BENTUK UMUM DARI BILANGAN RAMSEY $r(P_n, P_n, P_n)$ DENGAN n GENAP

SKRIPSI

Oleh:
LAILA FITRIYAH
NIM. 10610029

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BENTUK UMUM DARI BILANGAN RAMSEY $r(P_n, P_n, P_n)$ DENGAN n GENAP

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
LAILA FITRIYAH
NIM. 10610029

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2014

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BENTUK UMUM DARI BILANGAN RAMSEY $r(P_n, P_n, P_n)$ DENGAN n GENAP

SKRIPSI

Oleh:
LAILA FITRIYAH
NIM. 10610029

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 04 September 2014

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Evawati Alisah, M.Pd	**H. Wahyu H. Irawan, M.Pd**
NIP. 19720604 199903 2 001	**NIP. 19710420 200003 1 003**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BENTUK UMUM DARI BILANGAN RAMSEY $r(P_n, P_n, P_n)$ DENGAN n GENAP

SKRIPSI

Oleh:
LAILA FITRIYAH
NIM. 10610029

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 12 September 2014

Penguji Utama	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	
		NIP. 19751006 200312 1 001	_____
Ketua Penguji	:	Hairur Rahman, M.Si	
		NIP. 19800429 200604 1 003	_____
Sekretaris Penguji	:	Evawati Alisah, M.Pd	
		NIP. 19720604 199903 2 001	_____
Anggota Penguji	:	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	
		NIP. 19710420 200003 1 003	_____

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Laila Fitriyah

NIM : 10610029

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul : Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n Genap

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan hasil pikiran atau tulisan orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada kajian pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 04 September 2014
Yang membuat pernyataan,

Laila Fitriyah
NIM. 10610029

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTO

... وَعَسَىٰٓ أَن تَكۡرَهُواْ شَيۡـٔٗا وَهُوَ خَيۡرٞ لَّكُمۡۖ وَعَسَىٰٓ أَن تُحِبُّواْ شَيۡـٔٗا وَهُوَ شَرّٞ لَّكُمۡۗ وَٱللَّهُ يَعۡلَمُ وَأَنتُمۡ لَا تَعۡلَمُونَ ٢١٦

... Boleh jadi kamu membenci sesuatu padahal ia amat baik bagimu, dan boleh jadi (pula) kamu menyukai sesuatu padahal ia amat buruk bagimu; Allah mengetahui sedang kamu tidak mengetahui.
(Q.S.Al-Baqarah: 216)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Teriring do'a semoga skripsi ini bermanfaat dan menjadi kesuksesan dunia-akhirat

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Kedua orang tua tercinta, Bapak Tohar dan Ibu Hamidah

yang senantiasa mencurahkan kasih sayang, mendidik, dan mengupayakan segala yang terbaik bagi penulis.
Semoga Allah selalu menyertai setiap langkah beliau berdua dan menganugerahkan kebahagiaan dunia dan akhirat.

Adik tersayang, Muja'far Tohar

yang senantiasa memberikan motivasi yang tiada tara.
Semoga Allah selalu menyertai langkahnya dalam menggapai kesuksesan di dunia dan akhirat.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Syukur *Alhamdulillah* penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, nikmat, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat merampungkan penulisan skripsi yang berjudul "Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n Genap" ini dengan baik dan benar. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW yang telah menuntun umat manusia dari jaman jahiliyah menuju jaman ilmiah.

Selanjutnya penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mengarahkan, membimbing, dan memberikan pemikirannya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Raharjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing, yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan yang terbaik selama penyelesaian skripsi ini.
5. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing keagamaan, yang telah memberikan saran dan bimbingan yang terbaik selama penulisan skripsi ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Seluruh dosen Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan seluruh staf serta karyawan.
7. Kedua orang tua penulis, Bapak Tohar dan Ibu Hamidah tercinta, yang selama ini memberikan segala yang terbaik untuk penulis yang tiada pernah terkira.
8. Adik tersayang, Muja'far Tohar, yang selalu memberikan dukungan dalam segala bentuk kepada penulis.
9. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2010, khususnya Fatma Mufidah, Rista Umdah Masrifah, Binti Tsamrotul Fitria, Wahyudi, dan Khuriatul Hawin yang rela meluangkan waktunya untuk bertukar pikiran dengan penulis.
10. Teman-teman Kos 7 Sunan Ampel, Laila Anisatin, Mia Sukenti, Silviya Nur Qomariyah, dan Linda Tyas yang senantiasa memberikan dukungan kepada penulis.
11. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, penulis ucapkan terima kasih atas bantuannya.

Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan khususnya bidang matematika. Amiin.

Malang, September 2014

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR viii
DAFTAR ISI x
DAFTAR GAMBAR xii
ABSTRAK xiii
ABSTRACT xiv
ملخص xv

BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Sistematika Penulisan 5

BAB II KAJIAN PUSTAKA 7
2.1 Graf 7
2.2 Derajat Titik 9
2.3 Subgraf 10
2.4 Subgraf Rentangan 11
2.5 Graf Terhubung 12
2.6 Graf Lintasan 13
2.7 Graf Kosong 14
2.8 Graf Komplit 14
2.9 Faktorisasi 15
2.10 Bilangan Ramsey 16
2.10.1 Bilangan Ramsey Klasik 16
2.10.2 Generalisasi Bilangan Ramsey 16
2.11 Kajian dalam Agama 17

BAB III METODE PENELITIAN 20
3.1 Metode dan Jenis Penelitian 20
3.2 Data dan Sumber Data 21
3.2.1 Data 21
3.2.3 Sumber Data 22
3.3 Mengumpulkan Data 22
3.4 Analisis Data 23
3.5 Prosedur Penelitian 23

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV PEMBAHASAN 25
4.1 Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n Genap 25
4.2 Kajian Keagamaan 57

BAB V PENUTUP 59
5.1 Kesimpulan 59
5.2 Saran 59

DAFTAR PUSTAKA 60

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G 7
Gambar 2.2 Graf G 8
Gambar 2.3 Graf G dengan Derajat Titik 9
Gambar 2.4 Graf dengan Subgraf dan Bukan Subgraf 11
Gambar 2.5 Graf dengan Subgraf Rentangannya 12
Gambar 2.6 Graf G dan H 13
Gambar 2.7 Graf Terhubung G dan Graf Tak Terhubung H 13
Gambar 2.8 Graf Lintasan P_2 14
Gambar 2.9 Graf Kosong N_3 14
Gambar 2.10 Graf Komplit K_4 15
Gambar 2.11 Graf G dan Faktor-faktornya 16
Gambar 2.12 K_2 dengan Faktor F_1 dan F_2 16
Gambar 4.1 K_1 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 25
Gambar 4.2 K_2 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 25
Gambar 4.3 K_3 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 26
Gambar 4.4 K_4 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 27
Gambar 4.5 K_5 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 28
Gambar 4.6 K_6 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 30
Gambar 4.7 K_7 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 32
Gambar 4.8 K_8 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 34
Gambar 4.9 K_9 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 37
Gambar 4.10 K_{10} dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 42
Gambar 4.11 K_{11} dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3 47

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Fitriyah, Laila. 2014. **Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan *n* Genap**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd
(II) Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata Kunci: Generalisasi Bilangan Ramsey, Faktorisasi, Graf Lintasan, Graf Komplit

Matematika bukan hanya ilmu hitung yang selama ini dikenal banyak orang. Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang dapat memberikan solusi dalam penyelesaian suatu masalah. Salah satu cabang ilmu matematika yang sering digunakan untuk memecahkan suatu masalah adalah teori graf. Di dalam teori graf dibahas suatu konsep yang belum banyak diketahui orang, yaitu bilangan Ramsey.

Bilangan Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Ramsey. Telah ada beberapa penelitian mengenai bilangan Ramsey, namun yang jarang dibahas adalah konsep tentang generalisasi bilangan Ramsey. Misal $G_1, G_2, ..., G_k$ ($k \geq 2$) adalah beberapa graf. Generalisasi bilangan Ramsey $r(G_1, G_2, ..., G_k)$ adalah bilangan bulat terkecil *n* sedemikian hingga untuk sebarang Faktorisasi $K_n = F_1 \oplus F_2 \oplus ... \oplus F_k$, di mana graf G_i adalah subgraf F_i untuk sedikitnya satu $i = 1, 2, ..., k$.

Pada penelitian ini dibahas bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$. Dari hasil penelitian yang telah dilakukan, diperoleh bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk *n* genap atau $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n - 1$, untuk *n* bilangan asli.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Fitriyah, Laila. 2014. **General Form of Ramsey Number $r(P_n, P_n, P_n)$ for n Even**. Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology. State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd
(II) Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: Generalized Ramsey number, Factorization, Path graph, Complete graph

Mathematics not only about counting as known by many people. It is one of science that can give a solution in a problem solving. One branch of mathematics that is often used to solve a problem is graph theory. In graph theory there is a concept that not widely known, namely the Ramsey number.

Frank Ramsey introduced Ramsey number for the first time. There are many researches about Ramsey number, but the generalized Ramsey number ia rarely discussed. Let $G_1, G_2, ..., G_k$ ($k \geq 2$) be graphs, the generalized Ramsey number is the least positive integer n such that for any factorization $K_n = F_1 \oplus F_2 \oplus ... \oplus F_k$, the graph G_i is a subgraph of F_i for at least one i = 1, 2, ..., k.

In this research the author discussed the general form of Ramsey number $r(P_n, P_n, P_n)$ for n even. From the research that has been done, we obtain the general form of Ramsey number $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$ for n even or $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n - 1$, for n natural number.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ملخص

فطرية، ليلى. ٢٠١٤. **نموذج العام للرقم رمزي $r(P_n, P_n, P_n)$ بـ n فردي**. بحث جامعي. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف: (١) إيفاواتي أليسة، الماجستير

(٢) وحيو هنكي إيراوان، الماجستير

كلمات البحث: التعميم الرقم رمزي، التعميل، غرف المسار، غرف الكاملة

الرياضيات ليس علم العد فقط التي كانت معروفة لكثير من الناس. الرياضيات هي واحدة من التخصصات التي يمكن أن يوفر حلا في حل المشكلة. واحد من فروع الرياضيات التي غالبا تستخدم لحل المشكللة هي منهج الغرف. في المنهج الغرف ناقش المفهوم الذي لم يعرف على نطاق واسع هو الرقم رمزي.

الرقم رمزي لأول مرة قدم بواسطة فزنك رمزي. كان البحوث حول الرقم رمزي كثيرة، لكن الذي نادرا للناقش هو المفهوم عن التعميم الرقم رمزي. المثال $r(G_1, G_2, \ldots, G_k)$ $(k \geq 2)$ هو بعض الغرف. التعميم الرقم رمزي $r(G_1, G_2, \ldots, G_k)$ هو أصغر عدد الصحيح n بحيث لأي التعميل $K_n = F_1 \oplus F_2 \oplus \ldots \oplus F_k$ حيث غرف G_i هو سوب غرف F_i على الأقل أحد من $i = 1, 2, \ldots, k$.

في هذا البحث ناقش نموذج العام للرقم رمزي $r(P_n, P_n, P_n)$ ب n فردي. من النتاءج البحث الذي قد يقام بها، الحصول عليها $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$ ب n فردي أو $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n-1$ بـ n عدد الصحيح

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu pengetahuan selalu mengalami perkembangan dalam setiap masa. Kebutuhan manusia yang semakin kompleks mendorong perkembangan ilmu pengetahuan semakin pesat. Karena itulah mulai bermunculan ilmu-ilmu baru yang dapat diterapkan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang tengah terjadi di dalam kehidupan. Matematika merupakan suatu disiplin ilmu yang juga selalu mengalami perkembangan. Matematika tidak hanya merupakan ilmu hitung yang selama ini dikenal banyak orang. Matematika mempunyai beberapa cabang keilmuan yang dalam perkembangannya, penerapan ilmu matematika ini dapat memberikan suatu solusi dalam penyelesaian suatu permasalahan. Salah satu cabang matematika yang sering digunakan adalah tori graf.

Teori graf lahir pada tahun 1736 melalui tulisan Euler yang berisi tentang upaya pemecahan masalah jembatan Konisberg yang sangat terkenal di Eropa. Tahun 1847, G.R. Kirchoff berhasil mengembangkan teori pohon yang digunakan dalam persoalan jaringan listrik. Sepuluh tahun kemudian, A. Cayley juga menggunakan konsep pohon untuk menjelaskan permasalahan kimia yaitu hidrokarbon (Sutarno, dkk., 2005:65).

Perkembangan teori graf tidak hanya berhenti sampai di situ. Saat ini telah banyak ditemukan konsep-konsep baru yang turut andil berperan dalam menyelesaikan persoalan-persoalan yang ada. Penerapan teori graf juga telah dimanfaatkan dalam bidang transportasi dan telekomunikasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Membahas tentang perkembangan ilmu pengetahuan, Al-Qur'an telah memberikan penjelasan tentang berbagai macam ilmu pengetahuan yang bermanfaat bagi kehidupan manusia. Firman Allah SWT:

كِتَٰبٌ أَنزَلْنَٰهُ إِلَيْكَ مُبَٰرَكٌ لِّيَدَّبَّرُوٓا۟ ءَايَٰتِهِۦ وَلِيَتَذَكَّرَ أُو۟لُوا۟ ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿٢٩﴾

Artinya: "*Ini adalah sebuah kitab yang Kami turunkan kepadamu penuh dengan berkah supaya mereka memperhatikan ayat-ayatNya dan supaya mendapat pelajaran orang-orang yang mempunyai fikiran.*" (QS. Shaad/38: 29)

Ayat di atas menjelaskan bahwasannya di dalam Al-Qur'an telah terdapat tanda-tanda akan kekuasaan Allah yang darinya dapat diambil suatu pelajaran sehingga akan didapatkan suatu pengetahuan bagi orang-orang yang mau berpikir. Berdasarkan ayat di atas dapat diketahui bahwa sesungguhnya Allah SWT memerintahkan hambaNya untuk senantiasa berpikir akan tanda-tanda kekuasaanNya yang terdapat di alam. Melalui proses berpikir itulah akan muncul suatu pengetahuan baru yang nantinya akan selalu mengalami perkembangan. Sehingga akan diperoleh suatu manfaat yang dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari.

Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan titik dan sisi, di mana himpunan titiknya tidak kosong sedangkan himpunan sisinya mungkin kosong. Graf itu menghubungkan antara titik dan sisi. Di dalam Al-Qur'an terdapat perintah untuk membangun *hablun minallah* dan *hablun minannas* dengan baik. Firman Allah SWT:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ضُرِبَتۡ عَلَيۡهِمُ ٱلذِّلَّةُ أَيۡنَ مَا ثُقِفُوٓاْ إِلَّا بِحَبۡلٖ مِّنَ ٱللَّهِ وَحَبۡلٖ مِّنَ ٱلنَّاسِ وَبَآءُو بِغَضَبٖ مِّنَ ٱللَّهِ وَضُرِبَتۡ عَلَيۡهِمُ ٱلۡمَسۡكَنَةُۚ ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمۡ كَانُواْ يَكۡفُرُونَ بِـَٔايَٰتِ ٱللَّهِ وَيَقۡتُلُونَ ٱلۡأَنۢبِيَآءَ بِغَيۡرِ حَقّٖۚ ذَٰلِكَ بِمَا عَصَواْ وَّكَانُواْ يَعۡتَدُونَ ١١٢

Artinya: *"Mereka diliputi kehinaan di mana saja mereka berada, kecuali jika mereka berpegang kepada tali (agama) Allah dan tali (perjanjian) dengan manusia, dan mereka kembali mendapat kemurkaan dari Allah dan mereka diliputi kerendahan. yang demikian itu karena mereka kafir kepada ayat-ayat Allah dan membunuh Para Nabi tanpa alasan yang benar. yang demikian itu disebabkan mereka durhaka dan melampaui batas."* (QS.Ali-'Imran/03: 112)

Dalam ayat di atas ditegaskan bahwasannya sebagai seorang mukmin haruslah menjaga *hablun minallah* dan *hablun minannas* dengan baik agar terhindar dari kemurkaan Allah SWT. *Hablun minallah* menurut bahasa berarti hubungan dengan Allah. Untuk membangun hubungan dengan Allah maka perlu dilakukan kewajiban untuk menunaikan hak-hak Allah, yaitu dengan mengesakanNya dan menjalankan syari'atNya. Misalnya dengan shalat, puasa, dan membaca Al-Qur'an. Sebagai makhluk sosial manusia tidak boleh mengabaikan hubungan dengan sesamanya. Maka dari itu Allah pun memerintahkan untuk membangun *hablun minannas* yaitu hubungan dengan sesama manusia dengan baik. Banyak cara yang dapat dilakukan untuk menjaga hubungan dengan sesama manusia. Misalnya dengan saling tolong-menolong, bersedekah, dan bersilatur rahmi. Oleh karena itu *hablun minallah* dan *hablun minannas* harus berjalan dengan selaras, serasi, dan seimbang.

Salah satu konsep yang dibahas di dalam teori graf adalah konsep mengenai bilangan Ramsey. Bilangan Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Ramsey. Hingga sampai saat ini penelitian mengenai bilangan Ramsey

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

masih terus dilakukan demi mendapatkan suatu pengetahuan yang baru. Telah ada beberapa penelitian mengenai bilangan Ramsey klasik, namun yang tidak banyak dilakukan adalah penelitian mengenai generalisasi bilangan Ramsey. Maka dari itu peneliti tertarik untuk meneliti tentang generalisasi bilangan Ramsey melalui skipsi yang berjudul "Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap ".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas maka masalah yang dapat dirumuskan adalah bagaimana bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dijelaskan sebelumnya, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mendeskripsikan dan menganalisis bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan melalui penulisan skripsi ini, antara lain:

1. Bagi Penulis

   Penyusunan skripsi ini diharapkan mampu memberikan tambahan pengetahuan yang baru sehingga memperluas wawasan yang dimiliki penulis.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Bagi Pembaca

Penulisan skipsi ini diharapkan dapat menambah wawasan baru bagi pembaca mengenai teori graf, khsusnya tentang generalisasi bilangan Ramsey.

3. Bagi Lembaga UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Skripsi ini dapat dijadikan sebagai bahan kepustakaan sebagai sarana bagi civitas akademika UIN Maliki Malang khususnya pada jurusan Matematika.

1.5 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pemahaman penelitian ini secara menyeluruh, maka akan dipaparkan sistematika penulisannya, yaitu sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan dipaparkan latar belakang penelitian, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini dijelaskan konsep-konsep dan teori-teori yang mendukung masalah yang dikaji dalam penelitian ini. Konsep dan teori tersebut antara lain mengenai definisi tentang graf, derajat titik, subgraf, subgraf rentangan, graf terhubung, graf lintasan, graf kosong, graf komplit, faktorisasi graf, bilangan Ramsey klasik dan generalisasi bilangan Ramsey beserta contohnya masing-masing dan teorema tentang jabat tangan beserta pembuktiannya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini diterangkan metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini. Bagaimana langkah-langkah yang digunakan penulis dalam penelitian ini juga dijelaskan di dalamnya.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini diuraikan bagaimana langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap. Bentuk umum yang telah diperoleh tersebut kemudian akan dibuktikan kebenarannya secara matematis.

