ANALISIS PENGHARAMAN PERMAINAN JUDI BERDASARKAN TEORI PROBABILITAS

SKRIPSI

Oleh:
AYU DEWI PURWANDINI
NIM. 10610015

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

ANALISIS PENGHARAMAN PERMAINAN JUDI BERDASARKAN TEORI PROBABILITAS

SKRIPSI

Oleh:
AYU DEWI PURWANDINI
NIM. 10610015

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal 14 Agustus 2014:

Pembimbing I,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Pembimbing II,

Dr. H. Ahmad Barizi, M.A
NIP. 19731212 199803 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS PENGHARAMAN PERMAINAN JUDI BERDASARKAN TEORI PROBABILITAS

SKRIPSI

Oleh:
AYU DEWI PURWANDINI
NIM. 10610015

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 1 September 2014

Penguji Utama	:	Dr. Sri Harini, M.Si	
		NIP. 19731010 200112 2 001	________________________
Ketua Penguji	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	
		NIP. 19630502 198703 1 005	________________________
Sekretaris Penguji	:	Fachrur Rozi, M.Si	
		NIP. 19800527 200801 1 012	________________________
Anggota Penguji	:	Dr. H. Ahmad Barizi, M.A	
		NIP. 19731212 199803 1 001	________________________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS PENGHARAMAN PERMAINAN JUDI BERDASARKAN TEORI PROBABILITAS

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
AYU DEWI PURWANDINI
NIM. 10610015

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Ayu Dewi Purwandini
NIM	:	10610015
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Analisis Pengharaman Permainan Judi Berdasarkan Teori Probabilitas

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 14 Agustus 2014
Yang membuat pernyataan,

<u>Ayu Dewi Purwandini</u>
NIM. 10610015

MOTO

فَٱسۡتَبِقُواْ ٱلۡخَيۡرَٰتِ

(berlomba-lombalah dalam kebaikan)

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur, karya ini penulis persembahkan untuk:

Keluarga penulis,

Ayah Purnomo, Ibu Juma'iyah dan Adik Desi Romadhoni,

yang tidak pernah lelah memberi semangat dan doa untuk menyelesaikan skripsi ini. Semoga kebahagiaan senantiasa bersama kalian. Amin…

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum wr.wb.

Puji Syukur *Alhamdulillah* penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt atas limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Pengharaman Permainan Judi Berdasarkan Teori Probabilitas" ini dengan baik dan tepat pada waktunya. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Agung Muhammad Saw yang telah mengantarkan dari jaman kegelapan ke jaman yang terang benderang yakni *Addinul Islam*.

Terselesainya skripsi ini tak luput dari bantuan dari berbagai pihak, baik secara moral maupun spiritual. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Raharjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen wali.
5. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing sains, yang telah memberikan ide mengenai permasalahan skripsi ini serta meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan dengan penuh kesabaran selama penulisan skripsi ini.

6. Dr. H. Ahmad Barizi, M.A, selaku dosen pembimbing agama, yang telah memberikan saran dan bimbingan yang dengan penuh kesabaran selama penulisan skripsi ini.
7. Seluruh dosen Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan seluruh staf serta karyawan.
8. Abah Yahya Dja'far dan Ibu Syafiah Yahya, selaku pengasuh Pondok Pesantren Putri Al-Hikmah Al-Fathimiyah yang senantiasa memberi arahan kepada penulis selama menjadi santri.
9. Ayah, Ibu dan Adik tercinta, yang telah memberikan semangat dan doa kepada penulis yang tiada habisnya.
10. Andri Eka Prasetya, sebagai teman, sahabat, dan guru terbaik yang senantiasa memotivasi agar skripsi ini dapat selesai tepat pada waktunya.
11. Fadrik Aziz Firdausi, yang selalu memotivasi dengan semboyannya "Tabah sampai akhir, badai pasti berlalu".
12. Semua Santri Ahaf, grup *rempong* dan semua teman-teman seperjuangan selama di bangku perkuliahan.
13. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebutkan satu persatu, penulis ucapkan terima kasih atas bantuannya.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat serta menambah wawasan keilmuan khususnya di bidang matematika. Amin.

Wassalmu'alaikum wr.wb.

Malang, Agustus 2014

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRACT

Purwandini, Ayu Dewi. 2014. **Prohibition Analysis of Gambling Based on Probability Theory**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si.
(II) Dr. H. Ahmad Barizi, M.A.

Keywords: Prohibition, Gambling Law, Theory of Probability, Expectation, Roulette, Craps.

Gambling is a social problem that occurre in Indonesian society. Although gambling is not specifically regulated in the law (eg. toggle gambling, cock fighting), but the gambler (people who play gambling) can be subjected to criminal law in accordance with Law No. 7 of 1974 on Gambling Control. However, in practice gambling becomes a land livelihood especially for the lower middle income people. In religion side gambling is a game that is forbidden because there are many elements of injustice and betting on it. In this study, the author tried to analyze the prohibition of gambling from the standpoint of the mathematical sciences. Gambling that were examined in this study are roulette and craps game.

After analyzing the prohibition of roulette and craps game in mathematics, injustice contained in the gambling game is shown with the expectation of winning players in the game was negative. That is, a gambler is always lose out in the game. If the gambler bet more, the expected value of winning will be smaller. This concept needs to be known by the gambler. The results of mathematical analysis has become one of the proof to support prohibition's law about gambling game.

ABSTRAK

Purwandini, Ayu Dewi. 2014. **Analisis Pengharaman Permainan Judi Berdasarkan Teori Probabilitas.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si.
(II) Dr. H. Ahmad Barizi, M.A.

Kata kunci: Pengharaman, UU Perjudian, Teori Probabilitas, Ekspektasi, *Roulette*, *Craps*.

Perjudian merupakan permasalahan sosial yang terjadi di masyarakat Indonesia. Meskipun perjudian ini belum diatur secara khusus dalam hukum (misalnya perjudian togel, sabung ayam), namun pelaku perjudian dapat dikenakan hukum pidana sesuai dengan Undang-Undang No. 7 Tahun 1974 tentang Penertiban Perjudian. Akan tetapi, dalam praktiknya perjudian justru dijadikan sebagai lahan mata pencaharian khususnya bagi kalangan masyarakat menengah ke bawah. Sedangkan dari segi agama perjudian merupakan suatu permainan yang diharamkan karena terdapat unsur ketidakadilan dan taruhan di dalamnya. Dalam penelitian ini, penulis mencoba menganalisis pengharaman perjudian dari sudut pandang ilmu matematika. Permainan perjudian yang dikaji dalam penelitian ini, yaitu permainan judi *roulette* dan *craps*.

Setelah dilakukan analisis pengharaman permainan judi *roulette* dan *craps* secara ilmu matematika, ketidakadilan yang terkandung dalam permainan judi tersebut ditunjukkan dengan ekspektasi pemain untuk menang dalam permainan adalah negatif. Artinya, pemain adalah pihak yang dirugikan dalam permainan judi tersebut. Semakin banyak pemain bertaruh, maka nilai harapan untuk menang akan semakin kecil. Konsep inilah yang perlu diketahui oleh para pemain judi. Hasil analisis secara matematika ini menjadi salah satu bukti yang mendukung syariat diharamkannya permainan perjudian.

ملخص

فروندني،أيو ديوي. ٢٠١٤. **تحليل حظر ألعاب الميسر بناء على نظرية الاحتمالات**. الأطروحة. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف:(١) فخر الرازي، الماجستير

(٢) الدكتور الحاج احمد بارزي، الماجستير

الكلمات الرئيسية: الفضلات، توقع، نظرية الاحتمالات، قانون الميسر، الحظر.

الميسرهي مشكلة اجتماعية التي حدثت في المجتمع الإندونيسي. على الرغم من أن الميسرلا ينظم على وجه التحديد في القانون (مثل تبديل الميسر، مصارعة الديوك)، ولكن قد تكون المقامرة الجاني يخضع للقانون الجنائي وفقا للقانون رقم. ٧ لسنة ١٩٧٤ بشأن مكافحة الميسر. ومع ذلك، في واقع الامر كانت مهنة وخاصة بالنسبة للأشخاص المتوسط الأدنى. من حيث الدين المقامرة هي اللعبة التي يحظر لأن هناك عناصر من الظلم والرهان على ذلك. في هذه الدراسة، حاول كاتبة لتحليل حظر الميسر من جهة نظر العلوم الرياضية. الميسر التي تم بحثها في هذه الدراسة هي لعبة الميسرالروليت والفضلات.

بعد أن فعل الحظر تحليل الميسرالروليت والفضلات في المعرفة الرياضية، ويظهر الظلم الواردة في لعبة الميسرمع توقعات اللاعبين لتحقيق الفوز في المباراات كانت سلبية .وهذا يعني أن اللاعب هو الطرف المتضرر في لعبة الميسر .المزيد والمزيد من اللاعبين الرهان، فيكون أمل الفوز أصغرهذاالمفهوم هو أن تكون معروفة من قبل مقامر .ونتيجة لهذا التحليل الرياضي ليكون واحدا من الأدلة التي تدعم الشريعة لحظر الميسر.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Probabilitas merupakan cabang matematika, kalau matematika bersifat pasti, maka probabilitas berhubungan dengan perhitungan yang sifatnya didasarkan pada kemungkinan. Oleh sebab itu, matematika berhubungan dengan peristiwa-peristiwa yang *deterministik* sedangkan probabilitas berhubungan dengan peristiwa-peristiwa yang *non-deterministik*. *Non-deterministik* berarti tidak dapat ditentukan sebelumnya secara pasti (Ritonga, 1987).

Salah satu peristiwa yang menggunakan teori probabilitas dalam penyelesaiannya yaitu perjudian. Seperti yang diketahui, perjudian merupakan permasalahan yang sulit dihapuskan dari masyarakat Indonesia. Terdapat dua sudut pandang yang berbeda dalam menyingkapi permasalahan perjudian tersebut. Ada sebagian kalangan masyarakat yang memperbolehkan bahkan melakukan perjudian tersebut dengan mengatasnamakan budaya. Namun, kalangan religius menentangnya dengan alasan moral.

Siapa pun itu, pada dasarnya negara secara resmi melarang perjudian dalam bentuk apapun. Meskipun perjudian ini belum diatur secara khusus dalam hukum (misalnya perjudian togel, sabung ayam) namun pelaku perjudian dapat dikenakan hukum pidana sesuai dengan Undang-Undang No. 7 Tahun 1974 tentang Penertiban Perjudian dan dipertegas kembali oleh adanya instruksi presiden No. 7 Tahun 1981 yang berbunyi: “Segala bentuk perjudian dilarang di Indonesia”.

Sejarah Islam mencatat bahwa perjudian telah ada sejak zaman dahulu, yang berbeda hanyalah penamaan dan cara permainannya saja. Misalnya, yang tertera dalam firman Allah Swt yang berbunyi:

فَسَاهَمَ فَكَانَ مِنَ ٱلْمُدْحَضِينَ ﴿١٤١﴾

Artinya: *“Kemudian ia ikut berundi lalu dia termasuk orang-orang yang kalah dalam undian”* (QS. Ash Shaaffaat/37: 141).

Ayat di atas mengungkapkan bahwa perjudian telah ada sejak zaman kenabian yaitu pada masa Nabi Yunus a.s. Hanya saja, pada zaman dahulu perjudian umumnya dalam bentuk undian.

Selain itu, Al-Qur’an telah menjelaskan masalah perjudian sebagai berikut:

يَسْـَٔلُونَكَ عَنِ ٱلْخَمْرِ وَٱلْمَيْسِرِ ۖ قُلْ فِيهِمَآ إِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنَـٰفِعُ لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَآ أَكْبَرُ مِن نَّفْعِهِمَا ۗ وَيَسْـَٔلُونَكَ مَاذَا يُنفِقُونَ قُلِ ٱلْعَفْوَ ۗ كَذَٰلِكَ يُبَيِّنُ ٱللَّهُ لَكُمُ ٱلْـَٔايَـٰتِ لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١٩﴾

Artinya: *“Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". Dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan. Katakanlah: " yang lebih dari keperluan." Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berpikir”*(QS. Al-Baqarah/2: 219).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa pada hakikatnya khamar dan judi memiliki *madlarat* yang lebih besar daripada manfaatnya. Meskipun demikian, realitanya perjudian sulit untuk dihapuskan dalam keseharian masyarakat Indonesia, terlebih ketika perjudian telah dijadikan sebagai lahan mata pencaharian. *Mindset* masyarakat awam terlanjur mempercayai bahwa perjudian itu selalu membawa pada keuntungan. Selain itu, lemahnya penegakan hukum menjadi alasan pendukung mengapa perjudian tetap subur dan semakin dipercaya dapat mengurangi beban ekonomi masyarakat, khususnya masyarakat menengah ke bawah.

Penelitian terdahulu mengenai perjudian telah dilakukan sebelumnya, oleh dua orang mahasiswa. Pertama, penelitian dilakukan oleh Asrul Aziz (2012), Mahasiswa Fakultas Hukum dari Universitas Sumatra Utara, Medan, dalam jurnalnya yang berjudul "*Perkembangan Hukum Mengenai Pemberantasan Judi Toto Gelap (Togel) dalam Perspektif Kriminologi*". Kedua, penelitian dilakukan oleh Nasori (2010), Mahasiswa Fakultas Syari'ah dan Hukum dari Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah, Jakarta dalam Skripsinya yang berjudul "*Perjudian dalam Pandangan Hukum Pidana Islam dan KUHP (Kajian terhadap Putusan Pengadilan Negeri Jakarta Selatan)*". Kedua mahasiswa tersebut, hanya melakukan penelitian yang ditinjau dari segi hukum saja.

Berdasarkan uraian permasalahan di atas, penulis tertarik untuk mengkaji dan meneliti lebih lanjut mengenai perjudian dari segi ilmu matematika dengan judul "Analisis Pengharaman Permainan Judi Berdasarkan Teori Probabilitas".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang diambil dalam penelitian ini adalah:

a. Bagaimana kajian probabilitas mengenai permainan judi?
b. Bagaimana analisis pengharaman permainan judi berdasarkan teori probabilitas?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

a. Untuk mengetahui kajian probabilitas mengenai permainan judi.
b. Untuk mengetahui analisis pengharaman permainan judi berdasarkan teori probabilitas.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang diberlakukan dalam penelitian ini terletak pada jenis permaianan judi yang digunakan yaitu permainan judi *roulette* dan *craps*. Pada permainan judi *roulette* yang digunakan adalah *European Roulette* dengan aturan dalam satu kali permainan yaitu dua batas maksimum, satu untuk taruhan dalam (*inside bets*) dan satu untuk taruhan luar (*outside bets*). Sedangkan permainan *craps* pembatasan pembahasan hanya dilakukan pada taruhan *pass line*.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

a. Bagi peneliti
    1. Menambah wawasan dan pengetahuan tentang teori probabilitas, sehingga dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan masyarakat.
    2. Mengetahui keterkaitan antara analisis secara ilmu matematika dengan ilmu agama mengenai permainan judi *roulette* dan *craps*.

b. Bagi pembaca

Penelitian ini dapat dijadikan sebagai salah satu bukti bahwa perjudian itu lebih banyak *madlarat*-nya daripada manfaatnya.

1.6 Metode Penelitian

1.6.1 Pendekatan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode *library research* dan deskriptif kualitatif. Maksud dari metode ini yaitu mengkaji pembahasan-pembahasan dengan beberapa literatur yang telah ada dan disertai analisis dari peneliti sendiri. Menganalisis pengharaman permainan judi *roulette* dan *craps*, diawali dengan pengkajian diharamkannya perjudian secara umum yang didasarkan pada Al-Qur'an dan Al-Hadits. Kemudian melakukan analisis secara deskriptif kualitatif terhadap permainan judi *roulette* dan *craps* yang didasarkan pada teori probabilitas, selanjutnya melakukan analisis keterkaitan antara dua sudut pandang Al-Qur'an dan Al-Hadits dengan teori probabilitas.

1.6.2 Metode Analisis

1. Studi Literatur

Studi literatur yang dilakukan adalah mengenai konsep dasar dalam teori probabilitas, distribusi probabilitas diskrit, konsep deret geometri takterhingga, probabilitas bersyarat serta aturan dasar dalam permainan judi *roulette* yang mencakup *inside bets* dan *outside bets* serta permainan judi *craps* khususnya pada jenis taruhan *pass line*.

2. Analisis

Analisis yang dilakukan dalam penelitian ini sesuai dengan langkah-langkah penelitian berikut:

a. Merumuskan masalah. Penelitian ini mengambil suatu permasalahan mengenai permainan judi *roulette* dan *craps* yang akan dianalisis lebih lanjut dari segi ilmu matematika dan syariat agama.

b. Mencari literatur (data dan informasi) yang berkaitan dengan permainan judi *roulette* (meliputi, macam-macam permainan *roulette* yang ada serta tipe dan aturan main pada *roulette*) dan permainan judi *craps* (meliputi, aturan main pada jenis taruhan *pass line*) serta memahami ilmu matematika khususnya statistika matematika yaitu teori probabilitas yang digunakan untuk menganalisis permasalahan tersebut. Mulai dari mempelajari konsep dasar dari ruang probabilitas yang meliputi percobaan, ruang sampel, kejadian. Kemudian mengidentifikasi konsep matematika apa yang terdapat dalam permainan judi *roullete* dan permainan judi *craps* tersebut.

c. Melakukan perhitungan secara matematika dengan menggunakan teori probabilitas yaitu dengan cara memilah masing-masing jenis permainan pada *roulette* (*inside bets* atau *outside bets*) kemudian menghitung nilai probabilitas dan nilai harapan (ekspektasi). Hal yang sama dilakukan pada permainan judi *craps*, yaitu melakukan perhitungan probabilitas pemain untuk menang atau kalah. Dalam perhitungan ini, digunakan konsep deret dan probabilitas bersyarat.

d. Hasil dari perhitungan secara matematika tersebut kemudian dianalisis. Sehingga diperoleh analisis pengharaman permainan judi berdasarkan teori probabilitas.

e. Bagaimana keterkaitan antara analisis pengharaman judi berdasarkan teori probabilitas dengan syariat Islam?

f. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dan pembahasan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan tersusun atas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini berisikan kajian dari segi syariat Islam mengenai diharamkannya permainan judi serta kajian dari sudut ilmu matematika yaitu teori probabilitas (meliputi konsep dasar probabilitas dan ekspektasi) serta konsep deret geometri takterhingga dan probabilitas bersyarat.

Bab III Pembahasan

Pembahasan berisi tentang uraian perhitungan permainan judi *roulette* dan permainan judi *craps* berdasarkan teori probabilitas dan ekspektasi serta analisis keterkaitan antara hasil secara segi ilmu matematika dengan hukum yang terkandung dalam Al-Qur’an dan Al-Hadits.

Bab IV Penutup

Bab ini terdiri atas kesimpulan dari hasil permasalahan yang dikaji dan saran bagi pembaca untuk dapat mengembangkan topik dari penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pandangan Islam tentang Perjudian

Sejak jaman dahulu, perjudian merupakan permasalahan sosial yang ada di masyarakat, yang berbeda dengan situasi saat ini hanyalah ragam permainannya dan persepsi terhadap judi itu sendiri. Hal ini sesuai dengan firman Allah Swt, yang berbunyi:

فَسَاهَمَ فَكَانَ مِنَ ٱلۡمُدۡحَضِينَ ﴿١٤١﴾

Artinya: *"Kemudian ia ikut berundi lalu dia termasuk orang-orang yang kalah dalam undian"* (QS. Ash Shaaffaat/37: 141).

Berdasarkan *Tafsir Ibnu Katsir* terkait ayat di atas, mengungkapkan bahwa adapun Yunus a.s. yakni termasuk orang-orang yang kalah. Hal ini disebabkan karena kapal itu terombang-ambing oleh ombak dari semua sisi yang menyebabkan mereka hampir tenggelam. Lalu mereka mengadakan undian, dengan ketetapan bahwa barangsiapa yang mendapat undian itu, maka dialah yang akan menceburkan diri ke laut untuk meringankan beban kapal. Hingga akhirnya undian itu jatuh ke Nabiyullah, Yunus a.s. sebanyak tiga kali. Mereka berharap agar Yunus a.s. menceburkan ke laut. Beliau melakukannya dengan membuka baju. Allah Swt mengutus seekor ikan besar dari laut hijau agar menjelajahi lautan dan menelan Yunus a.s., tetapi ikan itu tidak sedikit pun melukai daging Yunus a.s. dan tidak juga meretakkan tulangnya. Setelah menelannya, ikan itu berkeliling lautan secara keseluruhan. Demikianlah keadaan Nabi Yunus a.s. hidup dalam kegelapan perut ikan itu disebabkan dia meninggalkan kaumnya tanpa ijin dari

Allah Swt dan karena tidak sabar menahan perlakuan kaumnya sebagaimana halnya para rasul lainnya.

