

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER FUZZY DENGAN
KOEFSISIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP***

SKRIPSI

Oleh:
SEFIANA NOOR CHOLIDAH
NIM. 09610048



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER FUZZY DENGAN
KOEFSIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP***

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
SEFIANA NOOR CHOLIDAH
NIM. 09610048

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER FUZZY DENGAN
KOEFSISIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP***

SKRIPSI

Oleh:
SEFIANA NOOR CHOLIDAH
NIM. 09610048

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 10 Juni 2013

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Evawati Alisah, M. Pd
NIP. 19720604 199903 2 001

Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER FUZZY DENGAN
KOEFSIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP***

SKRIPSI

Oleh:
SEFIANA NOOR CHOLIDAH
NIM. 09610048

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 27 Juni 2013

Penguji Utama : Absussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Ketua Penguji : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Sekretaris Penguji : Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 19720604 199903 2 001

Anggota Penguji : Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Sefiana Noor Cholidah
NIM : 09610048
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 25 Mei 2013
Yang membuat pernyataan,

Sefiana Noor Cholidah
NIM. 09610048

MOTTO

فَبِأَيِّ آلَاءِ رَبِّكُمَا تُكَذِّبَانِ

Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan

(QS. Ar-Rahman [55] : 13)



PERSEMBAHAN

Alhamdulillah

Puji syukur ke hadirat Allah SWT

Dzat Pemberi segala nikmat dan rahmat di seluruh alam

Dengan mengucap Bismillahirrahmanirrahim...

*Penulis persembahkan karya ini untuk dua orang
yang paling berjasa dalam hidup penulis*

M.Sya'roni dan Tutik Purwanti

(Ayahanda dan ibunda tercinta)

*yang senantiasa mendampingi, mendidik, dan membimbing
penulis dalam mengarungi hidup untuk menggapai ridho*

Ilahi Robbi



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW pembimbing umat manusia, *rahmatan lil 'alamin* yang kelak diharapkan syafaatnya *fii yaumil qiyamah* Amin.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar dalam memberikan arahan selama proses penulisan skripsi ini.
5. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing keagamaan yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.
6. Drs. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen wali yang telah memberikan arahan selama penulis menempuh kuliah.

7. Seluruh dosen dan staff administrasi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Keluarga tercinta, M. Sya'roni, Tutik Purwanti, Vebri Ardhiyan, dan Eka Widayati yang selalu memberikan motivasi dan semangat baik moril maupun spirituil dan senantiasa mendampingi dan mendidik penulis untuk menjadi manusia yang lebih baik.
9. Keluarga besar PMII Rayon *Pencerahan* Galileo tempat penulis berproses dan menyesuaikan diri dengan kehidupan kampus. Segenap keluarga besar TPQ Nurul Iman, ustadz-ustadzah, dan adik-adik tersayang yang selalu memberikan keceriaan dan menjadi pelipur hati.
10. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2009 yang telah menemani belajar selama kuliah dan memberikan kenangan dalam hidup penulis.
11. Surya Ariwibowo, S.Si, Neysi Puji Amesti, Agus Maulana, Misbakhul Choeroni, Khalidah dan Akhmad Syarifuddin Fauqanori terima kasih atas semangat, motivasi dan doa yang telah diberikan untuk penulis.

Akhirnya, semoga skripsi ini bermanfaat bagi diri penulis dan pembaca,

Amin ya robbal 'alamin.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Mei 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGANTAR	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
ABSTRAK	xiii
ABSTRACT	xiv
ملخص	xv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Batasan Masalah	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Metode Penelitian	6
1.7 Sistematika Penulisan	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Himpunan Fuzzy	8
2.2 Fungsi Keanggotaan	14
2.2.1 Fungsi Keanggotaan Segitiga	15
2.2.2 Fungsi Keanggotaan Trapesium	16
2.2.3 Fungsi Keanggotaan Gauss.....	17
2.2.4 Fungsi Keanggotaan Cauchy	18
2.2.5 Fungsi Keanggotaan Sigmoid.....	18
2.3 Potongan α (α -cut)	19
2.4 Bilangan Fuzzy	20
2.5 Operasi Aritmetika.....	23
2.6 Sistem Persamaan Linier	25
2.7 Sistem Fuzzy dan Derajat Keanggotaan dalam Al-Qur'an.....	27
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Sistem Persamaan Linier Fuzzy.....	34
3.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy.....	37
3.3 Penyelesaian Permasalahan yang Belum Jelas (Kabur) dalam Islam.....	57

BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	62
4.2 Saran	63
DAFTAR PUSTAKA	64



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy "Tinggi"	10
Gambar 2.2	Pendukung, Teras, dan Tinggi dari Suatu Himpunan Kabur....	12
Gambar 2.3	Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga ($x;2,4,12$)	16
Gambar 2.4	Grafik Fungsi Keanggotaan Trapesium ($x;2,4,7,13$)	17
Gambar 2.5	Grafik Fungsi Keanggotaan Gauss ($x;10,10$)	17
Gambar 2.6	Grafik Fungsi Keanggotaan Cauchy ($x;5,1,10$)	18
Gambar 2.7	Grafik Fungsi Keanggotaan Sigmoid ($x;2,5$) yang Terbuka Kanan (Gambar Kiri) dan Sigmoid ($x;-2,5$) yang Terbuka Kiri (Gambar Kanan)	19
Gambar 2.8	Ilustrasi α -cut pada Grafik Fungsi Suatu Himpunan Fuzzy	20
Gambar 2.9	Ilustrasi α -cut pada Grafik Fungsi Suatu Himpunan Fuzzy	21

ABSTRAK

Cholidah, Sefiana N. 2013. **Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel Crisp**. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (1) Evawati Alisah, M.Pd
(2) Abdul Aziz, M.Si

Kata Kunci: Bilangan Fuzzy, Center Bilangan Fuzzy, Sistem Persamaan Linier Fuzzy, Bentuk Fungsi Parameter

Sistem Persamaan Linier adalah sejumlah persamaan linier yang memiliki keterkaitan antara persamaan satu dengan persamaan yang lain. Seiring berkembangnya Logika Boolean yang diperluas menjadi Logika Fuzzy maka konsep Sistem Persamaan Linier ini juga diperluas menjadi Sistem Persamaan Linier Fuzzy yaitu Sistem Persamaan Linier dengan menggunakan bilangan dan operasi Fuzzy. Skripsi ini membahas penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang memiliki bentuk umum $\tilde{A}X = \tilde{b}$ dengan menggunakan fungsi parameter sebagai representasi lain dari bilangan fuzzy.

Berdasarkan hasil pembahasan maka prosedur penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy adalah sebagai berikut:

- a. Merepresentasikan Sistem Persamaan Linier Fuzzy dalam bentuk fungsi parameter yaitu fungsi monoton naik dan turun $(\underline{A}, \overline{A})X = (\underline{b}, \overline{b})$.
- b. Menjumlahkan fungsi monoton naik dan turun $(\underline{A} + \overline{A})X = (\underline{b} + \overline{b})$ atau dengan cara lain yaitu membentuk *center* dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$
- c. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier pada langkah b dan solusi dari SPL tersebut adalah solusi dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang di cari jika memenuhi

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \underline{a}_{kj}x_j = \underline{b} \\ \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \overline{a}_{kj}x_j = \overline{b} \end{cases}$$

Skripsi ini membahas penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan bentuk umum $\tilde{A}X = \tilde{b}$, maka selanjutnya penelitian ini dapat dikembangkan lagi yaitu dengan menyelesaikan Sistem Persamaan Linier Fuzzy secara numerik dan membuat program dari penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy secara numerik.

ABSTRACT

Cholidah, Sefiana N. **Solution of Fuzzy Linear System with Fuzzy Coefficient and Crisp Variable**. Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology. State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.

Advisor: (1) Evawati Alisah, M.Pd

(2) Abdul Aziz, M.Si

Keywords: Fuzzy Number, Fuzzy Centre, Fuzzy Linear System, Function Parametric Form

Linear System is a number of linear equation which is having correlation between one equation with each another. Along with development of Boolean Logic extended to be Fuzzy Logic, the concept of Linear System also extended to be Fuzzy Linear System where are using fuzzy number and fuzzy operation. This Thesis discuss about procedure to solving Fuzzy Linear System with general form $\tilde{A}X = \tilde{b}$ using function parametric as representation of fuzzy number.

Base on the discussion result, procedure to solving Fuzzy Linear System is:

- Represents Fuzzy Linear System of into function parametric form that is increasing and decreasing function $(\underline{A}, \overline{A})X = (\underline{b}, \overline{b})$
- Add the increasing and decreasing function $(\underline{A} + \overline{A})X = (\underline{b} + \overline{b})$ or with another way forming the fuzzy centre of Fuzzy Linier System $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$
- Solve Linier System of step b and the solution of Linier System is solution of Fuzzy Linier System if comply with

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \underline{a}_{kj}x_j = \underline{b} \\ \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \overline{a}_{kj}x_j = \overline{b} \end{cases}$$

This Thesis discuss about Fuzzy Linear System with general form $\tilde{A}X = \tilde{b}$, for the next research recommended to develop it with solve Fuzzy Linear System by numerical method and make the program to solving Fuzzy Linear System.

ملخص

خالدة سفينا نور. 2013. نظم تسوية من المعادلات الخطية ضبابي مع معلمات وظيفية النموذج. أطروحة . سعبة الرياضيات، العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (1) افوتي السة الماجستير (2) عبدالعزيز الماجستير

كلمات البحث: أرقام غامض، أرقام ضبابي مركز، نظم ضبابي من المعادلات الخطية، معلمات وظيفية نموذج

نظم المعادلات الخطية هي المعادلات الخطية متنسقة ولها علاقة بين معادلة خطية مع آخر المعادلة. كما وضع منطق منطقية موسعة لمفهوم نظم المنطق الضبابي من المعادلات الخطية وسعت أيضا في النظم الخطية ضبابي لنظم المعادلات الخطية المعادلة باستخدام الأرقام والعمليات ضبابي. يناقش هذه الأطروحة الانتهاء من ضبابي نظام المعادلة الخطية التي لديها الشكل العام باستخدام المعلمات وظيفية تمثيل آخر من الأرقام غامض استنادا إلى مناقشة إجراءات حل أنظمة المعادلات الخطية ضبابي هي كما يلي:

أ. تمثل نظم تسوية من المعادلات الخطية ضبابي في وظيفية نموذج المعلمة التي هي وظيفية مفردة النغمة صعودا وهبوطا

ب. وظيفية ترتيب من تليخيص صعودا وهبوطا أو في الطرق الأخرى التي تشكل مركز نظم تسوية من المعادلات الخطية ضبابي

ج. استكمال نظام المعادلات الخطية في ب خطوة والحل من نظام المعادلات الخطية هو الحل في البحث عننظام المعادلات الخطية إذا استوفى

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j = \sum_{j=1}^n \bar{a}_{kj} x_j = \bar{b} \\ \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j = \sum_{j=1}^n \bar{a}_{kj} x_j = \bar{b}. \end{cases}$$

ناقش هذه الأطروحة الانتهاء من نظم ضبابي من المعادلات الخطية مع الشكل العام، ويمكن تطويرها ثم إجراء مزيد من البحوث، وهي من خلال حل النظم الخطية ضبابي من المعادلات عدديا وإنشاء برنامج للتسوية نظم ضبابي من المعادلات الخطية عدديا.

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Qur'an adalah kitab bagi Umat Islam yang berfungsi sebagai pedoman, rujukan utama dari semua permasalahan dan sumber utama dari semua ilmu, baik ilmu sosial, ekonomi, sains, agama, dan lain sebagainya. Tidak satupun pembahasan yang terlewatkan di dalam Al-Qur'an sehingga Kitab ini telah dijadikan sebagai salah satu mukjizat yang diberikan kepada Muhammad SAW.

Salah satu isi terpenting dalam Al-Qur'an adalah perintah menuntut ilmu dalam semua bidang tak terkecuali bidang sains dan ilmu pengetahuan, bahkan wahyu pertama kali diturunkan adalah perintah membaca yang tersebut dalam QS. Al-'Alaq ayat 1-5:

أَقْرَأْ بِاسْمِ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ ۝ خَلَقَ الْإِنْسَانَ مِنْ عَلَقٍ ۝ اقْرَأْ وَرَبُّكَ الْأَكْرَمُ ۝
 الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ ۝ عَلَّمَ الْإِنْسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمْ ۝

Artinya: 1. Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang menciptakan 2. Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah 3. Bacalah, dan Tuhanmulah yang Maha pemurah 4. Yang mengajar (manusia) dengan perantaran kalam 5. Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya.

QS. Al-'Alaq ayat 1-5 di atas merupakan perintah untuk membaca, Allah adalah raja dari semua ilmu dan akan mengajarkan ilmu-Nya kepada manusia dengan perantara membaca. Membaca berarti berfikir secara teratur atau sistematis dalam mempelajari firman dan ciptaan-Nya. Dengan berpikir dan belajar untuk mengkorelasikan antara ayat *qauliyah* dan ayat *kauniyah*, manusia

akan mampu menemukan dan mengembangkan konsep-konsep sains dan ilmu pengetahuan.

Matematika merupakan suatu ilmu yang berperan sebagai ilmu pengetahuan pembantu bagi ilmu pengetahuan yang lainnya. Matematika sebagai ilmu eksakta dapat digunakan untuk membantu memecahkan suatu masalah dengan rumus atau perhitungan dan dapat dijadikan sebagai alat untuk menyederhanakan penyajian, sehingga mudah untuk difahami, dianalisis, dan dipecahkan (Abdussakir, 2007:79-80).

Salah satu cabang dari ilmu matematika yaitu aljabar. Aljabar merupakan cabang ilmu matematika yang tergolong klasik akan tetapi memiliki beberapa keunggulan dalam penerapannya di bidang ilmu eksak lainnya. Operasi hitung, sifat-sifat operasi bilangan, penggunaan variabel sebagai “pengganti” dari suatu obyek serta beberapa persamaan matematis merupakan bahasan aljabar hal yang banyak diterapkan dalam aplikasi kehidupan.

Keilmuan aljabar sangat erat kaitannya dengan logika, dimana semua pengerjaan dan pengambilan keputusan yang ada di dalamnya didasarkan atas logika. Ilmu logika sekarang telah mengalami perkembangan seiring dengan berkembangnya kebutuhan manusia akan ilmu matematika. Hal ini disebabkan oleh adanya beberapa permasalahan yang tidak bisa dijawab dengan logika klasik sehingga muncullah logika fuzzy (logika kabur).

Pada tahun 1965, Zadeh memperkenalkan suatu teori himpunan logika fuzzy, Zadeh berpendapat bahwa logika benar dan salah dari logika boolean tidak dapat mengatasi masalah yang berada pada dunia nyata. Tidak seperti logika

boolean, logika fuzzy mempunyai nilai yang kontinu. Logika fuzzy dinyatakan dalam derajat suatu keanggotaan dan derajat dari kebenaran. Oleh sebab itu, sesuatu dapat dikatakan sebagian benar dan sebagian salah pada waktu yang sama (Wang, 1997:22).

Kusuma Dewi dan Purnomo (2004) menyebutkan bahwa konsep logika fuzzy, mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran ini sangat sederhana, sangat fleksibel dan memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat. Kemampuan dalam penyelesaian masalah-masalah seperti yang tersebut pada paragraf sebelumnya dan fleksibilitas dari logika fuzzy ini membuat banyak orang tertarik untuk mengkaji dan menelitinya tidak terkecuali penulis.

