APROKSIMASI FUNGSI MENGGUNAKAN JARINGAN FUNGSI RADIAL BASIS

SKRIPSI

Oleh:
KHOLIDAH
NIM. 09610049

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

APROKSIMASI FUNGSI MENGGUNAKAN JARINGAN FUNGSI RADIAL BASIS

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
KHOLIDAH
NIM. 09610049

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

APROKSIMASI FUNGSI MENGGUNAKAN
JARINGAN FUNGSI RADIAL BASIS

SKRIPSI

Oleh:
KHOLIDAH
NIM. 09610049

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 12 Juni 2013

Pembimbing I	Pembimbing II
Evawati Alisah, M.Pd	Ach. Nashichuddin, M.A
NIP.197206041999032001	NIP.19730705 2000031002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 201312 1 001

APROKSIMASI FUNGSI MENGGUNAKAN JARINGAN FUNGSI RADIAL BASIS

SKRIPSI

Oleh:
KHOLIDAH
NIM. 09610049

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 9 September 2013

1. Penguji Utama	: Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd NIP. 19770521 200501 2 004	____________
2. Ketua Penguji	: Mohammad Jamhuri, M.Si NIP. 19810502 200501 1 004	____________
3. Sekretaris	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	____________
4. Anggota	: Ach. Nashichuddin, M.A NIP.19730705 200003 1 002	____________

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 201312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kholidah

Nim : 09610049

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains danTeknologi

Judul : Aproksimasi Fungsi Menggunakan Jaringan Fungsi Radial Basis

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil kerja saya sendiri, bukan mengalihkan data atau pun mengambil tulisan pemikiran dari orang lain, kecuali dengan mencantumkan cuplikan dan sumber yang telah terdapat pada daftar pustaka. Apabila terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia untuk menerima sanksi yang berlaku atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Juni 2013
Yang Membuat Pernyataan,

Kholidah
NIM. 09610049

MOTTO

Berjuang dan Berdo'a untuk Mencapai Kesuksesan

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan rasa bahagia dan ucapan syukur Alhamdulillah,
karya ini penulis persembahkan untuk:

Ibunda Suyat Mini dan Ayahanda Sofwan Ghoni tercinta
yang telah membantu dan memberikan
dukungan, kasih sayang tiada tara, motivasi, dan doa.

M. Rian Ardiansyah beserta keluarga, Lutfi Roziq dan
Kholid Dzikri yang memberikan bantuan serta semangat.

Adik Saiful Anam dan nenek
yang telah memberikan doa dan keceriaan.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb

Puji syukur Alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Selanjutnya penulis ucapkan terimakasih seiring doa dan harapan *jazakumullah ahsanuljaza'* kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terimakasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd dan Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak pengarahan, saran, kesabaran dalam membimbing, dan pengalaman yang berharga.
5. Mohammad Jamhuri, M.Si yang telah bersedia membantu dan membimbing.
6. Segenap sivitas akademika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen Jurusan Matematika, terimakasih atas segenap ilmu yang diberikan dan bimbingannya.

7. Kedua orang tua tercinta dan segenap keluarga yang senantiasa memberikan doa dan dukungan kepada penulis dalam menuntut ilmu.
8. Teman-teman serta sahabat matematika seangkatan khususnya Deri Ismawati, Ani Afifah, S.Si, Sefiana Noor Cholidah, Ernawati Efendi, S.Si, Ulyatun Nisa', Alfi Syahri Yuni, Nur Azizah, Muhammad Yusuf, Lutfi Wicaksono, dan Alm. Neli Hidayati, terimakasih atas segala pengalaman yang berharga dan kenangan tak akan terlupakan atas bantuan dan motivasinya.
9. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terimakasih atas keikhlasan bantuan yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu penulis mengharap kritik dan saran dari semua pihak untuk kesempurnaan dan kebaikan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini menjadi khasanah kepustakaan baru serta dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya dan bagi penulis secara pribadi. *Amin Ya Rabbal'Alamin*.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, September 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Kholidah. 2013. **Aproksimasi Fungsi Menggunakan Jaringan Fungsi Radial Basis.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: 1) Evawati Alisah, M.Pd
2) Ach. Nashichuddin, M.A

Kata kunci: nilai *error*, fungsi radial basis, fungsi aktivasi.

Dalam skripsi ini akan dipaparkan tentang jaringan fungsi radial basis. Metode ini memiliki beberapa fungsi aktivasi yang dapat digunakan dalam pengaplikasiannya. Fungsi aktivasi yang dibahas di sini adalah fungsi *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussians*. Penggunaan fungsi aktivasi sangat diperlukan dalam menentukan hasil keluaran (*output*), atau juga dapat dikatakan bahwa fungsi aktivasi merupakan simulasi otak dari sistem pengolahan informasi yang digunakan dalam proses perhitungan. Fungsi aktivasi tersebut menghasilkan nilai galat atau (*error*) yang berbeda-beda dan akan mempengaruhi hasil keluaran (*output*). Prose dipilih nilai galat yang sangat kecil, karena dapat memberikan hasil yang lebih baik. Hasil *output* dengan galat terkecil yang disebut efisien, sehingga untuk melihat keoptimalan dari fungsi aktivasi dapat dilihat dari nilai galat paling kecil yang dihasilkan.

Adapun langkah yang diambil untuk mencari nilai aproksimasi fungsi yaitu dengan menggunakan fungsi basis, kemudian mencari nilai bobot. Nilai *error* diperoleh dari selisih antara nilai eksak $f(x)$ dengan nilai hampiran $\widehat{f(x)}$. Metode yang digunakan disebut metode galat mutlak yaitu $|\varepsilon| = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$. Pada fungsi $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \leq x \leq 2$ dengan $\Delta x = 0.5$. Hasil *error* terkecil menunjukkan bahwa hampiran fungsi aktivasi tersebut lebih optimal. Fungsi aktivasi *inverse multiquadrics* menghasilkan nilai akurasi paling tinggi dibanding yang lainnya, dengan nilai *error* paling kecil yaitu $0.0050\mathrm{e}-026$. Sedangkan nilai *error* yang paling besar adalah *gaussians* yaitu $0.45340\mathrm{e}-010$, sehingga aproksimasi yang dihasilkan kurang efektif.

Peneliti lain diharapkan dapat mengembangkan penelitian ini menggunakan fungsi aktivasi yang lain beserta turunannya, sehingga hasilnya dapat dibandingkan dengan penelitian ini.

ABSTRACT

Kholidah. 2013. **Approximation of Functions Using Radial Basis Function Network.** Thesis, Department of Mathematics Faculty of Science and Technology, State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Supervisor: 1) EvawatiAlisah, M.Pd
2) Ach. Nashichuddin, M.A

Keywords: error values, radial basis function, activation function.

In this paper will be presented radial basis function network. This method has the activation function which can be used in the application. Among these activation functions discussed here are multiquadrics functions, inverse multiquadrics, gaussians. The use of activation function is needed in determining the output (output), or can also be said that the function of brain activation is a simulation of an information processing system used in the calculation process. The activation function produces an error value or (error) different and will affect the output (output). Results error or a small error rate, activation function will make it have accurate results. A very small error rate or the minimum, be able to provide better results. It is this difference that makes the output obtained efficiently or not. So to see the optimal activation of the function can be seen from the value of the smallest error is generated.

The steps taken are looking for value function approximation by using the base, then find the value of the weight. Error values obtained from the difference between the exact value of $f(x)$ with value approximation $\widehat{f(x)}$. The method used is called the method of absolute error is $|\varepsilon| = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$. At function $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \le x \le 2$ with $\Delta x = 0.5$. The smallest error results show that activation of the approximation function more optimally. Multiquadrics inverse activation function produces the highest accuracy values compared with the other, with the smallest error value is $0.0050\mathrm{e} - 026$. While most of the error values are gaussians is $0.45340\mathrm{e} - 010$, so that the resulting approximation using gaussians less effective.

Other researchers are expected to develop this research using other activation function and its derivatives, so that results can be compared with this study.

ملخص

خالدة. 2013. الاستفادة المثلى من وظائف التنشيط في شعاعي أساس وظيفة الشبكة.. **أطروحة**. سعبة الرياضيات، العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف: (١) افوتي السة الماجستير

(٢) احمد نصح الدين الماجستير

كلمات البحث: مجموع مربع الخطأ والقيم خطأ، شعاعي وظيفة أساس، وظيفة التنشيط

وستقدم في هذه الورقة شعاعي شبكة وظيفة على حدة .هذا الأسلوب لديه وظيفة التنشيط والتي يمكن استخدامها في التطبيق .بين هذه وظائف التنشيط مناقشتها هنا هي وظائف ملتقوادرتك، ملتقوادرتك معكوس، جاوس .هناك حاجة إلى استخدام وظيفة التنشيط في تحديد الناتج (المخرجات)، أو يمكن أن يقال أيضا أن وظيفة تنشيط الدماغ هو محاكاة لنظام معالجة المعلومات المستخدمة في عملية الحساب .وظيفة التنشيط تنتج قيمة خطأ أو (خطأ) مختلفة، وسوف تؤثر على الناتج (المخرجات). نتائج خطأ أو نسبة خطأ صغير، سوف تفعيل وظيفة تجعل من الحصول على نتائج دقيقة .معدل خطأ صغير جدا أو أدنى، أن تكون قادرة على توفير نتائج أفضل .وهذا هو الفرق الذي يجعل الإخراج التي تم الحصول عليها بكفاءة أم لا .لذلك نرى تفعيل الأمثل للوظيفة يمكن أن ينظر إليه من قيمة أصغر خطأ يتم إنشاؤها.

الخطوات المتخذة يبحثون عن وظيفة تقريب القيمة باستخدام قاعدة، ثم العثور على قيمة الوزن. قيم الخطأ التي تم الحصول عليها من الفرق بين القيمة الدقيقة للو $f(x)$ مع تقريب قيمة $\widehat{f(x)}$. يتم استدعاء الأسلوب استخدام أسلوب من الخطأ المطلق هو $|\varepsilon| = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$. في $f(x) = x^3 + x + 0.5,$ مع $-3 \leq x \leq 2$ $\Delta x = 0.5$. اظهار اصغر نتائج خطأ في تنشيط وظيفة تقريب أكثر على النحو الأمثل. تنتج ملتقوادريك تفعيل وظيفة عكسية أعلى القيم دقة مقارنة مع الآخر مع قيمة $0.0050\mathrm{e} - 026$. في حين أن معظم القيم الخطأ هي غاوسيان هو $0.45340\mathrm{e} - 010$، بحيث تقريب الناتج باستخدام غاوسيان أقل فعالية.