Berdasarkkan tafsir tersebut istilah perjudian telah ada sejak zaman kenabian yaitu pada masa Nabi Yunus a.s. Perbedaannya, pada zaman dahulu perjudian umumnya dalam bentuk undian. Bahkan pada jaman dahulu, ketika seseorang memenangkan perjudian (undian), maka tidak akan mengambil hasil kemenangan yang diperoleh, tetapi membagikannya kepada fakir miskin. sehingga mereka merasa bangga dengan perbuatannya ini, dan mencela orang yang tidak melakukan hal yang sama.

Meskipun demikian, Allah Swt melarang hamba-Nya untuk mengkonsumsi minuman keras dan berjudi. Diriwayatkan dari Ali bin Abi Thalib bahwa bermain catur termasuk judi. Riwayat yang sama juga disampaikan oleh Ibnu Abu Hatim. Sementara itu, menurut mendapat Sufyan yang disampaikan oleh Ibnu Abu Hatim dari Atha', Mujahid, dan Thawus dikatakan bahwa permainan apapun yang asal menggunakan taruhan dapat disebut judi, termasuk permaianan pelepah kurma yang dilakukan anak-anak (Bahreisy & Bahreisy, 1992).

Ibnu Umar mengatakan, "*Maysir* itu adalah judi". Dhahhak menyampaikan pula dari Ibnu Abbas, "*Maysir* itu adalah judi". Masyarakat jahiliah memiliki tradisi judi hingga Islam datang. Tradisi ini pun mendapat larangan dari Allah Swt. Al-Anshab versi Ibnu Abbas, Mujahid, Atha', Said bin Jubair, Hasan, dan penafsir lain adalah batu tempat menyembelih hewan kurban. *Al-Azlam* versi mereka adalah anak panah yang mereka jadikan sebagai alat pengundi nasib. Semua pendapat ini disampaikan oleh Ibnu Abu Hatim (Bahreisy & Bahreisy, 1992).

Salah satu manfaat *maysir* seperti yang tersebut di atas, dibantunya orang-orang miskin, karena orang yang berjudi (pada saat itu) tidak mau memakan daging-daging unta yang diperolehnya dalam perjudian (undian), melainkan dibagi-bagikannya kepada orang-orang miskin yang membutuhkannya. Al-Waqiqi mengatakan bahwa salah seorang di antara mereka, ada yang berjudi dengan seratus ekor unta dalam suatu meja judi, sehingga ia mendapatkan harta yang banyak tanpa bersusah payah, kemudian dibagi-bagikannya pada orang-orang yang membutuhkannya. Dengan demikian, ia mendapat sanjungan dan pujian dari mereka (Al-Hillawi, 1998).

Meskipun dijelaskan terdapat beberapa manfaat pada perjudian namun pada hakikatnya terdapat dosa di dalamnya. Diantara dosa-dosa tersebut yaitu menimbulkan permusuhan dan kebencian, menghalangi yang bersangkutan dari mengingat Allah Swt dan menghalanginya dari menunaikan shalat. Sehingga seperti yang dijelaskan dalam QS. Al-Baqarah ayat 219, meskipun terdapat manfaat di dalamnya (judi), namun masih lebih besar *madlarat* daripada manfaatnya.

Literatur lain karya Husein Bahreisj (1987) menjelaskan ketika ada sebuah pertanyaan “Bagaimana hukumnya menurut syariat tentang undian (lotere) yang dikenal pada masa kini dan apakah hal itu hukumnya haram seperti perjudian?”. Maka jawabannya adalah “Undian atau lotere adalah sebagian daripada perjudian yang dinyatakan sebagai perbuatan yang jahat sebagimana firman Allah Swt dalam Al-Qur’an surat Al-Baqarah ayat 219 dan Al-Maidah ayat 90-91”.

Terkait dengan *Asbabul Nuzul* dari QS. Al-Baqarah ayat 219 dan Al-Maidah ayat 90-91 ini, diriwayatkan oleh Ahmad dari Abu Hurairah, dia berkata, ”Ketika Rasulullah datang ke Madinah, orang-orang masih meminum khamar dan makan dari hasil perjudian. Lalu, mereka bertanya kepada Rasulullah Saw tentang kedua hal itu. Kemudian, turunlah QS. Al-Baqarah ayat 219. Orang-orang kemudian berkata, “Itu bukanlah haram, tetapi hanya dosa besar”. Mereka pun tetap melanjutkan kebiasaan minum khamar. Ketika ada seorang muhajirin menjadi imam bagi mereka dalam shalat maghrib, ketika membaca ayat-ayat Al-Qur’an terjadi kesalahan karena dalam keadaan mabuk. Lalu turunlah ayat An-Nisa’ ayat 43. Akan tetapi, mereka masih belum meninggalkan kebiasaan meminum khamar. Sampai turun ayat Al-Maidah ayat 90-91 ini, mereka pun berkata, “Ya Allah kami telah berhenti dari meminumnya”. Lalu, mereka bertanya kepada Rasulullah, “Wahai Rasulullah, bagaimana dengan orang-orang yang terbunuh di jalan Allah atau yang mati di tempat tidur mereka, sedangkan mereka adalah para peminum khamar dan pemakan hasil perjudian. Padahal, itu kini telah ditetapkan sebagai perbuatan keji dari perbuatan setan?”. Kemudian turunlah QS. Al-Maidah ayat 93 ini.

Dengan demikian praktik undian (lotere) tidak dibolehkan dalam Islam, sedangkan keuntungan yang diperolehnya adalah keuntungan yang haram, sebab termasuk dalam kelompok perjudian. Jika seseorang makan dari hasil undian itu maka berarti makan harta manusia dengan cara yang tidak sah. Undian itu sifatnya menimbulkan suatu penipuan dan mengandung kebodohan, mengajak kepada keburukan, serta menggantungkan dirinya pada cita-cita palsu. Sebagian banyak di antara manusia yang telah menjadi rusak kehidupannya setelah tertipu oleh undian tersebut setelah menggantungkan diri padanya (Bahreisj, 1987).

Mengherankan bahwa sebagian dari kaum Muslimin telah mendatangi tempat undian tersebut dengan tujuan untuk mendatangkan kebaikan (misalnya undian sosial). Sebenarnya yang paling baik bagi mereka yaitu memilih cara-cara yang halal yang dibenarkan oleh Allah Swt, dan cara itu pun banyak sekali jika mau ditempuhnya (Bahreisj, 1987).

Sebagian ulama mengatakan tentang undian (lotere) adalah sebagian daripada perjudian, dan tidak selayaknya untuk memberikan ijin atas nama yayasan yang bergerak untuk kesejahteraan dan tujuan-tujuan kemanusiaan. Mereka yang memperbolehkan undian untuk meminta derma itu tidak jauh bedanya dengan memperbolehkan tari-menari, dansa dan kesenian yang haram. Sehingga perlu dikatakan pada mereka bahwa sesungguhnya Allah Swt itu Maha Baik dan tidak menghendaki kecuali kebaikan (Bahreisj, 1987).

Maka hendaknya kaum Muslimin sesuai dengan kekuatan mereka harus berusaha memperbaiki usaha kehidupan mereka agar tidak bercampur dengan perbuatan dosa dan kejelekan. Hendaknya selalu ingat sabda Rasulullah Saw, yang artinya bahwa setiap daging yang tumbuhnya berasal dari yang haram, maka api neraka lebih berhak baginya (Bahreisj, 1987).

Perjudian sendiri merupakan salah satu bagian dari peristiwa yang terjadi di dunia. Peristiwa atau kejadian yang terjadi di dunia ini terbagi menjadi tiga bagian, yaitu kepastian, kemungkinan dan kemustahilan terjadi. Sehingga, perjudian tergolong dalam contoh peristiwa yang mengandung konsep kemungkinan (Susetyo, 2010).

Terdapat beberapa ayat Al-Qur'an yang menerangkan perihal tiga kejadian tersebut.

1. Ayat Al-Qur'an yang menerangkan perihal suatu kepastian yang akan terjadi terdapat pada:

إِنَّمَا تُوعَدُونَ لَوَٰقِعٌ ۝٧

Artinya: *"Sesungguhnya apa yang dijanjikan kepadamu itu pasti terjadi"* (QS. Mursalaat/77: 7).

Demikianlah yang disumpahkan dengan sumpah-sumpah tersebut. Dengan kata lain, apa yang dijanjikan kepada kalian berupa hari Kiamat, peniupan sangkakala, pembangkitan jasad, dan pengumpulan kembali orang-orang yang pertama sampai yang terakhir dalam satu tempat serta pemberian balasan kepada masing-masing pihak sesuai dengan amal perbuatannya, jika baik akan mendapat kebaikan, dan jika buruk maka akan mendapatkan balasan keburukan yang serupa, semua itu pasti terjadi, dan tidak mungkin tidak (Bahreisy & Bahreisy, 1992)

2. Ayat Al-Qur'an yang mengemukakan masalah kemungkinan terdapat pada:

فَسَاهَمَ فَكَانَ مِنَ ٱلْمُدْحَضِينَ ۝١٤١

Artinya: *"Kemudian ia ikut berundi lalu dia termasuk orang-orang yang kalah dalam undian"* (QS. Ash Syafaat/37: 141).

Maksud kata "berundi" pada ayat tersebut ialah menceritakan perihal undian yang dilakukan di suatu kapal yang sangat penuh dengan penumpang. Jika tidak ada pengurangan penumpang maka kapal mungkin akan tenggelam. Oleh karena itu, dilakukanlah undian. Jika seseorang kalah dalam undian tesebut maka orang tersebut akan dilempar ke laut.

Pada saat itu, Nabi Yunus a.s termasuk orang yang kalah dalam undian, sehingga Nabi Yunus a.s. dilempar ke laut.

3. Sedangkan, ayat Al-Qur’an yang menerangkan tentang suatu ketidakmungkinan atau kemustahilan sebagai berikut:

وَمَا كَانَ هَـٰذَا ٱلْقُرْءَانُ أَن يُفْتَرَىٰ مِن دُونِ ٱللَّهِ وَلَـٰكِن تَصْدِيقَ ٱلَّذِى بَيْنَ يَدَيْهِ وَتَفْصِيلَ
ٱلْكِتَـٰبِ لَا رَيْبَ فِيهِ مِن رَّبِّ ٱلْعَـٰلَمِينَ ﴿٣٧﴾

Artinya: “*Tidaklah mungkin Al Quran ini dibuat oleh selain Allah; akan tetapi (Al Quran itu) membenarkan kitab-kitab yang sebelumnya dan menjelaskan hukum-hukum yang telah ditetapkan-Nya tidak ada keraguan di dalamnya, (diturunkan) dari Tuhan semesta alam”*(Q.S. Yunus/10: 37).

Ayat tersebut merupakan penjelasan tentang kemukjizatan Al-Qur’an, bahwa sesungguhnya manusia tidak mampu mendatangkan ayat-ayat yang serupa dengannya, sepuluh surat, bahkan satu surat pun. Maksud dari “*Tidaklah mungkin Al Qur’an ini dibuat oleh selain Allah*” adalah yang seperti Al-Qur’an ini, tidak ada kecuali dari sisi Allah Swt dan ini tidak menyerupai perkataan manusia. Sedangkan yang dimaksud dengan “*Akan tetapi (Al Qur’an itu) membenarkan kitab-kitab yang sebelumnya*” adalah kitab-kitab terdahulu, batu ujian terhadap kitab-kitab itu dan penjelasan terhadap apa yang telah terjadi pada kitab-kitab itu, berupa *tahrif* (penyelewengan), *ta’wil* dan perubahan (Bahreisy & Bahreisy, 1992).

Firman Allah Swt “*Menjelaskan hukum-hukum yang telah ditetapkannya tidak ada keraguan di dalamnya, (diturunkan) dari Tuhan semesta alam*”, maksudnya, keterangan hukum-hukum, halal dan haram. Diterangkan dengan keterangan memuaskan, mencukupi, nyata dan tidak ada keraguan di dalamnya, diturunkan dari Tuhan semesta alam (Bahreisy & Bahreisy, 1992).

Berdasarkan beberapa ayat di atas, dapat membuktikan bahwa kandungan Al-Qur'an itu sesuai dengan apa yang ada, baik permasalahan dahulu, sekarang atau yang akan datang.

2.2 Kajian Matematika

2.2.1 Teori Probabilitas

Probabilitas merupakan cabang matematika, kalau matematika bersifat pasti, maka probabilitas berhubungan dengan perhitungan yang sifatnya didasarkan pada kemungkinan. Oleh sebab itu, matematika berhubungan dengan peristiwa-peristiwa yang *deterministik* sedang probabilitas berhubungan dengan peristiwa-peristiwa yang *non-deterministik*. *Non-deterministik* berarti tidak dapat ditentukan sebelumnya secara pasti (Ritonga, 1987).

Sedangkan dalam literatur lain dijelaskan bahwa, probabilitas merupakan dasar dari teori statistika, merupakan konsep baru yang tidak dikenal dalam pemikiran Yunani Kuno, Romawi dan bahkan Eropa dalam abad pertengahan. Teori mengenai kombinasi bilangan sudah terdapat dalam aljabar yang dikembangkan oleh sarjana Muslim, namun bukan dalam lingkup probabilitas. Berawal dari ketertarikan Pascal terhadap permasalahan judi yang kemudian berkorespondensi dengan seorang ahli matematika Fermat. Oleh kedua ahli tersebut kemudian munculah teori probabilitas. Begitu dasar-dasar probabilitas ini dirumuskan maka dengan cepat bidang telaah ini berkembang (Harini dan Turmudi, 2008).

Eksperimen probabilitas adalah segala kegiatan dimana suatu hasil, tanggapan ataupun ukuran diperoleh. Himpunan yang memuat seluruh kemungkinan hasil, tanggapan ataupun ukuran dari eksperimen tersebut disebut ruang sampel yang biasa dinotasikan dengan S. Sedangkan suatu peristiwa atau kejadian didefinisikan sebagai segala himpunan bagian dari hasil, tanggapan, ataupun ukuran dalam suatu ruang sampel. Pengertian di atas sering diillustrasikan dengan menggunakan bantuan *diagram venn* (Harinaldi, 2005).

Ada beberapa istilah yang biasa dipakai untuk menyebut *probability* di dalam bahasa Indonesia. Misalnya ada yang memakai istilah kemungkinan, ada yang kebolehjadian, kementakan, bahkan dalam bahasa Melayu dapat juga disebut kebarangkalian. Probabilitas biasanya diberi simbol P, dan dinyatakan dalam angka positif, dengan minimum 0 dan maksimum 1. Sedang simbol untuk kemungkinan tidak terjadinya, biasanya dinyatakan dengan Q, yaitu $Q = 1 - P$ (Djarwanto dan Subagyo, 1993).

Kalau $P = 0$ Berarti peristiwa itu tidak mungkin terjadi atau mustahil. Sebagai contoh timbulnya matahari di malam hari adalah mustahil, maka mempunyai probabilitas sama dengan 0. Kalau $P = 1$ berarti peristiwa itu pasti terjadi, tidak mungkin tidak terjadi. Misalnya probabilitas darah mengalir di dalam badan orang yang masih hidup adalah 1. Sebagian besar dari peristiwa-peristiwa yang dijumpai sehari-hari itu mempunyai probabilitas antara 0 dan 1 (jarang yang tepat 0 atau tepat 1). Kalau P mendekati 0 berarti peristiwa itu mempunyai kemungkinan kecil untuk terjadi. Kalau P mendekati 1 berarti peristiwa itu mempunyai kemungkinan besar untuk terjadi. Ada tiga macam pendekatan mengenai pengertian pengertian probabilitas yang sering dibicarakan, yaitu pengertian klasik, pengertian berdasarkan pendekatan empiris dan secara subyektif (Djarwanto dan Subagyo, 1993).

Achyar dan Sudrajadjat (2010) menyatakan bahwa mengapa diperlukan mempelajari konsep dan teori tentang probabilitas?

1. Karena merupakan dasar bagi analisis statistik selanjutnya, yaitu tentang statistik terapan atau pengujian hipotesis.
2. Karena merupakan dasar bagi analisis untuk estimasi (pendugaan) dan prediksi (peramalan).
3. Karena sifatnya yang harus random (acak, rambang) sesuai dengan sifat-sifat dalam penelitian.
4. Karena merupakan penghubung antara populasi dan cuplikan (*sample*). Sesuai pula dengan sifat penelitian yang lebih banyak bekerja dengan cuplikan.

2.2.2 Dasar-dasar Probabilitas

Lungan (2006) menyatakan beberapa istilah:

1. Percobaan. Percobaan adalah suatu situasi atau keadaan melakukan perlakuan yang berulang-ulang di bawah kondisi tertentu. Misalnya:
   a. Percobaan pemupukan tanaman
   b. Percobaan kualitas produksi
   c. Percobaan pengobatan
   d. Percobaan penerapan beberapa metoda
2. Ruang sampel. Ruang sampel adalah himpunan dari semua kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu percobaan. Ruang sampel biasanya dilambangkan dengan lambang S. Misalnya, pada sebuah kepingan logam (permukaan H dan

T) dilantunkan (dilemparkan) dua kali, maka ruang sampel dari percobaan ini adalah:

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

Ruang sampel dibedakan atas:

a. Ruang sampel diskrit. Ruang sampel diskrit unsur-unsurnya terpisah dan dapat hilang. Misalnya, banyaknya orang, pohon, pasar dan perusahaan. Berdasarkan banyaknya unsur, ruang sampel diskrit dibedakan atas ruang sampel terhingga (unsur-unsurnya terhingga) dan ruang sampel tak terhingga (unsur-unsurnya tak terhingga).

b. Ruang sampel kontinu. Ruang sampel kontinu mempunyai unsur-unsur yang bersambung (tidak terpisahkan), seperti titik-titik pada sepotong garis.

3. Ruang sampel kosong. Ruang sampel kosong merupakan ruang sampel yang tidak mempunyai unsur. Ruang sampel kosong dinyatakan dengan lambang $\emptyset$ atau { }.

4. Kejadian. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel yang mempunyai ciri tertentu. Misalnya, kejadian sekurang-kurangnya satu H yang muncul jika sebuah keping logam dilantunkan sebanyak dua kali berturut-turut adalah:

$$A = \{HH, HT, TH\}$$

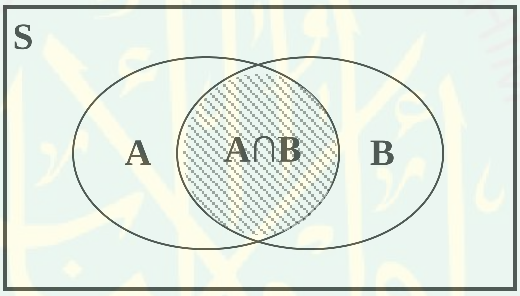
Kejadian dibedakan atas:

a. Kejadian sederhana. Kejadian sederhana mempunyai hanya satu ciri atau karakter. Misalnya, terpilihnya satu kartu yang berwarna hitam, apabila satu kartu terpilih secara acak dari satu set kartu *bridge* (satu set kartu *bridge* terdiri dari 52 kartu, dimana 26 berwarna merah dan 26 lainnya berwarna hitam).

b. Kejadian majemuk. Kejadian majemuk ialah suatu kejadian yang sekurang-kurangnya mempunyai dua ciri. Misalnya, kartu As yang berwarna merah (dua ciri, As dan merah) merupakan kejadian majemuk jika satu kartu dipilih secara acak dari satu set kartu *bridge*.

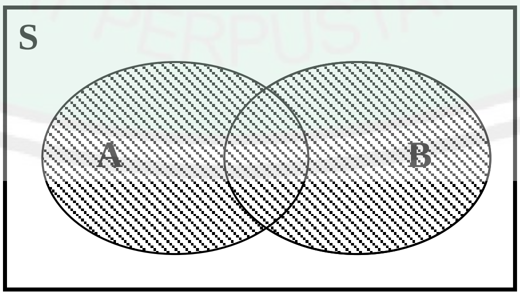
5. Irisan dua kejadian. Irisan (*intersection*) dari kejadian A dan B dapat dinyatakan dengan lambang $A \cap B$.

