POLA BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF *COMMUTING* DAN *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

OLEH
FAIQOTUL HIMMAH
NIM. 11610048

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

POLA BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF *COMMUTING* DAN *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Faiqotul Himmah
NIM. 11610048

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

POLA BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF *COMMUTING* DAN *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Faiqotul Himmah
NIM. 11610048

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 16 April 2015

Pembimbing I,

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Pembimbing II,

Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

POLA BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF *COMMUTING* DAN *NONCOMMUTING* GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Faiqotul Himmah
NIM. 11610048

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 29 April 2015

Penguji Utama	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Anggota Penguji	: Ach. Nasichuddin, M.A	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Faiqotul Himmah
NIM	: 11610048
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Pola Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf *Commuting* dan *Noncommuting* Grup Dihedral.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa tugas akhir/skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan tugas akhir/skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 April 2015
Yang membuat pernyataan,

Faiqotul Himmah
NIM. 1161004

MOTO

"Berubah atau punah? Kritikan itu hal biasa, bagi orang yang berpikir"
(Bang Ali Sadikin)

PERSEMBAHAN

Dengan segenap rasa syukur Alhamdulillah, karya kecil ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta

Ayahanda M. Khosiin dan ibunda Mufassaroh

Saudara-saudara penulis:

Maulidatus Sa'diyah, S.Hi

M. Rifqi Junaidi, M.Pd

M. Yazid Al-Busthomi

Seluruh keluarga besar penulis

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Alah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufiq, hidayah, serta inayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Pola Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Commuting dan Noncommuting Grup Dihedral*" ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad Saw., yang telah membimbing manusia dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yaitu agama Islam.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari saran, bimbingan, arahan, serta do'a dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis haturkan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus dosen pembimbing yang senantiasa dengan sabar memberikan arahan dan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
4. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing keagamaan yang telah mamberikan saran dan bantuan dalam penulisan skripsi ini.

5. Seluruh dosen UIN Maulana Malik Ibrahim Malang khususnya para dosen matematika yang telah memberikan banyak pengalaman dan ilmu kepada penulis.
6. Ayahanda M. Khosiin dan ibunda Mufassaroh tercinta yang telah mencurahkan kasih sayangnya, do'a, bimbingan dan motivasi hingga terselesaikannya skripsi ini.
7. Saudara-saudara tersayang yang telah memberikan semangat kepada penulis.
8. Segenap keluarga besar Ma'had Sunan Ampel Al-Aly, segenap pengasuh, murobbi/ah serta musrif/ah.
9. Segenap keluarga besar "Abelian" teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2011.
10. Segenap keluarga Integral, PMII Rayon Pencerahan Galileo, keluarga Bidik Misi, keluarga IMAPAS tanpa terkecuali.
11. Semua pihak yang turut membantu selesainya skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan khususnya bagi penulis dan bagi pembaca pada umumnya.

Malang, April 2015

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

1. BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79-80).

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang mendasari berbagai macam ilmu yang lain dan selalu menghadapi berbagai macam fenomena yang semakin kompleks sehingga penting untuk dipelajari. Dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan yang memerlukan pemecahan. Sering dengan bantuan matematika permasalahan tersebut lebih mudah dipahami, lebih mudah dipecahkan, atau bahkan dapat ditunjukkan bahwa suatu persoalan tidak mempunyai penyelesaian. Untuk keperluan tersebut, perlu dicari pokok permasalahannya dan kemudian dibuat rumusan atau model matematikanya (Purwanto, 1998:6).

Salah satu cabang matematika yang penting dan banyak manfaatnya adalah teori graf, karena teori-teorinya dapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan menggunakan rumusan atau model teori graf yang tepat, suatu permasalahan menjadi lebih jelas, sehingga mudah menganalisisnya. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto, 1998:6).

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Ketika itu Euler memikirkan kemungkinan untuk menyeberangi sebuah jembatan yaitu jembatan Konigsberg tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Meskipun pada awalnya graf diciptakan untuk diterapkan dalam penyelesaian kasus, namun seiring berkembangnya zaman, teori graf berkembang sangat luas di dalam teori graf itu sendiri. Masing–masing sub bidang teori graf seakan menjadi bidang sendiri yang memiliki kajian dan terapan yang sangat luas (Richard, 1997:1).

Meskipun tulisan pertama tentang teori graf berawal pada tahun 1736 dan beberapa temuan penting dalam teori graf diperoleh pada abad ke-19, tetapi baru pada sekitar 1920 minat akan teori graf berkembang. Akhirnya, teks pertama tentang teori graf muncul pada 1936. Tidak diragukan lagi, salah satu alasan minat akan teori graf ini adalah penerapannya dalam banyak bidang, termasuk matematika, ilmu komputer, kimia, riset operasi, teknik kelistrikan, bahasa, dan ekonomi (Richard, 1997:1).

Salah satu masalah dalam bidang matematika yang dapat dihubungkankan dengan teori graf adalah graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-$2n$. Elemen-elemen anggota grup dihedral-$2n$ adalah titik-titik yang membentuk grafnya. Apabila dua anggota elemen-elemen grup dihedral-$2n$ saling komutatif $(a \circ b = b \circ a)$, maka pada graf *commuting*-nya dua elemen tersebut akan terhubung langsung, sedangkan apabila dua anggota elemen grup dihedral-$2n$

tidak saling komutatif ($a \cdot b \neq b \cdot a$), maka pada graf *noncommuting*-nya dia akan terhubung langsung yang berkebalikan dengan graf *commuting.*

Kajian tentang teori graf pada pembahasan graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-$2n$ telah dikembangkan dalam berbagai kajian teori graf, diantaranya *"Commuting Graphs of Dihedral Type Groups"* yang ditulis oleh Zahid Reza dan Shahzad Faizi pada tahun 2013, "*Commuting Graphs on Dihedral Group*" yang ditulis oleh Chelvam, Selvakumar dan Raja pada tahun 2011 dan lain sebagainya. Selain itu, karena banyaknya bentuk dan karakteristik dari graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-$2n$, sehingga dapat dikembangkan kedalam kajian teori graf lainnya, salah satu diantaranya adalah bilangan dominasi dan dominasi total.

Kajian tentang bilangan dominasi dan dominasi total dalam teori graf dapat dilambangkan dengan posisi al-Quran yang menjadi pedoman hidup umat manusia dan menjadi sumber utama dalam ajaran agama Islam. Layaknya titik dominasi yang mendominasi titik-titik suatu graf, sebagaimana pula al-Quran yang menjadi sumber utama dan mempunyai kedudukan paling tinggi sebagai pedoman hidup umat manusia. Setiap permasalahan yang terjadi dalam kehidupan manusia akan diselesaikan dengan merujuk pada sumber yang paling utama dan menyeluruh yaitu al-Quran, karena semua kebenaran hanya ada pada al-Quran. Sebagaimana yang terkandung dalam al-Quran surat an-Nisa' ayat 105:

إِنَّآ أَنزَلۡنَآ إِلَيۡكَ ٱلۡكِتَٰبَ بِٱلۡحَقِّ لِتَحۡكُمَ بَيۡنَ ٱلنَّاسِ بِمَآ أَرَىٰكَ ٱللَّهُۚ وَلَا تَكُن
لِّلۡخَآئِنِينَ خَصِيمٗا ١٠٥

"Sesungguhnya Kami telah menurunkan kitab kepadamu dengan membawa kebenaran, supaya kamu mengadili antara manusia dengan apa yang telah Allah

wahyukan kepadamu, dan janganlah kamu menjadi penantang (orang yang tidak bersalah), karena (membela) orang-orang yang khianat" (QS.an-Nisa':105).

Pada ayat di atas menujukkan bahwa al-Quran sebagai sumber utama ajaran Islam, al-Quran memiliki kedudukan yang paling tinggi. Al-Quran merupakan kitab yang berisi petunjuk dan peringatan bagi orang-orang yang beriman. Al-Quran merupakan sumber dari segala sumber baik dalam konteks kehidupan di dunia maupun di akhirat

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam penelitian ini akan dikaji tentang graf yang diberikan oleh suatu grup, dengan mengambil judul penelitian "*Pola Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Commuting dan Noncommuting Grup Dihedral*".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana pola bilangan dominasi dan dominasi total graf *commuting* dan *noncommuting* dari grup dihedral?

1.3 Tujuan Penelitian

Bedasarkan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan dalam penelitan ini adalah untuk mengetahui dan menentukan pola bilangan dominasi dan dominasi total graf *commuting* dan *noncommuting* dari grup dihedral.

1.4 Manfaat Penelitian

1) Bagi Peneliti

Manfaat penelitian ini bagi peneliti yaitu sebagai pembelajaran untuk memahami dan menentukan pola bilangan dominasi serta bilangan dominasi total graf *commuting* dan *noncommuting* dari grup dihedral sehingga dapat mengembangkan wawasan ilmu khususnya di bidang kajian teori graf dan aljabar.

2) Bagi Mahasiswa

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi sumber rujukan dan pengembangan pembelajaran graf dan grup dihedral.

3) Bagi Instansi

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan bahan pustaka, sarana pembelajaran dan bahan pengembangan ilmu pengetahuan khususnya ilmu matematika yang berkaitan dengan teori graf dan grup.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah "studi literatur", karena penelitian ini adalah berbentuk kajian. Metode ini dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan mencari bahan-bahan literatur berupa buku, jurnal maupun makalah sebagai landasan teori yang berhubungan dengan objek penelitian. Selanjutnya pembahasan dilakukan dengan mengkaji literatur dengan menganalisiskan terhadap objek penelitian dan konsultasi kepada dosen pembimbing, serta menuangkannya ke dalam bentuk laporan penelitian yang akhirnya akan ditarik kesimpulan.

Adapun tahapan yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1) Menentukan grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
2) Menggambarkan tabel *Cayley* dari grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
3) Menentukan unsur yang saling komutatif dan tidak komutatif pada grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
4) Menggambarkan graf *commuting* dan *noncommuting* dari grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
5) Menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
6) Mengamati dan menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya bilangan dominasi dan dominasi total yang termuat pada grup dihedral-$2n$, yaitu D_6, D_8, D_{10} dan D_{12},
7) Membuat dugaan (konjektur) berdasarkan perhitungan yang ditemukan dengan membuat tabel,
8) Merumuskan konjektur sebagai suatu teorema,
9) Menghasilkan suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti secara deduktif.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam sistematika penulisan penelitian ini dibagi menjadi 4 bab dan masing-masing bab dibagi dalam subbab sebagaimana berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini penulis menjelaskan beberapa konsep (teori-teori) yang berhubungan dengan penelitian ini, yaitu mengenai graf, grup dihedral-*2n*, graf *commuting* dan *noncommuting* serta bilangan dominasi dan dominasi total.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini penulis menjelaskan tentang bagaimana menentukan pola bilangan dominasi dan dominasi total yang termuat pada graf *commuting* dan *noncommuting* dari grup dihedral-*2n*.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian dan saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

1.1 Graf

Definisi 1

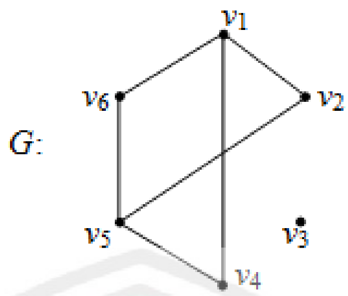
Graf *G* adalah pasangan himpunan (*V*, *E*) dengan *V* adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan *E* adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di *V* yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di *G* dinotasikan dengan *V(G)* dan himpunan sisi dinotasikan dengan *E*(G). Sedangkan banyaknya unsur di *V* disebut order dari *G* dan dilambangkan dengan *p(G)* dan banyaknya unsur di *E* disebut size dari *G* dan dilambangkan dengan *q(G)*. Jika graf yang dibicarakan hanya graf *G*, maka *order* dan ukuran dari *G* tersebut cukup ditulis dengan *p* dan *q* (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Perhatikan graf *G* yang memuat himpunan titik *V* dan himpunan sisi *E* seperti berikut ini.

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_6), (v_2, v_5), (v_4, v_5), (v_5, v_6)\}$$

Graf *G* tersebut dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 1.1 Graf ***G***

Graf G mempunyai 6 titik sehingga order G adalah p = 6. Graf G mempunyai 6 sisi sehingga size graf G adalah q = 6.