Al-Qur'an juga menjelaskan bahwa ilmu mengenai sesuatu yang kabur perlu dikaji sebagaimana tertera dalam QS. Ali-Imran ayat 7:

هُوَ الَّذِي أَنْزَلَ عَلَيْكَ الْكِتَابَ مِنْهُ آيَاتٌ مُحْكَمَاتٌ هُنَّ أُمُّ الْكِتَابِ وَأُخْرُ
مُتَشَبِهَاتٌ فَأَمَّا الَّذِينَ فِي قُلُوبِهِمْ زَيْغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَبَهَ مِنْهُ ابْتِغَاءَ الْفِتْنَةِ
وَأَبْتِغَاءَ تَأْوِيلِهِ وَمَا يَعْلَمُ تَأْوِيلَهُ إِلَّا اللَّهُ وَالرَّاسِخُونَ فِي الْعِلْمِ يَقُولُونَ ءَأَمَّنَّا بِهِ
كُلُّ مَنْ عِنْدَ رَبِّنَا وَمَا يَذَّكَّرُ إِلَّا أُولُو الْأَلْبَابِ ﴿٧﴾

Artinya: *Dia-lah yang menurunkan Al-kitab (Al-Quran) kepada kamu, di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamaat. Itulah pokok-pokok isi Al-Qur'an dan yang lain (ayat-ayat) mutasyaabihaat. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, maka mereka mengikuti sebahagian ayat-ayat yang mutasyaabihaat daripadanya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. Dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: "Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyaabihaat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami." dan tidak dapat mengambil pelajaran (daripadanya) melainkan orang-orang yang berakal.*

Berdasarkan QS. Ali-Imran ayat 7 di atas, jelas bahwa ada kalanya Allah memberikan sesuatu yang jelas dan ada pula yang belum jelas, tingkat kejelasan suatu hal juga termasuk dalam ranah pembahasan logika fuzzy, dimana antara hitam dan putih ada abu-abu yang memiliki tingkat keabu-abuan yang berbeda. Hal seperti ini diciptakan agar dapat dikaji oleh manusia salah satunya dengan mengkaji logika fuzzy.

Pada perkembangan selanjutnya logika fuzzy dikembangkan dalam dunia aljabar dimana aljabar memang merupakan ilmu yang banyak didasari oleh logika, beberapa penelitian atau kajian sudah mencatat tentang Operasi Aritmetika Dasar pada Bilangan Fuzzy dan Sifat-Sifatnya, Persamaan Fuzzy, Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Metode Broyden. Maka selanjutnya penulis ingin meneliti tentang Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang merupakan pengembangan dari Sistem Persamaan Linier dan Persamaan Fuzzy.

Pada Sistem Persamaan Linier Fuzzy, operasi perkalian yang digunakan dapat di kombinasikan menjadi perkalian antara bilangan fuzzy dengan bilangan skalar, hal ini menjadi salah satu kombinasi yang unik. Maka penulis tertarik untuk mengkaji apabila koefisien yang digunakan bilangan fuzzy dan variabelnya bilangan *crisp* bagaimana cara penyelesaiannya. Yaitu dari sesuatu yang fuzzy menghasilkan sesuatu yang *crisp*. Dari permasalahan ini, penulis tertarik mengambil judul pada skripsi ini yaitu **“Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel *Crisp*”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana prosedur penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan koefisien fuzzy dan variabel *crisp*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan prosedur penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan koefisien fuzzy dan variabel *crisp*.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan masalah dikhususkan pada Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan semesta pada bilangan fuzzy kontinu.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Bagi Peneliti

Menambah wawasan dan memperdalam ilmu tentang fuzzy terlebih pada Sistem Persamaan Linier, serta membantu menumbuhkan jiwa meneliti dalam diri penulis.

2. Bagi Lembaga

Sebagai tambahan pustaka, rujukan pembelajaran serta bahan pengembangan ilmu dalam bidang kematematikaan khususnya pada materi fuzzy.

3. Bagi Pembaca

Sebagai bahan untuk menambah wawasan pengetahuan tentang matematika khususnya mengenai Sistem Persamaan Linier Fuzzy.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi serta objek masalah yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Dalam prosesnya penulis menggunakan beberapa literature yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linier Fuzzy.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah:

1. Mendefinisikan bentuk umum Sistem Persamaan Linier fuzzy (SPLF) yang akan dibahas dalam skripsi
2. Mengemukakan beberapa teorema yang berkaitan dengan solusi pada Sistem Persamaan Linier Fuzzy beserta buktinya
3. Menyusun prosedur penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy berdasarkan teorema-teorema yang ada
4. Memberikan teorema yang berkaitan dengan penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy
5. Memberikan beberapa contoh Sistem Persamaan Linier Fuzzy beserta penyelesaiannya.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Meliputi hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji antara lain himpunan fuzzy, fungsi keanggotaan, potongan α (α -cut) bilangan fuzzy, operasi aritmetika, Sistem Persamaan Linier. Sistem Fuzzy dan derajat keanggotaan dalam Al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Berisi penjelasan tentang Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF), Prosedur penyelesaian SPLF dan contoh SPLF beserta penyelesaiannya, serta penyelesaian permasalahan yang belum jelas (kabur) dalam Islam.

Bab IV Penutup

Berisi kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Fuzzy

Himpunan fuzzy (himpunan kabur) diciptakan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar pada *University of California, Berkeley*, Amerika Serikat. Sejak tahun 1960 Profesor Zadeh telah merasa bahwa sistem analisis matematika tradisional yang dikenal sampai saat itu bersifat terlalu eksak sehingga tidak dapat berfungsi dalam banyak masalah dunia nyata yang seringkali amat kompleks, sehingga ide mengenai “derajat keanggotaan” dalam suatu himpunan muncul dalam benaknya, ide ini muncul tatkala ia mengunjungi orang tuanya di New York pada liburan musim panas tahun 1964. Setelah menggodok dan mematangkan ide tersebut selama berbulan-bulan, akhirnya pada tahun 1965, Profesor Zadeh mempublikasikan karangan ilmiahnya yang berjudul “*Fuzzy Sets*” (Susilo, 2006:4).

Pada himpunan klasik, keberadaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A , hanya memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu x menjadi anggota A atau x tidak menjadi anggota A . Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A biasa disebut dengan nilai keanggotaan, yang biasa ditulis dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan klasik, nilai keanggotaan hanya memasang nilai 0 atau 1 untuk unsur-unsur pada semesta pembicaraan, yang menyatakan anggota atau bukan anggota. Jika X adalah himpunan semesta maka nilai keanggotaan untuk himpunan \tilde{A} adalah suatu fungsi

$\mu_A : X \rightarrow \{0,1\}$ dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

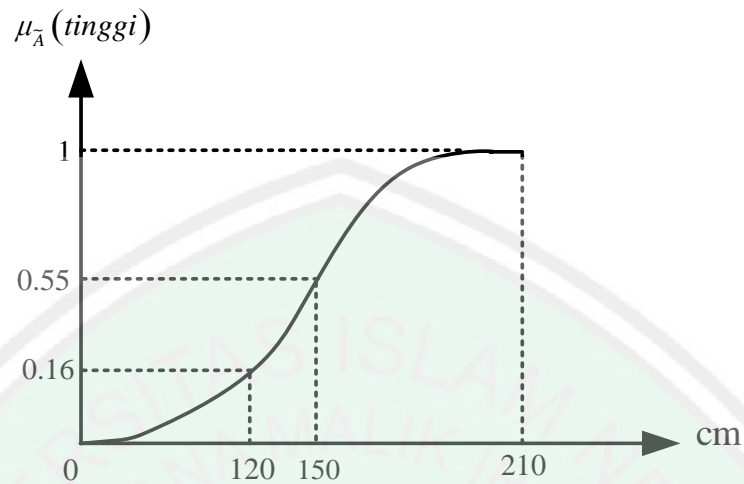
(Klir & Yuan, 1995:6).

Fungsi keanggotaan, pada himpunan fuzzy diperluas sehingga nilai yang dipasangkan pada unsur-unsur dalam semesta pembicaraan tidak hanya 0 dan 1 saja, tetapi keseluruhan nilai dalam interval $[0,1]$ yang menyatakan derajat keanggotaan suatu unsur pada himpunan yang dibicarakan. Fungsi ini disebut fungsi keanggotaan, dan himpunan yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan ini disebut himpunan fuzzy. Fungsi keanggotaan himpunan fuzzy A pada himpunan semesta X , dinotasikan dengan μ_A , yaitu:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1].$$

Gambaran himpunan fuzzy dapat terlihat pada himpunan orang tinggi. Pada himpunan orang tinggi kita tidak dapat menentukan secara tegas apakah seseorang adalah tinggi atau tidak. Kalau misalnya kita mendefinisikan bahwa "orang tinggi" adalah orang yang tingginya lebih besar atau sama dengan 1.75 meter, maka orang yang tingginya 1.74 meter menurut definisi termasuk orang yang tidak tinggi (Susilo, 2006:49).

Himpunan orang tinggi dalam himpunan fuzzy dapat dinyatakan dengan fungsi keanggotaan μ_{tinggi} dengan grafik seperti disajikan pada gambar 2.1.



Gambar 2.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy "Tinggi"

Himpunan fuzzy (himpunan kabur) memiliki beberapa komponen antara lain Pendukung (*Support*), Tinggi (*Height*), Teras (*Core*).

Definisi 2.1

Misalkan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy pada X . *Support* dari \tilde{A} adalah himpunan tegas yang memuat semua anggota \tilde{A} yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol (Klir & Yuan, 1995:21).

Dari definisi *support* di atas, maka dapat dibangun definisi bahwa *support* \tilde{A} dikatakan terbatas, apabila himpunan tegas yang memuat semua anggota \tilde{A} yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol banyaknya terbatas atau berhingga, sedangkan *support* \tilde{A} dikatakan tak terbatas, apabila himpunan tegas yang memuat semua anggota \tilde{A} yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol banyaknya tak terbatas.

Contoh 2.1

Diberikan semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, himpunan fuzzy \tilde{A}

dengan derajat keanggotaan masing-masing :

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = 0 / -5 + 0.1 / -4 + 0.3 / -3 + 0.5 / -2 + 0.7 / -1 + 1 / 0 + 0.7 / 1 + 0.5 / 2 + 0.3 / 3 + 0.1 / 4 + 0 / 5.$$

Maka *support* dari \tilde{A} adalah $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

Definisi 2.2

Tinggi (*Height*) dari suatu himpunan fuzzy \tilde{A} yang dilambangkan dengan $Tinggi(\tilde{A})$ didefinisikan sebagai

$$Tinggi(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \{\mu_{\tilde{A}}(x)\}$$

(Susilo, 2006:53).

Contoh 2.2

Dari contoh 2.1 maka tinggi dari himpunan bilangan fuzzy \tilde{A} adalah :

$$\begin{aligned} Tinggi(\tilde{A}) &= \sup_{x \in X} \{\mu_{\tilde{A}}(x)\} \\ &= \sup\{0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1\} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Definisi 2.3

Teras (*Core*) dari suatu himpunan fuzzy \tilde{A} yang dilambangkan dengan $Teras(\tilde{A})$, adalah himpunan semua unsur dari semestanya yang mempunyai derajat keanggotaan sama dengan satu yaitu

$$Teras(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

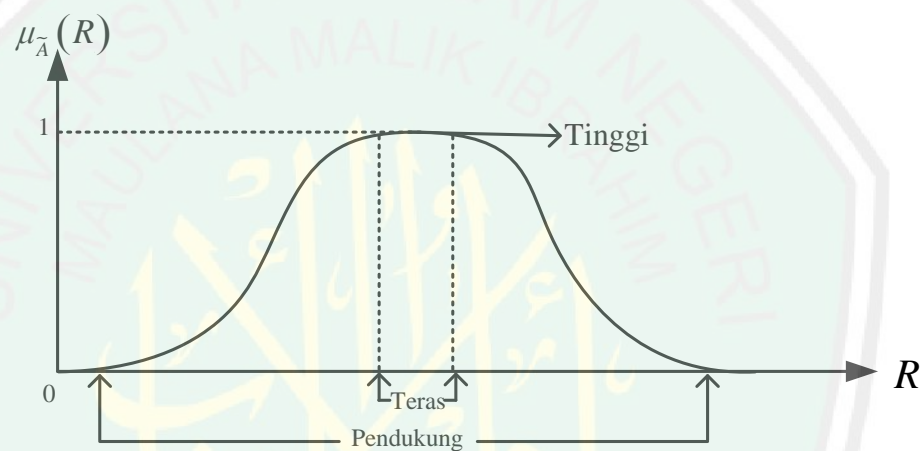
(Susilo, 2006:53).

Contoh 2.3

Dari contoh 2.1 maka teras dari himpunan bilangan fuzzy \tilde{A} adalah :

$$\begin{aligned} \text{Teras}(\tilde{A}) &= \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} \\ &= \{0\} \end{aligned}$$

Komponen himpunan fuzzy dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.2 Pendukung, Teras dan Tinggi Suatu Himpunan Fuzzy

Komponen himpunan fuzzy seperti pada gambar 2.2 digunakan untuk mengetahui suatu kategori himpunan fuzzy. Selanjutnya, himpunan fuzzy dapat dikategorikan dalam beberapa bentuk yaitu normal, subnormal, konvek, tak konvek.

Definisi 2.4

Misalkan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy pada semesta X . Himpunan fuzzy \tilde{A} disebut normal jika terdapat $x \in \tilde{A}$ sehingga $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$. Himpunan fuzzy \tilde{A} disebut subnormal $\mu_{\tilde{A}}(x) < 1$, untuk setiap $x \in \tilde{A}$ (Sivanandam, dkk., 2007:75).

Contoh 2.4

Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, himpunan fuzzy \tilde{A} dengan derajat keanggotaan masing-masing:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = 0 / -5 + 0.1 / -4 + 0.3 / -3 + 0.5 / -2 + 0.7 / -1 + 1 / 0 + 0.7 / 1 + 0.5 / 2 + 0.3 / 3 + 0.1 / 4 + 0 / 5$$

merupakan himpunan fuzzy normal karena ada $0 \in \tilde{A}$ yang mempunyai derajat sama dengan 1. Sedangkan himpunan fuzzy \tilde{A} dengan derajat keanggotaan masing-masing:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = 0 / -5 + 0.1 / -4 + 0.3 / -3 + 0.5 / -2 + 0.7 / -1 + 0.9 / 0 + 0.7 / 1 + 0.5 / 2 + 0.3 / 3 + 0.1 / 4 + 0 / 5$$

merupakan himpunan fuzzy subnormal karena tidak ada $x \in \tilde{A}$ dengan $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$.

Definisi 2.5

Misalkan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy pada semesta X . Himpunan fuzzy \tilde{A} disebut konvek jika fungsi keanggotaannya monoton naik, atau monoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik.

Himpunan fuzzy \tilde{A} disebut tak konvek jika fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, atau tidak monoton turun, atau tidak monoton naik dan tidak monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Sivanandam, dkk., 2007:75).