$A \cap B = \{x \backslash x \in A \text{ dan } x \in B\}$



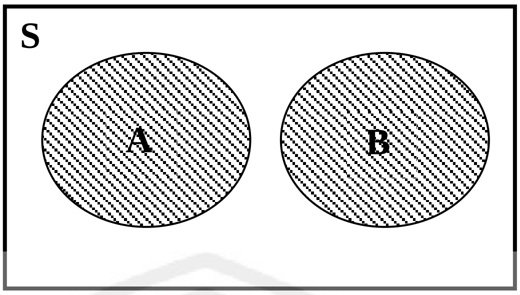
Gambar 2.1 Irisan Dua Kejadian

6. Gabungan dua kejadian. Gabungan dua kejadian dinyatakan dengan lambang $A \cup B$. $A \cup B = \{x \backslash x \in A \text{ dan/atau } x \in B\}$



Gambar 2.2 Gabungan Dua Kejadian

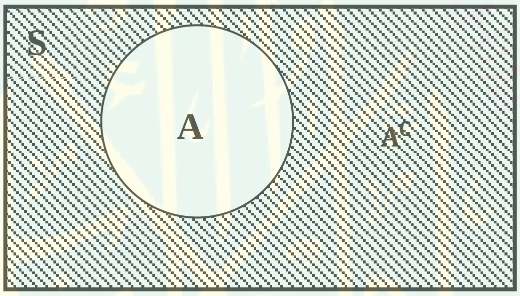
7. Kejadian terpisah. Dua kejadian A dan B dikatakan terpisah jika $A \cap B = \emptyset$.



Gambar 2.3 Dua Kejadian Terpisah

8. Komplemen kejadian. Komplemen kejadian A terhadap S ialah himpunan unsur-unsur S yang bukan unsur A. Komplemen kejadian A terhadap S dinyatakan dengan lambang A^c.

   $A^c = \{x \backslash x \in S, x \notin A\}$



Gambar 2.4 Komplemen dari Suatu Kejadian

Berdasarkan definisi-definisi di atas dapat diketahui bahwa:

1) $A \cap \emptyset = \emptyset$
2) $A \cup \emptyset = A$
3) $A \cap A^c = \emptyset$
4) $A \cup A^c = S$
5) $S^c = \emptyset$
6) $\emptyset^c = S$
7) $(A^c)^c = A$

9. Titik sampel. Titik sampel ialah unsur-unsur dari ruang sampel. Misalnya, HH, HT, TH, dan TT merupakan titik sampel pada pelemparan keping logam (permukaan H dan T) sebanyak dua kali.

Literatur lain, Purwanto dan Suharyadi (2003) mengatakan bahwa ada tiga hal penting dalam rangka membicarakan probabilitas yaitu percobaan, hasil, dan peristiwa. Percobaan adalah pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinkan timbulnya paling sedikit 2 peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi. Percobaan adalah aktifitas yang melahirkan suatu peristiwa. Hasil adalah suatu hasil dari suatu percobaan. Suatu percobaan akan memberikan hasil. Jadi hasil merupakan seluruh kemungkinan peristiwa yang akan terjadi akibat adanya suatu percobaan atau kegiatan. Peristiwa adalah kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada suatu percobaan atau kejadian. Peristiwa menunjukkan hasil yang terjadi dari suatu kejadian. Setiap percobaan atau kegiatan hanya ada satu kemungkinan hasil.

Lungan (2006) menyatakan bahwa dewasa ini teori probabilitas digunakan sebagai landasan berpijak bagi ilmu-ilmu pengetahuan, terutama yang berkaitan dengan statistika dan penelitian untuk pengembangan ilmu pengetahuan dan pengambilan kebijakan.

2.2.3 Variabel Acak

Ekspresimen probabilitas memiliki keluaran yang dapat berupa suatu nilai numerik (angka/ bilangan), suatu cacahan/ hitungan, atau suatu hasil pengukuran. Variabel acak, biasa ditandai dengan sebuah simbol seperti X, adalah variabel yang memiliki sebuah nilai numerik tunggal untuk setiap keluaran dari sebuah eksperimen probabilitas. Jadi X dapat bernilai angka berapapun tergantung pada keluaran yang mungkin dihasilkan dari eksperimen. Dengan kata lain, nilai tertentu dari X dalam sebuah eksperimen adalah suatu kemungkinan keluaran yang acak (Harinaldi, 2005).

Variabel acak diskrit adalah variabel acak yang memiliki nilai yang dapat dicacah (*countable*). Sementara variabel acak kontinu memiliki nilai yang tak terhingga banyaknya sepanjang sebuah interval yang tidak terputus. Variabel acak kontinu biasanya diperoleh dari hasil pengukuran (Harinaldi, 2005).

2.2.4 Distribusi Probabilitas Diskrit

a. Fungsi Probabilitas

Jika pada sebuah eksperimen probabilitas didaftarkanlah seluruh keluaran yang mungkin dari variabel acak diskrit X, yakni $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, dan kemudian didaftarkan pula nilai probabilitas yang berkaitan dengan keluaran tersebut, yaitu $P(X = x_1), P(X = x_2), P(X = x_3), \ldots, P(X = x_n)$, (biasa dinotasikan juga dengan $p(x_1),\ p(x_2),\ p(x_3),\ \ldots\ ,\ p(x_n)$). Maka telah dibentuk suatu distribusi probabilitas diskrit dari variabel X (Harinaldi, 2005).

Pernyataan matematis $P(X = x) = p(x)$, dibaca "probabilitas X menyandang nilai x", disebut fungsi probabilitas dari variabel acak X. Perlu dicatat bahwa $p(x)$ didefinisikan bernilai nol untuk setiap nilai x yang tidak dikaitkan dengan suatu keluaran yang ada dalam ruang sampel. Terdapat dua aturan yang harus dipenuhi:

1. Nilai-nilai dari suatu fungsi probabilitas adalah angka-angka yang berada dalam interval antara 0 dan 1. Jadi nilai-nilai fungsi yang mungkin akan selalu berada dalam interval $0 \leq p(x) \leq 1$.

2. Jumlah seluruh nilai fungsi probabilitas adalah 1. Jadi $\sum p(x) = 1$ (Harinaldi, 2005).

2.2.5 Ekspektasi

Suatu konsep yang sangat penting dalam probabilitas dan statistika adalah konsep ekspektasi matematis, nilai ekspektasi, atau disingkat ekspektasi, dari suatu variabel acak. Untuk suatu variabel acak diskrit X yang memiliki nilai-nilai yang mungkin $x_1, \dots, x_n$, ekspektasi dari X didefinisikan sebagai berikut:

$$E(X) = x_1 P(X = x_1) + \dots + x_n P(X = x_n) \tag{2.1}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

atau ekuivalennya, jika $P(X = x_i) = p(x_i)$,

$$E(X) = x_i p(x_i) + \dots + x_n p(x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i) = \sum xp(x) \tag{2.2}$$

penjumlahan yang terakhir dilakukan terhadap semua nilai-nilai mungkin dari x. Sebagai kasus khusus dari persamaan (2.2), dimana probabilitas-probabilitasnya semua sama, yaitu:

$$E(X) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \tag{2.3}$$

yang disebut *mean aritmetika*, atau singkatnya *mean*, dari $x_1 + x_2 + \dots + x_n$. Ekspektasi dari X seringkali disebut *mean* dari X.

Teorema 2.1: (Sifat Ekspektasi)

Misalkan X suatu variabel acak diskrit dengan fungsi masa probabilitas $p_X(x)$ dan c adalah konstanta. Misalkan $g(x), g_1(x)$ dan $g_2(x)$ fungsi dari X yang memiliki ekspektasi, maka:

i. $E[c] = c$;

ii. $E[cg(X)] = cE[g(X)]$;

iii. $E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$;

iv. $Eg_1(X) \leq Eg_2(X)\ jika\ g_1(x) \leq g_2(x)$ untuk semua x;

v. $|Eg(X)| \leq E|g(X)|$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Bukti:

i.
$$\begin{aligned} E[c] &= \sum_{i=1}^{n} c p_X(x_i) \\ &= c\sum_{i=1}^{n} p_X(x_i) \\ &= c \end{aligned}$$

ii.
$$\begin{aligned} E[cg(X)] &= \sum_{i=1}^{n} cg(x_i) p_X(x_i) \\ &= c\sum_{i=1}^{n} g(x_i) p_X(x_i) \\ &= cE[g(X)] \end{aligned}$$

iii.
$$\begin{aligned} E[g_1(X) + g_2(X)] &= \sum_{i=1}^{n} (g_1(x_i) + g_2(x_i)) p_X(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{n} g_1(x_i) p_X(x_i) + \sum_{i=1}^{n} g_2(x_i) p_X(x_i) \\ &= E[g_1(X)] + E[g_2(X)] \end{aligned}$$

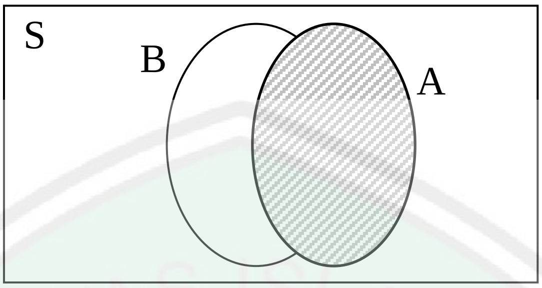
2.2.6 Probabilitas Bersyarat

Setyaningsih dan Murtiyasa (2010) menyatakan bahwa andaikan B adalah sebarang kejadian dalam ruang sampel S dengan $P(B) > 0$. Probabilitas bahwa kejadian A terjadi dan B juga terjadi, atau dengan kata lain probabilitas bersyarat A jika diketahui B, ditulis dengan $P(A|B)$, didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1: (Probabilitas Bersyarat)

Probabilitas bersyarat A jika diketahui B adalah: $\mathrm{P(A|B)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(B)}}$

Perluasan dari definisi tersebut, bila S adalah ruang sampel berkemungkinan sama, maka:



Gambar 2.5 Kejadian dalam S

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$ dan $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$, karenanya:

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$, ini berarti bahwa:

Teorema 2.2:

Jika S adalah ruang sampel berkemungkinan sama dengan A dan B adalah kejadian di dalam S, maka:

$$\mathrm{P(A|B)} = \frac{\text{banyaknya anggota dalam A} \cap \text{B}}{\text{banyaknya anggota dalam B}}, \text{atau}$$

$$\mathrm{P(A|B)} = \frac{\text{banyaknya cara A dan B dapat terjadi}}{\text{banyaknya cara B dapat terjadi}}$$

Dari definisi probabilitas bersyarat, yaitu $\mathrm{P(A|B)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(B)}}$, karena $A \cap B = B \cap A$, maka definisi tersebut dapat juga ditulis sebagai:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$$

$$P(B \cap A) = P(B)P(A|B)$$

Hasil terakhir ini dapat dibaca sebagai: probabilitas kejadian B dan A terjadi adalah sama dengan probabilitas kejadian B terjadi dikalikan dengan probabilitas kejadian A dengan syarat kejadian B sudah terjadi. Hubungan ini sering disebut dengan probabilitas penggandaan dalam kejadian bersyarat (Setyaningsih dan Murtiyasa, 2010).

Teorema 2.3: (Teorema penggandaan dalam kejadian bersyarat)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

Teorema 2.3 ini dapat diperluas untuk n kejadian sebagai berikut:

Untuk sebarang kejadian $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ berlaku (Setyaningsih dan Murtiyasa, 2010):

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2) \ldots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Setyaningsih dan Murtiyasa (2010) memberi contoh terkait dengan probabilitas bersyarat berdasarkan teorema penggandaan, yaitu:

Contoh:

Suatu kantong berisi 7 kelereng merah dan 6 kelereng putih. Tiga kelereng diambil secara acak satu per satu tanpa pengembalian.

Carilah probabilitas bahwa:

a. Ketiga kelereng berwarna merah
b. Pengambilan pertama dan ketiga berwarna putih, dan pengambilan kedua berwarna merah.

Penyelesaian:

Probabilitas pengambilan pertama berwarna merah adalah $\frac{7}{13}$, sebab ada 7 kelereng merah dalam kantong yang berisi 13 kelereng. Probabilitas pengembalian kedua berwarna merah adalah $\frac{6}{12}$, sebab 1 kelereng merah sudah diambil pada pengambilan pertama, sehingga kelereng merah tinggal 6 dan kelereng dalam kantong tinggal 12. Probabilitas pengambilan ketiga berwarna merah $\frac{5}{11}$, sebab kelereng dalam kantong tinggal 11 buah, dan kelereng merah tinggal 5 kelereng. Jadi menurut teorema penggandaan, probabilitas ketiga kelereng yang diambil berwarna merah adalah:

a) $\mathrm{P}(3\text{ merah}) = \mathrm{P}(1\text{ merah}, 1\text{ merah}, 1\text{ merah}) = \frac{7}{13}\frac{6}{12}\frac{5}{11} = \frac{35}{286}$

b) $\mathrm{P}(1\text{ putih}, 1\text{ merah}, 1\text{ putih}) = \frac{6}{13}\frac{7}{12}\frac{5}{11} = \frac{35}{286}$

2.2.7 Deret Takterhingga

Dalam sebuah paradoks yang terkenal sekitar 2400 tahun yang lalu, Zeno dari Elea mengatakan bahwa seseorang pelari tidak dapat menyelesaikan sebuah pertandingan karena pelari tersebut pertama harus menuntaskan setengah jarak, kemudian setengah jarak sisanya, kemudian setengah dari sisa jarak yang masih ada, dan seterusnya, selamanya. Karena waktu tempuh pelari adalah terhingga, maka dia tidak dapat mencakup segmen-segmen lintasan pertandingan yang tak terhingga. Meskipun demikian, diketahui bahwa kenyataannya pelari-pelari dapat menyelesaikan pertandingan (Purcell, dkk., 2004).

Bayangkan sebuah lintasan pertandingan yang mempunyai jarak sepanjang 1 mil. Maka segmen-segmen dari argumen Zeno akan mempunyai panjang $\frac{1}{2}$ mil, $\frac{1}{4}$ mil, $\frac{1}{8}$ mil, dan seterusnya. Dalam bahasa matematika, menyelesaikan pertandingan tersebut akan merupakan jumlah dari perhitungan (Purcell, dkk., 2004).

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots$$

yang mungkin terlihat mustahil. Tetapi tunggu dulu. Hingga saat ini, istilah jumlah (*sum*) hanya didefinisikan sebagai penambahan suku-suku yang terhingga banyaknya. Istilah “jumlah takterhingga” tak mempunyai makna.

Perhatikan jumlah-jumlah parsial berikut ini (Purcell, dkk., 2004).

$$S_1 = \frac{1}{2}$$
$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$
$$\vdots$$
$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

Tampak jelas, jumlah-jumlah parsial tersebut semakin menuju 1. Kenyataannya,

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1$$

Jumlah takterhingga kemudian didefinisikan sebagai limit dari jumlah parsial S_n.

Lebih umum lagi, perhatikan deret takterhingga (*infinite series*)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots$$

yang juga dilambangkan dengan $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ atau $\sum a_k$. Maka S_n, jumlah parsial ke-n (*n-th partial sum*) dapat dinyatakan dengan:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

Purcell, dkk., (2004) menyatakan definisi formal berikut ini:

Definisi 2.2:

Deret takterhingga $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergen dan mempunyai jumlah S jika barisan jumlah-jumlah parsial $\{S_n.\}$ konvergen menuju S. Jika $\{S_n.\}$ divergen, maka deret tersebut divergen. Deret divergen tidak mempunyai jumlah.

Definisi 2.3: (Divergen)

Rahman (2008) menyatakan bahwa Misalkan $X = (x_n)$ adalah barisan bilangan real. $X = (x_n)$ disebut divergen ke ∞, ditulis $\lim (x_n) = \infty$, jika untuk setiap $M \in R, M > 0$, ada $K \in N$ sehingga $x_n > M, n \geq K$.

Teorema 2.4: (Sifat Archimedes)

Jika $x \in R$, maka terdapat bilangan asli $n \in N$ sehingga $x < n$ (Rahman, 2008)

Bukti**:** misalkan $x \in R$, dan andaikan tidak ada $n \in N$ sehingga $x < n$. Berarti, untuk semua $n \in N$ berlaku $n \leq x$. Jadi, N terbatas di atas oleh x. Karena $N \neq \emptyset$ dan terbatas di atas maka N mempunyai supremum, katakan $v \in R$. Karena $v - 1 < v$, maka ada $m \in N$ sehingga $v - 1 < m$. Diperoleh $v < m + 1 \in N$, berarti v bukan batas atas dari N. Kontradiksi dengan v supreum dari N. Terbukti terdapat bilangan asli $n \in N$ sehingga $x < n$ (Rahman, 2008).

***Ketaksamaan Bernoulli*.**

Jika $x > -1$, maka

$(1 + x)^n \geq 1 + nx, \forall n \in N$.

Bukti:

Dengan cara induksi matematika.

Untuk n = 1, maka $(1 + x)^1 \geq 1 + 1.x$ merupakan pernyatan benar.

Misalkan untuk n = k, $(1 + x)^k \geq 1 + kx$ juga merupakan pernyataan benar.

Akan dibuktikan: $(1 + x)^{k+1} \geq 1 + (k + 1)x$.

$$\begin{aligned}(1 + x)^{k+1} &= (1 + x)^k (1 + x)\\ &\geq (1 + kx)(1 + x)\\ &= 1 + (k + 1)x + kx^2\\ &\geq 1 + (k + 1)x.\end{aligned}$$

Jadi ketaksamaan benar untuk setiap $n \in N$ (Rahman, 2008).

2.2.8 Deret Geometrik

Perhatikan barisan $\langle ar^{n-1}\rangle$, yang terdiri dari suku $a, ar, ar^2, ar^3, \ldots$ Deret $\sum ar^{n-1}$ disebut deret geometrik dengan rasio r dan suku pertama a. jumlah parsial ke-n, S_n, dinyatakan oleh:

$$S_n = a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} \qquad \text{(Ayres dan Mendelson, 2006)}$$

atau dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} rS_n &= ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} + ar^n \\ S_n - rS_n &= a - ar^n \\ (1-r)S_n &= a(1-r^n) \\ S_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \end{aligned}$$

Teorema 2.5: Diberikan deret geometrik $\sum ar^{n-1}$:

a. Jika $|r| < 1$, deret tersebut konvergen dan mempunyai jumlah $\frac{a}{1-r}$

b. Jika $|r| > 1$ dan $a \neq 0$, deret tersebut divergen ke ∞

Bukti:

a. Akan ditunjukkan jika $0 < |r| < 1$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r}$.

Karena $0 < |r| < 1$ maka r dapat ditulis $r = \frac{1}{1+b}$, dengan $b = \frac{1}{r} - 1$. Karena $r < 1$, maka $\frac{1}{r} > 1$. Jadi $b > 0$, dengan *ketaksamaan bernoulli*, diperoleh $(1+b)^n \geq 1 + bn$, berarti:

$$\begin{aligned} 0 < r^n &= \frac{1}{(1+b)^n} \\ &\leq \frac{1}{(1+nb)} \qquad \text{,untuk semua } n \in N \\ &< \frac{1}{nb} \end{aligned}$$

Jadi $|r^n - 0| = r^n < \frac{1}{nb}$, untuk semua $n \in N$. Karena $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right) = 0$, maka dengan mengambil $C = \frac{1}{b} > 0$ disimpulkan bahwa $\lim_{n\to\infty}(r^n) = 0$.