Graf G dengan

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_6), (v_2, v_5), (v_4, v_5), (v_5, v_6)\}$$

Dapat juga ditulis dengan

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

dengan

$e_1 = (v_1, v_2)$

$e_2 = (v_1, v_4)$

$e_3 = (v_1, v_6)$

$e_4 = (v_2, v_5)$

$e_5 = (v_4, v_5)$

$e_6 = (v_5, v_6)$

Definisi 2

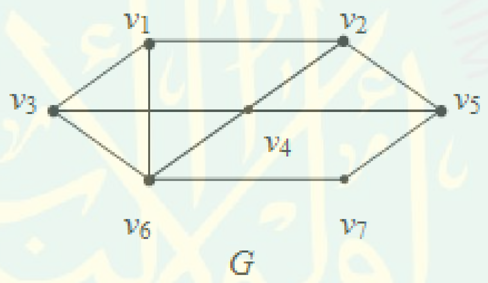
Graf H disebut subgraf dari G jika himpunan titik di H adalah subset dari himpunan titik-titik di G dan himpunan sisi-sisi di H adalah subset dari himpunan sisi di G. Dapat ditulis $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika H adalah subgraf G, maka dapat ditulis $H \subseteq G$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:8).

Perhatikan graf G yang memuat himpunan titik V dan himpunan sisi E seperti berikut ini.

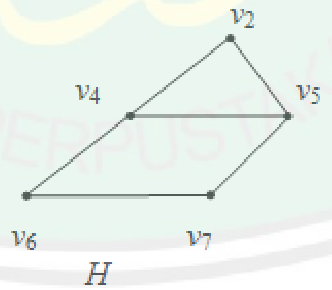
$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4 v_5, v_6, v_7\}$

$E(G) = \{(v_1 v_2),\ (v_1 v_3),\ (v_1 v_6),\ (v_2 v_4),\ (v_2 v_5), (v_3 v_4),\ (v_3 v_6),$
$(v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_7), (v_6, v_7)\}$

Graf G tersebut dapat digambar sebagai berikut:



Gambar 1.2 Graf ***G***



Gambar 1.3 Graf *H*

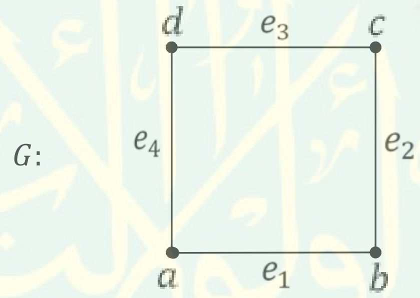
Gambar 2.2 dan 2.3 menunjukkan dua graf G dan H dan menunjukkan bahwa H subgraf G.

1.1.1 *Adjacent* dan *Incident*

Definisi 3

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u,v)$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Sebagai contoh perhatikan graf G yang memuat himpunan $V = \{a, b, c, d\}$ dan himpunan sisi $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ berikut ini:



Gambar 1.4 Graf ***G***

Dari Gambar 2.4 tersebut, titik a dan e_1 serta e_1 dan b adalah *incident* (terkait langsung) dan titik a dan b adalah *adjacent* (terhubung langsung).

Definisi 4

Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan ditulis $N[v]$ (Abdussakir dkk, 2009:9).

Sebagai contoh berdasarkan Gambar 2.4 diperoleh bahwa:

$$N[a] = \{b, d\}$$

$$N[b] = \{a, c\}$$

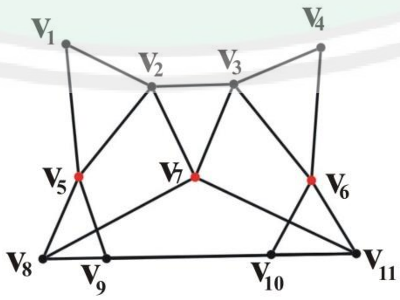
$$N[c] = \{b, d\}$$

$$N[d] = \{c, a\}$$

1.2 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total

Salah satu topik yang dibahas dalam teori graf ialah himpunan dominasi (*domination set*). Banyak manfaat bilangan dominasi dan himpunan dominasi dalam kehidupan sehari-hari. Seperti yang disebutkan oleh Haynes, dkk (1998:21) di antaranya dalam rute bus sekolah. Sebagian besar rute bus sekolah beroperasi berdasarkan aturan tertentu. Biasanya aturan tersebut berupaya agar setiap anak berjalan tidak jauh ke tempat pemberhentian bus. Dalam kasus ini permasalahannya di titik-titik mana saja pemberhentian bus ditentukan agar setiap anak berjalan tidak jauh ke pemberhentian tersebut.

Diberikan dua titik u dan v di G, dikatakan u mendominasi v jika $v \in N[u]$. Himpunan bagian $D \subseteq V(G)$ disebut himpunan dominasi jika titiknya mendominasi semua titik di G. Bilangan dominasi pada G dinotasikan dengan $\gamma(G)$ merupakan kardinalitas minimum dari semua himpunan dominasi (Huang dan Xu, 2010:3).

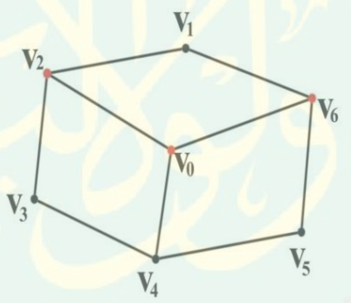


Gambar 1.5 Himpunan Titik Dominasi pada Graf **G**

Titik v_5 mendominasi v_1, v_2, v_8, v_9 dalam G karena $v_1, v_2, v_8, v_9 \in N[v_5]$. Atau dapat dikatakan bahwa v_1, v_2, v_8, v_9 merupakan anggota lingkungan dari v_5 karena v_1, v_2, v_8, v_9 terhubung langsung dengan v_5.

$D = \{v_5, v_6, v_7\}$ merupakan salah satu himpunan dominasi dari graf G karena $D \subseteq V(G)$. Selain itu dapat dilihat bahwa v_1, v_3, v_{11}, v_8 juga merupakan himpunan dominasi dari graf G. Jadi $\gamma(G) = 3$ karena merupakan kardinalitas minimum dari himpunan dominasi pada graf G.

Sebuah himpunan titik S pada graf $G(V, E)$ disebut himpunan dominasi total jika setiap titik $v \in V$ ber-*adjacent* dengan unsur S. Bilangan dominasi total dari graf G dinotasikan dengan $\gamma_t(G)$ adalah kardinalitas minimum dari himpunan dominasi total di G (Soltankhah, 2010:319).



Gambar 1.6 Dominasi Total Graf $\mathbf{G_2}$

Berdasarkan Gambar 2.6 maka diperoleh himpunan dominasi total dari G_2 yang memiliki kardinalitas minimum adalah sebagai berikut :

$S_1 = \{v_0, v_2, v_6\}$ adalah himpunan dominasi total,

karena titik v_0 terhubung langsung dengan titik v_2 dan v_6

karena titik v_1 terhubung langsung dengan titik v_2 dan v_6

karena titik v_2 terhubung langsung dengan titik v_0

karena titik v_3 terhubung langsung dengan titik v_2

karena titik v_4 terhubung langsung dengan titik v_0

karena titik v_5 terhubung langsung dengan titik v_6

karena titik v_6 terhubung langsung dengan titik v_0

Titik v_0 mendominasi v_2, v_4, v_6 dalam G_2 karena $v_2, v_4, v_6 \in N[v_0]$, titik v_2 mendominasi v_1, v_0, v_3 dalam G_2 karena $v_1, v_0, v_3 \in N[v_2]$, dan titik v_6 mendominasi v_1, v_5, v_5 dalam G_2 karena $v_1, v_5, v_5 \in N[v_6]$.

Himpunan dominasi total lainnya pada graf G_2 adalah $S_2 = \{v_2, v_0, v_4\}$ dan $S_3 = \{v_6, v_0, v_4\}$. Karena bilangan dominasi total adalah kardinalitas minimum himpunan dominasi total, sehingga $\gamma_t(G_2) = 3$.

1.3 Grup

Raisinghania dan Aggarwal (1980:31) menyatakan bahwa, grup adalah suatu struktur aljabar yang dinyatakan sebagai $(G,*)$ dengan G himpunan tidak kosong dan $*$ operasi biner di G yang memenuhi sifat-sifat berikut

a. $(a * b) * c = a * (b * c)$, untuk semua $a, b, c \in G$ (sifat assosiatif).
b. Ada suatu elemen e di G sehingga $a * e = e * a = a$, untuk semua $a \in G$ (e disebut identitas di G).
c. Untuk setiap $a \in G$ ada suatu elemen $a^{-1} \in G$ sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (a^{-1} disebut invers dari a).

Sebagai tambahan, grup $(G,*)$ disebut *abelian* (grup komutatif) jika $a * b = b * a$ untuk semua $a, b \in G$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980:31).

Contoh 1

$(Z, +)$ dengan Z merupakan himpunan bilangan bulat, adalah suatu grup karena berlaku:

1. Untuk setiap $a, b \in Z$, maka $a + b \in Z$. Sehingga operasi + adalah operasi biner pada Z, atau dengan kata lain operasi + (penjumlahan) tertutup di Z.
2. Untuk setiap $a, b, c \in Z$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c$, atau dengan kata lain operasi + (penjumlahan) bersifat assosiatif.
3. Terdapat elemen identitas yaitu $0 \in Z$. Sehingga untuk setiap $a \in Z$, maka $a + 0 = 0 + a = a$.
4. Untuk setiap $a \in Z$ terdapat a^{-1} yaitu $(-a) \in Z$, sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Karena himpunan Z dengan operasi + (penjumlahan) memenuhi sifat-sifat grup, maka $(Z, +)$ adalah grup.

1.3.1 Grup Dihedral

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dinotasikan D_{2n}, untuk setiap n bilangan bulat positif dan $n \geq 3$ (Dummit dan Foote, 2004:23). Dalam buku lain ada yang menuliskan grup dihedral dengan D_n. Misalkan D_{2n} suatu grup yang didefinisikan oleh st untuk $s, t \in D_{2n}$ yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi pada segi-n, sehingga st adalah fungsi komposisi). Jika s, t akibat permutasi titik berturut-turut σ, τ, maka st akibat dari $\sigma \circ \tau$. Operasi biner pada D_{2n} adalah assosiatif karena fungsi komposisi adalah assosiatif. Identitas dari D_{2n} adalah identitas dari simetri (yang meninggalkan semua titik tetap), dinotasikan dengan 1, dan invers dari $s \in D_{2n}$ adalah kebalikan semua putaran dari simetri s (jadi jika s akibat permutasi pada titik σ, s^{-1} akibat dari σ^{-1}) (Dummit dan Foote, 2004:24).

Karena grup dihedral akan digunakan secara ektensif, maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup abstrak, yaitu:

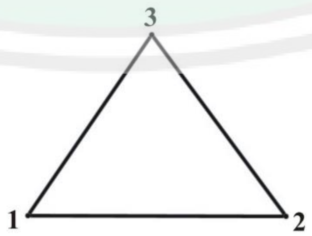
1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$ semua berbeda dan $r^n = 1$, sehingga $|r| = n, n \in \mathbb{N}$
2. $|s| = 2,$
3. $s \neq r^i$ untuk sebarang $i, \forall i \in \mathbb{Z}^+$
4. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$. Sehingga $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$ yaitu setiap elemen dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk $k =$ 0 atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1$.
5. $sr = r^{-1}s$

   Hal ini menunjukkan r dan s tidak saling komutatif , sehingga D_{2n} bukan grup abelian.
6. $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$.

   Hal ini menunjukkan bagaimana s komutatif dengan perpangkatan dari r (Dummit dan Foote, 1991:26).

Contoh 2

Misalkan pada segitiga sama sisi



Gambar 1.7 Segitiga Sama Sisi

Segitiga tersebut diputar sebesar 120° berlawanan arah jarum jam, maka menghasilkan permutasi

$r_1 = (3\ 1\ 2)$ rotasi $120°$ berlawanan arah jarum jam

$r_2 = (2\ 3\ 1)$ rotasi $240°$ berlawanan arah jarum jam

$r_3 = (1\ 2\ 3) = 1$ rotasi $360°$ berlawanan arah jarum jam

Sedangkan refleksinya menghasilkan permutasi sebagai berikut:

$$s_1 = (1)(\ 2\ 3)$$

$$s_2 = (1\ 3\ )(2)$$

$$s_3 = (1\ 2)(\ 3)$$

Dimisalkan $r_1 = r$ dan $s_1 = s$, selanjutnya dikomposisikan semua hasil rotasi dan refleksi tersebut dan menghasilkan $1, r, r^2, s, sr, sr^2$. Jika disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 1.1 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Sesuai tabel di atas bahwa hasil komposisinya adalah tertutup, assosiatif, memiliki identitas dan setiap elemennya mempunyai invers. Sehingga $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ adalah grup.