ويتوقع باحثون آخرون لتطوير هذه الابحاث التي تستخدم وظيفة أخرى التنشيط ومشتقاته، بحيث يمكن مقارنة النتائج مع هذه الدراسة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam disiplin ilmu maupun dalam kehiduapan sehari-hari terdapat berbagai macam permasalahan. Namun dengan adanya teori-teori yang lahir dari pemikiran serta pengamatan manusia, sehingga dapat memberikan suatu kontribusi ilmu pengetahuan yang bermanfaat untuk menyelesaikannya. Salah satu bentuk pemikiran dan pengamatan manusia dalam bidang matematika yaitu pemodelan matematika.

Di lain pihak, Islam telah mengajarkan untuk selalu berpikir dalam melakukan segala sesuatunya. Sebagaimana yang telah termaktub di dalam Al-Qur’an Surat Ali ‘Imran ayat 191 berikut:

ٱلَّذِينَ يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ رَبَّنَا
مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ١٩١

Artinya: *“Orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, maka peliharalah kami dari siksa neraka.”* (QS. Ali ‘Imran [3]:191)

Dari ayat tersebut dapat dicermati bahwa orag-orang yang berpikir dan berdzikir (mengingat) Allah SWT dengan keadaan berdiri, duduk, maupun berbaring dan memikirkan yang ada di langit dan bumi. Kemudian menghasilkan *natijah* yang bukanlah sekedar ide-ide yang tersusun dalam benak, melainkan melampauinya sampai kepada pengamalan dan pemanfaatannya dalam kehidupan.

Maksudnya bahwa ayat tersebut merupakan metode yang sempurna bagi penalaran dan pengamatan Islam terhadap alam. Ayat itu mengarahkan akal manusia kepada fungsi pertama di antara sekian banyak fungsinya, yakni mempelajari ayat-ayat Allah SWT yang tersaji di alam raya ini. Ayat tersebut bermula dengan *tafakkur* dan berakhir dengan amal.

Lebih jauh dapat ditambahkan bahwa *"Khalq As-samawat wal Ardh"* di samping berarti membuka tabir sejarah penciptaan langit dan bumi, juga bermakna "memikirkan tentang sistem tata kerja alam semesta." Karena kata *"khalq"* selain berarti "penciptaan", juga berarti "pengaturan" dan pengukuran yang "cermat". Pengetahuan tentang hal ini mengantarkan ilmuwan kepada rahasia-rahasia alam, dan pada gilirannya mengantarkan kepada penciptaan teknologi yang menghasilkan kemudahan dan manfaat bagi umat manusia (Shihab, 1996:572).

May-Duy dan Tran-Cong (2002:4) menyatakan bahwa di dalam disiplin ilmu matematika telah banyak dikembangkan bidang komputasi. Beberapa algoritma digunakan agar proses komputasi menjadi lebih cepat dan mudah. Di antara algoritma tersebut adalah jaringan syaraf tiruan. Jaringan syaraf tiruan adalah suatu sistem pengolahan informasi yang mirip dengan karakteristik jaringan syaraf biologi. Pengolahannya adalah mencoba mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia dengan menggunakan program komputer sehingga mampu menyelesaikan sejumlah proses perhitungan.

Jaringan syaraf tiruan sederhana pertama kali diperkenalkan oleh McCulloch dan Pitts di tahun 1943 yang menyimpulkan bahwa kombinasi beberapa *neuron* sederhana menjadi sebuah sistem *neural* akan meningkatkan kemampuan komputasinya (Siang, 2005:3). Salah satu metode sederhana pada jaringan syaraf tiruan yaitu metode fungsi radial basis, dan metode tersebut juga merupakan bentuk dari pemodelan matematika.

Pada metode fungsi radial basis terdapat banyak fungsi aktivasi yang bisa digunakan. Di antaranya adalah fungsi aktivasi *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, *gaussians*, *thinplate splane*, dan lain sebagainya. Namun yang paling sering dipakai yaitu fungsi aktivasi *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussians*.

Penggunaan fungsi aktivasi sangat diperlukan dalam menentukan hasil keluaran (*output*), atau juga dapat dikatakan bahwa fungsi aktivasi merupakan simulasi otak dari sistem pengolahan informasi yang digunakan dalam proses perhitungan. Namun, hasil keluaran tersebut belum tentu dikatakan *valid* karena desertai dengan galat atau *error* yang mempengaruhinya. Oleh karena setiap fungsi aktivasi memiliki tingkat galat yang berbeda-beda, maka akan mempengaruhi suatu hasil *output* yang diperoleh.

Apabila hasil galat atau tingkat kesalahan kecil, maka fungsi aktivasi itu memiliki hasil *output* yang optimal. Perbedaan inilah yang membuat hasil keluaran yang diperoleh tersebut efisien atau tidak. Sehingga untuk melihat keefektifan dari fungsi aktivasi dapat dilihat dari nilai galat paling kecil yang dihasilkan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti mengambil judul **"Aproksimasi Fungsi Menggunakan Jaringan Fungsi Radial Basis."**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka dapat dirumuskan permasalahan yang ada dalam penelitian skripsi ini, yaitu bagaimana aproksimasi fungsi dengan menggunakan jaringan fungsi radial basis?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan dari penelitian skripsi ini adalah untuk mengetahui aproksimasi fungsi dengan menggunakan jaringan fungsi radial basis.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah penelitian ini yaitu fungsi aktivasi yang digunakan:

1. *Multiquadrics.*
2. *Inverse multiquadrics.*
3. *Gaussians*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian skripsi ini adalah sebagai beikut:

1. Dapat memberikan wawasan keilmuan dan menambah pengetahuan dalam bidang matematika tentang fungsi radial basis.
2. Dapat dijadikan bahan kepustakaan dan rujukan serta sarana pengembangan ilmu matematika.

3. Dapat memperoleh informasi mengenai keefisienan dari fungsi aktivasi *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussians*.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang dilakukan peneliti dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi aktivasi yang digunakan sebagai pembanding untuk mengetahui galat atau *error* yang paling minimum. Fungsi aktivasi tersebut yaitu *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussians*.
2. Persamaan diaproksimasi dengan *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *Gaussians*. Kemudian mencari nilai bobot dan nilai galat (*error*) pada masing-masing fungsi basis menggunakan program Matlab.
3. Menganalisis galat yang paling minimum. Semakin kecil nilai galatnya maka semakin efisien fungsi aktivasinya.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian skripsi ini, peneliti menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan setiap bab dibagi atas subbab-subbab. Sistematika penulisannya adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini terdiri dari beberapa subbab yaitu latar belakang dari penelitian skripsi, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini memberikan kajian teori yang menjadi landasan masalah yang akan dibahas dan sebagai bahan dalam proses penelitian, yaitu matriks, vektor, jaringan syaraf tiruan, fungsi radial basis, metode *least square*, analisis galat (*error*), dan kajian tentang berpikir dalam Islam.

Bab III Pembahasan

Pada bab pembahasan ini dijelaskan tentang proses yang diberikan pada subbab metode penelitian, dan hasil kajian dan hasil pengamatan fungsi aktivasi yaitu aproksimasi fungsi dengan menggunakan fungsi basis *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussians*. Hasil nilai bobot dan nilai *error* menggunakan Matlab. Menganalisis galat atau *error* dari hasil yang sudah diperoleh. Selanjutnya akan dibahas juga mengenai optimalisasi beribadah dalam berkehidupan dalam pandangan agama Islam.

Bab IV Penutup

Pada bab penutup ini berisi kesimpulan akhir dari penelitian dan disertai saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Vektor

Andrianto dan Prijono (2006:29) menyatakan bahwa vektor adalah suatu besaran yang besarnya dapat diukur dan mempunyai arah, misalnya kecepatan, gaya, dan sebagainya. Vektor juga dapat didefinisikan n tupel bilangan-bilangan riil. Notasinya adalah huruf kecil seperti $x, y, z, \ldots$ misalnya vektor

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah bilangan-bilangan riil. Secara geometris, vektor x menyatakan garis berarah di ruang dimensi n dari titik awal $(0, 0, \ldots, 0)$ ke titik terminal $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (Siang, 2005:10).

2.1.1 Operasi-Operasi Vektor

Beberapa operasi yang dilakukan pada vektor yaitu antara lain:

a. Perkalian vektor dengan skalar, misalkan k adalah skalar dan vektor $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Hasil kali k dengan x dapat ditulis kx didefinisikan sebagai suatu n tupel bilangan-bilangan riil yang elemennya adalah elemen-elemen vektor x dikalikan dengan k, maka

$$kx = \begin{bmatrix} k\,x_1 \\ k\,x_2 \\ \vdots \\ k\,x_n \end{bmatrix}$$

secara geometris, jika $k \neq 0$, maka kx menyatakan vektor di ruang dimensi n yang panjangnya k kali panjang vektor x (Siang, 2005:11).

b. Penjumlahan dua vektor, misalkan x dan y adalah dua vektor pada ruang dimensi n yang sama. Penjumlahan atau pengurangan vektor x dan y dengan simbol $x + y$ adalah suatu vektor di dimensi n yang elemen-elemennya adalah penjumlahan atau pengurangan elemen x dengan elemen y.

$$x + y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ \vdots \\ x_n + y_n \end{bmatrix}; \quad x - y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - y_1 \\ x_2 - y_2 \\ \vdots \\ x_n - y_n \end{bmatrix}$$

(Siang, 2005:11).

c. Hasil kali titik dua vektor, misalkan vektor x dan y adalah dua vektor pada ruang dimensi n yang sama. Perkalian titik vektor x dengan vektor y atau yang sering disebut *dot product* (•) x dan y adalah suatu skalar yang merupakan jumlahan dari hasil kali elemen-elemen vektor x dan y yang bersesuaian.