Bab V Penutup

Pada bab ini dijabarkan kesimpulan dari hasil-hasil penelitian yang telah diperoleh dari pembahasan dan saran bagi peneliti untuk melakukan penelitian lebih lanjut tentang masalah yang terkait.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

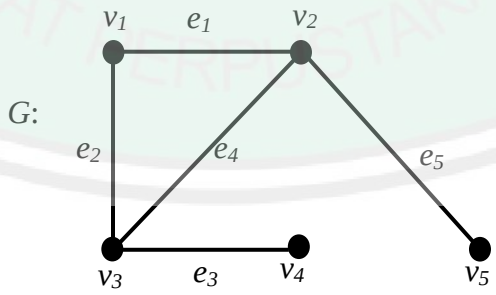
2.1 Graf

Definisi 1

Graf *G* adalah pasangan himpunan (*V, E*) dengan *V* adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan *E* adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di *V* yang disebut sebagai sisi (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Himpunan titik di *G* dinotasikan dengan *V*(*G*) dan himpunan sisi di *G* dinotasikan dengan *E*(*G*). Sedangkan banyaknya unsur di *V* disebut *order* dari *G* dan dilambangkan dengan *p*(*G*) dan banyaknya unsur di *E* disebut *size* dari *G* dan dilambangkan dengan *q*(*G*). Jika graf yang dibicarakan hanya graf *G*, maka *order* dan *size* dari *G* tersebut cukup ditulis dengan *p* dan *q* (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Contoh 2.1



Gambar 2.1 Graf *G*

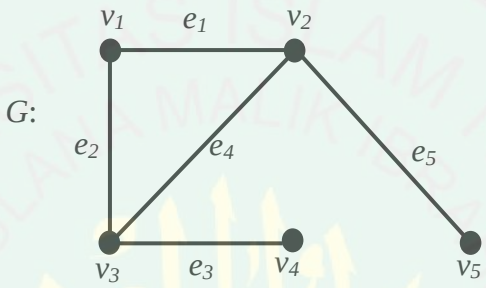
Pada gambar di atas dapat diketahui graf *G* mempunyai 5 titik sehingga *G* mempunyai *order* 4 atau $p = 4$. Graf *G* juga mempunyai 5 sisi sehingga *G* mempunyai *size* 5 atau $q = 5$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Definisi 2

Sisi $e = \{u, v\}$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = \{u, v\}$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya sisi $e = \{u, v\}$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Contoh 2.2



Gambar 2.2 Graf G

Graf G dengan himpunan titik dan sisi masing-masing:

$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$

dengan

$e_1 = v_1v_2$

$e_2 = v_1v_3$

$e_3 = v_3v_4$

$e_4 = v_2v_3$

$e_5 = v_2v_5$

Berdasarkan gambar graf G di atas juga dapat diketahui bahwa titik v_1 dan v_2 terhubung langsung atau *adjacent* tetapi titik v_1 dan v_4 tidak terhubung langsung. Sisi e_1 dan e_2 terkait langsung atau *incident* tetapi sisi e_1 dan e_3 tidak terkait langsung.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

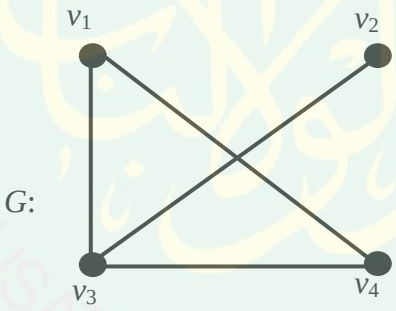
2.2 Derajat Titik

Definisi 3

Jika v adalah titik pada graf G. Derajat dari titik v di graf G, ditulis $deg_G(v)$ adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v (Abdussakir, dkk., 2009:9).

Dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G, maka tulisan $deg_G(v)$ disingkat menjadi $deg(v)$. Titik yang berderajat 0 disebut titik terasing atau titik terisolasi. Titik yang berderajat 1 disebut titik ujung atau titik akhir. Titik yang berderajat genap disebut titik genap dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil. Derajat maksimum titik di G dilambangkan dengan $D(G)$ dan derajat minimum titik di G dilambangkan dengan $d(G)$.

Contoh 2.3



Gambar 2.3 Graf G dengan Derajat Titik

Dari gambar di atas diperoleh $deg(v_1) = 2$, $deg(v_2) = 1$, $deg(v_3) = 3$, $deg(v_4) = 2$. Titik v_1 dan v_4 adalah titik genap. Titik v_2 dan v_3 adalah titik ganjil. Titik v_2 adalah titik ujung. Graf G di atas tidak mempunyai titik terisolasi karena tidak ada titik yang berderajat 0. Derajat maksimum di G adalah $D(G) = 3$ dan derajat minimum di G adalah $d(G) = 1$.

Teorema 2.1

Misalkan G graf dengan order p dan size q, dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_p\}$. Maka

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\sum_{i=1}^{p} \deg(v_i) = 2q$$

Bukti

Setiap menghitung derajat suatu titik di *G*, maka suatu sisi dihitung 1 kali. Karena setiap sisi menghubungkan dua titik berbeda maka ketika menghitung derajat semua titik, sisi akan terhitung dua kali. Dengan demikian diperoleh bahwa jumlah semua derajat titik di *G* sama dengan 2 kali jumlah sisi di *G*. terbukti bahwa $\sum_{i=1}^{p} \deg(v_i) = 2q$.

Pada gambar 2.3, jumlah derajat suatu titik pada graf *G* adalah

$$\sum_{i=1}^{4} \deg(v_i) = 2q$$

$$deg(v_1) + deg(v_2) + deg(v_3) + deg(v_4) = 2 + 1 + 3 + 2 = 8 = 2 \times 4 = 2q$$

2.3 Subgraf

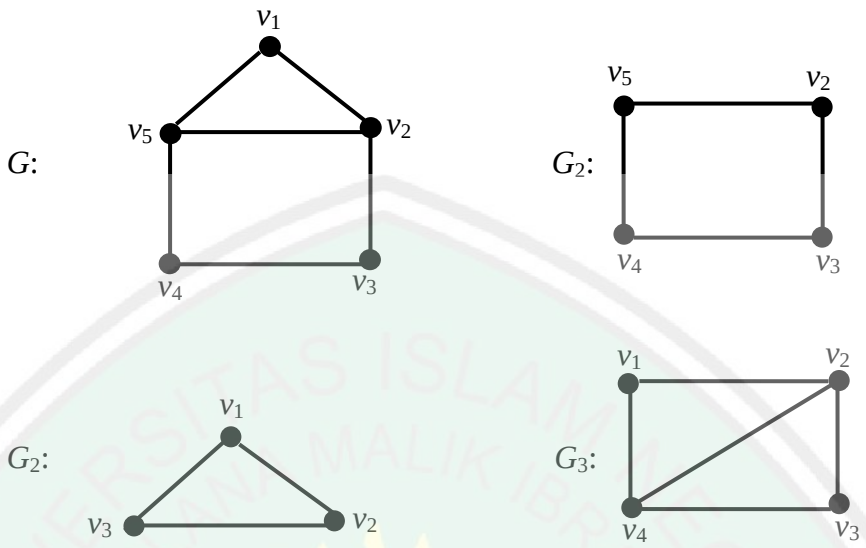
Definisi 4

Misalkan *G* graf. Graf *H* dikatakan subgraf dari graf *G* jika setiap titik di *H* adalah titik di *G* dan setiap sisi di *H* adalah sisi di *G*. Dengan kata lain, graf *H* adalah subgraf dari *G* jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$ (Abdussakir, dkk., 2009:39).

Jika *H* adalah subgraf dari *G* maka dapat ditulis $H \subseteq G$. Jika *H* adalah subgraf dari *G* tetapi $H \neq G$, maka *H* disebut subgraf sejati dari *G*, dan ditulis dengan $H \subset G$. Pada kasus *H* adalah subgraf *G*, maka *G* disebut supergraf dari *H*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh 2.4



Gambar 2.4 Graf dengan Subgraf dan Bukan Subgraf

Pada contoh di atas G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G sedangkan G_3 bukan subgraf dari G. Ada sisi v_2v_4 di G_3 tetapi v_2v_4 tidak ada di G.

2.4 Subgraf Rentangan

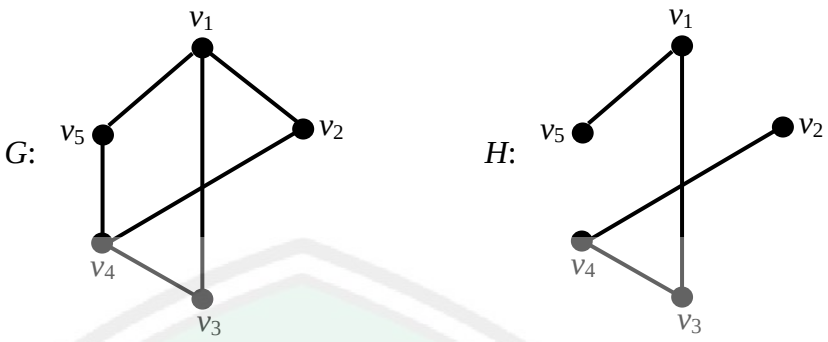
Definisi 5

Misalkan G graf dan H subgraf dari G. H disebut subgraf rentangan (*spanning subgraph*) dari graf G jika order H sama dengan order G, atau dengan kata lain jika $V(H) = V(G)$ (Abdussakir, dkk., 2009:46).

Subgraf rentangan H dari graf G dapat dengan mudah diperoleh dengan cara menghapus satu atau lebih sisi di G.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh 2.5



Gambar 2.5 Graf dengan Subgraf Rentangannya

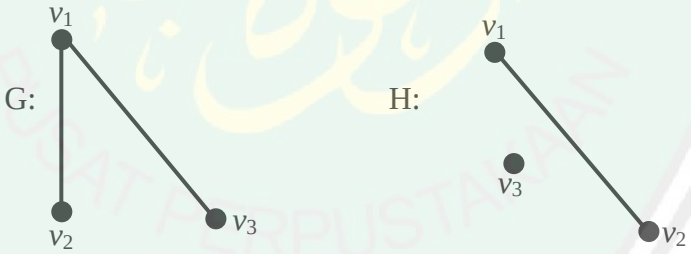
Pada gambar 2.5 di atas graf *H* merupakan subgraf rentangan dari graf *G*.

2.5 Graf Terhubung

Definisi 5

Komponen graf *G* adalah jumlah maksimum graf bagian dalam graf *G* (Sutarno, dkk., 2005:92).

Contoh 2.6



Gambar 2.6 Graf *G* dan *H*

Pada gambar 2.6 di atas graf *G* merupakan graf dengan satu komponen dan graf *H* merupakan graf dengan dua komponen.

Definisi 6

Sebuah graf disebut terhubung (*connected*) jika graf tersebut hanya terdiri dari satu bagian (satu komponen) (Sutarno, dkk., 2005:92).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jika G adalah graf terhubung, dapat dikatakan bahwa komponen dari *G* adalah 1, dinotasikan $\omega(G) - 1$. Apabila suatu graf tidak terhubung, maka graf tersebut terdiri atas beberapa komponen yang masing-masing komponennya adalah suatu graf terhubung atau suatu titik terisolasi.

Contoh 2.7

Gambar 2.7 Graf Terhubung *G* dan Graf Tak Terhubung *H*

Pada gambar 2.7 di atas graf *G* merupakan graf terhubung dan graf *H* bukan graf terhubung yang mempunyai tiga komponen.

2.6 Graf Lintasan

Definisi 7

Graf yang terdiri dari suatu lintasan disebut graf lintasan (Purwanto, 1998:22).

Graf lintasan dengan *n* titik dinotasikan dengan P_n, dengan *n* bilangan asli.

Contoh 2.8

Gambar 2.8 Graf Lintasan P_2

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.7 Graf Kosong

Definisi 8

Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong disebut sebagai graf kosong dan ditulis sebagai N_n, yang dalam hal ini n adalah jumlah titik (Munir, 2012:366).

Contoh 2.9

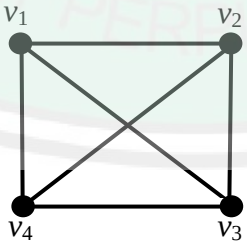
Gambar 2.9 Graf Kosong N_3

2.8 Graf Komplit

Definisi 9

Graf komplit dengan n titik, dilambangkan dengan K_n adalah graf sederhana dengan n titik dan setiap dua titik berbeda dihubungkan dengan satu sisi (Budayasa, 2007:3).

Contoh 2.10



Gambar 2.10 Graf Komplit K_4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.9 Faktorisasi

Definisi 10

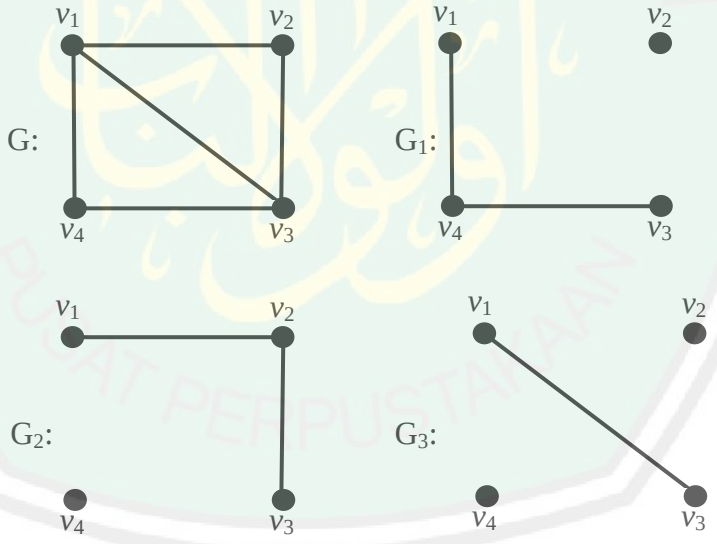
Faktor dari graf *G* adalah suatu subgraf merentang dari graf *G* (Chartrand dan Lesniak, 1986:272).

Jika ($n \geq 2$) adalah faktor yang *disjoint* sisi pada graf *G* sedemikian hingga $\bigcup_{i=1}^{t} E(G_i) = E(G)$, di mana $G = G_1 \oplus G_2 \oplus ... \oplus G_t$ disebut sebagai penjumlahan sisi dari faktor-faktor $G_1, G_2, ..., G_t$.

Definisi 11

Faktorisasi dari graf *G* adalah penjumlahan sisi dari faktor-faktor graf *G* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 272).

Contoh 2.11



Gambar 2.11 Graf *G* dan Faktor-faktornya

Pada gambar 2.11 di atas diperlihatkan graf *G* mempunyai 4 titik dan 5 sisi. G_1, G_2, dan G_3 adalah faktor-faktor dari graf *G*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.10 Bilangan Ramsey

Bilangan Ramsey diperkenalkan oleh Frank Ramsey, yang mempelajari konsep ini dalam kerangka teoritis dan membuktikan bilangan Ramsey.

2.10.1 Bilangan Ramsey Klasik

Definisi 12

Untuk bilangan bulat positif *s* dan *t*, bilangan Ramsey *r*(*s*, *t*) adalah bilangan bulat positif terkecil *n* sedemikian hingga untuk setiap graf *G* berorder *n*, di mana *G* memuat K_s sebagai subgraf atau $\overline{G}$ memuat K_t sebagai subgraf (Chartrand dan Lesniak, 1986:351).

2.10.2 Generalisasi Bilangan Ramsey

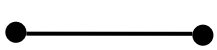
Definisi 13

Misal $G_1, G_2, ..., G_k$ $(k \geq 2)$ adalah beberapa graf. Generalisasi bilangan Ramsey $r(G_1, G_2, ..., G_k)$ adalah bilangan bulat terkecil *n* sedemikian hingga untuk sebarang faktorisasi $K_n = F_1 \oplus F_2 \oplus ... \oplus F_k$, di mana graf G_i adalah subgraf F_i untuk sedikitnya satu $i = 1, 2, ..., k$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:357).

Contoh 2.12

Bilangan ramsey $r(P_2, P_2)$

P_2:

K_2: 

F_1	F_2

Gambar 2.12 K_2 dengan Faktor F_1 dan F_2

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf K_2 adalah graf komplit dengan dua titik dan terdapat satu sisi. Graf K_2 difaktorkan menjadi F_1 dan F_2 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_2, P_2)$. Berarti untuk $K_2 = F_1 \oplus F_2$ terdapat P_2 sebagai subgraf F_1 atau F_2. Pada gambar 2.11, F_1 memuat P_2 sebagai subgraf. Sehingga diperoleh bilangan Ramsey $r(P_2, P_2) = 2$.

2.11 Kajian dalam Agama

Sebagai manusia yang beragama dan beriman maka berkewajiban untuk membangun *hablun minallah* dan *hablun minannas* dengan baik. Membangun hubungan yang baik dengan Allah dapat dilakukan dengan membaca Al-Qur'an. Di dalam Al-Qur'an terdapat berbagai macam petunjuk yang dapat dijadikan sebagai pedoman hidup. Dengan membaca 1 huruf Al-Qur'an akan mendapat 10 kebaikan. Rasulullah SAW bersabda:

عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنَ مَسْعُودٍ رضى الله عنه يَقُولُ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ -صلى الله عليه وسلم- « مَنْ قَرَأَ حَرْفًا مِنْ كِتَابِ اللَّهِ فَلَهُ بِهِ حَسَنَةٌ وَالْحَسَنَةُ بِعَشْرِ أَمْثَالِهَا لاَ أَقُولُ الم حرْفٌ وَلَكِنْ أَلِفٌ حَرْفٌ وَلاَمٌ حَرْفٌ وَمِيمٌ حَرْفٌ ».

Artinya: "Abdullah bin Mas'ud *radhiyallahu 'anhu* berkata: "Rasulullah *shallallahu 'alaihi wasallam* bersabda: "*Siapa yang membaca satu huruf dari Al Quran maka baginya satu kebaikan dengan bacaan tersebut, satu kebaikan dilipatkan menjadi 10 kebaikan semisalnya dan aku tidak mengatakan الم satu huruf akan tetapi Alif satu huruf, Laam satu huruf dan Miim satu huruf.*" (HR. Tirmidzi dan dishahihkan di dalam kitab Shahih Al Jami', no. 6469)

Jika telah membangun *hablun minallah* yang baik maka yang tidak boleh dilupakan adalah juga membangun *hablun minannas*. Menjalin hubungan yang baik dengan sesama manusia dapat dilakukan dengan bersedekah. Firman Allah SWT:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

مَّثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمۡوَٰلَهُمۡ فِي سَبِيلِ ٱللَّهِ كَمَثَلِ حَبَّةٍ أَنۢبَتَتۡ سَبۡعَ سَنَابِلَ فِي كُلِّ سُنۢبُلَةٖ مِّاْئَةُ حَبَّةٖۗ وَٱللَّهُ يُضَٰعِفُ لِمَن يَشَآءُۗ وَٱللَّهُ وَٰسِعٌ عَلِيمٌ ٢٦١

Artinya: *"Perumpamaan (nafkah yang dikeluarkan oleh) orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan Allah adalah serupa dengan sebutir benih yang menumbuhkan tujuh bulir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Allah melipat gandakan (ganjaran) bagi siapa yang Dia kehendaki. dan Allah Maha Luas (karunia-Nya) lagi Maha mengetahui."* (QS. Al-Baqarah/02: 261)

Dalam ayat di atas diterangkan bahwa jika seseorang menyedekahkan sebagian dari hartanya maka dia akan menerima pahala yang besar karena Allah SWT akan melipatgandakannya. Sedekah merupakan suatu amalan yang sangat dianjurkan, karena dalam harta seseorang terdapat hak-hak orang lain di dalamnya yang harus terpenuhi. Sedekah juga bisa menjadi pahala yang terus mengalir.

Allah berfirman dalam salah satu ayat Al-Qur'an:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٖ ٤٩

Artinya: *"Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran."* (QS. Al-Qamar/54: 49)

Ayat di atas menerangkan sesungguhnya Allah menciptakan sesuatu berdasarkan ukuran yang pas. Hal ini menunjukkan jika alam semesta diciptakan berdasarkan ukuran dan hitungan yang sesuai kadarnya. Tidak lebih atau kurang sedikitpun. Dari sini terlihat bahwa sebenarnya ilmu matematika telah ada sejak awal penciptaan alam semesta.