1.3.2 *Center* Grup

Dummit dan Foote (2004:50) menjelaskan, misalkan G adalah grup, *center* G didefinisikan $Z(G) = \{g \in G | gx = xg,\ \forall x \in G\}$. Dengan kata lain, *center* dari

G merupakan himpunan elemen-elemen di G yang komutatif dengan semua elemen dari G.

Contoh 3

Diberikan grup dihedral D_6 dengan $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Tentukan $Z(D_6)$!

Jawab: $1 \in D_6$ dan $1 \circ x = x \circ 1, \forall x \in D_6$, sehingga $1 \in Z(D_6)$.

$r \in D_6$ dan $r \circ s \neq s \circ r$, $s \in D_6$, sehingga $r \notin Z(D_6)$.

$r^2 \in D_6$ dan $r^2 \circ sr \neq sr \circ r^2$, $sr \in D_6$, sehingga $r^2 \notin Z(D_6)$.

$s \in D_6$ dan $s \circ sr \neq sr \circ s$, $sr \in D_6$, sehingga $s \notin Z(D_6)$.

$sr \in D_6$ dan $sr \circ s \neq s \circ sr$, $s \in D_6$, sehingga $sr \notin Z(D_6)$.

$sr^2 \in D_6$ dan $sr^2 \circ sr \neq sr \circ sr^2$, $sr \in D_6$, sehingga $sr^2 \notin Z(D_6)$.

Jadi $Z(D_6) = \{1\}$.

1.4 Graf *Commuting*

Misal G adalah grup berhingga dan X adalah subset dari G, graf *commuting* $C(G, X)$ adalah graf dengan X sebagai himpunan titik dan dua elemen berbeda di X terhubung langsung jika keduanya adalah elemen yang saling komutatif di G (Nawawi dkk, 2012).

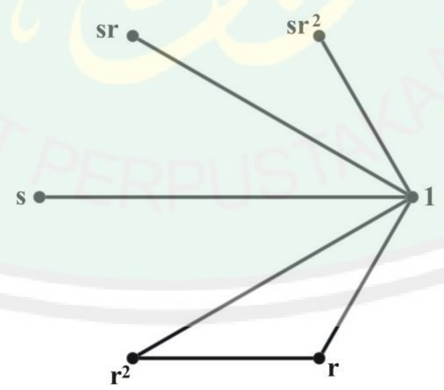
Sebagai contoh G merupakan grup dihedral atau D_{2n}, maka $C(G, X)$ dapat ditulis $C(D_{2n}, X)$, artinya graf *commuting* dari grup dihedral. Karena setiap grup G memiliki elemen identitas (dinotasikan 1) dan $\forall a \in G$ berlaku $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (komutatif dengan elemen identitas), maka unsur X dapat beranggotakan semua unsur grup G, berlaku $X \subseteq G$ artinya $X \subset G$ atau $X = G$.

Pada skripsi ini, penulis mengambil $X = G$, dengan demikian maka $C(G, X)$ akan ditulis $C(G)$, sebagaimana $C(D_{2n}, X)$ akan ditulis $C(D_{2n})$ artinya graf *commuting* grup dihedral.

Sebagai contoh pada grup dihedral-6 yaitu $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ terhadap operasi fungsi komposisi. Diambil $X = D_6$ yaitu grup dihedral-6 maka sesuai dengan tabel *Cayley* akan didapatkan unsur yang saling komutatif sebagai berikut:

1. 1 komutatif dengan semua elemen D_6 (sifat elemen identitas) sehingga 1 terhubung langsung dengan setiap elemen di $C(D_6)$.
2. $r \circ r^2 = r^2 \circ r = 1$ merupakan elemen-elemen yang komutatif sehingga terhubung langsung di $C(D_6)$.
3. Untuk elemen-elemen yang tidak komutatif maka elemen-elemen tersebut tidak terhubung langsung di $C(D_6)$.

Secara geometri, graf *commuting* pada D_6 dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 1.8 Graf *Commuting* pada Grup Dihedral-6

1.5 Graf *Noncommuting*

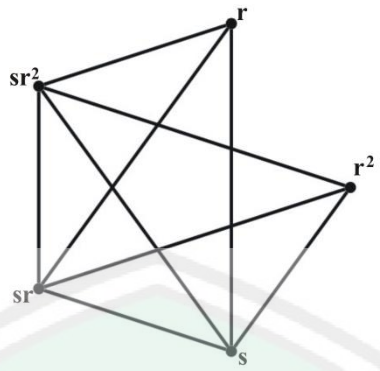
Misal *G* grup *non abelian* dan *Z(G)* adalah *center* dari *G*. Graf *noncommuting* Γ_G adalah sebuah graf yang mana titik-titiknya merupakan himpunan dari $G\backslash Z(G)$ dan dua titik x dan y ber-*adjacent* jika dan hanya jika $xy \neq yx$ (Abdollahi, 2006).

Sebagai contoh pada grup dihedral-6 yaitu $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ terhadap operasi komposisi fungsi. Grup dihedral-6 (D_6) dibangun oleh elemen-elemen $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$, hasil operasi komposisi pada setiap elemen grup dihedral berbentuk tabel *Cayley* yang menunjukkan unsur-unsur yang komutatif dan tidak komutatif sebagai berikut:

Tabel 1.2 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Dari tabel di atas, terlihat bahwa *center* grup dihedral-6 (D_6) atau $Z(D_6)$ yaitu $\{1\}$ yang ditunjukkan pada tabel dengan warna merah, dan elemen-elemen pada D_6 yang tidak komutatif ditunjukkan pada tabel dengan warna biru. Sehingga graf *noncommuting* dari grup dihedral-6 (D_6) memiliki himpunan titik-titiknya $\Gamma_{D_6} = \{r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Dari hasil tersebut akan digambarkan ke dalam bentuk graf *noncommuting* sebagai berikut:



Gambar 1.9 Graf *Noncommuting* pada Grup Dihedral-*6*

1.6 Al-Quran sebagai Pedoman Hidup Manusia

Secara etimologis makna kata al-Quran adalah sinonim dengan kata Qira'ah dan keduanya berasal dari kata Qara'a. Dari segi makna, lafal al-Quran bermakna bacaan (Nur, 2006:11).

Secara terminologi al-Quran adalah Kalamullah yang diturunkan oleh Allah Swt. kepada Nabi Muhammad Saw. dalam bahasa Arab, agar menjadi hujjah bagi Rasullulah bahwa Ia adalah Rasul Allah, menjadi ibadah bagi orang yang membacanya, ditulis di atas lembaran mushaf, dimulai dari surah al-Fatihah dan berakhir dengan surah an-Nas yang disampaikan secara mutawatir (Karim, 1997:57).

Al-Quran bukan hanya sekedar bacaan yang bernilai ibadah, melainkan ada yang lebih bahwa al-Quran adalah petunjuk bagi umat manusia yang perlu dikaji dan digali kandungannya dalam rangka meniti jalan menuju kebahagiaan dan kesejahteraan yang hakiki bagi manusia secara umum.

Al-Quran sebagai sumber yang pertama dan paling utama secara *qath'iy* telah ditetapkan di dalam al-Quran surat an-Nisa ayat 59 yang berbunyi:

يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ أَطِيعُواْ ٱللَّهَ وَأَطِيعُواْ ٱلرَّسُولَ وَأُوْلِي ٱلۡأَمۡرِ مِنكُمۡۖ فَإِن تَنَـٰزَعۡتُمۡ فِي شَيۡءٖ فَرُدُّوهُ إِلَى ٱللَّهِ وَٱلرَّسُولِ إِن كُنتُمۡ تُؤۡمِنُونَ بِٱللَّهِ وَٱلۡيَوۡمِ ٱلۡأٓخِرِۚ ذَٰلِكَ خَيۡرٞ وَأَحۡسَنُ تَأۡوِيلًا ٥٩

"Hai orang-orang yang beriman, taatilah Allah dan taatilah Rasul (Nya), dan ulil amri di antara kamu. kemudian jika kamu berlainan Pendapat tentang sesuatu, Maka kembalikanlah ia kepada Allah (al-Quran) dan Rasul (sunnahnya), jika kamu benar-benar beriman kepada Allah dan hari kemudian. yang demikian itu lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya." (QS.an-Nisa':59).

Ayat di atas menunjukkan bahwa al-Quran adalah mukjizat yang diturunkan kepada Nabi Muhammad Saw. yang wajib ditaati oleh umat manusia. Menurut Jalaluddin (2010:310) dalam Tafsir Jalalainnya dijelaskan bahwa ayat tersebut diturunkan tatkala terjadi sengketa diantara seorang Yahudi dengan seorang munafik. Orang munafik ini meminta kepada Kaab bin Asyraf agar menjadi hakim diantara mereka, sedangkan Yahudi meminta kepada Nabi Muhammad Saw., dan pada akhirnya diselesaikan dengan pedoman kitab yang diturunkan kepada Nabi Muhammad Saw. yaitu al-Quran.

Apa saja yang ditetapkan oleh al-Quran serta disaksikan kebenarannya (al-Quran) maka itulah kebenaran. Dan tidak ada lagi dibalik kebenaran kecuali kesesatan. Hal ini menunjukkan bahwa orang yang tidak berhukum kepada al-Quran dalam berbagai pertikaian, serta tidak merujuk padanya, maka bukanlah orang yang beriman kepada Allah dan hari akhir (Abdurrahman, 2009:343).

Menurut Al-Jazairi (2007:419) dalam Tafsir Al-Aisarnya dijelaskan bahwa sesungguhnya Allah memerintahkan penguasa-penguasa muslim untuk menunaikan amanat yang merupakan hak-hak rakyat, memutuskan hukum diantara mereka dengan adil, mengembalikan dan merujuk setiap permasalahan dan polemik yang diperselisihkan kepada al-Quran, inilah sebaik-baiknya kondisi dan pengembalian.

Sesungguhnya kedaulatan hukum itu hanya milik Allah, bagi kehidupan manusia, dalam urusan yang besar maupun kecil. Untuk semua itu, Allah telah membuat syariat yang dituangkan-Nya dalam al-Quran dan diutus-Nya Rasul yang tidak pernah berbicara dengan memperturutkan hawa nafsunya untuk menjelaskannya kepada manusia, oleh karena itu syariat Rasulullah termasuk syariat Allah (Quthb, 2000:399).

Faqih menjelaskan dalam Tafsir Nurul Quran (2006:77) bahwa jika semua kelompok berpegang teguh kepada al-Quran yang diturunkan kepada Rasulullah sebagai dalil-dalil yang handal, maka pertikaian dalam kehidupan ini akan hilang dan kesatuan akan merata.

Sebagaimana penafsiran ayat di atas, al-Quran menjadi pedoman hidup umat manusia, al-Quran banyak mengemukakan pokok-pokok serta prinsip-prinsip umum pengaturan hidup dalam hubungan antara manusia dengan Allah dan mahluk lainnya. Di dalamnya terdapat peraturan-peraturan seperti: **beribadah langsung** kepada Allah Swt., **berkeluarga**, **bermasyarakat**, berdagang, **utang-piutang**, **kewarisan**, **pendidikan dan pengajaran**, **pidana**, dan aspek-aspek kehidupan lainnya yang oleh Allah Swt. dijamin dapat berlaku dan dapat sesuai pada setiap tempat dan setiap waktu. Sebagaimana firman Allah Swt. dalam surat al-Baqarah ayat 2:

ذَٰلِكَ ٱلۡكِتَٰبُ لَا رَيۡبَۛ فِيهِۛ هُدًى لِّلۡمُتَّقِينَ ٢

"Kitab (al-Quran) ini tidak ada keraguan padanya; petunjuk bagi mereka yang bertaqwa" (QS. al-Baqarah:2).