Jika $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ dan $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ maka $x \bullet y = x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n$

Perhatikan bahwa hasil kali titik dua buah vektor menghasilkan suatu skalar, bukan suatu vektor. Dua vektor x dan y (keduanya bukan vektor 0) disebut ortogonal apabila $xy = 0$ (Siang, 2005:12).

2.1.2 Norma Vektor

Norma vektor misalkan $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ adalah suatu vektor. Norma atau panjang vektor didefinisikan sebagai $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_1^2 + \cdots + x_1^2}$

Beberapa sifat norma vektor adalah sebagai berikut:

a. Jika c adalah sembarang bilangan riil, maka $\|cx\| = |c|\|x\|$

b. Jarak dua vektor x dan y adalah $\|x - y\|$

c. $\frac{x}{\|x\|}$ adalah vektor searah dengan x dan panjang sama dengan 1.

d. Pertidaksamaan Cauchy-Schwartz yaitu $(x\ y)^2 \leq \|x\|^2\|y\|^2$.

(Siang, 2005:14).

2.1.3 Ketergantungan Linier

Himpunan-himpunan vektor $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ dikatakan bergantung linier apabila terdapat skalar $c_1, c_2, \dots, c_n$ yang tidak semuanya 0 sedemikian hingga $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n = 0$. Jika tidak ada skalar dengan sifat demikian, maka himpunan vektor $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ disebut bebas linier.

Di ruang dimensi n ditulis R^n, terdapat paling banyak n vektor yang bebas linier. Setiap vektor dalam R^n dapat dinyatakan sebagai kombinasi vektor-vektor yang bebas linier tersebut. Maka dikatakan bahwa vektor-vektor yang bebas linier tersebut membentuk basis bagi R^n (Siang, 2005:15).

2.2 Matriks

Andrianto dan Prijono (2006:13) menyatakan bahwa matriks adalah kumpulan bilangan-bilangan yang disusun menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang terdapat di suatu matriks disebut dengan elemen atau anggota matriks. Dengan representasi matriks, perhitungan dapat dilakukan dengan lebih terstruktur. Pemanfaatannya misalnya dalam menjelaskan persamaan linier, transformasi koordinat, dan lainnya.

Anggota pada baris ke$-i$ dan kolom ke$-j$ dari suatu matriks M dapat dinyatakan sebagai m_{ij}. Suatu matriks M berukuran $m \times n$ dituliskan sebagai berikut:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \dots & m_{mn} \end{bmatrix}$$

Beberapa operasi yang dilakukan pada matriks antara lain perkalian matriks dengan skalar, jika A adalah sembarang matriks dan c adalah skalar, maka cA adalah matriks yang elemennya merupakan perkalian elemen matriks A dengan skalar c, yaitu

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \dots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \dots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \dots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

Perkalian matriks yaitu perkalian dua buah matriks yang apabila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B. Jika matriks A berordo $m \times n$ dan matriks B berordo $n \times p$, maka matriks C yaitu matriks perkalian A dan B berordo $m \times p$ dengan elemen

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, b_{jk} = a_{i1}\, b_{1k} + a_{i2}\, b_{2k} + a_{i3}\, b_{3k} + \dots + a_{in}\, b_{nk}$$

(Siang, 2005:18).

2.3 Jaringan Syaraf Tiruan

Jaringan syaraf tiruan merupakan model jaringan syaraf yang meniru prinsip kerja dari *neuron* otak manusia (Putra, 2010:15). Jaringan Syaraf Tiruan pertama kali muncul setelah model sederhana dari *neuron* buatan diperkenalkan oleh McCulloch dan Pitts pada tahun 1943. Model sederhana tersebut dibuat berdasarkan fungsi *neuron* biologis yang merupakan dasar unit pensinyalan dari sistem syaraf. *Neuron* adalah suatu unit pemroses terkecil pada otak, bentuk sederhana sebuah *neuron* yang oleh para ahli dianggap sebagai satuan unit pemroses yang sering disebut fungsi aktivasi. Secara umum jaringan syaraf tiruan terbentuk dari jutaan (bahkan lebih) struktur dasar *neuron* yang terkoneksi dan terintegrasi antara satu dengan yang lainnya sehingga dapat melaksanakan aktifitas secara teratur dan terus menerus sesuai kebutuhan (Kusumadewi, 2004:2).

Jaringan syaraf tiruan memiliki beberapa kemampuan seperti yang dimiliki otak manusia, antara lain yaitu kemampuan untuk belajar dari pengalaman, kemampuan melakukan perumpamaan terhadap masukan baru dari pengalaman yang dimilikinya, dan kemampuan memisahkan karakteristik penting dari masukan yang mengandung data yang tidak penting.

Jaringan syaraf tiruan masih dapat dibagi lagi menurut jenis pelatihannya. Dalam jaringan syaraf tiruan ada dua macam pelatihan yang dikenal, yaitu *supervised* dan *unsupervised* (Siang, 2005:17). Dalam pelatihan *supervised*, terdapat sejumlah pasangan data (masukan dan keluaran) yang dipakai untuk melatih jaringan hingga diperoleh bobot yang diinginkan. Pasangan data tersebut berfungsi sebagai "guru" untuk melatih jaringan hingga diperoleh bentuk yang terbaik. Ia akan memberikan informasi yang jelas tentang bagaimana sistem harus mengubah dirinya untuk meningkatkan kerjanya.

Sebaliknya, dalam pelatihan *unsupervised* "tidak ada guru" yang akan mengarahkan proses pelatihannya, perubahan bobot jaringan dilakukan berdasarkan parameter tertentu dan jaringan dimodifikasi menurut ukuran parameter tersebut. Contohnya adalah jaringan lapisan kompetitif seperti Fungsi Radial Basis.

2.4 Fungsi Radial Basis

May-Duy dan Tran-Cong (2002:3) menyatakan bahwa jaringan fungsi radial basis yaitu jaringan yang dibentuk dengan menggunakan fungsi aktivasi berupa fungsi radial basis. Jaringan ini merupakan sebuah pemetaan dari vektor *input* dengan p-dimensi ke vektor *output* yang hanya satu dimensi. Secara matematis dapat disimbolkan sebagai $f: R^p \rightarrow R^1$. Fungsi f terdiri dari himpunan bobot $\{w_i\}_{i=1}^{n}$ dan himpunan dari fungsi radial basis $\varphi_i(x) = \varphi(\|x_i - c\|)$, dimana $\|\cdot\|$ merupakan vektor normal. Himpunan dari fungsi radial basis $\{g_i\}_{i=1}^{n}(x)$ dimana $m \leq n$, secara umum dapat diyatakan $\{g_i\}_{i=1}^{n}(x) = \varphi_i(\|x - c_i\|)$ sehingga $f(x)$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$f(x) \approx \tilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i \, \phi_i(x)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i \, \varphi_i(\|x - c_i\|)$$

Keterangan:

$f(x)$: fungsi dari x

$\tilde{f}(x)$: fungsi hampiran dari x

n : jumlah fungsi radial basis (*neuron*) dan titik pusat (*center*)

w_i : bobot untuk fungsi radial basis ke-i

φ_i : fungsi radial basis ke-i

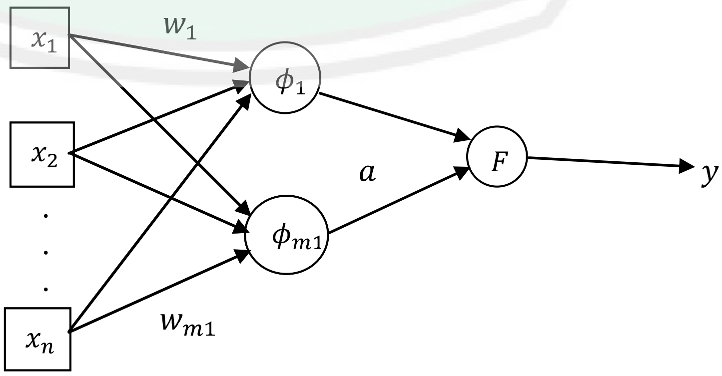
x : vektor *input*

c_i : titik pusat ke-i

$\|\cdot\|$: jarak Euclid (r) tiap titik terhadap titik pusat

$$\|x - c_i\| : \sqrt{(x - c_i)^2}$$

Jaringan fungsi radial basis biasanya membutuhkan *neuron* lebih banyak. Jaringan ini akan bekerja dengan baik apabila data *input* yang diberikan cukup banyak. Tidak seperti pada jaringan syaraf sebelumnya, pada jaringan fungsi radial basis ini, *input* yang akan diolah oleh fungsi aktivasi bukan merupakan hasil penjumlahan terbobot dari data *input*, namun berupa vektor jarak antara bobot dan vektor input yang dikalikan dengan bobot bias.

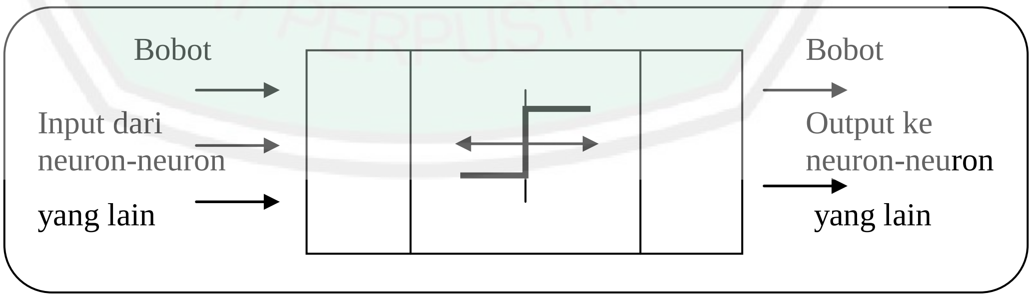


Gambar 2.1: Arsitektur Fungsi Radial Basis

Pada gambar di atas, dijelaskan bahwa x_1, x_2, …, x_n adalah sebagai data *input*, kemudian ϕ_1, …, ϕ_{m1} adalah *hidden layer*. Dari *input* ke *hidden layer* dihubungkan oleh bobot w_1, …., w_{m1}, selanjutnya diproses dengan fungsi aktivasi fungsi radial basis sehingga menghasilkan y sebagai *output layer* yang berupa linier (Kusumadewi, 2004:15).