Sehingga $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ dengan n menuju takterhingga, maka

$$\begin{aligned} S_\infty &= \lim_{n\to\infty} S_n \\ &= \lim_{n\to\infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} \\ S_\infty &= \frac{a(1-0)}{1-r} \\ &= \frac{a}{1-r} \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa jika $0 < |r| < 1$, maka $\lim_{n\to\infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r}$

b. Karena $r > 1$, maka $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$.

akan ditunjukkan bahwa $\lim_{n\to\infty} S_n = \infty$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(r^n-1)}{r-1} \\ \Leftrightarrow S_n(r-1) &= a(r^n-1) \\ \Leftrightarrow S_n(r-1) &= ar^n - a \\ \Leftrightarrow S_n(r-1)+a &= ar^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{S_n(r-1)+a}{a} = r^n \\ &\Leftrightarrow \log\frac{S_n(r-1)+a}{a} = \log r^n \\ &\Leftrightarrow \log\frac{S_n(r-1)+a}{a} = n\log r \\ &\therefore n = \frac{\log\frac{S_n(r-1)+a}{a}}{\log r} \end{aligned}$$

Ambil sebarang $M \in R$ dan $M > 0$, sesuai dengan *sifat archimedes*, maka ada $K \in N$ sehingga $K > \frac{log\frac{M(r-1)+a}{a}}{\log r}$, jika $n \geq K$, maka diperoleh:

$$\frac{\log \dfrac{M(r-1)+a}{a}}{\log r} < K \le n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log \dfrac{M(r-1)+a}{a}}{\log r} < n \qquad \text{Karena } r > 0 \text{ maka:}$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{M(r-1)+a}{a} < n \log r$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{M(r-1)+a}{a} < \log r^n$$

$$\Leftrightarrow \frac{M(r-1)+a}{a} < r^n$$

$$\Leftrightarrow M(r-1)+a < ar^n$$

$$\Leftrightarrow M < \frac{ar^n - a}{r-1}$$

$$\Leftrightarrow M < \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$$

$$\therefore M < S_n$$

Karena $M < S_n$ maka deret $\sum ar^{n-1}$ terbukti divergen ke ∞

2.3 Permainan Judi *Roulette*

2.3.1 Sejarah *Roulette*

Sbobet (2012) menjelaskan bahwa *roulette* yang dalam bahasa Perancis bermakna "roda kecil" merupakan jenis permainan judi yang sering dijumpai di setiap kasino. Jika berkunjung ke kasino, pasti menyaksikan banyak orang berkumpul dengan penuh semangat di sekitar roda putar yang besar. Dengan bola putih kecil yang mengitari roda besar yang juga berputar itu adalah mesin *roulette*.

Sejarah dari permainan *roulette* sendiri masih diperdebatkan karena belum pasti di negara mana permainan tersebut ditemukan. Namun, teori yang paling populer mengarah ke Negara Perancis pada awal abad ke-17. Sejarah *roulette* menurut banyak orang bermula dari seorang matematikawan yang berasal dari

Perancis bernama Blaise Pascal yang menemukan bentuk dasar permainan *roulette* tersebut. Semua itu bermula dari ketertarikannya kepada benda-benda yang dapat bergerak. Menurut beberapa orang lainnya, sejarah *roulette* dimulai sejak zaman Romawi kuno dulu. Dasar permainan *roulette* dianggap berasal dari permainan Roma yang dimainkan di atas roda kereta.

Louis dan Francois Blanc yang merupakan saudara kandung tidak hanya dikenal sebagai pendiri kasino pertama di Monte Carlo, tetapi juga menandai sejarah dengan menambahkan nol ke dalam roda putar *roulette*. Hingga saat itu, angka-angka pada *roulette* adalah 1 sampai dengan 36. Penambahan nol dimaksudkan untuk meningkatkan probabilitas kasino untuk menang.

Roulette dengan 37 slot nomor masih digunakan negara-negara Eropa dan dikenal dengan *European Roulette*. Ada juga legenda yang menceritakan jika Francois Blanc menjual jiwanya kepada iblis untuk mengungkapkan rahasia permainan *roulette* ini, dan legenda tersebut kemudian diabadikan. Karena bila anda menjumlahkan semua angka di dalam *roulette*, maka hasilnya adalah 666 dan banyak orang menganggap ini adalah angka iblis dan itulah yang membuat hubungan antara *roulette* dengan iblis.

Pada awal tahun 1900an, *roulette* datang ke Amerika Serikat yang mana terdiri dari dua nol sehingga slot berjumlah sebanyak 38. Versi ini disebut *American Roulette* dan tidak pernah sukses di Eropa yang lebih memilih bermain dengan 37 slots. Sepanjang sejarah *roulette*, banyak para penggemar judi yang berusaha untuk mengalahkan putaran roda, namun *roulette* adalah permainan keberuntungan. Permainan *roulette* ini sangat sederhana dan mudah dilakukan dan hanya mengandalkan pada peruntungan.

Kini *roulette* dapat dimainkan secara *online* oleh para *bettors* dan penggemar judi *roulette*. Seiring dengan semakin cangihnya dunia internet, maka dapat dengan mudah menemui agen-agen yang menyediakan jasa pembuatan akun untuk bermain judi *online*. Salah satu *website* **sbobet casino** terpercaya adalah Sbobet.com, situs judi yang terkenal di Asia dan banyak menyediakan permainan judi *online* salah satunya permainan jenis *roulette* yang dapat diakses secara *online*.

2.3.2 Aturan Permainan *Roulette*

Menurut areabola.com tujuan permainan ini adalah menebak angka dari 0 hingga 36. Dengan mengharapkan jatuh atau berhentinya bola ke tempat taruhan yang sudah terpasang. Tata cara perkalian *roulette* biasanya hampir sama karena hampir setiap kasino semuanya memiliki peraturan yang sama tentunya.

Pemain memasang angka-angka yang diinginkan sebelum waktunya habis. Setelahnya, para pemain diharapkan menunggu hasil bola yang diputar hingga berhenti di salah satu kotak angka yang sudah disediakan. Dengan mengklik tujuan angka yang diinginkan sesuai dengan pada tempatnya. kursor atau sistem tidak akan membiarkan letak posisi taruhan tidak valid atau tidak benar. Setelah seluruh taruhan yang diinginkan terpasang, para pemain hanya tinggal menekan tombol kursor "*Confirm*" saja. Dengan otomatis seluruh taruhan yang diinginkan akan terpasang. Serta hanya tinggal menunggu hasil keluar saja.

Jika para pemain ingin membatalkan taruhan yang sudah terpasang, dengan menekan tombol yang bertuliskan "*Cancel Bet*" saja. Dengan otomatis seluruh taruhan yang sudah terpasang itu akan dibatalkan pada umumnya.

Namun tidak seluruh kasino *online* memiliki sistem atau fungsi yang sama juga. Hanya beberapa kasino saja yang memiliki atau menyediakan tombol "*Cancel Bet*" tersebut. Dalam waktu kurang lebih 60 detik saja, seluruh taruhan harus terpasang. Namun apabila dalam 60 detik masih belum terpasang, maka seluruh sistem akan mengunci otomatis. Jadinya sistem kasino *online* tersebut tidak akan melayani lagi pemasangan taruhan tersebut.

Ada dua tipe permainan (taruhan) *Roulette :*

a. *Inside bets* (taruhan dalam)

Adalah taruhan yang ditempatkan pada angka-angka yang berada di atas meja *roulette* yaitu 0-36. Yang termasuk dalam tipe permainan ini yaitu:

1. *Single / Straight-up*: memasang taruhan di salah satu angka 0-36. Apabila satu angka tersebut menang akan dibayar 35:1.
2. *Split:* memasang taruhan pada dua angka yang bersebelahan misal angka 1 dan 2. Apabila bola jatuh pada salah satu angka tersebut pembayarannya adalah 17:1.
3. *Street:* memasang taruhan pada tiga angka bersebelahan sekaligus, misal angka 1, 2, dan 3. Apabila bola jatuh pada salah satu angka, maka pembayarannya adalah 11:1.
4. *Corner:* memasang taruhan di sudut dari sekelompok empat angka, misal angka 1,2,4,dan 5. Maka taruhan diletakkan di sudut antara empat angka tersebut. Apabila bola jatuh pada salah satu angka, maka pembayarannya adalah 8:1.

5. *Six line:* memasang taruhan pada enam angka pada baris yang bersebelahan. Misal, 13,14,15 dan 16,17,18. Jika bola jatuh pada salah satu angka tersebut, maka pembayarannya adalah 5:1.

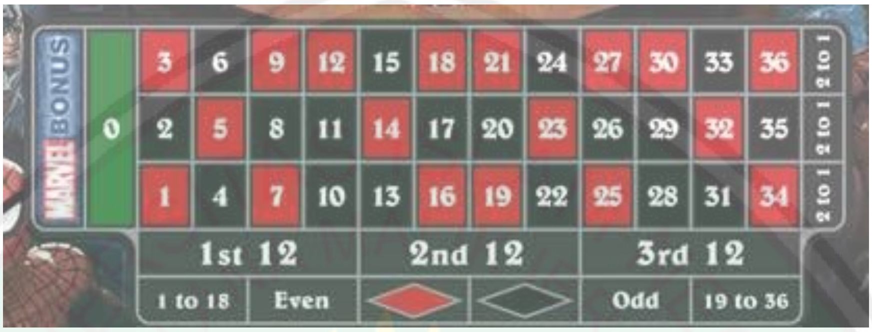
b. *Outside bets* (taruhan luar)

Adalah taruhan yang ditempatkan di luar angka-angka di atas meja *roulette*. Yang termasuk dalam jenis permainan ini yaitu:

1. Kolom (*columns*): memasang taruhan di bawah kolom vertikal dari angka misal 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36) . Jika bola jatuh pada salah satu angka tersebut pembayarannya adalah 2:1.
2. Lusin (*Dozen*): memasang taruhan pada 12 pertama, 12 kedua, 12 ketiga (1st 12, 2nd 12 dan 3rd 12). Jika bola jatuh pada salah satu angka tersebut pembayarannya adalah 2:1.
3. Merah atau hitam: memasang taruhan pada angka yang berwarna merah atau hitam. Jika bola jatuh pada angka warna merah atau hitam, maka kemenangannya adalah 1:1.
4. Ganjil atau genap: memasang taruhan pada angka ganjil atau genap. Jika bola jatuh pada angka ganjil atau genap, maka kemenangannya adalah 1:1.
5. Tinggi atau rendah: memasang taruhan pada angka ganjil atau belahan rendah (1-18) atau belahan tinggi (19-36). Jika bola jatuh pada salah satu belahan tersebut, maka kemenangannya adalah 1:1.

2.4 *European Roulette*

European Roulette merupakan salah satu dari dua jenis *roulette* yang terkenal di dunia kasino. Pada papan taruhan *roulette* ini terdiri dari satu angka 0 dan 36 angka lainnya yang dimulai dari 1-36 sehingga jumlah keseluruhan ada 37 angka. Inilah yang membedakan dengan *American Roulette* yang memiliki dua angka 0, yaitu “0” dan “00” sehingga jumlah keseluruhan ada 38 angka pada papan taruhan.



Gambar 2.6 Jenis *European Roulette*

Gambar 2.7 Jenis *American Roulette*

Permainan judi *roulette* ini membutuhkan trik atau strategi agar dapat membaca beberapa kemungkinan untuk menang. Terdapat beberapa tipe taruhan dalam permainan judi *roulette* ini. Tipe tersebut dibagi ke dalam dua golongan yaitu taruhan dalam (*inside bets*) dan taruhan luar (*outside bets*). Masing-masing tipe taruhan dalam permainan judi *roulette* memiliki rasio pembayaran yang berbeda, meski ada yang sama. Rasio pembayaran untuk tipe taruhan dalam dan taruhan luar permainan judi *european roulette* terangkum dalam tabel di bawah ini.

Tabel 2.1 Rasio Pembayaran dari *Inside Bets*

Taruhan	Deskripsi	Rasio Pembayaran
Straight-up/ Single	Satu angka	35:1
Split	Dua angka	17:1
Street	Tiga angka	11:1
Corner	Empat angka	8:1
Six Line	Enam angka	5:1

Tabel 2.2 Rasio Pembayaran dari *Outside Bets*

Taruhan	Deskripsi	Rasio Pembayaran
Column	Dua belas angka dalam satu kolom	2:1
Dozen (1st 12, 2nd 12, 3rd 12)	(1-12)/(13-24)/(25-36)	2:1
Merah/Hitam	Angka merah/angka hitam	1:1
Ganjil/Genap	Angka ganjil/angka genap	1:1
Tinggi/Rendah	(1-18/19-36)	1:1

Setiap permainan pasti ada yang menang juga ada yang kalah. Namun, pada jenis permainan judi *roulette* ini probabilitas untuk menang sangatlah kecil. Meskipun secara kasatmata terlihat mudah untuk menentukan strategi supaya menang, namun pada dasarnya permainan judi *roulette* ini probabilitas kalah jauh lebih besar dibandingkan untuk menang. Hanya saja masih sedikit kalangan yang mengetahuinya.

2.5 Permainan Judi *Craps*

Menurut casinos (2014) permainan kasino yang juga populer di Asia adalah *craps*. Semakin hari permainan ini makin populer termasuk lewat situs *game* kasino *online*. Belajar cara bermain *craps* dan memahami dasar-dasar permainan *game* ini tidak cukup untuk membantu memenangkan permainan. Diperlukan kembali agar mempelajari strategi-strategi permainan yang sangat penting untuk menuju kemenangan. Diperlukan pula memahami keunikan-keunikan yang menyertai putaran angka-angka tertentu.

Literatur lain, bola (2012) juga mengatakan bahwa banyak orang berpendapat *craps* itu permainan menakutkan karena para pemain yang secara langsung yang terlibat dalam hasil akhirnya. Disini sebenarnya hanyalah beberapa aturan sederhana untuk *rolling* dadu. Pastikan hanya memegang dadu dengan satu tangan ketika melemparkan. Agar pemain tidak berusaha untuk berpindah dadu atau urusan aneh lainnya. Ketika *rolling* dadu, pelempar, atau penembaknya, melemparkan dadu untuk di seberang meja ke sisi lain. Dadu harus memukul dinding di sisi berlawanan dari meja *craps* agar *roll* menjadi valid. Jangan khawatir jika pemain tidak memukul ujung lainnya atau bahkan jika dadu terbang jatuh dari meja. Pemain tidak harus mengambil lemparan balik jika tidak ingin atau tidak merasa sangat beruntung. Hanya lewat dan dadu akan pindah ke pemain di sebelah kiri pelempar sebelumnya.

Ada satu alasan mengapa di dunia ini lebih banyak uang dipertaruhkan di meja permainan *craps* dibandingkan permainan kasino lainnya. Kombinasi antara aturan dasar dan besarnya probabilitas menjadi daya tarik yang tak tertahankan bagi para penjudi kasino di seluruh dunia. Permainan ini sangat populer khususnya di Amerika Serikat dan di internet (Anonim, 2014).

Dikatakan juga bahwa permainan *craps* telah ada sejak ratusan tahun lamanya. Perkembangan terbarunya memasuki ranah web di seluruh dunia telah mengubah cara pandang para pemain terhadap permainan ini. Di kasino dunia nyata, permainan *craps* dapat mengintimidasi dan bahkan menjadi permainan yang terlihat mengerikan. Meja besar yang kompleks serta sekelompok pemain *craps* yang lantang dan gaduh cukup membuat gentar para pemula dan meninggalkan permainan (Anonim, 2014).

Peraturan dalam permainan *craps* sendiri sebenarnya sangat mendasar. Hanya ada satu jenis taruhan dalam *craps*. Terkait dengan taruhan, pemain dapat mempelajarinya seiring waktu dan latihan. Setelah mengetahui satu jenis taruhan mendasar dalam permainan *craps*, yang pemain butuhkan hanyalah mempelajari terminologi-terminologi di dalamnya yang cukup kompleks. Setelah paham dan mengetahui aturan, taruhan, dan terminologi *craps*, anda akan dengan mudah memainkan salah satu permainan kasino yang paling sosialis dan menghibur ini. Permainan *craps*, dengan banyaknya masa pemain dan suasana sosial yang dibawanya memberikan atmosfer yang luar biasa bagi permainan yang menantang ini (Anonim, 2014).

Dalam situs tersebut juga menyarankan jika pemain tidak menyukai kerumunan banyak orang dan lebih memilih suasana permainan *craps* di tempat yang tenang, kasino *craps online* adalah pilihan yang sesuai. Kasino *craps online* banyak dipilih oleh kalangan pemula dan pemain independen yang ingin menikmati permainan serta tidak menyukai suasana liar yang umum menyertai permainan ini. Para pemula dapat mencoba versi latihan dari *craps online* karena mereka tidak akan membuat kesalahan yang disaksikan banyak orang melainkan hanya komputer.

Gambar 2.8 Meja Permainan Craps

2.5.1 *Pass Line Bet* (Taruhan *Pass Line*)

Pass line merupakan jenis taruhan yang paling sering digunakan di berbagai game kasino *craps* dibandingkan taruhan-taruhan *craps* lainnya. Aturan main dalam permainan judi *craps* dengan taruhan *pass line* yaitu pertama, letakkan taruhan pada baris yang bertuliskan *pass line*, jika pada lemparan (*roll*) pertama muncul jumlah mata dadu 7 atau 11 maka pemain menang dan permainan akan selesai. Jika pada *roll* pertama muncul jumlah mata dadu 2, 3 atau 12 maka pemain kalah dan permainan juga akan langsung selesai, namun ketika pada *roll* pertama muncul jumlah mata dadu selain yang telah disebutkan di atas, yaitu 4, 5, 6, 8, 9, atau 10 maka bandar (*dealler*) menyalakan tanda "*on*" pada jumlah mata dadu tersebut kemudian pemain kembali melemparkan dadu, jika pada pelemparan tersebut muncul jumlah mata dadu yang di "*on*" kan maka pemain menang, tapi jika yang muncul jumlah mata dadu 7 maka pemain kalah. Begitulah seterusnya aturan permainan dalam *pass line* ini. Probabilitas pembayaran untuk taruhan ini adalah 1:1. Artinya ketika pemain menang, maka uang yang akan didapatkan adalah dua kali lipat, yaitu modal ditambah dengan kemenangan yang diperoleh.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Konsep Probabilitas dalam *Roulette*

Roulette merupakan salah satu jenis permainan perjudian. Dimana aturan permainan maupun sistem pembayarannya menggunakan konsep probabilitas. Sehingga terdapat dasar-dasar probabilitas dalam permainan judi *roulette* tersebut.

a. Percobaan. Yang dinamakan percobaan dalam permaian judi *roulette* ini yaitu peletakan taruhan yang dilakukan oleh para pemain. Taruhan disini diperbolehkan diganti atau berubah dari yang awal sebelum batas waktu yang diberikan.

b. Ruang sampel. Jika ruang sampel dilambangkan dengan S. maka Ruang sampel dalam permainan judi *roulette* ini yaitu S = {0, 1, 2, …, 36}. Sehingga $\mathrm{n}(S) = 37$.

c. Kejadian. Kejadian bergantung pada jenis taruhan yang telah dipasang oleh para pemain. Misalkan jenis taruhan yang dipasang oleh pemain adalah A, maka $A \subset S$.

Probabilitas yang digunakan dalam penyelesaian permainan judi *roulette* ini, yaitu menggunakan konsep distribusi probabilitas diskrit.

3.1.1 Bermain *Roulette* dalam Satu Tipe

Bermain dalam satu tipe yang dimaksud adalah bertaruh satu tipe dalam satu kali permainan, o*utside* saja atau *inside* saja. Misalkan, seseorang bermain dalam satu taruhan dengan y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan. Maka, pemain dikatakan menang jika $y \in A$ dan pemain akan kalah jika $y \notin A (y \in A^C)$.

Rasio pembayaran dalam permainan *roulette* ini didasarkan pada konsep probabilitas, dengan X merupakan variabel acak yang menyatakan kemenangan setelah satu kali permainan (banyaknya uang yang diterima atau dikeluarkan). Misalkan rasio pembayaran diasumsikan $a:b$, dengan a menyatakan nilai yang diberikan oleh bandar ketika pemain menang dan b menyatakan nilai yang dikeluarkan ketika pemain kalah. Sehingga $\boldsymbol{X}$ dapat dituliskan sebagi berikut:

$$X = \begin{cases} a, y \in A & \text{(menang)} \\ -b, y \in A^C & \text{(kalah)} \end{cases}$$

sehingga probabilitas pemain menang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(A) = P(X = a) = \frac{n(A)}{n(S)},$$

sedangkan, probabilitas pemain kalah dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(A^C) = P(X = -b) = \frac{n(A^C)}{n(S)}$$

Berdasarkan nilai probabilitas di atas, maka fungsi probabilitasnya adalah:

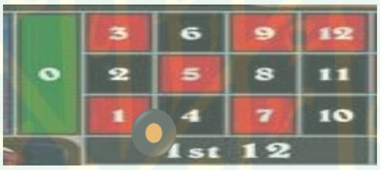
$$p_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{n(A)}{n(S)}, x = a \\ \dfrac{n(A^C)}{n(S)}, x = -b \end{cases} \tag{3.1}$$

Ekspektasi pemain dapat memenangkan permainan judi *roulette* dalam satu tipe dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$E(X) = a.P(X = a) + (-b)P(X = -b) \tag{3.2}$$

1. *Inside Bets*

Kategori *inside bets* merupakan taruhan yang ditempatkan pada angka-angka yang berada di atas meja *roulette* yaitu antara angka 0-36 seperti pada tabel 3.1. jenis permainan *roulette* yang tergolong dalam tipe *inside bets* ada lima jenis, diantaranya *straight-up* atau *single*, *split*, *street*, *corner*, dan *six line*. Misalkan bertaruh pada jenis *six line*, yaitu bertaruh pada enam angka pada baris yang bersebelahan misal angka 1, 2, 3 dan 4, 5, 6. Jika A merupakan kejadian dari *six line*, maka $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Sehingga *chip* taruhan diletakkan tepat di tengah garis sebelah kiri antara angka 1 dan 4 seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.1 Taruhan *Six Line*

Dalam permainan ini, diasumsikan bertaruh sebesar \$1 untuk satu kali permainan dalam 1 tipe. Karena X menyatakan banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan maka ketika pemain kalah dalam permainan jenis taruhan *six line* ini, pemain harus membayar \$1. Ketika menang, maka pemain mendapatkan lima kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (5 x \$1). Sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 5:1. Jika y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, dan $y \in S$ maka nilai X pada jenis taruhan *six line* dapat dinyatakan sebagi berikut:

$$X = \begin{cases} 5 & , y \in A \quad \text{(menang)} \\ -1 & , y \in A^C \quad \text{(kalah)} \end{cases}$$

Berdasarkan persamaan (3.1), maka fungsi probabilitas X pada taruhan *six line* adalah:

$$p_X(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{37}, x = 5 \\ \dfrac{31}{37}, x = -1 \end{cases} \tag{3.3}$$

sedangkan ekspektasi dari jenis taruhan *six line* berdasarkan persamaan (3.2) adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum x_i p_X(x_i) \\ &= 5\left(\frac{6}{37}\right) + (-1)\left(\frac{31}{37}\right) \\ &= \left(\frac{30}{37}\right) + \left(-\frac{31}{37}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{37}\right) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Hasil perhitungan di atas menunjukkan ekspektasi yang bernilai negatif. Hal ini disebabkan oleh probabilitas pemain menang lebih sedikit dibandingkan dengan probabilitas pemain kalah dalam permaian judi *roulette* pada tipe taruhan *six line* tersebut. Meskipun keuntungan yang ditawarkan bandar saat menang lebih besar dibandingkan dengan uang yang harus dibayar ketika kalah.