Contoh 2.5

Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, himpunan fuzzy \tilde{A}

dengan derajat keanggotaan masing-masing:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = 0 / -5 + 0.1 / -4 + 0.3 / -3 + 0.5 / -2 + 0.7 / -1 + 1 / 0 + 0.7 / 1 + 0.5 / 2 + 0.3 / 3 + 0.1 / 4 + 0 / 5$$

merupakan himpunan fuzzy konvek karena mempunyai fungsi keanggotaan yang monoton naik dan monoton turun. Sedangkan $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

dengan derajat keanggotaan masing-masing:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = 0 / -5 + 0.1 / -4 + 0.3 / -3 + 0.7 / -2 + 0.5 / -1 + 1 / 0 + 0.5 / 1 + 0.7 / 2 + 0.3 / 3 + 0.1 / 4 + 0 / 5.$$

merupakan himpunan fuzzy tak konvek karena fungsi keanggotaannya tidak monoton naik dan monoton turun.

2.2 Fungsi Keanggotaan

Setiap himpunan fuzzy dapat dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan. Ada beberapa cara untuk menyatakan himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaannya. Untuk semesta diskret biasanya dipakai cara daftar, yaitu mendaftar anggota-anggota semesta sama derajat keanggotaannya, misal diberikan contoh dalam semesta $X = \{\text{Rudi, Eni, Linda, Anton, Ika}\}$ yang terdiri dari para mahasiswa dengan indeks prestasi berturut-turut 3.2, 2.4, 3.6, 1.6 dan 2.8, himpunan kabur $\tilde{A} = \text{''Himpunan mahasiswa pandai''}$ dapat dinyatakan dengan cara daftar yaitu $\tilde{A} = 0.8/\text{Rudi} + 0.6/\text{Eni} + 0.9/\text{Linda} + 0.4/\text{Anton} + .7/\text{Ika}$ (Susilo, 2006:55).

Susilo (2006:57-62) menyatakan bahwa kebanyakan himpunan kabur berada dalam semesta bilangan real dengan fungsi keanggotaan yang dinyatakan dalam bentuk formula matematis antara lain sebagai berikut:

2.2.1. Fungsi Keanggotaan Segitiga

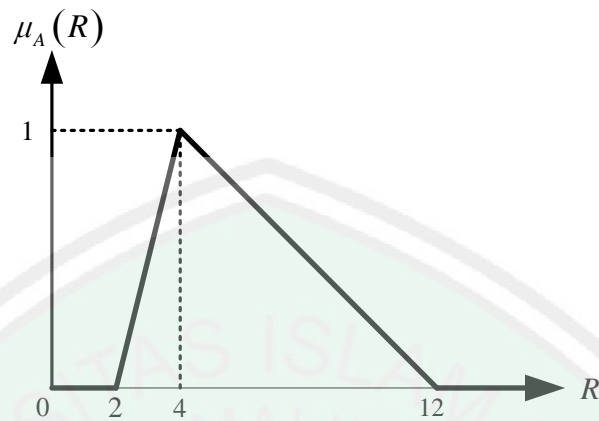
Suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy disebut fungsi keanggotaan segitiga jika mempunyai tiga parameter, yaitu $a, b, c \in R$ dengan $a \leq b \leq c$ dan dinyatakan dengan $Segitiga(x, a, b, c)$ dengan aturan:

$$Segitiga(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{untuk } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{untuk } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan segitiga dapat juga dinyatakan dengan formula sebagai berikut:

$$Segitiga(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right).$$

Gambar 2.3 memperlihatkan contoh suatu fungsi keanggotaan *Segitiga* $(x; 2, 4, 12)$.

Gambar 2.3 Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga $(x;2,4,12)$

2.2.2. Fungsi Keanggotaan Trapesium

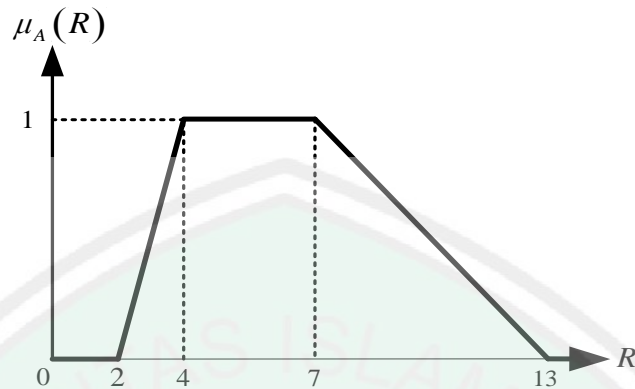
Suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy disebut fungsi keanggotaan trapesium jika mempunyai empat parameter, yaitu $a, b, c, d \in R$ dengan $a \leq b \leq c \leq d$ dan dinyatakan dengan *Trapezium* (x, a, b, c, d) dengan aturan:

$$\text{Trapezium}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{untuk } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{untuk } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{untuk } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan trapesium dapat juga dinyatakan dengan formula sebagai berikut:

$$\text{Segitiga}(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right).$$

Gambar 2.4 memperlihatkan contoh suatu fungsi keanggotaan *Trapezium* $(x;2,4,7,13)$.

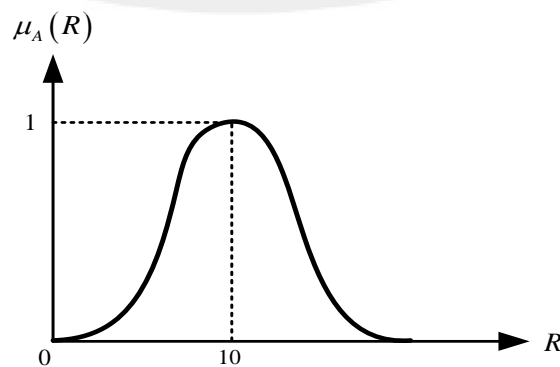
Gambar 2.4 Grafik Fungsi Keanggotaan Trapesium $(x;2,4,7,13)$

2.2.3. Fungsi Keanggotaan Gauss

Suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy dengan dua parameter $a, b \in \mathbb{R}$ disebut fungsi keanggotaan Gauss, dinyatakan dengan $Gauss(x, a, b)$, jika memenuhi:

$$Gauss(x, a, b) = e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^2}$$

dimana $x = a$ adalah pusat dan b menentukan lebar dari fungsi keanggotaan gauss tersebut. Gambar 2.5 memperlihatkan contoh suatu fungsi keanggotaan $Gauss(x;10,10)$.

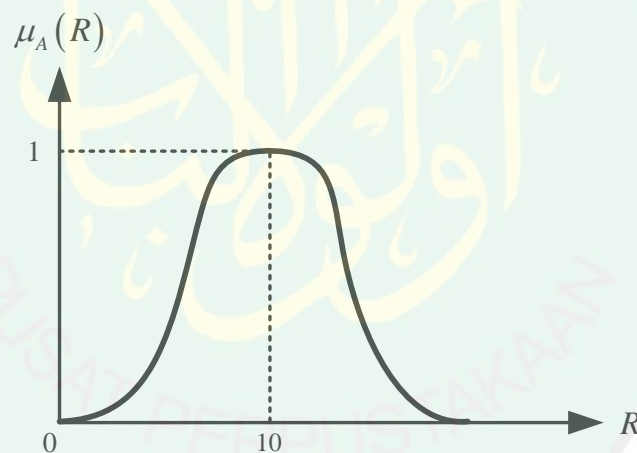
Gambar 2.5 Grafik Fungsi Keanggotaan Gauss $(x;10,10)$

2.2.4. Fungsi Keanggotaan Cauchy

Suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy dengan tiga parameter $a, b, c \in R$ disebut fungsi keanggotaan Cauchy atau fungsi keanggotaan Genta, dinyatakan dengan $Cauchy(x, a, b, c)$, jika memenuhi:

$$Cauchy(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$

di mana $x = c$ adalah pusat, a menentukan lebar dan b menentukan kemiringan (*slope*) di titik silang dari fungsi keanggotaan cauchy tersebut. Gambar 2.6 memperlihatkan contoh suatu fungsi keanggotaan $Cauchy(x; 5, 1, 10)$.



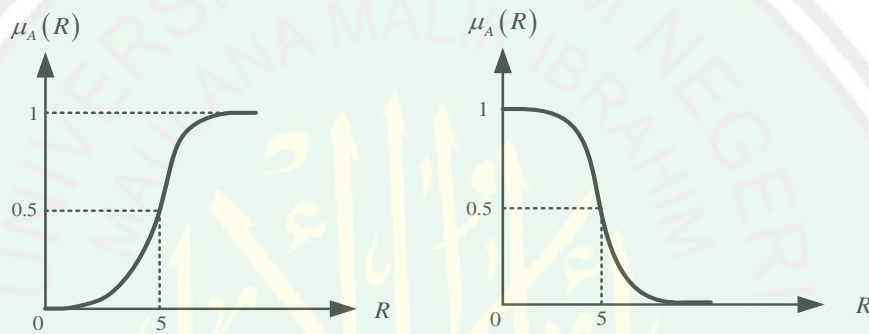
Gambar 2.6 Grafik dari Fungsi Keanggotaan Cauchy $(x; 5, 1, 10)$

2.2.5. Fungsi Keanggotaan Sigmoid

Suatu fungsi keanggotaan himpunan fuzzy disebut dengan dua parameter a dan $c \in R$ disebut fungsi keanggotaan sigmoid atau dinyatakan dengan $Sigmoid(x, a, c)$, jika memenuhi:

$$\text{Sigmoid}(x; a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

di mana a menentukan kemiringan fungsi keanggotaan sigmoid tersebut di titik silang $x = c$. Gambar 2.7 memperlihatkan contoh grafik fungsi keanggotaan sigmoid yang terbuka kanan (yaitu untuk $a > 0$) dan terbuka kiri (yaitu untuk $a < 0$).



Gambar 2.7 Grafik Fungsi Keanggotaan Sigmoid $(x; 2, 5)$ Terbuka Kanan (gambar kiri) dan Sigmoid $(x; -2, 5)$ Terbuka Kiri (gambar kanan)

2.3 Potongan α (α -cut)

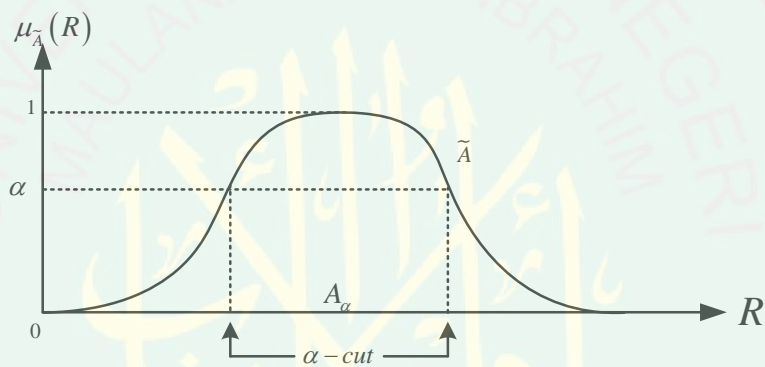
Definisi 2.11

α -cut adalah himpunan bagian tegas dalam himpunan semesta dengan α adalah suatu bilangan dalam selang tertutup $[0, 1]$. α -cut dari suatu himpunan fuzzy \tilde{A} , yang dilambangkan dengan A_α adalah himpunan tegas yang memuat semua elemen dari semesta dengan derajat keanggotaan dalam dalam \tilde{A} yang lebih besar atau sama dengan α yaitu $A_\alpha = \{x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ (Susilo, 2006:73).

Selain itu juga terdapat *strong* α -cut, yakni himpunan dari himpunan fuzzy \tilde{A} yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari derajat keanggotaan

yang ditentukan atau dengan kata lain $A'_\alpha = \{x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ (Dubbois & Prade, 1980:19).

Guanrong Chen dan Trung Tat Pham (2001:38) juga menyebut α -cut dengan istilah *weak α -cut* dan himpunan-level α . Huaguang Zhang dan Derong Liu (2006:6) menotasikan α -cut dari \tilde{A} dengan A_α . Berikut ini adalah ilustrasi α -cut pada grafik fungsi keanggotaan suatu himpunan fuzzy A .



Gambar 2.8 Ilustrasi α -cut pada Grafik Fungsi Suatu Himpunan Fuzzy

Contoh:

Himpunan fuzzy \tilde{A} memiliki fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} x - 1, & 1 \leq x \leq A \\ 3 - x, & A \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

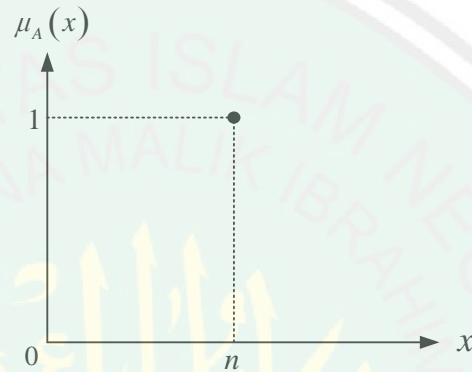
α -cut dari \tilde{A} untuk $\alpha \in [0,1]$ yaitu dengan menyatakan $\alpha = x - 1$ didapatkan $x = \alpha + 1$, dan $\alpha = 3 - x$ didapatkan $x = 3 - \alpha$, sehingga diperoleh

$$A_\alpha = [\alpha + 1, 3 - \alpha]$$

(Sari, 2012:25-26).

2.4 Bilangan Fuzzy

Bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari bilangan tegas. Misal $n \in R$, jika direpresentasikan dalam himpunan fuzzy, maka n mempunyai derajat keanggotaan sama dengan 1 yang dapat digambarkan pada gambar 2.8.



Gambar 2.9. Bilangan Tegas Digambarkan dalam Himpunan Fuzzy

Definisi 2.6

Misalkan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy pada R . \tilde{A} disebut bilangan fuzzy jika memenuhi syarat-syarat berikut:

1. \tilde{A} merupakan himpunan fuzzy normal
2. A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in [0, 1]$, dan
3. *Support* dari \tilde{A} atau A_{0+} , merupakan himpunan terbatas

(Klir & Yuan, 1995:97).

Syarat bahwa A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in [0, 1]$ sama dengan syarat bahwa \tilde{A} merupakan himpunan konvek. Bilangan fuzzy sebagai himpunan fuzzy normal dan konvek, dan setiap α -cut merupakan interval

tertutup. Jadi, bilangan fuzzy adalah himpunan konvek, normal, dan merupakan interval tertutup (Chen & Pham, 2001:42).

Bilangan fuzzy dapat pula dinyatakan dalam bentuk fungsi parameter yang dapat dinyatakan sebagai $\tilde{v} = (\underline{v}(\alpha), \bar{v}(\alpha))$, $0 \leq \alpha \leq 1$, dimana fungsi $\underline{v}(\alpha)$ dan $\bar{v}(\alpha)$ memenuhi pernyataan berikut:

- i) $\underline{v}(\alpha)$ adalah fungsi terbatas di kiri, kontinu dan monoton naik pada $[0,1]$
- ii) $\underline{v}(\alpha)$ adalah fungsi terbatas di kanan, kontinu dan monoton turun pada $[0,1]$
- iii) $\underline{v}(\alpha) \leq \bar{v}(\alpha)$, $0 \leq \alpha \leq 1$

(Behera & Chakraverty, 2012:650).