Dalam firman-Nya *"kitab itu"* yaitu kitab yang dalam arti hakiki, yang mengandung oleh hal-hal yang tidak dikandung oleh kitab-kitab terdahulu maupun sekarang, berupa ilmu yang agung dan kebenaran yang nyata, *"yang tidak ada keraguan dan kebimbangan padanya"* dalam bentuk apapun. Meniadakan keraguan dari kitab ini mengharuskan suatu hal yang bertentangan dengannya dimana hal yang bertentangan dengan hal itu adalah keyakinan, maka kitab ini mengandung ilmu keyakinan yang menghapus segala keraguan dan kebimbangan (As-Sa'di, 2006:62).

Kitab dalam ayat ini adalah al-Quran. Keraguan berarti kebimbangan. Ayat ini menetapkan bahwa al-Quran merupakan kebenaran. Tidak seorang pun boleh meragukan kebenarannya dan bahwa ia berasal dari Allah. Isi kandungan al-Quran adalah kebaikan dan petunjuk bagi umat manusia (Al-Banna, 2010:117).

Pada ayat ini, Allah Swt. menegaskan bahwa al-Quran ini merupakan petunjuk bagi orang-orang yang bertakwa. Dari makna yang tersirat dalam ayat tersebut, dapat difahami secara *mafhum mukhalafah* (makna yang tersirat dan tidak senada dengan makna yang tersurat) juga dapat disebut dengan *dalilul khitbah*, bahwa al-Quran ini tidak menjadi petunjuk bagi orang-orang yang tidak bertakwa (Asy-Syanqithi, 2006:101).

Allah Ta'ala memberitahukan bahwa al-Quran yang diturunkan kepada hamba dan Rasul-Nya ini, merupakan kitab yang agung, tidak mengandung keraguan maupun kemungkinan antara ia sebagai wahyu Allah Ta'ala atau tidak. Alasannya adalah kemukjizatannya yang besar dan kandungan hidayah dan cahayanya bagi orang-orang yang beriman dan bertakwa dengan iman dan takwa itu mereka mampu menerangi jalan menuju keselamatan, kebahagiaan dan kesempurnaan (Al-Jazairi, 2007: 47-48).

Menurut Ash-Shiddieqy dalam Tafsir Al-Qur'anul Majid An-Nuur (2000:31) bahwa al-Quran adalah kitab yang dijanjikan oleh Allah diturunkan untuk mengukuhkan risalah dan sebagai pedoman bagi Nabi Saw. dalam memberikan bimbingan dan petunjuk kepada umatnya yang menghendaki kebenaran, kebahagiaan dunia dan kesejahteraan akhirat. Oleh karenanya, seluruh isinya adalah benar dan merupakan pedoman hidup bagi orang yang bertakwa.

1. BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab III ini akan dibahas mengenai bagaimana menentukan bilangan dominasi $\gamma(G)$ dan dominasi total $\gamma_t(G)$ pada graf *commuting* dan graf *noncommuting* yang dibentuk oleh grup dihedral-*2n* (D_{2n}). Sebelum itu dilakukan uji terlebih dahulu pada grup dihedral-*2n* dimana $3 \leq n \leq 6$, yang dibangun oleh elemen r^i dan sr^i dimana $0 \leq i \leq n-1$, dengan mencari elemen-elemen *commuting* dan *noncommuting*-nya, yang selanjutnya digambarkan bentuk grafnya dan dicari bilangan dominasi serta bilangan dominasi totalnya.

3.1 Grup Dihedral-*6* $(D_{2\cdot 3})$

Elemen-elemen dari grup dihedral-*6* yaitu $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Dengan operasi " $\circ$ ", maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 1.1 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-*6*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	1	sr^2	s	sr
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	1	r	sr	sr^2	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	s	r^2	1	r
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan tabel di atas, warna biru menunjukkan *center* grup dihedral-*6* yaitu $\{1\}$, karena 1 komutatif dengan semua elemen grup dihedral-*6*. Sedangkan warna kuning menunjukkan unsur-unsur yang tidak komutatif, sehingga dapat ditentukan elemen-elemen yang saling komutatif adalah:

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad 1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$$

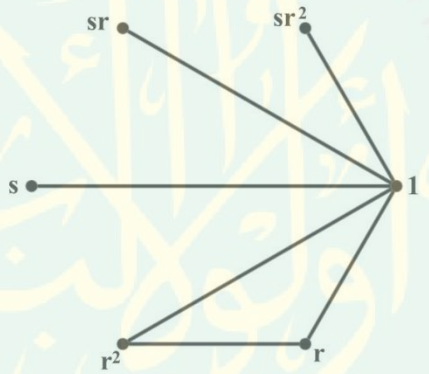
Sedangkan elemen-elemen yang tidak komutatif adalah:

$$r \circ s \neq s \circ r \qquad r^2 \circ s \neq s \circ r^2 \qquad s \circ sr \neq sr \circ s$$

$$r \circ sr \neq sr \circ r \qquad r^2 \circ sr \neq sr \circ r^2 \qquad s \circ sr^2 \neq sr^2 \circ s$$

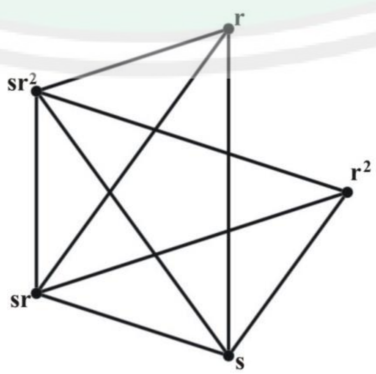
$$r \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r \qquad r^2 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^2 \qquad sr \circ sr^2 \neq sr^2 \circ sr$$

Sehingga dapat digambarkan graf *commuting*-nya yaitu:



Gambar 1.1 Graf *Commuting* pada Grup Dihedral-6 ($\boldsymbol{C(D_6)}$)

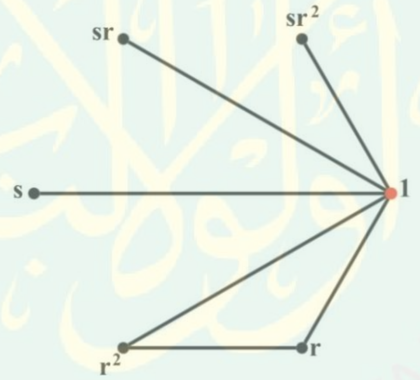
Dengan menghapus *center* grup, akan didapatkan graf *noncommuting*-nya sebagai berikut:



Gambar 1.2 Graf *Noncommuting* pada Grup Dihedral-6 ($N(D_6)$)

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari kedua graf tersebut. Pada graf *commuting* grup dihedral-6 ($C(D_6)$) himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1\}$, karena $r, r^2, s, sr, sr^2 \in N[1]$. Atau dapat dikatakan bahwa r, r^2, s, sr, sr^2 merupakan anggota lingkungan dari 1. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 1, maka bilangan dominasi dari graf $C(D_6)$ adalah $\gamma(C(D_6)) = 1$.

Pada graf $C(D_6)$ himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1\}$ karena semua $v \in V(C(D_6))$ terhubung langsung dengan 1, sehingga $r, r^2, s, sr, sr^2 \in N[1]$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_6)) = 1$.



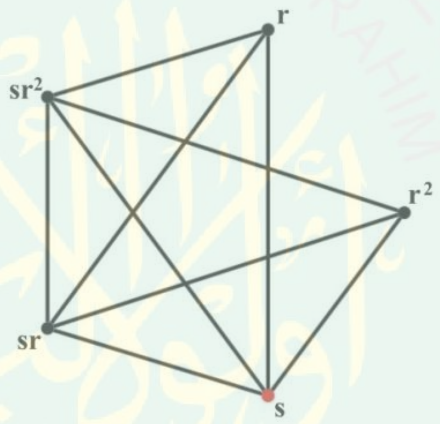
Gambar 1.3 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada graf $\boldsymbol{C(D_6)}$

Pada graf *noncommuting* grup dihedral-6 ($N(D_6)$) himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{s\}$, karena titik s mendominasi r, r^2, sr, sr^2 dalam $N(D_6)$, sehingga $r, r^2, sr, sr^2 \in N[s]$. Atau dapat dikatakan bahwa r, r^2, sr, sr^2 merupakan anggota lingkungan dari s.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu $X_2 = \{sr\}$ atau $X_3 = \{sr^2\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 1, maka bilangan dominasi dari graf $N(D_6)$ adalah $\gamma(N(D_6)) = 1$.

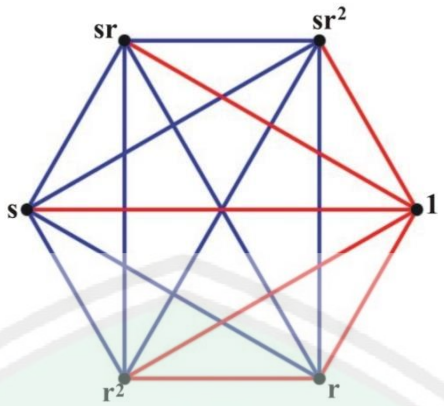
Sedangkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{s\}$, karena s terhubung langsung dengan semua $v \in V(N(D_6))$, sehingga $r, r^2, sr, sr^2 \in N[s]$. Atau dapat dikatakan bahwa r, r^2, sr, sr^2 merupakan anggota lingkungan dari s.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi total lainnya yaitu $Y_2 = \{sr\}$ atau $Y_3 = \{sr^2\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi total dari graf $N(D_6)$ adalah $\gamma_t(N(D_6)) = 1$.



Gambar 1.4 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $N(D_6)$

Apabila diamati, graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-6 (D_6) apabila digabungkan akan membentuk sebuah graf komplit. Sebagaimana gambar graf berikut:



Gambar 1.5 Graf Komplit K_6 Grup Dihedral-*6*

Pada gambar di atas, warna merah menunjukkan sisi yang *commuting* dan warna biru menunjukkan sisi yang *noncommuting*. Sebagaimana gambar di atas, gabungan graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*6* $(C(D_6) \cup N(D_6))$ membentuk graf komplit K_6.

3.2 Grup Dihedral-*8* $(D_{2\cdot 4})$

Elemen-elemen dari grup dihedral-*8* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Dengan operasi " $\circ$ ", maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 1.2 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-*8*

$\circ$	**1**	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan tabel di atas, terdapat dua elemen yang menjadi *center* grup yaitu $\{1, r^2\}$, karena keduanya bersifat komutatif dengan semua elemen grup dihedral-*8*. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif adalah:

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad 1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$$

$$sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$$

3. r^2 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ r^2 = r^2 \circ s \qquad sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ sr^2$$

$$sr \circ r^2 = r^2 \circ sr \qquad sr^3 \circ r^2 = r^2 \circ sr^3$$

4. Elemen sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$,

$$s \circ sr^2 = sr^2 \circ s \qquad sr \circ sr^3 = sr^3 \circ sr$$

Sedangkan elemen-elemen yang tidak saling komutatif adalah:

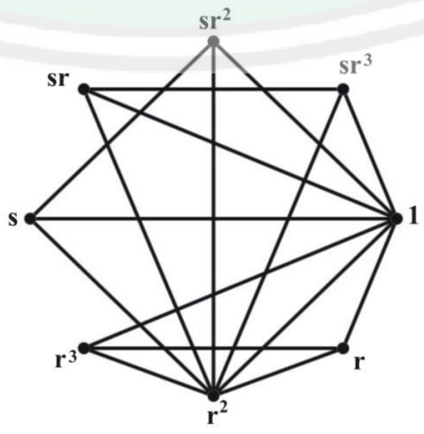
$$r \circ s \neq s \circ r \qquad r^3 \circ s \neq s \circ r^3 \qquad s \circ sr \neq sr \circ s$$

$$r \circ sr \neq sr \circ r \qquad r^3 \circ sr \neq sr \circ r^3 \qquad s \circ sr^3 \neq sr^3 \circ s$$

$$r \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r \qquad r^3 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^3 \qquad sr \circ sr^2 \neq sr^2 \circ sr$$

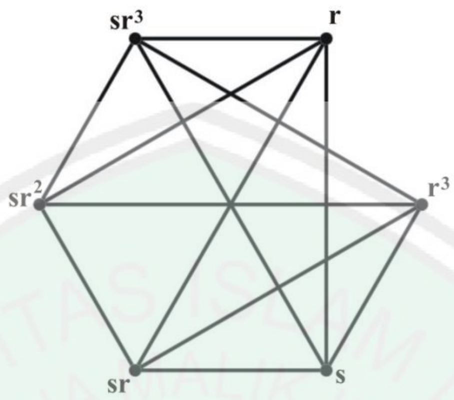
$$r \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r \qquad r^3 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^3 \qquad sr^2 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ sr^2$$