Perhitungan nilai probabilitas dan ekspektasi taruhan tipe *inside bets* yang lain, seperti *straight-up* atau *single*, *split*, *street* dan *corner* adalah sama seperti cara perhitungan untuk mencari nilai probabilitas dan ekspektasi pada jenis *six line* di atas. Rincian hasil perhitungan nilai probabilitas dan ekspektasi pada tipe *inside bets* adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Probabilitas dan Ekspektasi untuk *Inside Bets*

Nama Taruhan	Rasio Pembayaran	Probabilitas		Ekspektasi
		Menang	Kalah	
Straight-up/ Single	35:1	$\frac{1}{37}$	$\frac{36}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Split	17:1	$\frac{2}{37}$	$\frac{35}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Street	11:1	$\frac{3}{37}$	$\frac{34}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Corner	8:1	$\frac{4}{37}$	$\frac{33}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Six Line	5:1	$\frac{6}{37}$	$\frac{31}{37}$	$-\frac{1}{37}$

Berdasarkan tabel 3.1 meskipun rasio pembayaran masing-masing jenis berbeda, ekspektasi yang diperoleh menunjukkan nilai yang sama yaitu $-\frac{1}{37}$. Hal ini dikarenakan nilai probabilitas masing-masing juga berbeda sehingga ketika dicari nilai ekspektasi berdasarkan persamaan (3.2) adalah sebagai berikut:

a. *Straight-up* $E(X) = (35)\frac{1}{37} + (-1)\frac{36}{37} = -\frac{1}{37}$

b. *Split* $E(X) = (17)\frac{2}{37} + (-1)\frac{35}{37} = -\frac{1}{37}$

c. *Street* $E(X) = (11)\frac{3}{37} + (-1)\frac{34}{37} = -\frac{1}{37}$

d. *Corner* $E(X) = (8)\frac{4}{37} + (-1)\frac{33}{37} = -\frac{1}{37}$

e. *Six Line* $E(X) = (5)\frac{6}{37} + (-1)\frac{31}{37} = -\frac{1}{37}$

2. *Outside bets*

Kategori *outside bets* adalah semua taruhan yang ditempatkan di luar angka-angka di atas meja *roulette*. Seperti pada tabel 2.2 bahwa jenis permainan *roulette* yang tergolong dalam tipe *outside bets* ada lima, diantaranya *column*, *dozen*, ganjil atau genap, merah atau hitam, dan belahan rendah (1-18) atau belahan tinggi (19-36). Misal bertaruh pada jenis *column*, yaitu bertaruh pada dua belas angka sekaligus yang berada dalam satu kolom, *chip* taruhan dapat ditempatkan di luar kotak-kotak angka di bawah kolom tersebut tepatnya di kotak yang bertulis 2 to 1, misal bertaruh pada angka. Jika B merupakan kejadian dari *column*, maka B = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36} Seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini:

Gambar 3.2 Taruhan *Column*

karena *X* menyatakan banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan, maka ketika pemain kalah dalam permainan tipe taruhan *column* ini, pemain harus membayar $1, dan ketika menang, maka pemain mendapatkan dua kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (2 x $1), sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 2:1. Jika *y* menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, dimana y ∈ S maka nilai *X* pada jenis taruhan *column* dapat dinyatakan sebagi berikut:

$$X = \begin{cases} 2 \quad , y \in B & \text{(menang)} \\ -1 \, , y \in B^C & \text{(kalah)} \end{cases}$$

Berdasarkan persamaan (3.1), maka fungsi probabilitas *X* pada jenis taruhan *column* adalah:

$$p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{25}{37}, x=-1\\ \dfrac{12}{37}, x=2\end{cases} \tag{3.5}$$

sedangkan ekspektasi dari jenis taruhan *column* berdasarkan persamaan (3.2) adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum x_i p_X(x_i) \\ &= (-1)\left(\frac{25}{37}\right)+2\left(\frac{12}{37}\right) \\ &= \left(-\frac{25}{37}\right)+\left(\frac{24}{37}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{37}\right) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Berdasarkan perhitungan di atas menunjukkan bahwa ekspektasi yang diperoleh bernilai negatif. Hal ini disebabkan oleh probabilitas pemain menang lebih sedikit dibandingkan dengan probabilitas pemain kalah dalam permaian judi *roulette* pada jenis taruhan *column* tersebut. Meskipun keuntungan yang ditawarkan bandar saat menang lebih besar dibandingkan dengan uang yang harus dibayar ketika kalah.

Perhitungan nilai probabilitas dan ekspektasi taruhan tipe *outside bets* yang lain, seperti *dozen*, merah atau hitam, ganjil atau genap dan belahan rendah atau tinggi adalah sama seperti cara perhitungan untuk mencari nilai probabilitas dan ekspektasi pada jenis *column* di atas. Rincian hasil perhitungan nilai probabilitas dan ekspektasi pada tipe *outside bets* adalah sebagai berikut:

Tabel 3.2 Nilai Probabilitas dan Ekspektasi untuk *Outside Bets*

Nama Taruhan	**Rasio Pembayaran**	**Probabilitas**		**Ekspektasi**
		Menang	**Kalah**	
Column	2:1	$\frac{12}{37}$	$\frac{25}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Dozen	2:1	$\frac{12}{37}$	$\frac{25}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Merah atau Hitam	1:1	$\frac{18}{37}$	$\frac{19}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Ganjil atau Genap	1:1	$\frac{18}{37}$	$\frac{19}{37}$	$-\frac{1}{37}$
Belahan Rendah (1-18) atau Belahan Tinggi (19-36)	1:1	$\frac{18}{37}$	$\frac{19}{37}$	$-\frac{1}{37}$

Berdasarkan tabel 3.2 meskipun rasio pembayaran masing-masing jenis berbeda, ekspektasi yang diperoleh menunjukkan nilai yang sama yaitu $-\frac{1}{37}$. Hal ini dikarenakan nilai probabilitas masing-masing juga berbeda, sehingga ketika dicari nilai ekspektasi berdasarkan persamaan (3.2) adalah sebagai berikut:

a. *Column* $E(X) = (2)\frac{12}{37} + (-1)\frac{25}{37} = -\frac{1}{37}$

b. *Dozen* $E(X) = (2)\frac{12}{37} + (-1)\frac{25}{37} = -\frac{1}{37}$

c. Merah atau Hitam $E(X) = (1)\frac{18}{37} + (-1)\frac{19}{37} = -\frac{1}{37}$

d. Ganjil atau Genap $E(X) = (1)\frac{18}{37} + (-1)\frac{19}{37} = -\frac{1}{37}$

e. Belahan Rendah atau Belahan Tinggi $E(X) = (1)\frac{18}{37} + (-1)\frac{19}{37} = -\frac{1}{37}$

3.1.2 Bermain *Roulette* dalam Dua Tipe

Bermain dua tipe artinya dalam satu kali permainan, pemain akan bertaruh di dua tipe sekaligus yaitu bertaruh pada tipe *inside* dan *outside* secara bersamaan, sehingga terdapat dua kejadian dalam satu permainan.

Jika y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, A merupakan kejadian *inside bets* dengan $A \subset S$. Sedangkan B merupakan kejadian *outside bet* dengan $B \subset S$. Maka, pemain dikatakan menang apabila $y \in A$ atau $y \in B$. Kata-kata "atau" disini bermakna dapat menang kedua-duanya yaitu menang pada kejadian *inside bets* dan kejadian *outside bet* atau salah satu saja. Akibatnya, kejadian yang mungkin terjadi pada saat bertaruh di dua tipe sekaligus dalam satu kali permainan yaitu:

a. Kejadian di dalam, maksudnya kejadian *inside bets* berada di dalam kejadian *outside bets* (kejadian *inside bets* sub himpunan dari kejadian *outside bets*).
b. Kejadian beririsan, maksudnya terdapat irisan antara kejadian *inside bets* dengan kejadian *outside bets*.
c. Kejadian saling lepas, maksudnya kejadian *inside bets* dan *outside bet* tidak beririsan.

Rasio pembayaran pada kasus ini, bergantung pada kejadian yang dihasilkan dari dua tipe tersebut. Misalnya:

a. Kejadian di dalam, yaitu $A \subset B$. Maka, kemungkinan yang terjadi yaitu:
   1. $y \in A, y \in B$ (baik *inside bets* maupun *outside bets* menang)
   2. $y \in A^C, y \in B$ (hanya *outside bets* menang)
   3. $y \in A^C, y \in B^C$ (baik *inside bets* maupun *outside bets* kalah)

   Sehingga, dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana yaitu:

$$X = \begin{cases} a+b, & \text{(menang keduanya)} \\ b-1, & \text{(menang di } \textit{outside bets}\text{)} \\ -2, & \text{(kalah keduanya)} \end{cases}$$

   Berdasarkan nilai X di atas, maka dapat ditentukan fungsi probabilitasnya sebagai berikut:

$$p_X(x) = \begin{cases} \dfrac{n(A)}{n(S)} & , x = a + b \\ \dfrac{n(B) - n(A)}{n(S)} & , x = b - 1 \\ \dfrac{n(B^C)}{n(S)} & , x = -2 \end{cases} \tag{3.7}$$

Jika X menyatakan kemenangan dalam satu kali permainan (banyaknya uang yang diterima atau dikeluarkan), maka ekspektasi pemain menang dalam permainan *roulette* dengan kejadian *inside bets* berada di dalam *outside bets* adalah:

$$E(X) = (a+b)\left(\frac{n(A)}{n(S)}\right) + (b-1)\left(\frac{n(B)-n(A)}{n(S)}\right) + (-2)\left(\frac{n(B^C)}{n(S)}\right) \tag{3.8}$$

b. Kejadian beririsan, yaitu $A \cap B \neq \emptyset$. Maka, kemungkinan yang terjadi yaitu:

1. $y \in A, y \in B$ (baik *inside bets* maupun *outside bets* menang)
2. $y \in A^C, y \in B$ (hanya *outside bets* menang)
3. $y \in A, y \in B^C$ (hanya *inside bets* menang)
4. $y \in A^C, y \in B^C$ (baik *inside bets* maupun *outside bets* kalah)

Sehingga, dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana yaitu:

$$X = \begin{cases} a+b, & \text{(menang keduanya)} \\ b-1, & \text{(menang di } \textit{outside bets}\text{)} \\ a-1, & \text{(menang di } \textit{inside bets}\text{)} \\ -2, & \text{(kalah keduanya)} \end{cases}$$

Berdasarkan nilai X di atas, maka dapat ditentukan fungsi probabilitasnya sebagai berikut:

$$p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)} & ,x=a+b\\ \dfrac{n(B)-n(A\cap B)}{n(S)} & ,x=b-1\\ \dfrac{n(A)-n(A\cap B)}{n(S)} & ,x=b-1\\ \dfrac{n(A\cup B)^C}{n(S)} & ,x=-2\end{cases} \tag{3.9}$$

Jika X menyatakan kemenangan dalam satu kali permainan (banyaknya uang yang diterima atau dikeluarkan), maka ekspektasi pemain menang dalam permainan *roulette* dengan kejadian *inside bets* beririsan dengan *outside bets* adalah:

$$E(X)=(a+b)\left(\frac{n(A\cap B)}{n(S)}\right)+(b-1)\left(\frac{n(B)-n(A\cap B)}{n(S)}\right)+(a-1)\left(\frac{n(A)-n(A\cap B)}{n(S)}\right)+ (-2)\left(\frac{n(A\cup B)^C}{n(S)}\right) \tag{3.10}$$

c. Kejadian saling lepas, yaitu $A\cap B=\emptyset$. Maka, kemungkinan yang terjadi yaitu:

1. $y\in A^C, y\in B$ (hanya *outside bets* menang)
2. $y\in A, y\in B^C$ (hanya *inside bets* menang)
3. $y\in A^C, y\in B^C$(baik *inside bets* maupun *outside bets* kalah)

Sehingga, dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana yaitu:

$$x=\begin{cases} b-1, & \text{(menang di } \textit{outside bets}\text{)}\\ a-1, & \text{(menang di } \textit{inside bets}\text{)}\\ -2 & \text{(kalah keduanya)}\end{cases}$$

Berdasarkan nilai X di atas, maka dapat ditentukan fungsi probabilitasnya sebagai berikut:

$$p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{n(B)}{n(S)} & ,x=b-1\\ \dfrac{n(A)}{n(S)} & ,x=a-1\\ \dfrac{n(A\cup B)^C}{n(S)} & ,x=-2\end{cases} \tag{3.11}$$

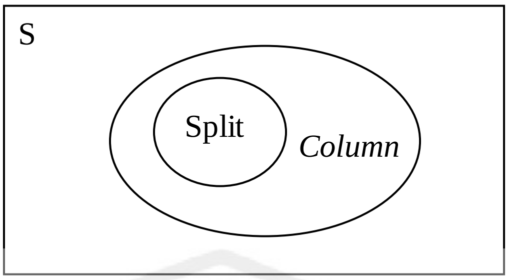
Jika X menyatakan kemenangan dalam satu kali permainan (banyaknya uang yang diterima atau dikeluarkan), maka ekspektasi pemain menang dalam permainan *roulette* dengan kejadian saling lepas antara *inside bets* dengan *outside bets* adalah:

$$E(X)=(b-1)\left(\frac{n(B)}{n(S)}\right)+(a-1)\left(\frac{n(A)}{n(S)}\right)+(-2)\left(\frac{n(A\cup B)^C}{n(S)}\right) \tag{3.12}$$

Berdasarkan perumusan konsep probabilitas di atas, maka dapat diambil contoh dari salah satu jenis permainan judi *roulette* dua tipe dalam satu kali permainan yaitu *Split* dengan *Column*.

Permainan ini diasumsikan bertaruh \$2 untuk dua tipe dalam satu kali permainan (\$1 untuk *inside bets* dan \$1 untuk *outside bets*) atau yang sering dikatakan sebagai batas maksimum dari permainan *roulette* itu sendiri. Didefinisikan terlebih dahulu, jika $\boldsymbol{X}$ menyatakan kemenangan setelah sekali permainan (banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan).

a. Pada kasus pertama *chip* taruhan *split* berada pada taruhan *outside bets* (*column*). Jika digambarkan dengan menggunakan diagram venn, maka taruhan split merupakan himpunan bagian dari taruhan *column*. Seperti yang tampak pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.3 Himpunan Bagian *Split* dengan *Column*

Misal D menyatakan taruhan untuk *column*, maka D = {1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34}. Sedangkan taruhan *split* dimisalkan E, maka E = {1, 4}, seperti yang terlihat pada gambar berikut:

Gambar 3.4 Taruhan *Split* di dalam Taruhan *Column*

karena *X* menyatakan banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan, maka ketika pemain kalah dalam permainan jenis taruhan *split* di dalam taruhan *column* ini, maka pemain harus membayar \$2. Ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* kalah dan taruhan *column* menang, maka pemain mendapatkan satu kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (1 x \$2). Sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 1:2. Sedangkan, ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* menang dan taruhan *column* menang, maka pemain mendapatkan 19 kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (19 x \$2). Sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 19:2.

Jika y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, dengan y ∈ S maka nilai X pada jenis taruhan *split* di dalam taruhan *column* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X = \begin{cases} 19 & , y \in D, y \in E \quad \text{(Jika } \textit{split} \text{ menang (17) + } \textit{column} \text{ menang (2))} \\ 1 & , y \notin D, y \in E \quad \text{(Jika } \textit{split} \text{ kalah (-1) + } \textit{column} \text{ menang (2))} \\ -2 & , y \notin D, y \notin E \quad \text{(Jika keduanya kalah)} \end{cases}$$

Berdasarkan illustrasi di atas, maka fungsi probabilitas X pada taruhan *split* di dalam taruhan *column* adalah:

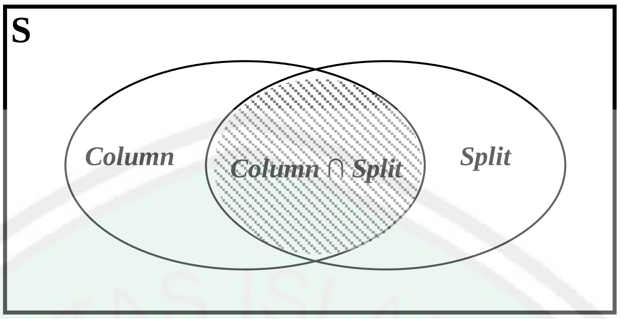
$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{37}, x = 19 \\ \frac{10}{37}, x = 1 \\ \frac{25}{37}, x = -2 \end{cases} \tag{3.13}$$

dan ekspektasinya adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum x_i p_X(x_i) \\ &= 19\left(\frac{2}{37}\right) + 1\left(\frac{10}{37}\right) + (-2)\left(\frac{25}{37}\right) \\ &= \left(\frac{38 + 10 + (-50)}{37}\right) \\ &= \left(-\frac{2}{37}\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Hasil perhitungan di atas menunjukkan bahwa ekspektasi yang diperoleh bernilai negatif. Hal ini disebabkan oleh probabilitas pemain menang lebih sedikit dibandingkan dengan probabilitas pemain kalah dalam permaian judi *roulette* pada jenis taruhan *split* di dalam taruhan *column* tersebut. Meskipun keuntungan yang ditawarkan bandar saat menang lebih besar dibandingkan dengan uang yang harus dibayar ketika kalah.

b. Kasus kedua, *chip* taruhan *split* beririsan dengan taruhan *column*. Maka ketika digambarkan dengan diagram venn maka akan tampak sebagi berikut:



Gambar 3.5 Kejadian Irisan Antara
Taruhan *Split* dengan Taruhan *Column*

Anggap D merupakan taruhan untuk *column*, maka D = {1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34}. Sedangkan taruhan *split* dimisalkan G maka G = {1, 2}. Seperti yang terlihat pada gambar dibawah ini:

Gambar 3.6 Taruhan *Split* Beririsan dengan Taruhan *Column*

karena *X* menyatakan banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan, maka ketika pemain kalah dalam permainan jenis taruhan *split* beririsan dengan taruhan *column* ini, maka pemain harus membayar \$2. Ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* kalah dan taruhan *column* menang, maka pemain mendapatkan satu kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (1 x \$2), sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 1:2. Ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* menang dan taruhan *column* kalah, maka pemain mendapatkan 16 kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (16 x \$2), sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 16:2. Sedangkan ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* menang dan taruhan *column* menang, maka pemain mendapatkan 19 kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (19 x \$2), sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 19:2.