Definisi 2.7:

Center dari sebarang bilangan fuzzy $\tilde{v} = (\underline{v}(\alpha), \bar{v}(\alpha))$ didefinisikan sebagai

$$\tilde{v}^c = \frac{\underline{v}(\alpha) + \bar{v}(\alpha)}{2} \text{ untuk } 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ (Behera \& Chakraverty, 2012:650).}$$

Definisi 2.8:

Suatu bilangan fuzzy $\tilde{v} = (\underline{v}(\alpha), \bar{v}(\alpha))$ dinamakan simetri apabila nilai dari

$$\tilde{v}^c = (\underline{v}(\alpha) + \bar{v}(\alpha)) / 2 \text{ adalah suatu konstanta bilangan real untuk setiap } 0 \leq \alpha \leq 1$$

sebagai contoh $\tilde{v} = (2 + \alpha, 5 - 2\alpha)$ adalah bilangan fuzzy, sedangkan

$\tilde{v} = (1 + \alpha, 3 - \alpha)$ adalah bilangan fuzzy simetri dalam bentuk fungsi parameter

(Abbasbandy & Alavi, 2005).

Berdasarkan definisi 2.8, karena suatu bilangan fuzzy simetri haruslah memiliki \tilde{v}^c berupa bilangan real, maka $n\alpha$ dalam $\underline{v}(\alpha) = -n\alpha$ dalam $\bar{v}(\alpha)$, untuk

n bilangan real, hal ini menunjukkan bahwa fungsi monoton naik dan turun memiliki lebar yang sama.

2.5 Operasi Aritmetika

Aritmetika fuzzy adalah konsep yang didasarkan pada dua sifat bilangan fuzzy yaitu:

- (1) Setiap bilangan fuzzy dapat direpresentasikan dalam bentuk α -cut
- (2) α -cut dari bilangan fuzzy adalah interval tertutup pada bilangan riil untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Maka berdasarkan dua sifat tersebut dapat didefinisikan operasi aritmetika pada bilangan fuzzy dengan menggunakan operasi aritmetika pada α -cut dari bilangan fuzzy adalah interval tertutup pada bilangan riil. Oleh karena itu, operasi aritmetika pada interval perlu dipahami terlebih dahulu.

Misalkan $*$ adalah operasi aritmetika pada interval tertutup yang meliputi operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, maka

$$[a,b]*[d,e] = \{f * g \mid a \leq f \leq b, d \leq g \leq e\}$$

merupakan aturan umum pada semua operasi aritmetika interval tertutup, kecuali untuk $[a,b]/[d,e]$ tidak didefinisikan ketika $0 \in [d,e]$. Hasil operasi aritmetika pada interval tertutup juga merupakan interval tertutup.

Definisi 2.9

Empat operasi aritmetika pada interval tertutup didefinisikan sebagai berikut:

$$[a,b]+[d,e]=[a+d,b+e]$$

$$[a,b]-[d,e]=[a-e,b-d]$$

$$[a,b].[d,e]=[\min\{ad,ae,bd,be\},\max\{ad,ae,bd,be\}]$$

dengan syarat $0 \notin [d,e]$, maka berlaku

$$[a,b]/[d,e]=[a,b]\left[\frac{1}{e},\frac{1}{d}\right]=\left[\min\left(\frac{a}{d},\frac{a}{e},\frac{b}{d},\frac{b}{e}\right),\max\left(\frac{a}{d},\frac{a}{e},\frac{b}{d},\frac{b}{e}\right)\right].$$

Berikut ini adalah beberapa contoh operasi aritmetika pada interval tertutup yang didefinisikan oleh definisi di atas:

$$[2,5]+[1,3]=[3,8]$$

$$[2,5]-[1,3]=[-1,4]$$

$$[-1,1].[-2,-0.5]=[-2,2]$$

$$[-1,1]/[-2,-0.5]=[-2,2]$$

(Klir & Yuan, 1995:102-103).

Karena bilangan fuzzy dapat direpresentasikan sebagai α -cut yang berbentuk interval tertutup, maka operasi pada bilangan fuzzy didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan \tilde{A} dan \tilde{B} adalah bilangan fuzzy dan $*$ adalah sebarang dari empat operasi aritmetika interval tertutup, didefinisikan operasi $\tilde{A}*\tilde{B}$ dengan menggunakan definisi α -cut $(A*B)_\alpha$ sebagai persamaan berikut:

$$(A*B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$ (Ketika operasi $*$ adalah $/$ maka haruslah $0 \notin B_\alpha$, untuk setiap $\alpha \in [0,1]$). Karena $(A*B)_\alpha$ adalah interval tertutup untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Jika \tilde{A}, \tilde{B} adalah bilangan fuzzy, maka $\tilde{A} * \tilde{B}$ juga bilangan fuzzy (Klir & Yuan, 1995:105).

Definisi 2.10:

Untuk suatu bilangan fuzzy $\tilde{x} = (\underline{x}(\alpha), \bar{x}(\alpha))$ dan $\tilde{y} = (\underline{y}(\alpha), \bar{y}(\alpha))$ dalam

bentuk fungsi parameter dan k adalah skalar, maka

- i. $\tilde{x} = \tilde{y}$ jika dan hanya jika $\underline{x}(\alpha) = \underline{y}(\alpha), \bar{x}(\alpha) = \bar{y}(\alpha)$
- ii. $\tilde{x} + \tilde{y} = (\underline{x}(\alpha) + \underline{y}(\alpha), \bar{x}(\alpha) + \bar{y}(\alpha))$
- iii. $k\tilde{x} = (k\underline{x}(\alpha), k\bar{x}(\alpha))$ jika k positif, $k\tilde{x} = (k\bar{x}(\alpha), k\underline{x}(\alpha))$ jika k negatif

(Abbasbandy & Alavi, 2005:38).

2.6 Sistem Persamaan Linier

Sistem Persamaan Linier adalah sejumlah tertentu persamaan linier dalam variabel $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$. Urutan sejumlah bilangan $s_1, s_2, s_3 \dots s_n$ merupakan solusi dari sistem persamaan linier jika $x_1 = s_1, x_2 = s_2, x_3 = s_3 \dots x_n = s_n$ merupakan solusi dari Sistem Persamaan Linier. Contoh dari bentuk sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$4x_1 - x_2 + 3x_3 = -1$$

$$3x_1 + x_2 + 9x_3 = -4$$

memiliki solusi $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ karena nilai-nilai tersebut memenuhi kedua persamaan. Tetapi $x_1 = 1, x_2 = 8, x_3 = 1$ bukan merupakan solusi karena nilai-nilai tersebut hanya memenuhi persamaan pertama dari dua persamaan dalam Sistem Persamaan Linier.

Tidak Semua Sistem Persamaan Linier mempunyai solusi. Sebagai contoh jika kita mengalikan persamaan kedua dari sistem persamaan linier

$$\begin{aligned}x + y &= 4 \\2x + 2y &= 6\end{aligned}$$

dengan $\frac{1}{2}$, maka terbukti bahwa tidak terdapat solusi karena sistem ekuivalen

yang dihasilkan

$$\begin{aligned}x + y &= 4 \\x + y &= 3\end{aligned}$$

merupakan dua persamaan yang saling bertolak belakang.

Suatu sistem persamaan yang tidak memiliki solusi disebut tidak konsisten (*inconsistent*), sedangkan jika terdapat paling tidak satu solusi dalam sistem dinamakan konsisten (*consistent*) (Anton & Rorres, 2004:3).

Suatu sebarang dari m persamaan linier dengan n faktor yang tidak diketahui dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n &= b_1 \\ \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \dots + \alpha_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ \alpha_{m1}x_1 + \alpha_{m2}x_2 + \dots + \alpha_{mn}x_n &= b_m\end{aligned}$$

dimana x_1, x_2, \dots, x_n adalah faktor yang tidak diketahui, a dan b dengan subskrip merupakan konstanta. Sebagai contoh, suatu sistem umum yang terdiri dari tiga persamaan linier dengan empat faktor yang tidak diketahui, dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \alpha_{14}x_4 &= b_1 \\ \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \alpha_{24}x_4 &= b_2 \\ \alpha_{31}x_1 + \alpha_{32}x_2 + \alpha_{33}x_3 + \alpha_{34}x_4 &= b_3\end{aligned}$$

2.7 Sistem Fuzzy dan Derajat Keanggotaan dalam Al-Qur'an

Sistem merupakan sejumlah komponen yang saling berkaitan, ketika suatu sistem berada dalam ranah fuzzy, maka komponen yang ada di dalamnya merupakan sesuatu yang fuzzy. Al-Qur'an menggambarkan Sistem Fuzzy ini dalam QS. An-Nisa' ayat 11 sebagai berikut:

يُوصِيكُمُ اللَّهُ فِي أَوْلَادِكُمْ لِلذَّكَرِ مِثْلُ حَظِّ الْأُنثِيَيْنِ ۖ فَإِن كُنَّ نِسَاءً فَوْقَ اثْنَتَيْنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا تَرَكَ ۖ وَإِن كَانَتْ وَاحِدَةً فَلَهَا النِّصْفُ ۚ وَلِأَبَوَيْهِ لِكُلِّ وَاحِدٍ مِّنْهُمَا السُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إِن كَانَ لَهُ وَلَدٌ ۚ فَإِن لَّمْ يَكُن لَّهُ وَلَدٌ وَوَرِثَهُ أَبُوَاهُ فَلِلْمِثْلِثِ ۚ فَإِن كَانَ لَهُ إِخْوَةٌ فَلِلْمِثْلِثِ السُّدُسُ ۚ مِن بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصِي بِهَا أَوْ دِينٍ ۚ ءِآبَاؤُكُمْ وَأَبْنَاؤُكُمْ لَا تَدْرُونَ أَيُّهُمْ أَقْرَبُ لَكُمْ نَفَعًا ۚ فَرِيضَةٌ مِّنَ اللَّهِ ۚ إِنَّ اللَّهَ كَانَ عَلِيمًا حَكِيمًا ﴿١١﴾

Artinya: Allah mensyari'atkan bagimu tentang (pembagian pusaka untuk) anak-anakmu. Yaitu : bagian seorang anak lelaki sama dengan bagian dua orang anak perempuan dan jika anak itu semuanya perempuan lebih dari dua, maka bagi mereka dua pertiga dari harta yang ditinggalkan; jika anak perempuan itu seorang saja, maka ia memperoleh separo harta. dan untuk dua orang ibu-bapa, bagi masing-masingnya seperenam dari harta yang ditinggalkan, jika yang meninggal itu mempunyai anak; jika orang yang meninggal tidak mempunyai anak dan ia diwarisi oleh ibu-bapanya (saja), maka ibunya mendapat sepertiga; jika yang meninggal itu mempunyai beberapa saudara, maka ibunya mendapat seperenam. (Pembagian-pembagian tersebut di atas) sesudah dipenuhi wasiat yang ia buat atau (dan) sesudah dibayar hutangnya. (Tentang) orang tuamu dan anak-anakmu, kamu tidak mengetahui siapa di antara mereka yang lebih dekat (banyak) manfaatnya bagimu. ini adalah ketetapan dari Allah. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Bijaksana.

QS. An-Nisa' ayat 11 di atas menggambarkan kedudukan setiap anggota keluarga dalam hal warisan, di mana keluarga merupakan suatu sistem dalam permasalahan tersebut yang beranggotakan bapak, ibu, anak laki-laki, anak perempuan, saudara perempuan, dan kerabat lain yang keberadaannya saling mempengaruhi terhadap pembagian harta warisan.

Setiap anggota keluarga memiliki kedudukan masing-masing sehingga bagian yang diperoleh juga sesuai dengan kedudukan yang dimilikinya. Misal anak laki-laki memperoleh dua kali bagian anak perempuan, bapak dan ibu memperoleh seperenam bagian dan begitu pula untuk anggota keluarga yang lain, dimana bagian yang diperoleh memiliki aturan masing-masing. Hal ini serupa dengan keanggotaan fuzzy di mana setiap anggotanya memiliki derajat yang berbeda-beda, memiliki nilai fungsi yang berbeda-beda sehingga dalam hal warisan keluarga merupakan suatu sistem fuzzy.

Dalam konteks lain, derajat dan kedudukan adalah kata yang tidak asing lagi kita dengar dalam kehidupan, yaitu suatu hal yang sering menjadi incaran setiap manusia di dunia, di mana orang yang memiliki derajat dan kedudukan yang lebih tinggi dianggap sebagai orang yang lebih baik, terpuja dan dihormati. Sering kali derajat dan kedudukan ini ditunjukkan dengan kekayaan atau pangkat atau jabatan atau bahkan kedudukan sosial dalam masyarakat. Inilah gambaran derajat dan kedudukan dalam dunia yang lebih sering dipandang oleh manusia.

Pandangan mengenai derajat dan kedudukan di mata manusia tidaklah sama dengan derajat dan kedudukan di mata Allah. Allah tidak akan memandang

manusia dari segi kekayaan dan sebagainya. Allah memiliki cara sendiri untuk menilai hamba-Nya dan akan senantiasa melebihkan derajat orang yang satu dengan yang lain dengan cara-cara yang ditentukan, salah satunya seperti yang telah dijelaskan dalam ayat berikut:

لَا يَسْتَوِي الْقَاعِدُونَ مِنَ الْمُؤْمِنِينَ غَيْرُ أُولِي الضَّرَرِ وَالْمُجَاهِدُونَ فِي سَبِيلِ اللَّهِ بِأَمْوَالِهِمْ وَأَنْفُسِهِمْ فَضَّلَ اللَّهُ الْمُجَاهِدِينَ بِأَمْوَالِهِمْ وَأَنْفُسِهِمْ عَلَى الْقَاعِدِينَ دَرَجَةً ۗ وَكُلًّا وَعَدَّ اللَّهُ الْحُسْنَىٰ ۗ وَفَضَّلَ اللَّهُ الْمُجَاهِدِينَ عَلَى الْقَاعِدِينَ أَجْرًا عَظِيمًا ۖ
 دَرَجَاتٍ مِّنْهُ وَمَغْفِرَةً وَرَحْمَةً ۗ وَكَانَ اللَّهُ غَفُورًا رَّحِيمًا ۝

Artinya” Tidaklah sama antara mukmin yang duduk (yang tidak ikut berperang) yang tidak mempunyai 'udzur dengan orang-orang yang berjihad di jalan Allah dengan harta mereka dan jiwanya. Allah melebihkan orang-orang yang berjihad dengan harta dan jiwanya atas orang-orang yang duduk satu derajat. kepada masing-masing mereka Allah menjanjikan pahala yang baik (surga) dan Allah melebihkan orang-orang yang berjihad atas orang yang duduk dengan pahala yang besar. (Yaitu) beberapa derajat dari pada-Nya, ampunan, serta rahmat. Dan Allah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang. (QS. An-Nisa’: 95-95)

QS. An-Nisa’: 95-95 tersebut menjelaskan bahwa derajat orang yang ikut berjihad tidaklah sama dengan derajat manusia yang tidak ikut berjihad. Beberapa ahli tafsir memberikan penjelasan QS. An-Nisa’: 95-95 sebagai berikut:

Adalah tidak mungkin sama antara pahala dan upah orang beriman yang tidak ikut berperang tanpa udzur yang diperbolehkan Allah seperti karena buta, pincang, dan sakit dengan orang yang memiliki udzur yang menafkahkan sebagian hartanyademi mendapat ridha Allah SWT, karena perbuatan-perbuatan ini sangat besar pahalanya, sangat tinggi derajatnya dan sangat mulia martabatnya.

