutuhkan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Fatkiyah, 2010:3).

Ide dasar teori graf diperkenalkan pertama kali pada abad ke-18 oleh matematikawan Swis Leonhard Euler. Pada waktu itu, ia menggunakan graf untuk menyelesaikan masalah jembatan Konisberg yang terkenal. Konisberg adalah sebuah kota disebelah timur Prussia (Jerman) dimana terdapat sungai pregel dan tempat tinggal Duke of Prussia pada abad ke-16 (tahun 1736). Sungai pregel membagi kota menjadi empat daratan yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua anak sungai. Pada abad ke-18 dibangunlah tujuh jembatan yang menghubungkan keempat daratan tersebut. Akhirnya Euler memecahkan masalah ini dengan mempresentasikannya kedalam graf dengan keempat daratan sebagai titik *(vertec)* dan ketujuh jembatan sebagai sisi *(edge)*. Bahkan 3 abad setelahnya, teori ini masih digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam berbagai bidang. Pada umumnya, teori graf digunakan untuk memodelkan persoalan dan mencari solusinya (Munir, 2005:354)

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Himpunan titik di G dinotasikan dengan V(G) dan himpunan sisi dinotasikan dengan E(G). Banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan p(G) dan banyaknya unsur di E disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan q(G). Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q (Abdussakir dkk, 2009:4).

Dalam teori graf salah satu contohnya adalah graf konjugasi. Graf konjugasi adalah graf yang dibentuk dari elemen-elemen konjugasi. Diberikan G merupakan grup non komutatif, dan $[e], [g_1], \ldots [g_n]$ merupakan kelas konjugasi dari G, dua titik dalam graf saling terhubung jika hanya jika ke dua elemen dalam kelas konjugasi saling konjugasi satu sama lain. Sehingga graf ini disebut dengan graf konjugasi dari grup non komutatif (Kandasamy dan Smarandache, 2009:79).

Menurut penulis cara untuk menentukan graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ tersebut memerlukan waktu yang lama, sehingga perlu digunakan cara atau rumusan umum untuk menentukan graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Karena belum terdapat penelitian tentang graf konjugasi ini maka dalam penelitian ini, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang graf konjugasi ini, maka penulis merumuskan judul pada skripsi ini dengan "*Graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dari penulisan skripsi ini adalah

1. Bagaimana pola graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$?

2. Bagaimana pola graf konjugasi dari dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil ?.
3. Bagaimana pola graf konjugasi dari dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan genap ?.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan penulisan skripsi ini adalah:

1. Mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
2. Mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil.
3. Mengetahui pola umum graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan genap.

1.4 Batasan masalah

Untuk tetap menjaga kedalaman pembahasan materi penulis membatasi penulisan skripsi ini pada graf sederhana dan juga membatasi pada grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Bagi peneliti

Dapat mengembangkan keilmuan matematika khususnya pengetahuan mengenai graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

2. Bagi pembaca

Dapat dijadikan sebagai bahan penelitian lebih lanjut mengenai dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^{+}$ dan $n \geq 3$.

3. Bagi Lembaga

Sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya tentang pembelajaran graf.

1.6 Metode Penelitian

Metode dalam penelitian ini adalah deskriptif kualitatif, yaitu pencarian fakta dengan interpretasi tepat untuk membuat gambaran atau lukisan secara sistematis, faktual, dan akurat. Dengan demikian, pendekatan yang digunakan adalah pendekatan kualitatif dengan metode kepustakaan (*Library Research*) yaitu usaha mendalami, mencermati, menelaah, dan mengidentifikasi pengetahuan yang ada dalam keperpustakaan (Fatkiyah, 2010:6).

Studi kepustakaan merupakan penampilan argumentasi penalaran keilmuan untuk memaparkan hasil olah pikir mengenai suatu permasalahan atau topik kajian kepustakaan yang dibahas dalam penelitian ini.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan rumusan masalah tentang graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^{+}$ dan $n \geq 3$.
2. Mengumpulkan literatur utama yang dijadikan acuan dalam penelitian ini. Sumber yang dimaksud adalah Groups As Graf karya W.B. Vasantha

Kandasamy dan Florentin yang diterbitkan tahun 2009. Mengambil definisi, teorema dan contoh-contoh tentang graf konjugasi.

3. Mengumpulkan literatur pendukung, baik yang bersumber dari buku, jurnal, internet, dan lainnya berupa definisi, teorema dan sifat-sifat yang berhubungan dengan penelitian ini. Terutama yang berhubungan dengan graf, grup, konjugasi pada grup, kelas konjugasi dan graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
4. Menganalisis data dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   1. Menentukan grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.
   2. Menentukan kelas konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.
   3. Menggambar graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.
   4. Menentukan konjektur dan membuktikan konjektur graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.
   5. Menentukan konjektur dan membuktikan konjektur graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil.
   6. Menentukan konjektur dan membuktikan konjektur graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan genap.
5. Melaporkan hasil penelitian.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah dan mudah dipahami digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab yaitu :

BAB 1 Pendahuluan

Pendahuluan dalam skripsi ini meliputi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Kajian Pustaka

Bagian ini meliputi kajian tentang konsep teori yang yang akan digunakan dalam penelitian ini. Yaitu konsep dasar tentang graf dan aljabar abstrak, khususnya tentang konsep graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Serta hubungan kajian ini dengan konsep Al-Qur'an dan Hadits.

BAB III Pembahasan

Pembahasan ini berisi tentang graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$, graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil, graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \geq 8$ n bilangan genap.

BAB IV Penutup

Pada bab ini memuat kesimpulan dan saran dari penelitian yang sudah dilakukan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

2.1.1 Definisi Graf

Teori graf pertama kali ditemukan dalam tulisan Euler yang berisi tentang pemecahan masalah jembatan Konisberg pada tahun 1736 yang sangat terkenal di eropa. Pada periode selanjutnya, teori graf terus berkembang seiring dengan banyaknya permasalahan yang bisa direpresentasikan dan diselesaikan dengan konsep graf, terutama pada masa tiga puluh tahun terakhir dianggap merupakan periode yang sangat intensif dalam aktifitas pengembangan teori graf (Sutarno, dkk., 2005:65).

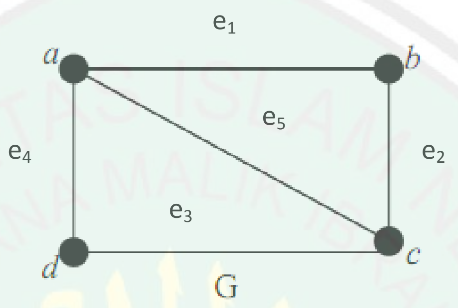
Definisi 1

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Himpunan titik di G dinotasikan dengan V(G) dan himpunan sisi dinotasikan dengan E(G). Banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan p(G) dan banyaknya unsur di E disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan q(G). Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q (Abdussakir, dkk., 2009:4).

Contoh **:**

Graf G yang memuat himpunan titik V(G) dan himpunan sisi E(G), dengan V(G) = [*a*,*b*,*c*,*d*] dan E(G) = [*ab*,*ad*,*ac*,*bc*,*cd*] dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.1 Graf G

Graf G pada gambar 2.1 dapat dinyatakan sebagai G = (V(G),E(G)) dengan V(G) = [*a*,*b*,*c*,*d*] dan E(G) = [*ab*,*ad*,*ac*,*bc*,*cd*]. Dapat juga dituliskan V(G) = [*a*,*b*,*c*,*d*] dan E(G) = [e_1,e_2,e_3,e_4,e_5]. Untuk e_1 = (*a*,*b*), e_2 = (*b*,*c*), e_3 = (*c*,*d*), e_4 = (*d*,*a*), e_5 = (*a*,*c*). Graf G mempunyai 4 titik, sehingga order dari G adalah p = 4 dan mempunyai 5 sisi sehingga ukuran graf G adalah q = 5.

2.1.2 Terhubung langsung (*Adjacent*) dan terkait langsung (*incident*)

2.1.2.1 Terhubung langsung (*Adjacent*)

Definisi 2

Dua titik pada graf G dikatakan terhubung langsung (*adjacent*) apabila kedua titik tersebut terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain , *u* terhubung langsung dengan i *v* jika (*u*,*v*) adalah sebuah sisi pada graf (Munir, 2005:365). Pada gambar 2.1 titik *a* dan *b* terhubung langsung dengan sebuah sisi e_1.

2.1.2.2 Terkait langsung (*incident*)

Definisi 3

Untuk sembarang sisi e = (u,v) sisi e dikatakan terkait langsung dengan titik u dan titik v (Munir, 2005:365). Pada gambar 2.1 sisi e_1 *incident* dengan titik a dan b, tetapi tidak *incident* dengan titik c.

2.1.3 Matriks Keterhubungan (*Adjacency Matrixs*)

Definisi 4

Misalkan G graf dengan order $p(p \leq 1)$ dan ukuran q serta himpunan titik $V(G) = \{v_{1,,} v_{2,}, \ldots, v_{n,}\}$. Matriks Keterhubungan titik dari graf G, dinotasikan dengan $A(\mathrm{G})$, adalah matriks $(p\ x\ p)$ dengan unsur pada baris i dan kolom j bernilai 1 jika titik v_i terhubung langsung dengan titik v_j , serta bernilai 0 jika titik v_i tidak terhubung langsung dengan titik v_j (Abdussakir, dkk., 2009:73).

Dengan kata lain, matriks keterhubungan dapat ditulis

$$A(\mathrm{G}) = \{a_{ij}\},\ 1 \leq i,j \leq p \text{ dengan } a_{ij} = \begin{cases} 1 & ,jika \quad v_i v_j \in \mathrm{E(G)} \\ 0 & ,jika \quad v_i v_j \notin \mathrm{E(G)} \end{cases}$$

matriks keterhubungan graf G adalah matriks simetri dengan unsur 0 dan 1 dan memuat nilai 0 pada diagonal utamanya. Hal ini karena graf G tidak memuat lup dan sisi rangkap.

Contoh:

Dari gambar 2.1 dapat terbentuk tabel 2.1 matriks keterhubungan graf G sebagai berikut:

Tabel 2.1 Matriks Keterhubungan Graf G

	a	***b***	***c***	***d***
a	0	1	1	1
b	1	0	1	0
c	1	1	0	1
d	1	0	1	0

Dari tabel 2.1 titik *a* dan *b* bernilai 1 karena terhubung langsung dan titik *b* dan *d* bernilai 0 karena tidak terhubung langsung.

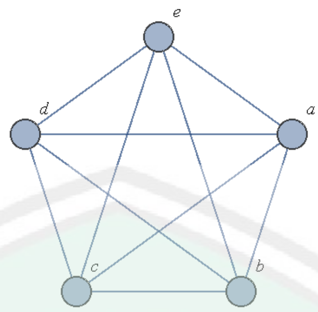
2.1.3 Macam-macam Graf

2.1.3.1 Graf Beraturan-r

Definisi 5

Graf G dikatakan beraturan-r jika masing-masing titik v di G, maka Deg (v)= r, untuk bilangan bulat tak negatif r. Suatu graf disebut beraturan jika graf tersebut beraturan-r untuk suatu bilangan bulat tak negatif (Abdussakir, dkk., 2009:20)

Contoh :



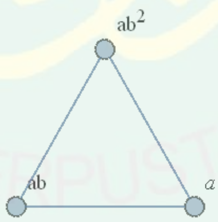
Gambar 2.6 Graf Beraturan- 5

2.1.3.2 Graf komplit

Definisi 6

Graf G dikatakan komplit jika setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*Adjacent*). Graf komplit dinyatakan dengan simbol K_n (Abdussakir, dkk., 2009::20).