Jika y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, dengan y ∈ S maka nilai *X* pada jenis taruhan *split* beririsan dengan taruhan *column* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X = \begin{cases} 19 \;, y \in D, y \in G & \text{(Jika } \textit{column} \text{ menang (2) + } \textit{split} \text{ menang (17))} \\ 16 \;, y \notin D, y \in G & \text{(Jika } \textit{column} \text{ kalah (-1) + } \textit{split} \text{ menang (17))} \\ 1 \;\;\;, y \in D, y \notin G & \text{(Jika } \textit{column} \text{ menang (2) + } \textit{split} \text{ kalah (-1))} \\ -2, y \notin D, y \notin G & \text{(Jika keduanya kalah)} \end{cases}$$

Berdasarkan illustrasi di atas, maka fungsi probabilitas *X* pada taruhan *split* beririsan dengan taruhan *column* adalah:

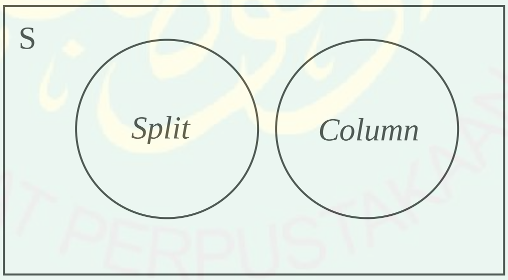
$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{37}, x = 19 \\ \frac{1}{37}, x = 16 \\ \frac{11}{37}, x = 1 \\ \frac{24}{37}, x = -2 \end{cases} \qquad (3.15)$$

nilai ekspektasinya adalah:

$$
\begin{aligned}
E(X) &= \sum x_i p_X(x_i) \\
&= 19\left(\frac{1}{37}\right) + 16\left(\frac{1}{37}\right) + 1\left(\frac{11}{37}\right) + (-2)\left(\frac{24}{37}\right) \\
&= \left(\frac{19+16+11+(-48)}{37}\right) \\
&= \left(-\frac{2}{37}\right)
\end{aligned} \tag{3.16}
$$

Hasil perhitungan di atas menunjukkan bahwa ekspektasi yang diperoleh bernilai negatif. Hal ini disebabkan oleh probabilitas pemain menang lebih sedikit dibandingkan dengan probabilitas pemain kalah dalam permaian judi *roulette* pada jenis taruhan *split* beririsan dengan taruhan *column* tersebut. Meskipun keuntungan yang ditawarkan bandar saat menang lebih besar dibandingkan dengan uang yang harus dibayar ketika kalah.

c. Kasus ketiga, *chip* taruhan *split* berada diluar taruhan *column* atau dengan kata lain kejadian yang saling lepas. Jika digambarkan dalam diagram venn maka:



Gambar 3.7 Kejadian Saling Lepas
Taruhan *Split* dengan *Column*

Misal D menyatakan taruhan *column*, maka D = {1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34}. Sedangkan taruhan *split* dimisalkan F, maka F = {2,3}. Seperti yang terlihat pada gambar berikut:

Gambar 3.8 Taruhan *Split* di luar Taruhan *Column*

karena X menyatakan banyaknya uang yang diterima dan dikeluarkan, maka ketika pemain kalah dalam permainan jenis taruhan *split* di luar taruhan *column* ini, maka pemain harus membayar \$2. Ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* kalah dan taruhan *column* menang, maka pemain mendapatkan satu kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (1 x \$2), sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 1:2. Sedangkan, ketika pemain menang pada saat kondisi taruhan *split* menang dan taruhan *column* kalah, maka pemain mendapatkan 16 kali lipat dari uang yang dipertaruhkan (16 x \$2). Sehingga rasio pembayaran dapat dituliskan 16:2.

Jika y menyatakan bilangan yang ditunjukkan saat bola berhenti dalam satu kali permainan, dengan y ∈ S maka nilai X pada jenis taruhan *split* di luar taruhan *column* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X = \begin{cases} 16 \ , y \in D, y \in F & \text{(Jika } \textit{column} \text{ kalah (-1) + } \textit{split} \text{ menang (17))} \\ 1 \quad , y \in D, y \notin F & \text{(Jika } \textit{column} \text{ menang (2) + } \textit{split} \text{ kalah (-1))} \\ -2 \ , y \notin D, y \notin F & \text{(Jika keduanya kalah)} \end{cases}$$

Berdasarkan illustrasi di atas, maka fungsi probabilitas X pada taruhan *split* di luar taruhan *column* adalah:

$$p_X(x)=\begin{cases}\frac{2}{37}, x=16\\ \frac{10}{37}, x=1\\ \frac{25}{37}, x=-2\end{cases} \qquad (3.17)$$

dan nilai ekspektasinya adalah:

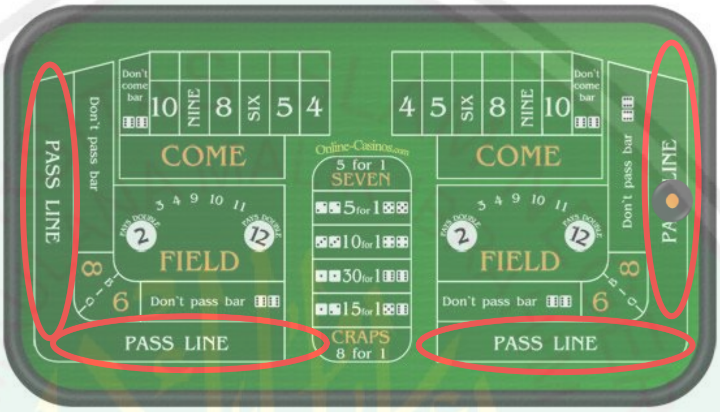
$$\begin{aligned}E(X)&=\sum x_i p_X(x_i)\\ &=16\left(\frac{2}{37}\right)+1\left(\frac{12}{37}\right)+(-2)\left(\frac{23}{37}\right)\\ &=\left(\frac{32+12+(-46)}{37}\right)\\ &=\left(-\frac{2}{37}\right)\end{aligned} \qquad (3.18)$$

Hasil perhitungan di atas menunjukkan bahwa ekspektasi yang diperoleh bernilai negatif. Hal ini disebabkan oleh probabilitas pemain menang lebih sedikit dibandingkan dengan probabilitas pemain kalah dalam permaian judi *roulette* pada jenis taruhan *split* di luar taruhan *column* tersebut. Meskipun keuntungan yang ditawarkan bandar saat menang lebih besar dibandingkan dengan uang yang harus dibayar ketika kalah.

Perhitungan nilai probabilitas dan ekspektasi pada taruhan *roulette* dalam dua tipe yang lainnya, dengan syarat dua batas maksimum dalam permainan judi *roulette* yaitu satu untuk taruhan tipe *inside bets* dan satu untuk taruhan tipe *outside bets,* mempunyai cara yang sama dengan perhitungan taruhan *split* dengan *column* di atas. Perbedaannya terletak pada banyaknya bilangan dalam jenis yang berbeda yang dipertaruhkan. Hasil yang diperoleh setelah dilakukan perhitungan terdapat pada lampiran 1.

3.2 Konsep Probabilitas dalam *Craps*

Seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, bahwa jenis taruhan yang akan dianalisis dari permainan judi *craps* adalah jenis taruhan *pass line*. Ketika bertaruh pada jenis taruhan *pass line*, maka *chip* taruhan diletakkan pada meja *craps* yang bertuliskan *pass line*. Seperti gambar di bawah ini:



Gambar 3.9 Taruhan *Pass Line*

Permainan judi *craps* ini sama halnya dengan permainan judi *roulette*, dengan aturan permainan maupun sistem pembayarannya menggunakan konsep probabilitas. Sehingga terdapat dasar-dasar probabilitas dalam permainan judi *craps* tersebut.

a. Percobaan. Yang dinamakan percobaan dalam permaian judi *craps* ini yaitu pelemparan yang dilakukan oleh pemain hingga mendapatkan jumlah mata dadu yang mengakibatkan kemenangan atau kekalahan.

b. Ruang sampel. Ruang sampel dalam permainan judi *craps* ini yaitu jumlah mata dadu yang merupakan hasil dari pelemparan yang telah dilakukan. Jika S merupakan ruang sampel, maka:

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), \\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6), \\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6), \\ (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6), \\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6), \\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) \end{Bmatrix}, \text{ sehingga } n(S) = 36.$$

c. Kejadian. Kejadian dalam permainan judi *craps* yaitu taruhan *pass line*.

d. Variabel acak. Variabel acak yang digunakan dalam permainan judi *craps* ini, yaitu:

X : Banyaknya uang yang diterima atau dikeluarkan.

Y : Jumlah mata dadu yang keluar

Y_i : Jumlah mata dadu yang keluar pada lemparan ke-i (identik dan independen dengan variabel acak Y).

Maka, fungsi distribusi probabilitas dari Y adalah:

$$P(Y=y) = p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{36}, y = 2 \\ \frac{2}{36}, y = 3 \\ \frac{3}{36}, y = 4 \\ \vdots \\ \frac{1}{36}, y = 12 \end{cases} \tag{3.19}$$

Probabilitas yang digunakan dalam penyelesaian permainan judi *craps* ini, yaitu menggunakan probabilitas bersyarat. Karena kejadian yang dilakukan merupakan hasil pelemparan yang dapat dilakukan berulang-ulang hingga mendapatkan kemenangan atau kekalahan dalam satu kali permainan.

Aturan main dalam permainan judi *craps* dengan taruhan *pass line* yaitu pertama, letakkan taruhan pada baris yang bertuliskan *pass line*, jika pada lemparan (*roll*) pertama muncul jumlah mata dadu 7 atau 11 maka pemain menang dan permainan akan selesai. Jika pada *roll* pertama muncul jumlah mata dadu 2, 3 atau 12 maka pemain kalah dan permainan juga akan langsung selesai, namun ketika pada *roll* pertama muncul jumlah mata dadu selain yang telah disebutkan di atas, yaitu 4, 5, 6, 8, 9, atau 10 maka bandar (*dealler*) menyalakan tanda "*on*" pada jumlah mata dadu tersebut kemudian pemain kembali melemparkan dadu, jika pada pelemparan tersebut muncul jumlah mata dadu yang di "*on*" kan maka pemain menang, tapi jika yang muncul jumlah mata dadu 7 maka pemain kalah. Begitulah seterusnya aturan permainan dalam *pass line* ini.

Karena probabilitas pembayaran untuk taruhan ini adalah 1:1, maka diperoleh:

$$X = \begin{cases} -1 & \text{Jika kalah} \\ 1 & \text{Jika menang} \end{cases}$$

M_i adalah kejadian menang pada lemparan ke-i.

1. Pada kasus pertama, probabilitas pemain menang yaitu:
   a. Menang pada pelemparan dadu yang pertama ketika $Y_1 = 7$ atau $Y_1 = 11$, maka probabilitasnya yaitu:

$$\begin{aligned} P(M_1) &= P(Y_1 = 7) + P(Y_1 = 11) \\ &= \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} \end{aligned} \tag{3.20}$$

   b. Jika $y_1 \in \{4, 5, 6, 8, 9, 10\}$, maka menang pada pelemparan dadu kedua, ketika $Y_2 = y_1$, maka probabilitasnya yaitu:

$$\begin{aligned} P(M_2) &= P(Y_2 = y_1, Y_1 = y_1) \\ &= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 = y_1 \mid Y_1 = y_1) \\ &= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 = y_1) \end{aligned}$$

karena Y_2 dan Y_1 *independen*, maka:

c. Ketika $Y_2 \neq y_1$, maka dilakukan pelemparan ketiga. Sehingga, probabilitas menang pada pelemparan dadu ketiga, ketika $Y_3 = y_1$, yaitu:

$$P(M_3) = P(Y_3 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_1 = y_1) = P(Y_1 = y_1)P(Y_2 \notin \{y_1, 7\} \mid Y_1 = y_1)$$
$$P(Y_3 = y_1 \mid Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\})$$
$$= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 \notin \{y_1, 7\})P(Y_3 = y_1)$$

Karena banyak pelemparan dadu untuk mendapatkan kemenangan (n) dapat terjadi sampai takterhingga kali (n→∞) maka berdasarkan distribusi probabilitas diskrit, probabilitas menang pada pelemparan ke-n, dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(M_n) = P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 \notin \{y_1, 7\}, \ldots, Y_{n-1} \notin \{y_1, 7\}, Y_n = y_1) \qquad (3.21)$$

Sehingga probabilitas pemain menang dalam sekali permainan judi *craps* tipe *pass line* yaitu:

$$\begin{aligned} P(M) &= P(M_1) + P(M_2) + P(M_3) + \ldots + P(M_n) \\ &= P(7) + P(11) + P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_1) + \\ &\quad P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 = y_1) + \ldots + \\ &\quad P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 \notin \{y_1, 7\}, \ldots, Y_{n-1} \notin \{y_1, 7\}, Y_n = y_1) \end{aligned} \qquad (3.22)$$

Sesuai dengan teorema (2.3) dan perluasannya, maka persamaan di atas menjadi:

$$\begin{aligned} P(M) &= P(7) + P(11) + P(Y_1)P(Y_1) + P(Y_1)P(Y_2)P(Y_1) + \\ &\quad P(Y_1)P(Y_2)P(Y_3)P(Y_1) + \ldots + \\ &\quad P(Y_1)P(Y_2)P(Y_3)\ldots P(Y_{n-1})P(Y_1) \end{aligned} \qquad (3.23)$$

Karena $P(Y_2) = P(Y_3) = \cdots = P(Y_{n-1})$, maka persamaan (3.23) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(M) = P(7) + P(11) + P(Y_1)^2 + P(Y_1)^2 P(Y_2) + P(Y_1)^2 P(Y_2)^2 + \ldots + P(Y_1)^2 P(Y_2)^{n-2}$$

jika $a_1 = P(7) + P(11)$, maka:

$$P(M) = a_1 + P(Y_1)^2 + P(Y_1)^2 P(Y_2) + P(Y_1)^2 P(Y_2)^2 + \ldots + P(Y_1)^2 P(Y_2)^{n-2}$$

Karena pada suku ke 2 hingga suku ke n merupakan deret geometri, dimana $a = P(Y_1)^2$ dan $r = P(Y_2)$, maka persamaan di atas dapat ditulis menjadi:

$$P(M) = a_1 + \sum_{i=2}^{n} P(Y_1)^2 P(Y_2)^{i-2} \tag{3.24}$$

dimana i menunjukkan banyaknya lemparan.

2. Pada kasus kedua, probabilitas pemain kalah dalam permainan judi *craps*, didefinisikan K_i adalah kejadian kalah pada lemparan ke-i.

   a. Kalah pada pelemparan dadu yang pertama, ketika $Y_1 = 2$ atau $Y_1 = 11$ atau $Y_1 = 12$, yaitu:

   $$\begin{aligned} P(K_1) &= P(Y = 2) + P(Y = 3) + P(Y = 12) \\ &= \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36} \end{aligned} \tag{3.25}$$

   b. Jika $y_1 \in \{4, 5, 6, 8, 9, 10\}$, maka kalah pada pelemparan dadu yang kedua, ketika $Y_2 = 7$, yaitu:

   $$\begin{aligned} P(K_2) &= P(Y_2 = 7, Y_1 = y_1) \\ &= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 = 7 \mid Y_1 = y_1) \\ &= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 = 7) \end{aligned}$$

   karena Y_2 dan Y_1 *independen*, maka:

   c. Ketika $Y_2 \neq 7$, maka dilakukan pelemparan ketiga. Sehingga, kalah pada pelemparan dadu yang ketiga, ketika $Y_3 = 7$, yaitu:

   $$\begin{aligned} P(K_3) &= P(Y_3 = 7, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_1 = y_1) = P(Y_1 = y_1)P(Y_2 \notin \{y_1, 7\} \mid Y_1 = y_1) \\ &\quad P(Y_3 = 7 \mid Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}) \\ &= P(Y_1 = y_1)P(Y_2 \notin \{y_1, 7\})P(Y_3 = 7) \end{aligned}$$

Karena banyak pelemparan dadu untuk mendapatkan kemenangan (n) dapat terjadi sampai takterhingga kali (n→∞) maka, berdasarkan distribusi probabilitas diskrit, probabilitas kalah pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(K_n) = P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 \notin \{y_1, 7\}, \ldots, Y_{n-1} \notin \{y_1, 7\}, Y_n = 7) \quad (3.26)$$

Sehingga probabilitas pemain kalah dalam sekali permainan judi *craps* tipe *pass line*, yaitu:

$$\begin{aligned} P(K) &= P(K_1) + P(K_2) + P(K_3) + \ldots + P(M_n) \\ &= P(2) + P(3) + P(12) + P(Y_1 = y_1, Y_2 = 7) + \\ &\quad P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 = 7) + \ldots + \\ &\quad P(Y_1 = y_1, Y_2 \notin \{y_1, 7\}, Y_3 \notin \{y_1, 7\}, \ldots, Y_{n-1} \notin \{y_1, 7\}, Y_n = 7) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Sesuai dengan teorema (2.3) dan perluasannya, maka persamaan (3.27) menjadi:

$$\begin{aligned} P(K) &= P(2) + P(3) + P(12) + P(Y_1)P(7) + P(Y_1)P(Y_2)P(7) + \\ &\quad P(Y_1)P(Y_2)P(Y_3)P(7) + \ldots + P(Y_1)P(Y_2)P(Y_3)\ldots P(Y_{n-1})P(7) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Karena $P(Y_2) = P(Y_3) = \cdots = P(Y_{n-1})$, maka persamaan (3.28) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(K) &= P(2) + P(3) + P(12) + P(Y_1)P(7) + P(Y_1)P(Y_2)P(7) + P(Y_1)P(Y_2)^2 P(7) + \ldots + \\ &\quad P(Y_1)P(Y_2)^{n-2} P(7) \end{aligned}$$

Jika $a_2 = P(2) + P(3) + P(11)$, maka:

$$\begin{aligned} P(K) &= a_2 + P(Y_1)P(7) + P(Y_1)P(Y_2)P(7) + P(Y_1)P(Y_2)^2 P(7) + \ldots + \\ &\quad P(Y_1)P(Y_2)^{n-2} P(7) \end{aligned}$$

Karena pada suku ke 2 hingga suku ke n merupakan deret geometri, dimana $a = P(Y_1)$ dan $r = P(Y_2)$, maka persamaan di atas dapat ditulis menjadi:

$$P(\mathrm{K}) = a_2 + \sum_{i=2}^{n} P(Y_1)P(Y_2)^2 \quad (3.29)$$

dimana *i* menunjukkan banyaknya lemparan.