Ketahuiilah bahwasanya Allah SWT akan melebihkan satu derajat pahala bagi orang-orang yang berjihad di jalan-Nya dengan harta dan jiwa mereka atas orang-orang yang tidak ikut perang karena udzur yang diperbolehkan oleh syari'at. Hal itu karena kelompok yang pertama tadi ikut berjuang dan kelompok yang kedua tidak bisa ikut dikarenakan suatu halangan yang membuat mereka benar-benar tidak bisa ikut berperang (Al-Qarni, 2008: 427-428).

Ibnu Katsir memberikan penafsiran untuk potongan ayat

لَا يَسْتَوِي الْقَاعِدُونَ مِنَ الْمُؤْمِنِينَ

Artinya: *"Tidaklah sama antara mukmin yang duduk"*

maksudnya kedudukan orang mukmin yang berperang dan tidak ikut berperang tidaklah sama, tanpa memandang sebab mengapa orang itu tidak ikut berperang. Akan tetapi setelah itu wahyu diturunkan secara cepat.

غَيْرِ أُولَى الضَّرَرِ

Artinya: *"yang tidak mempunyai 'udzur"*.

maka jadilah potongan ayat ini sebagai jalan keluar bagi orang yang memiliki udzur untuk meninggalkan jihad seperti buta, pincang, dan sakit.

Kemudian digambarkan keutamaan para pejuang dibanding orang-orang yang hanya duduk yang tanpa memiliki udzur, sebagaimana diterangkan dalam *Shahih Bukhari* dari Anas r.a bahwasanya Rasulullah SAW bersabda:

" Sesungguhnya di Madinah terdapat kaum yang kalian tidak menempuh perjalanan, tidak mengeluarkan infak, dan tidak melintasi suatu lembah. Kecuali mereka bersama kalian. Mereka bertanya: "Padahal mereka berada di Madinah ya Rasulullah?" Beliau menjawab: "Ya, mereka

terhalang udzur.” (Dita’liq oleh al-Bukhari dengan lafadz yang pasti dan diriwayatkan pula oleh Abu Dawud).

Selanjutnya dijelaskan balasan bagi para pejuang dalam potongan ayat:

وَكُلًّا وَعَدَ اللَّهُ الْحَسَنَىٰ

Artinya: *”kepada masing-masing mereka Allah menjanjikan pahala yang baik”*. Maksud dari pahala yang baik adalah surga dan balasan yang banyak sekali. Di dalamnya terdapat dalil bahwa jihad bukan fardhu ’ain, akan tetapi fardhu kifayah.

Balasan bagi para pejuang dipertegas lagi oleh Allah melalui potongan ayat selanjutnya

وَفَضَّلَ اللَّهُ الْمُجَاهِدِينَ عَلَى الْقَاعِدِينَ أَجْرًا عَظِيمًا

Artinya: *”Dan Allah melebihkan orang-orang yang berjihad atas orang yang duduk dengan pahala yang besar”*.

Kemudian Allah memberitahukan tentang karunia yang dilimpahkan-Nya bagi mereka berupa derajat di kamar-kamar *jannah* yang tinggi, pengampunan terhadap berbagai dosa dan kesalahan, serta limpahan berbagai rahmat dan berkah. Sebagai kebaikan dan kemuliaan dari-Nya. Untuk itu, Allah berfirman

دَرَجَاتٍ مِّنْهُ وَمَغْفِرَةً وَرَحْمَةً وَكَانَ اللَّهُ غَفُورًا رَّحِيمًا

Artinya: *”(Yaitu) beberapa derajat dari pada-Nya, ampunan serta rahmat. dan adalah Allah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang.”*

Dinyatakan dalam *ash-shahihain* (Shahih al-Bukhari dan Shahih Muslim) dari Abu Sa’id al-Khudri bahwa Rosulullah SAW bersabda: *”Sesungguhnya di surga terdapat 100 derajat, yang dipersiapkan Allah untuk para pejuang di jalan-*

Nya. Jarak antara setiap dua derajat, seperti jarak antara langit dan bumi”
(Katsir, 2006:384-386).

Begitulah gambaran pahala bagi orang-orang yang ditinggikan derajatnya oleh Allah, selain berjihad masih ada lagi orang-orang yang ditinggikan derajatnya oleh Allah yaitu orang-orang yang beriman dan berilmu seperti yang tertera pada surat Al-Mujaadalah ayat 11:

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ۗ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ

Artinya: *”Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan”.*

Dari dua dalil yakni QS. An-Nisa’ ayat 95-95 dan QS. Al-Mujaadalah ayat 11 sama-sama menyebutkan bahwa Allah akan meninggikan derajat orang-orang tertentu, jadi dapat disimpulkan pula bahwa setiap orang memiliki derajat yang berbeda-beda di mata Allah SWT, sesuai dengan apa yang mereka kerjakan dan Allah memiliki ukuran tersendiri dalam memberikan derajat dan kedudukan terhadap hambanya.

Gambaran mengenai konsep derajat manusia yang berbeda-beda antara yang satu dengan yang lainnya, dapat direpresentasikan sebagai himpunan fuzzy yakni himpunan unsur yang setiap unsurnya memiliki derajat keanggotaan yang berbeda. Biasa disimbolkan dengan

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$$

dimana $\mu_{\tilde{A}}$ merupakan fungsi keanggotaan dengan dari himpunan kabur \tilde{A} yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0,1]$.

Apabila $\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$ dianalogikan dengan derajat manusia maka:

\tilde{A} = himpunan manusia

x = satu manusia yang ada di dalam himpunan

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ = derajat yang dimiliki x dengan nilai antara 0 dan 1.

Sebagai contoh, dengan mendaftar anggota dari \tilde{A} yaitu

$$\tilde{A} = \{1/0.5 + 2/0.3 + 3/0.1 + 4/0.9 + 5/1 + 6/0\}$$

berarti dalam suatu himpunan \tilde{A} orang ke-1 memiliki derajat 0.5, orang ke-2 memiliki derajat 0.3, orang ke-3 memiliki derajat 0.1, orang ke-4 memiliki derajat 0.9, orang ke-5 memiliki derajat 1 dan orang ke-6 memiliki derajat 0. Dari sini terlihat bahwa orang yang memiliki derajat tertinggi disimbolkan dengan memiliki derajat 1 sedangkan orang yang dianggap tidak memiliki derajat disimbolkan dengan derajat 0.

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Sistem Persamaan Linier Fuzzy

Sistem Persamaan Linier adalah sejumlah persamaan linier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan yang lain. Sistem persamaan linier pada himpunan tegas memiliki bentuk umum

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dimana koefisien, variabel dan konstantanya adalah bilangan tegas serta operasinya juga merupakan operasi perkalian dan penjumlahan pada bilangan tegas.

Skripsi ini membahas penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang juga merupakan sejumlah persamaan linier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan yang lain. Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang dibahas memiliki bentuk umum

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_{11}x_1 + \tilde{a}_{12}x_2 + \dots + \tilde{a}_{1n}x_n &= \tilde{b}_1 \\
 \tilde{a}_{21}x_1 + \tilde{a}_{22}x_2 + \dots + \tilde{a}_{2n}x_n &= \tilde{b}_2 \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 \tilde{a}_{n1}x_1 + \tilde{a}_{n2}x_2 + \dots + \tilde{a}_{nn}x_n &= \tilde{b}_n
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

di mana koefisien dan konstantanya adalah bilangan fuzzy sedangkan variabelnya merupakan bilangan tegas. Sistem persamaan (3.2) dapat ditulis dalam notasi matrik yaitu $\tilde{A}X = \tilde{b}$ dimana entri-entri matrik $\tilde{A} = (\tilde{a}_{kj}) = (\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha)) = (\underline{A}, \bar{A})$, $1 \leq k, j \leq n$ adalah sebuah matrik fuzzy dengan ukuran $n \times n$, $\tilde{b} = \tilde{b}_k = (\underline{b}_k(\alpha), \bar{b}_k(\alpha)) = (\underline{b}, \bar{b})$, $1 \leq k$ adalah vektor kolom bilangan fuzzy dan $X = x_j$ adalah vektor dari bilangan tegas (*crisp*) yang tidak diketahui nilainya.

Berdasarkan ketentuan pada Sistem Persamaan Linier Fuzzy di atas, maka sistem persamaan $\tilde{A}X = \tilde{b}$ dapat ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{kj} x_j = \tilde{b}_k \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n. \quad (3.3)$$

Selanjutnya, persamaan (3.3) dapat ditulis dalam bentuk fungsi parameter sebagai

$$\sum_{j=1}^n (\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha)) x_j = (\underline{b}_k(\alpha), \bar{b}_k(\alpha)) \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n. \quad (3.4)$$

Berdasarkan definisi operasi perkalian bilangan fuzzy dengan bilangan skalar, maka

i) untuk $x_j \geq 0$

$$\sum_{j=1}^n (\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha)) x_j = \sum_{j=1}^n (\underline{a}_{kj}(\alpha) x_j, \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j) \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

ii) untuk $x_j < 0$

$$\sum_{j=1}^n (\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha)) x_j = \sum_{j=1}^n (\bar{a}_{kj}(\alpha) x_j, \underline{a}_{kj}(\alpha) x_j) \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

sehingga persamaan (3.4) ekuivalen dengan persamaan (3.7) dan (3.8) berikut:

dan

$$\sum_{x_j \geq 0} \bar{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0} \underline{a}_{kj}(\alpha)x_j = 0 \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n ; k = 1, 2, \dots, n \quad (3.11)$$

contoh:

$$\tilde{7}x_1 + \tilde{2}x_2 = \tilde{0}$$

$$\tilde{2}x_1 + \tilde{2}x_2 = \tilde{0}$$

2. Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) Nonhomogen

SPLF dikatakan non homogen apabila konstanta pada SPLF semuanya bukan merupakan bilangan $\tilde{0}$, sehingga bentuk umumnya adalah seperti pada sistem persamaan (3.2) dan ekuivalen dengan persamaan (3.7) dan (3.8).

Contoh

$$\tilde{7}x_1 + \tilde{2}x_2 = \tilde{1}$$

$$\tilde{2}x_1 + \tilde{2}x_2 = \tilde{8}$$

3.2 Prosedur Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy

Prosedur penyelesaian adalah suatu cara atau langkah-langkah yang terurut untuk menyelesaikan suatu masalah. Prosedur penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) berarti langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan SPLF sehingga mendapatkan solusi yang memenuhi SPLF tersebut.

Skripsi ini membahas prosedur penyelesaian SPLF dimana dalam menyelesaikan permasalahan ini, ada beberapa syarat yang harus dipenuhi yaitu:

- 1) Ada SPLF yang merupakan suatu permasalahan yang hendak diselesaikan.

2) Ada fungsi karakteristik dari setiap bilangan fuzzy dalam SPLF. Fungsi karakteristik digunakan untuk membentuk bilangan fuzzy menjadi bentuk fungsi parameter $(\underline{x}(\alpha), \bar{x}(\alpha))$ sehingga dua bilangan fuzzy dapat dioperasikan dengan operasi aritmetika yang ada dalam SPLF.

Selanjutnya untuk mengetahui prosedur penyelesaian SPLF seperti pada SPLF (3.2) yang dapat ditulis dengan $\tilde{A}X = \tilde{b}$, maka dikemukakan beberapa teorema yang dapat digunakan untuk menyelesaikan SPLF tersebut yaitu:

Teorema 1

Jika X adalah vektor solusi dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) $\tilde{A}X = \tilde{b}$, maka X merupakan vektor solusi dari Sistem Persamaan Linier (SPL) $(\underline{A} + \bar{A})X = (\underline{b} + \bar{b})$ (Bahera & Chakraverty, 2012:652).

Bukti

Pertama pandang ruas kiri dari SPL $(\underline{A} + \bar{A})X = (\underline{b} + \bar{b})$, maka $(\underline{A} + \bar{A})X$ dapat ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^n (\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha)) x_j \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n.$$

Dapat juga ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^n \underline{a}_{kj}(\alpha) x_j + \sum_{j=1}^n \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n.$$

Ekivalen dengan

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \underline{a}_{kj}(\alpha) x_j + \sum_{x_j < 0} \underline{a}(\alpha) x_j \right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j + \sum_{x_j < 0} \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j \right)$$

Berdasarkan sifat asosiatif penjumlahan, maka dapat ditulis sebagai

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \underline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0} \bar{a}_{kj}(\alpha)x_j \right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \bar{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0} \underline{a}_{kj}(\alpha)x_j \right)$$

maka, berdasarkan persamaan (3.5) dan (3.6), dapat ditulis dengan

$$\left(\underline{b}_k(\alpha) + \bar{b}_k(\alpha) \right) = \left(\underline{b} + \bar{b} \right).$$

Berdasarkan uraian tersebut didapatkan $(\underline{A} + \bar{A})X = (\underline{b} + \bar{b})$. Hal ini menunjukkan bahwa X vektor solusi dari $(\underline{A} + \bar{A})X = (\underline{b} + \bar{b})$ juga merupakan vektor solusi dari $\tilde{A}X = \tilde{b}$.

Teorema 2

Jika X adalah vektor solusi dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF)

$\tilde{A}X = \tilde{b}$, maka X merupakan vektor solusi dari Sistem Persamaan Linier

$$(SPL) \tilde{A}^c X = \tilde{b}^c \text{ dimana } \tilde{A}^c = \frac{\left(\underline{a}_{kj}(\alpha) + \bar{a}_{kj}(\alpha) \right)}{2} \text{ dan } \tilde{b}^c = \frac{\left(\underline{b}_k(\alpha) + \bar{b}_k(\alpha) \right)}{2}$$

(Bahera & Chakraverty, 2012:653).

Bukti

Pertama pandang ruas kiri dari SPL $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$, maka $\tilde{A}^c X$ dapat ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^n \frac{\left(\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha) \right)}{2} x_j \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n.$$

Dapat juga ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^n \frac{\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{\bar{a}_{kj}(\alpha)x_j}{2} \quad \text{untuk } k = 1, 2, \dots, n.$$

Ekivalen dengan

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{a_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{a(\alpha)x_j}{2} \right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\bar{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\bar{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j \right).$$

Berdasarkan sifat asosiatif penjumlahan, maka dapat ditulis sebagai

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{a_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\bar{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j \right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\bar{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{a_{kj}(\alpha)}{2} x_j \right).$$

Dapat pula ditulis dengan

$$\frac{1}{2} \left(\sum_{x_j \geq 0} a_{kj}(\alpha) x_j + \sum_{x_j < 0} \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j \right) + \frac{1}{2} \left(\sum_{x_j \geq 0} \bar{a}_{kj}(\alpha) x_j + \sum_{x_j < 0} a_{kj}(\alpha) x_j \right)$$

maka, berdasarkan persamaan (3.5) dan (3.6), dapat ditulis dengan

$$\frac{1}{2} (b_k(\alpha) + \bar{b}_k(\alpha)) = \left(\frac{b_k(\alpha) + \bar{b}_k(\alpha)}{2} \right) = \tilde{b}^c$$

Berdasarkan uraian tersebut didapatkan $\tilde{A}X = \tilde{b}^c$. Hal ini menunjukkan

bahwa X vektor solusi dari $\tilde{A}X = \tilde{b}^c$ merupakan vektor solusi dari $\tilde{A}X = \tilde{b}$.