Adanya takaran yang sesuai kadarnya ini menunjukkan bahwa segala sesuatu yang ada di dunia ini pasti mempunyai ukuran yang sesuai pula. Begitu pula ilmu matematika pasti mempunyai ukuran sesuai porsinya masing-masing. Seperti ditemukannya berbagai macam pola dalam matematika yang dapat

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya ukuran satuan berat yang banyak dipraktikkan di pasar atau ukuran satuan panjang yang digunakan untuk membangun suatu gedung dengan ukuran dan pola yang sesuai agar tercipta suatu bangunan yang indah untuk dilihat. Kedua contoh tersebut hanya merupakan bagian kecil dari aplikasi ilmu matematika yang telah digunakan oleh manusia untuk membantu permasalahan yang ditemui.

Tak hanya matematika yang telah mempunyai suatu tetapan ukuran tertentu. Dalam membaca Al-Qur'an dan bersedekah pun telah ditetapkan pahala berdasarkan suatu ukuran yang pasti. Begitu pula dengan bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap tentunya juga akan mempunyai suatu ukuran atau tetapan yang pasti.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Metode dan Jenis Penelitian

Metode penelitian pada dasarnya merupakan cara ilmiah untuk mendapatkan data dengan tujuan dan kegunaan tertentu. Data yang diperoleh melalui penelitian itu adalah data empiris (teramati) yang mempunyai kriteria tertentu yang valid. Valid menunjukkan derajat ketepatan antara data yang sesungguhnya terjadi pada objek dengan data yang dikumpulkan peneliti (Sugiyono, 2011:2).

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research*) yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh berbagai data dan informasi yang akan digunakan dalam penelitian ini. Menurut Zed (2008:2-3), ada tiga alasan mengapa para peneliti menggunakan penelitian kepustakaan, yaitu:

1. Persoalan penelitian tersebut hanya bisa dijawab lewat penelitian pustaka dan sebaliknya tidak mungkin mengharapkan datanya dari riset lapangan.
2. Studi pustaka diperlukan sebagai salah satu tahap tersendiri, yaitu studi pendahuluan untuk memahami lebih dalam gejala baru yang tengah berkembang di lapangan.
3. Data pustaka tetap andal untuk menjawab persoalan penelitiannya.

Ada 4 ciri utama dalam penelitian kepustakaan:

1. Peneliti berhadapan langsung dengan teks (naskah).
2. Data pustaka bersifat siap pakai.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Data pustaka umumnya adalah sumber sekunder.
4. Kondisi data pustaka tidak dibatasi oleh ruang dan waktu (Zed, 2008:4-5).

Alasan penulis menggunakan metode ini adalah karena pada dasarnya penelitian ini adalah penelitian kualitatif, karena data yang digunakan dalam penelitian ini bukan berupa sebuah nilai (skor). Menurut Cresswell, J. dalam Rahmat (2009:2) yang dimaksud dengan penelitian kualitatif adalah jenis penelitian yang menghasilkan penemuan-penemuan yang tidak dapat dicapai (diperoleh) dengan menggunakan prosedur-prosedur statistik atau cara-cara lain dari kuantifikasi (pengukuran). Menurut Noor (2011:34) dalam penelitian kualitatif peneliti bertolak dari data, memanfaatkan teori yang ada sebagai bahan penjelas, dan berakhir dengan suatu teori.

3.2 Data dan Sumber Data

3.2.1 Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa definisi, torema, dan contoh yang berhubungan dengan masalah terkait. Jika diperinci maka data-data tersebut berupa:

1. Definisi tentang graf, derajat titik, subgraf, subgraf rentangan, graf terhubung, graf lintasan, graf kosong, graf komplit, faktorisasi graf, bilangan Ramsey klasik dan generalisasi bilangan Ramsey.
2. Teorema jabat tangan beserta pembuktiannya.

   Contoh-contoh dari setiap definisi yang diberikan yang berasal dari penulis dan dari bahan pustaka.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.2.2 Sumber Data

Secara umum ada 2 macam bahan pustaka, yaitu bahan pustaka tertulis dan bahan pustaka yang tidak tertulis. Bahan pustaka yang digunakan dalam penelitian ini adalah bahan pustaka tertulis. Bahan pustaka tertulis adalah bahan pustaka yang berwujud cetakan dan diterbitkan atau minimal didokumentasikan. Bahan pustaka tertulis yang digunakan antara lain:

1. Buku teks tentang graf seperti karangan Chartrand dan Lesniak, Abdussakir dkk, dan Budayasa serta buku-buku penunjang yang lain.
2. Skripsi tentang faktorisasi graf komplit.

3.3 Mengumpulkan Data

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini melewati beberapa tahap, yaitu:

1. Membaca dan mencatat data-data yang akan digunakan penulis sebagai persiapan untuk mencari dan menentukan data-data apa saja yang dibutuhkan.
2. Mencari data-data yang telah tercatat di perpustakaan atau melalui media internet.
3. Mencatat data-data yang akan digunakan dalam penelitian ini dari hasil membaca yang meliputi definisi, teorema, dan contoh.
4. Memilih dan memilah definisi, teorema, dan contoh yang valid untuk digunakan dalam penelitian ini yang meliputi definisi tentang graf, derajat titik, subgraf, subgraf rentangan, graf terhubung, graf lintasan, graf kosong,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

graf komplit, faktorisasi graf, bilangan Ramsey klasik dan generalisasi bilangan Ramsey beserta contohnya masing-masing dan teorema tentang jabat tangan beserta pembuktiannya.

3.4 Analisis Data

Data-data yang telah terkumpul kemudian digunakan dalam penelitian sebagai dasar dalam pembahasan untuk dianalisis sehingga pada akhirnya akan diperoleh suatu teorema baru. Proses analisis data ini jika diuraikan, meliputi:

1. Menggambarkan graf lintasan P_n dengan n = 2, 4, 6, 8.
2. Menggambarkan graf komplit K_n dengan n dimulai dari 1, 2, 3, ...
3. Menentukan faktorisasi dari graf komplit K_n dengan n diawali dari 1, 2, 3, ...
4. Menentukan bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n = 2, 4, 6, 8 yang dapat ditentukan dengan melihat graf terkecil K_n yang memuat P_n sebagai subgraf.
5. Menentukan bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap yang dapat ditentukan dengan melihat pola bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n = 2, 4, 6, 8.
6. Membuktikan kebenaran dari bentuk umum tersebut secara matematis.

3.5 Prosedur Penelitiaan

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode penelitian kepustakaan (*library research*). Langkah pertama yang dilakukan adalah identifikasi masalah sehingga dihasilkan suatu rumusan masalah yang jelas.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Masalah yang dirumuskan dalam penelitian ini adalah mencari bentuk umum dari bilangan Ramsey$r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap.

Setelah diperoleh rumusan masalah yang jelas maka langkah selanjutnya adalah mengumpulkan data-data terkait. Seperti mencari jurnal dan buku yang berhubungan dengan tema masalah yang diambil. Sehingga diperoleh kajian-kajian teori yang mendukung penelitian ini. Di antaranya definisi tentang graf, derajat titik, subgraf, subgraf rentangan, graf terhubung, graf lintasan, graf kosong, graf komplit, faktorisasi graf, bilangan Ramsey klasik dan generalisasi bilangan Ramsey beserta contohnya masing-masing dan teorema tentang jabat tangan beserta pembuktiannya.

Data-data yang diperoleh tersebut digunakan dalam pembahasan untuk dianalisis. Proses analisis datanya seperti yang telah dijelaskan pada subbab sebelumnya. Setelah analisis data dilakukan maka akan diperoleh sebuah teorema baru yang akan dibuktikan kebenarannya secara umum. Jika telah terbukti kebenarannya maka hasil penelitian ini disajikan dalam bentuk tertulis.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PEMBAHASAN

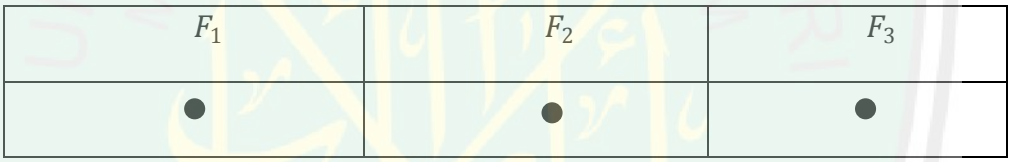
4.1 Bentuk Umum dari Bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n Genap

Berikut ini akan dipaparkan bagaimana langkah-langkah untuk menentukan bentuk umum dari bilangan Ramsey dari $r(P_n, P_n, P_n)$ dengan n genap.

1. $r(P_2, P_2, P_2)$

   P_2:

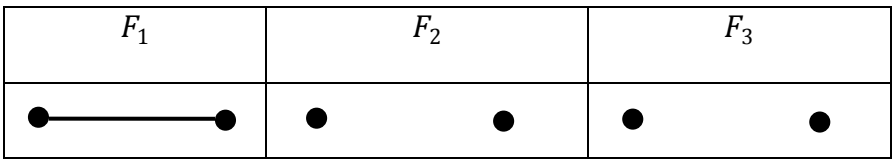
   K_1:



Gambar 4.1 K_1 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_1 adalah graf komplit dengan satu titik sehingga tidak ada sisi. Graf K_1 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_2, P_2, P_2)$. Berarti untuk $K_1 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_2 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.1, tidak terdapat F_1, atau F_2 atau F_3 yang memuat P_2 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_2, P_2, P_2) \neq 1$.

K_2:



Gambar 4.2 K_2 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

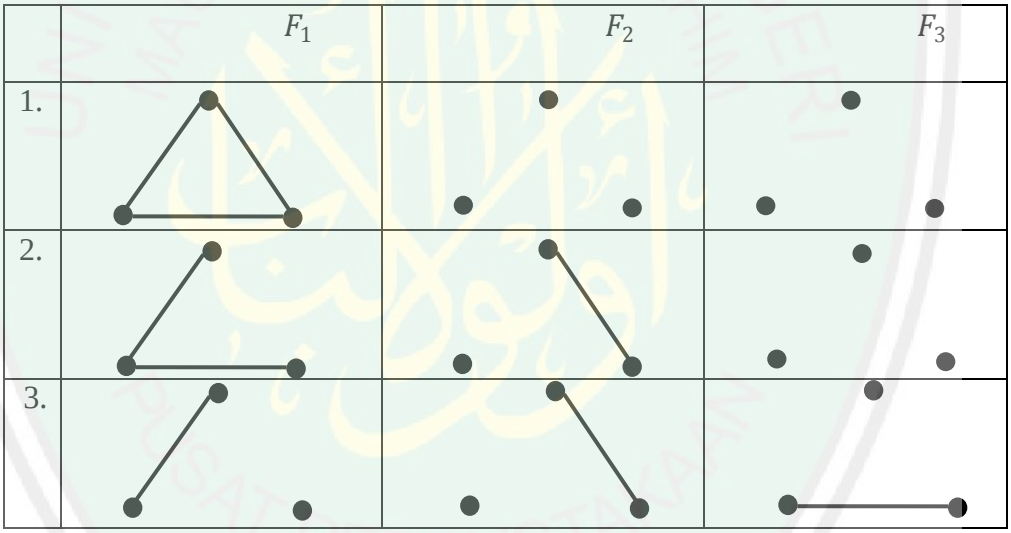
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf K_2 adalah graf komplit dengan dua titik dan terdapat satu sisi. Graf K_2 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_2, P_2, P_2)$. Berarti untuk $K_2 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_2 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.2, F_1 memuat P_2 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, diperoleh bilangan Ramsey $r(P_2, P_2, P_2) = 2$.

2. $r(P_4, P_4, P_4)$

P_4:

K_3:

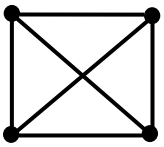


Gambar 4.3 K_3 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_3 adalah graf komplit dengan tiga titik dan tiga sisi. Graf K_3 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_4, P_4, P_4)$. Berarti untuk $K_3 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_2$ terdapat P_4 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.3 bagian 3, tidak terdapat F_1 atau F_2 atau F_3 yang memuat P_4 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan ramsey $r(P_4, P_4, P_4) \neq 3$.

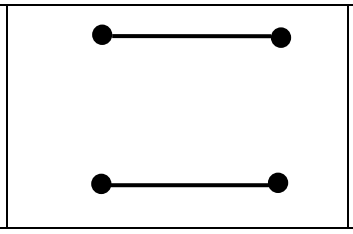
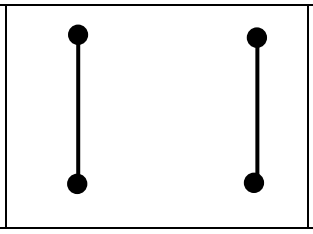
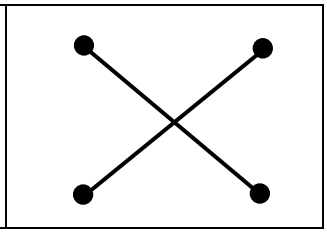
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

K_4 :



	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			

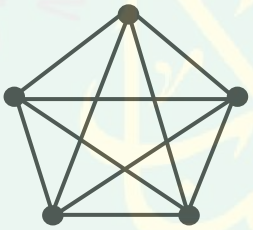
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

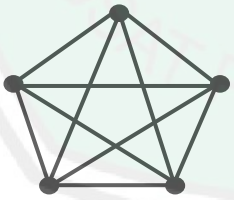
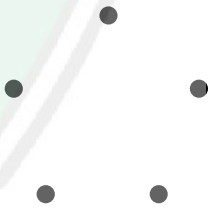
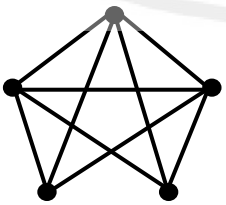
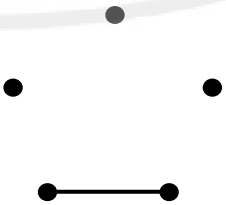
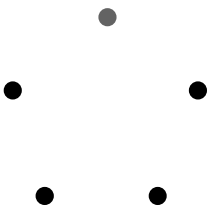
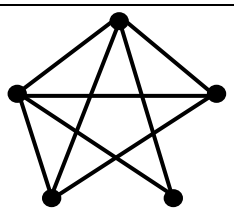
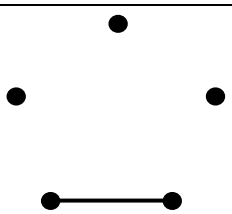
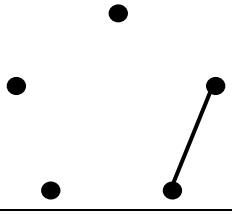
8.			

Gambar 4.4 K_4 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

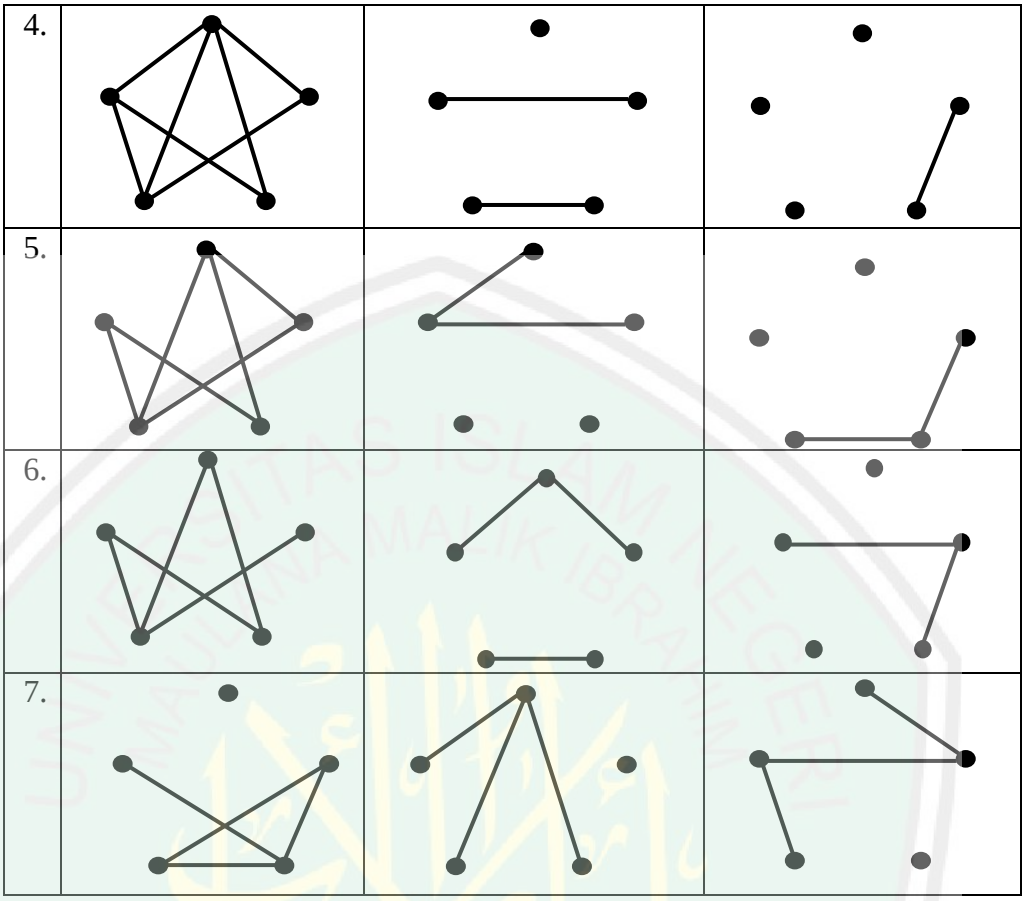
Graf K_4 adalah graf komplit dengan empat titik dan enam sisi. Graf K_4 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_4, P_4, P_4)$. Berarti untuk $K_4 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_4 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.4 bagian 8, terdapat faktorisasi K_4 yang tidak memuat P_3 sebagai subgraf jika faktor K_4 beraturan satu, sehingga $r(P_4, P_4, P_4) \neq 4$.