Sehingga dapat digambarkan graf *commuting*-nya yaitu:



Gambar 1.6 Graf *Commuting* pada Grup Dihedral-*8* ($\boldsymbol{C(D_8)}$)

Dengan menghapus *center* grup akan didapatkan graf *noncommuting*-nya sebagai berikut:



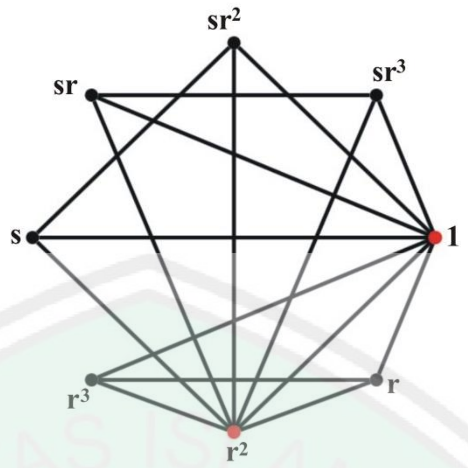
Gambar 1.7 Graf *Noncommuting* pada Grup *Dihedral-8* ($\boldsymbol{N(D_8)}$)

Pada graf *commuting* grup dihedral-8 ($C(D_8)$) himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1\}$, karena titik 1 mendominasi $r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3$ dalam $C(D_8)$ sehingga $r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3 \in N[1]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3$ merupakan anggota lingkungan dari 1.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu $X_2 = \{r^2\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 1, maka bilangan dominasi dari graf $C(D_8)$ adalah $\gamma(C(D_8)) = 1$

Pada graf $C(D_8)$ himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1\}$, karena semua $v \in V(C(D_8))$ terhubung langsung dengan 1, sehingga $r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3 \in N[1]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3$ merupakan anggota lingkungan dari 1.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi total lainnya yaitu $Y_2 = \{r^2\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_8)) = 1$.

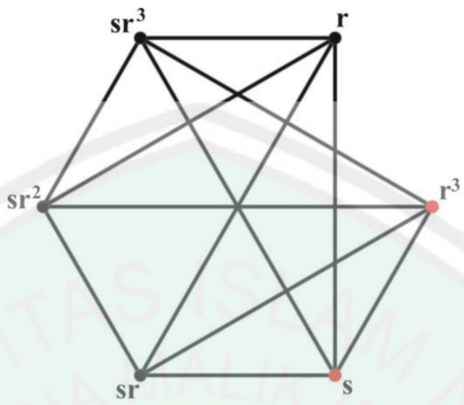


Gambar 1.8 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\mathbf{C}(\mathbf{D}_8)$

Pada graf *noncommuting* grup dihedral-*8* $(N(D_8))$ himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{s, r^3\}$, karena titik s mendominasi r, r^3, sr, sr^3 dan titik r^3 mendominasi s, sr, sr^2, sr^3 dalam $N(D_8)$, sehingga $r, r^3, sr, sr^3 \in N[s]$ dan $s, sr, sr^2, sr^3 \in N[r^3]$. Atau dapat dikatakan bahwa r, r^3, sr, sr^3 merupakan anggota lingkungan dari s dan s, sr, sr^2, sr^3 merupakan anggota lingkungan dari r^3.

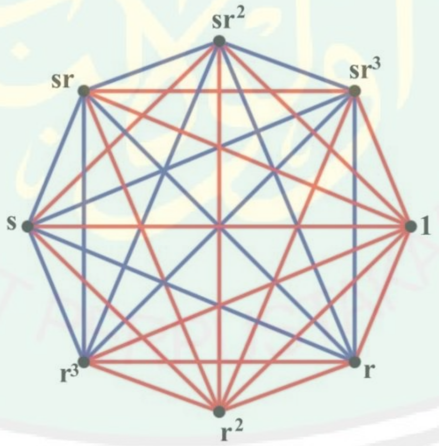
Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya adalah $X_2 = \{s, r\}, X_3 = \{sr, r\}$, $X_4 = \{sr, r^3\}$, $X_5 = \{sr^2, r\}$, $X_6 = \{sr^2, r^3\}$, $X_7 = \{sr^3, r\}$ atau $X_9 = \{sr^3, r^3\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $N(D_8)$ adalah $\gamma(N(D_8)) = 2$.

Sedangkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{s, r^3\}, Y_2 = \{s, r\}, Y_3 = \{sr, r\}, Y_4 = \{sr, r^3\}, Y_5 = \{sr^2, r\}, Y_6 = \{sr^2, r^3\}, Y_7 = \{sr^3, r\}$ atau $Y_8 = \{sr^3, r^3\}$, karena $r, r^3, sr, sr^3 \in N[s]$ dan $s, sr, sr^2, sr^3 \in N[r^3]$. Atau dapat dikatakan bahwa r, r^3, sr, sr^3 merupakan anggota lingkungan dari s dan s, sr, sr^2, sr^3 merupakan anggota lingkungan dari r^3, begitu pula dengan yang lainnya. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 2, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(N(D_8)) = 2$.



Gambar 1.9 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\mathbf{N(D_8)}$

Sebagaimana pembahasan graf sebelumnya, graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*8* (D_8) apabila digabungkan juga akan membentuk graf komplit. Sebagaimana gambar graf berikut:



Gambar 1.10 Graf Komplit $\boldsymbol{K_8}$ Grup Dihedral-*8*

Pada gambar di atas, warna merah menunjukkan sisi yang *commuting* dan warna biru menunjukkan sisi yang *noncommuting*. Sebagaimana gambar graf di atas, gabungan graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*8* $(C(D_8) \cup N(D_8))$ membentuk graf komplit K_8.

3.3 Grup Dihedral-*10* ($D_{2\cdot 5}$)

Elemen-elemen dari grup dihedral-*10* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Dengan operasi "$\circ$", maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 1.3 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-*10*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Dari tabel di atas, terlihat bahwa *center* grup dihedral-*10* yaitu $\{1\}$, karena 1 komutatif dengan semua elemen grup dihedral-*10*. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif grup dihedral-*10* adalah sebagai berikut:

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r \qquad r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$$

$$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^4 = r^4 \circ r$$

$$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1 \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$$s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2 \qquad sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$$

$$sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$$

Sedangkan elemen-elemen yang tidak saling komutatif adalah:

1. Elemen r^i tidak komutatif dengan sr^i

$r \circ s \neq s \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ s \neq s \circ r^2$

$r \circ sr \neq sr \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ sr \neq sr \circ r^2$

$r \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^2$

$r \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^2$

$r \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r$ $\quad$ $r^2 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^2$

$r^3 \circ s \neq s \circ r^3$ $\quad$ $r^4 \circ s \neq s \circ r^4$

$r^3 \circ sr \neq sr \circ r^3$ $\quad$ $r^4 \circ sr \neq sr \circ r^4$

$r^3 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^3$ $\quad$ $r^4 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^4$

$r^3 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^3$ $\quad$ $r^4 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^4$

$r^3 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^3$ $\quad$ $r^4 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^4$

2. Elemen sr^i tidak saling komutatif

$s \circ sr \neq sr \circ s$ $\quad$ $sr \circ sr^3 \neq sr^3 \circ sr$

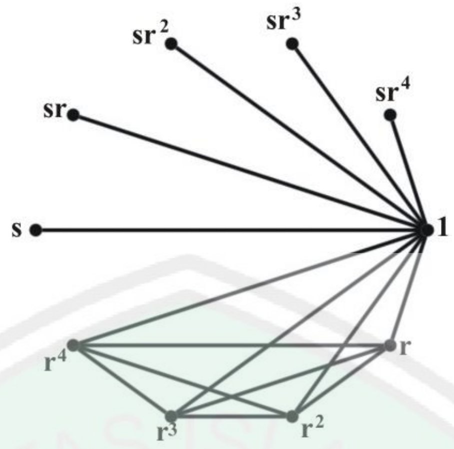
$s \circ sr^2 \neq sr^2 \circ s$ $\quad$ $sr \circ sr^4 \neq sr^4 \circ sr$

$s \circ sr^3 \neq sr^3 \circ s$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ sr^2$

$s \circ sr^4 \neq sr^4 \circ s$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ sr^2$

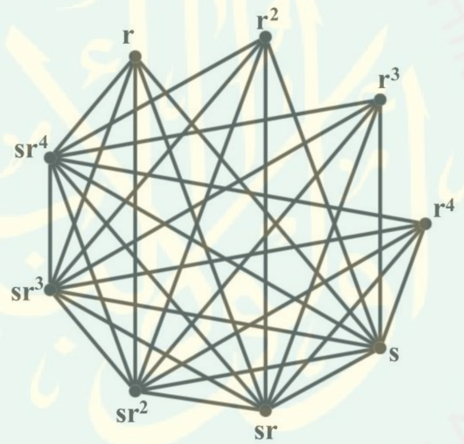
$sr \circ sr^2 \neq sr^2 \circ sr$ $\quad$ $sr^3 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ sr^3$

Sehingga dapat digambarkan graf *commuting*-nya yaitu:



Gambar 1.11 Graf *Commuting* pada Grup Dihedral-*10* ($\boldsymbol{C}(\boldsymbol{D_{10}})$)

Dengan menghapus *center* grup akan didapatkan graf *noncommuting*-nya sebagai berikut:

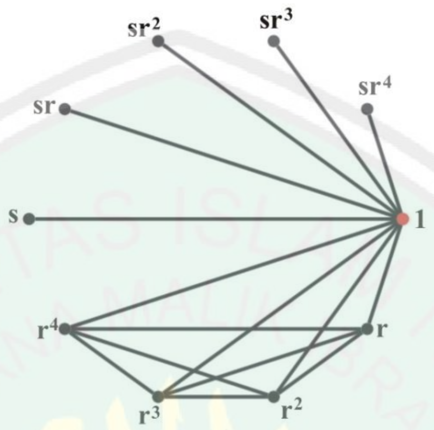


Gambar 1.12 Graf *Noncommuting* pada Grup Dihedral-*10* ($\boldsymbol{N}(\boldsymbol{D_{10}})$)

Pada graf *commuting* grup dihedral-*10* ($C(D_{10})$) himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1\}$, karena titik 1 mendominasi $r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ dalam $C(D_{10})$, sehingga $r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4 \in N[1]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ merupakan anggota lingkungan dari 1. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 1, maka bilangan dominasi nya adalah $\gamma_t(C(D_{10})) = 1$.

Pada graf $C(D_{10})$ himpunan dominasi totalnya $Y_1 = \{1\}$, karena semua $v \in V(C(D_{10}))$ terhubung langsung dengan 1, sehingga

$r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4 \in N[1]$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_{10})) = 1$.



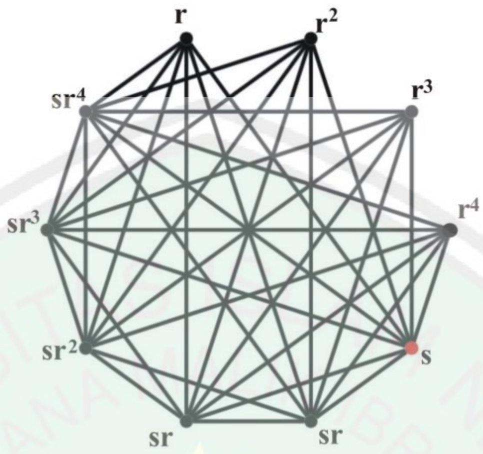
Gambar 1.13 Titik Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\mathbf{C(D_{10})}$

Pada graf *noncommuting* grup dihedral-*10* $(N(D_{10}))$ himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{s\}$, karena titik s mendominasi $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ dalam $N(D_{10})$, sehingga $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^3, sr^4 \in N[s]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ merupakan anggota lingkungan dari s.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu $X_2 = \{sr\}, X_3 = \{sr^2\}, X_4 = \{sr^3\}$ atau $X_5 = sr^4$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 1, maka bilangan dominasi dari graf $N(D_{10})$ adalah $\gamma(N(D_{10})) = 1$.