2.4.1 Fungsi Aktivasi

Ada beberapa tipe jaringan syaraf, namun demikian, hampir semuanya memiliki komponen-komponen yang sama. Seperti halnya otak manusia, jaringan syaraf juga terdiri dari beberapa *neuron*, dan ada hubungan antara neuron-neuron teersebut. *Neuron-neuron* tersebut akan mentransformasikan informasi yang diterima melalui sambungan keluarnya menuju ke *neuron-neuron* yang lain. Pada jaringan syaraf, hubungan ini dikenal dengan nama bobot. Informasi tersebut disimpan pada suatu nilai tertentu pada bobot tersebut. Gambar 2.2 menunjukkan struktur *neuron* pada jaringan syaraf.



Gambar 2.2: Struktur *Neuron* Jaringan Syaraf

Jika dilihat, *neuron* buatan ini sebenarnya mirip dengan *neuron* biologi. *Neuron-neuron* buatan tersebut bekerja dengan cara yang sama pula dengan *neuron-neuron* biologis. Informasi yang disebut dengan *input* akan dikirim ke *neuron* dengan bobot tertentu. Input ini akan diproses oleh suatu fungsi yang akan menjumlahkan nilai-nilai semua bobot. Hasil penjumlahan ini kemudian akan dibandingkan dengan suatu nilai ambang (*threshold*) tertentu malalui fungsi aktivasi setiap *neuron*. Apabila input tersebut melewati suatu nilai ambang tertentu, maka *neuron* tersebut akan diaktifkan, tapi kalau tidak, maka *neuron* tersebut tidak akan diaktifkan. Apabila *neuron* tersebut diaktifkan, maka *neuron* tersebut akan mengirimkan *output* melalui bobot-bobot *output*nya ke semua *neuron* yang berhubungan dengannya, demikian seterusnya (Kusumadewi, 2004:49).

Pada jaringan syaraf, *neuron-neuron* akan dikumpulkan dalam lapisan-lapisan (*layer*) yang disebut dengan lapisan *neuron* (*neuron layers*). Biasanya *neuron-neuron* pada suatu lapisan akan dihubungkan dengan lapisan-lapisan sebelum dan sesudahnya (kecuali lapisan *input* dan lapisan *output*). Informasi yang diberikan pada jaringan syaraf akan dirambatkan lapisan ke lapisan, mulai dari lapisan *input* sampai dengan lapisan *output* melalui lapisan yang lainnya, yang sering dikenal dengan nama lapisan tersembunyi (*hidden layer*). Seperti pada Gambar 2.1, yaitu arsitektur fungsi radial basis atau fungsi aktivasi pada jaringan syaraf sederhana. Pada gambar tersebut sebuah *neuron* akan mengolah N *input* yaitu $(x_1, x_2, .., x_n)$ yang masing-masing memiliki bobot w_1 dan w_{m1} sehingga

$$a = \sum_{i=1}^{n} x_i w_i$$

yang kemudian fungsi aktivasi F akan mengaktivasi a menjadi *output* jaringan y (Kusumadewi, 2004:50).

2.4.2 Karakteristik Fungsi Radial Basis

Pada prinsipnya fungsi radial basis adalah emulasi sifat jaringan biologi yang umumnya *neuron* yang paling aktif dan *neuron* yang paling sensitif menerima rangsangan sinyal masukan. Sehingga orientasi sensivitas respon tersebut hanya terhadap beberapa daerah (*local response*) dalam wilayah masukan. Jaringan syaraf tiruan dengan lapisan tersembunyi tunggal, pada dasarnya lapisan tersebut berisi *neuron-neuron* (unit-unit) yang sensitif atau aktif secara lokal. Sedangkan keluarannya terdiri dari unit-unit linier. Fungsi radial basis adalah suatu fungsi yang mempunyai karakteristik merespon pengurangan ataupun penambahan secara monoton dengan jarak yang berasal dari niai tengahnya.

Beberapa tipe fungsi aktivasi jaringan fungsi radial basis adalah sebagai berikut:

1. Fungsi *Multiquadrics*

$$\varphi(r) = \sqrt{(r^2 + \alpha^2)} \quad \forall\, \alpha > 0$$

2. Fungsi *Inverse Multiquadriks*

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{(r^2 + \alpha^2)}} \quad \forall\, \alpha > 0$$

3. Fungsi *Gaussians*

$$\phi(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\alpha^2}\right) \quad \forall\, \alpha > 0$$

May-Duy dan Tran-Cong (2002:3) menyatakan bahwa α disebut sebagai lebar dari fungsi basis atau varian dari x dan $r = \|x - c_i\| = \sqrt{(x - c_i).(x - c_i)}$, dengan adalah vektor *input* dan c_i adalah titik pusat ke-i. Fungsi *inverse multiquadrics* dan *gaussians* memiliki respon lokal, yaitu nilai akan menurun monoton dengan peningkatan jarak dari titik pusat (*localized function*). Sebaliknya, fungsi *multiquadrics* semakin meningkat dengan peningkatan jarak dari titik pusat, dan oleh karena itu menunjukkan respon global (*nonlocalized function*).

2.4.3 Analisis Galat (*Error*)

Menganalisis *error* atau galat merupakan pengukuran bagaimana fungsi aktivasi dapat berjalan dengan baik. Perhitungan *error* ini penting dan merupakan pengukuran ketepatan Jaringan syaraf tiruan terhadap data target. *Error* atau galat dapat direpresentasikan seberapa dekat solusi hampiran atau pendekatannya terhadap solusi sebenarnya. Semakin kecil galat yang dihasilkan maka fungsi aktivasi akan semakin tinggi ketelitiannya dalam memproses data. Sekecil apapun galat itu sangat berarti untuk mengetahui efektifitas sebuah fungsi aktivasi untuk menyelesaikan suatu permasalahan (Kusumadewi, 2004:50).

Sumber utama penyebab galat dalam perhitungan dapat dibedakan menjadi dua yaitu galat pemotongan dan galat pembulatan. Sedangkan dari cara menghitung galat dibagi menjadi dua yaitu galat mutlak dan galat relatif. Misalkan $\hat{a}$ adalah nilai hampiran dan a adalah nilai sejati. Maka selisih nilai sejati dengan nilai hampiran disebut galat, $\varepsilon = a - \hat{a}$. Jika nilai galat positif atau negatif tidak diperhatikan, maka disebut galat mutlak yang didefinisikan sebagai $|\varepsilon| = |a - \hat{a}|$. Sedangkan galat relatif didefinisikan sebagai $\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a}$ (Munir, 2008:24).

2.5 Metode *Least Square*

Metode *least square* merupakan metode untuk memperkecil *error* dengan menggunakan kuadrat jumlah dari galat (*error*). Metode ini juga dapat digunakan untuk mencari nilai bobot w pada jaringan fungsi radial basis. *Least square* pada umumnya dapat dirumuskan sebagai sebuah sistem persamaan linear. Sistem persamaan berarti lebih banyak persamaannya daripada peubah bilangannya.

Oleh karena itu, cukup dicari vektor x yang akan membuat Ax 'sedekat mungkin' dengan b dalam pemahaman bahwa x akan meminimalkan nilai $\|Ax - b\|$ berkenaan dengan hasil kali dalam Euclidean. Nilai $\|Ax - b\|$ ini dapat juga disebut sebagai ukuran "galat" atau kesalahan (deviasi) yang diperoleh dari x yang digunakan untuk penyelesaian sistem linear $Ax = b$. Misalkan saja suatu sistem linear memiliki galat (*error*) nol. Berarti $\|Ax - b\| = \|0\| = 0$, yang mengambil x dengan tepat sehingga memenuhi persamaan $Ax = b$. Secara umum semakin besar nilai $\|Ax - b\|$, semakin buruk pula x untuk membuat Ax menghampiri b (Leon, 2001:212).

Pada definisi diketahui suatu sistem linier $Ax = b$ dengan m persamaan dan n peubah, suatu vektor x yang dapat meminimalkan $\|Ax - b\|$ berkenaan dengan hasil kali dalam Euclidean pada R^m disebut penyelesaian kuadrat kecil dari $Ax = b$ (Leon, 2001:213).

Anton dan Rorres (2004:353) menyatakan bahwa teorema hampiran terbaik, vektor yang terdekat dengan b adalah $Proy_w u$. Jadi, agar x mendekatkan Ax menuju b kita harus membuat $Ax = Proy_w u$, karena $b = Proy_w u + (u - Proy_w u)$, maka $b - Ax = b - Proy_w u$. Sehingga $b - Ax$ orthogonal terhadap W. Wadalah ruang kolom dari A yaitu ruang yang berisi vektor-vektor yang kombinasi linier dengan vektor-vektor kolom A, karena W adalah ruang kolom A, maka $b - Ax$ terletak pada ruang nol dari A^T. Oleh karena itu, suatu penyelesaian kuadrat terkecil dari $Ax = b$ harus memenuhi $A^T(b - Ax) = 0$ atau secara ekuivalen $A^T Ax = A^T b$.

Persamaan ini menggambarkan sebuah sistem persamaan linier $n \times n$, persamaan ini disebut persamaan normal. Jadi, masalah mencari suatu penyelesaian kuadrat terkecil dari $Ax = b$ telah tereduksi menjadi mencari suatu penyelesaian pasti dari sistem normal terkait.

Anton dan Rorres (2004:354) menyatakan teorema, jika A adalah suatu matriks $m \times n$, maka pernyataan berikut ini ekuivalen:

a) A mempunyai vektor-vektor kolom yang bebas secara linier.

b) $A^T A$ dapat dibalik.