K_5:



	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			

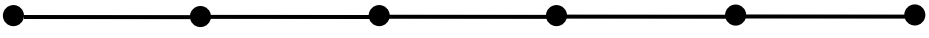
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

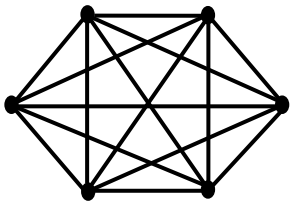


Gambar 4.5 K_5 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

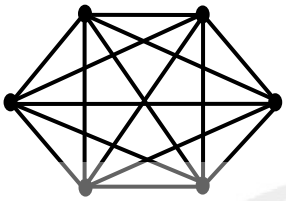
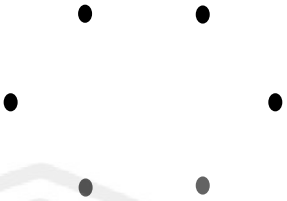
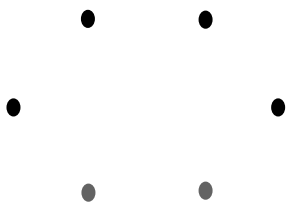
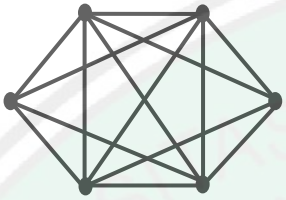
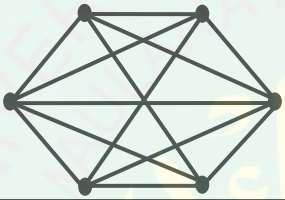
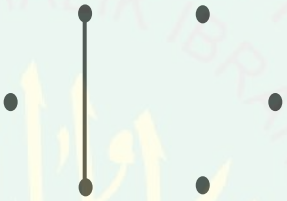
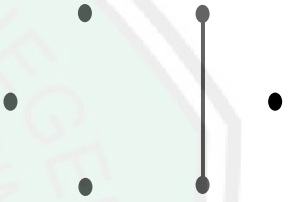
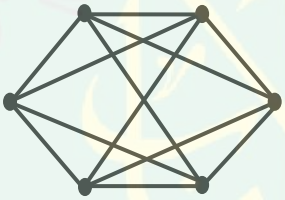
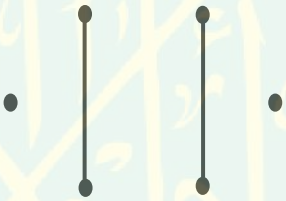
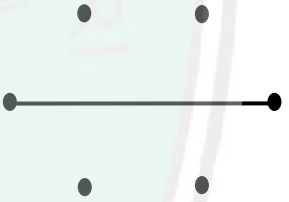
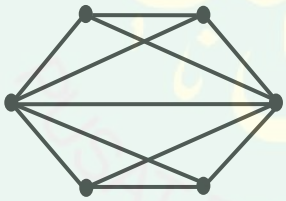
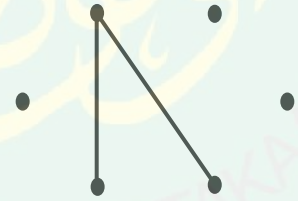
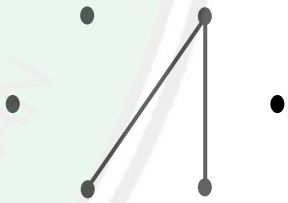
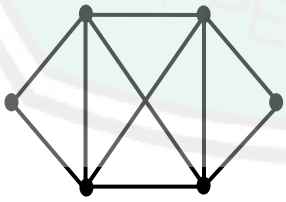
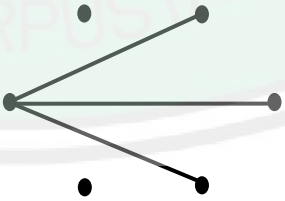
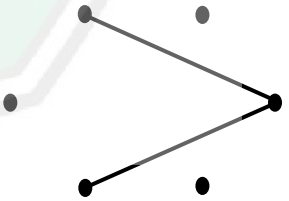
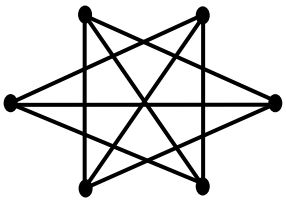
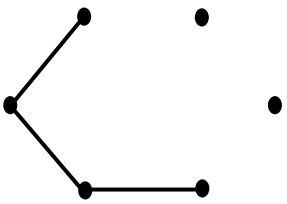
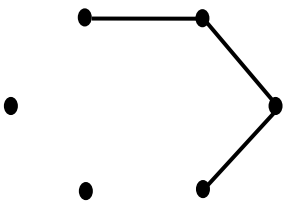
Graf K_5 adalah graf komplit dengan lima titik dan sepuluh sisi. Graf K_5 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_4, P_4, P_4)$. Berarti untuk $K_5 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_4 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.5, terdapat F_1 yang memuat P_4 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, diperoleh bilangan Ramsey $r(P_4, P_4, P_4) = 5$.

4. $r(P_6, P_6, P_6)$

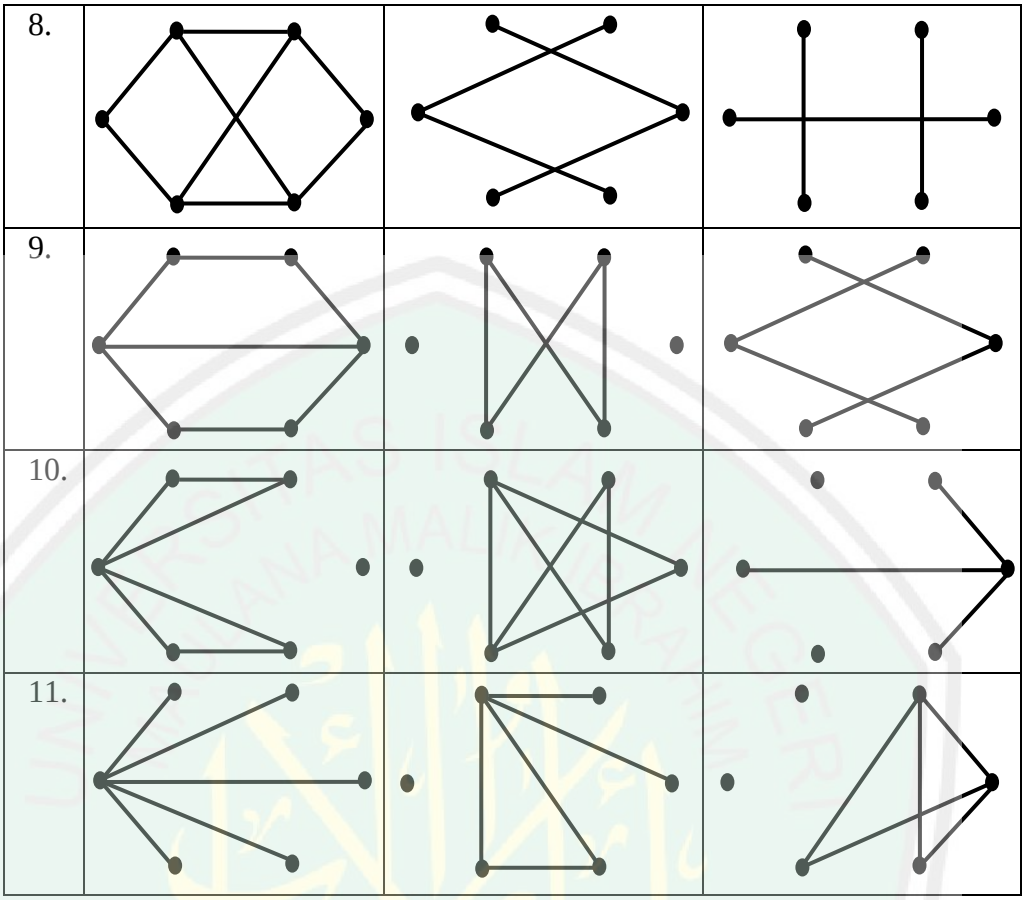
P_6: 

K_6: 

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			

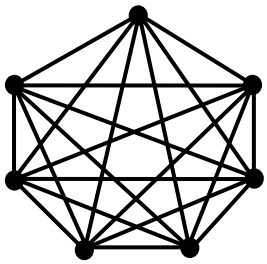
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



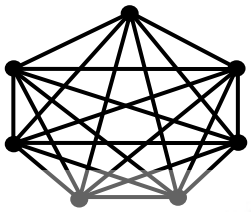
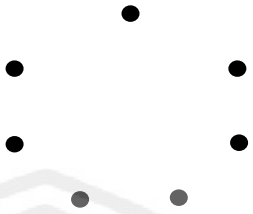
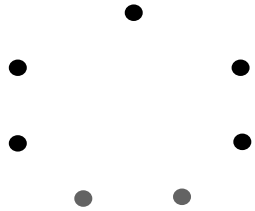
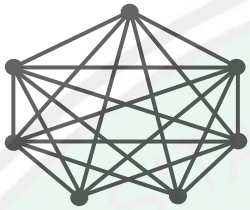
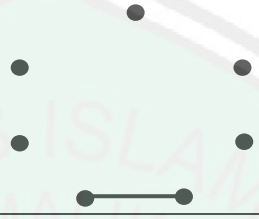
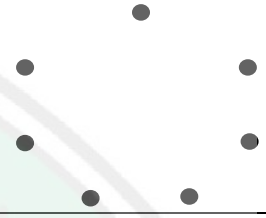
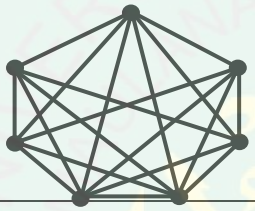
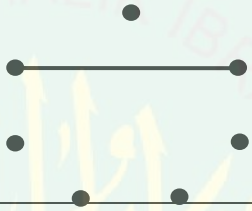
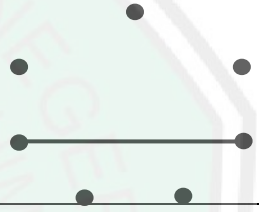
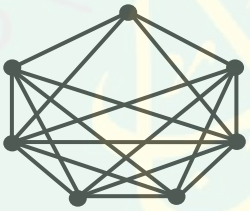
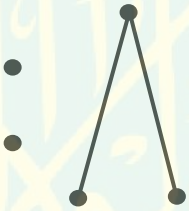
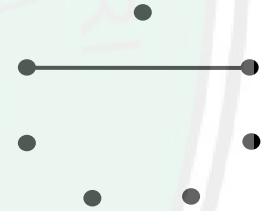
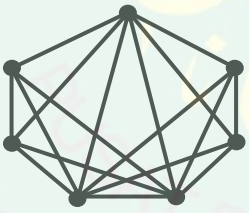
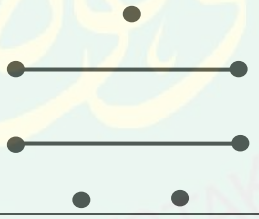
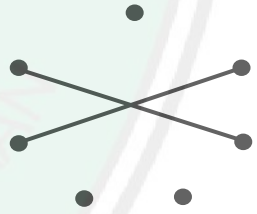
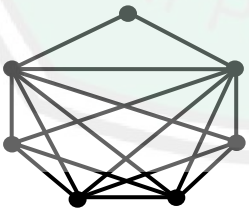
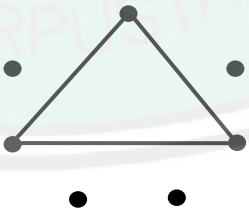
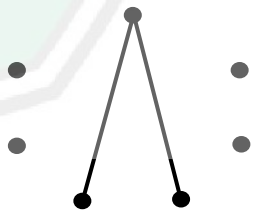
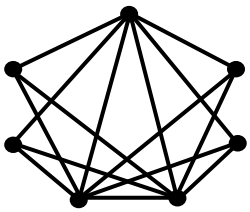
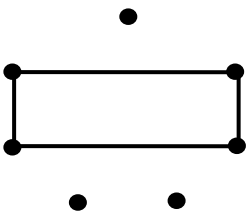
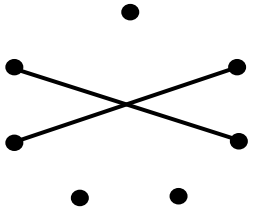
Gambar 4.6 K_6 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_6 adalah graf komplit dengan enam titik dan lima belas sisi. Graf K_6 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_6, P_6, P_6)$. Berarti untuk $K_6 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_6 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.6 bagian 11, tidak terdapat F_1 atau F_2 atau F_3 yang memuat P_6 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_6, P_6, P_6) \neq 6$.

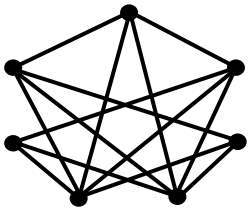
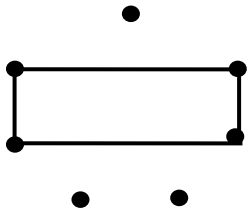
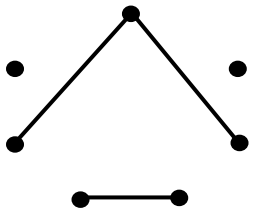
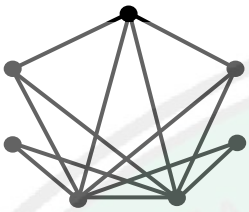
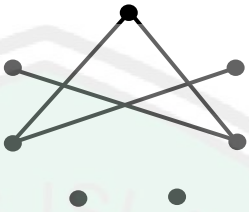
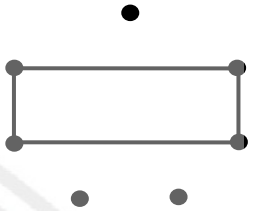
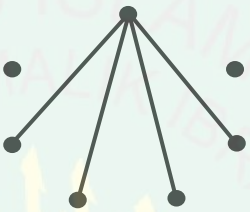
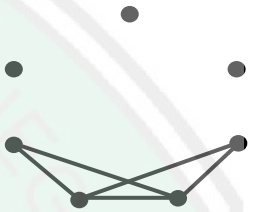
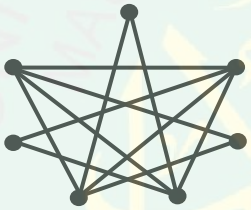
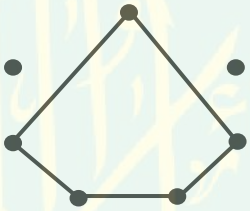
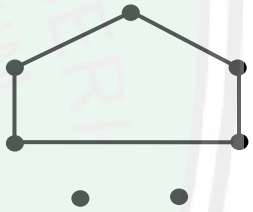
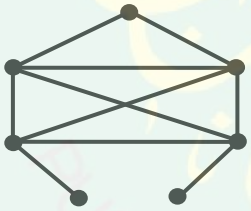
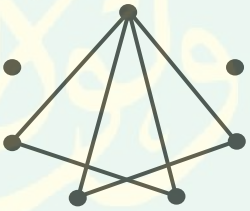
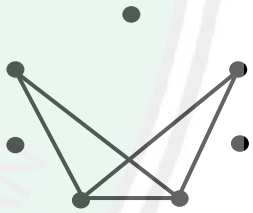
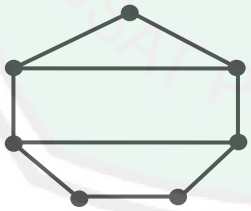
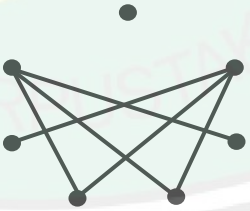
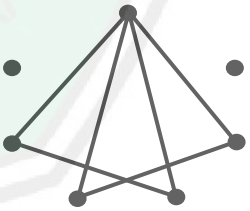
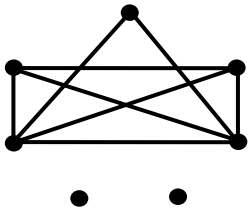
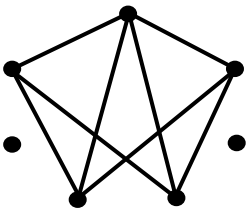
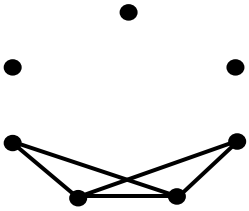
K_7:



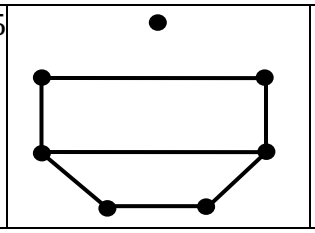
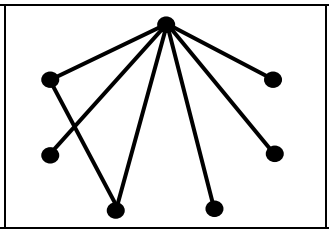
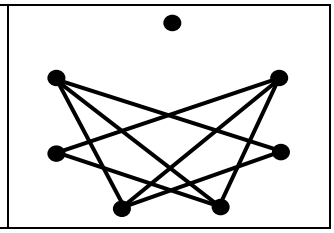
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

8.			
9.			
10			
11			
12			
13			
14			

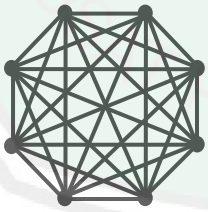
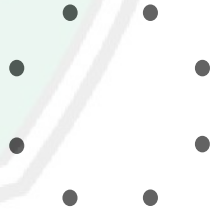
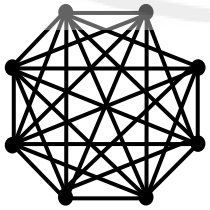
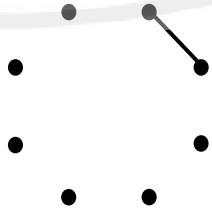
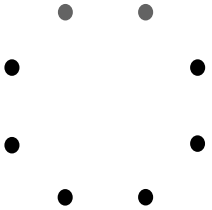
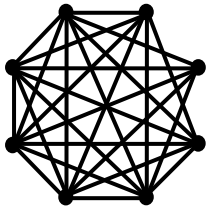
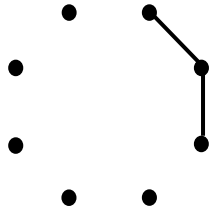
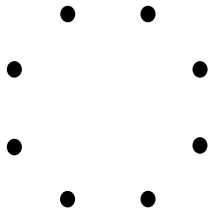
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

15			

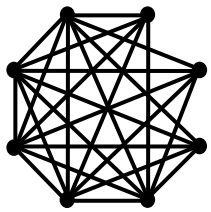
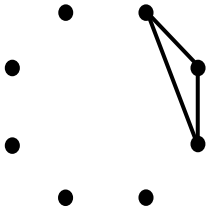
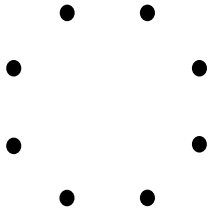
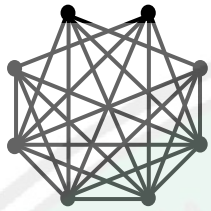
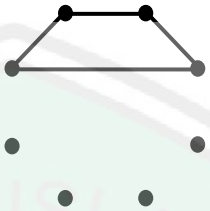
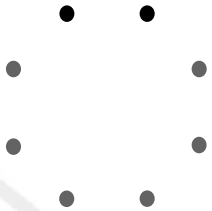
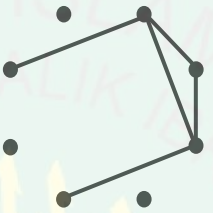
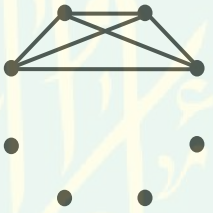
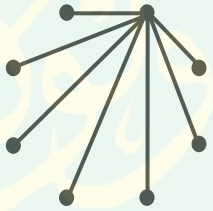
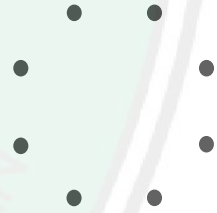
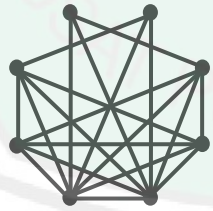
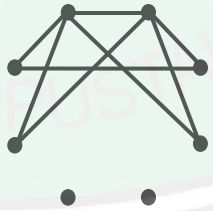
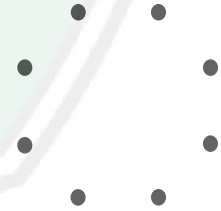
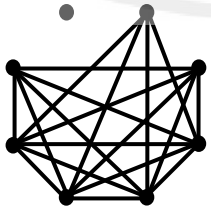
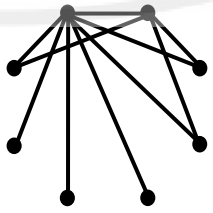
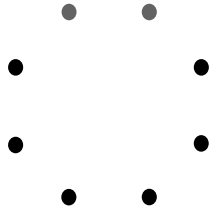
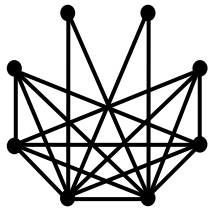
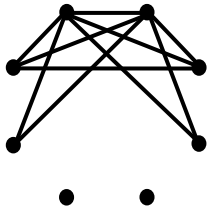
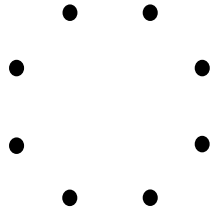
Gambar 4.7 K_7 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_7 adalah graf komplit dengan tujuh titik dan dua puluh satu sisi. Graf K_7 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_6, P_6, P_6)$. Berarti untuk $K_7 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_6 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.7 bagian 14, tidak terdapat F_1 atau F_2 atau F_3 yang memuat P_6 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_6, P_6, P_6) \neq 7$.

