ESTIMASI PARAMETER REGRESI SPASIAL LAG DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL

SKRIPSI

Oleh:

INDAH RAHMAWATI

NIM: 07610080

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM

MALANG

2011

ESTIMASI PARAMETER REGRESI SPASIAL LAG DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Univeritas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk memenuhi salah satu persyaratan
dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
INDAH RAHMAWATI
NIM: 07610080

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

HALAMAN PERSETUJUAN

ESTIMASI PARAMETER REGRESI SPASIAL LAG DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL

SKRIPSI

Oleh:

INDAH RAHMAWATI

NIM: 07610080

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji:

Tanggal: 22 Juli 2011

Pembimbing I	Pembimbing II
Sri Harini, M.Si	Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002	NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

ESTIMASI PARAMETER REGRESI SPASIAL LAG DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL

SKRIPSI

Oleh:

INDAH RAHMAWATI

NIM: 07610080

Skripsi ini telah dipertahankan di depan Dewan Penguji
dan dinyatakan diterima sebagai salah satu persyaratan
dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 22 Juli 2011

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	____________________
2. Ketua	: Hairur Rahman, M.Si NIP. 19800429 200604 1 003	____________________
3. Sekretaris	: Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200112 2 002	____________________
4. Anggota	: Fachrur Rozi, M.Si NIP. 19800527 200801 1 012	____________________

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SEMBOYAN

Barangsiapa yang menginginkan dunia, maka dengan ilmu

dan barangsiapa yang menginginkan akhirat, maka dengan ilmu

dan barangsiapa yang menginginkan keduanya, maka dengan ilmu pula

HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini dipersembahkan untuk:

Abdul Rochim dan Chomsiyah, selaku orangtua tercinta

Rochmy Irsyadi, selaku mas tercinta

Irsiya Rochmaya, selaku mbak tercinta

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Indah Rahmawati

NIM : 07610080

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Regresi Spasial Lag dengan Metode Kuadrat Terkecil

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Juli 2011
Hormat Kami,

Indah Rahmawati
NIM. 07610080

KATA PENGANTAR

Dengan menyebut nama Allah swt. yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang

Hal yang paling utama disampaikan terima kasih kepada Allah swt. yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi ini sampai selesai. Tak lupa shalawat serta salam peneliti junjungkan pada Nabi Muhammad saw. yang telah membawa kita sekalian dari kegelapan menuju kehidupan yang terang benderang dengan ajarannya, yakni agama Islam.

Dengan selesainya penelitian ini, peneliti telah mendapat banyak pelajaran, khususnya tentang Regresi Spasial Lag, dari banyak orang. Peneliti sampaikan pula banyak terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU.DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika.
4. Sri Harini, M.Si, selaku Pembimbing Skripsi Matematika.
5. Fachrur Rozi, M.Si dan Umaiyatus Sarifah, M.A, selaku Pembimbing Skripsi Keagamaan.
6. Munirul Abidin, M.Ag dan Abdul Aziz, M.Si, selaku Konsultan Skripsi Bahasa Arab dan Bahasa Inggris.

7. Abdul Aziz, M.Si; Hairur Rahman, M.Si; Sri Harini, M.Si; dan Fachrur Rozi, M.Si, selaku Dewan Penguji Skripsi.
8. Seluruh dosen di Jurusan Matematika.
9. Abdul Rochim dan Chomsiyah, selaku orangtua tercinta.
10. Rochmi Irsyadi dan Irsiya Rochmaya, juga keluarga sekalian, selaku saudara tercinta.
11. Babur Rachman, S.E, selaku kekasih tercinta.
12. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika, khususnya angkatan 2007.
13. Mamlu'atul Hasanah, M.Pd, selaku dosen wali Program Khusus Pengembangan Bahasa Arab di kelas B1 tahun 2007-2008.
14. Seluruh teman-teman Program Khusus Pengembangan Bahasa Arab di kelas B1 tahun 2007-2008.
15. Seluruh Gus dan Ning di Lembaga Kajian, Penelitian, dan Pengembangan Mahasiswa.
16. Seluruh teman-teman di Ikatan Lembaga Penelitian dan Penalaran Mahasiswa Indonesia.
17. Seluruh Musyrif/musyrifah dan Murabbi/Murabbiyah periode 2008-2009 di Ma'had Sunan Ampel al-'Aly Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
18. Seluruh teman-teman di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika periode 2008 dan 2009.
19. Seluruh teman-teman di Badan Eksekutif Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi periode 2010.

20. Seluruh dulur-dulur di Organisasi Daerah Forum Komunikasi Mahasiswa Banyuwangi.
21. Seluruh teman-teman kos 52/58.
22. Seluruh kawan-kawan di Himpunan Mahasiswa Islam.
23. Seluruh sahabat-sahabati di Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia.
24. Seluruh sivitas akademika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
25. Saudara-saudara lain yang namanya tidak bisa peneliti sebut satu persatu.

Akhirnya, peneliti berharap bahwa penelitian ini dapat bermanfaat bagi diri sendiri maupun pembaca sekalian.

Malang, 10 Juli 2011

Indah Rahmawati
NIM. 07610080

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

No.	Simbol	Baca	Keterangan
1.	y	y	Vektor peubah dependen berukuran (n x 1) dan penulisannya dengan huruf kecil
2.	ρ	rho	Koefisien autoregresif spasial lag berupa matriks berukuran (n x n)
3.	$\boldsymbol{W}$	w	Matriks pembobot spasial berukuran (n x n) dan penulisannya huruf besar dan tebal
4.	$\boldsymbol{X}$	x	Matriks peubah dependen berukuran (n x n) dan penulisannya dengan huruf besar dan tebal
5.	β	beta	Vektor koefisien regresi berukuran (n x 1)
6.	$\boldsymbol{u}$	u	Vektor *error* yang diasumsikan mengandung autokorelasi
7.	λ	lambda	Koefisien autoregresif spasial *error* berupa matriks berukuran (n x n)
8.	ε	epsilon	Vektor berukuran (n x 1)

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Rahmawati, Indah. 2011. **Estimasi Parameter Regresi Spasial Lag dengan Metode Kuadrat Terkecil.** Skripsi. Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Sri Harini, M.Si
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Regresi spasial adalah salah satu metode untuk menyelesaikan model analisis regresi dengan memperhatikan pengaruh lokasi. Hal ini terjadi karena adanya autokorelasi pada model regresi linier, yang menyebabkan model regresi linier menjadi tidak efisien. Dalam regresi spasial terdapat beberapa model, salah satunya adalah model regresi spasial lag. Model regresi spasial lag merupakan konstruksi model dari regresi spasial. Pada model regresi spasial lag, terdapat beberapa parameter yang harus diestimasi, dua diantaranya adalah beta dan varians. Dalam penelitian ini, akan dianalisis dua estimasi parameter tersebut yang terdapat pada regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil. Langkah selanjutnya yaitu dilakukan statistik uji untuk menguji ada tidaknya perbedaan pengaruh antara model regresi linier dengan model regresi spasial lag.

Kesimpulan yang dapat diambil dari model regresi spasial lag yaitu hasil estimasi parameternya adalah $\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$ dan $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$. Sedangkan hasil uji hipotesis yang membandingkan antara model regresi linier yaitu $y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$ dengan model regresi spasial lag yaitu $y = \boldsymbol{W}y + \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$; menyatakan bahwa kedua model tersebut berbeda. Dari kedua model tersebut, model yang paling tepat digunakan dalam mengolah data dengan memperhatikan lokasi adalah model regresi spasial lag.

***Kata kunci**: Estimasi, Parameter, Regresi, Statistik Uji.*

ABSTRACT

Rahmawati, Indah. 2011. **Parameter Estimation of Spatial Lag Regression using Ordinary Least Square Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Sri Harini, M.Si
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Regression spatial is one of methods to solve analysis regression model by affecting local influences. This is happen because there is no error dependence each other (autocorrelation) in linear regression model, which make the model becomes inefficient. Many models in the spatial regression, one of them is spatial lag regression model. Spatial lag regression is a construction model from spatial regression model. In spatial lag regression model, there are many parameters, they are beta and variance. In this thesis, will be estimate both of them using ordinary least square method. Next step, the researcher will test the statistic to analyze the influence, there or not the influence between linear regression model and spatial lag regression model.

The conclusion from this thesis is the result of spatial lag regression parameters estimation form, $\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$ and $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$. Also, the result of testing the statistic which is compared between linear regression model and spatial lag regression model is spatial lag regression model is better than linear regression model to take right decision, based on thesis data.

Keywords: *Estimation, Parameter, Regression, Test the Statistic.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Penelitian

Regresi merupakan salah satu alat analisis yang digunakan untuk mencari hubungan dan model matematika antara variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Satu hal terpenting dari asumsi-asumsi pada analisis regresi adalah tidak adanya ketergantungan *error* satu sama lain (hubungan bersama). Hal ini disebut dengan kondisi yang stasioner. Jika secara lokal geografi ada asumsi yang menyatakan bahwa adanya hubungan secara spasial, maka tidak akan valid jika menggunakan analisis regresi. Hal ini terjadi karena adanya pengaruh lokal secara spasial yang sangat berpengaruh untuk membuat kesimpulan umum.

Analisis regresi biasanya dibentuk untuk kondisi dimana sebuah variabel yang diperhatikan, dihubungkan dengan satu atau lebih ukuran lain yang dibuat pada objek yang sama. Tujuan dari analisis tersebut untuk menggunakan data (nilai observasi variabel) dalam memperkirakan bentuk suatu hubungan (Searle, 1971:75).

Jika satu dari beberapa asumsi tidak terpenuhi dalam analisis regresi, maka kesimpulan yang akan dihasilkan dalam analisis regresi tidak cocok untuk pembuatan model dan kondisinya pun tidak stasioner. Salah satu cara untuk menyelesaikan masalah tersebut yaitu mengaplikasikan analisis regresi spasial. Jadi, regresi spasial merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan analisis regresi spasial dengan memperhatikan pengaruh lokasi. Jika analisis regresi tetap digunakan, maka akan menunjukkan adanya kesalahan pengambilan keputusan dalam membuat kesimpulan.