Bukti: menurut teorema, dua hal di atas ekuivalen, akan dibuktikan $(a) \Longrightarrow (b)$dan $(b) \Longrightarrow (a)$. Untuk $(a) \Longrightarrow (b)$, anggap vektor-vektor kolom A bebas linier $A^T Ax = 0$ hanya mempunyai penyelesaian *trivial* (suatu penyelesaian yaitu 0). Tetapi jika x adalah sembarang penyelesaian dari sistem ini, maka Ax merupakan penyelesaian dari sistem $A^T Ax = 0$, sehingga berada dalam ruang nol dari A^T. Karena Ax merupakan vektor yang kombinasi linier dengan vektor kolom dari A, maka Ax juga terdapat dalam ruang kolom dari A.

2.6 Berpikir dalam Islam

Dalam potongan Surat Ali Imran ayat 191 berikut akan dibahas dari beberapa sumber serta makna yang beragam yaitu,

وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ

berdasarkan karangan Al-Maraghi menjelaskan bahwa mereka yang mau memikirkan tentang kejadian langit dan bumi beserta rahasia-rahasia dan manfaat-manfaat yang terkandung di dalamnya yang menunjukkan pada ilmu yang sempurna, hikmah tertinggi dan kemampuan yang utuh. Keberuntungan dan keselamatan hanya bisa dicapai melalui mengingat Allah dan memikirkan makhluk-makkhluk-Nya dari segi yang menunjukkan adanya Sang Pencipta Yang Maha Esa, Yang Maha Mengetahui lagi Maha Kuasa. Al-Asbahani, dalam hal ini telah meriwayatkan sebuah hadits dari Abdullah bin Salam, bahwa Rasulullah SAW. pernah pergi keluar bersama para sahabatnya sedangkan waktu itu mereka sedang ber*tafakkur*. Kemudian Rasulullah SAW bersabda "*Pikikanlah oleh kalian tentang makhluk, dan jangan sekali-kali kalian memikirkan Allah SWT* (Al-Maraghi,1993:290)."

Menurut kitab Ibnu Katsir menjelaskan maksud dari ayat tersebut adalah mereka yang tidak putus-putus berdzikir dalam semua keadaan, baik dengan hati maupun dengan lisan mereka. Dan mereka yang memahami apa yang terdapat pada langit dan bumi dari kandungan hikmah yang menunjukkan keagungan "*al-*

Khaliq" (Allah), kekuasaan-Nya, keluasan ilmu-Nya, hikmah-Nya, pilihan-Nya, juga rahmat-Nya. Al-Hasan al-Bashri berkata: "Berpikir sejenak lebih baik dari bangun shalat malam". Serta Luqman al-Hakim berkata: "Sesungguhnya lama menyendiri akan mengilhamkan untuk berpikir dan lama berpikir (tentang kekuasaan Allah) adalah jalan-jalan menuju pintu Surga" ('Abdullah, 2007:211).

Syaikh Imam Al Qurthubi dalam bukunya menerangkan ayat tersebut di atas. Makna dari dzikir yaitu bisa berdzikir dengan lisan, atau bisa juga bermakna melakukan shalat *fardhu* dan shalat *sunnah*. Lalu pada ayat ini Allah SWT menggandengkan antara satu ibadah dengan ibadah lainnya, yaitu *tafakkur* pada segala ciptaan Allah dan mengambil pelajaran dari apa yang terbayangkan, agar semua itu dapat menambah wawasan mereka terhadap Tuhan Yang Maha Pencipta. Makna sesungguhnya dari *tafakkur* ini adalah hati seseorang yang merasa bimbang akan sesuatu. Oleh karena itu orang yang sering bimbang hatinya yaitu orang yang selalu berpikir akan sesuatu.

Dari Ibnu Abbas yaitu pada suatu ketika Nabi SAW berlalu di hadapan suatu kaum yang berpikir mengenai Allah, lalu Nabi SAW bersabda "*Merenunglah tentang ciptaan, dan jangan kamu merenung tentang Pencipta, karena kalian tidak akan mampu untuk mencapainya"* (Al-Qurthubi, 2008:778).

Kemudian munurut Abu Ja'far menjelaskan dari firman Allah SWT tersebut, maknanya adalah mereka mengambil pelajaran dari semua penciptaan itu, lalu mereka tahu bahwa tidak ada yang membuatnya kecuali Dzat Yang tidak ada bandingnya, kecuali Allah Yang Maha Menciptakan serta Mengatur segala sesuatu dan Maha Memberi rezeki. Di tangan-Nya kemampuan untuk menjadikan kaya dan miskin, kemampuan untuk memuliakan dan menghinakan, kemampuan untuk menghidupkan dan mematikan, serta kemampuan untuk menyengsarakan dan membahagiakan (Ath-Thabari, 2008:307).

Terakhir dari 'Aidh al-Qarni berpendapat bahwa mereka yang memikirkan penciptaan Allah SWT memandang bahwa ayat kauniyah dengan segala sifatnya merupakan salah satu bukti kekuasaan Allah. Bagi mereka, alam semesta ini merupakan huruf-huruf yang berbicara dan persaksian yang kekal atas keagungan Yang Maha Agung, juga atas kekuasaan, hikmah, dan keindahan ciptaan-Nya. Ketika mereka menyaksikan hal itu, bersemilah rasa takut dan khawatir, sehingga mereka berdoa, "Wahai Rabb kami, kami bersaksi bahwa Engkau tidak menciptakan semua ini dengan sia-sia, bahkan Engkau menciptakan makhluk berdasarkan hikmah dan kekuasaan yang Maha Suci dari segala tandingan atau pun lawan. Maha Suci Engkau, wahai Rabb kami" (Al-Qarni, 2007:346).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Fungsi Aktivasi Jaringan Fungsi Radial Basis

Fungsi aktivasi merupakan bagian penting dalam tahapan perhitungan untuk menghasilkan *output* dari suatu algoritma. Fungsi radial basis merupakan fungsi bernilai real yang nilainya hanya bergantung pada jarak awal, sehingga $\varphi(x) = \varphi(\|x\|)$, atau sebaliknya pada beberapa jarak dari titik c_i, yang disebut titik pusat, sehingga $\varphi(x, c_i) = \varphi(\|x, c_i\|)$. Fungsi radial basis φ yang memenuhi adalah $\varphi x = \varphi(x)$, dimana $\|\cdot\|$ merupakan norm vektor.

Jumlah dari hasil fungsi radial basis biasanya digunakan sebagai hampiran fungsi. Proses pendekatan ini disebut sebagai *neural network* sederhana. Jenis yang umum digunakan dalam fungsi radial basis adalah $r = (x - c_i)$, dengan $i = 1,2,3, \dots, n$.

Fungsi radial basis biasanya digunakan untuk membangun fungsi hampiran dalam bentuk $f(x) = \sum_{i=1}^{n} = w_i \varphi(\|x, c_i\|)$, dimana fungsi $f(x)$ akan diaproksimasi dengan jaringan fungsi radial basis. Jarak Euclid antara titik pusat c_i dengan x vektor *input*. Kemudian bobot w_i untuk fungsi radial basis ke$-i$ dapat dicari nilai hampirannya dengan menggunakan matriks linear kuadrat terkecil, karena fungsi mendekati linear pada bobot.

Fungsi aktivasi yang dibahas antara lain:

1. *Multiquadrics*

$$M(x, c_i) = \sqrt{r^2 + \alpha^2} = \sqrt{(x - c_i)^2 + \alpha^2}$$

2. *Inverse Multiquadrics*

$$I(x, c_i) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + \alpha^2}} = \frac{1}{\sqrt{(x - c_i)^2 + \alpha^2}}$$

3. *Gaussians*

$$G(x, c_i) = \exp\left(-\frac{r^2}{\alpha^2}\right) = \exp\left(-\frac{(x - c_i)^2}{\alpha^2}\right)$$

Keterangan :

$M(x, c_i)$: fungsi aktivasi *multiquadrics*

$I(x, c_i)$: fungsi aktivasi *inverse multiquadrics*

$G(x, c_i)$: fungsi aktivasi *gaussians*

α : varian nilai *input*

r : jarak Euclid tiap titik dengan titik pusat

x : vektor *input*

c_i : titik pusat ke-i

3.2 Aproksimasi Fungsi

Pada subbab pembahasan ini, akan dijelaskan mengenai aproksimasi fungsi menggunakan jaringan fungsi radial basis. Fungsi yang digunakan adalah $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \leq x \leq 2$. Adapun data *input* terdiri dari 11 titik yaitu $x = \{-3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$ dengan $\alpha = 2.75$. Fungsi $f(x)$ akan diaproksimasi dengan jaringan fungsi radial basis $\phi_i(x)$. Aproksimasi fungsi didefinisikan dengan

$$f(x) \approx \tilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i\, \phi_i(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i\, \varphi_i(\|x - c_i\|)$$

Jika dimasukkan nilai $j = 1,2,3, \dots, m$ ke dalam fungsi radial basis $f(x)$=$\sum_{i=1}^{n} w_i\ \varphi_i(\|x - c_i\|)$, $m = n$, maka terbentuk :

$$\begin{gathered} f(x_1) = w_1\ \phi_1(x_1) + w_2\ \phi_2(x_1) + \cdots + w_n\ \phi_n(x_1) \\ f(x_2) = w_1\ \phi_1(x_2) + w_2\ \phi_2(x_2) + \cdots + w_n\ \phi_n(x_2) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ f(x_m) = w_1\ \phi_1(x_m) + w_2\ \phi_2(x_m) + \cdots + w_n\ \phi_n(x_m) \end{gathered}$$

Sehingga dapat diubah ke bentuk matriks seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \dots & \phi_n(x_1) \\ \phi_1(x_2) & \phi_2(x_2) & \dots & \phi_n(x_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_1(x_m) & \phi_2(x_m) & \dots & \phi_n(x_m) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem yang dihasilkan adalah $f(x_j) = y\ = w_i\ \phi_i(x_j)$. Kemudian untuk memperoleh nilai bobot yaitu $w_i = \phi_i(x_j)^{-1}.f(x_j)$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \dots & \phi_n(x_1) \\ \phi_1(x_2) & \phi_2(x_2) & \dots & \phi_n(x_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_1(x_m) & \phi_2(x_m) & \dots & \phi_n(x_m) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix}$$

Berikut ini dijabarkan aproksimasi dengan *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, dan *gaussian*.