Sehingga, ekspektasi dari permainan judi *craps* adalah sebagai berikut:

$$E(X) = P(M) - P(K) \quad (3.30)$$

Dikatakan menang jika pelemparan pertama (Y_1) muncul jumlah mata dadu 7 atau 11, artinya probabilitas munculnya jumlah mata dadu 7 atau jumlah mata dadu 11, yaitu:

$$\begin{aligned} a_1 &= P(Y_1 = 7) + P(Y_1 = 11) \\ &= P(7) + P(11) \\ &= \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} \end{aligned} \tag{3.31}$$

Selain itu jika pada pelemparan pertama muncul jumlah mata dadu 4, 5, 6, 8, 9, atau 10 kemudian bandar memberi tanda "on" pada jumlah mata dadu tersebut dikatakan menang jika pada pelemparan berikutnya yang muncul adalah jumlah mata dadu yang diberi tanda "on" tersebut sebelum munculnya jumlah mata dadu 7. Sehingga dalam kasus ini termuat konsep probabilitas bersyarat. Misalkan:

1. Ketika "on" pada angka 4 maka pemain dikatakan menang jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 4. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika, yaitu:

$$\begin{aligned} P(Y_2 = 4, Y_1 = 4) &= P(Y_1 = 4).P(Y_2 = 4 \mid Y_1 = 4) \quad \text{Karena } \textit{independen}\text{, maka:} \\ &= P(Y_1 = 4).P(Y_2 = 4) \\ &= \frac{1}{12}.\frac{1}{12} = \frac{1}{144} \end{aligned}$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 4 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 4 maka dimisalkan terlebih dahulu A adalah himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 4 dan 7 (A= {2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12}), maka:

$$P(Y = A) = P(Y = 2) + P(Y = 3) + P(Y = 5) + P(Y = 6) + P(Y = 8)$$
$$+ P(Y = 9) + P(Y = 10) + P(Y = 11) + P(Y = 12)$$
$$= \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36}$$
$$= \frac{27}{36}$$

Dengan demikian, persamaan probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 4 pada pelemparan ketiga yaitu:

$$P(Y_3 = 4, Y_2 \in A, Y_1 = 4) = P(Y_1 = 4).P(Y_2 \in A \mid Y_1 = 4)P(Y_3 = 4 \mid Y_1 = 4, Y_2 \in A)$$
$$= P(Y_1 = 4).P(Y_2 = A)P(Y_3 = 4)$$
$$= \frac{1}{12}.\frac{27}{36}.\frac{1}{12} = \frac{27}{5184}$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 4 dapat pada pelemparan kedua, ketiga atau selanjutnya maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 4 pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P(Y_n = 4 \mid Y_1 = 4, Y_2 \in A, \ldots, Y_{n-1} \in A) = \left(\left[\frac{1}{12}\right]^2 \left[\frac{27}{36}\right]^{n-2}\right) \tag{3.32}$$

2. Ketika "on" pada angka 5 maka pemain dikatakan menang jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 5. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika yaitu:

$$P(Y_2 = 5, Y_1 = 5) = P(Y_1 = 5).P(Y_2 = 5 \mid Y_1 = 5)$$ Karena *Independen*, maka:
$$= P(Y_1 = 5).P(Y_2 = 5)$$
$$= \frac{1}{9}.\frac{1}{9} = \frac{1}{81}$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 5 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 5 maka, dimisalkan terlebih dahulu B adalah himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 5 dan 7, sehingga B = {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12}, maka:

$$P(Y=B) = P(Y=2)+P(Y=3)+P(Y=4)+P(Y=6)+P(Y=8)$$
$$+P(Y=9)+P(Y=10)+P(Y=11)+P(Y=12)(12)$$
$$=\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{3}{36}+\frac{5}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}$$
$$=\frac{26}{36}$$

Sehingga probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 5 pada pelemparan ketiga, yaitu:

$$P(Y_3=5, Y_2 \in B, Y_1=5) = P(Y_1=5).P(Y_2 \in B \mid Y_1=5)P(Y_3=5 \mid Y_1=5, Y_2 \in B)$$
$$= P(Y_1=5).P(Y_2 \in B)P(Y_3=5)$$
$$=\frac{1}{9}.\frac{26}{36}.\frac{1}{9}=\frac{26}{2969}$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 5 dapat pada pelemparan kedua atau ketiga atau selanjutnya maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 5 pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P(Y_n=5 \mid Y_1=5, Y_2 \in B, \ldots, Y_{n-1} \in B) = \left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{n-2}\right) \tag{3.33}$$

3. Ketika "on" pada angka 6 maka pemain dikatakan menang jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 6. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika, yaitu:

$$P(Y_2=6, Y_1=6) = P(Y_1=6).P(Y_2=6 \mid Y_1=6)$$
$$= P(Y_1=6).P(Y_2=6)$$
$$=\frac{5}{36}.\frac{5}{36}=\frac{25}{1296}$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 6 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 4 maka dimisalkan terlebih dahulu C adalah himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 6 dan 7, sehingga C = {2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12}, maka:

$$
\begin{aligned}
P(Y=C) &= P(Y=2)+P(Y=3)+P(Y=4)+P(Y=5)+P(Y=8) \\
&\quad + P(Y=9)+P(Y=10)+P(Y=11)+P(Y=12)(12)(12) \\
&= \frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{3}{36}+\frac{4}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} \\
&= \frac{25}{36}
\end{aligned}
$$

Sehingga probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 6 pada pelemparan ketiga, yaitu:

$$
\begin{aligned}
P(Y_3=6, Y_2\in C, Y_1=6) &= P(Y_1=6).P(Y_2\in C \mid Y_1=6)P(Y_3=6 \mid Y_1=6, Y_2\in C) \\
&= P(Y_1=6).P(Y_2\in C)P(Y_3=6) \\
&= \frac{5}{36}.\frac{26}{36}.\frac{5}{36} = \frac{625}{46656}
\end{aligned}
$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 6 dapat pada pelemparan kedua atau ketiga atau selanjutnya, maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 5 pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$
P(Y_n=6 \mid Y_1=6, Y_2\in C,\ldots, Y_{n-1}\in C) = \left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{n-2}\right) \tag{3.34}
$$

Karena $P(8)=P(6)=\frac{5}{36}; P(9)=P(5)=\frac{4}{36}; P(10)=P(4)=\frac{3}{36}$, sehingga dari persamaan (3.1), (3.2), (3.3), dan (3.4) maka probabilitas untuk menang diperoleh dari hasil penjumlahan keempat persamaan tersebut, atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$
P(X=1) = a_1 + 2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\right)\right\} \tag{3.35}
$$

Dikatakan kalah jika pelemparan pertama (Y_1) muncul jumlah mata dadu 2, 3 atau 12, artinya probabilitas munculnya jumlah mata dadu 2, 3 atau 12, yaitu:

$$
\begin{aligned}
a_2 &= P(Y_1 = 2) + P(Y_1 = 3) + P(Y_1 = 12) \\
&= P(2) + P(3) + P(12) \\
&= \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36}
\end{aligned} \tag{3.36}
$$

Selain itu, dikatakan kalah jika pada pelemparan pertama muncul jumlah mata dadu 4, 5, 6, 8, 9, atau 10 maka bandar memberi tanda "on" pada jumlah mata dadu tersebut sedangkan pada pelemparan berikutnya yang muncul adalah jumlah mata dadu 7. Sehingga dalam kasus ini termuat konsep probabilitas bersyarat. Misalkan:

1. Ketika "on" pada angka 4 maka pemain dikatakan kalah jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 7. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika yaitu,

$$
\begin{aligned}
P(Y_2 = 7, Y_1 = 4) &= P(Y_1 = 4).P(Y_2 = 7 \mid Y_1 = 4) \text{ Karena } \textit{Independen}\text{, maka:} \\
&= P(Y_1 = 4).P(Y_2 = 7) \\
&= \frac{1}{12}.\frac{1}{6} = \frac{1}{72}
\end{aligned}
$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 4 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 7 maka seperti perhitungan sebelumnya yaitu A merupakan himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 4 dan 7, sehingga probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ketiga yaitu:

$$
\begin{aligned}
P(Y_3 = 7, Y_2 \in A, Y_1 = 4) &= P(Y_1 = 4).P(Y_2 \in A \mid Y_1 = 4)P(Y_3 = 7 \mid Y_1 = 4, Y_2 \in A) \\
&= P(Y_1 = 4).P(Y_2 \in A)P(Y_3 = 7) \\
&= \frac{1}{12}.\frac{27}{36}.\frac{1}{6} = \frac{27}{2592}
\end{aligned}
$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 7 dapat pada pelemparan kedua atau ketiga atau selanjutnya, maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P(Y_n = 7 \mid Y_1 = 4, Y_2 \in A, \ldots, Y_{n-1} \in A) = \left(\left[\frac{1}{12}\right] \cdot \left[\frac{27}{36}\right]^{n-2} \cdot \frac{1}{6} \right) \tag{3.37}$$

2. Ketika "on" pada angka 5 maka pemain dikatakan kalah jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 7. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika, yaitu:

$$\begin{aligned} P(Y_2 = 7, Y_1 = 5) &= P(Y_1 = 5).P(Y_2 = 7 \mid Y_1 = 5) \quad \text{Karena } \textit{independen}\text{, maka:} \\ &= P(Y_1 = 5).P(Y_2 = 7) \\ &= \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{54} \end{aligned}$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 5 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 7 maka seperti perhitungan sebelumnya yaitu B merupakan himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 5 dan 7, Sehingga probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ketiga yaitu:

$$\begin{aligned} P(Y_3 = 7, Y_2 \in B, Y_1 = 5) &= P(Y_1 = 5).P(Y_2 \in B \mid Y_1 = 5)P(Y_3 = 7 \mid Y_1 = 5, Y_2 \in B) \\ &= P(Y_1 = 5).P(Y_2 \in B).P(Y_3 = 7) \\ &= \frac{1}{9} \cdot \frac{26}{36} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{1944} \end{aligned}$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 7 dapat pada pelemparan kedua atau pelemparan ketiga dan selanjutnya, maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P(Y_n = 7 \mid Y_1 = 5, Y_2 \in B, \ldots, Y_{n-1} \in B) = \left(\left[\frac{1}{9}\right] \cdot \left[\frac{26}{36}\right]^{n-2} \cdot \frac{1}{6} \right) \tag{3.38}$$

3. Ketika “on” pada angka 6 maka pemain dikatakan kalah jika pelemparan selanjutnya (kedua) muncul jumlah mata dadu 7. Dalam hal ini dapat dinyatakan ke dalam bentuk matematika yaitu:

$$P(Y_2 = 7, Y_1 = 6) = P(Y_1 = 6).P(Y_2 = 7 \mid Y_1 = 6)$$ Karena *independen*, maka:

$$= P(Y_1 = 6).P(Y_2 = 7)$$
$$= \frac{5}{36}.\frac{1}{6} = \frac{5}{216}$$

Jika pada pelemparan kedua muncul selain jumlah mata dadu 6 atau 7 dan pelemparan ketiga muncul 7 maka seperti perhitungan sebelumnya yaitu C merupakan himpunan dari jumlah mata dadu selain angka 4 dan 7, Sehingga probabilitas untuk mendapatkan jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ketiga yaitu:

$$P(Y_3 = 7, Y_2 \in C, Y_1 = 6) = P(Y_1 = 6).P(Y_2 \in C \mid Y_1 = 6)P(Y_3 = 7 \mid Y_1 = 6, Y_2 \in C)$$
$$= P(Y_1 = 6).P(Y_2 \in C)P(Y_3 = 7)$$
$$= \frac{5}{36}.\frac{25}{36}.\frac{1}{6} = \frac{125}{7776}$$

Karena munculnya jumlah mata dadu 7 dapat pada pelemparan kedua atau ketiga atau selanjutnya, maka probabilitas muncul jumlah mata dadu 7 pada pelemparan ke-n maka dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$P(Y_n = 7 \mid Y_1 = 6, Y_2 \in C, \ldots, Y_{n-1} \in C) = \left(\left[\frac{5}{36}\right]\left[\frac{25}{36}\right]^{n-2}.\frac{1}{6}\right) \tag{3.39}$$

Karena $P(8) = P(6) = \frac{5}{36}; P(9) = P(5) = \frac{4}{36}; P(10) = P(4) = \frac{3}{36}$, sehingga dari persamaan (3.6), (3.7), (3.8), dan (3.9) maka probabilitas untuk menang diperoleh dari hasil penjumlahan keempat persamaan tersebut, atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P(X=-1)=a_2+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\begin{array}{l}\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\\+\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\end{array}\right\} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
E[X]&=\sum x_i.p_X(x_i)\\
&=x_1.p_X(x_1)+x_2.p_X(x_2)\\
&=1.\left(a_1+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\right)\right\}\right)+\\
&\quad(-1)\left(a_2+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\right\}\right)\\
&\quad\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\right\}\\
&=a_1+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\right)\right\}-\\
&\quad a_2-2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\right\}\\
&=a_1-a_2+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\right)\right\}-\\
&\quad\sum_{i=2}^{n}\left\{\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\right\}\\
&=a_1-a_2+2\sum_{i=2}^{n}\left\{\begin{array}{l}\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\right)+\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\right)\\-\left(\left[\frac{1}{12}\right].\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)-\left(\left[\frac{1}{9}\right].\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\\-\left(\left[\frac{5}{36}\right].\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\frac{1}{6}\right)\end{array}\right\}\\
&=a_1-a_2+2\left\{\sum_{i=2}^{n}\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}\left(\left[\frac{1}{12}\right]^2.\left[\frac{1}{72}\right]\right)+\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\left(\left[\frac{1}{9}\right]^2.\left[\frac{1}{54}\right]\right)+\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\left(\left[\frac{5}{36}\right]^2-\left[\frac{5}{216}\right]\right)\right\}\\
&=a_1-a_2+2\left\{\sum_{i=2}^{n}\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\left[-\frac{1}{144}\right]+\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\left[-\frac{1}{162}\right]+\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\left[-\frac{5}{1296}\right]\right\}\\
&=\frac{4}{36}+2\left\{\sum_{i=2}^{n}-\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{144}\right]-\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\left[\frac{1}{162}\right]-\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\left[-\frac{5}{1296}\right]\right\}\\
&=\frac{4}{36}-2\left\{\sum_{i=2}^{n}\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{144}\right]+\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}\left[\frac{1}{162}\right]+\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}\left[-\frac{5}{1296}\right]\right\}
\end{aligned}$$

Karena n dapat takterhingga atau $n \to \infty$, maka:

$$E[X] = \frac{4}{36} - 2\lim_{n\to\infty}\sum_{i=2}^{n}\left(\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{144}\right] + \left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{162}\right] + \left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{5}{1296}\right]\right)$$

$$= \frac{4}{36} - 2\left\{\lim_{n\to\infty}\sum_{i=2}^{n}\left(\left[\frac{27}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{144}\right]\right) + \lim_{n\to\infty}\sum_{i=2}^{n}\left(\left[\frac{26}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{1}{162}\right]\right) + \lim_{n\to\infty}\sum_{i=2}^{n}\left(\left[\frac{25}{36}\right]^{i-2}.\left[\frac{5}{1296}\right]\right)\right\}$$

$$= \frac{4}{36} - 2\left\{\left(\frac{\frac{1}{144}}{1-\frac{27}{36}}\right) + \left(\frac{\frac{1}{162}}{1-\frac{26}{36}}\right) + \left(\frac{\frac{5}{1296}}{1-\frac{25}{36}}\right)\right\}$$

$$= \frac{4}{36} - 2\left\{\frac{1}{36} + \frac{1}{45} + \frac{5}{396}\right\} = \frac{4}{36} - 2\left\{\frac{1116}{17820}\right\} = \frac{4}{36} - \frac{2232}{17820} = 0{,}11111 - 0{,}12525 = -0{,}01414$$

Berdasarkan hasil perhitungan secara matematika di atas, maka telah terbukti bahwa permainan judi *craps* tidak menguntungkan bagi pemain. Hal ini terlihat dari nilai harapan (ekspektasi) yang bernilai negatif (yaitu -0,01414). Artinya pemain adalah pihak yang dirugikan dalam permainan judi *craps* tersebut.

3.3 Analisis Pengharaman Judi dari Segi Ilmu Matematika

Ukuran ke*barakah*an itu jauh lebih penting dari pada ukuran banyak sedikitnya rejeki yang dimiliki. Namun hanya sedikit orang yang mampu memahami hal tersebut. Sehingga mereka yang tidak mampu memahami konsep tersebut cenderung meng*halal*kan berbagai cara untuk mendapatkan rejeki demi memenuhi kebutuhan sehari-hari.

Berbicara mengenai rejeki, dalam buku *Rahasia Lapang Rejeki*, Al-Qari mengatakan bahwa rejeki (*ar-rizqu*) adalah sesuatu yang dapat dimanfaatkan dan dipergunakan.

Secara umum, rejeki dibagi menjadi dua macam. Rejeki lahir, yaitu sesuatu yang tampak, yang digunakan untuk kebutuhan fisik, seperti makanan pokok dan barang-barang berharga, dan rejeki batin, yaitu rejeki yang bermanfaat untuk kebutuhan hati dan jiwa, seperti ilmu pengetahuan (Said, 2007).

Allah Swt telah mengatur rejeki semua makhluk-Nya, sebagaimana firman Allah Swt yang berbunyi:

وَمَا مِن دَآبَّةٍ فِي ٱلۡأَرۡضِ إِلَّا عَلَى ٱللَّهِ رِزۡقُهَا وَيَعۡلَمُ مُسۡتَقَرَّهَا وَمُسۡتَوۡدَعَهَاۚ كُلّٞ فِي كِتَٰبٖ مُّبِينٖ ٦

Artinya: "*Dan tidak ada suatu binatang melata pun di bumi melainkan Allah-lah yang memberi rezkinya, dan Dia mengetahui tempat berdiam binatang itu dan tempat penyimpanannya. semuanya tertulis dalam kitab yang nyata (Lauh Mahfuzh)"* (QS. Huud/11: 6).

Meskipun pada dasarnya Allah Swt telah menetapkan masing-masing rejeki umat-Nya, namun usahan untuk mencari rejeki Allah Swt itu telah menjadi *sunnatullah* bagi manusia.

Sikap zuhud dan tawakal kepada Allah Swt tidak dapat diidentikkan dengan sikap berpangku tangan, menganggur, dan menyandarkan nasib hidup kepada orang lain. Sebab, segala bentuk ketergantungan kepada selain Allah Swt dapat merusak akidah dan akhlak. Tidak ada dalil satu pun yang mengajak umat meninggalkan usaha mencari rejeki dan ikhtiar dengan alasan zuhud dan tawakal (Abidin, 2009).

Bahkan dipertegas kembali oleh firman Allah Swt yang berbunyi:

فَإِذَا قُضِيَتِ ٱلصَّلَوٰةُ فَٱنتَشِرُواْ فِي ٱلۡأَرۡضِ وَٱبۡتَغُواْ مِن فَضۡلِ ٱللَّهِ وَٱذۡكُرُواْ ٱللَّهَ كَثِيرٗا لَّعَلَّكُمۡ تُفۡلِحُونَ ١٠

Artinya: "*Apabila telah ditunaikan shalat,* Maka *bertebaranlah kamu di muka bumi; dan carilah karunia Allah dan ingatlah Allah banyak-banyak supaya kamu beruntung*" (QS. Al Jumu'ah/62: 10).

Ayat di atas tampak jelas bahwa telah diperintahkan oleh Allah Swt untuk bekerja mencari karunianya (rejekinya) meskipun tahu bahwa rejeki telah ditetapkan (Abdurrahman, 2009).

Allah Swt telah menebar rejeki di muka bumi ini. Tinggal bagaimana usaha untuk mendapatkannya dan mampu membedakan rejeki yang halal dan rejeki yang haram. Karena sesuai yang tertera dalam *Mutu Manikam Dari Kitab Al Hikam* bahwa sesuatu yang telah dijamin oleh Allah kepada seorang hamba adalah rejeki. Sesuatu yang diminta pertanggungjawaban oleh Allah Swt adalah rejeki juga. Namun ada satu hal yang harus tetap diyakini bahwa usaha yang dilakukan bukanlah sebab yang mendatangkan rejeki, karena Allah Swt lah yang telah menetapkan rejeki untuk umat-Nya.

Jika dikaitkan dengan halal dan haramnya rejeki, maka perjudian adalah salah satu contoh dari usaha untuk mendapatkan rejeki dengan jalan yang haram. Haramnya perjudian karena mengandung unsur taruhan yang berujung pada ketidakadilan dalam sistem permainannya. Dikatakan adil dalam suatu permainan yaitu ketika tidak berat sebelah artinya seimbang antara kiri dan kanan, atau dengan kata lain adil adalah sesuatu yang memihak pada kebenaran. Perjudian dikatakan sebagai suatu permainan yang tidak adil karena probabilitas menang antara bandar dengan pemain tidak sama artinya tidak adanya keseimbangan diantara keduanya. Sedangkan Adil dalam perspektif matematika khususnya statistika dibuktikan oleh nilai harapan (ekspektasi) yang bernilai 0 (nol). Artinya tidak merugikan maupun menguntungkan kedua belah pihak, yaitu antara bandar dan pemain. Ketika ekspektasi bernilai positif maka pihak yang diuntungkan adalah pemain, sedangkan ketika ekspektasi bernilai negatif, maka pihak bandarlah yang merasa diuntungkan. Sehingga tidak akan pernah menemui satu titik keadilan dimana bandar dan pemain sama-sama diuntungkan atau dirugikan.

Setelah dilakukan analisis pengharaman permainan judi *roulette* dan *craps* secara ilmu matematika, ketidakadilan yang terkandung dalam permainan judi tersebut ditunjukkan dengan ekspektasi pemain untuk menang dalam permainan adalah negatif. Artinya, pemain adalah pihak yang dirugikan dalam permainan judi tersebut. Semakin banyak pemain bertaruh, maka nilai harapan untuk menang akan semakin kecil. Hal ini ditunjukkan oleh hasil perhitungan berdasarkan teori probabilitas, yaitu pada permainan judi *roulette*, ketika pemain bertaruh $1 maka ekspektasi pemain menang adalah $-\frac{1}{37}$, sedangkan ketika pemain bertaruh $2 pada dua tipe maka ekspektasi pemain menang adalah $-\frac{2}{37}$. Sedangkan pada permainan judi *craps* yang mengasumsikan bahwa pelemparan dapat dilakukan sampai takterhingga kali, menghasilkan probabilitas menang sebesar 0,49293 dan probabilitas kalah sebesar 0,50707, sehingga ekspektasi yang diperoleh yaitu sebesar -0,01414, konsep inilah yang perlu diketahui oleh para pemain judi. Karena tidak ada istilah kaya dari hasil berjudi, yang ada justru orang kaya yang merugi akibat berjudi.