Anggapan bahwa data spasial tidak terikat secara umum, maka pengaruh kesimpulan secara statistik pada model regresi diaplikasikan untuk data spasial yang diperkirakan. Sebuah angka percobaan yang telah dibuat untuk menjelaskan rangka regresi pada salah satu pengaruh spasial yang diambil dalam perhitungan. Pendekatan ini dapat disimpulkan dan dideskripsikan secara umum sebagai model regresi spasial. Ketika model secara umum tidak diperhatikan sebagaimana model lokal, maka akan menganggap sifat dasar lokal dari data spasial, misalnya, dengan menganggap adanya *error* pada setiap observasi tersebut bebas. Pada setiap bagian, jika setiap observasi dihubungkan dalam pendekatan spasial tertutup akan ada keterkaitan antara satu dengan yang lain (Fotheringham, 2002:21).

Beberapa peneliti telah melakukan beberapa kegiatan penelitian yang mengaplikasikan analisis regresi spasial untuk menyelesaikan masalah mereka, khususnya hal-hal yang berhubungan dengan lokasi spasial. Baru-baru ini, beberapa pendekatan telah diusulkan untuk menggabungkan ketidakstabilan struktur spasial atau simpangan spasial dalam model tertentu. Misalnya, Anselin (1998, 1990) telah meneliti model regresi dengan perubahan struktur spasial, Casseti (1972, 1986), Jones and Casetti (1992), and Fotheringham and Pitts (1995) telah mempelajari macam-macam spasial dengan metode pengembangan.

Kemudian, ada pula Mei yang menggunakan teknik Geographically Weighted Regression (GWR) untuk menganalisis data spasial, dan Leung yang juga menggunakan teknik GWR yang memeriksa ketidakstasioneran spasial dengan menerapkan perkalian model regresi disertai dengan hubungan yang berbeda untuk mengadakan titik yang berbeda di suatu ruang; begitu pula dengan Paez (2003) yang juga membuat penelitian tentang model interpolasi spasial dasar takstasioner.

Salah satu ayat yang menyebutkan perihal regresi tercantum dalam surat al-Luqman: 34 sebagaimana berikut.

إِنَّ ٱللَّهَ عِندَهُۥ عِلۡمُ ٱلسَّاعَةِ وَيُنَزِّلُ ٱلۡغَيۡثَ وَيَعۡلَمُ مَا فِي ٱلۡأَرۡحَامِۖ وَمَا تَدۡرِي نَفۡسٞ مَّاذَا

تَكۡسِبُ غَدٗاۖ وَمَا تَدۡرِي نَفۡسُۢ بِأَيِّ أَرۡضٖ تَمُوتُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرُۢ ٣٤

Artinya: *"Sesungguhnya Allah, hanya pada sisi-Nya sajalah pengetahuan tentang hari Kiamat; dan Dia-lah yang menurunkan hujan, dan mengetahui apa yang ada dalam rahim. Dan tiada seorang pun yang dapat mengetahui (dengan pasti) apa yang akan diusahakannya besok. Dan tiada seorang pun yang dapat mengetahui di bumi mana dia akan mati. Sesungguhnya Allah Maha Mengetahui lagi Maha Mengenal."*

Dari ayat di atas diterangkan bahwa agar manusia selalu berusaha atau melakukan segala hal sesuai dengan kemampuannya. Sebagai manusia, kita tidak mengetahui dengan pasti seperti apakah keputusan akhir Allah swt. tersebut. Kita harus berusaha dengan keras, yang tentunya disesuaikan dengan kemampuan, sampai dengan hasil yang terbaik. Kita juga tidak mengetahui dengan pasti keputusan akhir yang diberikan Allah swt. kepada manusia. Kita harus memperkirakan suatu keputusan. Akan tetapi, pada akhirnya, hanya Allah swt. pulalah yang menetukan hasil akhirnya.

Oleh karena itu, peneliti mencoba membuat sebuah penelitian dalam skripsi ini menggunakan analisis regresi spasial yang berjudul "Estimasi Parameter Regresi Spasial Lag dengan Metode Kuadrat Terkecil", yang merupakan suatu penelitian pengembangan dari penelitian-penelitian sebelumnya.

1.2 Perumusan Masalah Penelitian

Berdasarkan latar belakang penelitian yang telah dijelaskan di atas, masalah yang dibahas di sini yaitu:

1. Bagaimana mendapatkan hasil estimasi parameter regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil?
2. Bagaimana mendapatkan keputusan akhir dari statistik uji antara model regresi linier global yang dibandingkan dengan model regresi spasial lag?

1.3 Batasan Masalah Penelitian

Batasan masalah penelitian yang tercantum dalam skripsi ini menjelaskan tentang model regresi spasial lag, dimana parameter lambda sama dengan nol karena lambda merupakan koefisien autoregresif spasial *error*, dan rho sama dengan matriks identitas. Dari model tersebut, peneliti akan mengestimasi parameter beta dan varians. Selanjutnya, peneliti juga akan menguji hipotesis dari model regresi linier dengan model regresi spasial lag dengan model statistik uji.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dilakukannya penelitian dalam skripsi ini adalah:

1. Untuk mendapatkan hasil estimasi parameter regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil.
2. Untuk mendapatkan keputusan akhir dari statistik uji antara model regresi linier global yang dibandingkan dengan model regresi spasial lag.

1.5 Manfaat Penelitian

Dilakukannya sebuah penelitian dalam skripsi ini akan sangat bermanfaat, khususnya bagi:

1. Para Peneliti

Manfaat yang dapat diambil dari hasil penelitian ini adalah menambah pengetahuan tentang estimasi parameter regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil, uji hipotesis regresi spasial lag, dan dapat menjelaskan aplikasi dari penelitian tersebut.

2. Para Pembaca

Pembaca dapat mengambil sebuah pelajaran dari adanya penelitian ini, khususnya yang sedang mempelajari regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil. Skripsi ini juga dapat dijadikan sebuah referensi dalam pengembangan penelitian.

3. Instansi/Lembaga

Skripsi ini dapat dijadikan sebagai koleksi skripsi di perpustakaan UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, khususnya di Jurusan Matematika. Selain itu, skripsi ini juga dapat digunakan sebagai referensi bagi peneliti selanjutnya, khususnya bagi para mahasiswa yang sedang belajar di Jurusan Matematika.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penyelesaian skripsi ini menggunakan metode kajian pustaka, yaitu dengan cara mengumpulkan data lapangan dan membaca sekaligus mengkaji berbagai macam literatur, seperti buku, jurnal, dan lain sebagainya; yang berhubungan dengan penelitian.

Untuk menyelesaikan masalah penelitian dalam skripsi ini, peneliti membuat alur penelitian estimasi parameter regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil sebagaimana berikut:

1. Menetapkan model regresi spasial lag.
2. Mendapatkan estimasi parameter model regresi spasial lag dengan metode kuadrat terkecil.
3. Membuktikan estimasi takbias linier terbaik dari regresi spasial lag.
4. Melakukan uji statistik dari model regresi linier global yang dibandingkan dengan model regresi spasial lag.
5. Mengaplikasikan persamaan regresi linier pada perolehan data jaringan sungai yang mengalir dibendungan Selorejo dengan Minitab.
6. Mengaplikasikan persamaan regresi spasial lag pada perolehan data jaringan sungai yang mengalir dibendungan Selorejo dengan program GWR.
7. Pengambilan kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan Penelitian

Untuk melengkapi skripsi ini, peneliti akan menuliskan hasil penelitian menjadi empat bab. Pada bab pertama diberikan sebuah pendahuluan atau sebuah pengantar penelitian. Bab tersebut terdiri dari latar belakang penelitian, perumusan masalah penelitian, batasan masalah penelitian, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan juga sistematika penulisan penelitian.

Bab selanjutnya yaitu bab dua, yang memaparkan beberapa literatur yang mendukung penelitian. Dalam mengulas literatur, akan ditulis teori-teori yang mendasari kajian yang dibahas yaitu tentang estimasi parameter, regresi, metode kuadrat terkecil, uji hipotesis, dan ayat estimasi dalam al-Qur'an dan kisah Nabi Muhammad saw., serta ayat pengambilan kesimpulan dalam al-Qur'an.

Pada bab tiga, akan dibahas dua perumusan masalah penelitian dalam skripsi ini yang kemudian diaplikasikan dalam suatu kasus pada perolehan data debit air yang diperoleh dari bendungan Selorejo dengan melihat karakteristik sungai yang masuk ke dalam bendungan tersebut dengan program GWR, yang dibuat dalam program Matlab.

Sedangkan pada bab empat yang akan menyimpulkan seluruh penelitian dan juga saran.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Estimasi Parameter

Dalam statistik, estimasi adalah metode untuk mengetahui taksiran nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Nilai-nilai populasi sering disebut dengan parameter populasi. Sedangkan nilai-nilai sampelnya disebut dengan statistik sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasi tersebut berupa nilai rata-rata yang diberi notasi m dan simpangan baku dengan notasi s. Dengan menggunakan data sampel, maka peneliti berusaha untuk mengetahui karakteristik populasi.

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel (statistik) untuk memperkirakan hubungan parameter dengan populasi yang tidak diketahui. Estimasi juga merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan sampel. Dalam hal ini, peubah acak yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002:11).

Menurut Yitnosumarto (1990:211-212) pula, estimasi adalah anggota peubah acak dari statistik (yang anggota peubahnya diturunkan). Adapun besaran sebagai hasil penerapan terhadap data dari sebuah contoh disebut nilai taksir.

Dalam statistika, salah satu konsep paling dasar adalah penarikan sampel (sampling). Sampel diambil dari suatu kelompok yang lebih besar, yang disebut populasi. Jadi, populasi sering dikatakan sebagai himpunan keseluruhan objek yang diselidiki, sedang sampel merupakan himpunan bagian populasi. Karakteristik atau konstanta dari suatu populasi disebut parameter. Sedangkan suatu harga yang dihitung dari sampel dinamakan statistik (Turmudzi dan Harini, 2008:14).