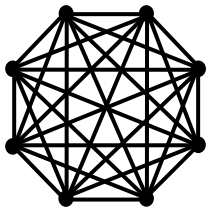
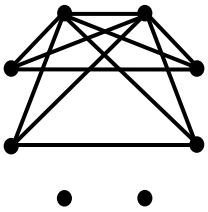
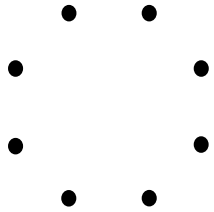
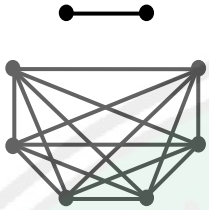
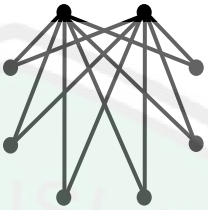
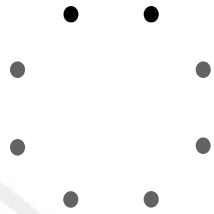
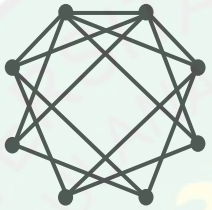
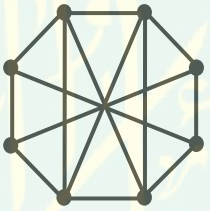
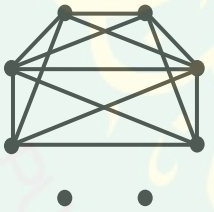
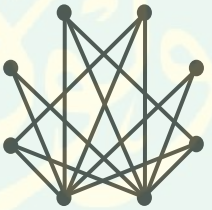
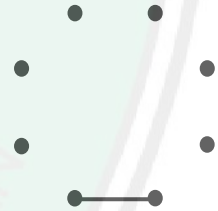
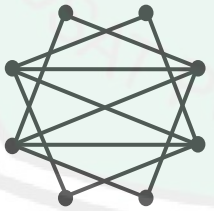
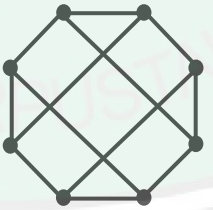
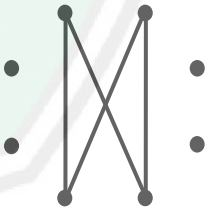
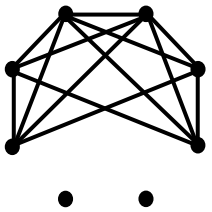
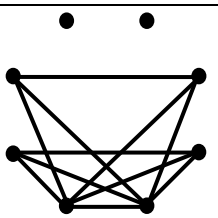
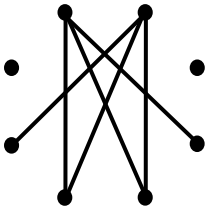
K_8

	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			

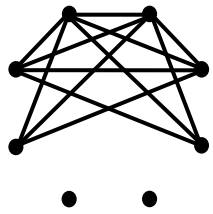
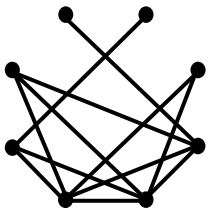
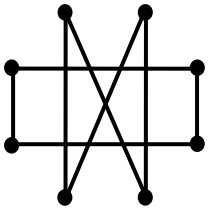
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			
10.			
11.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

12.			
13.			
14.			
15.			
16.			
17.			
18.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

19.			

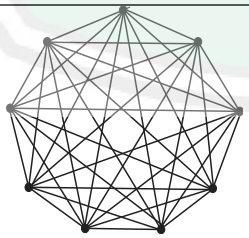
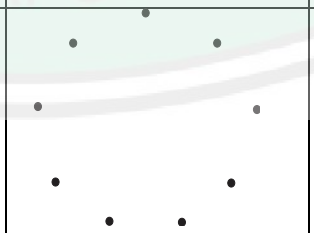
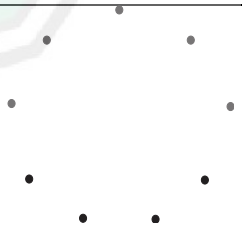
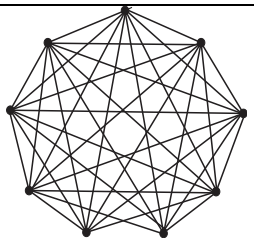
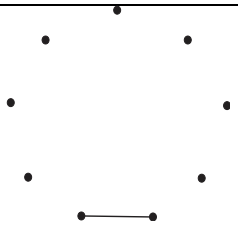
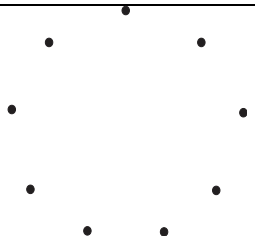
Gambar 4.8 K_8 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_8 adalah graf komplit dengan delapan titik dan dua puluh delapan sisi. Graf K_8 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_6, P_6, P_6)$. Berarti untuk $K_8 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_6 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.8, terdapat F_1 yang memuat P_6 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_6, P_6, P_6) = 8$.

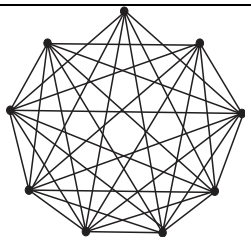
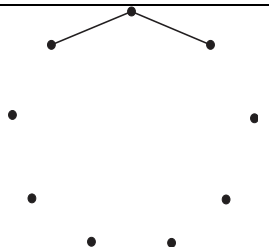
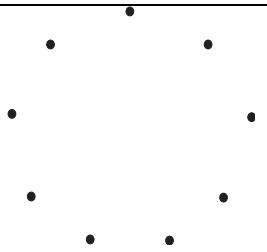
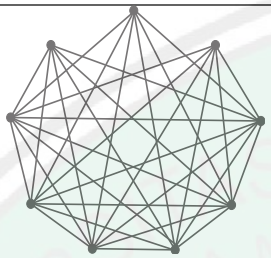
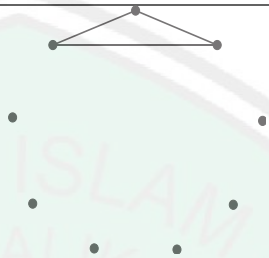
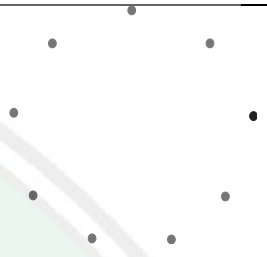
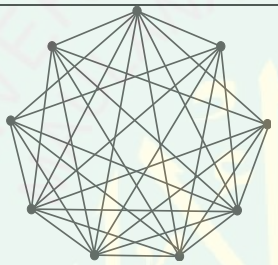
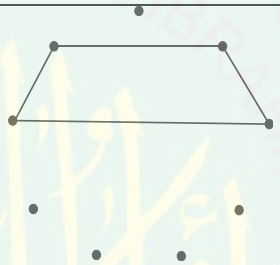
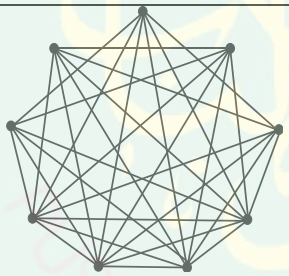
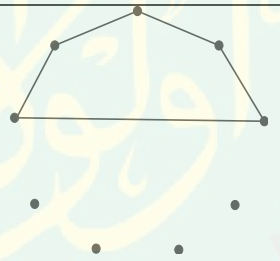
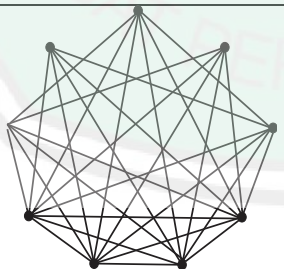
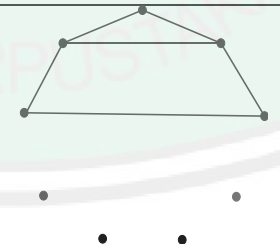
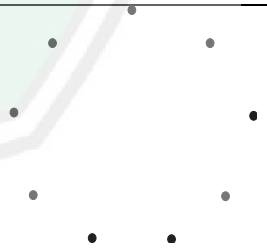
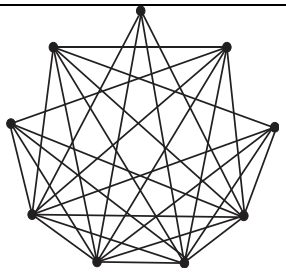
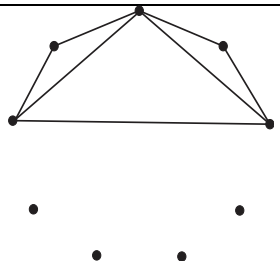
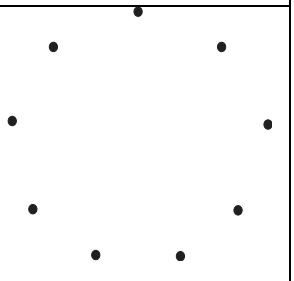
5. $r(P_8, P_8, P_8)$

P_8:

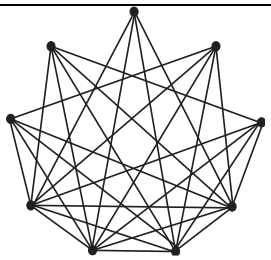
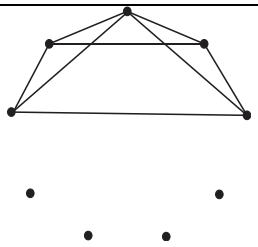
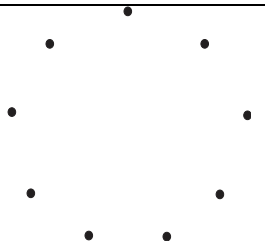
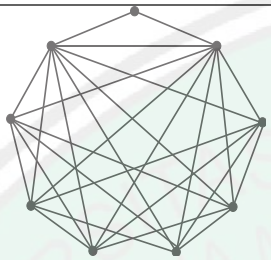
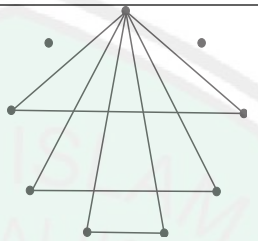
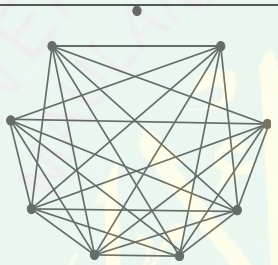
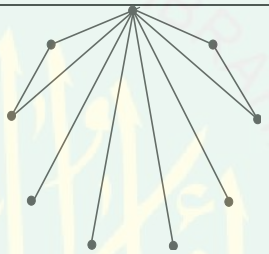
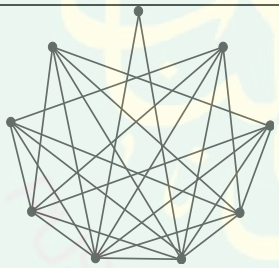
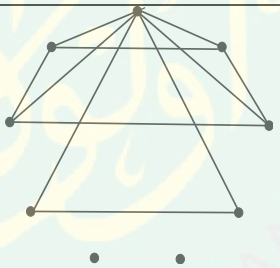
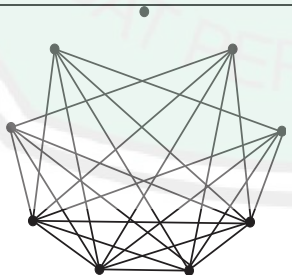
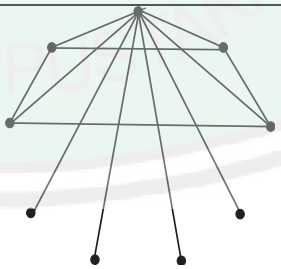
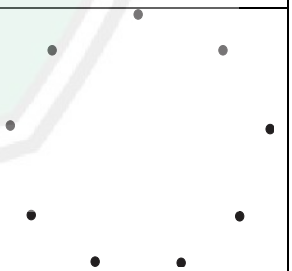
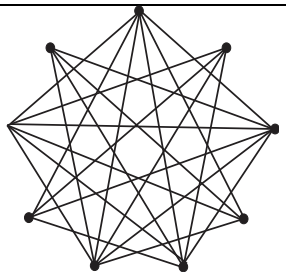
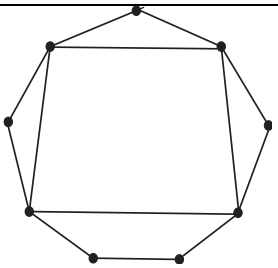
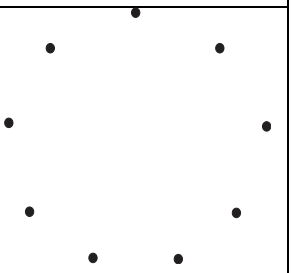
K_9:

	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			

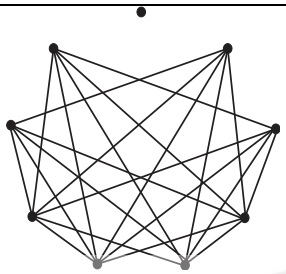
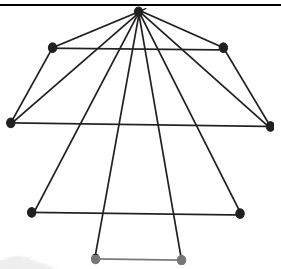
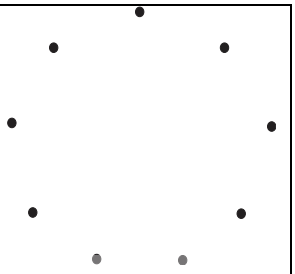
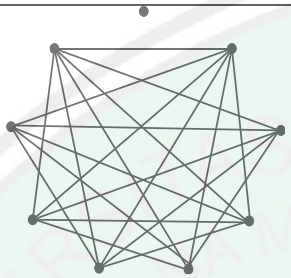
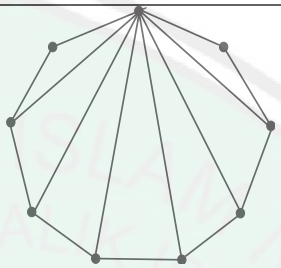
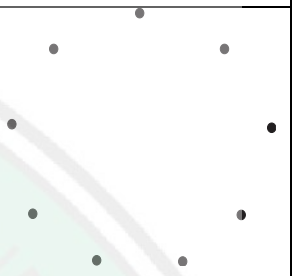
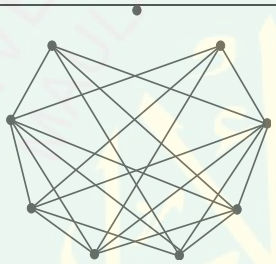
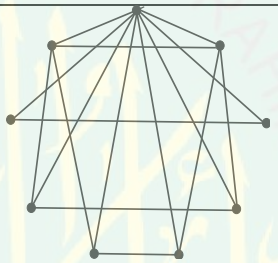
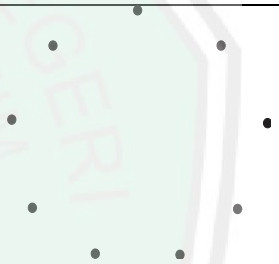
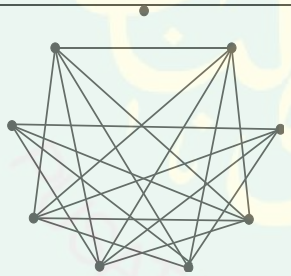
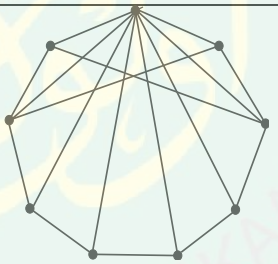
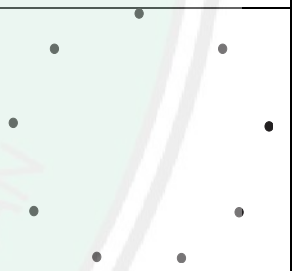
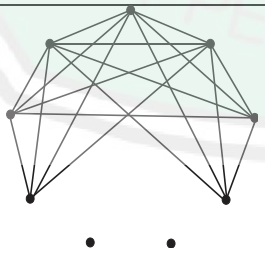
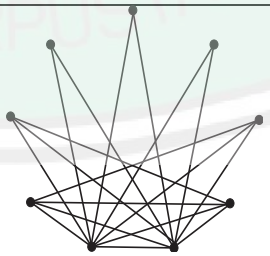
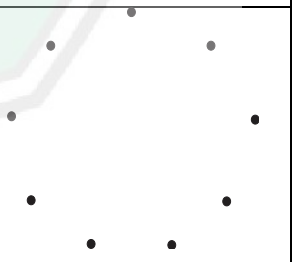
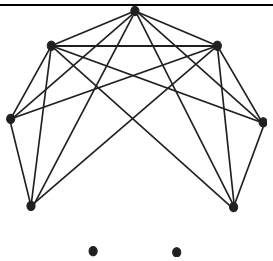
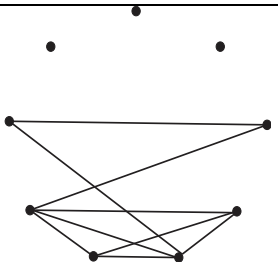
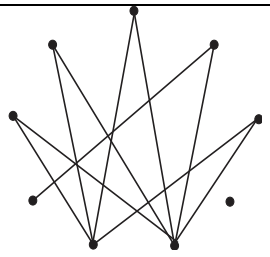
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			

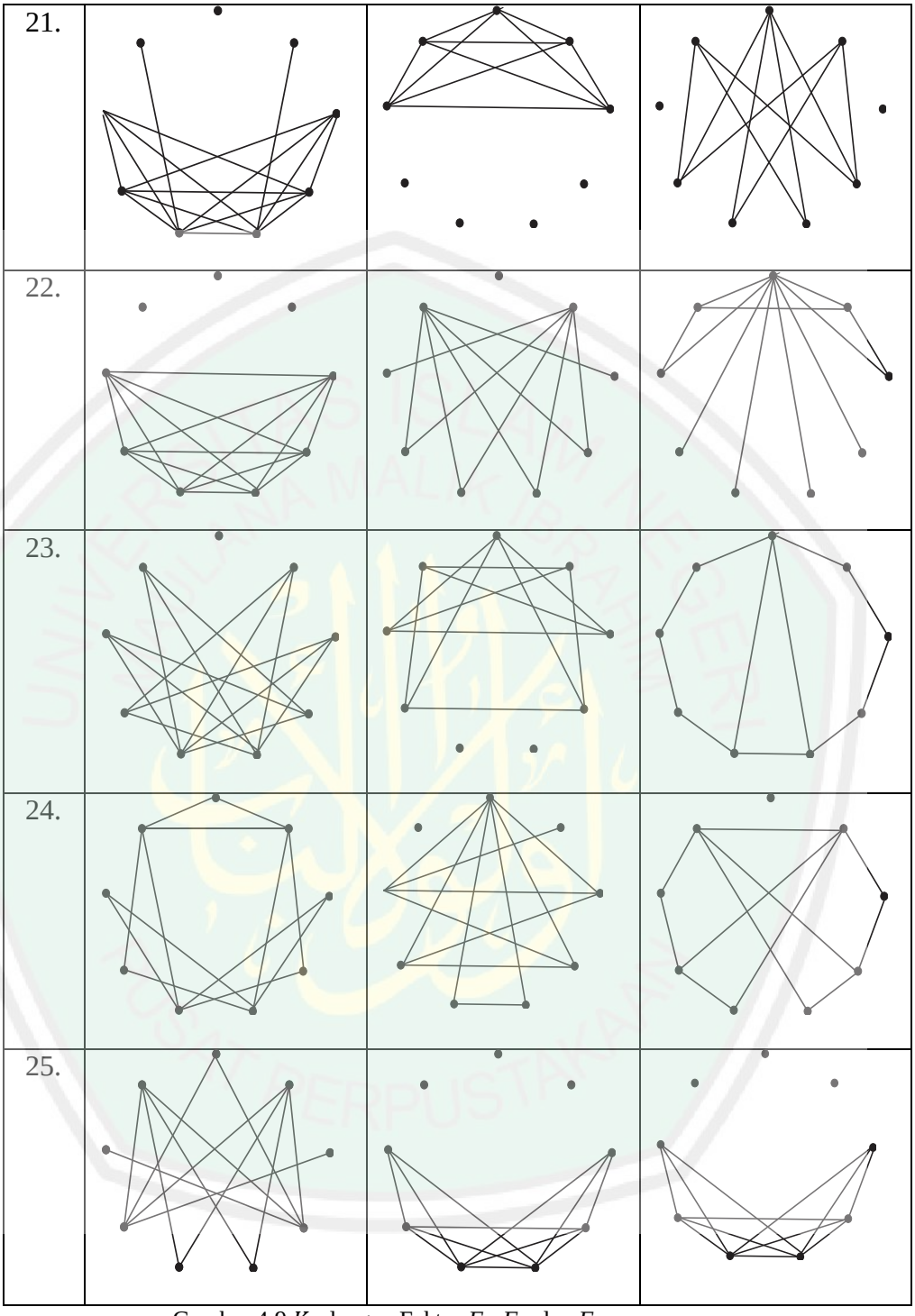
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