Berdasarkan pada Teorema 1 dan Teorema 2 maka prosedur penyelesaian dari SPLF pada sistem (3.2) atau dapat ditulis dengan adalah $\tilde{A}X = \tilde{b}$ adalah

1. Merepresentasikan bilangan fuzzy yang aada dalam SPLF ke dalam bentuk fungsi monoton naik dan turun yaitu $(\underline{A}, \bar{A})X = (\underline{b}, \bar{b})$. Dapat diuraikan sebagai berikut:

$$(\underline{a}_{11}, \bar{a}_{11})x_1 + (\underline{a}_{12}, \bar{a}_{12})x_2 + \dots + (\underline{a}_{1n}, \bar{a}_{1n})x_n = (\underline{b}_1, \bar{b}_1)$$

$$(\underline{a}_{21}, \bar{a}_{21})x_1 + (\underline{a}_{22}, \bar{a}_{22})x_2 + \dots + (\underline{a}_{2n}, \bar{a}_{2n})x_n = (\underline{b}_2, \bar{b}_2)$$

⋮

$$(\underline{a}_{n1}, \bar{a}_{n1})x_1 + (\underline{a}_{n2}, \bar{a}_{n2})x_2 + \dots + (\underline{a}_{nn}, \bar{a}_{nn})x_n = (\underline{b}_n, \bar{b}_n)$$

2. Cara 1 : Menjumlahkan fungsi monoton naik (\underline{A}) dengan fungsi monoton turun (\overline{A}) dari bilangan fuzzy yang ada dalam SPLF yaitu $(\underline{A} + \overline{A})X = (\underline{b} + \overline{b})$. yang dapat diuraikan sebagai:

$$(\underline{a}_{11} + \overline{a}_{11})x_1 + (\underline{a}_{12} + \overline{a}_{12})x_2 + \dots + (\underline{a}_{1n} + \overline{a}_{1n})x_n = (\underline{b}_1 + \overline{b}_1)$$

$$(\underline{a}_{21} + \overline{a}_{21})x_1 + (\underline{a}_{22} + \overline{a}_{22})x_2 + \dots + (\underline{a}_{2n} + \overline{a}_{2n})x_n = (\underline{b}_2 + \overline{b}_2)$$

⋮

$$(\underline{a}_{n1} + \overline{a}_{n1})x_1 + (\underline{a}_{n2} + \overline{a}_{n2})x_2 + \dots + (\underline{a}_{nn} + \overline{a}_{nn})x_n = (\underline{b}_n + \overline{b}_n)$$

Cara 2: Merepresentasikan bilangan fuzzy yang ada dalam SPLF ke dalam

bentuk $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$ dimana $\tilde{A}^c = \frac{(\underline{A} + \overline{A})}{2}$ dan $\tilde{b}^c = \frac{(\underline{b} + \overline{b})}{2}$ yang dapat di uraikan

sebagai berikut:

$$\frac{(\underline{a}_{11} + \overline{a}_{11})}{2}x_1 + \frac{(\underline{a}_{12} + \overline{a}_{12})}{2}x_2 + \dots + \frac{(\underline{a}_{1n} + \overline{a}_{1n})}{2}x_n = \frac{(\underline{b}_1 + \overline{b}_1)}{2}$$

$$\frac{(\underline{a}_{21} + \overline{a}_{21})}{2}x_1 + \frac{(\underline{a}_{22} + \overline{a}_{22})}{2}x_2 + \dots + \frac{(\underline{a}_{2n} + \overline{a}_{2n})}{2}x_n = \frac{(\underline{b}_2 + \overline{b}_2)}{2}$$

⋮

$$\frac{(\underline{a}_{n1} + \overline{a}_{n1})}{2}x_1 + \frac{(\underline{a}_{n2} + \overline{a}_{n2})}{2}x_2 + \dots + \frac{(\underline{a}_{nn} + \overline{a}_{nn})}{2}x_n = \frac{(\underline{b}_n + \overline{b}_n)}{2}$$

3. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) pada langkah 2.

Sistem Persamaan Linier (SPL) pada langkah 2 merupakan SPL biasa sehingga dapat diselesaikan menggunakan metode pada SPL biasa seperti eliminasi dan substitusi. Selanjutnya solusi dari Sistem Persamaan Linier (SPL) merupakan solusi dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) jika memenuhi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \underline{a}_{kj}x_j = \underline{b} \\ \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = \sum_{j=1}^n \overline{a}_{kj}x_j = \overline{b} \end{array} \right.$$

Prosedur penyelesaian di atas digunakan untuk mengetahui ada tidaknya solusi dari SPLF. Seperti halnya pada SPL ada yang memiliki solusi dan tidak, maka SPLF juga ada yang memiliki solusi dan ada yang tidak. Sistem yang memiliki solusi disebut konsisten (*consistent*) dan sistem yang tidak memiliki solusi disebut tidak konsisten (*inconsistence*) (Anton & Rores, 2004:3).

Berdasarkan prosedur penyelesaian yang dijelaskan diatas, pada akhirnya SPLF akan diubah menjadi bentuk SPL, hal tersebut terlihat pada langkah ke dua yaitu dengan menjumlahkan bentuk fungsi parameter pada setiap bilangan fuzzy $(\overline{A} + \underline{A})$ atau dengan membentuk *center* dari bilangan fuzzy $\tilde{A}^c = (\underline{A} + \overline{A})/2$, dimana bentuk ini bukan lagi dalam bentuk bilangan fuzzy, melainkan bilangan tegas (*crisp*) sehingga solusi SPLF mengikuti kaidah solusi pada SPL.

Solusi dari SPLF nonhomogen memiliki tiga kemungkinan yaitu (1) tidak memiliki solusi (2) memiliki tepat satu solusi dan (3) memiliki banyak solusi sedangkan SPLF Homogen memiliki dua kemungkinan, (1) solusi trivial yaitu, $x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$ (2) memiliki solusi lain selain solusi trivial. Jadi, SPLF homogen adalah SPLF yang konsisten, karena SPLF homogen mempunyai paling sedikit satu solusi yaitu solusi trivial yang dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\tilde{A}X = \tilde{0}$$

dapat dinyatakan sebagai

$$(\underline{a}_{kj}(\alpha), \bar{a}_{kj}(\alpha))x_j = (0_k, 0_k).$$

Dengan menjumlahkan fungsi parameter dari bilangan fuzzy pada SPLF maka

$$(\underline{a}_{kj}(\alpha) + \bar{a}_{kj}(\alpha))x_j = (0_k + 0_k) = (0 + 0).$$

Ekuivalen dengan

$$(\underline{a}_{kj}(\alpha) + \bar{a}_{kj}(\alpha))x_j = 0.$$

Sehingga, untuk sebarang bilangan $(\underline{a}_{kj}(\alpha) + \bar{a}_{kj}(\alpha))$, di peroleh $x_j = 0$

Teorema 3

Center dari bilangan fuzzy segitiga simetri \tilde{b}^c adalah bilangan *crisp* b

Bukti:

Misal diberikan $\tilde{b} = \text{segitiga}(x; a, b, c)$

Maka fungsi monoton naik (\underline{b}) adalah

$$\frac{x-a}{b-a} = \alpha$$

$$\leftrightarrow \alpha(b-a) = x-a$$

$$\leftrightarrow \alpha(b-a) + a = x$$

dan fungsi monoton turun (\bar{b}) adalah

$$\frac{c-x}{c-b} = \alpha$$

$$\leftrightarrow \alpha(c-b) = c-x$$

$$\leftrightarrow c - \alpha(c-b) = x$$

Sehingga

$$\tilde{b}^c = \frac{(\underline{b} + \bar{b})}{2} = \frac{(\alpha(b-a) + a + c - \alpha(c-b))}{2}$$

Karena segitiga simetri, maka $(b-a) = (c-b)$ sehingga

$$\tilde{b}^c = \frac{a+c}{2} = b$$

Teorema 4

Jika X adalah solusi dari SPLF $\tilde{A}X = \tilde{b}$ pada segitiga simetri, maka X adalah solusi dari SPL $AX = b$

Bukti:

Berdasarkan Teorema 2 solusi dari $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$ merupakan solusi dari $\tilde{A}X = \tilde{b}$ dan berdasarkan Teorema 3, $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$ pada bilangan fuzzy segitiga simetri adalah $AX = b$. sehingga solusi $\tilde{A}X = \tilde{b}$ merupakan solusi dari $AX = b$

Berikut adalah beberapa contoh dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy beserta penyelesaiannya

Contoh 3.1:

Diberikan sistem persamaan linier fuzzy sebagai berikut

$$\tilde{4}x_1 + \tilde{3}x_2 = \tilde{13}$$

$$\tilde{2}x_1 + \tilde{3}x_2 = \tilde{11}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing koefisiennya

$$\mu_{\tilde{4}}(x) = \text{segitiga}(x; 3, 4, 5) \quad \mu_{\tilde{2}}(x) = \text{segitiga}(x; 1, 2, 3)$$

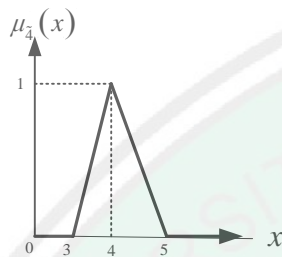
$$\mu_{\tilde{3}}(x) = \text{segitiga}(x; 1, 3, 5) \quad \mu_{\tilde{3}}(x) = \text{segitiga}(x; 1, 3, 5)$$

$$\mu_{\tilde{13}}(x) = \text{segitiga}(x; 6, 13, 20) \quad \mu_{\tilde{11}}(x) = \text{segitiga}(x; 4, 11, 18)$$

carilah nilai x_1 dan x_2 nya!

Jawab:

- i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{4}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x; 3, 4, 5) = \begin{cases} x-3 & \text{untuk } 3 \leq x \leq 4 \\ 5-x, & \text{untuk } 4 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

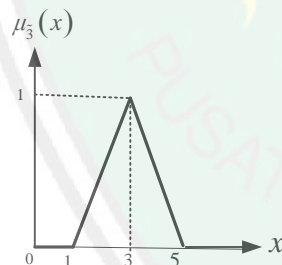
fungsi monoton naik ($\underline{4}$) adalah:

$$\alpha = x - 3 \leftrightarrow x = \alpha + 3$$

fungsi monoton turun ($\bar{4}$) adalah:

$$\alpha = 5 - x \leftrightarrow x = 5 - \alpha$$

- ii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, bilangan fuzzy $\tilde{3}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x; 1, 3, 5) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & \text{untuk } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{5-x}{2}, & \text{untuk } 3 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya, dapat diperoleh :

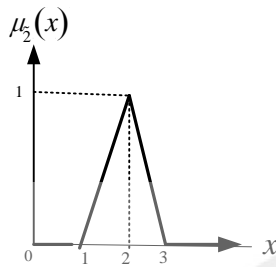
fungsi monoton naik ($\underline{3}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-1}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha + 1$$

fungsi monoton turun ($\bar{3}$) adalah:

$$\alpha = \frac{5-x}{2} \leftrightarrow x = 5 - 2\alpha$$

- iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x;1,2,3) = \begin{cases} x-1 & \text{untuk } 1 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & \text{untuk } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya, dapat diperoleh :

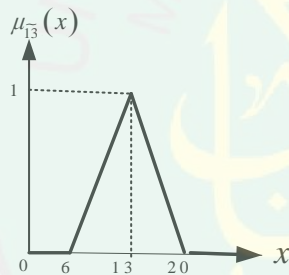
fungsi monoton naik ($\underline{2}$) adalah:

$$\alpha = x-1 \leftrightarrow x = \alpha + 1$$

fungsi monoton turun ($\bar{2}$) adalah:

$$\alpha = 3-x \leftrightarrow x = 3-\alpha$$

iv) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, bilangan fuzzy $\tilde{13}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x;6,13,20) = \begin{cases} \frac{x-6}{7} & \text{untuk } 6 \leq x \leq 13 \\ \frac{20-x}{7}, & \text{untuk } 13 \leq x \leq 20 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya, dapat diperoleh :

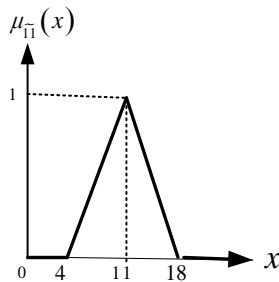
fungsi monoton naik ($\underline{13}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-6}{7} \leftrightarrow x = 7\alpha + 6$$

fungsi monoton turun ($\bar{13}$) adalah:

$$\alpha = \frac{20-x}{7} \leftrightarrow x = 20-7\alpha$$

v) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{11}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x;4,11,18) = \begin{cases} \frac{x-4}{7} & \text{untuk } 4 \leq x \leq 11 \\ \frac{18-11}{7}, & \text{untuk } 11 \leq x \leq 18 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh:

fungsi monoton naik ($\underline{11}$) adalah: fungsi monoton turun ($\overline{11}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-4}{7} \leftrightarrow x = 7\alpha + 4$$

$$\alpha = \frac{18-x}{7} \leftrightarrow x = 18 - 7\alpha$$

Dengan cara 1 maka jumlahkan fungsi monoton naik dan turun dari setiap bilangan fuzzy

$$(\alpha + 3 + 5 - \alpha)x_1 + (2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha)x_2 = (7\alpha + 6 + 20 - 7\alpha)$$

$$(\alpha + 1 + 3 - \alpha)x_1 + (2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha)x_2 = (7\alpha + 4 + 18 - 7\alpha).$$

Sistem persamaan di atas ekuivalen dengan sistem persamaan di bawah ini

$$8x_1 + 6x_2 = 26$$

$$4x_1 + 6x_2 = 22$$

Kemudian selesaikan sistem persamaan tersebut dengan metode eliminasi dan substitusi

$$8x_1 + 6x_2 = 26$$

$$\underline{4x_1 + 6x_2 = 22} \quad -$$

$$4x_1 = 4$$

$$x_1 = 1$$

Substitusikan $x_1 = 1$ ke persamaan $8x_1 + 6x_2 = 26$ sehingga

$$8x_1 + 6x_2 = 26$$

$$\leftrightarrow 8(1) + 6x_2 = 26$$

$$\leftrightarrow 6x_2 = 26 - 8$$

$$\Leftrightarrow 6x_2 = 18$$

$$\Leftrightarrow x_2 = 3$$

Jadi solusinya adalah $x_1 = 1$ dan $x_2 = 3$

Selanjutnya apabila SPLF pada soal di atas diselesaikan dengan cara 2, yaitu dengan mengubah menjadi bentuk $\tilde{A}X = \tilde{b}^c$ maka SPLF diatas dapat ditulis sebagai

$$\left(\frac{\alpha + 3 + 5 - \alpha}{2}\right)x_1 + \left(\frac{2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha}{2}\right)x_2 = \left(\frac{7\alpha + 6 + 20 - 7\alpha}{2}\right)$$

$$\left(\frac{\alpha + 1 + 3 - \alpha}{2}\right)x_1 + \left(\frac{2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha}{2}\right)x_2 = \left(\frac{7\alpha + 4 + 18 - 7\alpha}{2}\right)$$

Sistem persamaan di atas ekuivalen dengan sistem persamaan di bawah ini

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$2x_1 + 3x_2 = 11$$

Kemudian selesaikan sistem persamaan tersebut dengan metode eliminasi dan substitusi

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$\underline{2x_1 + 3x_2 = 11} \quad -$$

$$2x_1 = 2$$

$$x_1 = 1$$

Substitusikan $x_1 = 1$ ke persamaan $4x_1 + 3x_2 = 13$ sehingga

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow 4(1) + 3x_2 = 13$$

$$\leftrightarrow 3x_2 = 13 - 4$$

$$\leftrightarrow 3x_2 = 9$$

$$\leftrightarrow x_2 = 3$$

Jadi solusinya adalah $x_1 = 1$ dan $x_2 = 3$

Sistem pada contoh 3.1 merupakan sistem pada bilangan fuzzy segitiga simetri, sehingga dengan menggunakan Teorema 3 solusi dari SPLF

$$\tilde{4}x_1 + \tilde{3}x_2 = \tilde{13}$$

$$\tilde{2}x_1 + \tilde{3}x_2 = \tilde{11}$$

merupakan solusi dari SPL

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$2x_1 + 3x_2 = 11$$

yaitu $x_1 = 1$ dan $x_2 = 3$

Soal pada contoh 3.1 telah dikerjakan dengan cara yang berbeda-beda dan menghasilkan solusi yang sama.