2.1.1 Estimasi Titik

Diberikan sebuah parameter yang cukup menarik, seperti sebuah populasi mean (μ) atau populasi perbandingan (ρ). Tujuan dari titik estimasi yaitu untuk mencari sampel, kemudian menghitung bilangan atau angka yang memberikan hasil atau nilai akhir yang benar dari suatu parameter. Hasilnya disebut titik estimasi.

Definisi:

Sebuah estimasi titik parameter θ adalah bilangan tunggal yang dapat disepakati sebagai nilai θ dengan tepat. Estimasi titik diperoleh dengan memilih statistika yang tepat dan menghitung nilainya dari sampel data yang diberikan. Statistika yang terpilih disebut dengan estimator titik θ (Devore, 2004:254).

2.1.2 Estimator Takbias

Definisi:

Estimator titik $\hat{\theta}$ disebut dengan estimator takbias dari θ jika $E[\hat{\theta}] = \theta$, untuk setiap nilai yang mungkin dari θ. Jika $\hat{\theta}$ takbias, maka perbedaan $E[\hat{\theta}] - \theta$ merupakan bias dari θ (Devore, 2004:257).

2.2 Regresi

Analisis regresi merupakan cabang dari ilmu statistik yang mempelajari tentang analisis hubungan antara variabel dependen dengan himpunan variabel independen. Tujuan dari analisis regresi ini adalah untuk membuat model terbaik sehingga dapat menggambarkan bentuk antarvariabel. Dengan begitu, peneliti mampu memprediksi variabel dependen berdasarkan variabel independen dengan *error* minimum (Johnson dan Wichern, 1998:377).

2.2.1 Model Regresi Linier

Menurut Johnson dan Wichern (1998:378), model regresi linier dengan respon tunggal dapat dinyatakan dengan bentuk:

$$y = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{X}_1 + \beta_2 \boldsymbol{X}_2 + \cdots + \beta_r \boldsymbol{X}_r + \varepsilon \quad (2.1)$$

dimana:

y = variabel dependen

β = koefisien regresi

$\boldsymbol{X}$ = variabel independen

ε = *error*

Jika pencarian variabel dependen dan nilai gabungan variabel independen yang dinyatakan dengan model secara komplit, maka dapat ditulis sebagaimana berikut:

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{X}_{1,1} + \beta_2 \boldsymbol{X}_{2,1} + \cdots + \beta_r \boldsymbol{X}_{r,1} + \varepsilon_1 \tag{2.2}$$

$$y_2 = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{X}_{1,2} + \beta_2 \boldsymbol{X}_{2,2} + \cdots + \beta_r \boldsymbol{X}_{r,2} + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$y_n = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{X}_{1,n} + \beta_2 \boldsymbol{X}_{2,n} + \cdots + \beta_r \boldsymbol{X}_{r,n} + \varepsilon_n$$

Persamaan (2.2) jika dinyatakan dalam bentuk matriks, maka dapat ditulis dengan:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{X}_{1,1} & \boldsymbol{X}_{2,1} & \cdots & \boldsymbol{X}_{r,1} \\ 1 & \boldsymbol{X}_{1,2} & \boldsymbol{X}_{2,2} & \cdots & \boldsymbol{X}_{r,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \boldsymbol{X}_{1,n} & \boldsymbol{X}_{2,n} & \cdots & \boldsymbol{X}_{r,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

atau dapat diringkas dengan:

$$y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{2.4}$$

dan *error* diasumsikan dengan:

1. $E(\varepsilon) = 0.$ (2.5)

2. $Var\ (\varepsilon) = \sigma^2$ (konstan). (2.6)

2.2.2 Model Regresi Spasial

Menurut LeSage (1999:24), model umum regresi spasial ditunjukkan dengan:

$$y = \rho \boldsymbol{W}_1 y + \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{u} \tag{2.7}$$

dan $\boldsymbol{u} = \lambda \boldsymbol{W}_2 \boldsymbol{u} + \varepsilon$

$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathrm{I})$

dimana:

y = vektor peubah dependen

ρ = koefisien autoregresif spasial lag

$\boldsymbol{W}_1$ = matriks bobot spasial lag

$\boldsymbol{X}$ = matriks peubah dependen

β = vektor koefisien regresi

$\boldsymbol{u}$ = vektor *error* yang diasumsikan mengandung autokorelasi

λ = koefisien autoregresif spasial *error*

$\boldsymbol{W}_2$ = matriks bobot spasial *error*

ε = vektor *error*

2.2.3 Model Regresi Spasial Lag

Berdasarkan model umum (2.7), menurut Anselin (1988) dalam Nitiviyaja (2007:8), dapat diperoleh model spesial dengan cara tidak membatasinya. Dengan menetapkan bahwa lambda sama dengan nol dan rho sama dengan matriks identitas, maka akan menghasilkan model regresi spasial lag sebagai berikut:

$$y = \boldsymbol{W}y + \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{2.8}$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathrm{I})$$

2.3 Aturan Diferensial

Chow (1988:37) mengulas aturan diferensial sebagai berikut:

$\frac{\partial \beta^T \alpha}{\partial \beta} = \alpha$ dan $\frac{\partial (\beta^T \boldsymbol{X}\beta)}{\partial \beta} = \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{X}^T\beta$, dimana β dan α merupakan vektor kolom, $\boldsymbol{X}$ merupakan matriks persegi, dan turunan fungsi skalar (f) dengan melihat vektor β, $\left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)$, didefinisikan sebagai turunan vektor (f) dengan memperhatikan elemen-elemen β.

2.4 Metode Kuadrat Terkecil

Menurut Searle (1971:86-88), untuk memperoleh estimator, maka dapat diperoleh dengan cara mengkuadratkan *error* dari model regresi tertentu, yang kemudian menurunkannya. Tujuan dari mengkuadratkan *error* tersebut yaitu untuk mencari nilai β dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat dari *error* tersebut. Pada model regresi linier global (2.4), hasil estimasi parameter β-nya menurut Rancher (2000:142-143) yaitu:

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T y \qquad (2.9)$$

Begitu pula dalam menentukan estimasi σ^2. Dengan metode kuadrat terkecil pada model regresi linier global, didapatkan hasil estimasi $\hat{\sigma}^2$, yaitu:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}(y - \boldsymbol{X}\beta)^T(y - \boldsymbol{X}\beta) \qquad (2.10)$$

2.5 Statistik Uji

Sebuah parameter dapat diestimasi pula dari sampel data pula dengan bilangan tunggal (estimasi titik) atau semua interval dari nilai yang masuk akal (interval jelas). Bagaimanapun, pencarian objektif tersebut tidak untuk mengestimasi parameter, tetapi untuk menentukan dua pernyataan yang bertentangan terkait parameter yang sesuai. Metode untuk memenuhi hal itu terdiri dari statistik inferensia yang disebut dengan uji hipotesis. Jadi, uji hipotesis adalah suatu cara menggunakan data sampel untuk mengevaluasi kebenaran hipotesis dari populasi (Turmudzi dan Harini, 2008:247).

Dalam statistika, dikenal dua macam hipotesis, yaitu hipotesis nol dan hipotesis alternatif. Hipotesis nol merupakan suatu pegangan sementara, sehingga memungkinkan untuk memutuskan sesuatu yang diuji masih menspesifikasikan menerima hipotesis nol atau tidak. Hipotesis alternatif merupakan alternatif dari hipotesis nol, yaitu keputusan apa yang harus ditentukan bila yang diuji tidak sebagaimana yang dispesifikasikan oleh hipotesis nol (Turmudzi dan Harini, 2008:247).

Tujuan pengujian hipotesis adalah memilih salah satu dari dua hipotesis tersebut. Pengujian hipotesis berdasarkan sifat saling asing, artinya jika satu hipotesis ditolak, maka hipotesis lainnya diterima.

Definisi:

Hipotesis nol, yang ditunjukkan dengan H_0, pada awalnya diasumsikan sebagai pernyataan yang benar. Hipotesis alternatif, ditunjukkan dengan H_1, yang merupakan kontradiksi dari H_0. Hipotesis nol akan ditolak jika dan hanya jika sampel menyatakan bahwa H_0 salah. Jika sampel tidak kuat, maka kontradiksi dari H_0, yaitu menerima hipotesis nol. Dua kesimpulan yang mungkin terjadi dari analisis uji hipotesis adalah menolak H_0 atau menerima H_0 (Devore, 2004:316).

Menurut Devore (2004:596) pula, secara statistik dapat dibuat dengan bentuk uji hipotesis yaitu membandingkan antara hipotesis nol (H_0) dengan hipotesis alternatif (H_1), yang dapat ditulis dengan:

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k;\ \forall i = 1,2, \dots, n;\ \forall k = 1,2, \dots, p$

H_1: Sedikitnya ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$

Berdasarkan model statistik uji di atas, selanjutnya dicari himpunan parameter di bawah H_0 dari model regresi linier dan dicari pula himpunan parameter di bawah H_1 di bawah populasi dari model regresi spasial lag.

Setelah didapat himpunan parameter di bawah H_0 dan H_1, selanjutnya ditentukan statistik uji menggunakan metode uji rasio log-likelihood yaitu:

$$\Lambda = \frac{\mathrm{L}(\omega)}{\mathrm{L}(\Omega)} \quad (2.11)$$

Dengan menggunakan statistik uji F dari persamaan (2.11) dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\text{SSE } H_0}{\text{SSE } H_1} \\ &= \frac{\hat{\sigma}^2{}_{\omega}}{\hat{\sigma}^2{}_{\Omega}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Jika keputusan yang didapat adalah $F_{hitung} > F_{tabel}$, maka akan diambil kesimpulan yaitu menolak H_0 pada taraf nyata α yang telah ditentukan.

2.6 Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan distribusi yang mendasari beberapa metode statistika yang digunakan untuk menganalisis data. Hal itu dicetuskan awal pada tahun 1733 oleh De Moivre sebagai bentuk batas dari fungsi kepadatan binomial sebagai angka percobaan yang tidak terhingga. Penemuan ini awalnya tidak terlalu mendapat banyak perhatian. Lalu, distribusi ini ditemukan lagi oleh Laplace dan Gauss setengah abad kemudian (Milton, 1995:114-115).