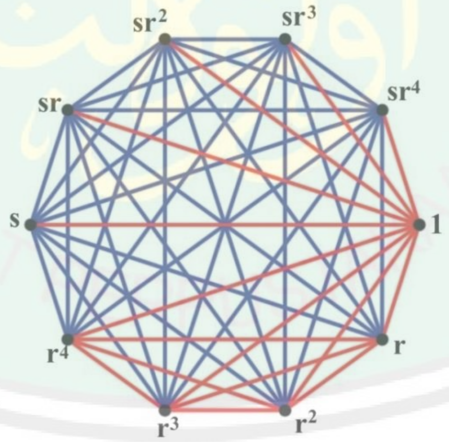
Sedangkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{s\}, Y_2 = \{sr\}, Y_3 = \{sr^2\}, Y_4 = \{sr^3\}$ atau $Y_5 = sr^4$, karena terhubung langsung dengan semua $v \in V(N(D_{10}))$, sehingga $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^3, sr^4 \in N[s]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ merupakan anggota lingkungan dari

s. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi total dari graf $N(D_{10})$ adalah $\gamma_t(N(D_{10})) = 1$.



Gambar 1.14 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\mathbf{N}(\mathbf{D_{10}})$

Sesuai dengan penjelasan sebelumnya, graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*10* (D_{10}) apabila digabungkan juga akan membentuk sebuah graf komplit. Sebagaimana gambar graf berikut:



Gambar 1.15 Graf Komplit $\mathbf{K_{10}}$ Grup Dihedral-*10*

Pada gambar di atas, warna merah menunjukkan sisi yang *commuting* dan warna biru menunjukkan sisi yang *noncommuting*. Sebagaimana gambar di atas, gabungan graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*10* $(C(D_{10}) \cup N(D_{10}))$ membentuk graf komplit K_{10}.

3.4 Grup Dihedral-*12* $(D_{2\cdot 6})$

Elemen-elemen dari grup dihedral-*12* yaitu $\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2,$ $sr^3,\ sr^4,\ sr^5\}$. Dengan operasi " $\circ$ ", maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai beriku

Tabel 1.4 Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-*12*

$\circ$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{r^3}$	$\boldsymbol{r^4}$	$\boldsymbol{r^5}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{sr}$	$\boldsymbol{sr^2}$	$\boldsymbol{sr^3}$	$\boldsymbol{sr^4}$	$\boldsymbol{sr^5}$
$\mathbf{1}$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
$\boldsymbol{r}$	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
$\boldsymbol{r^2}$	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
$\boldsymbol{r^3}$	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
$\boldsymbol{r^4}$	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
$\boldsymbol{r^5}$	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
$\boldsymbol{s}$	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
$\boldsymbol{sr}$	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
$\boldsymbol{sr^2}$	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
$\boldsymbol{sr^3}$	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
$\boldsymbol{sr^4}$	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
$\boldsymbol{sr^5}$	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan tabel di atas, terdapat dua elemen yang menjadi *center* grup yaitu $\{1, r^3\}$, karena keduanya bersifat komutatif dengan semua elemen grup dihedral-*12*. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral-*12* adalah sebagai berikut:

1. Elemen r^i saling komutatif,

$$1 \circ r = r \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$$

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^3 = r^3 \circ r \qquad r^2 \circ r^5 = r^5 \circ r^2$$

$$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1 \qquad r \circ r^4 = r^4 \circ r \qquad r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$$

$$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1 \qquad r \circ r^5 = r^5 \circ r \qquad r^3 \circ r^5 = r^5 \circ r^3$$

$$1 \circ r^5 = r^5 \circ 1 \qquad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2 \qquad r^4 \circ r^5 = r^5 \circ r^4$$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^i,

$s \circ 1 = 1 \circ s$ $\quad$ $sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$ $\quad$ $sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$

$sr \circ 1 = 1 \circ sr$ $\quad$ $sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$ $\quad$ $sr^5 \circ 1 = 1 \circ sr^5$

3. r^3 komutatif dengan elemen sr^i,

$s \circ r^3 = r^3 \circ s$ $\quad$ $sr^2 \circ r^3 = r^3 \circ sr^2$ $\quad$ $sr^4 \circ r^3 = r^3 \circ sr^4$

$sr \circ r^3 = r^3 \circ sr$ $\quad$ $sr^3 \circ r^3 = r^3 \circ sr^3$ $\quad$ $sr^5 \circ r^3 = r^3 \circ sr^5$

4. Elemen sr^i komutatif dengan $sr^{i+\frac{n}{2}}$,

$s \circ sr^3 = sr^3 \circ s$ $\quad$ $sr \circ sr^4 = sr^4 \circ sr$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^5 = sr^5 \circ sr^2$

Sedangkan elemen-elemen yang tidak saling komutatif adalah:

$r \circ s \neq s \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ s \neq s \circ r^4$ $\quad$ $s \circ sr \neq sr \circ s$

$r \circ sr \neq sr \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ sr \neq sr \circ r^4$ $\quad$ $s \circ sr^2 \neq sr^2 \circ s$

$r \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^4$ $\quad$ $s \circ sr^4 \neq sr^4 \circ s$

$r \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^4$ $\quad$ $s \circ sr^5 \neq sr^5 \circ s$

$r \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^4$ $\quad$ $sr \circ sr^2 \neq sr^2 \circ sr$

$r \circ sr^5 \neq sr^5 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ sr^5 \neq sr^5 \circ r^4$ $\quad$ $sr \circ sr^3 \neq sr^3 \circ sr$

$r^2 \circ s \neq s \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ s \neq s \circ r^5$ $\quad$ $sr \circ sr^5 \neq sr^5 \circ sr$

$r^2 \circ sr \neq sr \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ sr \neq sr \circ r^5$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ sr^2$

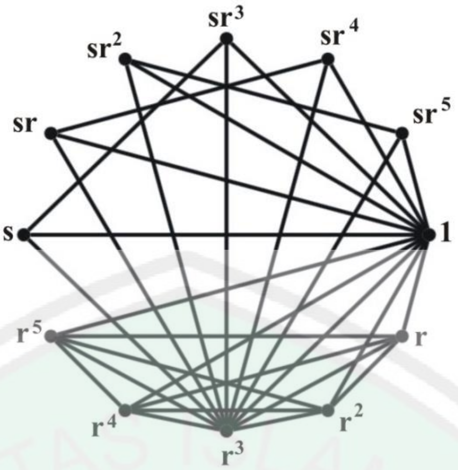
$r^2 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ sr^2 \neq sr^2 \circ r^5$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ sr^2$

$r^2 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ sr^3 \neq sr^3 \circ r^5$ $\quad$ $sr^3 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ sr^3$

$r^2 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ sr^4 \neq sr^4 \circ r^5$ $\quad$ $sr^3 \circ sr^5 \neq sr^5 \circ sr^3$

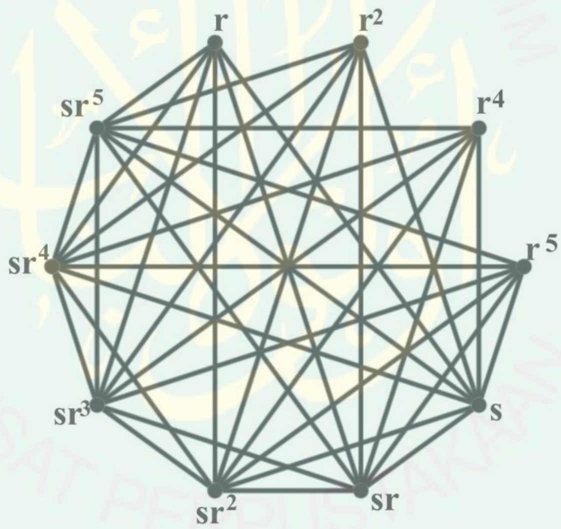
$r^2 \circ sr^5 \neq sr^5 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ sr^5 \neq sr^5 \circ r^5$ $\quad$ $sr^4 \circ sr^5 \neq sr^5 \circ sr^4$

Sehingga dapat digambarkan graf *commuting*-nya yaitu:



Gambar 1.16 Graf *Commuting* pada Grup Dihedral-*12* ($C(D_{12})$)

Dengan menghapus *center* grup akan didapatkan graf *noncommuting*-nya sebagai berikut:

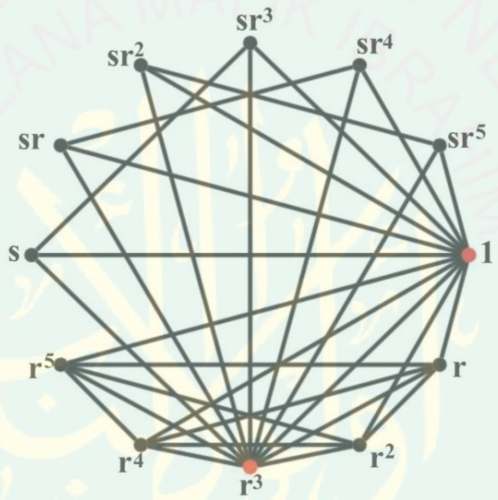


Gambar 1.17 Graf *Noncommuting* pada Grup Dihedral-*12* ($\boldsymbol{N(D_{12})}$)

Pada graf *commuting* grup dihedral-*12* ($C(D_{12})$) himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1\}$ karena titik 1 terhubung langsung dengan $r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$ dalam $C(D_{12})$, sehingga $r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5 \in N[1]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$ merupakan anggota lingkungan dari 1.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya $X_2 = \{r^3\}$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_{12})) = 1$.

Pada graf $C(D_{12})$ himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1\}$ atau $Y_2 = \{r^3\}$, karena terhubung langsung dengan semua $v \in V\big(C(D_{12})\big)$. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 1, maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_{12})) = 1$.

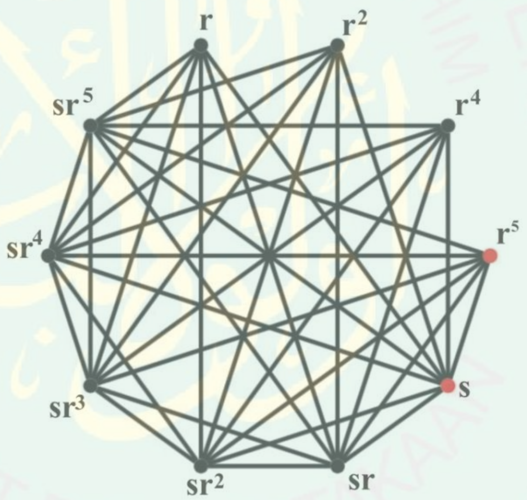


Gambar 1.18 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\boldsymbol{C(D_{12})}$

Pada graf *noncommuting* grup dihedral-*12* $(N(D_{12}))$ himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{s, r^5\}$, karena titik s mendominasi $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^4, sr^5$ dan titik r^5 mendominasi s, sr, sr^2, sr^4, sr^5 dalam $N(D_{12})$, sehingga $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^4, sr^5 \in N[s]$ dan $s, sr, sr^2, sr^4, sr^5 \in N[r^5]$. Atau dapat dikatakan bahwa $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^4, sr^5$ merupakan anggota lingkungan dari s dan s, sr, sr^2, sr^4, sr^5 merupakan anggota lingkungan r^5.

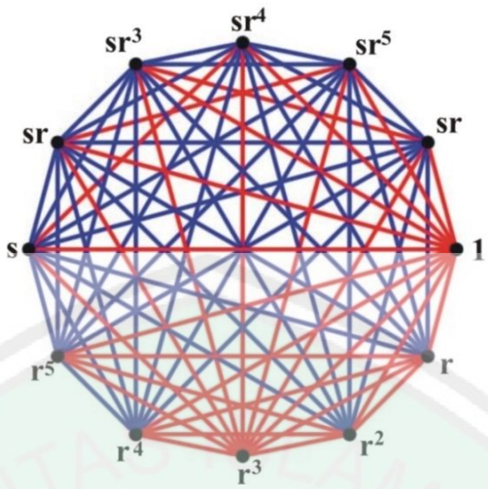
Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya $X_2 = \{s, r\}, X_3 = \{s, r^2\}, X_4 = \{s, r^4\}$ atau dengan anggota pasangan $\{s^i, r^i\}$, karena kardinalitas minimum himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $N(D_{12})$ adalah $\gamma(N(D_{12})) = 2$.

Sedangkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{s, r^5\}, Y_2 = \{s, r\}, Y_3 = \{s, r^2\}, Y_4 = \{s, r^4\}$ atau himpunan dominasi total lainnya dengan anggota pasangan $\{s^i, r^i\}$, karena terhubung langsung dengan semua $v \in V(N(D_{12}))$ sehingga pada $Y_1 = \{s, r^5\}$ titik $r, r^2, r^3, r^4, sr, sr^2, sr^4, sr^5 \in N[s]$ dan $s, sr, sr^2, sr^4, sr^5 \in N[r^5]$, begitu pula dengan Y lainnya. Karena kardinalitas minimum himpunan dominasi totalnya adalah 2, maka bilangan dominasi total dari graf $N(D_{12})$ adalah $\gamma(N(D_{12})) = 2$.



Gambar 1.19 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf $\boldsymbol{N(D_{12})}$

Sebagaimana pembahasan sebelumnya, graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*12* (D_{12}) apabila digabungkan juga akan membentuk graf komplit. Sebagaimana gambar berikut:



Gambar 1.20 Graf Komplit K_{12} Grup Dihedral-*12*

Pada gambar di atas, warna merah menunjukkan sisi yang *commuting* dan warna biru menunjukkan sisi yang *noncommuting*. Sebagaimana di atas, gabungan graf *commuting* dan *noncommuting* grup dihedral-*12* $(C(D_{12}) \cup N(D_{12}))$ membentuk graf komplit K_{12}.

3.5 Pola Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf D_{2n}

Setelah diketahui masing-masing bilangan dominasi $(\gamma(G))$ dan dominasi total $(\gamma_t(G))$ dari graf *commuting* $(C(D_{2n}))$ dan *noncommuting* $(N(D_{2n}))$ grup dihedral-*2n*, maka didapatkan pola sebagai berikut:

Tabel 1.5 Bilangan Dominsi dan Dominasi Total Graf D_{2n}

Graf D_{2n}	*Commuting* $(C(D_{2n}))$		*Noncommuting* $(N(D_{2n}))$		$C(D_{2n}) \cup N(D_{2n})$
	Bilangan Dominasi (γ)	Bilangan Dominasi Total (γ_t)	Bilangan Dominasi (γ)	Bilangan Dominasi Total (γ_t)	
D_6	1	1	1	1	K_6
D_8	1	1	2	2	K_8
D_{10}	1	1	1	1	K_{10}
D_{12}	1	1	2	2	K_{12}
n ganjil	1	1	1	1	K_{2n}
n genap	1	1	2	2	

Teorema 1

Misalkan $C(D_{2n})$ adalah graf *commuting* dari grup dihedral-$2n$ dimana $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, maka bilangan dominasi dan dominasi total masing-masing adalah $\gamma(C(D_{2n})) = 1$ dan $\gamma_t(C(D_{2n})) = 1$.

Bukti

Diketahui bahwa *center* dari grup dihedral-$2n$ untuk n ganjil adalah $Z(C(D_{2n})) = \{1\}$, sedangkan untuk n genap adalah $Z(C(D_{2n})) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$. Maka $1 \circ x = x \circ 1$ dan $r^{\frac{n}{2}} \circ x = x \circ r^{\frac{n}{2}}$ dimana n bilangan genap untuk semua $x \in D_{2n}$.

Dengan demikian pada graf *commuting* grup dihedral-$2n$ dengan n ganjil, titik 1 mendominasi semua $v \in V(C(D_{2n}))$ karena $r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1} \in N[1]$ atau dapat dikatakan

$r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}$ anggota lingkungan 1, sehingga titik 1 akan terhubung langsung dengan semua $v \in V(C(D_{2n})$ dan dapat ditentukan himpunan dominasi dan dominasi total minimum pada graf tersebut adalah $\{1\}$,.

Sedangkan untuk n genap dengan *center* grup $Z(G) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$, titik $\boldsymbol{r^{\frac{n}{2}}}$ mendominasi graf $C(D_{2n})$, karena $r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1} \in N[r^{\frac{n}{2}}]$ atau dapat dikatakan $r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}$ anggota lingkungan $r^{\frac{n}{2}}$. Sehingga bilangan dominasi dan bilangan dominasi totalnya adalah 1, yaitu oleh $\{1\}$ atau $\{r_{\frac{n}{2}}\}$. Karena bilangan dominasi adalah kardinalitas minimum himpunan dominasi maka bilangan dominasinya adalah $\gamma(C(D_{2n})) = 1$, dan karena bilangan dominasi total adalah kardinalitas minimum himpunan dominasi total maka dominasi totalnya adalah $\gamma_t(C(D_{2n})) = 1$.

Teorema 2

Misalkan $N(D_{2n})$ adalah graf *noncommuting* dari grup dihedral-*2n* dengan n bilangan ganjil dimana $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$, maka bilangan dominasi dan dominasi total masing-masing adalah $\gamma(N(D_{2n})) = 1$ dan $\gamma_t(N(D_{2n})) = 1$.

Bukti

Diketahui pada grup dihedral-*2n* dengan *n* bilangan ganjil, *center* grupnya adalah $Z(N(D_{2n})) = \{1\}$, dan pada grup tersebut elemen sr^i tidak bersifat komutatif dengan semua elemen yang lain kecuali *center* grup, sehingga pada graf *noncommuting*-nya yang telah dihapus *center* grupnya menjadikan titik-titik sr^i terhubung langsung dengan semua $v \in V(N(D_{2n}))$. Dengan demikian titik sr^i menjadi himpunan dominasi dan himpunan dominasi total minimum pada graf $N(D_{2n})$ karena $r, r^2, \ldots, r^{n-1}, s, sr, \ldots, sr^{n-1} \in N[sr^i]$. Meskipun anggota elemen sr^i lebih dari satu, namun cukup sedikitnya satu titik yang menjadi bilangan dominasi dan dominasi total. Sesuai definisi, maka bilangan dominasi dan dominasi total masing-masing adalah $\gamma(N(D_{2n})) = 1$ dan $\gamma_t(N(D_{2n})) = 1$ yaitu oleh himpunan $\{sr^i\}$.

Teorema 3

Misalkan $N(D_{2n})$ adalah graf *noncommuting* dari grup dihedral-*2n* dengan n bilangan genap dimana $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, maka bilangan dominasi dan dominasi total masing-masing adalah $\gamma(N(D_{2n})) = 2$ dan $\gamma_t(N(D_{2n})) = 2$.

Bukti

Diketahui bahwa pada grup dihedral-*2n* dengan n bilangan genap, *center* grup adalah $Z(N(D_{2n})) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$, dan elemen-elemen komutatifnya adalah r^i saling komutatif, dan elemen sr^i komutatif dengan $s^{i+\frac{n}{2}}$, sehingga $s, sr, \ldots, sr^{n-1} \in N[r^i]$ dan $r, r^2, \ldots, r^{n-1} - Z(D_{2n}), s, sr, \ldots, sr^{n-1} - sr^{i+\frac{n}{2}} \in N\left[sr^i\right]$.

Dengan demikian, titik r^i terhubung langsung dengan semua sr^i dan titik sr^i yang terhubung langsung dengan semua $v \in (V(N(D_{2n}))) - \{s^{i+\frac{n}{2}}\}$, sehingga membutuhkan minimal dua titik untuk mendominasi semua $v \in V(G)$ yaitu sr^i dan r^i. Sesuai definisi, maka bilangan dominasi dan dominasi totalnya masing-masing adalah $\gamma(N(D_{2n})) = 2$ dan $\gamma_t(N(D_{2n})) = 2$ yaitu oleh himpunan $\{sr^i\}$ dan $\{r^i\}$.

Teorema 4

Misalkan G adalah graf *commuting* grup dihedral-*2n* dan H adalah graf *noncommuting* grup dihedral-*2n*, maka $G \cup H = K_{2n}$ dimana K_{2n} graf komplit.

Bukti

Diketahui graf G adalah graf *commuting* grup dihedral-*2n* dan graf H adalah graf *noncommuting* grup dihedral-*2n* yang telah dihapus *center* grupnya..

Sehingga

$V(G) = \{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, sr^3, \dots, sr^{n-1}\}$

$V(H) = \{r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, sr^3, \dots, sr^{n-1}\}$

$V(G \cup H) = \{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, sr^3, \dots, sr^{n-1}\}$ memuat sebanyak $2n$ titik.

Selanjutnya adalah membuktikan $G \cup H = K_{2n}$

Ambil sebarang $x, y \in V(G \cup H)$

Maka

i. Jika $x, y \in V(G)$ maka $xy \in E(G)$

   Jadi xy terhubung langsung di $G \cup H$

ii. Jika $x, y \in V(H)$ maka $xy \in E(H)$

Jadi x, y terhubung langsung di $G \cup H$

iii. $x \in V(G), y \in V(H)$ dengan $y \notin Z(D_{2n})$.

Karena $V(H) \subseteq V(G)$ maka $x, y \in E(G)$

Sehingga x, y terhubung langsung di $V(G \cup H)$

Sesuai dengan penjelasan di atas, dengan demikian terbukti bahwa $G \cup H = K_{2n}$.

3.6 Memahami Kedudukan Al-Quran dengan Konsep Dominasi

Al-Quran adalah Kalammullah yang diturunkan kepada Nabi Muhammad Saw. lewat perantara malaikat Jibril sebagai mu'jizat. Al-Quran adalah sumber ilmu bagi kaum muslimin yang merupakan dasar-dasar hukum yang mencakup segala hal, baik aqidah, ibadah, etika, mu'amalah dan sebagainya. Sebagai sumber agama Islam, al-Quran memiliki kedudukan yang sangat tinggi. Ia merupakan sumber utama dan pertama sehingga semua persoalan harus merujuk dan berpedoman kepada Al-Quran.

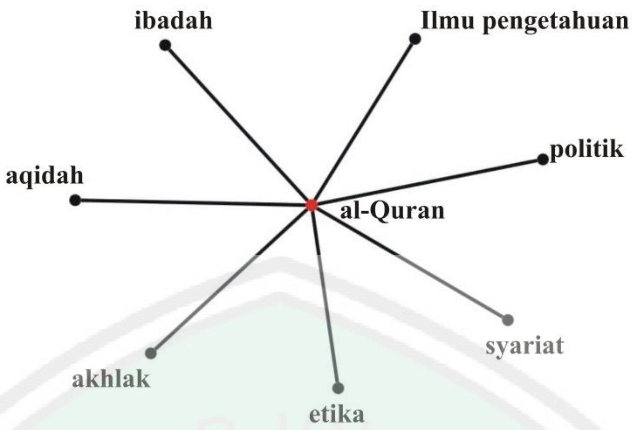
Al-Quran menjadi pedoman setiap umat manusia, tanpa mengikuti ajaran al-Quran manusia tidak berarti apa-apa. Karena al-Quran adalah Kalamullah yang membawa kebenaran. Sebagaimana firman Allah Swt. surat al-Baqarah ayat 2:

ذَٰلِكَ ٱلۡكِتَٰبُ لَا رَيۡبَۛ فِيهِۛ هُدٗى لِّلۡمُتَّقِينَ ٢

"Kitab (Al-Quran) ini tidak ada keraguan padanya; petunjuk bagi mereka yang bertaqwa" (QS.al-Baqarah:2).

Pada ayat di atas menjelaskan bahwa al-Quran adalah petunjuk bagi umat manusia, al-Quran adalah wahyu yang membawa kebenaran. Bernilai ibadah bagi yang membaca dan mengamalkannya, sedangkan akan memberikan kesesatan bagi yang meninggalkannya. Hal tersebut menunjukkan bahwa semua permasalahan baik dalam masalah aqidah, politik, muamalah dan lain sebagainya akan merujuk kepada al-Quran, karena al-Quran juga menjadi sumber hukum utama dan pokok dalam ajaran Islam. Dalam ilmu matematika, konsep kedudukan al-Quran sebagai pedoman hidup manusia ini dapat diterapkan pada konsep dominasi. Menurut Soltankhah, suatu himpunan S dari titik pada G adalah himpunan dominasi G jika setiap titik G didominasi oleh setidaknya satu titik S.