Contoh :



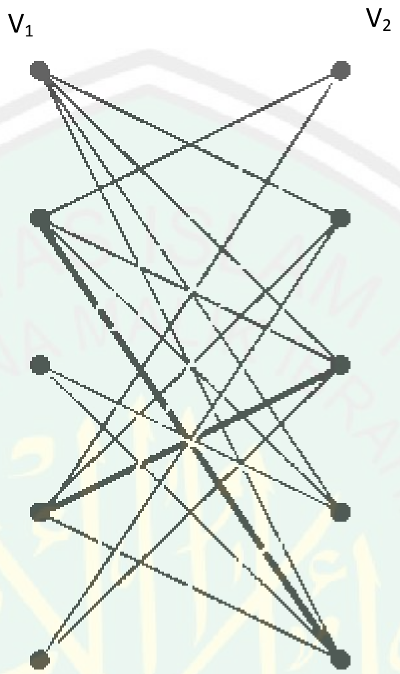
Gambar 2.7 Graf Komplit-3 (K_3)

2.1.2.3 Graf Biparisi

Definisi 7

Graf G dikatakan bipartisi jika himpunan titik pada G dapat dipartisi dua himpunan tak kosong V_1 dan V_2 sehingga masing-masing sisi pada graf G tersebut menghubungkan satu titik V_1 dan dengan satu titik di V_2 (Abdussakir, dkk., 2009:21).

Contoh :



Gambar 2.8 Graf Bipartisi Komplit$_{5,5}$

2.1.4 Graf Konjugasi

Definisi 8

Diberikan G merupakan grup non komutatif, dan $[e], [g_1], \ldots [g_n]$ merupakan kelas konjugasi dari G, dua titik dalam graf saling terhubung jika hanya jika ke dua elemen dalam kelas konjugasi saling konjugasi satu sama lain. Sehingga graf ini disebut dengan graf konjugasi dari grup non komutatif (Kandasamy dan Smarandache, 2009:79).

Contoh **:**

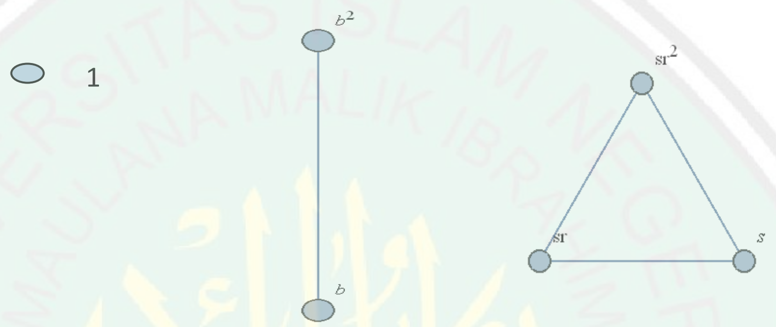
Tentukan graf konjugasi dari grup dihedral -6 (D$_6$) = $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

Jawab :

Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D$_6$) = $\{1, r, r^2, , s, sr, sr^2\}$ adalah:

$[1]$= $\{1\}$, $[r] = \{r, r^2\}$, $[s] = \{s, sr, sr^2\}$

dari kelas-kelas konjugasi di atas maka terbentuk graf konjugasi sebagai berikut:



Gambar 2.13 Graf Konjugasi Dihedral-6 (D$_6$)

2.2 Grup

2.2.1 Definisi Grup

Definisi 9

Diberikan Himpunan tidak kosong G yang dilengkapi dengan operasi "∘ " . Himpunan G disebut grup terhapad operasi "∘" jika memenuhi empat aksioma berikut:

1. Operasi ∘ bersifat tertutup

   $\forall\ a, b \in R$ maka $a \circ b \in R$

2. Operasi ∘ bersifat assosiatif

   $\forall\ a, b, c \in R$ maka $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$

3. R punya unsur identitas terhadap operasi ∘

Misal unsur identitas di R adalah I

$\forall a \in R$ maka $a \circ I = I \circ a = a$

Jika $a \circ I = a$ maka I disebut unsur identitas kanan

Jika $I \circ a = a$ maka I disebut unsur identitas kiri

Jika unsur identitas kanan = identitas kiri maka dikatakan ada unsur identitas di R.

4. Setiap unsur di R (punya invers) balikan terhadap operasi $\circ$

Misal a^{-1} adalah invers dari unsur a di R

$\forall\ a \circ R\ \exists\ a^{-1} \in R$ sehingga $a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = I$

Jika $a^{-1} \circ a = I$ maka a^{-1} disebut invers kiri dari unsur a

Jika $a \circ a^{-1} = I$ maka a^{-1} disebut invers kanan dari unsur a

Jika invers kanan = invers kiri maka dikatakan ada invers unsur a

(Raisinghania & Aggarwal, 1980:31).

Contoh :

Selidiki apakah (Z,+) merupakan grup.

Jawab :

i. Ambil $a, b \in$ Z, maka $a + b \in$ Z. Jadi Z tertutup terhadap operasi penjumlahan.

ii. Ambil $a, b, c \in$ Z , maka $(a + b) + c = a + (b + c)$

Jadi operasi penjumlahan bersifat assosiatif di Z

iii. Ambil $0 \in$ Z sehingga $a + 0 = 0 + a = a, \forall a \in Z$.

Jadi 0 adalah identitas penjumlahan.

iv. Untuk masing-masing $a \in Z$. ada $-a \in Z$, , sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Jadi invers dari a adalah $-a$

Dari (i),(ii),(iii) dan (iv) maka (Z,+) adalah grup.

2.2.2 Sifat-sifat Grup

Teorema 1

Jika G grup dengan operasi $\circ$, maka

1. Elemen identitas dalam suatu grup adalah tunggal
2. Untuk setiap $a \in G$, a^{-1} adalah tunggal
3. $(a \circ a)^{-1} = a$, untuk setiap $a \in G$
4. $(a^{-1})^{-1} = a$ dan $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$

Bukti :

1. Misal $(G,\circ)$ adalah grup

   Andaikan e dan h adalah elemen identitas ($e \neq h$) maka berlaku

   1. $e \circ h = h \circ e = h$
   2. $e \circ h = h \circ e = e$

   karena $e \circ h$ dan $h \circ e$ adalah elemen tunggal pada G maka dari (i) dan (ii) berakibat $e = h$ (kontradiksi dengan pengandaian). Ini berarti bahwa elemen identitas di G adalah tunggal.

2. Misal $(G,\circ)$ adalah grup. Andaikan invers dari $a \in G$ tidak tunggal yaitu a_1^{-1} dan a_2^{-1}dengan $a_1^{-1} \neq a_2^{-1}$

   Misal e adalah elemen identitas di G maka berlaku

   $$a \circ a_1^{-1} = a_1^{-1} \circ a = e$$

   $$a \circ a_2^{-1} = a_2^{-1} \circ a = e$$

selanjutnya $a_1^{-1} \circ (a \circ a_2^{-1}) = a_1^{-1} \circ e = a_1^{-1}$

dan $(a_1^{-1} \circ a) \circ a_2^{-1} = e \circ a_2^{-1} = a_2^{-1}$

karena operasi $\circ$ bersifat assosiatif di G yang berarti bahwa

$a_1^{-1} \circ (a \circ a_2^{-1}) = (a_1^{-1} \circ a) \circ a_2^{-1}$

$a_1^{-1} = a_2^{-1}$ (kontradiksi dengan pengandaian). Ini berarti G setiap unsur di G punya invers yang tunggal.

3. Untuk menunjukkan $(a \circ a)^{-1} = a$, dengan menunjukkan bahwa a adalah invers dari a^{-1} (karena pada bagian (2) a mempunyai invers tunggal), karena G suatu grup, maka $\forall\, a \in G$ berlaku bahwa $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$ maka $(a^{-1})^{-1} = a$

4. Ambil $a \in G$ maka $a^{-1} \in G$ sehingga $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$

(i). $a \circ a^{-1} = e$

$$(a \circ a^{-1}) \circ (a^{-1})^{-1} = e \circ (a^{-1})^{-1}$$

$$a \circ (a^{-1} \circ (a^{-1})^{-1} = (a^{-1})^{-1}$$

$$a \circ a = (a^{-1})^{-1}$$

$$a = (a^{-1})^{-1}$$

(ii). $a^{-1} \circ a = e$

$$(a^{-1})^{-1} \circ (a^{-1} \circ a) = (a^{-1})^{-1} \circ e$$

$$((a^{-1})^{-1} \circ a^{-1}) \circ a = (a^{-1})^{-1}$$

$$e \circ a = (a^{-1})^{-1}$$

$$a = (a^{-1})^{-1}$$

Dari (i) dan (ii) maka $a = (a^{-1})^{-1}$

Selanjutnya kita akan membuktikan dalil de Morgan (bagian ii)

$$(a \circ b) \circ (a \circ b)^{-1} = e$$

$$(a \circ b) \circ b^{-1} \circ a^{-1} = a \circ (b \circ b^{-1}) \circ a^{-1}$$
$$= a \circ e \circ \_^{-1}$$
$$= a \circ a^{-1}$$
$$= e$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh $(a \circ b) \circ (a \ o \ b)^{-1} = (a \circ b) \circ b^{-1} \circ a^{-1}$ kanselasi kiri berlaku pada grup maka $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$ (Dummit dan Foote, 1991:18-20).

2.2.3 Grup Dihedral

Definisi 10

Suatu grup dari semua simetri (rotasi dan refleksi) dari segi-n beraturan disebut grup dihedral-2n (D_{2n}) (Wahyudin, 1989:80). Diketahui himpunan semua rotasi dan refleksi dari segi-n beraturan, D_{2n} yang terdiri dari n rotasi yaitu identitas ditulis dalam notasi $1, r = rotasi \frac{360^\circ}{n}, r \circ r = r^2 =$ rotasi $2\left(\frac{360^\circ}{n}\right)$, $\ldots, r^{n-1}$, dan n refleksi pada n sumbu simetri. Jika s adalah salah satu dari refleksi-refleksi tersebut, maka

$D_2n = \{1, r\, r^2, \ldots r^{n-1}, s, rs, \ldots, r^{n-1}s\}$.

Grup dihedral ini akan digunakan pada seluruh teks maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup abstrak, yaitu:

1. $1, r\, r^2, \ldots r^{n-1}$ adalah unsur yang berbeda
2. $|s| = 2$
3. $s \neq r^i$ untuk semua $i \in \mathbb{Z}^+$
4. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$, jadi $D_{2n} =$

$\{1, \mathrm{r}\, \mathrm{r}^2, \dots \mathrm{r}^{\mathrm{n}-1}, s, \mathrm{sr}, \mathrm{sr}^2 \dots, \mathrm{sr}^{\mathrm{n}-1}\}$, yaitu setiap elemen dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $\mathrm{s}^{\mathrm{k}}\mathrm{r}^{\mathrm{i}}$ untuk $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n - 1$.

5. $\mathrm{sr} = \mathrm{r}^{-1}\,\mathrm{s}$
6. $\mathrm{sr}^{\mathrm{i}} = \mathrm{r}^{-1}\,\mathrm{s}$, untuk semua $0 \leq i \leq n$ (Dummit dan Foote, 1991:26)

Sifat-sifat tersebut digunakan untuk mempermudah penghitungan dihedral.

Contoh :

Dari bentuk $\mathrm{D}_2 n = \{1, r\, r^2, \dots r^{n-1}, s, rs, \dots, r^{n-1}s$. Dapat diketahui Dihedral-2.3 ($\mathrm{D}_{2.3}$) = $\{s, r | s^2 = r^3 = 1\} = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$, dengan $r^n = r^3 = 1$ adalah identitas dari Dihedral-2.3 ($\mathrm{D}_{2.3}$). Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 2.2 Tabel Cayley Grup Dihedral-6 (D_6)

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	1	sr^2	s	sr
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	1	r	sr	sr^2	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	s	r^2	1	r
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Dari tabel 2.2 sr dikomposisikan dengan s maka akan menghasilkan r^2 dengan perhitungan sebagai berikut:

$sr\, s = r^{-1} s\, s$

$= r^2\ 1$

$= r^2$

2.2.4 Konjugasi pada grup

Definisi 11

Diberikan G adalah grup non komutatif (non Abelian). Untuk $h, g \in G$, terdapat $x \in G$ sedemikian hingga $g = x\ h\ x^{-1}$. Maka kita sebut g dan h adalah saling konjugasi (Kandasamy dan Smarandache, 2009:12).

Definisi 12

Diberikan G merupakan grup non komutatif. $[a] = \{b \in G |\ a$ dan b saling konjugasi satu sama lain$\}$. $[a]$ disebut kelas konjugasi dari G (Kandasamy dan Smarandache, 2009:79).