Kedua penemu tersebut mati dengan meninggalkan masalah terkait astronomi, dan setiap turunan pada distribusi normal disebut sebagai distribusi yang nampaknya dideskripsikan perilaku yang salah dalam ukuran astronomi. Distribusi juga dijuluki sebagai distribusi “Gaussian”.

Menurut Johnson dan Wichern (2007:141), variabel X yang berdistribusi normal univariat dengan rata-rata (μ) dan ragam (σ^2) atau $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, memiliki fungsi kepekatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}; -\infty < x < \infty \qquad (2.13)$$

Bila terdapat variabel $X_1, X_2, \ldots, X_n$ yang berdistribusi normal multivariat dengan parameter μ dan σ^2, maka fungsi kepekatan peluang multivariat untuk vektor X yaitu:

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_n; \beta, \sigma^2) \;\; = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi_i \sigma^2{}_i}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left((y-X\beta)^T (y-X\beta)\right)} \qquad (2.14)$$

dengan μ sebagai vektor rata-rata berukuran (nx1) dan σ^2 adalah matriks ragam berukuran nxn. Vektor acak X yang berdistribusi normal variabelnya dapat ditulis dengan $X \sim N_n(\mu, \sigma^2 \mathrm{I})$ (Johnson dan Wichern, 2007:145).

2.7 Kajian al-Qur'an dan Kisah Nabi Muhammad saw.

2.7.1 Ayat Estimasi dalam al-Qur'an

Segala sesuatu yang berhubungan dengan ilmu pengetahuan telah tercantum dalam al-Qur'an. Begitu pula dengan kajian ilmu matematika. Salah satunya yang diterangkan adalah ayat estimasi yang terkandung dalam surat al-Shafaat: 147 sebagaimana berikut ini:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: *"Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih".*

Tafsir surat al-Shafaat: 147 diambil dari karangan Syaikh (1994:38-39) sebagaimana berikut.

Diriwayatkan oleh Syahr bin Hausyab dari Ibnu Abbas ra. Dia pernah bercerita, “Bahwasanya kerasulan Yunus as berlangsung setelah beliau dilemparkan oleh ikan besar. Hadis tersebut juga diriwayatkan oleh Ibnu Jarir bahwa al-Harits memberitahuku, Abu Hilal memberitahu kami, dari Syahr dengan lafadznya. Ibnu Abi Najih menceritakan dari mujahid bahwa Yunus as diutus kepada mereka sebelum beliau ditelan oleh ikan besar”.

Syahr bin Hausyab berpendapat bahwa sangat mungkin ummat yang ia utus kepada mereka, ummat itu pula yang ia perintahkan untuk kembali pada mereka setelah keluar dari perut ikan, sehingga mereka semua membenarkan dan mempercayainya. Al-Baghawi mengisahkan bahwa Yunus as diutus kepada ummat lain setelah keluar dari perut ikan besar yang berjumlah 100.000 orang atau lebih.

Firman Allah swt. yang berarti “atau lebih”, Ibnu Abbas mengatakan sebuah riwayat darinya, bahwa jumlah mereka lebih dari itu, dimana mereka berjumlah 130.000 orang. Dan darinya pula, yakin berjumlah sekitar 143.000-149.000 orang. Sa’id bin Jubair mengatakan bahwa jumlah mereka lebih dari 70.000 orang. Sedangkan Makhul mengatakan bahwa mereka berjumlah 110.000 orang. Demikian yang diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim.

Dari Ibnu Jarir menceritakan dari orang yang mendengar Abu Aliyah mengatakan, telah bercerita kepada Ubay bin Ka’ab, bahwasanya dia pernah bertanya kepada Rasullallah saw. mengenai firman Allah swt. tersebut. Dia mengatakan, "Mereka lebih dari 20.000 orang". Hal itu juga diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim. Sebagian bangsa Arab dari penduduk Basrah berpendapat mengenai itu. Artinya, sampai 100.000 orang atau lebih menurut kalian. Ia berkata, "Demikianlah jumlah mereka menurut kalian". Oleh karena itu, Ibnu Jarir mengikuti pendapatnya mengenai firman Allah dalam surat al-Najm:9, yang artinya: "Maka jadilah dia dekat (pada Muhammad sejarak) dua ujung busur panah atau lebih dekat (lagi)". Maksudnya tidak kurang dari itu, melainkan lebih dari itu.

2.7.2 Estimasi dalam Kisah Nabi Muhammad saw.

Kisah dalam perang Badar Kubra yang tercantum dalam Biografi Nabi Muhammad saw. karangan Mubarakfury (2004:278), juga menerangkan tentang estimasi pula. Topik yang dibahas adalah mendapatkan informasi penting tentang tentara Mekah (tentara Quraisy). Kisah tersebut tertulis sebagaimana berikut.

Rasulullah mengutus para sahabat: Ali, Zubair, dan Sa'ad ibn Abi Waqqash; untuk mencari informasi tentang gerakan dan keadaan musuh (Quraisy). Lalu mereka bertiga bertemu dengan dua orang pemuda yang bertugas menyediakan air minum pasukan Mekah (Quraisy). Kedua pemuda tersebut kemudian dibawa menghadap Nabi Muhammad saw.

Setibanya di tempat Nabi Muhammad saw. berada, terjadi sebuah percakapan antara Nabi Muhammad saw. dengan dua orang budak tersebut. Percakapan itu ternyata juga mengaplikasikan teori estimasi, sebagaimana berikut ini:

Nabi Muhammad saw. bertanya pada dua orang budak, “Berapa jumlah mereka?”

Keduanya menjawab, “Banyak”.

Beliau (Nabi Muhammad saw.) bertanya lagi, “Berapa kekuatan mereka?”

Keduanya menjawab, “Kami tidak tahu.”

Beliau bertanya lagi, “Berapa ekor unta yang mereka sembelih setiap harinya?”

Keduanya menjawab, “(kadang-kadang) sehari sembilan dan (kadang-kadang) sepuluh ekor”.

Beliau berkata, “Kalau begitu, jumlah mereka antara 900 sampai 1000 orang”.

Berdasarkan cuplikan percakapan di atas, jelas bahwa perkiraan jumlah tersebut sama halnya dengan teori estimasi yang dikaji pada penelitian ini. Adapun estimasi yang menerangkan bahwa satu ekor unta dapat dimakan 100 orang tercantum dalam artikel yang ditulis oleh Ahira (blog: Anne Ahira.com).

Artikel tersebut menerangkan bahwa satu ekor unta Arab jika diukur dari punuknya, tingginya mencapai 2,1 meter dan beratnya mencapai 726 kilogram. Sapu punuk unta menyimpan lemak yang beratnya mencapai 36 kilogram. Dengan begitu, dapat diperkirakan bahwa satu ekor unta dapat dikonsumsi 100 orang. Jadi, sembilan atau sepuluh ekor unta dapat dimakan oleh 900 atau 1000 orang.

2.8 Ayat Pengambilan Keputusan dalam al-Qur’an

Ayat yang menjelaskan tentang pengambilan keputusan tercantum dalam al-Zalzalah: 7-8 sebagaimana berikut:

فَمَن يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ خَيْرًا يَرَهُۥ ﴿٧﴾ وَمَن يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُۥ ﴿٨﴾

Artinya: *“Barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya). Dan barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya) pula.”*

Tafsir surat al-Zalzalah: 7-8 diambil dari karangan Syaikh (1994:522-523) sebagaimana berikut.

Imam Bukhari meriwayatkan dari Abu Hurairah bahwa Rasulullah saw. bersabda, yang artinya: “Kuda itu untuk tiga orang. Bagi seseorang kuda itu akan menjadi pahala, bagi seseorang lagi akan menjadi *satir* (penutup), dan bagi seseorang yang lainnya akan menjadi dosa.

Adapun orang yang mendapatkan pahala adalah orang yang mengikat kuda itu di jalan Allah swt. Lalu dia membiarkannya di tempat penggembalaan atau taman dalam waktu yang lama, maka apa yang terjadi selama masa penggembalaannya di tempat penggembalaan dan taman itu, maka ia akan menjadi kebaikan baginya.

Adapun jika dia menghentikan masa penggembalaannya, lalu kuda itu melangkah satu atau dua langkahnya, maka jejak kaki dan kotorannya akan menjadi kebaikan baginya. Dan jika kuda itu menyeberangi sungai lalu ia minum air dari sungai tersebut, maka yang demikian itu menjadi kebaikan baginya, dan kuda itu pun bagi orang tersebut adalah pahala.

Sedangkan orang yang mengikat kuda itu karena untuk memperkaya diri dan demi kehormatan diri tetapi dia tidak lupa hak Allah swt. dalam pemeliharaannya, maka kuda itu akan menjadi *satir* baginya. Jika orang yang mengikat kudanya karena perasaan bangga dan riya', maka ia hanya akan menjadi dosa baginya."

Kemudian Rasulullah saw. ditanya tentang keledai, maka beliau bersabda, "Allah tidak menurunkan sedikit pun mengenainya melainkan ayat tunggal dan menyeluruh ini (Barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya). Dan barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya) pula)".

BAB III
PEMBAHASAN DAN HASIL

3.1 Estimasi Parameter Regresi Spasial Lag

Dalam mendapatkan estimasi parameter dari model regresi spasial lag, langkah selanjutnya adalah menentukan estimasi parameter dari model pada persamaan (2.7), sebagaimana berikut:

$$y = \boldsymbol{W}y + \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{2.7}$$

$$y - \boldsymbol{W}y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$$

$$(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{3.1}$$

3.1.1 Estimasi Parameter $\boldsymbol{\beta}$

Dari persamaan (3.1), selanjutnya dicari estimasi parameter dari β dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, yang akan peneliti jelaskan di bawah ini.

$$(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{3.1}$$

$$\varepsilon \quad = (\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}\beta \tag{3.2}$$

$$\varepsilon^T\varepsilon = \left((\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}\beta\right)^T((\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}\beta) \tag{3.3}$$

$$= y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T\boldsymbol{X}\beta + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta$$

$$= y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W}_i)y + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta$$

$$= y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - 2\beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta \tag{3.4}$$

Langkah selanjutnya yaitu meminimumkan persamaan (3.4) dengan menurunkan vektor tersebut dan memperhatikan β sama dengan (vektor) nol.