1. Aproksimasi dengan *multiquadrics*

$$\begin{gathered} f(x_1) = w_1\sqrt{(x_1 - c_1)^2 + \alpha^2} + w_2\sqrt{(x_1 - c_2)^2 + \alpha^2} + \cdots + w_n\sqrt{(x_1 - c_n)^2 + \alpha^2} \\ f(x_2) = w_1\sqrt{(x_2 - c_1)^2 + \alpha^2} + w_2\sqrt{(x_2 - c_2)^2 + \alpha^2} + \cdots + w_n\sqrt{(x_2 - c_n)^2 + \alpha^2} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ f(x_m) = w_1\sqrt{(x_m - c_1)^2 + \alpha^2} + w_2\sqrt{(x_m - c_2)^2 + \alpha^2} + \cdots + w_n\sqrt{(x_m - c_n)^2 + \alpha^2} \end{gathered}$$

Jika dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - c_1)^2 + \alpha^2} & \sqrt{(x_1 - c_2)^2 + \alpha^2} & \dots & \sqrt{(x_1 - c_n)^2 + \alpha^2} \\ \sqrt{(x_2 - c_1)^2 + \alpha^2} & \sqrt{(x_2 - c_2)^2 + \alpha^2} & \dots & \sqrt{(x_2 - c_n)^2 + \alpha^2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sqrt{(x_m - c_1)^2 + \alpha^2} & \sqrt{(x_m - c_2)^2 + \alpha^2} & \dots & \sqrt{(x_m - c_n)^2 + \alpha^2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem yang dihasilkan adalah $f(x_j) = y = w_i\, M_i(x_j)$. Kemudian untuk memperoleh nilai bobot yaitu $w_i = M_i(x_j)^{-1}. f(x_j)$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1-c_1)^2+\alpha^2} & \sqrt{(x_1-c_2)^2+\alpha^2} & \cdots & \sqrt{(x_1-c_n)^2+\alpha^2} \\ \sqrt{(x_2-c_1)^2+\alpha^2} & \sqrt{(x_2-c_2)^2+\alpha^2} & \cdots & \sqrt{(x_2-c_n)^2+\alpha^2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sqrt{(x_m-c_1)^2+\alpha^2} & \sqrt{(x_m-c_2)^2+\alpha^2} & \cdots & \sqrt{(x_m-c_n)^2+\alpha^2} \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix}$$

2. Aproksimasi dengan *Inverse Multiquadrics*

$$\begin{aligned} f(x_1) &= w_1 \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_1)^2+\alpha^2}} + w_2 \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_2)^2+\alpha^2}} + \cdots + w_n \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_n)^2+\alpha^2}} \\ f(x_2) &= w_1 \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_1)^2+\alpha^2}} + w_2 \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_2)^2+\alpha^2}} + \cdots + w_n \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_n)^2+\alpha^2}} \\ &\vdots \\ f(x_m) &= w_1 \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_1)^2+\alpha^2}} + w_2 \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_2)^2+\alpha^2}} + \cdots + w_n \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_n)^2+\alpha^2}} \end{aligned}$$

Jika dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_n)^2+\alpha^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_n)^2+\alpha^2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_n)^2+\alpha^2}} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem yang dihasilkan adalah $f(x_j) = y = w_i\, I_i(x_j)$. Kemudian untuk memperoleh nilai bobot yaitu $w_i = I_i(x_j)^{-1} . f(x_j)$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_1-c_n)^2+\alpha^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_2-c_n)^2+\alpha^2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_1)^2+\alpha^2}} & \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_2)^2+\alpha^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(x_m-c_n)^2+\alpha^2}} \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix}$$

3. Aproksimasi *Gaussians*

$$f(x_1) = w_1 \exp\left(-\frac{(x_1 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) + w_2 \exp\left(-\frac{(x_1 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) + \cdots + w_n \exp\left(-\frac{(x_1 - c_n)^2}{\alpha^2}\right)$$
$$f(x_2) = w_1 \exp\left(-\frac{(x_2 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) + w_2 \exp\left(-\frac{(x_2 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) + \cdots + w_n \exp\left(-\frac{(x_2 - c_n)^2}{\alpha^2}\right)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$f(x_m) = w_1 \exp\left(-\frac{(x_m - c_1)^2}{\alpha^2}\right) + w_2 \exp\left(-\frac{(x_m - c_2)^2}{\alpha^2}\right) + \cdots + w_n \exp\left(-\frac{(x_m - c_n)^2}{\alpha^2}\right)$$

Jika dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{(x_1 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_1 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_1 - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \\ \exp\left(-\frac{(x_2 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_2 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_2 - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \exp\left(-\frac{(x_m - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_m - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_m - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem yang dihasilkan adalah $f(x_j) = y \ = w_i \ G_i(x_j)$. Kemudian untuk memperoleh nilai bobot yaitu $w_i = G_i(x_j)^{-1} . f(x_j)$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{(x_1 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_1 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_1 - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \\ \exp\left(-\frac{(x_2 - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_2 - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_2 - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \exp\left(-\frac{(x_m - c_1)^2}{\alpha^2}\right) & \exp\left(-\frac{(x_m - c_2)^2}{\alpha^2}\right) & \ldots & \exp\left(-\frac{(x_m - c_n)^2}{\alpha^2}\right) \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{bmatrix}$$

3.3 Menghitung Nilai Bobot w_i dan Hasil Aproksimasi

Perhitungan bobot pada persamaan $f(x) = x^3 + x + 0.5, \ -3 \leq x \leq 2$ dengan $\Delta x = 0.5$ adalah sebanyak 11 titik data *input* x dan nilai eksak $f(x)$. Oleh karena itu banyaknya nilai bobot sebanyak 11 titik data yang akan membentuk sebuah matriks dengan ordo 11×11.

Kemudian nilai bobot dan nilai *error* diproses menggunakan fungsi aktivasi *multiquadrics*, *inverse multiquadrics*, *gaussians* dengan bantuan Matlab R2008a. Titik data *input* x dan nilai eksak $f(x)$ dengan Δx=0.5 tersebut adalah

Tabel 3.1 *Input* Data dan Nilai Eksak

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	-29.5	-17.6	-9.5	-4.3	-1.5	-0.1	0.5	1.1	2.5	5.3	1.5

Definisi dari fungsi $f(x)$ membangkitkan data pada tabel di atas dengan α=2.75. Berikut ini akan dibahas hasil aproksimasi fungsi tersebut:

1. Hasil Aproksimasi *Multiquadrics*

$$w = \begin{bmatrix} \sqrt{(-3-(-3))^2+2.75^2} & \sqrt{(-3-(-2.5))^2+2.75^2} & \dots & \sqrt{(-3-2)^2+2.75^2} \\ \sqrt{(-2.5-(-3))^2+2.75^2} & \sqrt{(-2.5-(-2..5))^2+2.75^2} & \dots & \sqrt{(-2.5-2)^2+2.75^2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sqrt{(2-(-3))^2+2.75^2} & \sqrt{(2-(-2.5))^2+2.75^2} & \dots & \sqrt{(2-2)^2+2.75^2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.5625 & 8.0625 & \dots & 12.5625 \\ 8.0625 & 7.5625 & \dots & 12.0625 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 12.5625 & 12.0625 & \dots & 7.5625 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh nilai bobot yaitu

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.4030 \\ -3.7500 \\ -3.0000 \\ -2.2500 \\ -1.5000 \\ -0.7500 \\ 0.0000 \\ 0.7500 \\ 1.5000 \\ 2.2500 \\ -5.5970 \end{bmatrix}$$

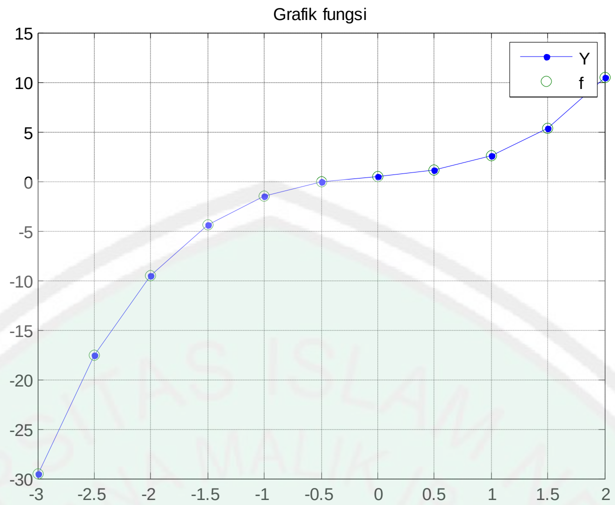
Untuk mengetahui nilai *error* yang digunakan adalah dengan membandingkan solusi aproksimasi dengan solusi yang sebenarnya yaitu selisih dari nilai eksak $f(x)$ dengan nilai hampirannya $\widehat{f(x)}$. Menghitung dengan galat mutlak $\varepsilon = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$ sehingga menjadi $\varepsilon^2 = \left(f(x) - \widehat{f(x)}\right)^2$.

$$\varepsilon^2 = \left(\begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7.5625 & 8.0625 & \dots & 12.5625 \\ 8.0625 & 7.5625 & \dots & 12.0625 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 12.5625 & 12.0625 & \dots & 7.5625 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 11.4030 \\ -3.7500 \\ -3.0000 \\ -2.2500 \\ -1.5000 \\ -0.7500 \\ 0.0000 \\ 0.7500 \\ 1.5000 \\ 2.2500 \\ -5.5970 \end{bmatrix}\right)^2$$

Hasil *error* aproksimasi *multiquadrics* $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \leq x \leq 2$ dengan $\Delta x = 0.5$ pada tabel berikut:

Tabel. 3.2 Hasil *Error Multiquadrics*

x	$f(x)$	ε^2
-3	-29.5000	0.0853e-025
-2.5	-17.6250	0.0727e-025
-2	-9.5000	0.0727e-025
-1.5	-4.3750	0.1292e-025
-1	-1.5000	0.1136e-025
-0.5	-0.1250	0.0853e-025
0	0.5000	0.1292e-025
0.5	1.1250	0.1136e-025
1	2.5000	0.1136e-025
1.5	5.3750	0.1459e-025
2	10.5000	0.1823e-025