9.			
10.			
11.			
12.			
13.			
14.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

15.			
16.			
17.			
18.			
19.			
20.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



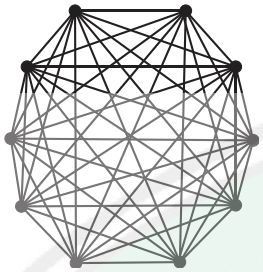
Gambar 4.9 K_9 dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

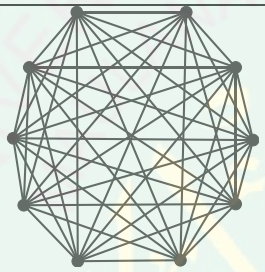
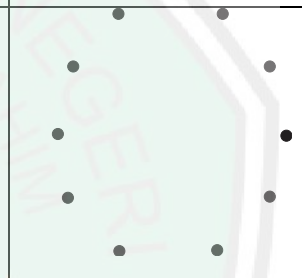
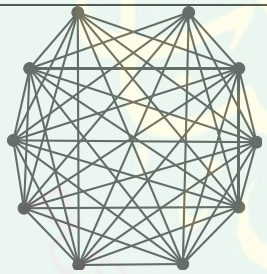
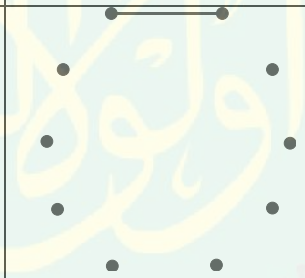
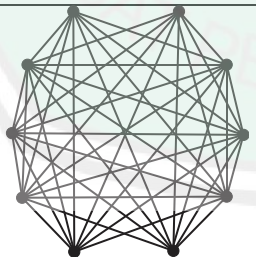
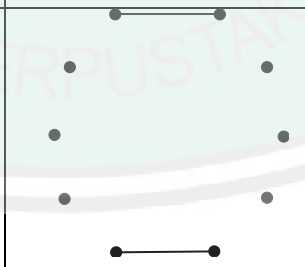
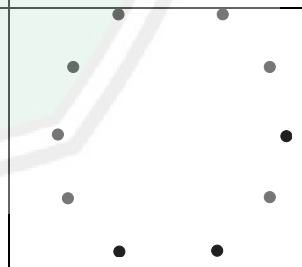
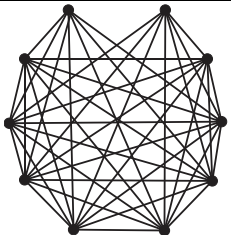
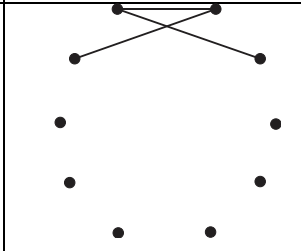
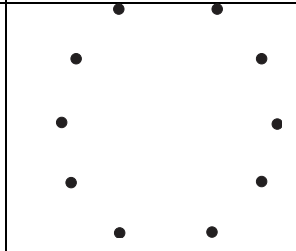
Graf K_9 adalah graf komplit dengan sembilan titik dan tiga puluh enam sisi. Graf K_9 difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_8, P_8, P_8)$. Berarti untuk $K_9 = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_8 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.9 bagian 25, tidak terdapat

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

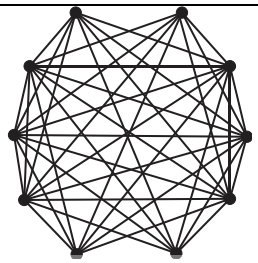
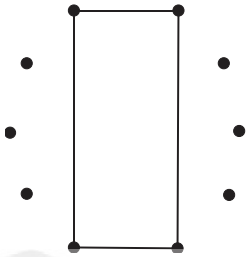
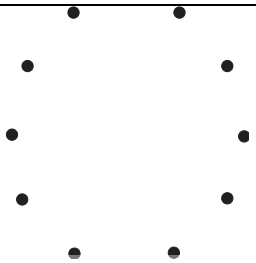
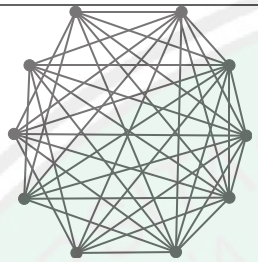
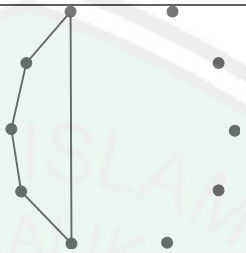
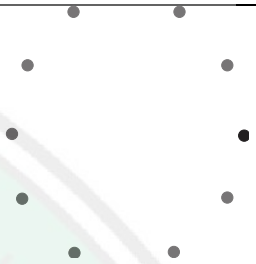
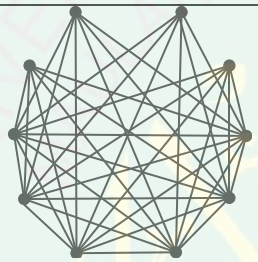
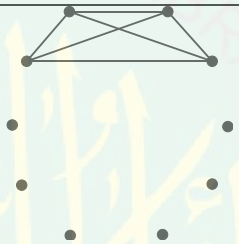
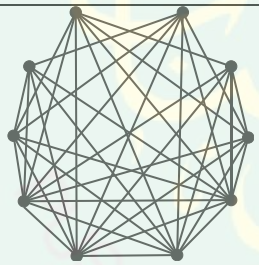
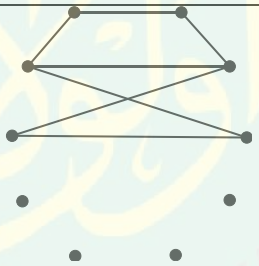
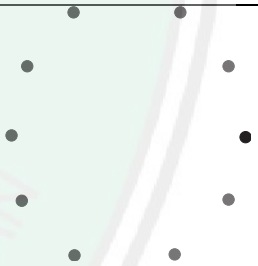
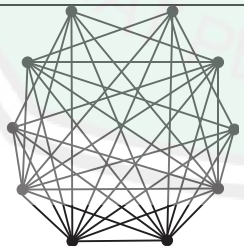
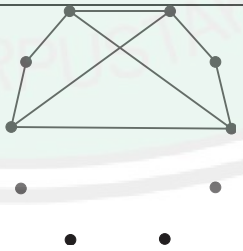
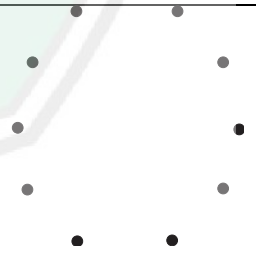
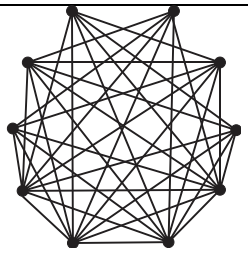
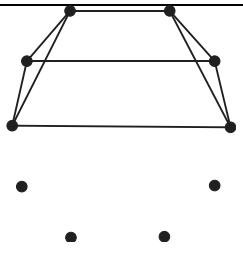
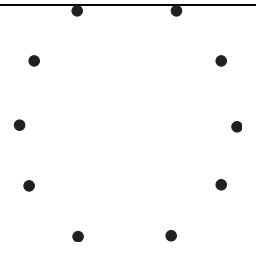
F_1 atau F_2 atau F_3 yang memuat P_8 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_8, P_8, P_8) \neq 9$

K_{10}:

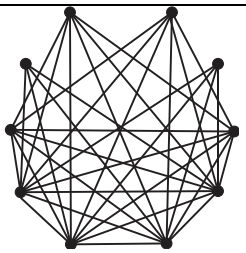
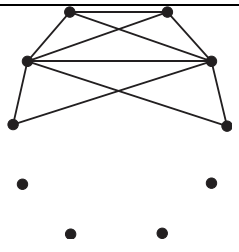
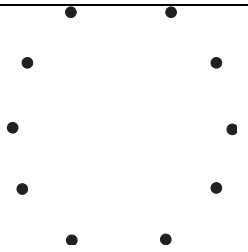
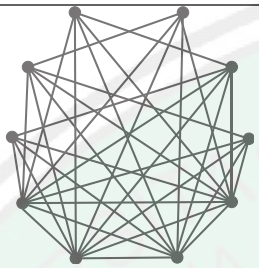
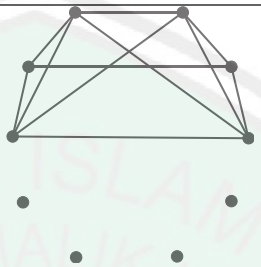
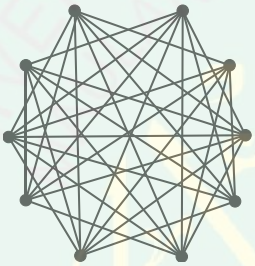
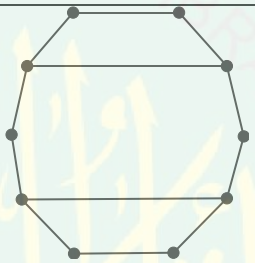
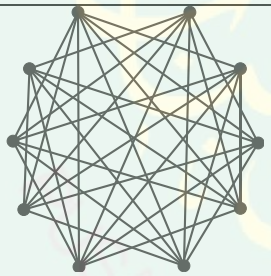
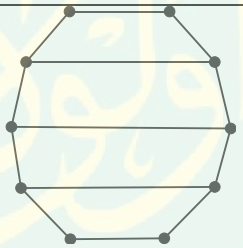
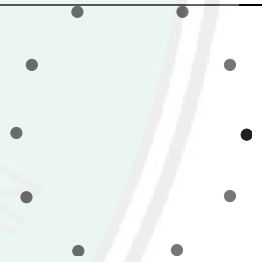
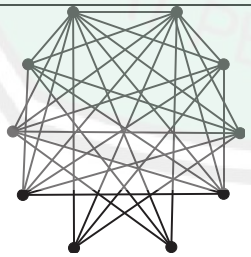
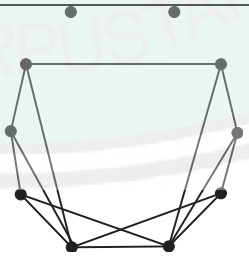
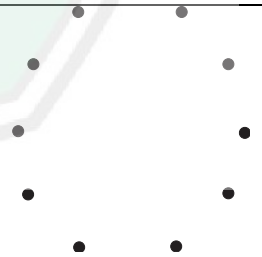
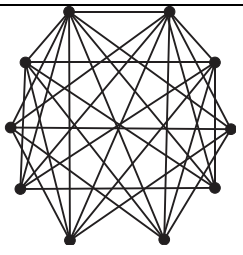
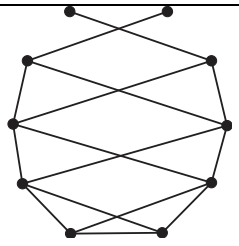
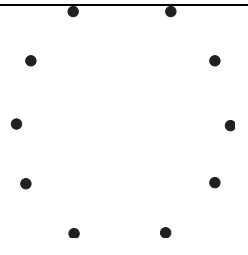


	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			
4.			

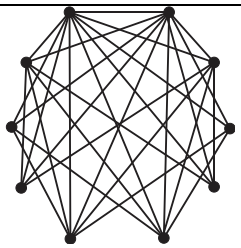
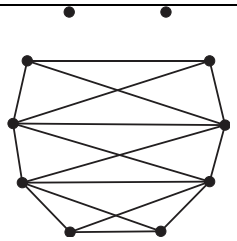
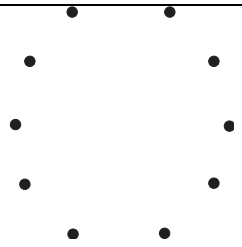
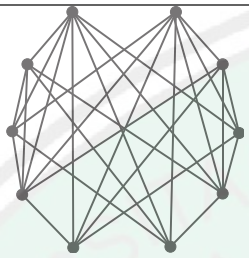
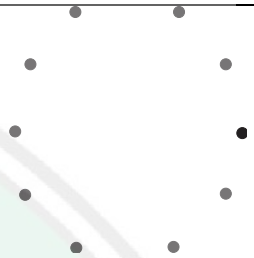
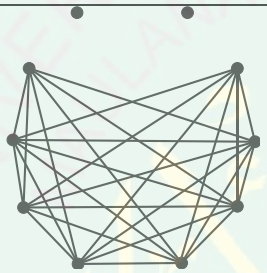
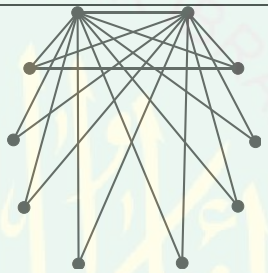
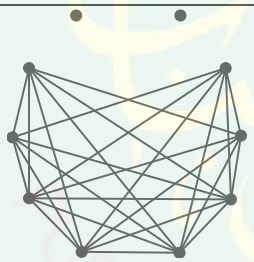
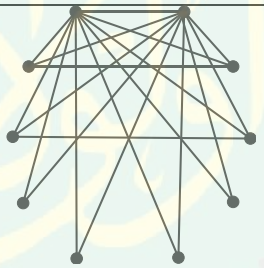
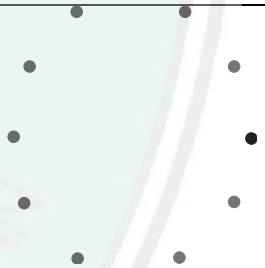
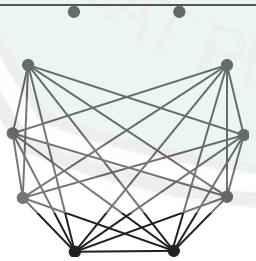
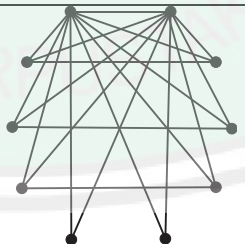
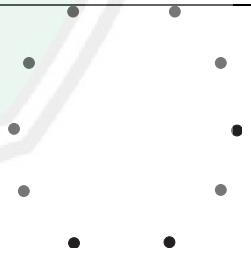
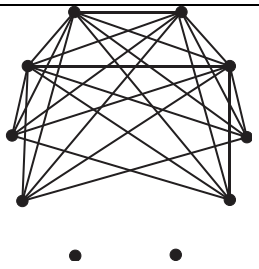
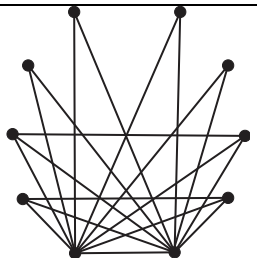
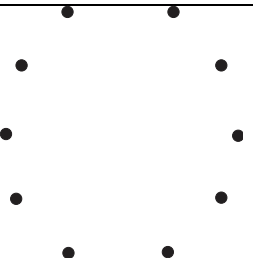
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5.			
6.			
7.			
8.			
9.			
10.			

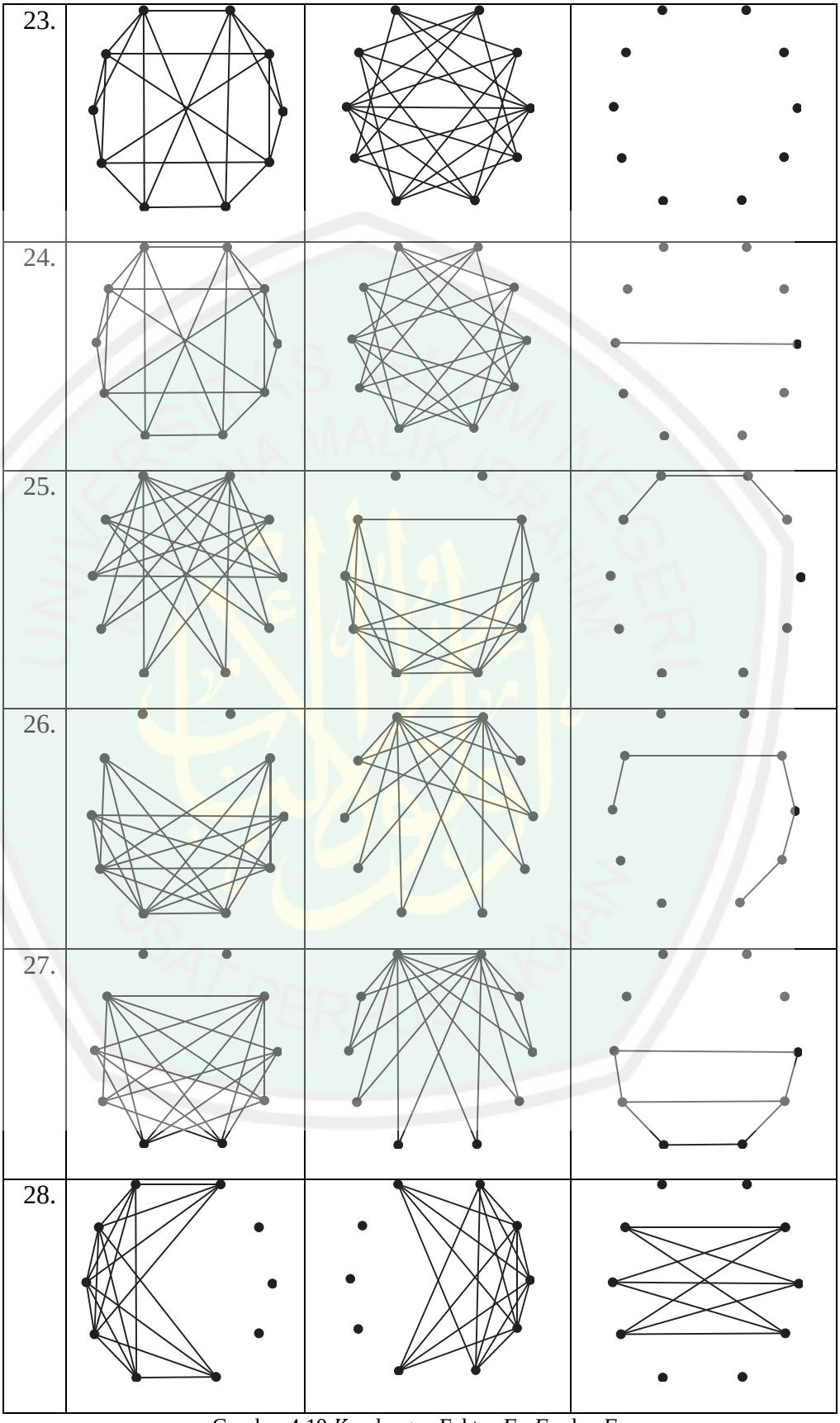
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

11.			
12.			
13.			
14.			
15.			
16.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

17.			
18.			
19.			
20.			
21.			
22.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