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\varepsilon^T\varepsilon = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - 2\beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\varepsilon^T\varepsilon = \frac{\partial}{\partial\beta}y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - 2\beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta = 0$$

$$0 = -2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta + (\beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^T$$

$$0 = -2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta$$

$$0 = -2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta$$

$$-2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta = -2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$$

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y \qquad (3.5)$$

3.1.2 Estimasi Parameter $\boldsymbol{\sigma^2}$

Setelah hasil estimasi parameter $\hat{\beta}$ didapat, selanjutnya dicari estimasi parameter σ^2 dengan metode kuadrat terkecil, seperti di bawah ini:

$$var\ (\varepsilon_i) = E\big(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)\big)^2$$

$$\sigma^2 = E(\varepsilon_i - 0)^2$$

$$= E({\varepsilon_i}^2) \qquad (3.6)$$

$$E[\varepsilon^T\varepsilon] = E\sum_{i=1}^{n}({\varepsilon_i}^2)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} E({\varepsilon_i}^2)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \sigma^2$$
$$= n\sigma^2 \quad (3.7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} E[\varepsilon^T\varepsilon] \quad (3.8)$$

dimana $(\varepsilon^T\varepsilon)$ merupakan persamaan (3.4) dengan mensubtitusikan $\hat{\beta}$ pada persamaan tersebut:

$$\varepsilon^T\varepsilon = y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - 2\beta^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y + \beta^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta$$
$$= y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - 2((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y)^T\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y +$$
$$((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y)^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y)$$
$$= y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - 2y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y +$$
$$y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$$
$$= y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y - y^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})^T\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y \quad (3.9)$$

3.2 Estimator Takbias Linier Terbaik dari Regresi Spasial Lag

3.2.1 Estimator Takbias $\boldsymbol{\beta}$

Langkah awal dalam mencari estimator takbias dari β, yaitu mencari nilai ekspetasi dari persamaan (3.5), sehingga diperoleh:

$$E[\hat{\beta}] = E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y]$$
$$= E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{X}\beta+\varepsilon)]$$
$$= E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\varepsilon]$$
$$= E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\beta] + E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\varepsilon]$$
$$= E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}]\cdot E[\beta] - E[(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T]\cdot E[\varepsilon]$$

$$= E[\beta] - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T \cdot 0$$

$$= \beta - 0$$

$$= \beta \tag{3.10}$$

Hal ini menunjukkan bahwa $\hat{\beta}$ merupakan estimator takbias bagi β.

3.2.2 Estimator Takbias $\boldsymbol{\sigma^2}$

Adapun estimator takbias untuk σ^2 dengan mensubtitusikan persamaan (3.7) ke dalam persamaan (3.8) sebagaimana berikut:

$$E[\hat{\sigma}^2] = E\left[\frac{1}{n}E[\varepsilon^T\varepsilon]\right]$$

$$= E\left[\frac{1}{n}n\sigma^2\right]$$

$$= E[\sigma^2]$$

$$= \sigma^2 \tag{3.11}$$

Hal ini menunjukkan bahwa $\hat{\sigma}^2$ merupakan estimasi takbias bagi σ^2.

3.3 Uji Hipotesis Regresi Spasial Lag

Pengujian hipotesis dari model regresi spasial lag dapat diperoleh dengan cara membandingkan uji kesesuaian koefisien parameter model regresi linier global dengan model regresi spasial lag secara serentak dengan metode kuadrat terkecil. Uji ini sama juga dengan menguji apakah estimator model regresi spasial lag yang digunakan dalam proses penaksir parameter sama dengan model dari regresi linier secara global. Bentuk hipotesis dari pengujian ini adalah sebagai berikut.

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k;\ \forall i = 1,2, \dots, n;\ \forall k = 1,2, \dots, p$

H_1: Sedikitnya satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$

Langkah pertama yakni uji statistik dengan Wilk's Lambda Statistiks (Λ) dengan membandingkan $\mathrm{L}(\widehat{\omega})$ dari model regresi linier global dan $\mathrm{L}(\widehat{\Omega})$ untuk model regresi spasial. Statistik uji didapat dengan Wilk's Lambda Statistiks (Λ), yaitu:

$$\Lambda = \frac{\mathrm{L}(\widehat{\omega})}{\mathrm{L}(\widehat{\Omega})} \qquad (2.10)$$

Untuk mendapatkan statistik uji dengan Wilk's Lambda Statistiks (Λ), dengan cara membandingkan varians dari model regresi linier global dengan varians dari model regresi spasial lag.

Adapun $\mathrm{L}(\widehat{\omega})$ dari model regresi linier global (2.4), diperoleh dengan cara menentukan statistik uji di bawah H_0, yaitu:

$$\mathrm{L}(\widehat{\omega}) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\hat{\sigma}^2{}_{\omega}) - \frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\omega}^T \varepsilon_\omega) \qquad (3.12)$$

dengan estimasi beta dan varians dari model regresi linier global berdasarkan kajian teori yaitu:

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T y \qquad (2.9)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\omega}^T \varepsilon_\omega) \qquad (2.10)$$

Sedangkan untuk $\mathrm{L}(\widehat{\Omega})$ dari model regresi spasial lag yaitu persamaan (2.8), diperoleh dengan cara menentukan statistik uji di bawah H_1, yaitu mencari fungsi kepadatan bersama, yaitu persamaan (2.14), dari model spasial lag terlebih dahulu.

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n, \beta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi_i {\sigma^2}_i}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)} \tag{2.14}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} (2\pi_i)^{-\frac{1}{2}} \cdot ({\sigma^2}_i)^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)}$$

$$= (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \cdot (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)} \tag{3.13}$$

Jadi, persamaan log-likelihoodnya yaitu

$$L\big(f(x)\big) = -\frac{n}{2}(2\pi) - \frac{n}{2}(\sigma^2) - e^{-\frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)} \tag{3.14}$$

$$\ln L\big(f(x)\big) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)$$

$$= -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}(y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y -$$

$$2\beta^T \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + \beta^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\beta) \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\Big(\ln L\big(f(x)\big)\Big) = \frac{\partial}{\partial\beta}\Big(-\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}(y^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y -$$

$$2\beta^T \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + \beta^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\beta)\Big) = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2\sigma^2}(-2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X} + (\beta^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{\boldsymbol{T}})$$

$$0 = -\frac{1}{2\sigma^2}(-2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X})$$

$$0 = -\frac{1}{2\sigma^2}(-2\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y + 2\boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X})$$

$$0 = \frac{2}{2\sigma^2}(\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X})$$

$$0 = \frac{1}{\sigma^2}(\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X}); \text{ dikalikan } \sigma^2$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y - \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X}$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}} - \boldsymbol{X}^T \beta^T \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}; \text{ dikalikan } (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}} - \beta \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}} - \beta\mathrm{I}$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}} - \beta$$

$$\beta = \boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}$$

$$\beta = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$$

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\ln L\big(f(x)\big)\right) = \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(-\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)\right) = 0$$

$$0 = -\frac{n}{2\sigma^2} - \frac{1}{2\sigma^4}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$$

$$0 = -\frac{n\sigma^2}{2\sigma^4} - \frac{1}{2\sigma^4}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$$

$$0 = -\frac{n\sigma^2+1}{2\sigma^4}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$$

$$0 = -n\sigma^2 + {\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega$$

$$n\sigma^2 = {\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega) \tag{3.17}$$

Jadi, $\mathrm{L}(\widehat{\Omega})$ dari model regresi spasial lag (2.8), yang diperoleh dengan cara menentukan statistik uji di bawah H_1 yaitu:

$$\mathrm{L}(\widehat{\Omega}) = -\frac{n}{2}(2\pi) - \frac{n}{2}({\hat{\sigma}^2}_\Omega) - e^{-\frac{1}{2\sigma^2}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)} \tag{3.14}$$

dengan estimasi beta dan varians model regresi linier spasial lag yaitu:

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y \tag{3.16}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega) \tag{3.17}$$

3.3.1 Statistik Uji

Statistik uji menurut Devore (2004:596) didapat dengan menggunakan Wilk's Lambda Statistik (Λ) pada persamaan (2.11), yang kemudian dikonstruksi dari persamaan (3.12) dan (3.14) adalah:

$$\Lambda = \frac{\mathrm{L}(\widehat{\omega})}{\mathrm{L}(\widehat{\Omega})} \tag{2.11}$$

$$= \frac{-\frac{n}{2}\ln(2\pi)-\frac{n}{2}\ln\left(\widehat{\sigma}^2{}_{\omega}\right)-e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\varepsilon_{\omega}{}^{T}\varepsilon_{\omega}\right)}}{-\frac{n}{2}(2\pi)-\frac{n}{2}(\widehat{\sigma}^2{}_{\Omega})-e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\varepsilon_{\Omega}{}^{T}\varepsilon_{\Omega})}} \tag{3.18}$$

Dalam pengujian ini dilakukan uji secara serentak dari model regresi linier dengan model regresi spasial lag, maka dengan uji F pada persamaan (2.12) yang dikonstruksi dengan persamaan (2.10) dan (3.17), yaitu:

$$F = \frac{SSE(H_0)}{SSE(H_1)} \tag{2.12}$$

$$= \frac{\widehat{\sigma}^2{}_{\omega}}{\widehat{\sigma}^2{}_{\Omega}}$$

$$= \frac{\frac{1}{n}\left((y-\boldsymbol{X}\beta)^T(y-\boldsymbol{X}\beta)\right)}{\frac{1}{n-k}\left(\left((\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y-\boldsymbol{X}\beta\right)^T\left((\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y-\boldsymbol{X}\beta\right)\right)} \tag{3.19}$$

3.4 Aplikasi

3.4.1 Estimasi Beta, Varians, dan Bobot pada Data

Pada penentuan debit dari bendungan Selorejo, diambil data dari 10 jaringan sungai yang masuk ke dalam bendungan tersebut. Data berikut ini diambil pada tahun 2009, sebagaimana berikut:

Tabel 3.1 Data dan koordinat dari 10 jaringan sungai yang masuk ke bendungan Selorejo

No.	X_1	X_2	X_3	y	Koordinat	
Jaringan Sungai	Panjang Sungai (m)	Rerata Kemiringan Lahan (%)	Curah Hujan (mm/jam)	Debit (m3/dt)	Timur	Utara
1.	3107.2939	40.6813	181.529	0.962	656625.8	9129932
2.	4637.9030	44.1039	232.294	2.1485	650199.2	9134807
3.	4071.5129	37.9025	91.351	0.9291	663457.9	9136237
4.	6939.1494	51.5747	209.992	2.7894	652949.9	9133748
5.	4924.3816	31.8073	214.847	3.0185	651400.6	9136100
6.	5169.9486	46.1386	178.684	1.4939	654610.5	9128522
7.	10348.2725	46.1672	176.921	6.3887	656840.9	9136024
8.	4557.5626	18.1571	51.761	10.405	651525	9139559
9.	6159.8142	34.3186	60.471	2.0291	664930.8	9138004
10.	5575.2165	19.9562	44.856	2.5694	654981.4	9126294

Selanjutnya, untuk menganalisis data pada tabel (3.1) di atas dengan menggunakan program Minitab pada model regresi linier global yang tercantum di lampiran (1), dan program GWR secara umum tercantum di lampiran (2), sedangkan analisis data menggunakan program GWR pada model regresi spasial lag tercantum pada lampiran (3).