Contoh 3.2

Diberikan sistem persamaan linier fuzzy sebagai berikut

$$\tilde{2}x_1 + \tilde{6}x_2 = \tilde{22}$$

$$\tilde{1}x_1 + \tilde{2}x_2 = \tilde{9}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing

$$\mu_{\tilde{2}}(x) = \text{segitiga}(x; 1, 2, 4)$$

$$\mu_{\tilde{1}}(x) = \text{segitiga}(x; 0, 1, 3)$$

$$\mu_{\tilde{6}}(x) = \text{segitiga}(x; 3, 6, 7)$$

$$\mu_{\tilde{2}}(x) = \text{segitiga}(x; 1, 2, 4)$$

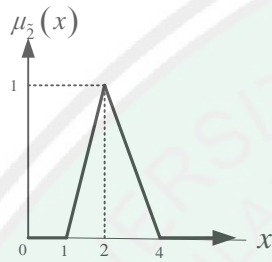
$$\mu_{\tilde{22}}(x) = \text{segitiga}(x; 11, 22, 34)$$

$$\mu_{\tilde{9}}(x) = \text{segitiga}(x; 2, 9, 23)$$

carilah nilai x_1 dan x_2 nya!

Jawab:

- i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x;1,2,4) = \begin{cases} x-1 & \text{untuk } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{4-x}{2}, & \text{untuk } 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

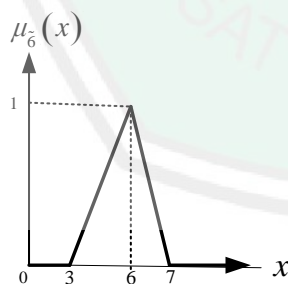
fungsi monoton naik ($\underline{2}$) adalah:

$$\alpha = x - 1 \leftrightarrow x = \alpha + 1$$

fungsi monoton turun ($\bar{2}$) adalah:

$$\alpha = \frac{4-x}{2} \leftrightarrow x = 4 - 2\alpha$$

- ii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{6}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



$$\text{Segitiga}(x;3,6,7) = \begin{cases} \frac{x-3}{3} & \text{untuk } 3 \leq x \leq 6 \\ 7-x, & \text{untuk } 6 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{6}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-3}{3} \leftrightarrow x = 3\alpha + 3$$

fungsi monoton turun ($\bar{6}$) adalah:

$$\alpha = 7 - x \leftrightarrow x = 7 - \alpha$$

iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

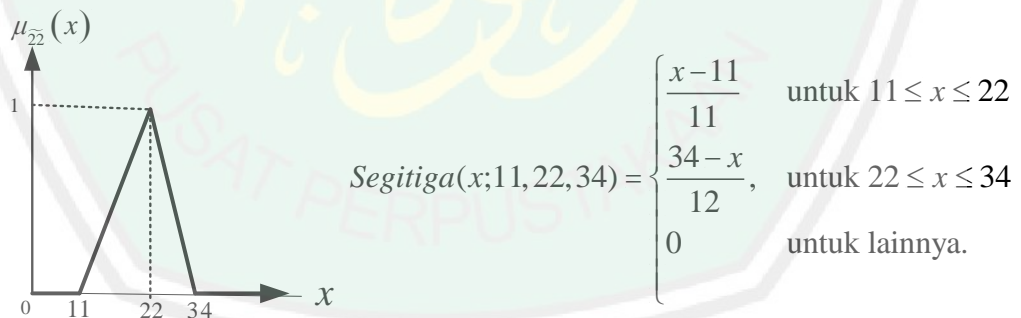
fungsi monoton naik ($\underline{1}$) adalah:

$$\alpha = x \leftrightarrow x = \alpha$$

fungsi monoton turun ($\bar{1}$) adalah:

$$\alpha = \frac{3-x}{2} \leftrightarrow x = 3 - 2\alpha$$

iv) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{22}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

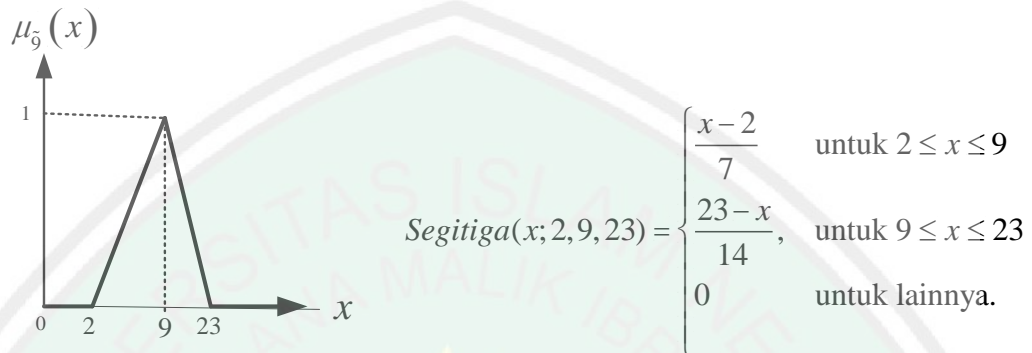
fungsi monoton naik ($\underline{22}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-11}{11} \leftrightarrow x = 11\alpha + 11$$

fungsi monoton turun ($\bar{22}$) adalah:

$$\alpha = \frac{34-x}{12} \leftrightarrow x = 34 - 12\alpha$$

- v) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{9}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{9}$) adalah: fungsi monoton turun ($\bar{9}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-2}{7} \leftrightarrow x = 7\alpha + 2$$

$$\alpha = \frac{23-x}{14} \leftrightarrow x = 23 - 14\alpha$$

Selanjutnya jumlahkan fungsi monoton naik dan turun

$$(\alpha + 1 + 4 - 2\alpha)x_1 + (3\alpha + 3 + 7 - \alpha)x_2 = (11\alpha + 11 + 34 - 12\alpha)$$

$$(\alpha + 3 - 2\alpha)x_1 + (\alpha + 1 + 4 - 2\alpha)x_2 = (7\alpha + 2 + 23 - 14\alpha)$$

Ekuivalen dengan

$$(5 - \alpha)x_1 + (10 - 2\alpha)x_2 = (45 - \alpha)$$

$$(3 - \alpha)x_1 + (5 - \alpha)x_2 = (25 - 7\alpha)$$

Ekuivalen dengan

$$(5 - \alpha)(3 - \alpha) + (10 - 2\alpha)(3 - \alpha)x_2 = (45 - \alpha)(3 - \alpha)$$

$$(5 - \alpha)(3 - \alpha) + (5 - \alpha)(5 - \alpha)x_2 = (25 - 7\alpha)(5 - \alpha)$$

Ekuivalen dengan

$$(5 - \alpha)(3 - \alpha) + (30 - 4\alpha - 2\alpha^2)x_2 = (135 - 48\alpha + \alpha^2)$$

$$(5 - \alpha)(3 - \alpha) + (25 - 10\alpha + \alpha^2)x_2 = (125 - 60\alpha + 7\alpha^2).$$

Selanjutnya eliminasi sistem persamaan

$$\begin{aligned} \cancel{(5-\alpha)(3-\alpha)} + (30-4\alpha-2\alpha^2)x_2 &= (135-48\alpha+\alpha^2) \\ \cancel{(5-\alpha)(3-\alpha)} + (25-10\alpha+\alpha^2)x_2 &= (125-60\alpha+7\alpha^2) \quad - \\ \hline (5+6\alpha-3\alpha^2)x_2 &= (10+12\alpha-6\alpha^2) \\ x_2 &= \frac{(10+12\alpha-6\alpha^2)}{(5+6\alpha-3\alpha^2)} \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

dan substitusikan $x_2 = 2$ ke dalam $(3-\alpha)x_1 + (5-\alpha)x_2 = (25-7\alpha)$

$$\begin{aligned} (3-\alpha)x_1 + (5-\alpha)x_2 &= (25-7\alpha) \\ \leftrightarrow (3-\alpha)x_1 + (5-\alpha)2 &= (25-7\alpha) \\ \leftrightarrow (3-\alpha)x_1 + (10-2\alpha) &= (25-7\alpha) \\ \leftrightarrow (3-\alpha)x_1 &= (25-7\alpha) - (10-2\alpha) \\ \leftrightarrow x_1 &= \frac{(15-5\alpha)}{(3-\alpha)} = 5 \end{aligned}$$

Contoh 3.3

Diberikan sistem persamaan linier fuzzy sebagai berikut

$$\begin{aligned} \tilde{2}x_1 + \tilde{1}x_2 &= \tilde{8} \\ \tilde{1}x_1 - \tilde{1}x_2 &= \tilde{2} \end{aligned}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing

$$\begin{aligned} \mu_2(x) &= \text{segitiga}(x; 1, 2, 4) & \mu_1(x) &= \text{Trapeسيوم}(x; -2, 0, 2, 4) \\ \mu_1(x) &= \text{segitiga}(x; 0, 1, 2) & \mu_{-1}(x) &= \text{Trapeسيوم}(x; -3, -2, 0, 1) \\ \mu_8(x) &= \text{Trapeسيوم}(x; -1, 6, 10, 20) & \mu_1(x) &= \text{Trapeسيوم}(x; -6, -1, 3, 8) \end{aligned}$$

carilah nilai x_1 dan x_2 nya!

Jawab:

- i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

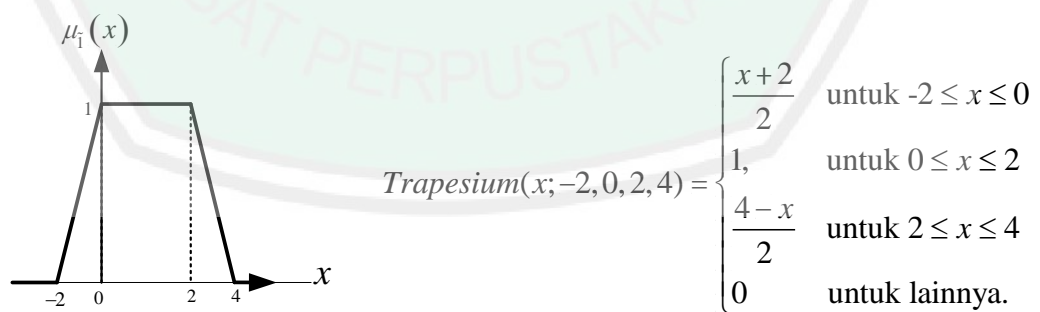
fungsi monoton naik ($\underline{2}$) adalah:

$$\alpha = x - 1 \leftrightarrow x = \alpha + 1$$

fungsi monoton turun ($\bar{2}$) adalah:

$$\alpha = \frac{4-x}{2} \leftrightarrow x = 4 - 2\alpha$$

- ii) Menurut fungsi keanggotaan trapesium, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{1}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x+2}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha - 2$$

fungsi monoton turun ($\bar{1}$) adalah:

$$\alpha = \frac{4-x}{2} \leftrightarrow x = 4 - 2\alpha$$

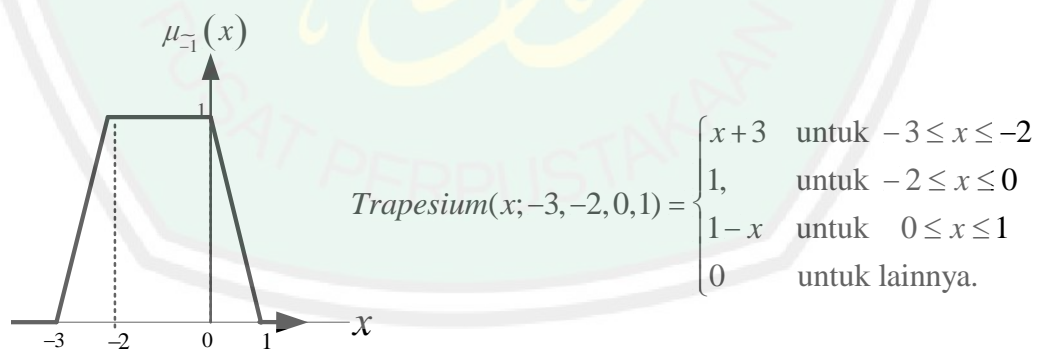
- iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{1}$) adalah: $\alpha = x \leftrightarrow x = \alpha$ fungsi monoton turun ($\bar{1}$) adalah: $\alpha = 2 - x \leftrightarrow x = 2 - \alpha$

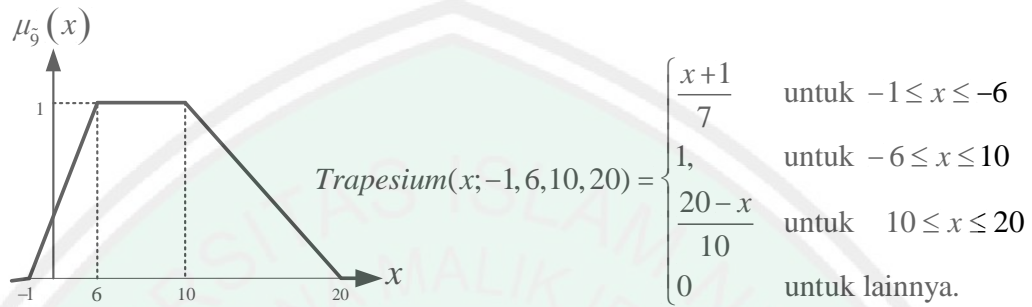
- iv) Menurut fungsi keanggotaan trapesium, maka bilangan fuzzy $\tilde{-1}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{-1}$) adalah: $\alpha = x + 3 \leftrightarrow x = \alpha - 3$ fungsi monoton turun ($\bar{-1}$) adalah: $\alpha = 1 - x \leftrightarrow x = 1 - \alpha$

- v) Menurut fungsi keanggotaan trapesium maka bilangan fuzzy $\tilde{9}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