Gambar 3.1 Aproksimasi *Multiquadrics*

2. Hasil Aproksimasi *Inverse Multiquadrics*

$$w = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(-3-(-3))^2+2.75^2}} & \frac{1}{\sqrt{(-3-(-2.5))^2+2.75^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(-3-2)^2+2.75^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{(-2.5-(-3))^2+2.75^2}} & \frac{1}{\sqrt{(-2.5-(-2.5))^2+2.75^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(-2.5-2)^2+2.75^2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{(2-(-3))^2+2.75^2}} & \frac{1}{\sqrt{(2-(-2.5))^2+2.75^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(2-2)^2+2.75^2}} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1322 & 0.1240 & \dots & 0.0796 \\ 0.1240 & 0.1322 & \dots & 0.0829 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0.0796 & 0.0829 & \dots & 0.1322 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh nilai bobot yaitu

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -855.8566 \\ 201.8559 \\ 168.7381 \\ 131.2014 \\ 90.5610 \\ 47.9736 \\ 4.5065 \\ -38.8067 \\ -80.9145 \\ -120.6937 \\ 380.6147 \end{bmatrix}$$

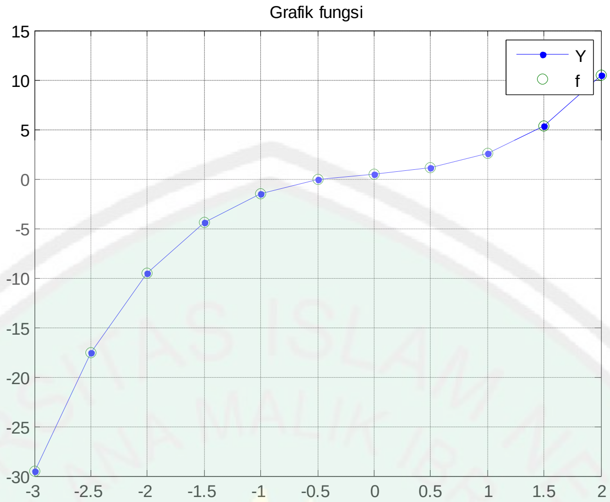
Untuk mengetahui nilai *error* yang digunakan adalah dengan membandingkan solusi aproksimasi dengan solusi yang sebenarnya yaitu selisih dari nilai eksak $f(x)$ dengan nilai hampirannya $\widehat{f(x)}$. Menghitung dengan galat mutlak $\varepsilon = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$ sehingga menjadi $\varepsilon^2 = \left(f(x) - \widehat{f(x)}\right)^2$.

$$\varepsilon^2 = \left(\begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1322 & 0.1240 & \dots & 0.0796 \\ 0.1240 & 0.1322 & \dots & 0.0829 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0.0796 & 0.0829 & \dots & 0.1322 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -855.8566 \\ 201.8559 \\ 168.7381 \\ 131.2014 \\ 90.5610 \\ 47.9736 \\ 4.5065 \\ -38.8067 \\ -80.9145 \\ -120.6937 \\ 380.6147 \end{bmatrix} \right)^2$$

Hasil *error* aproksimasi *multiquadrics* $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \le x \le 2$ dengan $\Delta x = 0.5$ pada tabel berikut:

Tabel. 3.3 Hasil *Error Inverse Multiquadrics*

x	$f(x)$	ε^2
-3	-29.5000	0.3648e-026
-2.5	-17.6250	0.1818e-026
-2	-9.5000	0.1818e-026
-1.5	-4.3750	0.1262e-026
-1	-1.5000	0.1262e-026
-0.5	-0.1250	0.1262e-026
0	0.5000	0.0454e-026
0.5	1.1250	0.0454e-026
1	2.5000	0.0050e-026
1.5	5.3750	0.0050e-026
2	10.5000	0



Gambar 3.2 Aproksimasi *Inverse Multiquadrics*

3. Hasil Aproksimasi *Gaussians*

$$w = \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{(-3-(-3))^2}{2.75^2}\right) & \exp\left(-\frac{(-3-(-2.5\ ))^2}{2.75^2}\right) & \dots & \exp\left(-\frac{(-3-2)^2}{2.75^2}\right) \\ \exp\left(-\frac{(-2.5-(-3))^2}{2.75^2}\right) & \exp\left(-\frac{(-2.5-(-2.5\ ))^2}{2.75^2}\right) & \dots & \exp\left(-\frac{(-2.5-2)^2}{2.75^2}\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \exp\left(-\frac{(2-(-3))^2}{2.75^2}\right) & \exp\left(-\frac{(2-(-2.5))^2}{2.75^2}\right) & \dots & \exp\left(-\frac{(2-2)^2}{2.75^2}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9675 & \dots & 0.0367 \\ 0.9675 & 1 & \dots & 0.0687 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0.0367 & 0.0687 & \dots & 0.1322 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh nilai bobot yaitu

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0791e+006 \\ 0.4979e+006 \\ -1.4938e+006 \\ 2.7861e+006 \\ -3.5333e+006 \\ 3.1177e+006 \\ -1.8559e+006 \\ 0.6505e+006 \\ -0.0547e+006 \\ -0.0521e+006 \\ 0.0166e+006 \end{bmatrix}$$

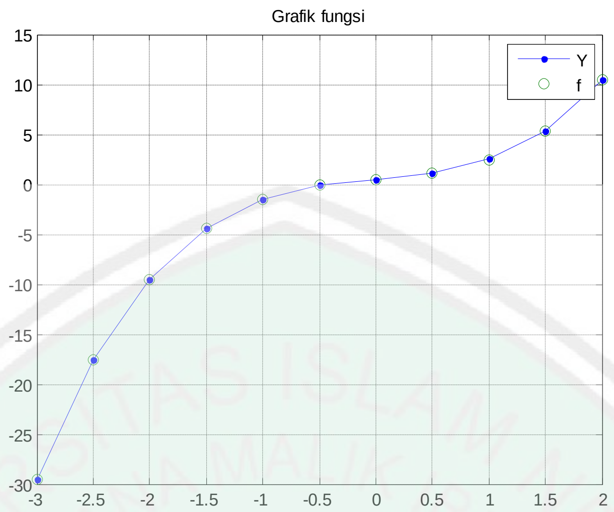
Untuk mengetahui nilai *error* yang digunakan adalah dengan membandingkan solusi aproksimasi dengan solusi yang sebenarnya yaitu selisih dari nilai eksak $f(x)$ dengan nilai hampirannya $\widehat{f(x)}$. Menghitung dengan galat mutlak $\varepsilon = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$ sehingga menjadi $\varepsilon^2 = \left(f(x) - \widehat{f(x)}\right)^2$.

$$\varepsilon^2 = \left(\begin{bmatrix} -29.5000 \\ -17.6250 \\ -9.5000 \\ -4.3750 \\ -1.5000 \\ -0.1250 \\ 0.5000 \\ 1.1250 \\ 2.5000 \\ 5.3750 \\ 10.5000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0.9675 & \dots & 0.0367 \\ 0.9675 & 1 & \dots & 0.0687 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0.0367 & 0.0687 & \dots & 0.1322 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.0791\mathrm{e}+006 \\ 0.4979\mathrm{e}+006 \\ -1.4938\mathrm{e}+006 \\ 2.7861\mathrm{e}+006 \\ -3.5333\mathrm{e}+006 \\ 3.1177\mathrm{e}+006 \\ -1.8559\mathrm{e}+006 \\ 0.6505\mathrm{e}+006 \\ -0.0547\mathrm{e}+006 \\ -0.0521\mathrm{e}+006 \\ 0.0166\mathrm{e}+006 \end{bmatrix} \right)^2$$

Hasil *error* aproksimasi *multiquadrics* $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \le x \le 2$ dengan $\Delta x = 0.5$ pada tabel berikut:

Tabel. 3.4 Hasil *Error Gaussians*

x	$f(x)$	ε^2
-3	-29.5000	0.04480e-010
-2.5	-17.6250	0.01380e-010
-2	-9.5000	0.00160e-010
-1.5	-4.3750	0.05590e-010
-1	-1.5000	0.18890e-010
-0.5	-0.1250	0.34960e-010
0	0.5000	0.45340e-010
0.5	1.1250	0.44720e-010
1	2.5000	0.34580e-010
1.5	5.3750	0.21030e-010
2	10.5000	0.09850e-010



Gambar 3.3 Aproksimasi *Gaussians*

3.4 Analisis Galat

Aproksimasi fungsi $f(x) = x^3 + x + 0.5,\ -3 \leq x \leq 2$ dengan $\Delta x = 0.5.$ dengan menggunakan jaringan fungsi radial basis. Jika nilai *error*-nya kecil maka memberikan hasil *output* yang lebih efektif. Pada tabel 3.1 sampai 3.3 menunjukkan nilai *error* jaringan fungsi radial basis, yang dalam hal ini perhitungan *error* menggunakan metode galat mutlak.

Fungsi aktivasi *inverse multiquadrics* menghasilkan nilai akurasi paling tinggi dibanding dengan yang lainnya dengan nilai 0.0050e-026. Sedangkan nilai error yang paling besar adalah *gaussians* yaitu $0.45340e-010$, sehingga aproksimasi yang dihasilkan kurang efektif. Seperti pada gambar di atas merupakan hasil aproksimasi fungsi yang sangat kecil nilai hampiranya pada tiap titik data. Apabila α dari data nilainya kecil, maka juga akan memperkecil hasil *error*-nya.

3.5 Optimalisasi Kegiatan Berpikir dalam Islam

Konteks dalam Al-Qur'an pada QS. Ali Imron ayat 191 menggambarkan langkah-langkah gerakan jiwa yang ditimbulkan oleh responnya terhadap pemandangan yang berupa langit dan bumi dan pergantian malam dan siang dalam perasaan *ulul albab* dengan gambaran yang cermat. Menjadikan kitab alam semesta yang terbuka ini sebagai "*kitab*" ilmu pengetahuan bagi manusia mukmin yang senantiasa menjalin hubungan dengan Allah dan dengan apa yang diciptakan oleh Allah.