Dari hasil analisis data pada tabel (3.1) yang diolah dengan Minitab, diperoleh hasil estimasi parameter dari model regresi linier, yaitu:

Table 3.2 Hasil estimasi beta dan varians dari model regresi linier dengan Minitab

β_0	β_1	β_2	β_3	σ^2
5.1800	0.0008	- 0.2220	0.0116	6.8360

Berdasarkan tabel (3.2) di atas, data tersebut dapat disubtitusikan ke dalam model regresi linier sebagaimana persamaan (2.1) berikut, yang hasilnya akan diperoleh nilai y taksiran:

$$y = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{X}_1 + \beta_2 \boldsymbol{X}_2 + \beta_3 \boldsymbol{X}_3 + \varepsilon \qquad (2.1)$$

$$y_i = 5.18 + 0.000836\, \boldsymbol{X}_{1,i} - 0.2220\, \boldsymbol{X}_{2,i} + 0.0116\, \boldsymbol{X}_{3,i} + \varepsilon_i$$

Sedangkan untuk mendapatkan hasil estimasi beta dan varians dari model regresi spasial lag, dengan data yang sama pada tabel (3.1) yang dianalisis dengan metode GWR, diperoleh:

Tabel 3.3 Hasil estimasi beta dan varians dari model regresi spasial lag dengan GWR

No.	β_0	β_1	β_2	β_3	σ^2
1.	9.9279	0.0003	4.0388	1.8022	1.2326
2.	9.9624	0.0005	4.3938	2.3142	1.7749
3.	5.6014	0.0002	2.1231	5.1169	1.1093
4.	5.7873	0.0004	2.9848	1.2153	7.8886
5.	1.2423	0.0006	3.9516	2.6692	7.8886
6.	5.5821	0.0003	2.5755	9.9743	4.9304
7.	5.9640	0.0006	2.7534	1.0552	7.8886
8.	5.0086	0.0023	9.0941	2.5925	3.1554
9.	5.3470	0.0003	1.8350	3.2334	7.8886
10.	8.2656	0.0005	1.6495	3.7076	1.9722

Tabel 3.4 Hasil estimasi bobot dari model regresi spasial lag dengan GWR

No.	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}
1.	0.3989	0.0402	0.0154	0.0788	0.0313	0.3139	0.0050	0.0050	0.0090	0.2400
2.	0.0080	0.3989	0.0005	0.2415	0.3534	0.0386	0.0018	0.1625	0.0007	0.0191
3.	0.0022	0.0008	0.3989	0.0005	0.0014	0.0017	0.0023	0.0014	0.3435	0.0017
4.	0.0739	0.2936	0.0049	0.3989	0.2929	0.1212	0.0363	0.1064	0.0041	0.0596
5.	0.0079	0.3574	0.0017	0.2522	0.3989	0.0272	0.0122	0.2564	0.0020	0.0124
6.	0.2774	0.0499	0.0022	0.0702	0.0285	0.3989	0.0003	0.0031	0.0015	0.3391
7.	0.0428	0.0799	0.0765	0.1232	0.1259	0.0352	0.3989	0.0887	0.0561	0.0175
8.	0.0003	0.1691	0.0012	0.0504	0.2502	0.0022	0.0033	0.3989	0.0023	0.0010
9.	0.0001	0.0001	0.3268	3.4977	0.0003	0.0002	0.0001	0.0005	0.3989	0.0002
10.	0.1531	0.0138	0.0006	0.0127	0.0057	0.3259	3.7487	0.0004	0.0005	0.3989

Data dari tabel (3.3) dan tabel (3.4) di atas dapat disubtitusikan ke dalam model regresi spasial lag sebagaimana persamaan (3.1), dalam bentuk matriks berikut dapat diketahui y taksirannya:

$$(\mathrm{I} - \boldsymbol{W})y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon \tag{3.1}$$

$$\hat{y} = (\mathrm{I} - \boldsymbol{W})^{-1} \cdot \boldsymbol{X} \cdot \beta$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - W_{1,1} & 1 - W_{2,1} & \cdots & 1 - W_{10,1} \\ 1 - W_{1,2} & 1 - W_{2,2} & \cdots & 1 - W_{10,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 - W_{1,10} & 1 - W_{2,10} & \cdots & 1 - W_{10,10} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{X}_{1,1} & \boldsymbol{X}_{2,1} & \boldsymbol{X}_{3,1} \\ 1 & \boldsymbol{X}_{1,2} & \boldsymbol{X}_{2,2} & \boldsymbol{X}_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \boldsymbol{X}_{1,10} & \boldsymbol{X}_{2,10} & \boldsymbol{X}_{3,10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{0,1} & \beta_{0,2} & \cdots & \beta_{0,10} \\ \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \cdots & \beta_{1,10} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \cdots & \beta_{2,10} \\ \beta_{3,1} & \beta_{3,2} & \cdots & \beta_{3,10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 0.3989 & 1 - 0.0402 & \cdots & 1 - 0.2400 \\ 1 - 0.0080 & 1 - 0.3989 & \cdots & 1 - 0.0191 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 - 0.1531 & 1 - 0.0138 & \cdots & 1 - 0.3989 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3107.294 & 40.6813 & 181.529 \\ 1 & 4637.903 & 44.1039 & 232.294 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 5575.217 & 19.9562 & 44.856 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9.9279 & 9.9624 & \cdots & 8.2656 \\ 0.0003 & 0.0005 & \cdots & 0.0005 \\ 4.0388 & 4.3938 & \cdots & 1.6495 \\ 1.8022 & 2.3142 & \cdots & 3.7076 \end{bmatrix}$$

3.4.2 Statistik Uji

Statistik uji dari model regresi linier dan model regresi spasial lag dengan menggunakan uji Wilk's Lambda Statistik (Λ) sebagaimana persamaan (2.10) yaitu membandingkan antara varians dari model regresi global dengan varians dari model regresi spasial lag.

Sebelum menguji data pada tabel (3.1) menggunakan uji statistik, terlebih dahulu dibuat hipotesisnya sebagai berikut:

H_0 : Jaringan sungai yang tidak mempengaruhi peningkatan debit di bendungan Selorejo

H_1 : Jaringan sungai yang mempengaruhi peningkatan debit di bendungan Selorejo

Karena uji yang dilakukan merupakan uji serentak, maka dengan menggunakan pendekatan uji F dengan selang kepercayaan 95% diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3.5 Statistik uji dengan F test

Observasi	$F_{hitung} = \frac{\text{SSE } H_0}{\text{SSE } H_1}$	$F^{0.05}_{(10,7)}$	**Keputusan**
1.	$\frac{6.8360}{1.2326} = 5.5460$	3.6300	Menolak H_0
2.	$\frac{6.8360}{1.7749} = 3.8515$	3.6300	Menolak H_0
3.	$\frac{6.8360}{1.1093} = 6.1624$	3.6300	Menolak H_0
4.	$\frac{6.8360}{7.8886} = 0.8666$	3.6300	Menerima H_0
5.	$\frac{6.8360}{7.8886} = 0.8666$	3.6300	Menerima H_0
6.	$\frac{6.8360}{4.9304} = 1.3865$	3.6300	Menerima H_0
7.	$\frac{6.8360}{7.8886} = 0.8666$	3.6300	Menerima H_0
8.	$\frac{6.8360}{3.1554} = 2.1664$	3.6300	Menerima H_0
9.	$\frac{6.8360}{7.8886} = 0.8666$	3.6300	Menerima H_0
10.	$\frac{6.8360}{1.9722} = 3.4662$	3.6300	Menerima H_0

Berdasarkan hasil pada tabel (3.5) diketahui bahwa observasi ke-1 sampai ke-3 mempunyai pengaruh terhadap peningkatan debit di bendungan Selorejo. Hal ini ditunjukkan dari hasil statistik uji $F_{hitung} > F_{tabel}$. Dengan kata lain, jaringan sungai pada observasi 1, 2, dan 3 yang memberi pengaruh terhadap peningkatan debit di bendungan Selorejo. Sedangkan jaringan sungai yang lain tidak memberi pengaruh yang signifikan.

3.5 Inspirasi al-Qur'an dan Kisah Nabi Muhammad saw. tentang Analisis Estimasi Parameter

Kajian dalam penelitian ini terkait model regresi spasial lag, yaitu: $y = \boldsymbol{W}y + \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$, dengan parameter yang diestimasi adalah parameter beta dan varianas. Adapun dalam mengestimasi parameter tersebut menggunakan metode kuadrat terkecil. Hasil estimasinya adalah: $\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I} - \boldsymbol{W}_1)y$ dan $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T \varepsilon_\Omega)$.