Contoh :

Tentukan kelas konjugasi dari grup Dihedral -6 (D_6) = $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

Jawab :

Kelas konjugasi dari grup Dihedral -6 (D_6) = $\{r, r^2, r^3, s, sr, sr^2\}$, karena $r^3 = 1$ adalah identitas grup Dihedral -6 (D_6) maka (D_6) =$\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_6$, pilih $x = 1 \in D_6$ maka

   $g = x\ h\ x^{-1}$

   $1 = 1\ 1\ 1^{-1}$

   $1 = 1\ 1$

   $1 = 1$

berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada $x \in D_6$ yang memenuhi $1 = 1\,1\,1^{-1}$. Sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^2$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^2 \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = s \in \mathrm{D}_6$ maka

   $$g = x\,h\,x^{-1}$$

   $$r = s\,r^2 s^{-1}$$

   $$r = sr^2 s$$

   $$r = r$$

   berdasarkan definisi 11 r dan r^2 saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_6$ yang memenuhi $r = s\,r^2 s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r] =\{ r, r^2\}$ dimana r dan r^2 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa s, sr dan sr^2 saling konjugasi.

   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

      Ambil $g = s$ dan $h = sr \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_6$ maka

      $$g = x\,h\,x^{-1}$$

      $$s = r^2\,sr\,(r^2)^{-1}$$

      $$s = sr^2\,r$$

      $$s = s$$

      berdasarkan definisi 11 s dan sr saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $s = r^2\,sr\,(r^2)^{-1}$

   b. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^2 \in$ D$_6$, pilih $x =\ r^2 \in$ D$_6$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr =\ r^2\,sr^2\ (r^2)^{-1}$

$sr = s\,r$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 s dan sr saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $sr =\ r^2\,sr^2\ (r^2)^{-1}$

c. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$dan $h = s \in$ D$_6$, pilih $x =\ r^2 \in$ D$_6$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 =\ r^2\,s\,(r^2)^{-1}$

$sr^2 = sr\,r$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 s dan sr^2 saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $sr =\ r^2\,sr^2\ (r^2)^{-1}$

karena s, sr dan sr^2 saling konjugasi Maka terbentuk kelas konjugasi $[s] =\ \{s, sr, sr^2\}$.

Maka kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D$_6$) adalah sebagai berikut:

$[1]=\ \{1\}$

$[r] = \{r, r^2\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2\}$

2.3 Kajian Agama

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Alloh SWT dengan ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79). Sebagaimana firman Alloh SWT dalam surat Al Furqon Ayat 2 sebagai berikut:

ٱلَّذِى لَهُۥ مُلْكُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ شَرِيكٌ فِى ٱلْمُلْكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَىْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

"Yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan (Nya), dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya "(QS.25:2)"

Ayat di atas menjelaskan bahwa segala sesuatu yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungannya, ada rumusnya, atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikitpun. Mereka hanya menemukan rumus atau persamaan, sehingga rumus-rumus yang ada sekarang bukan diciptakan manusia sendiri, tetapi sudah disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika (Abdussakir, 2007:80).

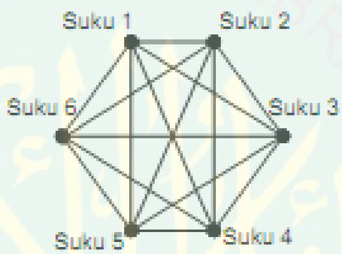
Agama Islam memerintahkan agar setiap manusia untuk saling asih kepada sesama, karena pada dasarnya walaupun jasmani manusia berbeda-beda dan berasal dari berbagai suku-suku bangsa, budaya, adat-istiadat yang berbeda akan tetapi pada hakekatnya sesama manusia adalah saudara. Agama Islam sangat tidak mengajarkan adanya permusuhan, pertengkaran yang mengakibatkan bercerai-berai. Sesuai yang tercantum dalam Al-Hujurat ayat 13 :

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

"Hai manusia, Sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa - bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu disisi Allah ialah orang yang paling taqwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal."(Q.S. Al Hujuraat:13)

Dalam surat Al-Hujuraat ayat 13 menjelaskan bahwa Allah SWT menciptakan manusia berbangsa-bangsa dan bersuku-suku, sudah pasti Allah SWT menciptakan hal semacam itu pasti mempunyai tujuan, yakni agar mereka saling mengenal. Bukan untuk saling membanggakan diri, dan tidak pula untuk pengagungan. Sebagai saudara sudah selayaknyalah sesama manusia saling menyayangi sehingga dapat saling tolong menolong. Sehingga tidak tercipta peperangan di dunia ini, karena sesungguhnya Allah SWT sangat tidak menyukai umat yang bercerai-berai (Al-Banna, 2010:627).

Hal ini dapat direpresentasikan dalam bentuk graf dengan suku-suku atau bangsa-bangsa sebagai titik. Misalkan ambil n macam suku/bangsa, maka mempunyai n titik. Sedangkan bentuk hubungan untuk "saling mengenal" dianggap sebagai sebuah garis yang menghubungkan setiap suku/bangsa. Kerena sebagaimana dijelaskan dalam surat Al-Hujuraat ayat 13 bahwa manusia harus saling mengenal, maka antara titik satu dengan titik yang lainnya juga harus saling terhubung. Sehingga jika keterhubungan antar suku itu digambarkan, akan didapat gambar sebagai berikut:



Gambar 2.12. Representasi Graf Komplit Terhadap Hubungan Sesama Manusia

Gambar tersebut merupakan pemisalan enam suku, graf di atas mempunyai ciri-ciri graf komplit yakni setiap titik pada graf tersebut selalu *adjacent*. Apabila dengan banyak suku/bangsa maka akan menjadi graf komplit dengan titik.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

Berdasar definisi 8, 11, 12 dan batasan masalah maka graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dapat diketahui dengan cara menentukan kelas konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.

3.1.1 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$.

Kelas-kelas konjugasi dari dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ adalah sebagai berikut:

3.1.1.1 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral -6 (D_6)

Dihedral-6 (D_6) $= \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-6 (D_6)

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	1	sr^2	s	s
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	1	r	sr	s	sr
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	s	r^2	1	r
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan tabel 3.1 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi dihedral-6 $(D_6) = \{r, r^2, r^3, s, sr, sr^2\}$ dengan $g, h \in D_6$, dimana terdapat $x \in D_6$, sedemikian sehingga $g = x\,h\,x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_6$, pilih $x = 1 \in D_6$ maka

   $$g = x\,h\,x^{-1}$$

   $$1 = 1\;1\;1^{-1}$$

   $$1 = 1\;1$$

   $$1 = 1$$

   berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada $x \in D_6$ yang memenuhi $1 = 1\;1\;1^{-1}$. Sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^2$ saling konjugasi.

Ambil $g = r$ dan $h = r^2 \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = s \in \mathrm{D}_6$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$r = s\,r^2 s^{-1}$$

$$r = sr^2 s$$

$$r = r$$

berdasarkan definisi 11 r dan r^2 saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in \mathrm{D}_6$ yang memenuhi $r = s\,r^2 s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r] = \{r, r^2\}$ dimana r dan r^2saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa s, sr dan sr^2 saling konjugasi.

a) Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

Ambil $g = s$ dan $h = sr \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_6$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$s = r^2\,sr\,(r^2)^{-1}$$

$$s = sr^2\,r$$

$$s = s$$

berdasarkan definisi 11 s dan sr saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $s = r^2\,sr\,(r^2)^{-1}$

b) Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^2 \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_6$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$sr = r^2\,sr^2\,(r^2)^{-1}$$

$$sr = s\,r$$

$$sr = sr$$

berdasarkan definisi 11 s dan sr saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $sr = r^2 sr^2 (r^2)^{-1}$

c) Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$dan $h = s \in \mathrm{D}_6$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_6$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$sr^2 = r^2 s\,(r^2)^{-1}$$

$$sr^2 = sr\,r$$

$$sr^2 = sr^2$$

berdasarkan definisi 11 s dan sr^2 saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_6$ yang memenuhi $sr = r^2 sr^2 (r^2)^{-1}$.

Dari a, b, c dapat terbentuk kelas konjugasi $[s] = \{s, sr, sr^2\}$ dimana s, sr dan sr^2 saling konjugasi.

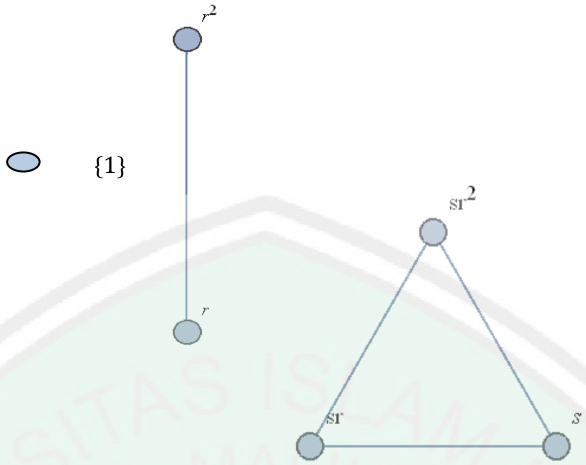
Dari 1, 2 dan 3 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D_6) adalah:

$[1]= \{1\}$

$[r] = \{r, r^2\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2\}$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-6 (D_6) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.1 Graf Konjugasi Grup Dihedral-6 (D_6)

3.1.1.2 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-8 (D_8)

Dihedral-8 (D_8) $= \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.2 Tabel Cayley Grup Dihedral-8 (D_8)

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan tabel 3.2 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi dihedral-8 (D_8) $= \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3,\}$ dengan $g, h \in D_8$, dimana terdapat $x \in D_8$, sedemikian sehingga $g = x\, h\, x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_8$, pilih $x = 1 \in D_8$ maka

   $$g = x\, h\, x^{-1}$$

   $$1 = 1\, 1\, 1^{-1}$$

   $$1 = 1\, 1$$

   $$1 = 1$$

   berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $1 \in D_8$ yang memenuhi $1 = 1\, 1\, 1^{-1}$. Sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^3$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^3 \in D_8$, pilih $x = s \in D_8$ maka

   $$g = x\, h\, x^{-1}$$

   $$r = s\ r^3\ s^{-1}$$

   $$r = sr^3\ s$$

   $$r = r$$

   berdasarkan definisi 11 $g = r$ dan $h = r^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_8$ yang memenuhi $r = s\ r^3\ s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r] = \{ r,\ r^3\}$ dimana r dan r^3 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^2$ dan $h = r^2$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^2$ dan $h = r^2 \in D_8$, pilih $x = s \in D_8$ maka

$g \ = x\, h\, x^{-1}$

$r^2 = s\, r^2 s^{-1}$

$r^2 = sr^2$ s

$r^2 = r^2$

berdasarkan definisi 11 $g = r^2$ dan $h = r^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in \mathrm{D}_8$ yang memenuhi $r^2 = s\, r^2 s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^2]$ $=\{\, r^2 \,\}$ dimana r^2 dan r^2 saling konjugasi.

4. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

   Ambil $g = s$ dan $h = sr^2 \in \mathrm{D}_8$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_8$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

   $s = r\, sr^2\, r^{-1}$

   $s = sr\, r^3$

   $s = s$

   berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in \mathrm{D}_8$ yang memenuhi $s = r\, sr^2\, r^{-1}$. maka terbentuk kelas konjugasi $[s]$ $=\{s, sr\}$ dimana s dan sr^2 saling konjugasi.

5. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

   Ambil $g = sr$ dan $h = sr^3 \in \mathrm{D}_8$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_8$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

   $sr = r\, sr^3\, r^{-1}$

   $sr = sr^2\, r^3$

   $sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_8$ yang memenuhi $sr = r\, sr^3\, r^{-1}$. Maka terbentuk kelas konjugasi $[sr] = \{sr, sr^3\}$ dimana sr dan sr^3 saling konjugasi.