Misalkan S adalah suatu himpunan ayat-ayat al-Quran atau dapat dituliskan $S = \{S_1, S_2, \ldots\}$. Sedangkan $V(G)$ adalah himpunan masalah dalam kehidupan manusia baik dalam segi ibadah, akhlak, politik, ilmu pengetahuan dan lain-lain yang dapat dituliskan $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots\}$. Maka himpunan S dari titik G adalah himpunan dominasi G karena semua masalah dalam kehidupan ini akan merujuk kepada al-Quran, masalah-masalah yang terjadi dalam kehidupan ini akan kembali dan berpedoman pada al-Quran sebagai sumber utama dan pokok dalam ajaran Islam. Dalam firman Allah surat an-Nisa' ayat 105 menjelaskan bahwa al-Quran mendominasi ajaran agama Islam, karena semua petunjuk dalam Islam mengacu pada al-Quran sebagai kitab yang sempurna. Betapa sempurnanya Al-Quran dengan hukum-hukum dan ajaran-ajaran Ilahi yang tetap aktual dan akurat. Ia berbicara tentang berbagai sudut kehidupan tentang aqidah, ibadah, etika pergaulan sesama manusia dan alam sekitarnya tentang politik ekonomi, ilmu pengetahuan dan lain sebagainya. Dalam hal ini masalah dalam kehidupan manusia diartikan sebagai segala bentuk hal yang berhubungan dengan ibadah, aqidah, muamalah, ilmu pengetahuan dan lain sebagainya yang dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1.21 Graf yang Menggambarkan Dominasi Al-Quran

Gambar di atas menjelaskan bahwa al-Quran memiliki kedudukan tertinggi sebagai pedoman hidup manusia dan menjadi sumber utama dalam ajaran agama Islam, posisi al-Quran menjadi titik dominasi yang diartikan sebagai acuan atau rujukan dalam menyelesaikan masalah.

Misalnya pada ajaran agama Islam yang memerintahkan untuk mengembangkan ilmu pengetahuan, dalam hal ini telah ditetapkan dalam al-Quran surat Yunus ayat 101 yang artinya "Katakanlah (Muhammad): lakukanlah nadzar (penelitian dengan menggunakan metode ilmiah) mengenai apa yang ada di langit dan di bumi ...". Pada ayat tersebut menjelaskan bahwa Al-Quran menuntun manusia pada jalur-jalur riset yang akan ditempuh sehingga manusia memperoleh hasil yang benar. Al-Quran juga sebagai hudan memberi kecerahan pada akal manusia, kebenaran hasil riset dapat diukur dari kesesuaian rumus baku, dan antara akal dengan naql.

Al-Quran merupakan rumus baku, alam semesta dengan segala perubahannya sebagai persoalan yang layak dan perlu dijawab, maka al-Quran sebagai kamus alam semesta. Solusi tentang teka-teki alam semesta akan terselesaikan dengan benar jika digunakan formula yang tepat yaitu al-Quran. Dengan demikian ayat-ayat kauniyah dan ayat-ayat Quraniyah akan berjalan secara pararel dan seimbang. Ilmu pengetahuan seperti ini jika menjelma menjadi teknologi maka akan menjadikan teknologi berbasiskan Quran atau teknologi yang Quranik.

Oleh karena itu, sebagai umat manusia wajib untuk beriman kepada kitab Allah yaitu al-Quran agar tidak terjerumus dalam kesesatan, karena al-Quran adalah Kalamullah sebagai pedoman hidup manusia yang berisi ilmu, perintah, larangan, kebenaran dan tanpa keraguan di dalamnya.

1. **BAB IV**

PENUTUP

1.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan mengenai pola bilangan dominasi dan dominasi total pada graf *commuting* $(C(D_{2n}))$ dan *noncommuting* $(N(D_{2n}))$ grup dihedral-*2n* yaitu sebagai berikut:

a. Pola bilangan dominasi dan dominasi total pada graf *commuting* grup dihedral-*2n* $(C(D_{2n}))$ dengan *n* bilangan ganjil maupun genap adalah

$$\gamma(C(D_{2n})) = 1 \text{ dan } \gamma_t(C(D_{2n})) = 1$$

yaitu oleh himpunan $\{1\}$ sebagai *center* grup pada *n* ganjil dan $\{1, r^{\frac{n}{2}}\}$ sebagai *center* grup pada *n* genap.

b. Pola bilangan dominasi dan dominasi total pada graf *noncommuting* grup diheral-*2n* $(N(D_{2n}))$ dengan *n* ganjil adalah

$$\gamma(N(D_{2n})) = 1 \text{ dan } \gamma_t(N(D_{2n})) = 1$$

Yaitu oleh himpunan $\{sr^i\}$ dimana $0 \leq i \leq n - 1$.

c. Pola bilangan dominasi dan dominasi total pada graf *noncommuting* grup diheral-*2n* $(N(D_{2n}))$ dengan *n* genap adalah

$$\gamma\big(N(D_{2n})\big) = 2 \text{ dan } \gamma_t(N(D_{2n})) = 2$$

Yaitu himpunan $\{sr^i, r^i\}$ dimana $0 \leq i \leq n - 1$.

d. Graf *commuting* $(C(D_{2n}))$ dan *noncommuting* $(N(D_{2n}))$ grup dihedral-*2n* apabila digabung akan membentuk graf baru yaitu graf komplit K_{2n} sebagaimana $(C(D_{2n}) \cup N(D_{2n}) = K_{2n}$.

1.2 Saran

Dalam penulisan penelitian ini, penulis hanya membatasi pembahasan dari graf yang dibentuk dari grup dehidral saja. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kepada pembaca untuk mengembangkannya lebih luas dan menyeluruh untuk grup lain.

1. **DAFTAR PUSTAKA**

Abdollahi, A., Azad, A., Hassanabadi, A.M., & Zarrin, M.. 2010. On the Clique Numbers of Non-commuting Graphs of Certain Groups. *Algebra Colloquium*, Vol 17 Hal: 611-620.

Abdurrahman, A.M. 2009. *Lubaabut Tafsir min Ibni Katsiir*. Jakarta: Pustaka Imam Syafi'i.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kiai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Abdussakir, Azizah, N.N., dan Nofandika, F.F. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Al-Banna, A.S.I.H. 2010. *Tafsir Hasan Al-Banna*. Jakarta: Suara Agung.

Al-Jazairi, A.B.J. 2007. *Tafsir Al-Quran Al-Aisar*. Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Mahalli, A.J.M. 2010. *Tafsir Jalalain*. Surabaya: Pustaka eLBA.

As-Sa'di, S.A.N. 2006. *Tafsir As-Sa'di*. Jakarta: Darul Haq.

Ash-Shiddieqy, M. H. 2000. *Tafsir Al-Qur'anul Majid An-Nuur*. Semarang: Pustaka Rizki Putra.

Asy-Syanqithi, Syaih. 2006. *Tafsir Adhwa'ul Bayan*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Beineke, L.W, dan Wilson, R.J. 2004. *Topics in Algebraic Graph Theory*. Cambridge : Cambridge University Press.

Bollobas, Bela. 1979. *Graph Theory An Introductory Course*. New York: Springer-Verlag.

Chartrand, Gery dan Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: a Division of Wadsworth, Inc.

Dummit, D. S. dan Foote, R. M. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: a Division of Simon & Schuster, Inc.

Faqih, A. K. 2006. *Tafsir Nurul Quran*. Jakarta: Al-Huda.

Halim, F.A. 2011. *Dual Hypergraph Subgrup dari Grup Dihedral-2n* (D_{2n}) *dengan* $n \in \mathbb{Z}^+$ *dan* $n \geq 3$. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN MALIKI Malang.

Handika, A.N.. 2013. *Graf Komplit pada Graf Commuting dari Grup Dihedral-2n*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN MALIKI Malang.

Haynes, T.W, Hedetniemi, S.T, dan Slater, P.J. 1998. *Fundamentals of Domination in Graphs*. New York: Marcel Dekker, Inc.

Huang, J. dan Xu, J. *Domination and Total Domination Contraction Numbers of Graphs*. Jurnal tidak dipublikasikan. China: Departement of Mathematics University of Science and Technology of China.

Karim, A. S. *Fiqih (Ushul Fiqih*). Solo: Pustaka Setia.

Nawawi, A. dan Rowley, P. 2012. *On Komuting Graphs for Elements of Order 3 in Symmetry Groups*. Manchester: The MIMS Secretary.

Nur, M. E. 2006. *Konsep Fiqh dalam Islam*. Semarang: CV. Bima Sejati.

Oktavia, S.D. 2014. *Bilangan Kontraksi Sisi pada Graf*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN MALIKI Malang.

Purwanto, 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.

Quthb, S. S. 2000. *Tafsir fi Zhilalil-Qur'an di bawah Naungan Al-Qur'an Jilid 1-10*. Jakarta: Gema Insani Press.

Raisinghania, M.D. dan Aggarwal, R.S. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand & Company LTD.

Soltankhah, N. 2010. Result on Total Domination and Total restrained Domination in Grid Graphs. *Internasional Mathematical Forum*. (Online), Jilid 5, No.7, (http://www.m-hikari.com/.../soltankhahIMF5-8-2010.pdf, diakses 24 Juni 2013).

Sukirman. 2005. *Pengantar Aljabar Abstrak*. Malang: Universitas Negeri malang (UM PRESS).

Susanti, S. 2014. *Bilangan Kontraksi Sisi Dominasi Total pada Graf*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas SAINTEK UIN MALIKI Malang.

Vahidi, J. dan Talebi, A.A. 2010. The Commuting Graphs on Groups D_{2n} and Q_n. *Journal of Mathematics and Computer Science*. Vol 1, No 2, Hal:123

RIWAYAT HIDUP

Faiqotul Himmah, lahir di kota Pasuruan pada tanggal 11 Juni 1993 dari Bapak Khosiin dan Ibu Mufassaroh, anak ketiga dari empat bersaudara ini biasa dipanggil Faiq, tempat tinggal di Malang adalah di Mahad Sunan Ampel Al-Aly (MSAA).

Selama masa belajar, dia menempuhnya di jenjang sekolah Islam. Mulai dari MI. Hasyim Asy'ari Gempol lulus pada tahun 2005, kemudian melanjutkan studinya di MTs. Ma'arif Sukorejo lulus pada tahun 2008 dan selanjutnya di MA. Ma'arif Sukorejo yang lulus pada tahun 2011, selama studinya di jenjang MTs dan MA, dia juga belajar di Pondok Pesantren Al-Hidayah Sukorejo selama 6 tahun. Selanjutnya, pada tahun 2011 dia melanjutkan studinya di Universitas Islam Negri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Selama menjadi mahasiswa, dia berperan aktif dalam berbagai organisasi, baik itu mulai dari Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Matematika, Dewan Eksekutif Mahasiswa (DEMA) Fakultas Saintek, Keluarga Besar Mahasiswa Bidik Misi (KBMB), dan dia juga berperan aktif sebagai musrifah MSAA selama 3 tahun.

Selama pendidikannya, dia selalu meraih prestasi gemilang, karena prestasinya itulah selama sekolah dasar sampai jenjang bangku perkuliahan, dia tidak pernah membayar uang sekolah karena selalu mendapatkan beasiswa. Prestasi lain yang diraihnya adalah menjadi Juara III lomba pidato bahasa inggris tingkat SMP se-kabupaten Pasuruan pada tahun 2007, Juara II olimpiade matematika tingkat MTs se-kabupaten Pasuruan pada tahun 2008, Juara III olimpiade matematika tingkat MA se-kabupaten Pasuruan pada tahun 2010, dan diterima sebagai mahasiswa penerima beasiswa Bidik Misi pada tahun 2011.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Faiqotul Himmah
NIM : 11610048
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Pola Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf *Commuting* dan *Noncommuting* Grup Dihedral
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	12 Nopember 2014	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	20 Nopember 2014	Konsultasi Bab III	2.
3.	26 Nopember 2014	Konsultasi Kajian Keagamaan	3.
4.	9 Desember 2014	Revisi Bab I, Bab II, dan Konsultasi Bab III	4.
5.	27 Januari 2015	Revisi Kajian Keagamaan	5.
6.	28 Januari 2015	Revisi Bab III	6.
7.	29 Januari 2015	ACC Bab I dan Bab II	7.
8.	29 Januari 2015	ACC Kajian Keagamaan	8.
9.	30 Januari 2015	ACC Bab III	9.
10.	11 Maret 2015	Konsultasi Bab IV	10.
11.	17 Maret 2015	ACC Bab IV	11.
12.	10 April 2015	ACC Keseluruhan Kajian Keagamaan	12.
13.	16 April 2015	ACC Keseluruhan	13.

Malang, 16 April 2015
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001