Sedangkan kajian ayat al-Qur'an yang juga menerangkan tentang teori estimasi, salah satunya terdapat dalam surat al-Shafaat: 147, pada kata "…seratus ribu orang atau lebih". Tafsiran kalimat tersebut berbeda-beda sumbernya. Ada yang menerangkan bahwa jumlah ummat Yunus as yang diutus berjumlah 130.000 orang yang disabdakan dari Ibnu Abbas. Sa'id bin Jubair meriwayatkannya lebih dari 70.000 orang. Dan Makhul juga menerangkan jumlah ummat Yunus as yaitu berjumlah 110.000 orang.

Kisah Nabi Muhammad saw. dalam peperangan Badar Kubra pun juga menyebutkan teori estimasi tentang jumlah tentara Quraisy yaitu 900 atau 1000 orang. Rasul mengatakan hal tersebut berdasarkan keterangan dari dua orang budak dari kalangan kaum Quraisy yang mengambil air kesehariannya untuk diminum. Mereka berdua menyebutkan bahwa kaum Quraisy tersebut menyembelih unta setiap harinya sebanyak 9 atau 10 ekor, dimana satu ekor tersebut bisa dikonsumsi 100 orang.

Dari kajian matematis dan surat al-Shafaat:147 di atas, dapat diperoleh kesimpulan bahwa memperkirakan sesuatu itu harus berdasarkan data atau fakta yang sebenarnya. Sebagai manusia yang berakal pula, janganlah memperkirakan suatu hal menurut perkiraan sendiri. Jangan pula mendahulukan emosi saja. Akan tetapi, harus dilandasi dengan pikiran yang matang dan dapat diterima dengan akal sehat.

3.6 Inspirasi al-Qur'an tentang Analisis Statistik Uji

Uji hipotesis dala penelitian ini dilakukan dengan Wilk's Lambda Statistiks (Λ). Caranya yaitu membandingkan antara model regresi linier secara global dengan model regresi spasial lag. Kesimpulan yang diperoleh dari perbandingan kedua model tersebut yaitu $F = \frac{SSE(H_0)}{SSE(H_1)}$. Jika keputusan yang didapat adalah $F_{hitung} > F^{\alpha}_{n,n-k}$, maka akan diambil kesimpulan yaitu menolak H_0 pada taraf nyata α yang telah ditentukan. Atau dengan kata lain, model regresi linier tidak sama dengan model regresi spasial lag.

Sedangkan dalam sural al-Zalzalah: 7-8 diterangkan bahwa barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya). Dan barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasannya) pula. Hal tersebut telah jelas dan sesuai dengan apa yang diusahakan manusia sebagai makhluk yang berakal.

Salah satu kasus yang menjelaskan tentang surat di atas, tercantum dalam tafsirnya yaitu kisah tentang tiga penggembala kuda. Satu orang mendapatkan dosa dan dua orang lainnya mendapatkan pahala. Setiap orang tersebut mendapatkan balasan yang diterimanya tentunya sesuai dengan apa yang telah dilakukannya.

Oleh karena itu, ketika akan melakukan suatu perkara, hendaknya harus dipikirkan terlebih dahulu. Janganlah terburu-buru mengambil sebuah keputusan karena justru dapat mengkhawatirkan atau bahkan menyengsaran. Jika seseorang telah mengambil keputusan dengan baik dan benar, maka ia akan mendapatkan balasan yang baik pula. Begitu pula sebaliknya, jika seseorang telah salah dalam memutuskan suatu perkara, maka ia akan mendapatkan balasan yang setimpal.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dalam skripsi ini, sesuai dengan perumusan masalah, yaitu:

1. Estimasi parameter regresi spasial lag menggunakan metode kuadrat terkecil yaitu: $\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\mathrm{I}-\boldsymbol{W})y$ dan $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}({\varepsilon_\Omega}^T\varepsilon_\Omega)$.
2. Hasil uji hipotesis yang membandingkan antara model regresi linier dengan model regresi spasial lag menyatakan bahwa kedua model tersebut berbeda. Hal ini dapat dilihat dari kedua modelnya. Adapun model regresi linier yaitu $y = \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$, sedangkan model regresi spasial lag yaitu $y = \boldsymbol{W}y + \boldsymbol{X}\beta + \varepsilon$. Dari kedua model tersebut, model yang paling tepat digunakan dalam mengolah data dengan memperhatikan lokasi adalah model regresi spasial lag.

4.2 Saran

Dalam mengestimasi parameter regresi spasial lag pada skripsi ini, digunakan metode kuadrat terkecil. Dalam skripsi ini, uji hipotesisnya menggunakan statistik uji. Peneliti berharap pada penelitian selanjutnya dapat mengestimasi regresi spasial lag dengan metode yang lain dan menguji hipotesis dengan metode yang lain pula. Selain itu, masih banyak lagi kajian tentang regresi spasial yang dapat dikembangkan atau yang belum diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

Ahira, Anne. 2011. *Unta, Hewan Gurun yang Tahan Segala Cuaca*. http:///www.AnneAhira.com. Diakses pada 20 Juli 2011.

Anselin, Luc. 1988. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Dordecht: Kluwer Academic.

Anselin, Luc. 1990. Spatial Dependence and Spatial Structural Instability in Applied Regression Analysis. *Journal of Regional Science 30*. Page: 185-207.

Casetti, E. 1972. Generating Models by The Expansion Method: Applications to Geographical Research. *Geographical Analysis 4*. Page: 81-91.

Casetti, E. 1986. The Dual Expansion Method: An Application for Evaluating The Effects of Population Growth on Development. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-16. Page: 29-39.

Chow, Gregory C. 1988. *Econometrics, International Edition*. Singapore: McGraw-Hill, Inc.

Devore, Jay L. 2004. *Probability and Statistics, For Engineering and The Science, Sixth Edition*. New York: Brooks/Cole, a division of Thomson Learning, Inc.

Fotheringham, A S and Pitts T C. 1995. Directional Variation in Distance-Decay. *Environment and Planning A 27*. Page: 715-729.

Fotheringham, A. Stewart., et al. 2002. *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*. England: John Wiley & Sons Ltd.

Hasan, Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik I (Statistik Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Johnson, Ricard Arnold and Dean W. Wichern. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, *Fourth Edition*. New York: Prentice Hall, Inc.

Johnson, Ricard Arnold and Dean W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis, Sixth Edition*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Jones, J P and Casetti E. 1992. *Applications of The Expansion Method*. London: Routledge.

LeSage, James P. 1999. *The Theory and Practice of Spatial Ekonometrics*. New York: University of Toledo.

Mei, Chang-Lin. 2004. *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis*. Hongkong: Xian Jiaotong University.

Milton, J. S. 1995. *Introduction to Probability and Statistics: Principle and Applications for Engineering and The Computing Sciences*. Singapore: McGraw-Hill International Edition, Inc.

Mubarakfury, Syaikh Shafiyyurrahman al-. 2004. *Perjalanan Hidup Rasul yang Agung Muhammad saw.: Dari Kelahiran Hingga Detik-detik Terakhir*. Malang: Darussalam.

Nitivijaya, Maulidiah. 2007. *Penerapan Model Regresi Spasial pada Sub DAS Brantas Hilir Tengah.* Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Universitas Brawijaya Press.

Paez, Antonio. 2003. *Nonstationarity in Regression-based Spatial Interpolation Models.* Canada: McMaster University.

Rancher, Alvin C. 2000. *Linear Models in Statistics.* New York: John Willey and Sons, Inc.

Searle, S. R. 1971. *Linear Models*. New York: John Willey and Sons, Inc.

Syaikh, DR. Abdullah bin Muhammad bin Abdurrahman bin Ishaq al-. 1994. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Pustaka Imam al-Syafi'i.

Turmudzi dan Sri Harini. 2008. *Metode Statistika: Kajian Teori dan Aplikatif*. Malang: UIN-Malang Press.

Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali.

LAMPIRAN

Lampiran 1

Analisis Data dengan Program Minitab

7/10/2011 11:33:56 AM

```
Welcome to Minitab, press F1 for help.
```

Regression Analysis: y versus x1, x2, x3

```
The regression equation is
y = 5.18 + 0.000836 x1 - 0.222 x2 + 0.0116 x3


Predictor        Coef    SE Coef      T      P
Constant        5.178      3.421   1.51  0.181
x1          0.0008364  0.0004722   1.77  0.127
x2            -0.2217     0.1273  -1.74  0.132
x3            0.01160    0.01839   0.63  0.551


S = 2.61465   R-Sq = 47.5%   R-Sq(adj) = 21.3%


Analysis of Variance

Source          DF      SS      MS     F      P
Regression       3  37.160  12.387  1.81  0.245
Residual Error   6  41.019   6.836
Total            9  78.178


Source  DF  Seq SS
x1       1   8.445
x2       1  25.994
x3       1   2.720


Unusual Observations

Obs    x1       y    Fit  SE Fit  Residual  St Resid
  8  4558  10.405  5.566   1.692     4.839     2.43R

R denotes an observation with a large standardized residual.
```