Dari 1,2,3,4 dan 5 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-8 (D_8) adalah:

$[1] = \{1\}$

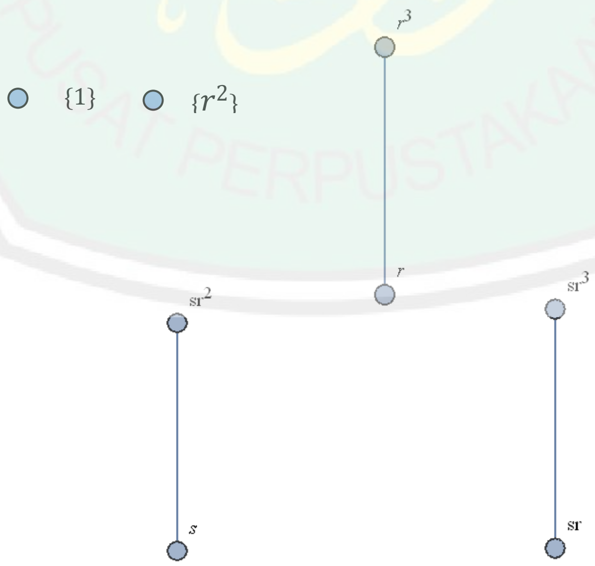
$[r] = \{r, r^3\}$

$[r^2] = \{r^2\}$

$[s] = \{s, sr^2\}$

$[sr] = \{sr, sr^3\}$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-8 (D_8) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.2 Graf Konjugasi Grup Dihedral-8 (D_8)

3.1.1.3 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-10 (D_{10})

Dihedral-10 (D_{10}) $=\{1,r,r^2,r^3,r^4,s,sr,sr^2,sr^3,sr^4\}$ Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.3 Tabel Cayley Grup Dihedral-10 (D_{10})

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	sr	sr^2
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	sr
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan tabel 3.2 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi dihedral-10 (D_{10}) $=\{1,r,r^2,r^3,r^4,s,sr,sr^2,sr^3,sr^4\}$ dengan $g,h \in D_{10}$, dimana terdapat $x \in D_{10}$, sedemikian sehingga $g = x\,h\,x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_{10}$, pilih $x = 1 \in D_{10}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$1 = 1\;1\;1^{-1}$$

$$1 = 1\;1$$

$$1 = 1$$

berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $1 \in \mathrm{D}_{10}$ yang memenuhi $1 = 1\;1\;1^{-1}$, sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^4$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^4 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = sr \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$r = sr\,r^4 sr^{-1}$$

$$r = s\,sr$$

$$r = r$$

   berdasarkan definisi 11 $g = r$ dan $h = r^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $sr \in D_{10}$ yang memenuhi $r = sr\,r^4 sr^{-1}$, sehingga terbentuk kelas konjugasi $[r] = \{r, r^4\}$ dimana r dan r^4 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^2$ dan $h = r^3$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^2$ dan $h = r^3 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = s \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$r^2 = s\,r^3 s^{-1}$$

$$r^2 = sr^3\,s$$

$$r^2 = r^2$$

berdasarkan definisi 11 $g = r^2$ dan $h = r^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{10}$ yang memenuhi $r = s\, r^3 s^{-1}$, sehingga terbentuk kelas konjugasi $[r^2] = \{r^2, r^3\}$ dimana r^2 dan r^3saling konjugasi.

4. Akan ditunjukkan bahwa s, sr, sr^2, sr^3dan sr^4

   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

   Ambil $g = s$ dan $h = sr \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r^3 \in \mathrm{D}_{10}$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

   $s = r^3\, sr\, (r^3)^{-1}$

   $s = sr^3\, r^2$

   $s = s$

   berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{10}$ yang memenuhi $s = r^3\, sr\, (r^3)^{-1}$.

   b. Akan ditunjukkan bahwa $g = \mathrm{s}$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

   Ambil $g = s$ dan $h = sr^2 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{10}$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

   $s = r\, sr^2\, (r)^{-1}$

   $s = sr\, r^4$

   $s = s$

   berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{10}$ yang memenuhi $s = r\, sr^2\, (r)^{-1}$

   c. Akan ditunjukkan bahwa $g = \mathrm{s}$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

   Ambil $g = \mathrm{s}$ dan $h = sr^3 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r^4 \in \mathrm{D}_{10}$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

$s \ = r^4\, sr^3\ (r^4\,)^{-1}$

$s\ = sr^4\ r$

$s\ = s$

berdasarkan definisi 11 $g = \mathrm{s}$ dan $h =\ sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4\ \in D_{10}$ yang memenuhi $s\ = r^4\, sr^3\ (r^4\,)^{-1}$.

d. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h =\ sr^2$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h =\ sr^2\ \ \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x =\ r^3\ \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr = r^3\ sr^2\ (r^3\ )^{-1}$

$sr = sr^4\ r^2$

$sr = sr$

$g = c = s$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h =\ sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3\ \in D_{10}$ yang memenuhi $sr = r^3\ sr^2\ (r^3\ )^{-1}$.

e. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h =\ sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h =\ sr^3\ \ \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x =\ r \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$s\ = r\, sr^2\ (\, r\,)^{-1}$

$s\ = sr\, r^4$

$s\ = s$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h =\ sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{10}$ yang memenuhi $s\ = r\, sr^2\ (\, r\,)^{-1}$.

f. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h =\ sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^4 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r^4 \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr = r^4\,sr^4\,(r^4)^{-1}$

$sr = s\,r$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4 \in D_{10}$ yang memenuhi $sr = r^4\,sr^4\,(r^4)^{-1}$.

g. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^3 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r^3 \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 = r^3\,sr^3\,(r^3)^{-1}$

$sr^2 = s\,r^2$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{10}$ yang memenuhi $sr^2 = r^3\,sr^3\,(r^3)^{-1}$.

h. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in \mathrm{D}_{10}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{10}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 = r\,sr^4\,(r)^{-1}$

$sr^2 = sr^3\,r^4$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{10}$ yang memenuhi $sr^2 = r\,sr^4\,(r)^{-1}$.

i. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^4 \in D_{10}$, pilih $x = r^3 \in D_{10}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^3 = r^3\ sr^4\ (r^3)^{-1}$

$sr^3 = \mathrm{sr}\,r^2$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{10}$ yang memenuhi $sr^3 = r^3\ sr^4\ (r^3)^{-1}$.

j. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^4$ dan $h = s \in D_{10}$, pilih $x = r^3 \in D_{10}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^4 = r^3\ s\ (r^3)^{-1}$

$sr^4 = sr^2\ r^2$

$sr^4 = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{10}$ yang memenuhi $sr^4 = r^3\ s\ (r^3)^{-1}$.

dari a, b, c d ,e s, sr, sr^2, sr^3, dan sr^4 saling konjugasi sehingga terbentuk kelas konjugasi $[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$.

Dari 1, 2, 3 dan 4 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-10 (D_{10}) adalah:

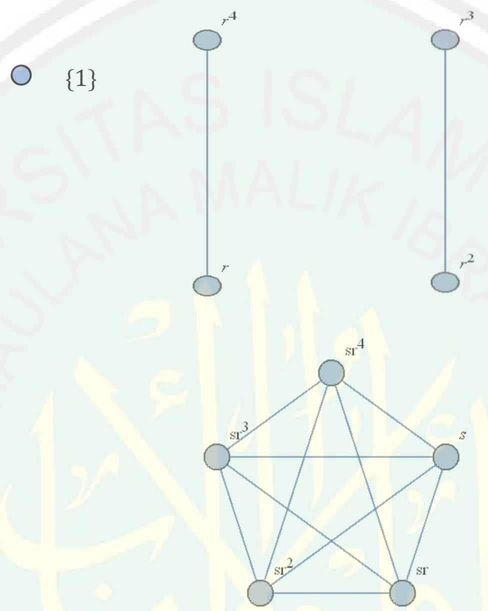
$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^4\}$

$[r^2] = \{r^2, r^3\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$

Dari kelas konjugasi grup dihedral-10 (D_{10}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.3 Graf Konjugasi Grup Dihedral-10 (D_{10})

3.1.1.4 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-12 (D_{12})

Dihedral-12 (D_{12}) = $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.4 Tabel Cayley Grup Dihedral -12 (D_{12})

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan tabel 3.2 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi dihedral-12 $D_{12} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$ dengan $g,\ h \in D_{12}$, dimana terdapat $x \in D_{12}$, sedemikian sehingga $g = x\, h\, x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_{12}$, pilih $x = 1 \in D_{12}$ maka

   $$g = x\, h\, x^{-1}$$

   $$1 = 1\ 1\ 1^{-1}$$

$1 = 1\,1$

$1 = 1$

berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $1 \in D_{12}$ yang memenuhi $1 = 1\,1\,1^{-1}$, sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^5$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^5 \in D_{12}$ pilih $x = s \in D_{12}$ maka

   $g = x\,h\,x^{-1}$

   $r = s\,r^5\,s^{-1}$

   $r = sr^5\,s$

   $r = r$

   berdasarkan definisi 11 $g = r$ dan $h = r^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{12}$ yang memenuhi $r = s\,r^5\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r]$ ={ r, r^5} dimana r dan r^5 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^2$ dan $h = r^4$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^2$ dan $h = r^4 \in D_{12}$ pilih $x = s \in D_{12}$ maka

   $g = x\,h\,x^{-1}$

   $r^2 = s\,r^4\,s^{-1}$

   $r^2 = sr^4\,s$

   $r^2 = r^2$

   berdasarkan definisi 11 $g = r^2$ dan $h = r^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{12}$ yang memenuhi $r^2 = s\,r^4\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^2]$ ={ r^2,r^4} dimana r^2 dan r^4 saling konjugasi.

4. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^3$ dan $h = r^3$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^3$ dan $h = r^3 \in D_{12}$ pilih $x = s \in D_{12}$ maka

   $g = x\,h\,x^{-1}$

   $r^3 = s\,r^3\,s^{-1}$

   $r^3 = sr^3\,s$

   $r^3 = r^3$

   berdasarkan definisi 11 $g = r^3$ dan $h = r^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{12}$ yang memenuhi$r^3 = s\,r^3\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^3]$ ={ r^3} dimana r^3 dan r^3 saling konjugasi.

5. Akan ditunjukkan bahwa s, sr^2 dan sr^4 saling konjugasi.

   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^2$saling konjugasi.

      Ambil $g = s$ dan $h = sr^2 \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

      $g = x\,h\,x^{-1}$

      $s = r\,sr^2\,r^{-1}$

      $s = sr\,r^5$

      $s = s$

      berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $s = r\,sr^2\,r^{-1}$.

   b. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

      Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

      $g = x\,h\,x^{-1}$

      $sr^2 = r\,sr^4\,r^{-1}$

      $sr^2 = sr^3\,r^5$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in D_{12}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $sr^2 = r\, sr^4\, r^{-1}$.

c. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^4$ dan $h = s \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^4 = r\, s\, r^{-1}$

$sr^4 = sr^5\, r^5$

$sr^4 = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s \in D_{12}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $sr^4 = r\, s\, r^{-1}$.

Dari a, b dan c maka terbentuk kelas konjugasi $[s] = \{s, sr^2, sr^4\}$ dimana s, sr^2 dan sr^4 saling konjugasi.

6. Akan ditunjukkan bahwa sr, sr^3 dan sr^5 saling konjugasi.

a. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^3 \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr = r\, sr^3\, r^{-1}$

$sr = sr^2\, r^5$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $sr = r\, sr^3\, r^{-1}$.

b. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^5 \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$sr^3 = r\,sr^5\,r^{-1}$$

$$sr^3 = sr^4\,r^5$$

$$sr^3 = sr^3$$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^5 \in D_{12}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $sr^3 = r\,sr^5\,r^{-1}$

c. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^5$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^5$ dan $h = sr \in D_{12}$ pilih $x = r \in D_{12}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$sr^5 = r\,sr\,r^{-1}$$

$$sr^5 = s\,r^5$$

$$sr^5 = sr^5$$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^5$ dan $h = sr \in D_{12}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{12}$ yang memenuhi $sr^5 = r\,sr\,r^{-1}$.

Dari a, b dan c diperoleh sr, sr^3 dan sr^5 saling konjugasi sehingga terbentuk kelas konjugasi $[sr] = \{sr, sr^3, sr^5\}$.