Akhirnya, hasil analisis secara matematika mendukung firman Allah Swt yaitu:

يَسْـَٔلُونَكَ عَنِ ٱلْخَمْرِ وَٱلْمَيْسِرِ ۖ قُلْ فِيهِمَآ إِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنَـٰفِعُ لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَآ أَكْبَرُ مِن
نَّفْعِهِمَا ۗ وَيَسْـَٔلُونَكَ مَاذَا يُنفِقُونَ قُلِ ٱلْعَفْوَ ۗ كَذَٰلِكَ يُبَيِّنُ ٱللَّهُ لَكُمُ ٱلْءَايَـٰتِ لَعَلَّكُمْ
تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١٩﴾

Artinya: "*Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi*

> *manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". Dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan. Katakanlah: " yang lebih dari keperluan." Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berpikir"*(QS. Al-Baqarah/2: 219).

Adapun manfaat dari perjudian adalah hanya dapat dirasakan oleh pihak pemenang saja. Karena telah mendapatkan kepemilikan dari seseorang dengan jalan yang mudah tanpa harus mempersulit diri. Manfaat yang dimaksud ini hanyalah bersifat semu.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Kajian probabilitas mengenai permainan judi *roulette* dan *craps* terangkum dalam model matematika sebagai berikut:
   a. Ekspektasi pemain menang dalam permainan judi *roulette* satu tipe adalah sebagai berikut:

   $$E(X) = a.P(X = a) + (-b)P(X = -b)$$

   b. Sedangkan, model matematika untuk permainan judi *roulette* dua tipe dibedakan menjadi tiga bentuk kejadian, diantaranya:
      1) Ekspektasi menang saat kejadian *inside bets* di dalam kejadian *outside bets*.

      $$E(X) = (a+b)\left(\frac{n(A)}{n(S)}\right) + (b-1)\left(\frac{n(B)-n(A)}{n(S)}\right) + (-2)\left(\frac{n(B^C)}{n(S)}\right)$$

      2) Ekspektasi menang saat kejadian *inside bets* beririsan dengan kejadian *outside bets*.

      $$E(X) = (a+b)\left(\frac{n(A\cap B)}{n(S)}\right) + (b-1)\left(\frac{n(B)-n(A\cap B)}{n(S)}\right) + (a-1)\left(\frac{n(A)-n(A\cap B)}{n(S)}\right) +$$
      $$(-2)\left(\frac{n(A\cup B)^C}{n(S)}\right)$$

      3) Ekspektasi menang saat kejadian *inside bets* dan kejadian *outside bets* yang saling lepas.

$$E(X)=(b-1)\left(\frac{n(B)}{n(S)}\right)+(a-1)\left(\frac{n(A)}{n(S)}\right)+(-2)\left(\frac{n(A\cup B)^C}{n(S)}\right)$$

Sedangkan, ekspektasi dalam permainan judi *craps* pada tipe taruhan *pass line* yaitu:

$$E(X)=P(M)-P(K)$$

Sehingga, ekspektasi untuk permainan judi *roulette* dan *craps* dapat dinyatakan dalam table di bawah ini:

Tabel 4.1 Ekspektasi untuk Permainan Judi *Roulette* dan *Craps*

No.	Jenis Taruhan	Ekspektasi
	Roulette	
a.	Bertaruh dalam satu tipe	
	i. inside bets	$-\frac{1}{37}$
	ii. outside bets	$-\frac{1}{37}$
b.	Bertaruh dalam dua tipe	$-\frac{2}{37}$
	Craps	
c.	*Pass Line bets* (Taruhan *Pass Line*)	-0,01414

Berdasarkan tabel 4.1 ekspektasi yang diperoleh menunjukkan nilai negatif. Artinya pemain adalah pihak yang cenderung dirugikan dalam kedua permainan judi tersebut.

2. Kajian secara matematika mendukung dan membenarkan firman Allah Swt yang berbunyi:

يَسۡـَٔلُونَكَ عَنِ ٱلۡخَمۡرِ وَٱلۡمَيۡسِرِۖ قُلۡ فِيهِمَآ إِثۡمٞ كَبِيرٞ وَمَنَٰفِعُ لِلنَّاسِ وَإِثۡمُهُمَآ أَكۡبَرُ
مِن نَّفۡعِهِمَاۗ وَيَسۡـَٔلُونَكَ مَاذَا يُنفِقُونَ قُلِ ٱلۡعَفۡوَۗ كَذَٰلِكَ يُبَيِّنُ ٱللَّهُ لَكُمُ ٱلۡأٓيَٰتِ لَعَلَّكُمۡ
تَتَفَكَّرُونَ ٢١٩

Artinya: "*Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". Dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan. Katakanlah: " yang lebih dari keperluan." Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berpikir"*(QS. Al-Baqarah/2: 219).

Hasil analisis dari ilmu matematika menyatakan bahwa permainan judi *roulette* dan *craps* merupakan permainan yang mengandung unsur ketidakadilan di dalamnya, selain unsur taruhan, ketidakadilan ini juga menjadi alasan mengapa perjudian diharamkan. Karena, akan memicu perselisihan yang berujung pada permusuhan antar sesama. Adil dalam perspektif matematika khususnya statistika dibuktikan oleh nilai harapan (ekspektasi) yang bernilai 0 (nol). Artinya tidak merugikan maupun menguntungkan kedua belah pihak yaitu antara bandar dan pemain. Ketika ekspektasi bernilai positif maka pihak yang diuntungkan adalah pemain, sedangkan ketika ekspektasi bernilai negatif, maka pihak bandarlah yang merasa diuntungkan. Sehingga tidak akan pernah menemui satu titik keadilan dimana bandar dan pemain sama-sama diuntungkan atau dirugikan.

Setelah dilakukan analisis pengharaman permainan judi *roulette* dan *craps* secara ilmu matematika, ketidakadilan yang terkandung dalam permainan judi tersebut ditunjukkan dengan ekspektasi pemain untuk menang dalam permainan adalah negatif. Artinya, pemain adalah pihak yang dirugikan dalam permainan judi tersebut.

4.2 Saran

Pada penelitian mengenai “Analisis Pengharaman Permainan Judi Berdasarkan Teori Probabilitas” ini, penulis menyadari masih terdapat banyak yang harus diperbaiki. Untuk penelitian selanjutnya, dapat dilakukan dengan menggunakan jenis permainan judi selain *roulette* dan *craps* untuk mendukung atau memperkuat kebenaran ayat-ayat Al-Qur’an secara ilmiah.

DAFTAR PUSTAKA

Abdurrahman, A.. 2009. *Rahasia Menjadi Kaya!*. Solo: Qaula.

Abidin, Z.. 2009. *Mencari Kunci Rejeki*. Jakarta: Pustaka Imam Abu Hanifah.

Achyar dan Sudrajadjat. 2010. *Statistika Konsep Dasat Pengumpulan & Pengolahan Data*. Bandung: Widya Padjadjaran.

Al-Hillawi, Muhammad. 1998. *Mereka Bertanya Tentang Islam, Waktu, Arak, Judi, dll*. Jakarta: Gema Insani Press.

Anonim. 2014. *Permainan Craps Online*. (online) (www.*online*casino-id.com/permainan-craps.html) diakses Minggu 25-5-2014, 10.00.

Areabola. 2012. *Tutorial dan Panduan Bermain Casino Roulette*. (online) (http://areabola.com/tutorial-dan-panduan-bermain-casino-*roulette*.php) diakses Minggu 9-1-2014, 20.45.

As-Said, S.. 2007. *Rahasia Lapang Rejeki*. Solo: Aqwam.

Atailah, S.. 1995. *Mutu Manikam Dari Kitab Al-Hikam*. Surabaya: Mutiara Ilmu.

Ayres, F. dan Mendelson, E.. 2006. *Kalkulus Edisi Keempat*. Jakarta: Erlangga.

Bahreisj, H.. 1987. *Himpunan Fatwa*. Surabaya: Al-Ikhlas.

Bahreisy, S. dan Bahreisy, S.. 1992. *Terjemah Singkat Tafsir Ibnu Katsier*. Jilid 7. Surabaya: PT Bina Ilmu.

Bola, D.. 2012. *Peraturan Dasar Game Craps*. (online) (http://www.duniabola.net/artikel/peraturan-dasar-game-craps.html) diakses Minggu 25-5-2014, 10.00.

Casinos, G.. 2014. *Permainan Judi Craps*. (online) (www.garudacasinos.com/permainan-judi-craps) diakses Minggu 25-5-2014, 10.00.

Djarwanto dan Subagyo, P.. 1993. *Statistik Induktif*. Yogyakarta: BPFE.

Dudewicz, E.J. dan Mishra, S.N.. 1995. *Statistika Matematika* Modern. Bandung: CV Yrama Widya.

Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.

Harini, S. dan Turmudi. 2008. *Metode Statistika Pendekatan Teoritis dan Aplikatif*. Malang: UIN-Malang Press.

Lungan, R.. 2006. *Aplikasi Statistika & Hitung Peluang.* Yogjakarta: Graha Ilmu.

Muchtar, M.. 2013. *Perjudian dalam Perspektif Islam.* (online) (https://groups.google.com/forum/#!msg/rantaunet/S8VKwFc0PAY/mGToIv8pBFsJ) diakses Jumat 7-3-2014, 07.30.

Purcell, E.J., Vanberg, D., dan Rigdon, S.E.. 2004. *Kalkulus Jilid 2*. Jakarta: Erlangga.

Ritonga, A.. 1987. *Statistika Terapan untuk Penelitian*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi.

Sbobet, A.. 2012. *Sejarah Permainan Roulette*. (online) (http://agensbobetoke.wordpress.com/2012/05/15/sejarah-permainan-*roulette*/) diakses Minggu 9-1-2014, 20.40.

Setyaningsih, N. dan Murtiyasa, B.. 2010. *Pengantar Statistika Matematika*. Surakarta: Muhammadiyah University Press.

Suharyadi dan Purwanto, S.K.. 2003. *Statistika: Untuk Ekonomi & Keuangan Modern*. Jakarta: Salemba Empat.

Susetyo, B.. 2010. *Statistika untuk Analisis Data Penelitian.* Bandung: PT Refika Aditama.

Lampiran 1. Nilai Probabilitas dan Ekspektasi untuk Dua Tipe

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Straight-up dengan *Column*						
- Taruhan *Straight-up* di dalam Taruhan *Column*	Taruhan *Straight-up* dan Taruhan *Column* menang	37:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{11}{37}$		-	
- Taruhan *Straight-up* di luar Taruhan *Column*	Taruhan *Straight-up* menang dan Taruhan *Column* kalah	34:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{24}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	
Straight-up dengan *Dozen*						
- Taruhan *Straight-up* di dalam Taruhan *Dozen*	Taruhan *Straight-up* dan Taruhan *Dozen* menang	37:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{11}{37}$		-	
- Taruhan *Straight-up* di Luar Taruhan *Dozen*	Taruhan *Straight-up* menang dan Taruhan *Dozen* kalah-	34:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{24}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Straight-up dengan Merah/Hitam						
- Taruhan *Straight-up* di dalam Taruhan Merah/Hitam	Taruhan *Straight-up* dan Taruhan Merah/Hitam menang	36:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Merah/Hitam menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	
- Taruhan *Straight-up* di luar Taruhan Merah/Hitam	Taruhan *Straight-up* menang dan Taruhan Merah/Hitam kalah	34:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Merah/Hitam menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	
Straight-up dengan Ganjil/Genap						
- Taruhan *Straight-up* di dalam Taruhan Ganjil/Genap	Taruhan *Straight-up* dan Taruhan Ganjil/Genap menang	36:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Ganjil/Genap menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	
- Taruhan *Straight-up* di luar Taruhan Ganjil/Genap	Taruhan *Straight-up* menang dan Taruhan Ganjil/Genap kalah	34:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Ganjil/Genap menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas Menang	Probabilitas Kalah	Probabilitas Seri	Ekspektasi
Straight-up dengan Belahan Tinggi/ Rendah						
- Taruhan *Straight-up* di dalam Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Straight-up* dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	36:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	
- Taruhan *Straight-up* di luar Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Straight-up* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	34:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Straight-up* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	
Split dengan *Column*						
- Taruhan *Split* di dalam Taruhan *Column*	Taruhan *Split* dan Taruhan *Column* menang	19:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{10}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

<table>
<tr><th rowspan="2">Nama Taruhan</th><th rowspan="2">Keterangan</th><th rowspan="2">Rasio Pembayaran</th><th colspan="3">Probabilitas</th><th rowspan="2">Ekspektasi</th></tr>
<tr><th>Menang</th><th>Kalah</th><th>Seri</th></tr>
<tr><td rowspan="2">- Taruhan Split di luar Taruhan Column</td><td>Taruhan Split menang dan Taruhan Column kalah</td><td>16:2</td><td>$\frac{2}{37}$</td><td rowspan="2">$\frac{23}{37}$</td><td>-</td><td rowspan="2">$-\frac{2}{37}$</td></tr>
<tr><td>Taruhan Split kalah dan Taruhan Column menang</td><td>1:2</td><td>$\frac{12}{37}$</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">- Taruhan Split Beririsan dengan Taruhan Column</td><td>Taruhan Split menang dan Taruhan Column menang</td><td>19:2</td><td>$\frac{1}{37}$</td><td rowspan="3">$\frac{24}{37}$</td><td>-</td><td rowspan="3">$-\frac{2}{37}$</td></tr>
<tr><td>Taruhan Split menang dan Taruhan Column kalah</td><td>16:2</td><td>$\frac{1}{37}$</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Taruhan Split kalah dan Taruhan Column menang</td><td>1:2</td><td>$\frac{11}{37}$</td><td>-</td></tr>
</table>

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Split dengan *Dozen*						
- Taruhan *Split* di dalam Taruhan *Dozen*	Taruhan *Split* dan Taruhan *Dozen* menang	19:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{10}{37}$		-	
- Taruhan *Split* di Luar Taruhan *Dozen*	Taruhan *Split* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	16:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{23}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	
- Taruhan *Split* beririsan dengan Taruhan *Dozen*	Taruhan *Split* menang dan Taruhan *Dozen* menang	19:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{24}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	16:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{11}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Split dengan Merah/ Hitam						
- Taruhan *Split* beririsan dengan Taruhan Merah/ Hitam	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Merah/ Hitam menang	18:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Merah/ Hitam kalah	16:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan Merah/ Hitam menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	
Split dengan Ganjil/ Genap						
- Taruhan *Split* beririsan dengan Taruhan Ganjil/ Genap	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap kalah	18:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	16:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas Menang	Probabilitas Kalah	Probabilitas Seri	Ekspektasi
Split dengan Tinggi/ Rendah						
- Taruhan *Split* di dalam Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	18:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{16}{37}$	
- Taruhan *Split* di luar Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	16:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{17}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	
- Taruhan *Split* Beririsan dengan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	18:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Split* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	16:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Split* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{17}{37}$	
Street dengan *Column*						
- *Street* Beririsan dengan Taruhan *Column*	Taruhan *Street* menang dan Taruhan *Column* menang	13:2	$\frac{1}{37}$	$\frac{23}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* menang dan Taruhan *Column* kalah	10:2	$\frac{2}{37}$		-	
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{11}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Street dengan *Dozen*						
- Taruhan *Street* di dalam Taruhan *Dozen*	Taruhan *Street* menang dan Taruhan *Dozen* menang	13:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{9}{37}$		-	
- Taruhan *Street* di luar Taruhan *Dozen*	Taruhan *Street* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	10:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{22}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	
Street dengan Merah/ Hitam						
- Taruhan *Street* beririsan dengan Taruhan Merah/ Hitam	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Merah/ Hitam menang	12:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Merah/ Hitam kalah	10:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan Merah/ Hitam menang	0	-	-	$\frac{16}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas Menang	Probabilitas Kalah	Probabilitas Seri	Ekspektasi
Street dengan Ganjil/ Genap						
- Taruhan *Street* beririsan dengan Taruhan Ganjil/ Genap	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	12:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{18}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap kalah	10:2	$\frac{1}{37}$		-	
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	0	-	-	$\frac{16}{37}$	
Street dengan Tinggi/ Rendah						
- Taruhan *Street* di dalam Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	12:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{15}{37}$	
- Taruhan *Street* di luar Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Street* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	10:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{16}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Street* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Corner dengan *Column*						
- Taruhan *Corner* Beririsan dengan Taruhan *Column*	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Column* menang	10:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{23}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Column* kalah	7:2	$\frac{2}{37}$		-	
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{10}{37}$		-	
- Taruhan *Corner* di luar Taruhan *Column*	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Column* kalah	7:2	$\frac{4}{37}$	$\frac{21}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	
Corner dengan *Dozen*						
- Taruhan *Corner* di dalam Taruhan *Dozen*	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Dozen* menang	10:2	$\frac{4}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{8}{37}$		-	
- Taruhan *Corner* di luar Taruhan *Dozen*	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	7:2	$\frac{4}{37}$	$\frac{21}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
- Taruhan *Corner* Beririsan dengan Taruhan *Dozen*	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Dozen* menang	10:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{23}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	7:2	$\frac{2}{37}$		-	
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{10}{37}$		-	
Corner dengan Merah/ Hitam						
- Taruhan *Corner* Beririsan dengan Taruhan Merah/ Hitam	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Merah/ Hitam menang	9:1	$\frac{2}{37}$	$\frac{17}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Merah/ Hitam kalah	7:2	$\frac{2}{37}$		-	
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan Merah/ Hitam menang	0	-	-	$\frac{16}{37}$	
Corner dengan Ganjil/ Genap						
- *Corner* Beririsan dengan Taruhan Ganjil/ Genap	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	9:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{17}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap kalah	7:2	$\frac{2}{37}$		-	
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	0	-	-	$\frac{16}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas Menang	Probabilitas Kalah	Probabilitas Seri	Ekspektasi
Corner dengan Tinggi/ Rendah						
- Taruhan *Corner* di dalam Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	9:2	$\frac{4}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{14}{37}$	
- Taruhan *Corner* di luar Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Corner* menang dan Taruhan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	7:2	$\frac{4}{37}$	$\frac{15}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Corner* kalah dan Taruhan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	
Six line dengan *Column*						
- Taruhan *Six Line* Beririsan dengan Taruhan *Column*	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Column* menang	7:2	$\frac{2}{37}$	$\frac{21}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Column* kalah	4:2	$\frac{4}{37}$		-	
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan *Column* menang	1:2	$\frac{10}{37}$		-	
Six line dengan *Dozen*						
- *Six Line* di dalam Taruhan *Dozen*	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Dozen* menang	7:2	$\frac{6}{37}$	$\frac{25}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	1:2	$\frac{6}{37}$		-	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
- Taruhan *Six Line* di luar Taruhan *Dozen*	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	4:2	$\frac{6}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{12}{37}$		-	
- Taruhan *Six Line* Beririsan dengan Taruhan *Dozen*	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Dozen* menang	7:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{22}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan *Dozen* kalah	4:2	$\frac{3}{37}$		-	
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan *Dozen* menang	1:2	$\frac{9}{37}$		-	
Six line dengan Merah/ Hitam						
- Taruhan *Six Line* Beririsan dengan Taruhan Merah/ Hitam	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Merah/ Hitam menang	6:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{16}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Merah/ Hitam kalah	4:2	$\frac{3}{37}$		-	
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan Merah/ Hitam menang	0	-	-	$\frac{15}{37}$	

Lanjutan lampiran 1

Nama Taruhan	Keterangan	Rasio Pembayaran	Probabilitas			Ekspektasi
			Menang	Kalah	Seri	
Six line dengan Ganjil/ Genap						
- Taruhan *Six Line* Beririsan dengan Taruhan Ganjil/ Genap	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	6:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{16}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Ganjil/ Genap kalah	4:2	$\frac{3}{37}$		-	
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan Ganjil/ Genap menang	0	-	-	$\frac{15}{37}$	
Six line dengan Tinggi/ Rendah						
- Taruhan *Six Line* di dalam Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	6:2	$\frac{6}{37}$	$\frac{19}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{12}{37}$	
- Taruhan *Six Line* di luar Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	4:2	$\frac{6}{37}$	$\frac{13}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{18}{37}$	
- Taruhan *Six Line* Beririsan dengan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	6:2	$\frac{3}{37}$	$\frac{16}{37}$	-	$-\frac{2}{37}$
	Taruhan *Six Line* menang dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah kalah	4:2	$\frac{3}{37}$		-	
	Taruhan *Six Line* kalah dan Taruhan Belahan Tinggi/ Rendah menang	0	-	-	$\frac{15}{37}$	