Lampiran 2

Program Geographically Weighted Regression dari Matlab

```
function result = gwr(y,x,east,north,info);
% PURPOSE: compute geographically weighted regression
%----------------------------------------------------
% Penggunaan: results = gwr(y,x,east,north,info)
% dimana:
%          y = dependent variable vector
%          x = explanatory variable matrix
%       east = x-coordinates in space
%      north = y-coordinates in space
%       info = a structure variable with fields:
%       info.bwidth = scalar bandwidth to use or zero
%                     for cross-validation estimation (default)
%       info.bmin   = minimum bandwidth to use in CV search
%       info.bmax   = maximum bandwidth to use in CV search
%                     defaults: bmin = 0.1, bmax = 20
%       info.dtype  = 'gaussian'    for Gaussian weighting
(default)
%                   = 'exponential' for exponential weighting
%                   = 'tricube'     for tri-cube weighting
%       info.q      = q-nearest neighbors to use for tri-cube
weights
%                     (default: CV estimated)
%       info.qmin   = minimum # of neighbors to use in CV search
%       info.qmax   = maximum # of neighbors to use in CV search
%                     defaults: qmin = nvar+2, qmax = 4*nvar
% ---------------------------------------------------
%  NOTE: res = gwr(y,x,east,north) does CV estimation of bandwidth
% ---------------------------------------------------
% RETURNS: a results structure
%         results.meth   = 'gwr'
%         results.beta   = bhat matrix    (nobs x nvar)
%         results.tstat  = t-stats matrix (nobs x nvar)
%         results.yhat   = yhat
%         results.resid  = residuals
%         results.sige   = e'e/(n-dof)  (nobs x 1)
%         results.nobs   = nobs
%         results.nvar   = nvars
%         results.bwidth   = bandwidth if gaussian or exponential
%         results.q        = q nearest neighbors if tri-cube
%         results.dtype    = input string for Gaussian, exponential
weights
%         results.iter     = # of simplex iterations for cv
%         results.north = north (y-coordinates)
%         results.east  = east  (x-coordinates)
%         results.y     = y data vector
%---------------------------------------------------
% See also: prt,plt, prt_gwr, plt_gwr to print and plot results
%---------------------------------------------------
% References: Brunsdon, Fotheringham, Charlton (1996)
% Geographical Analysis, pp. 281-298
%---------------------------------------------------
% NOTES: uses auxiliary function scoref for cross-validation
```

```
%-----------------------------------------------------

% written by: James P. LeSage 2/98
% University of Toledo
% Department of Economics
% Toledo, OH 43606
% jpl@jpl.econ.utoledo.edu
%info.dtype='exponential';
if nargin == 5 % user options
    if ~isstruct(info)
        error('gwr: must supply the option argument as a structure
variable');
    else
        fields = fieldnames(info);
        nf = length(fields);
        % set defaults
        [n k] = size(x);
        bwidth = 0; dtype = 0; q = 0; qmin = k+2; qmax = 5*k;
        bmin = 0.1; bmax = 20.0;
        for i=1:nf
            if strcmp(fields{i},'bwidth')
                bwidth = info.bwidth;
            elseif strcmp(fields{i},'dtype')
                dstring = info.dtype;
                if strcmp(dstring,'gaussian')
                    dtype = 0;
                elseif strcmp(dstring,'exponential')
                    dtype = 1;
                elseif strcmp(dstring,'tricube')
                    dtype = 2;
                end;
            elseif strcmp(fields{i},'q')
                q = info.q;
            elseif strcmp(fields{i},'qmax');
                qmax = info.qmax;
            elseif strcmp(fields{i},'qmin');
                qmin = info.qmin;
            elseif strcmp(fields{i},'bmin');
                bmin = info.bmin;
            elseif strcmp(fields{i},'bmax');
                bmax = info.bmax;
            end;
        end; % end of for i
    end; % end of if else

elseif nargin == 4
    bwidth = 0; dtype = 0; dstring = 'gaussian';
    bmin = 0.1; bmax = 20.0;
else
    error('Wrong # of arguments to gwr');
end;


% error checking on inputs
[nobs nvar] = size(x);
[nobs2 junk] = size(y);
```

```
[nobs3 junk] = size(north);
[nobs4 junk] = size(east);

result.north = north;
result.east = east;

if nobs ~= nobs2
    error('gwr: y and x must contain same # obs');
elseif nobs3 ~= nobs
    error('gwr: north coordinates must equal # obs');
elseif nobs3 ~= nobs4
    error('gwr: east coordinates must equal # in north');
end;

switch dtype

    case{0,1} % bandwidth cross-validation
        if bwidth == 0 % cross-validation

            options = optimset('fminbnd');
            optimset('MaxIter',500);

                if dtype == 0     % Gaussian weights
                    [bdwt,junk,exitflag,output] =
fminbnd('scoref',bmin,bmax,options,y,x,east,north,dtype);
                elseif dtype == 1 % exponential weights
                    [bdwt,junk,exitflag,output] =
fminbnd('scoref',bmin,bmax,options,y,x,east,north,dtype);
                end;
                if output.iterations == 500,
                    fprintf(1,'gwr: cv convergence not obtained in
%4d iterations',output.iterations);
                else
                    result.iter = output.iterations;
                end;
        else
            bdwt = bwidth*bwidth; % user supplied bandwidth
        end;
    case{2} % q-nearest neigbhor cross-validation
        if q == 0 % cross-validation
            q = scoreq(qmin,qmax,y,x,east,north);
        else
            % use user-supplied q-value
        end;
    otherwise
end;

% do GWR using bdwt as bandwidth
[n k] = size(x);
bsave = zeros(n,k);
ssave = zeros(n,k);
sigv  = zeros(n,1);
yhat  = zeros(n,1);
resid = zeros(n,1);
wt = zeros(n,1);
```

```
d = zeros(n,1);
for iter=1:n
    dx = east - east(iter,1);
    dy = north - north(iter,1);
    d = (dx.*dx + dy.*dy);
    sd = std(sqrt(d));
    % sort distance to find q nearest neighbors
    ds = sort(d);
    if dtype == 2, dmax = ds(q,1); end;
    if dtype == 1,      % Gausian weights
        wt = stdn_pdf(sqrt(d)/(sd*bdwt));
    elseif dtype == 0, % exponential weights
        wt = exp(-d/bdwt);
    elseif dtype == 2, % tricube weights
        wt = zeros(n,1);
        nzip = find(d <= dmax);
        wt(nzip,1) = (1-(d(nzip,1)/dmax).^3).^3;
    end; % end of if,else
    wt = sqrt(wt);

    % computational trick to speed things up
    % use non-zero wt to pull out y,x observations
    nzip = find(wt >= 0.01);
    ys = y(nzip,1).*wt(nzip,1);
    xs = matmul(x(nzip,:),wt(nzip,1));
    xpxi = invpd(xs'*xs);
    b = xpxi*xs'*ys;
    % compute predicted values
    yhatv = xs*b;
    yhat(iter,1) = x(iter,:)*b;
    resid(iter,1) = y(iter,1) - yhat(iter,1);
    % compute residuals
    e = ys - yhatv;
    % find # of non-zero observations
    nadj = length(nzip);
    sige = (e'*e)/nadj;

    % compute t-statistics
    sdb = sqrt(sige*diag(xpxi));
    % store coefficient estimates and std errors in matrices
    % one set of beta,std for each observation
    bsave(iter,:) = b';
    ssave(iter,:) = sdb';
    sigv(iter,1) = sige;
end;


% fill-in results structure
result.meth = 'gwr';
result.nobs = nobs;
result.nvar = nvar;
if (dtype == 0 | dtype == 1)
result.bwidth = sqrt(bdwt);
else
result.q = q;
end;
```

```
result.beta = bsave;
result.tstat = bsave./ssave;
result.sige = sigv;
result.dtype = dstring;
result.y = y;
result.yhat = yhat;
% compute residuals and conventional r-squared
result.resid = resid;
sigu = result.resid'*result.resid;
ym = y - mean(y);
rsqr1 = sigu;
rsqr2 = ym'*ym;
result.mseg=rsqr1/nadj;
result.se=sqrt(result.mseg);
result.rsqr = 1.0 - rsqr1/rsqr2; % r-squared
rsqr1 = rsqr1/(nobs-nvar);
rsqr2 = rsqr2/(nobs-1.0);
result.rsqr1=rsqr1;
result.rsqr2=rsqr2;
result.rbar = 1 - (rsqr1/rsqr2); % rbar-squared
result.weight=gwrw(east,north,sqrt(bdwt),'gaussian');
result.distance=distance(east,north);
```

Lampiran 3

Analisis Data dengan Geographically Weighted Regression dalam Program Matlab

```
clc,clear
format long g

data=[3107.2939    40.6813   181.529   0.962
      4637.903     44.1039   232.294   2.1485
      4071.5129    37.9025   91.351    0.9291
      6939.1494    51.5747   209.992   2.7894
      4924.3816    31.8073   214.847   3.0185
      5169.9486    46.1386   178.684   1.4939
      10348.2725   46.1672   176.921   6.3887
      4557.5626    18.1571   51.761    10.405
      6159.8142    34.3186   60.471    2.0291
      5575.2165    19.9562   44.856    2.5694]

 koordinat =[656625.8309   9129932.213
             650199.248    9134807.18
             663457.8703   9136236.972
             652949.8729   9133747.786
             651400.5578   9136100.485
             654610.5035   9128522.404
             656840.865    9136024.363
             651525.0409   9139558.978
             664930.8459   9138003.954
             654981.3925   9126293.518]

x=data(:,1:3);
y=data(:,4);
n=size(x,1); %banyak baris x
x=[ones(n,1) x]; %buat matriks isinya 1

east=koordinat(:,1); %koordinat x
north=koordinat(:,2); %koordinat y

info.dtype='gaussian';

[hasil]=gwr(y,x,east,north,info);

ghasil=mldivide(x,y);

yGlob=x*ghasil;
figure(1), plot(1:10,yGlob(:,1),1:10,y(:,1)),title('Global:
Debit'),legend('model','data')

disp('selesai')
```

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
JURUSAN MATEMATIKA
Jalan Gajayana 50 Malang 65144 Telp./Fax. (0341) 558933

BUKTI KONSULTASI

Nama	:	Indah Rahmawati
NIM	:	07610080
Fakultas/Jurusan	:	Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi	:	Estimasi Parameter Regresi Spasial Lag dengan Metode Kuadrat Terkecil
Pembimbing I	:	Sri Harini, M.Si
Pembimbing II	:	Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Perihal	Tanda Tangan Pembimbing	
1.	1 Mei 2011	Konsultasi bab I dan II	1.	
2.	10 Mei 2011	Revisi bab I dan II		2.
3.	20 Mei 2011	Konsultasi bab III dan IV	3.	
4.	30 Mei 2011	Revisi bab III dan IV		4.
5.	1 Juni 2011	ACC semua bab	5.	
6.	10 Juni 2011	Konsultasi keagamaan		6.
7.	20 Juni 2011	Revisi keagamaan	7.	
8.	30 Juni 2011	ACC semua keagamaan		8.
9.	11 Juli 2011	ACC keseluruhan	9.	

Malang, 16 Juli 2011
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001