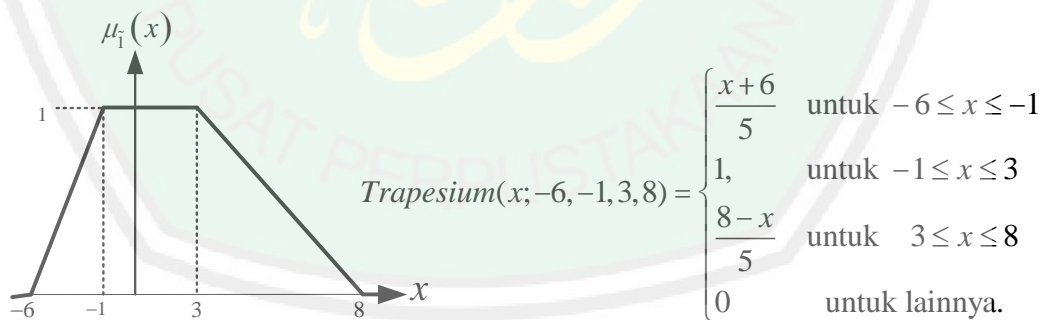
fungsi monoton naik ($\underline{9}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x-1}{7} \leftrightarrow x = 7\alpha - 1$$

fungsi monoton turun ($\bar{9}$) adalah:

$$\alpha = \frac{20-x}{10} \leftrightarrow x = 20 - 10\alpha$$

- vi) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam bentuk gambar dan rumusan sebagai berikut:



Selanjutnya, dapat diperoleh :

fungsi monoton naik ($\underline{1}$) adalah:

$$\alpha = \frac{x+6}{5} \leftrightarrow x = 5\alpha - 6$$

fungsi monoton turun ($\bar{1}$) adalah:

$$\alpha = \frac{8-x}{5} \leftrightarrow x = 8 - 5\alpha$$

Selanjutnya jumlahkan fungsi monoton naik dan turun

$$(\alpha + 1 + 4 - 2\alpha)x_1 + (2\alpha - 2 + 4 - 2\alpha)x_2 = (7\alpha - 1 + 20 - 10\alpha)$$

$$(\alpha + 2 - \alpha)x_1 + (\alpha - 3 + 1 - \alpha)x_2 = (5\alpha - 6 + 8 - 5\alpha).$$

Ekuivalen dengan

$$(5 - \alpha)x_1 + (2)x_2 = (-19 - 3\alpha)$$

$$(2)x_1 + (-2)x_2 = (2).$$

Selanjutnya eliminasi sistem persamaan tersebut

$$(5 - \alpha)x_1 + \cancel{(2)x_2} = (-19 - 3\alpha)$$

$$(2)x_1 + \cancel{(-2)x_2} = (2) \quad -$$

$$(7 - \alpha)x_1 = (21 - 3\alpha)$$

$$x_1 = \frac{(21 - 3\alpha)}{(7 - \alpha)} = 3$$

lalu substitusikan $x_2 = 2$ ke dalam $2x_1 - 2x_2 = 2$

$$2x_1 - 2x_2 = 2$$

$$\leftrightarrow 2 \cdot 3 - 2x_2 = 2$$

$$\leftrightarrow 6 - 2x_2 = 2$$

$$\leftrightarrow x_2 = \frac{2 - 6}{-2} = 2$$

3.3 Penyelesaian Permasalahan yang Belum Jelas (Kabur) dalam Islam

Sebagaimana yang telah diketahui bersama oleh umat islam, sumber hukum tertinggi dalam Islam adalah Al-Qur'an kemudian adalah Hadits. Semua aturan dan permasalahan dalam agama islam akan diselesaikan berdasarkan dua sumber tersebut. Namun seiring berjalannya waktu, permasalahan-permasalahan

yang ditemui umat islam semakin berkembang. Ketika permasalahan-permasalahan tersebut tidak ada dalam Al-Qur'an dan Hadits atau dengan kata lain tidak dapat lagi diselesaikan hanya melalui nash Al-Qur'an dan Hadits. Maka timbullah pemikiran-pemikiran untuk menyelesaikan permasalahan tersebut yakni ijtihad.

Menurut Ensiklopedi ijtihad adalah mengerahkan segala tenaga dan pikiran untuk menyelidiki dan mengeluarkan (meng-istinbat-kan) hukum-hukum yang terkandung di dalam Al-Qur'an dengan syarat-syarat tertentu. Salah satu bentuk dari ijtihad adalah Qiyas. Qiyas menurut ulama ushul adalah menerangkan sesuatu yang tidak ada nashnya dalam Al-Qur'an dan Hadits dengan cara membandingkan dengan sesuatu yang ditetapkan hukumnya berdasarkan nash. Ada juga membuat definisi lain, Qiyas adalah menyamakan sesuatu yang tidak ada nash hukumnya dengan sesuatu yang ada nash hukumnya karena adanya persamaan *'illat* hukum. Dengan demikian Qiyas itu penerapan hukum analogi terhadap hukum sesuatu yang serupa karena prinsip persamaan *'illat* akan melahirkan hukum yang sama pula.

Diantara ayat Al-Qur'an yang dijadikan dalil dasar hukum Qiyas adalah QS. Al-Hasyr ayat 2 yang berbunyi

هُوَ الَّذِي أَخْرَجَ الَّذِينَ كَفَرُوا مِنْ أَهْلِ الْكِتَابِ مِنْ دِيَارِهِمْ لِأَوَّلِ الْحَشْرِ ۗ مَا ظَنَّتُمْ أَنْ تَخْرِجُوهُمْ ۗ وَظُنُّوا أَنَّهم مَانَعَتُهُمْ حُصُونُهُمْ مِنَ اللَّهِ فَأَتَاهُمُ اللَّهُ مِنْ حَيْثُ لَمْ تَحْتَسِبُوا ۗ وَقَذَفَ فِي قُلُوبِهِمُ الرُّعْبَ ۗ يُخْرِبُونَ بُيُوتَهُمْ بِأَيْدِيهِمْ وَأَيْدِي الْمُؤْمِنِينَ فَاعْتَبِرُوا يَا أُولِيَ الْأَبْصَارِ ﴿٢﴾

Artinya: Dia-lah yang mengeluarkan orang-orang kafir di antara ahli kitab dari kampung-kampung mereka pada saat pengusiran yang pertama[1463]. kamu tidak menyangka, bahwa mereka akan keluar dan merekapun yakin, bahwa benteng-benteng mereka dapat mempertahankan mereka dari (siksa) Allah; Maka Allah mendatangkan kepada mereka (hukuman) dari arah yang tidak mereka sangka-sangka. dan Allah melemparkan ketakutan dalam hati mereka; mereka memusnahkan rumah-rumah mereka dengan tangan mereka sendiri dan tangan orang-orang mukmin. Maka ambillah (Kejadian itu) untuk menjadi pelajaran, Hai orang-orang yang mempunyai wawasan.

QS. Al-Hasyr ayat 2 di atas memerintahkan untuk mengambil suatu pelajaran yaitu mengambil sesuatu pada peristiwa untuk diterapkan atau dijadikan landasan pada sesuatu hal yang lain. Demikian pula dengan Qiyas yang mengambil pokok hukum dari suatu permasalahan untuk dijadikan hukum cabang pada permasalahan yang lain.

Dalam menentukan hukum dengan Qiyas maka ada Rukun Qiyas yakni:

1. Dasar (dalil)
2. Masalah yang akan diqiyaskan
3. Hukum yang terdapat pada dalil
4. Kesamaan sebab/alasan antara dalil dan masalah yang diqiyaskan.

Sebagai contoh hukum dari meminum minuman keras adalah haram.

Haramnya minuman keras ini diqiyaskan dengan khamar yang disebut dalam Al-Qur'an

يَأْتِيهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا إِنَّمَا الْخَمْرُ وَالْمَيْسِرُ وَالْأَنْصَابُ وَالْأَزْلَمُ رِجْسٌ مِّنْ عَمَلٍ
الشَّيْطَانِ فَاجْتَنِبُوهُ لَعَلَّكُمْ تُفْلِحُونَ ﴿٩٠﴾

Artinya: Hai orang-orang yang beriman, Sesungguhnya (meminum) khamar, berjudi, (berkorban untuk) berhala, mengundi nasib dengan panah, adalah Termasuk perbuatan syaitan. Maka jauhilah perbuatan-perbuatan itu agar kamu mendapat keberuntungan.(QS. Al-Maidah: 90)

antara minuman keras dan khamr terdapat persamaan *'illat* (alasan), yaitu sama-sama memabukkan. Jadi, walaupun meminum minuman keras tidak ada ketetapan hukumnya dalam Al-Qur'an atau Hadits tetap diharamkan karena mengandung persamaan *'illat* / sebab hukum yang sama dengan khamr.

Perkembangan suatu permasalahan tidak hanya terjadi dalam dunia islam, tetapi juga dalam dunia matematika. Ketika suatu ilmu mengalami perkembangan maka ada pula permasalahan yang muncul yang membutuhkan suatu penyelesaian.

Dalam bidang aljabar, ada logika yang dinamakan logika tegas. Selanjutnya logika tegas berkembang menjadi logika kabur (logika fuzzy). Logika tegas merupakan suatu kajian bidang ilmu yang berkaitan dengan bilangan dan operasi tegas yang sudah lebih dahulu muncul dan permasalahan yang ada di dalamnya sudah memiliki penyelesaian-penyelesaian. Maka seperti halnya dalam permasalahan dunia Islam, dimana permasalahan yang belum ada ketentuan hukumnya dapat ditetapkan dengan mengacu pada hukum-hukum yang ada, begitu pula dengan permasalahan pada logika tegas dan logika fuzzy.

Penyelesaian permasalahan yang ada pada logika fuzzy didasarkan pada logika tegas yang lebih dahulu ada, karena dua logika ini memiliki komponen yang sama, dalam logika tegas, ada bilangan tegas dan operasi tegas sedangkan dalam logika fuzzy juga ada bilangan dan operasi fuzzy. Jika dalam bilangan tegas A hanya ada satu unsur, maka bilangan fuzzy \tilde{A} terdiri dari beberapa unsur yang bilangan lainnya berada pada sekitar bilangan A . Dengan demikian bilangan fuzzy analog dengan bilangan tegas.

Diberikan contoh permasalahan yakni $3+4=7$ dalam artian bilangan tiga jika dijumlahkan dengan bilangan empat maka hasilnya adalah bilangan tujuh. Berdasarkan pada aturan ini, maka berlaku juga bahwa $\tilde{3}+\tilde{4}=\tilde{7}$ yaitu bilangan yang berada pada sekitar bilangan tiga apabila dijumlahkan dengan bilangan yang berada pada sekitar bilangan empat, maka hasilnya adalah bilangan yang berada pada sekitar bilangan tujuh.

Berdasarkan hal seperti pada contoh paragraf di atas, maka permasalahan yang lain yang ada dalam logika fuzzy juga didasarkan pada logika tegas seperti halnya juga Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang penyelesaian didasarkan pada penyelesaian Sistem Persamaan Linier. Hal ini sesuai dengan tuntunan dalam permasalahan Islam yaitu untuk menyelesaikan permasalahan yang belum ada ketetapanannya maka dapat dengan mendasarkan pada permasalahan yang lebih dahulu ada dan sudah memiliki ketetapan karena adanya persamaan sebab-sebab tertentu.

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan pembahasan yang telah diberikan, maka kesimpulan dari penelitian ini yakni prosedur penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) dengan bentuk umum $\tilde{A}X = \tilde{b}$ dimana \tilde{A} adalah koefisien fuzzy, X adalah variabel *crisp*, dan \tilde{b} adalah konstanta fuzzy yaitu:

- a. Merepresentasikan (SPLF) dalam bentuk fungsi parameter monoton naik dan turun $(\underline{A}, \overline{A})X = \underline{b}, \overline{b}$.
- b. Menjumlahkan fungsi monoton naik dan turun $(\underline{A} + \overline{A})X = (\underline{b} + \overline{b})$ atau dengan cara lain yaitu membentuk *center* dari SPLF $\tilde{A}^c X = \tilde{b}^c$ dimana $\tilde{A}^c = (\underline{A} + \overline{A})/2$ dan $\tilde{b}^c = (\underline{b} + \overline{b})/2$.
- c. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (SPL) pada langkah b, solusi dari SPL merupakan solusi dari SPLF jika memenuhi

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j = \sum_{j=1}^n \overline{a_{kj}} x_j = \underline{b} \\ \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j = \sum_{j=1}^n \overline{a_{kj}} x_j = \overline{b} \end{array} \right. .$$

4.2 Saran

Skripsi ini membahas penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan bentuk umum $\tilde{A}X = \tilde{b}$, maka selanjutnya penelitian ini dapat dikembangkan lagi yaitu dengan:

1. Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier Fuzzy secara numerik.
2. Membuat program dari penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy secara numerik.



DAFTAR PUSTAKA

- Abbasbandy, S. dan Alavi, M.. 2005. A method for solving fuzzy linear system. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*. Vol.2, Hal.37–43.
- Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.
- Al-Qarni, A.. 2008. *Tafsir Muyassar*. Jakarta: Qisthi Press.
- Amirfakhrian, M. 2007. Numerical Solutoin of Fuzzy System of Linear Equation with Polinomial Parametric Form. *International Journal of Computer Mathematics*. Vol.84, Hal.1089-1097.
- Anton, H. dan Rorres, C.. 2004. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Behera, D. dan Chakraverty, S.. 2012. Solution of Fuzzy System of Linear Equation with Polinomial Parametric Form. *International Journal of Applications and Applied Mathematics*. Vol.7, Hal.648-657.
- Chen, G. dan Pham, T.T.. 2000. *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems*. London: CRC Press.
- Dubbois, D. dan Prade, H.. 1980. *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*. New York: Academic Press.
- Ghoffar, A.I.. 2006. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Pustaka Imam Syafi'i.
- Klir, G.J.. dan Yuan, B.. 1995. *Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. New Jersey: Prentice Hall International, INC.
- Kusumadewi, S. dan Purnomo, H.. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Sivanandam, Sumathi dan Deepa. 2006. *Introduction to Fuzzy Logic Using Matlab*. India: Springer.
- Susilo, F.. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Sari, R.. 2012. *Persamaan Fuzzy*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Wang, L.. 1997. *A Cause In Fuzzy System and Control*. New York: Prentice Hall.

Zhang, H. dan Liu, D.. 2006. *Interval Type-2 Fuzzy Hidden Markov Models*. Hungary: Proc. of IEEE FUZZ Conference, Budapest.





**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./ Fax.(0341) 558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Sefiana Noor Cholidah
NIM : 09610048
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel *Crisp*
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Abdul Aziz, M.Si

No	Tanggal	Hal yang Dikonsultasikan	Tanda Tangan
1	11 Desember 2012	Konsultasi Bab I	1.
2	12 Desember 2012	Konsultasi Bab I	2.
3	14 Desember 2012	Konsultasi Bab I Agama	3.
4	16 Januari 2013	Konsultasi Bab II	4.
5	17 Januari 2013	Konsultasi Bab II	5.
6	07 Pebruari 2013	Konsultasi Bab II,III	6.
7	21 Pebruari 2013	Konsultasi Bab II,III	7
8	22 Pebruari 2013	Konsultasi Bab III	8.
9	06 Maret 2013	Konsultasi Bab III	9.
10	13 Maret 2013	Konsultasi Bab I,II Agama	10.
11	21 Maret 2013	Konsultasi Bab I,II Agama	11.
12	16 Mei 2013	Konsultasi Bab III,IV	12.
13	25 Mei 2013	ACC BAB I,II,III,IV	13

Malang, 10 Juni 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001