Ayat ini dimulai dengan membandingkan antara penghadapan hati kepada dzikrullah dan ibadah kepada-Nya, yaitu "pada waktu berdiri, duduk, dan berbaring" dengan memikirkan penciptaan langit dan bumi serta pergantiannya malam dengan siang. Sehingga perenungan dan pemikiran ini menempuh jalan ibadah, dan menjadikannya sebagai salah satu sisi dari pemandangan dzikir.

Berdzikir adalah salah satu bentuk ibadah yang dilakukan oleh makhluk Allah. Berdzikirnya manusia dengan hati ikhlas akan berdampak meningkatnya iman, menenangkan jiwa serta membuat pikiran menjadi lebih fokus. Sebagaimana firman Allah dalam QS. Adz-Dzariyat ayat 56 yakni,

وَمَا خَلَقْتُ ٱلْجِنَّ وَٱلْإِنسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ﴿٥٦﴾

Artinya: "*Tidak Aku ciptakan bangsa jin dan manusia kecuali untuk beribadah*". Allah menciptakan manusia agar selalu beribadah dan mendekatkan diri kepada-Nya agar hidup di dunia menjadi tetram.

Islam memandang berpikir itu sebagai media untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT. Sebab dengan berpikir, manusia menyadari posisinya sebagai hamba dan memahami fungsinya sebagai *“khalifatullah”* di muka bumi. Tugasnya hanyalah menghambakan diri kepada Allah SWT dengan beribadah. Dengan berpikir juga, manusia mengetahui betapa kuasanya Allah menciptakan alam semesta dengan kekuatan yang maha dahsyat, dan dirinya sebagai manusia sangat kecil dan tidak berarti di hadapan Allah Yang Maha Berkuasa.

Al-Qur'an berkali-kali mengajak kepada manusia, khususnya orang beriman, agar banyak memikirkan dirinya, lingkungan sekitarnya, dan alam semesta. Karena dengan berpikir itu, manusia akan mampu mengenal kebenaran (*al-haq*), yang kemudian untuk diimani dan dipegang teguh dalam kehidupan. Allah berfirman dalam QS. Ar-Rad ayat 19 yakni, *"Hanyalah orang-orang yang berakal saja yang dapat mengambil pelajaran"*. Jika mengamati petunjuk-petunjuk Al-Qur'an, hadits Nabi, dan pengalaman sejarah intelektual dalam Islam, maka dapat mengantarkan seseorang berpikir secara proporsional dan benar untuk selanjutnya keluar dengan pemikiran yang jernih, lurus, dan relefan dengan kehendak Allah.

Otak memang untuk berpikir. Otak juga memang berfungsi untuk merasa. Akan tetapi, sesungguhnya yang paling tepat untuk dikatakan adalah otak hanyalah mampu untuk memahami perasaan (Muhyidin, 2007:68). Namun ketika otak berpikir dan tidak diiringi dengan melakukan ibadah kepada Allah serta menghayati petunjuk Al-Qur’an maka otak manusia tidak dapat bekerja dengan baik. Sehingga manusia mengambil suatu keputusan yang salah. Kegiatan ibadah kepada Allah dan berpikir yang benar harus berjalan dengan baik, oleh karena sinegritas keduanya akan membuat otak manusia menjadi jernih dan lurus dalam menjalani kehidupan.

Otak manusia yang jernih dapat berpikir secara optimal. Sehingga hal itu adalah teknik untuk meraih kesuksesan dalam hidup. Seperti melakukan pekerjaan dengan maksimal juga kreatif dengan menggunakan ide-ide yang keluar dari pemikirannya. Jika sering membiasakan cara berpikir seperti ini, maka dalam menelaah setiap peristiwa yang terjadi dalam kehidupannya, baginya tidak akan menjadi masalah yang besar dan berat, karena cara berpikir positif akan melihat semua peristiwa tersebut menjadi suatu pengalaman yang berharga. Pengalaman tersebutlah yang akan membuat energi kreatif timbul untuk melakukan perbaikan diri di masa mendatang.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa langkah yang diambil untuk mencari nilai aproksimasi fungsi $f(x) = x^3 + x + 0.5, \quad -3 \leq x \leq 2$ dengan $\Delta x = 0.5$ pada jaringan fungsi radial basis yaitu dengan mencari nilai bobot. Kemudian mencari nilai *error* yang diperoleh dari selisih antara nilai eksak $f(x)$ dengan nilai hampiran $\widehat{f(x)}$. Metode ini disebut metode galat mutlak yaitu $|\varepsilon| = \left|f(x) - \widehat{f(x)}\right|$. Nilai *error* terkecil menunjukkan bahwa aproksimasi fungsi aktivasi tersebut optimal dan *output* yang dihasilkan oleh fungsi aktivasi tersebut lebih efektif.

Fungsi aktivasi *inverse multiquadrics* menghasilkan nilai akurasi paling tinggi dibanding yang lainnya, dengan nilai *error* paling kecil yaitu 0.0050e-026. Sedangkan nilai *error* yang paling besar adalah *gaussians* yaitu $0.45340\text{e} - 010$, sehingga aproksimasi yang dihasilkan oleh *gaussians* kurang efektif.

4.2 Saran

Peneliti lain diharapkan dapat mengembangkan penelitian ini menggunakan fungsi aktivasi yang lain beserta turunannya, sehingga hasilnya dapat dibandingkan dengan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

‘Abdullah, M.A.I.. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3*. Bogor: Pustaka Imam Asy-syafi‟i.

Al-Maraghi, A.M.. 1993. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi 4*. Semarang: Toha Putra.

Al-Qarni, A.. 2007. *Tafsir Muyassar Jilid 1*. Jakarta: Qisthi Press.

Al- Qurthubi, S.I.. 2008. *Tafsir Al-Qurthubi Jilid 4*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Andrianto, H. & Prijono, A.. 2006. *Menguasai Matriks dan Vektor*. Bandung: Rekayasa Sains.

Anton, H. & Rorres, C.. 2004. *Dasar-dasar Aljabar Linier*. Batam: Interaksara.

Ash-Shiddieqiy, T.M.H.. 2000. *Tafsir Al-Qur'anul Majid An-Nuur*. Semarang: Pustaka Rizki Putra.

Fitriyah, R.. 2011. Penyelesaian Numerik Persamaan Poisson Menggunakan Jaringan Fungsi Radial Basis. *Skripsi* Tidak Diterbitkan. Malang: Universitas Islam Negeri Malang.

Hermawan, A.. 2006. *Jaringan syaraf Tiruan Teori Dan Aplikasi*. Yogyakarta: Andi.

Kusumadewi, S.. 2004. *Membangun Jaringan Syaraf Tiruan Menggunakan Matlab dan Excel Link*. Jakarta: Graha Ilmu.

Leon, S.J.. 2001. Aljabar Linier dan Aplikasinya. Jakarta: Erlangga.

May-Duy, N. & Tran-Cong, T.. 2002. *Approximation Of Function And Its Derivatives Using Radial Basis Function Networks*. Toowoomba: Unversity of Southern Queensland.

Muhammad, A.J.J.. 2008. *Tafsir Ath-Thabari Jilid 6*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Muhyidin, M.. 2007. *Manajemen ESQ Power*. Yogyakarta: Diva Press.

Munir, R.. 2008. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.

Putra, D.. 2010. *Pengolahan Citra*. Yogyakarta: Andi.

Setiawan, I.. 2002. *Jaringan Syaraf Tiruan*. Universitas Diponegoro.

Shihab, M.Q.. 1996. *Wawasan Al-Qur’an Tafsir Tematik Atas Pelbagai Persoalan Umat*. Bandung: Mizan.

Siang, J.J.. 2005. *Jaringaan Syaraf Tiruan Dan Pemrogramannya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: Andi.

Lampiran 1. Program Matlab untuk Mencari Bobot Menggunakan Fungsi Basis *Multiquadrics*

```
clc,clear;
x=-3:0.5:2;
Y=x.^3+x+0.5;
z=Y'
a=var(x)
[w,P]=CariW(x,Y)

f= P*w
se=((f-Y').^2)
[Y' f se]
plot(x,Y,'.-',x,f,'o')
title('Grafik fungsi')
legend('Y','f')
grid on

function [w,P]=CariW(x,y)
    a=var(x)
      c=x;
    m=length(x);
     n=length(c);
     P=zeros(m,n);

    for i=1:n
        for j=1:m
          P(i,j)=sqrt(((x(i)-c(j))^2)+a^2);
        end
    end

     if m==n
      pii=inv(P);
    else
        pii=pinv(P);
    end

    w=pii*y'

end
```

Lampiran 2. Program Matlab untuk Mencari Bobot Menggunakan Fungsi Basis *Inverse Multiquadrics*

```
clc,clear;
x=-3:0.5:2;
Y=x.^3+x+0.5;
z=Y'
a=var(x)
[w,P]=CariW(x,Y)

f= P*w
se=((f-Y').^2)
[Y' f se]
plot(x,Y,'.-',x,f,'o')
title('Grafik fungsi')
legend('Y','f')
grid on

function [w,P]=CariW(x,y)
    a=var(x)
      c=x;
    m=length(x);
     n=length(c);
     P=zeros(m,n);

    for i=1:n
        for j=1:m
         P(i,j)=1/(sqrt((x(i)-c(j))^2)+a^2);
        end
    end

     if m==n
      pii=inv(P);
    else
        pii=pinv(P);
    end

    w=pii*y';

end
```

Lampiran 3. Program Matlab untuk Mencari Bobot Menggunakan Fungsi Basis *Gaussians*

```
clc,clear;
x=-3:0.5:2;
Y=x.^3+x+0.5;
z=Y'
a=var(x)
[w,P]=CariW(x,Y)

f= P*w
se=((f-Y').^2)
[Y' f se]
plot(x,Y,'.-',x,f,'o')
title('Grafik fungsi')
legend('Y','f')
grid on

function [w,P]=CariW(x,y)
    a=var(x)
      c=x;
    m=length(x);
     n=length(c);
     P=zeros(m,n);

    for i=1:n
        for j=1:m
         P(i,j)=exp(-((x(i)-c(j))^2)/a^2);

        end
    end

     if m==n
      pii=inv(P);
    else
        pii=pinv(P);
    end

    w=pii*y';

end
```