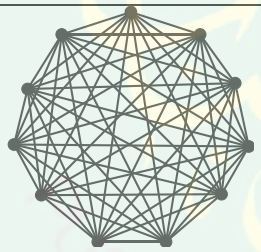
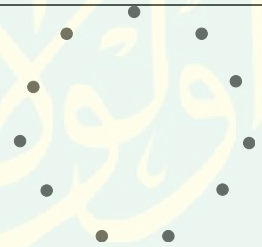
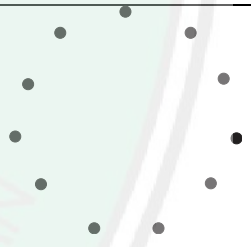
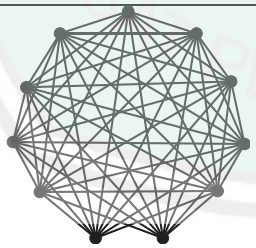
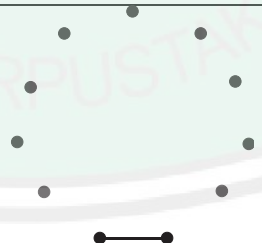
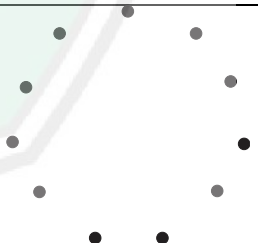
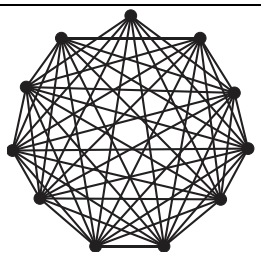
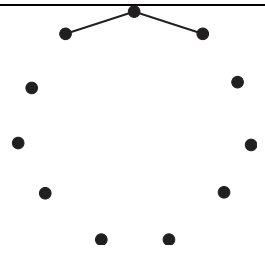
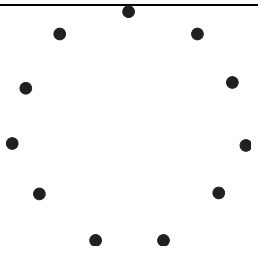


Gambar 4.10 K_{10} dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

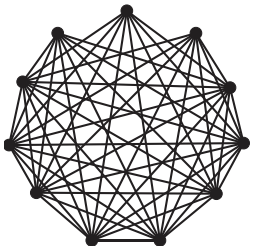
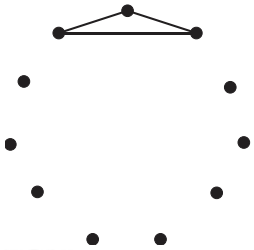
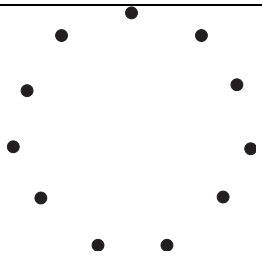
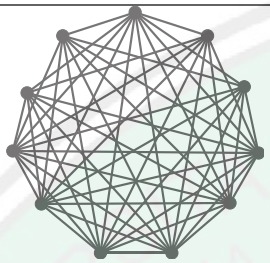
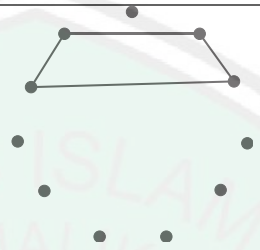
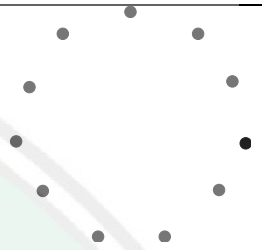
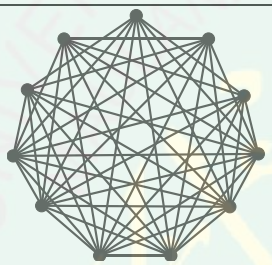
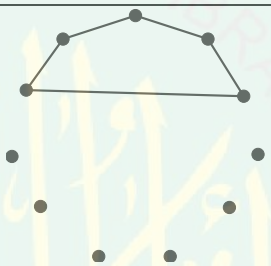
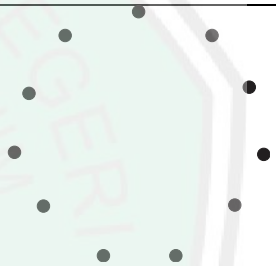
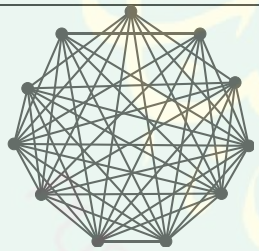
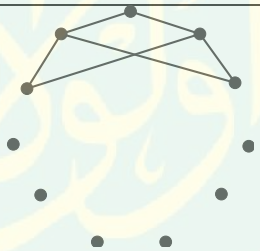
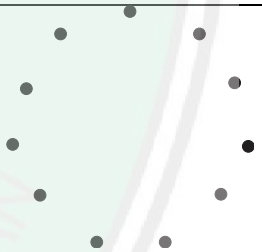
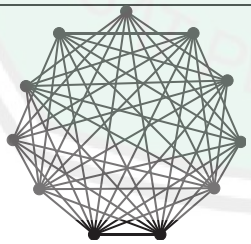
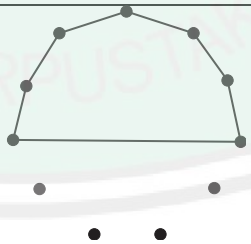
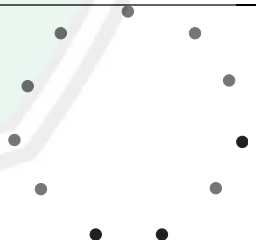
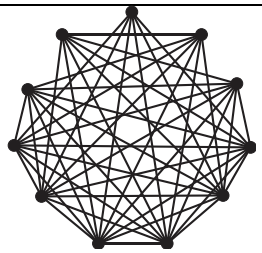
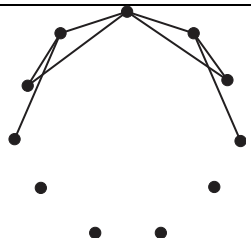
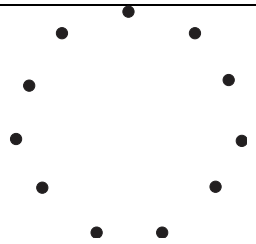
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf K_{10} adalah graf komplit dengan sepuluh titik dan empat puluh lima sisi. Graf K_{10} difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_8, P_8, P_8)$. Berarti untuk $K_{10} = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_8 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.10 bagian 28, tidak terdapat F_1 atau F_2 atau F_3 yang memuat P_8 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_8, P_8, P_8) \neq 10$.

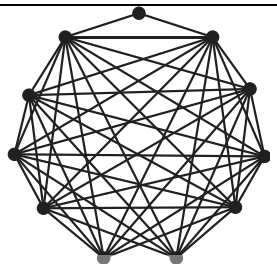
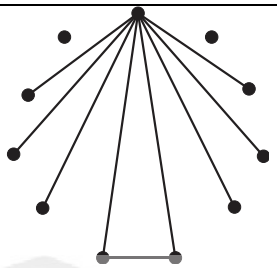
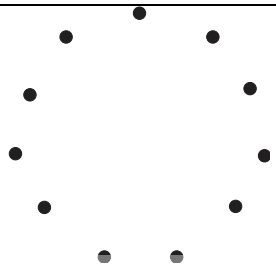
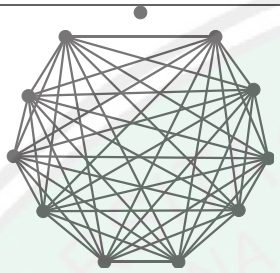
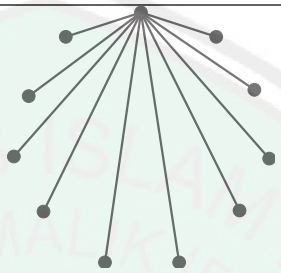
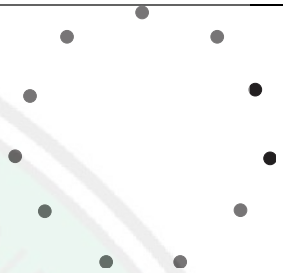
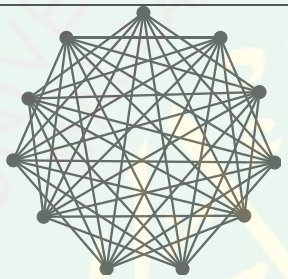
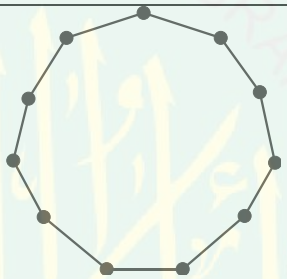
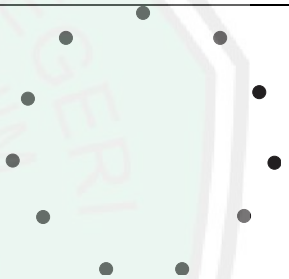
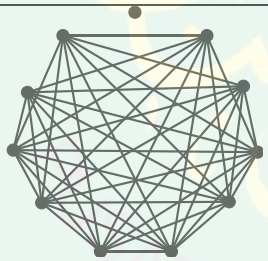
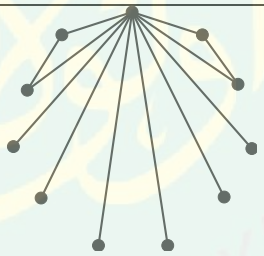
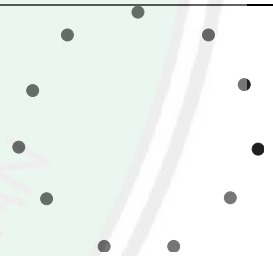
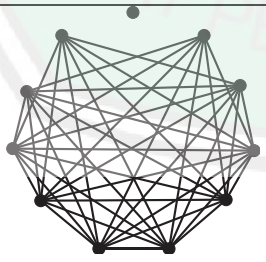
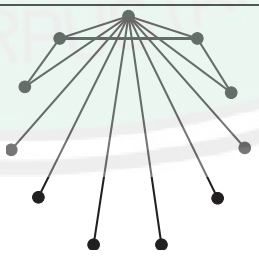
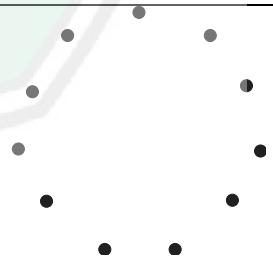
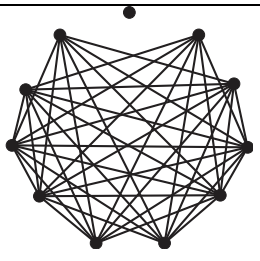
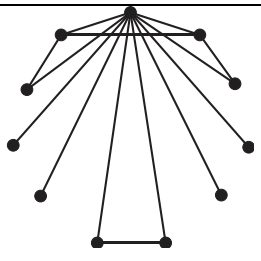
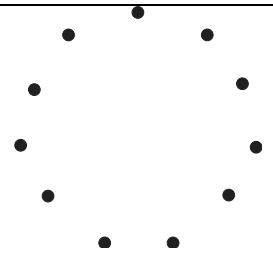
K_{11}:

	F_1	F_2	F_3
1.			
2.			
3.			

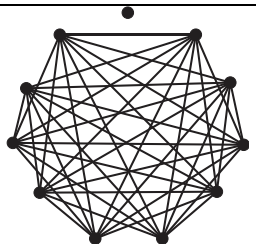
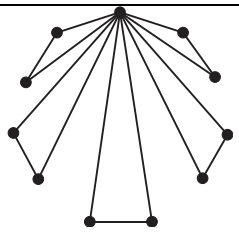
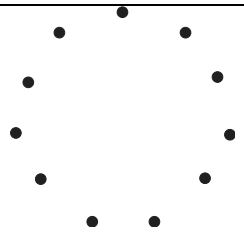
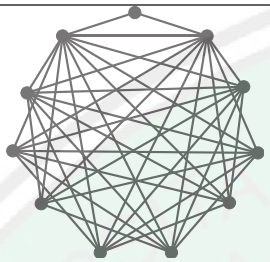
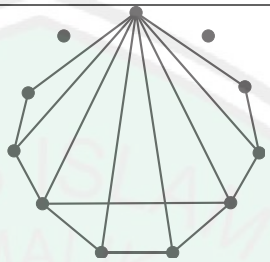
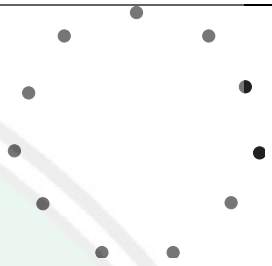
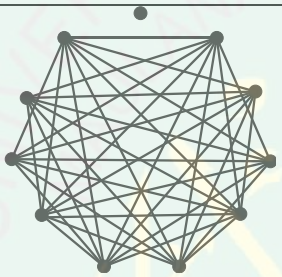
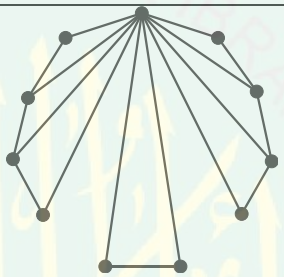
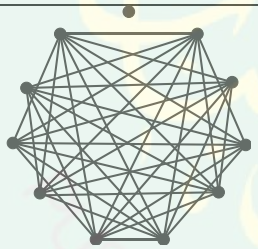
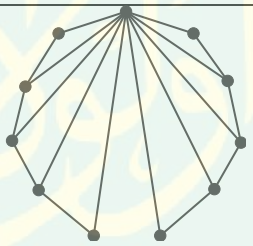
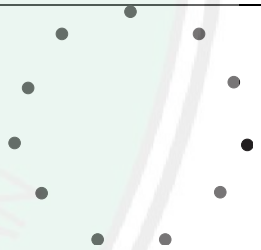
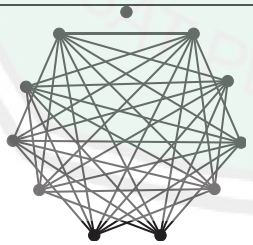
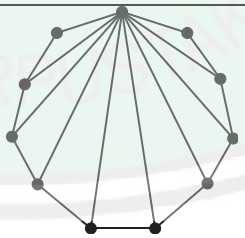
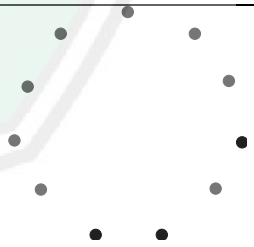
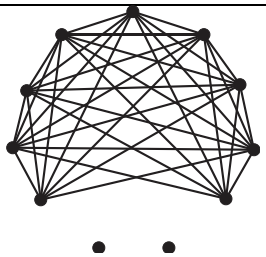
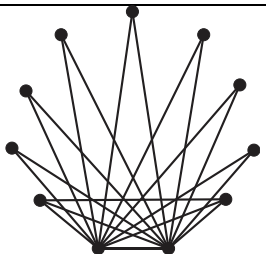
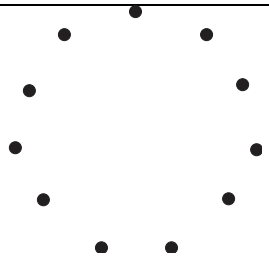
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			

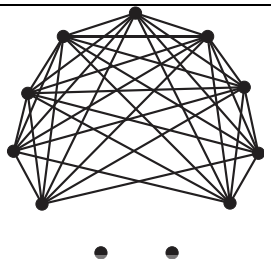
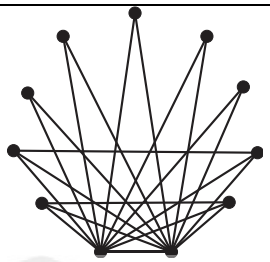
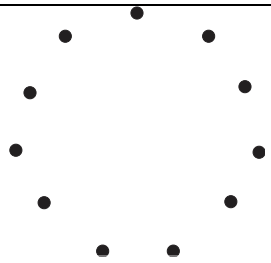
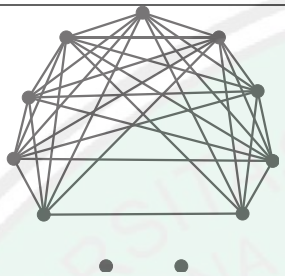
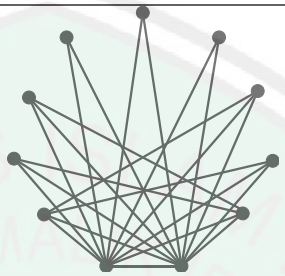
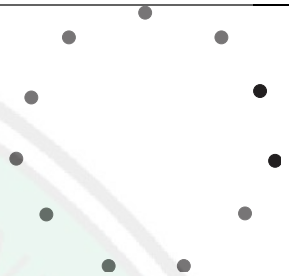
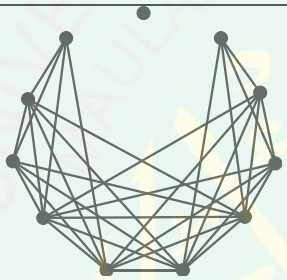
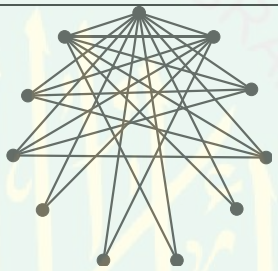
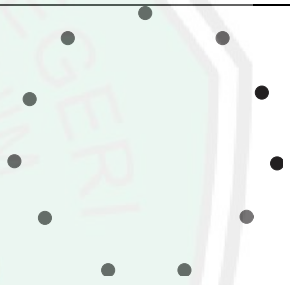
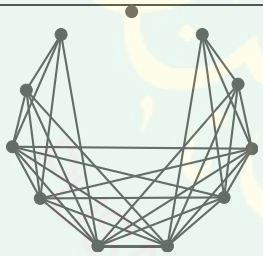
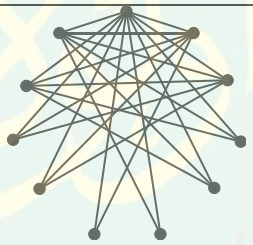
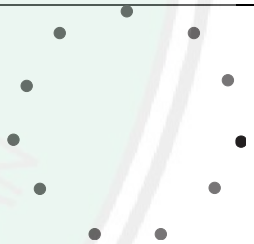
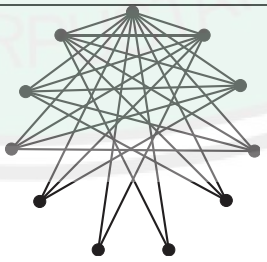
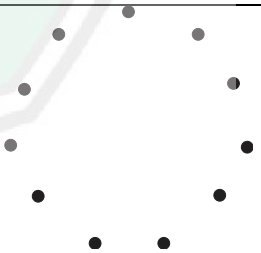
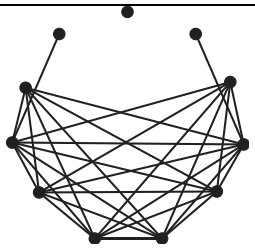
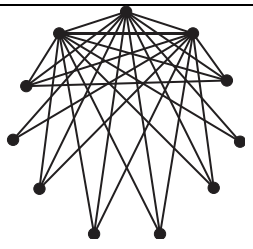
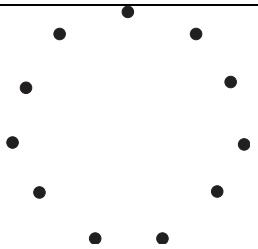
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

10.			
11.			
12.			
13.			
14.			
15.			