Dari 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-12 (D_{12}) adalah:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^5\}$

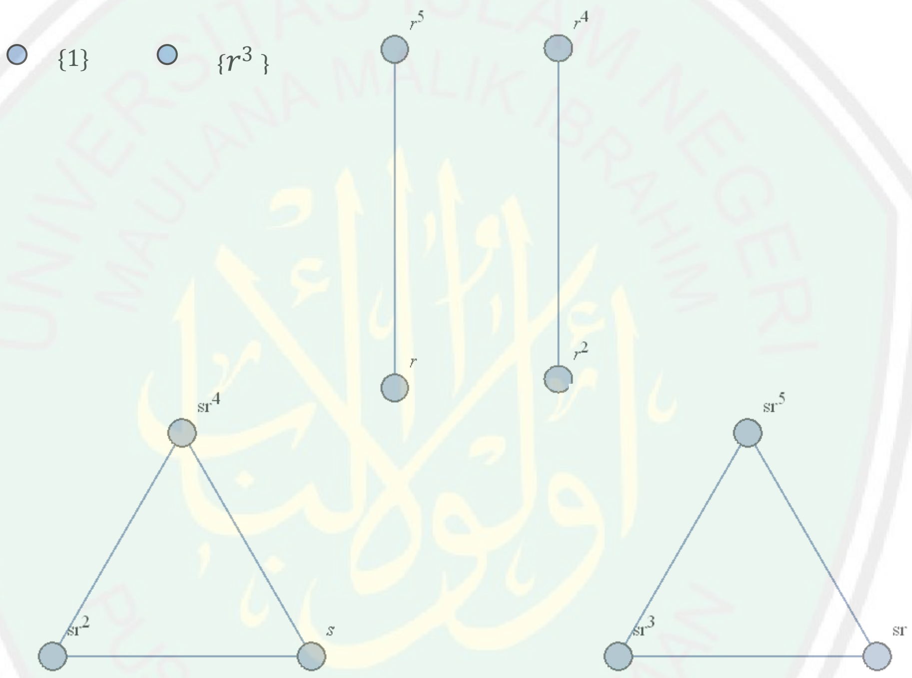
$[r^2] = \{r^2, r^4\}$

$[r^3] = \{r^3\}$

$[s] = \{s, sr^2, sr^4\}$

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5\}$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-12 (D_{12}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.4 Graf Konjugasi Grup Dihedral-12 (D_{12})

3.1.1.5 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-14 (D_{14})

Dihedral-14 (D_{14}) = $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, , s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$.

Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.5 Tabel Cayley Grup Dihedral-14 (D_{14})

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{r^6}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$	$\boldsymbol{sr^6}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
$\boldsymbol{r^6}$	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
$\boldsymbol{sr^6}$	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan tabel 3.5 dapat diketahui kelas konjugasi dihedral-14 $(D_{14}) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, , s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$ dengan $g, h \in D_{14}$, dimana terdapat $x \in D_{14}$, sedemikian sehingga $g = x\, h\, x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_{14}$, pilih $x = 1 \in D_{14}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$1 = 1\;1\;1^{-1}$$

$$1 = 1\;1$$

$$1 = 1$$

berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $1 \in D_{14}$ yang memenuhi $1 = 1\;1\;1^{-1}$, sehingga kelas konjugasi $[1]$ adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^6$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^6 \in D_{14}$, pilih $x = s \in D_{14}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$r = s\,r^6\,s^{-1}$$

$$r = sr^6s$$

$$r = r$$

   berdasarkan definisi 11 $g = r$ dan $h = r^6$ adalah saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{14}$ yang memenuhi $r = s\,r^6\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r] = \{r, r^6\}$, dimana r dan r^6 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^2$ dan $h = r^5$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^2$ dan $h = r^5 \in D_{14}$, pilih $x = s \in D_{14}$ maka

$$g = x\,h\,x^{-1}$$

$$r^2 = s\,r^5\,(s)^{-1}$$

$$r^2 = sr^5\,s$$

$r^2 = r^2$

berdasarkan definisi 11 $g = r^2$ dan $h = r^5$ adalah saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{14}$ yang memenuhi $r^2 = s\, r^5\, (s)^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^2] = \{r^2, r^5\}$, dimana r^2 dan r^5 saling konjugasi.

4. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^3$ dan $h = r^4$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^3$ dan $h = r^4 \in D_{14}$, pilih $x = s \in D_{14}$ maka

   $g = x\, h\, x^{-1}$

   $r^3 = s\, r^4\, (s)^{-1}$

   $r^3 = sr^4\, s$

   $r^3 = r^3$

   berdasarkan definisi 11 $g = r^3$ dan $h = r^4$ adalah saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{14}$ yang memenuhi $r^3 = s\, r^4\, (s)^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^3] = \{r^3, r^4\}$, dimana r^3 dan r^4 saling konjugasi.

5. Akan ditunjukkan bahwa $s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$ dan sr^6

   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

      Ambil $g = s$ dan $h = sr \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

      $s = r^4\, sr\, (r^4)^{-1}$

      $s = sr^4\, r^3$

      $s = s$

      berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr$ saling konjugasi, karena ada x yaitu$r^4 \in D_{14}$ yang memenuhi $s = r^4\, sr\, (r^4)^{-1}$.

b. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi

Ambil $g = s$ dan $h = sr^2 \in$ D$_{14}$, pilih $x = r \in$ D$_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$s = r\,sr^2\,(r)^{-1}$

$s = sr\,r^6$

$s = s$

berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in$ D$_{14}$ yang memenuhi $s = r\,sr^2\,(r)^{-1}$.

c. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = s$ dan $h = sr^3 \in$ D$_{14}$, pilih $x = r^5 \in$ D$_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$s = r^5\,sr^3\,(r^5)^{-1}$

$s = sr^5\,r^2$

$s = s$

berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^5 \in$ D$_{14}$ yang memenuhi $s = r^5\,sr^3\,(r^5)^{-1}$.

d. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = s$ dan $h = sr^4 \in$ D$_{14}$, pilih $x = r^2 \in$ D$_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$s = r^2\,sr^4\,(r^2)^{-1}$

$s = sr^2\,r^5$

$s = s$

berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_{14}$ yang memenuhi $s = r^2\, sr^4\, (r^2)^{-1}$.

e. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = s$ dan $h = sr^5 \in D_{14}$, pilih $x = r^6 \in D_{14}$ maka

$$g = x\, h\, x^{-1}$$

$$s = r^6\, sr^5\, (r^6)^{-1}$$

$$s = sr^6\, r$$

$$s = s$$

berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^6 \in D_{14}$ yang memenuhi $s = r^6\, sr^5\, (r^6)^{-1}$.

f. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^2 \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

$$g = x\, h\, x^{-1}$$

$$sr = r^4\, sr^2\, (r^4)^{-1}$$

$$sr = sr^5\, r^3$$

$$sr = sr$$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr = r^3\, sr^2\, (r^3)^{-1}$.

g. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^3 \in D_{14}$, pilih $x = r \in D_{14}$ maka

$$g = x\, h\, x^{-1}$$

$$sr = r\, sr^3\, (r)^{-1}$$

$$sr = sr^2\, r^6$$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{14}$ yang memenuhi $sr = r\, sr^3\, (r)^{-1}$.

h. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^4 \in D_{14}$, pilih $x = r^5 \in D_{14}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr = r^5\, sr^4\, (r^5)^{-1}$

$sr = sr^6\, r^2$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^5 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr = r^5\, sr^4\, (r^5)^{-1}$.

i. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^5 \in D_{14}$, pilih $x = r^2 \in D_{14}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr = r^2\, sr^5\, (r^2)^{-1}$

$sr = sr^3\, r^5$

$sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr = r^2\, sr^5\, (r^2)^{-1}$.

j. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr$ dan $h = sr^6 \in D_{14}$, pilih $x = r^6 \in D_{14}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr = r^6\, sr^6\, (r^6)^{-1}$

$sr = s\,r$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^6 \in \mathrm{D}_{14}$ yang memenuhi $sr = r^6\, sr^6\, (r^6)^{-1}$.

k. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^3 \in \mathrm{D}_{14}$, pilih $x = r^4 \in \mathrm{D}_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 = r^4\, sr^3\, (r^4)^{-1}$.

$sr^2 = sr^6\, r^3$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4 \in \mathrm{D}_{14}$ yang memenuhi $sr^2 = r^4\, sr^3\, (r^4)^{-1}$.

l. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in \mathrm{D}_{14}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 = r\, sr^4\, (r)^{-1}$

$sr^2 = sr^3\, r^6$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in \mathrm{D}_{14}$ yang memenuhi $sr^2 = r\, sr^4\, (r)^{-1}$.

m. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^5 \in \mathrm{D}_{14}$, pilih $x = r^5 \in \mathrm{D}_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^2 = r^5\, sr^5\, (r^5)^{-1}$

$sr^2 = s\, r^2$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^5 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^2 = r^5\, sr^5\, (r^5)^{-1}$.

n. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^6 \in D_{14}$, pilih $x = r^2 \in D_{14}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^2 = r^2\, sr^6\, (r^2)^{-1}$

$sr^2 = sr^4\, r^5$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^2 = r^2\, sr^6\, (r^2)^{-1}$.

o. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^4 \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^3 = r^4\, sr^4\, (r^4)^{-1}$

$sr^3 = \mathrm{s}\, r^3$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^3 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^3 = r^4\, sr^4\, (r^4)^{-1}$.

p. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^5 \in D_{14}$, pilih $x = r \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^3 = r\,sr^5\ (r)^{-1}$

$sr^3 = sr^4\ r^6$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^3 = r\,sr^5\ (r)^{-1}$.

q. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^6 \in D_{14}$, pilih $x = r^5 \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^3 = r^5\ sr^6\ (r^5)^{-1}$

$sr^3 = sr\,r^2$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^5 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^3 = r^5\ sr^6\ (r^5)^{-1}$.

r. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^4$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^4$ dan $h = s \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^4 = r^4\ sr^5\ (r^4)^{-1}$

$sr^4 = sr\ r^3$

$sr^4 = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^4 = r^4\ sr^5\ (r^4)^{-1}$.

s. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^4$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^4$ dan $h = sr^6 \in D_{14}$, pilih $x = r \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^4 = r\,sr^6\,(r)^{-1}$

$sr^4 = sr^5\,r^6$

$sr^4 = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^4 = r\,sr^6\,(r)^{-1}$.

t. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^5$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^5$ dan $h = sr^6 \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^5 = r^4\,sr^6\,(r^4)^{-1}$

$sr^5 = sr^2\,r^3$

$sr^5 = sr^5$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^5 = r^4\,sr^6\,(r^4)^{-1}$.

u. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^6$ dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^6$ dan $h = s \in D_{14}$, pilih $x = r^4 \in D_{14}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^6 = r^4\,s\,(r^4)^{-1}$

$sr^6 = sr^3\,r^3$

$sr^6 = sr^6$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^4 \in D_{14}$ yang memenuhi $sr^6 = r^4\,s\,(r^4)^{-1}$.

Sehingga terbentuk kelas konjugasi $[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$, dimana $s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$ dan sr^6 saling konjugasi.

Dari 1,2,3, 4 dan 5 maka kelas-kelas konjugasi dari dihedral-14 (D_{14}) adalah:

$[1] = \{1\}$

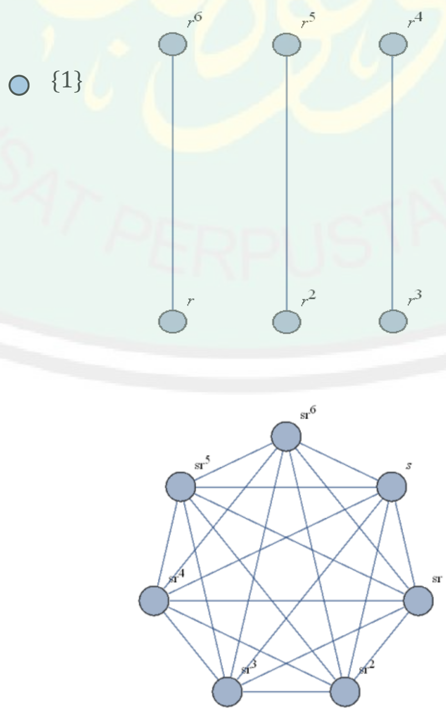
$[r] = \{r, r^6\}$

$[r^2] = \{r^2, r^5\}$

$[r^3] = \{r^3, r^4\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-14 (D_{14}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.5 Graf Konjugasi Grup Dihedral-14 (D_{14})

3.1.1.4 Kelas-kelas Konjugasi dari Grup Dihedral-16 (D_{16})

Dihedral-16 (D_{16}) $=\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5,$ $sr^6, sr^7\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.6 Tabel Cayley Grup Dihedral-16 (D_{16})

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{r^6}$	$\boldsymbol{r^7}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$	$\boldsymbol{sr^6}$	$\boldsymbol{sr^7}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^6}$	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
$\boldsymbol{r^7}$	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^6	b^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^6}$	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
$\boldsymbol{sr^7}$	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan tabel 3.2 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi dihedral-16 $(D_{16}) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$, dengan g, $h \in D_{16}$, dimana terdapa $x \in D_{16}$, sedemikian sehingga $g = x\, h\, x^{-1}$ adalah sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan bahwa $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi.

   Ambil $g = 1$ dan $h = 1 \in D_{16}$, pilih $x = 1 \in D_{16}$ maka

   $$g = x\, h\, x^{-1}$$
   $$1 = 1\, 1\, 1^{-1}$$
   $$1 = 1\, 1$$
   $$1 = 1$$

   berdasarkan definisi 11 $g = 1$ dan $h = 1$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $1 \in D_{16}$ yang memenuhi $1 = 1\, 1\, 1^{-1}$, sehingga kelas konjugasi [1] adalah $\{1\}$.

2. Akan ditunjukkan bahwa $g = r$ dan $h = r^7$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r$ dan $h = r^7 \in D_{16}$ pilih $x = s \in D_{16}$ maka

   $$g = x\, h\, x^{-1}$$
   $$r = s\, r^7\, s^{-1}$$
   $$r = sr^7\, s$$
   $$r = r$$

   berdasarkan definisi 11 $g = r$ dan $h = r^7$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{16}$ yang memenuhi $r = s\, r^7\, s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r] = \{r, r^7\}$ dimana r dan r^7 saling konjugasi.

3. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^2$ dan $h = r^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = r^2$ dan $h = r^6 \in D_{16}$ pilih $x = s \in D_{16}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$r^2 = s\,r^6\,s^{-1}$

$r^2 = sr^6\,s$

$r^2 = r^2$

berdasarkan definisi 11 $g = r^2$ dan $h = r^6$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{16}$ yang memenuhi $r^2 = s\,r^6\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^2] = \{r^2, r^6\}$ dimana r^2 dan r^6 saling konjugasi.

4. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^3$ dan $h = r^5$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^3$ dan $h = r^5 \in D_{16}$ pilih $x = s \in D_{16}$ maka

   $g = x\,h\,x^{-1}$

   $r^3 = s\,r^5\,s^{-1}$

   $r^3 = sr^5\,s$

   $r^3 = r^3$

   berdasarkan definisi 11 $g = r^3$ dan $h = r^5$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{16}$ yang memenuhi $r^3 = s\,r^5\,s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^3] = \{r^3, r^5\}$ dimana r^3 dan r^5 saling konjugasi.

5. Akan ditunjukkan bahwa $g = r^4$ dan $h = r^4$ saling konjugasi.

   Ambil $g = r^4$ dan $h = r^4 \in D_{16}$ pilih $x = s \in D_{16}$ maka

   $g = x\,h\,x^{-1}$

   $r^4 = s\,r^4\,s^{-1}$

   $r^4 = sr^4\,s$

   $r^4 = r^4$

berdasarkan definisi 11 $g = r^4$ dan $h = r^4$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $s \in D_{16}$ yang memenuhi $r^4 = s\, r^4\, s^{-1}$, maka terbentuk kelas konjugasi $[r^4]$ ={ r^4} dimana r^4 dan r^4 saling konjugasi.

6. Akan ditunjukkan bahwa s, sr^2, sr^4 dan sr^6 saling konjugasi.
   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi.

      Ambil $g = s$ dan $h = sr^2 \in D_{16}$ pilih $x = r \in D_{16}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

      $s = r\, sr^2\, r^{-1}$

      $s = sr\, r^7$

      $s = s$

      berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^2$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in D_{16}$ yang memenuhi $s = r\, sr^2\, r^{-1}$.
   b. Akan ditunjukkan bahwa $g = s$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

      Ambil $g = s$ dan $h = sr^4 \in D_{16}$, pilih $x = r^2 \in D_{16}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

      $s = r^2 sr^4\, (r^2)^{-1}$

      $s = sr^2\, r^6$

      $s = s$

      berdasarkan definisi 11 $g = s$ dan $h = sr^4 \in D_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in D_{16}$ yang memenuhi $s = r^2 sr^4\, (r^2)^{-1}$.
   c. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^4$ saling konjugasi.

      Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in D_{16}$ pilih $x = r \in D_{16}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^2 = r\, sr^4\, r^{-1}$

$sr^2 = sr^3\, r^7$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^4 \in \mathrm{D}_{12}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr^2 = r\, sr^4\, r^{-1}$.

d. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^2$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^2$ dan $h = sr^6 \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^2 = r^2\, sr^6\, (r^2)^{-1}$

$sr^2 = sr^4\, r^6$

$sr^2 = sr^2$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^2$ dan $h = sr^6 \in \mathrm{D}_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr^2 = r^2\, sr^6\, (r^2)^{-1}$.

e. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^4$ dan $h = sr^6$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^4$ dan $h = sr^6 \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^4 = r\, sr^6\, r^{-1}$

$sr^4 = sr^5\, r^7$

$sr^4 = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = sr^6 \in \mathrm{D}_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr^4 = r\, sr^6\, r^{-1}$.

f. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^6$ dan $h = s$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^6$ dan $h = s \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^6 \ = r\, s\, r^{-1}$

$sr^6 \ = sr^7\, r^7$

$sr^6 \ = sr^4$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^4$ dan $h = s \ \in$ D$_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in$ D$_{16}$ yang memenuhi $sr^4 \ = r\, s\, r^{-1}$.

Dari a, b, c, d, e dan f maka terbentuk kelas konjugasi $[s] = \{s, sr^2, sr^4, sr^5\}$ dimana s, sr^2, sr^4 dan sr^5 saling konjugasi.

7. Akan ditunjukkan bahwa sr, sr^3 dan sr^5 saling konjugasi.

   a. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi.

      Ambil $g = sr$ dan $h = sr^3 \ \in$ D$_{16}$ pilih $x = r \ \in$ D$_{16}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

      $sr = r\, sr^3\, r^{-1}$

      $sr = sr^2\, r^7$

      $sr = sr$

      berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^3$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in$ D$_{16}$ yang memenuhi $sr = r\, sr^3\, r^{-1}$.

   b. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

      Ambil $g = sr$ dan $h = sr^5 \ \in$ D$_{16}$, pilih $x = r^2 \ \in$ D$_{16}$ maka

      $g = x\, h\, x^{-1}$

      $sr \ = r^2 sr^5\, (r^2)^{-1}$

      $sr \ = sr^3\, r^6$

      $sr = sr$

berdasarkan definisi 11 $g = sr$ dan $h = sr^5 \in \mathrm{D}_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr = r^2 sr^5 (r^2)^{-1}$.

c. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^5$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^5 \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^3 = r\,sr^5\,r^{-1}$

$sr^3 = sr^4\,r^7$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^5 \in \mathrm{D}_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr^3 = r\,sr^5$.

d. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^3$ dan $h = sr^7$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^3$ dan $h = sr^6 \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r^2 \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^3 = r^2\,sr^7\,(r^2)^{-1}$

$sr^3 = sr^5\,r^6$

$sr^3 = sr^3$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^3$ dan $h = sr^7 \in \mathrm{D}_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r^2 \in \mathrm{D}_{16}$ yang memenuhi $sr^3 = r^2\,sr^7\,(r^2)^{-1}$.

e. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^5$ dan $h = sr^7$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^5$ dan $h = sr^7 \in \mathrm{D}_{16}$, pilih $x = r \in \mathrm{D}_{16}$ maka

$g = x\,h\,x^{-1}$

$sr^5 = r\,sr^7\,r^{-1}$

$sr^5 = sr^6\,r^7$

$sr^5 \ = sr^5$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^5$ dan $h = sr^7 \ \in$ D$_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in$ D$_{16}$ yang memenuhi $sr^3 \ = r\, sr^7\, r^{-1}$

f. Akan ditunjukkan bahwa $g = sr^7$ dan $h = sr$ saling konjugasi.

Ambil $g = sr^5$dan $h = sr \in$ D$_{16}$, pilih $x = r \ \in$ D$_{16}$ maka

$g = x\, h\, x^{-1}$

$sr^7 \ = r\, sr\, r^{-1}$

$sr^7 \ = s\, r^7$

$sr^7 \ = sr^7$

berdasarkan definisi 11 $g = sr^7$dan $h = sr \ \in$ D$_{16}$ saling konjugasi, karena ada x yaitu $r \in$ D$_{16}$ yang memenuhi $sr^7 = r\, sr\, r^{-1}$.

Dari a, b, c, d, e dan f maka terbentuk kelas konjugasi $[sr] = \{sr, sr^3, sr^5, sr^7\}$

dimana sr, sr^3, sr^5 dan sr^7saling konjugasi.

Dari 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-16 (D_{16}) adalah:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^7\}$

$[r^2] = \{r^2, r^6\}$

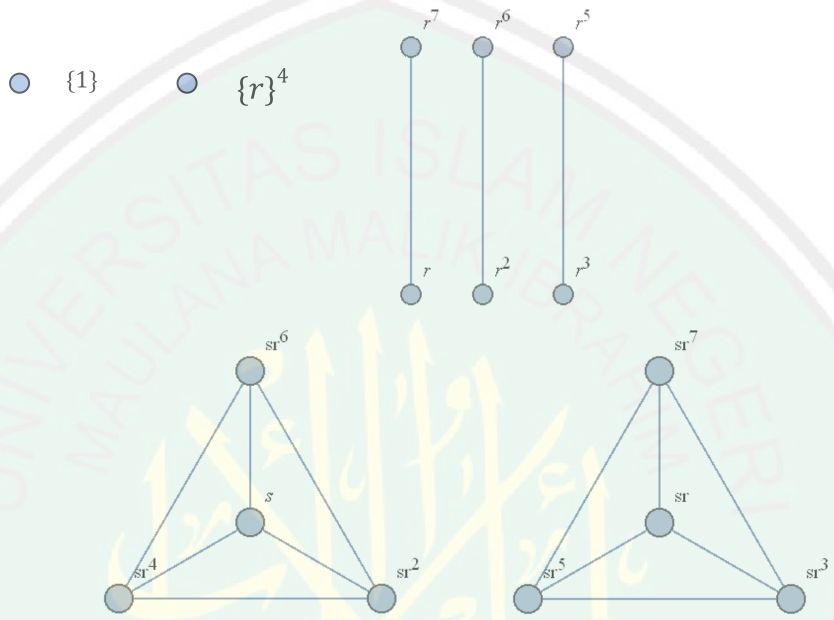
$[r^3] = \{r^3, r^5\}$

$[r^4] = \{r^4\}$

$[s] = \{s, sr^2, sr^4, sr^6\}$

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5, sr^7\}$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-16 (D_{16}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.6 Graf Konjugasi Dihedral Grup dihedral-16 (D_{16})

Berdasarkan hasil pembahasan di atas yaitu graf konjugasi grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ maka diperoleh :

Teorema 1

Graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ adalah berbentuk kumpulan graf komplit.

Bukti :

Graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ adalah berbentuk kumpulan graf komplit karena setiap unsur dalam setiap kelas konjugasi adalah saling konjugasi satu sama lain sehingga setiap unsur dengan unsur lain saling terhubung langsung (*Adjacent*).

3.2 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n Bilangan Ganjil.

Graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil terdiri dari graf konjugasi yang terbentuk dari kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil. Kelas-kelas konjugasi grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil adalah kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D_6), dihedral-10 (D_{10}), dihedral-14 (D_{14}).

Berdasarkan pembahasan 3.1 diperoleh Graf konjugasi Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil sebagai berikut:

3.2.1 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-6 (D_6)

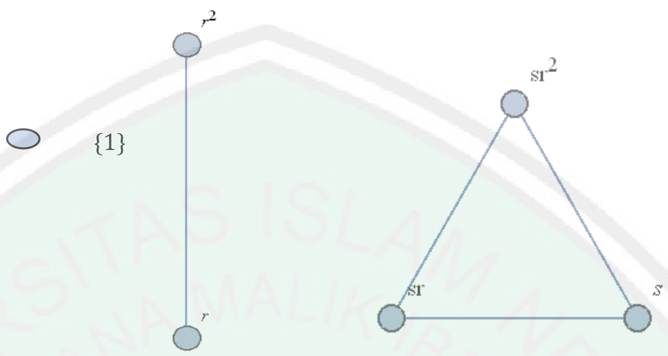
Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D_6) adalah:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^2\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-6 (D_6) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.7 Graf Konjugasi Dihedral-6 (D_6)

3.2.2 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-10 (D_{10})

Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-10 (D_{10}) adalah:

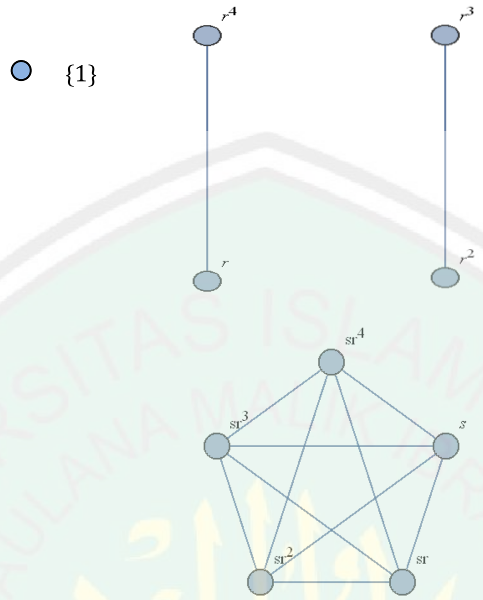
$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^4\}$

$[r^2] = \{r^2, r^3$

$[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-10 (D_{10}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.8 Graf Konjugasi Grup Dihedral-10 (D_{10})

3.2.3 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-14 (D_{14})

Kelas-kelas konjugasi dari dihedral-14 (D_{14}) adalah:

$[1] = \{1\}$

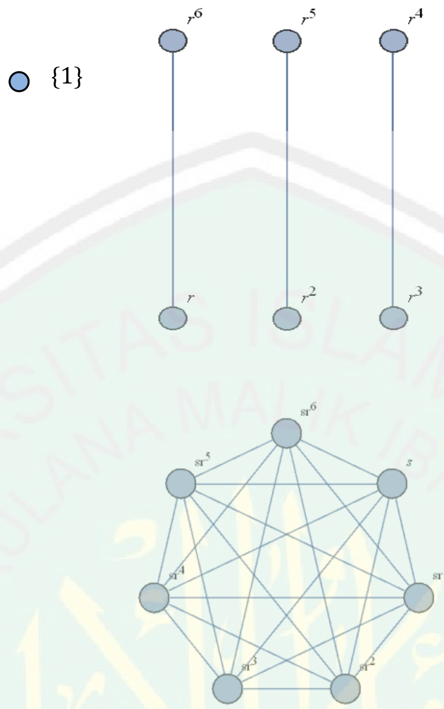
$[r] = \{r, r^6\}$

$[r^2] = \{r^2, r^5\}$

$[r^3] = \{r^3, r^4\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-14 (D_{14}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.9 Graf Konjugasi Grup Dihedral-14 (D_{14})

Berdasarkan graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil di atas maka diperoleh :

Teorema 2

Misal grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \ldots, sr^{n-1}\}$ dengan n ganjil. Graf konjugasi dihedral-$2n$ (D_{2n}) adalah kumpulan graf komplit yaitu satu graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-1}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan satu graf komplit dengan n titik.

Bukti:

Grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \ldots, sr^{n-1}\}$.

kelas konjugasi dari dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan ganjil adalah sebagai berikut:

$\{1\} = \{1\}$

$\{r\} = \{r, r^{n-1}\}$

$\{r^2\} = \{r^2, r^{n-2}\}$

$\vdots$

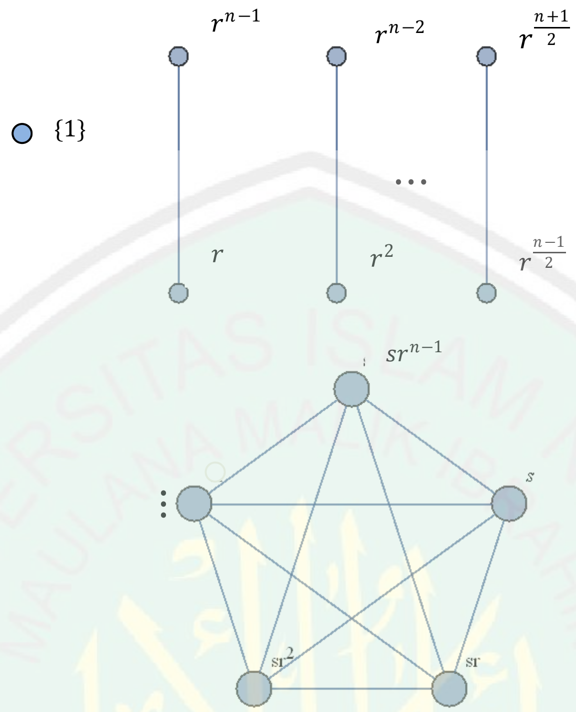
$\{r^{\frac{n-1}{2}}\} = \{r^{\frac{n-1}{2}}, r^{\frac{n+1}{2}}\}$

$\{s\} = \{s, sr, sr^2, \cdots, sr^{n-1}\}$

banyaknya kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan ganjil yaitu:

1. Satu kelas yang terdiri dari 1 elemen yaitu identitas
2. $\frac{n-1}{2}$ kelas yang terdiri dari 2 elemen yaitu berupa rotasi
3. Satu kelas yang terdiri dari n elemen yaitu berupa unsur yang mengandung s

sehingga dapat digambarkan graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil sebagai berikut:



Gambar 3.10 Graf Konjugasi Dihedral dari Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil

karena setiap elemen pada kelas konjugasi yang sama adalah saling konjugasi satu sama lain dan pada kelas yang berbeda tidak saling konjugasi maka masing-masing kelas akan membentuk graf komplit. Dari semua kelas konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil akan membentuk kumpulan graf komplit yaitu satu graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-1}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan satu graf komplit dengan n titik.

3.3 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n Bilangan Ganjil.

Graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil terdiri dari graf konjugasi yang terbentuk dari kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil. Kelas-kelas konjugasi grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil adalah kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 (D_6), dihedral-10 (D_{10}), dihedral-14 (D_{14}).

Berdasarkan pembahasan 3.1 diperoleh graf konjugasi dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan ganjil sebagai berikut:

3.3.1 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-8 (D_8)

Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-8 (D_8) adalah:

$[1] = \{1\}$

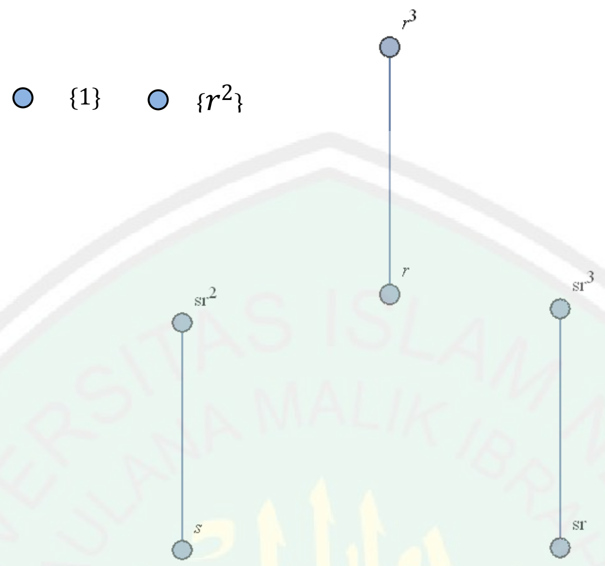
$[r] = \{r, r^3\}$

$[r^2] = \{r^2\}$

$[s] = \{s, sr^2\}$

$[sr] = \{sr, sr^3\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-8 (D_8) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.11 Graf Konjugasi Grup Dihedral-8 (D_8)

3.3.2 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-12 (D_{12})

Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-12 (D_{12}) adalah:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^5\}$

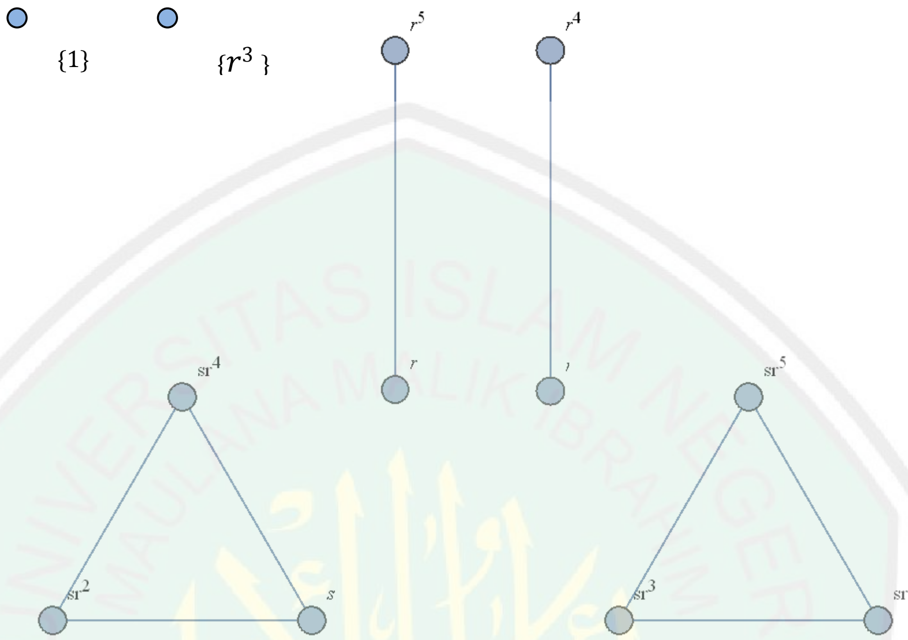
$[r^2] = \{r^2, r^4\}$

$[r^3] = \{r^3\}$

$[s] = \{s, sr^2, sr^4\}$

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-12 (D_{12}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut:



Gambar 3.12 Graf Konjugasi Grup Dihedral-12 (D_{12})

3.3.3 Graf Konjugasi dari Grup Dihedral-16 (D_{16})

Kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-16 (D_{16}) adalah:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^7\}$

$[r^2] = \{r^2, r^6\}$

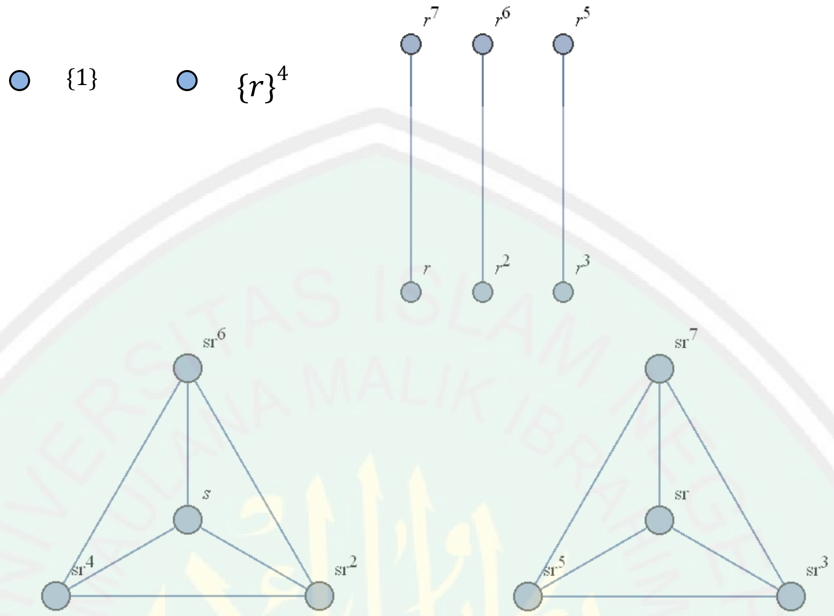
$[r^3] = \{r^3, r^5\}$

$[r^4] = \{r^4\}$

$[s] = \{s, sr^2, sr^4, sr^6\}$

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5, sr^7\}$

Dari kelas-kelas konjugasi dihedral-16 (D_{16}) tersebut dapat digambarkan graf konjugasi sebagai berikut :



Gambar 3.13 Graf Konjugasi Dihedral Grup dihedral-16 (D_{16})

Berdasarkan graf konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan genap di atas maka diperoleh :

Teorema 3

Misal grup dihedral-2n (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \ldots, sr^{n-1}\}$ dengan n genap. Graf konjugasi dihedral-2n (D_{2n}) adalah kumpulan graf komplit yaitu dua graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-2}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan dua graf komplit dengan $\frac{n}{2}$ titik.

Bukti:

Grup dihedral-2n (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \ldots, sr^{n-1}\}$.

kelas konjugasi dari dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan genap adalah sebagai berikut:

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^{n-1}\}$

$[r^2] = \{r^2, r^{n-2}\}$

$\vdots$

$[r^{\frac{n-2}{2}}] = \{r^{\frac{n-2}{2}}, r^{\frac{n+2}{2}}\}$

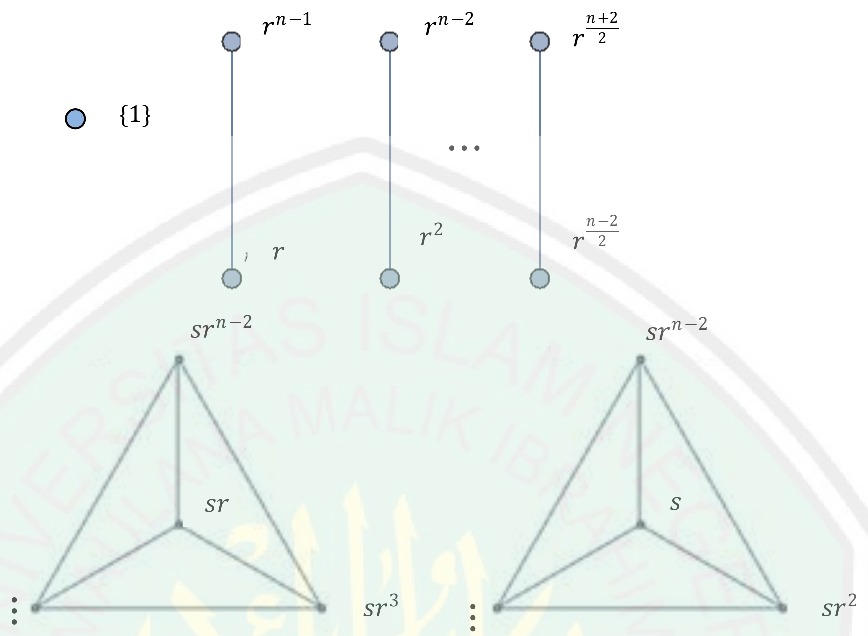
$[s] = \{s,, sr^2, \cdots, sr^{n-2}\}$

$[sr] = \{ sr, sr^3, \cdots, sr^{n-1}\}$

banyaknya kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan ganjil yaitu:

1. Satu kelas yang terdiri dari 1 elemen yaitu identitas
2. $\frac{n-2}{2}$ kelas yang terdiri dari 2 elemen yaitu berupa rotasi
3. Dua kelas yang terdiri dari n elemen yaitu berupa unsur yang mengandung s

sehingga dapat digambarkan graf konjugasi sebagai dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $3 \leq n \leq 8$ dengan n bilangan genap berikut:



Gambar 3.14 Graf Konjugasi Dihedral dari Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n Bilangan Genap

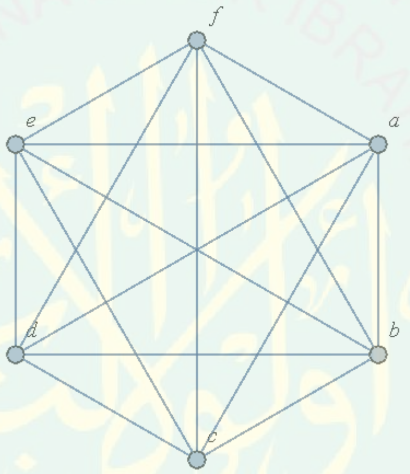
karena setiap elemen pada kelas konjugasi yang sama adalah saling konjugasi satu sama lain dan pada kelas yang berbeda tidak saling konjugasi maka masing-masing kelas akan membentuk graf komplit. Dari semua kelas konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan genap akan membentuk kumpulan graf komplit yaitu dua graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-2}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan dua graf komplit dengan $\frac{n}{2}$ titik.

3.4 Kajian Agama

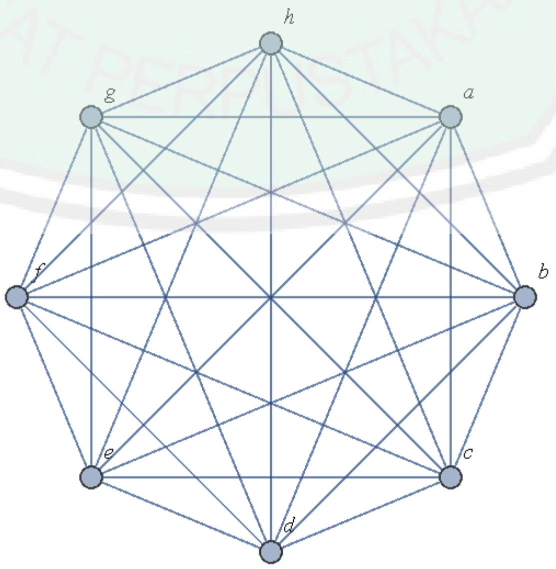
Kajian tentang graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dapat diklasifikasikan menjadi dua bagian yaitu graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan ganjil dan graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n

bilangan genap. Seperti pada pembahasan di atas graf konjugasi dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ berbentuk kumpulan graf komplit.

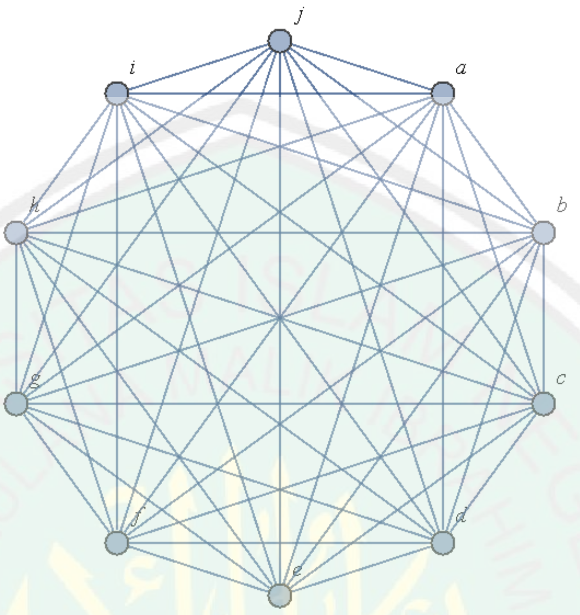
Graf komplit adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*adjacent*), sehingga graf komplit akan memiliki derajat yang sama seperti pada gambar berikut:



Gambar 3.15 Graf Komplit-8 (K_8)



Gambar 3.16 Graf Komplit-8 (K_8)



Gambar 3.17 Graf Komplit-10 (K_{10})

Jika dikaji dari perspektif agama maka graf komplit menggambarkan kesetaraan derajat antar manusia. Sehingga dari kesetaraan ini manusia dianjurkan untuk saling berhubungan satu sama lain dalam persaudaraan. Pada graf komplit-6 (K_6), graf komplit-8 (K_8), graf komplit-10 (K_{10}) setiap titik menggambarkan manusia pada suku-suku bangsa, budaya, adat-istiadat yang berbeda. Sedangkan sisi-sisi yang menghubungkan setiap titik adalah menggambarkan hubungan atau interaksi antar sesama manusia.

Interaksi antar sesama manusia bertujuan agar setiap manusia untuk saling asih kepada sesama, karena pada dasarnya walaupun jasmani manusia berbeda-beda dan berasal dari berbagai suku-suku bangsa, budaya, adat-istiadat yang berbeda akan tetapi pada hakekatnya sesama manusia adalah saudara.

Agama Islam sangat tidak mengajarkan adanya permusuhan, pertengkaran, sehingga mengakibatkan bercerai-berai. Sesuai yang tercantum dalam surat Al-Hujurat ayat 13 :

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

"Hai manusia, Sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa - bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia di antara kamu di sisi Allah ialah orang yang paling taqwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal."(Q.S. Al Hujuraat:13)

Dalam surat Al-Hujuraat ayat 13 menjelaskan bahwa Allah SWT menciptakan manusia berbangsa-bangsa dan bersuku-suku, sudah pasti Allah SWT menciptakan hal semacam itu pasti mempunyai tujuan, yakni agar mereka saling mengenal. Bukan untuk saling membanggakan diri, dan tidak pula untuk pengagungan. Sebagai saudara sudah selayaknyalah sesama manusia saling menyayangi sehingga dapat saling tolong menolong dan tidak tercipta peperangan di dunia ini. Karena sesungguhnya Allah SWT sangat tidak menyukai umat yang bercerai-berai (Al-Banna, 2010: 627).

Tirmidzi meriwayatkan dengan sanad dari Abu hurairah r.a. dari Nabi SAW, bahwa beliau bersabda , *" Belajarlah dari nasab-nasab kalian yang dapat menyambung persaudaraan diantara kalian. Sebab hubungan persaudaraan* *adalah kecintaan dalam keluarga , kekayaan dalam harta, dan memperpanjang umur (memperpanjang pengaruh yang ditinggalkan)".*

Dari hadist diatas Rosululloh SAW mengingatkan hikmah pada nasab yaitu untuk menjalin hubungan kasih sayang dan saling kenal mengenal, bukan untuk saling membanggakan diri dan keangkuhan yang dapat menimbulkan perpecahan (Al-Banna, 2010: 629).

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang terdapat pada bab III mengenai graf konjugasi grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ yang meliputi n bilangan ganjil dan n bilangan genap, maka dapat disimpulkan bahwa :

a. Graf konjugasi dari grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ adalah kumpulan graf komplit.

b. Graf konjugasi dari grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n ganjil adalah kumpulan graf komplit yaitu satu graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-1}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan satu graf komplit dengan n titik.

c. Graf konjugasi dari grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n genap adalah kumpulan graf komplit yaitu dua graf komplit dengan satu titik, $\frac{n-2}{2}$ graf komplit dengan dua titik, dan dua graf komplit dengan $\frac{n}{2}$ titik.

4.2 Saran

Masih banyak lagi penelitiaan tentang graf yang terbentuk dari grup yang dapat dilakukan. Untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan penelitian graf konjugasi selain pada grup dihedral-2_n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, Azizah, N. dan Nofandika, F. 2009. *Teori Graf*. *Malang*: UIN Malang Press.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kiai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Al-Banna, A. 2010. *Tafsir Hasan Al-Banna*. Jakarta Timur: Suara Agung.

Chartrand, G. Dan Lesniak, L.1986. *Graph and digraph 2nd Edition*. California: Wadsworth. Inc.

Fatkiyah, L. 2010. *Bilangan Clique dan faktorisasi pada perkalian graf komplit*. *Skripsi* Tidak diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika UIN Maliki Malang.

Hasan, M. 2002. *Pokok-Pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Bogor: Penerbit Ghalia Indonesia.

Kandasamy, V. dan Smarandache, F. 2009. *Groups As Graphs*. Romania: Editura Cuart.

Raisinghania, M.D. and Aggarwal, R.S, 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: *S*. Chan and Company LTD.

Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit* . Bandung: Informatika.

Dummit, S. D. dan Foote, R.M. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Sutarno, H. Priatna, N. dan Nurjanah. *Matematika Diskrit*. Malang: Universitas Negeri Malang.

Ummah, S. 2009. *Kajian isomorfisme Grup pada subgrup Normal*. *Skripsi* Tidak diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika UIN Maliki Malang.