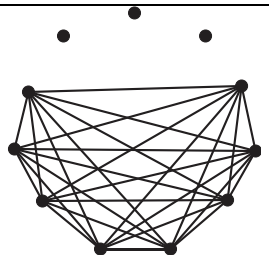
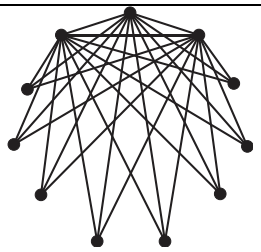
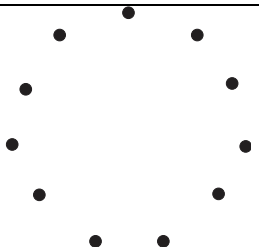
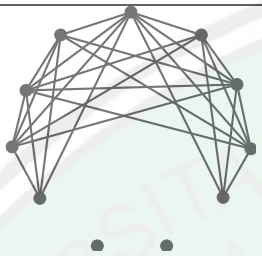
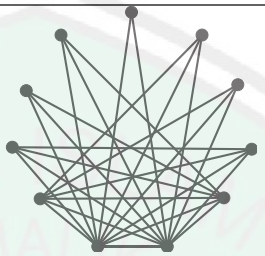
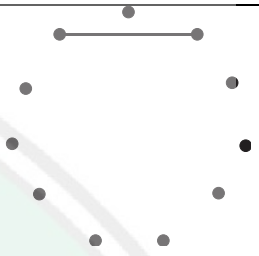
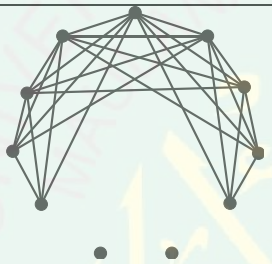
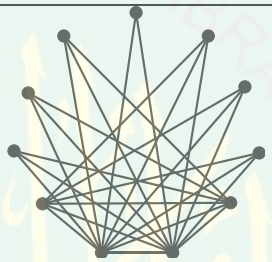
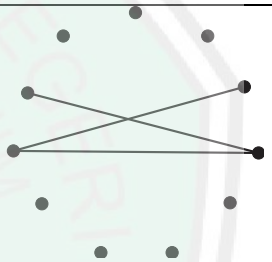
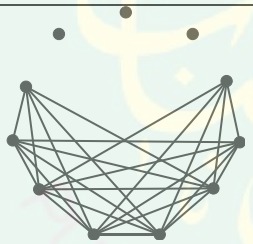
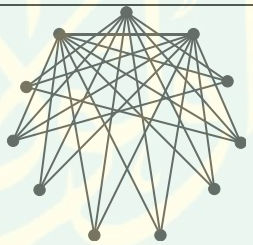
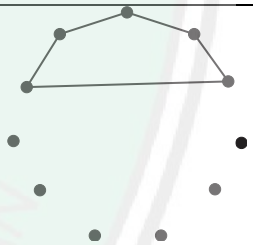
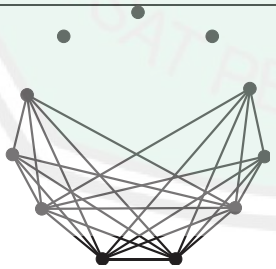
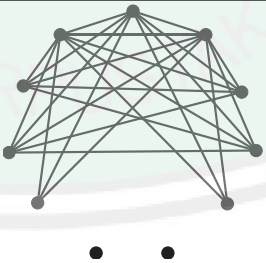
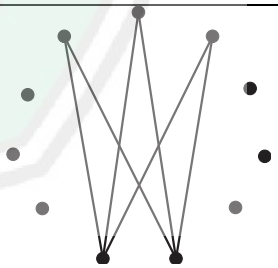
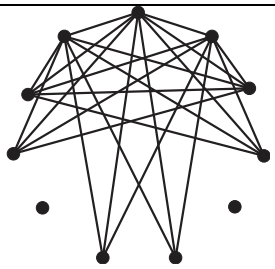
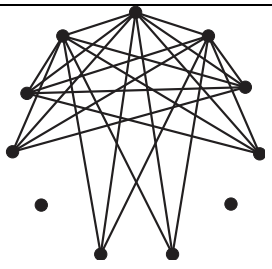
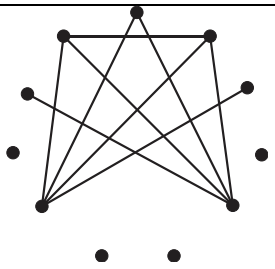
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

16.			
17.			
18.			
19.			
20.			
21.			

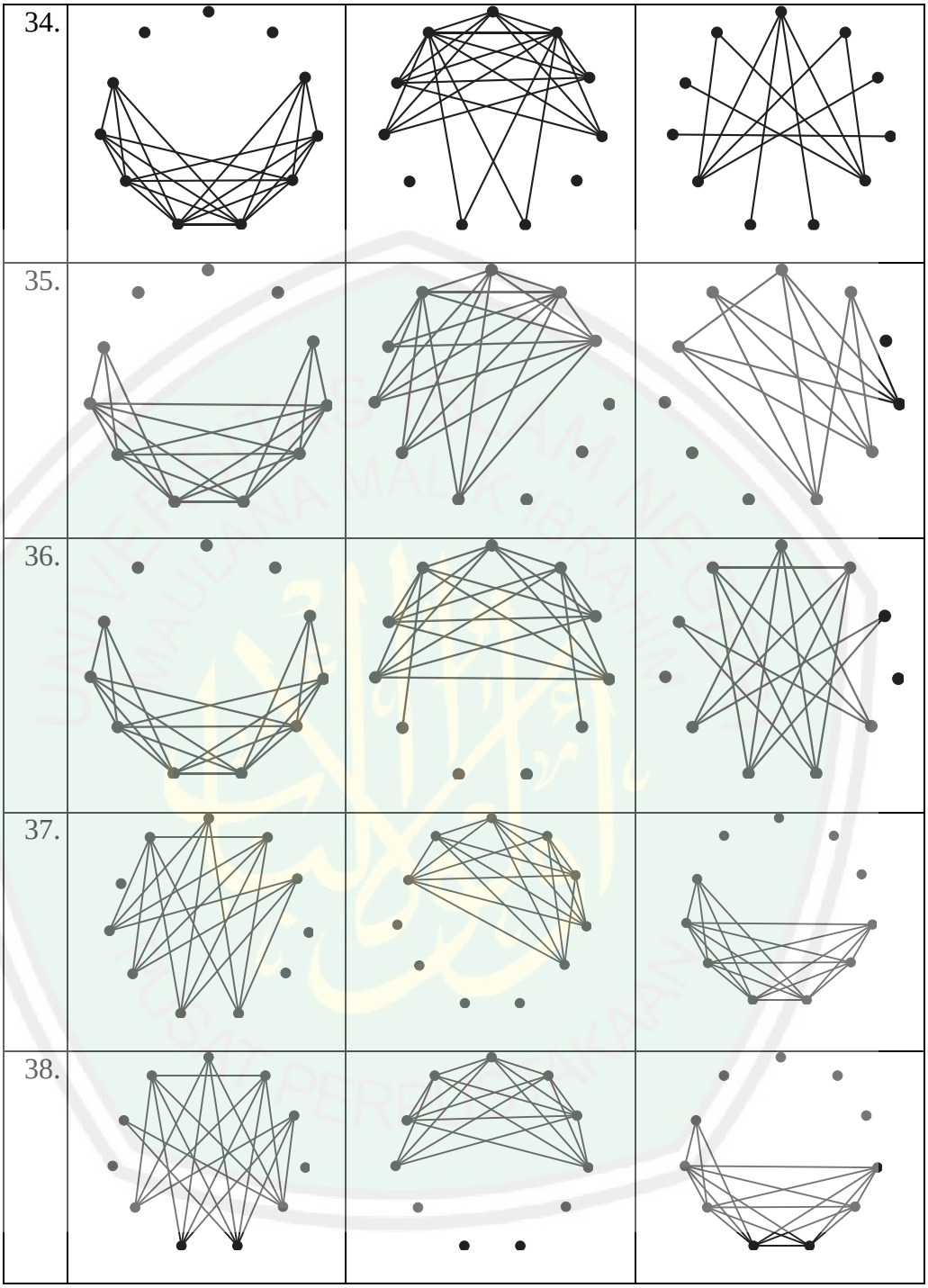
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

22.			
23.			
24.			
25.			
26.			
27.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

28.			
29.			
30.			
31.			
32.			
33.			

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 4.11 K_{11} dengan Faktor F_1, F_2, dan F_3

Graf K_{11} adalah graf komplit dengan sebelas titik dan lima puluh lima sisi. Graf K_{11} difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3 untuk menentukan bilangan Ramsey dari $r(P_8, P_8, P_8)$. Berarti untuk $K_{11} = F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ terdapat P_8 sebagai subgraf F_1 atau F_2 atau F_3. Pada gambar 4.11, terdapat F_1 yang

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

memuat P_8 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi 13, bilangan Ramsey $r(P_8, P_8, P_8) = 11$.

Dari uraian di atas, diperoleh:

1. $r(P_2, P_2, P_2) = 2$
2. $r(P_4, P_4, P_4) = 5$
3. $r(P_6, P_6, P_6) = 8$
4. $r(P_8, P_8, P_8) = 11$

Berdasarkan hasil di atas, maka dapat dirumuskan bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk n genap

Teorema 4.1

Bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk n genap

Bukti 1

Akan dibuktikan $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk n genap atau $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n-1$, untuk n bilangan asli. Bilangan Ramsey $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n-1$, berarti untuk sebarang faktorisasi dari K_{3n-1} menjadi 3 faktor maka salah satu faktor tersebut akan memuat P_{2n}. Misal K_{3n-1} difaktorkan menjadi F_1, F_2, dan F_3. Misal F_1 adalah K_{3n-1} maka F_2 dan F_3 adalah graf kosong sehingga F_1 akan memuat P_{2n}. Misal F_1 adalah graf kosong, maka F_2 atau F_3 akan memuat P_{2n}. Misal F_1 bukan K_{3n-1} maupun graf kosong dan misal F_1 dan F_2 tidak memuat P_{2n}, maka berdasarkan definisi 13, akan ditunjukkan F_3 pasti memuat P_{2n}. Graf K_{3n-1} mempunyai himpunan titik $V(K_{3n-1}) = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_{3n-1}\}$. Karena $V(K_{3n-1}) = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_{3n-1}\}$ maka F_3 juga akan memuat $3n - 1$ titik. Misal u_1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

titik di F_3 maka pilih u_2 di F_3 sehingga $u_1u_2 \in E(F_3)$, tetapi $u_1u_2 \notin E(F_1)$ dan $u_1u_2 \notin E(F_2)$. Pilih u_3 di F_3 sehingga $u_2u_3 \in E(F_3)$, tetapi $u_2u_3 \notin E(F_1)$ dan $u_2u_3 \notin E(F_2)$. Karena F_1 dan F_2 tidak memuat P_{2n} dan F_3 adalah faktorisasi dari K_{3n-1}, maka pemilihan ini dapat berlajut sampai diperoleh u_1, u_2, u_3, ..., u_{2n} yang mempunyai lintasan P_{2n} di F_3. Jadi F_3 memuat P_{2n} sebagai subgraf.

Bukti 2

Dengan menggunakan induksi matematika, akan dibuktikan bahwa $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n-1$

1. Menunjukkan bahwa pernyataan tersebut benar untuk untuk $n = 1$

   Untuk $n = 1$ maka,

   $r(P_{2(1)}, P_{2(1)}, P_{2(1)}) = 3(2)-1$

   $r(P_2, P_2, P_2) = 2$

   Seperti yang telah dijelaskan pada pembahasan sebelumnya bahwa bilangan ramsey $r(P_2, P_2, P_2) = 2$, maka pernyataan tersebut benar untuk $n = 1$.

2. Mengasumsikan bahwa pernyataan tersebut benar unuk $n = k$ maka akan ditunjukkan bahwa pernyataan tersebut benar unuk $n = k + 1$

   Untuk $n = k$, maka $r(P_{2k}, P_{2k}, P_{2k}) = 3k - 1$ dianggap benar.

   Untuk $n = k + 1$, maka akan ditunjukkan bahwa $r(P_{2k+2}, P_{2k+2}, P_{2k+2}) = 3k + 2$. Dimisalkan graf P_{2k} adalah graf lintasan dengan $2k$ titik. Jika graf P_{2k} ditambahkan 1 titik menjadi $P_{2(k+1)} = P_{2k+2}$ maka bilangan Ramsey dari $r(P_{2k+2}, P_{2k+2}, P_{2k+2})$ akan mengalami penambahan 3 titik pada graf komplitnya dari bilangan Ramsey sebelumnya yaitu $r(P_{2k}, P_{2k}, P_{2k})$ seperti yang terlihat dari hasil pembahasan bahwa penambahan 1 titik pada graf P_{2k} akan menyebabkan bilangan Ramsey dari $r(P_{2k}, P_{2k}, P_{2k})$ bertambah 3.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sehingga,

$r(P_{2k+2}, P_{2k+2}, P_{2k+2}) = r(P_{2k}, P_{2k}, P_{2k}) + 3$

$= 3k - 1 + 3$

$= 3k + 2$

Maka pernyataan di atas benar untuk $n = k + 1$.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa bilangan ramsey $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n - 1$, untuk n bilangan asli atau $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk n genap

4.2 Kajian Keagamaan

Membaca Al-Qur'an dan bersedekah adalah 2 hal yang dapat menjaga *hablun minallah* dan *hablun minannas* dengan baik. Kedua hal tersebut juga memberikan banyak manfaat terhadap orang-orang yang mau mengamalkannya.

Membaca 1 huruf Al-Qur'an akan mendapatkan ganjaran sebesar 10 kebaikan. Jika lebih dari 1 huruf yang dibaca maka akan mendapat kebaikan yang akan berlipat-lipat. Terlebih jika hal ini dilakukan secara istiqomah. Maka kebaikan yang akan diterima akan semakin melimpah. Setiap halaman rata-rata terdiri dari 15 baris bacaan, dan setiap baris bacaan rata-rata terdiri dari 35 huruf. Bila 1 huruf dibalas dengan 10 pahala kebaikan maka jika membaca 1 halaman akan mendapat 5.250 pahala kebaikan. Satu juz mendapat 105.000 pahala dan bila dalam 1 bulan khatam maka akan mendapat 3.150.000 pahala kebaikan.

Sedekah yang dikeluarkan oleh seseorang tidak akan menyebabkan orang tersebut jatuh miskin. Allah akan selalu merahmati orang yang senang bersedekah. Firman Allah SWT:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

وَمَثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمۡوَٰلَهُمُ ٱبۡتِغَآءَ مَرۡضَاتِ ٱللَّهِ وَتَثۡبِيتٗا مِّنۡ أَنفُسِهِمۡ كَمَثَلِ جَنَّةِۭ بِرَبۡوَةٍ أَصَابَهَا وَابِلٞ فَـَٔاتَتۡ أُكُلَهَا ضِعۡفَيۡنِ فَإِن لَّمۡ يُصِبۡهَا وَابِلٞ فَطَلّٞۗ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ بَصِيرٌ ٢٦٥

Artinya: *"Dan perumpamaan orang-orang yang membelanjakan hartanya karena mencari keridhaan Allah dan untuk keteguhan jiwa mereka, seperti sebuah kebun yang terletak di dataran Tinggi yang disiram oleh hujan lebat, Maka kebun itu menghasilkan buahnya dua kali lipat. jika hujan lebat tidak menyiraminya, Maka hujan gerimis (pun memadai). dan Allah Maha melihat apa yang kamu perbuat."* (QS. Al-Baqarah/02: 265)

Dari ayat di atas dapat dipetik suatu pelajaran bahwasannya Allah akan selalu melipatgandakan dan merahmati harta-harta yang dikeluarkan di jalan Allah SWT. Diumpamakan orang-orang yang bersedekah seperti sebuah kebun yang selalu disirami air hujan. Sehingga kebun itu akan selalu menghasilkan buah dalam jumlah yang cukup banyak. Oleh karena itu janganlah takut harta akan berkurang ketika hendak bersedekah.

Di dalam Al-Qur'an terdapat banyak ayat yang menerangkan tentang pahala yang berlipat ganda bagi orang-orang yang mau bersedekah. Jika diumpamakan bahwa pahala sedekah itu sama dengan pahala berbuat kebaikan yaitu mendapat 10 kebaikan. Firman Allah SWT:

مَن جَآءَ بِٱلۡحَسَنَةِ فَلَهُۥ عَشۡرُ أَمۡثَالِهَاۖ وَمَن جَآءَ بِٱلسَّيِّئَةِ فَلَا يُجۡزَىٰٓ إِلَّا مِثۡلَهَا وَهُمۡ لَا يُظۡلَمُونَ ١٦٠

Artinya: "Barangsiapa membawa amal yang baik, Maka baginya (pahala) sepuluh kali lipat amalnya; dan Barangsiapa yang membawa perbuatan jahat Maka Dia tidak diberi pembalasan melainkan seimbang dengan kejahatannya, sedang mereka sedikitpun tidak dianiaya (dirugikan)." (Q.S. Al-Maidah: 160)

Ustadz Yusuf Mansur pernah memberikan gambran seperti ini:

10 – 1 = 9 ... ini adalah ilmu dalam matematika

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tetapi ilmu matematika dalam sedekah adalah sebagai berikut:

10 – 1 = 10 ... ini menggunakan dasar bahwa Allah membalas 10 kali lipat

Sehingga jika dilanjutkan, maka ilustrasinya seperti berikut:

10 – 2 = 20 10 – 3 = 40 10 – 4 = 40

10 – 5 = 50 10 – 6 = 60 10 – 7 = 70

10 – 8 = 80 10 – 9 = 90 10 – 10 = 100

Bilangan ramsey dari $r(P_n, P_n, P_n)$ adalah bilangan bulat terkecil n sedemikian hingga untuk sebarang faktorisasi K_n menjadi 3 faktor maka salah satu dari faktor tersebut akan memuat graf P_n sebagai subgraf. Hal ini berarti graf P_n akan termuat dalam salah satu faktor dari sebarang faktorisasi K_n. Membaca Al-Qur'an dan pemberian sedekah dapat diibaratkan seperti bilangan ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$ yang diperoleh melalui faktorisasi K_n dengan n adalah bilangan bulat terkecil di mana terdapat salah satu faktor K_n di semua faktorisasinya yang memuat graf P_n maka sesuatu hal sederhana yang dilakukan seperti membaca Al-Qur'an dan sedekah walaupun sedikit yang dikeluarkan tapi manfaatnya besar dan luas baik bagi diri sendiri maupun orang lain. Keduanya juga telah ditentukan seberapa besar pahala yang diterima jika dikerjakan dengan sungguh-sungguh.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari pembahasan pada bab IV, maka kesimpulan yang dapat diambil dalam penelitian ini adalah bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n) = \frac{3n-2}{2}$, untuk n genap atau dengan kata lain $r(P_{2n}, P_{2n}, P_{2n}) = 3n - 1$, untuk n bilangan asli.

5.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis memfokuskan pada pokok bahasan masalah menentukan bentuk umum dari bilangan Ramsey $r(P_n, P_n, P_n)$. Maka dari itu untuk penyusunan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah berikut ini:

1. Generalisasi bilangan Ramsey dengan pola barisan tertentu lainnya
2. Generalisasi bilangan Ramsey pada graf yang lain selain graf lintasan
3. Penggunaan program komputer untuk menentukan bentuk umumnya maupun gambar faktorisasinya

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, Azizah, N.N., Nofandika, F.F.. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN-MALANG PRESS

Budayasa, I.K. 2007. Teori Graph dan Aplikasinya. Surabaya: Unesa University Press

Chartrand, G., and Lesniak, L.. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: a Division of Wadsworth, Inc.

Noor, J. 2011. *Metodologi Penelitian*. Jakarta: Kencana

Munir, R,. 2012. *Matematika Diskrit Revisi Kelima*. Bandung: Penerbit Informatika

Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang

Rahmat, P.S.. 2009. Penelitian Kualitatif. *EQUILIBRIUM*, Vol. 6 Hal. 1-8

Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta

Sutarno, H., Priatna, N., dan Nurjanah. 2005. *Matematika Diskrit*. Malang: UM Press

Zed, M. 2008. *Metode Penelitian Kepustakaan*. Jakarta: Yayasan Obor Indonesia

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG