RESIDU PADA FUNGSI GAMMA

SKRIPSI

Oleh:

SITI ZULAIHAH
NIM. 05510024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2009

RESIDU PADA FUNGSI GAMMA

SKRIPSI

Diajukan Kepada:

Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:

SITI ZULAIHAH
NIM. 05510024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2009

SURAT PERNYATAAN

ORISINALITAS PENELITIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Siti Zulaihah

NIM : 05510024

Fakultas/Jurusan : Matematika

Judul Penelitian : Residu pada Fungsi Gamma

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan, maka saya bersedia untuk mempertanggung jawabkan, serta diproses sesuai peraturan yang berlaku.

Malang, 27 Juli 2009

Yang Membuat Pernyataan,

Siti Zulaihah

NIM. 05510024

RESIDU PADA FUNGSI GAMMA

SKRIPSI

Oleh:

SITI ZULAIHAH
NIM. 05510024

Telah Disetujui untuk Diuji :

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Abdul Aziz, M.Si	**Ach. Nasichuddin, M.A**
NIP. 150 377 256	**NIP. 150 302 531**

Tanggal, 21 Juli 2009

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

RESIDU PADA FUNGSI GAMMA

SKRIPSI

Oleh:

SITI ZULAIHAH
NIM. 05510024

Telah dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 27 Juli 2009

Susunan Dewan Penguji
Tanda Tangan

1. **Penguji Utama : Sri Harini, M.Si (……………………)**
2. **Ketua : Drs. H. Turmudi, M.Si (……………………)**
3. **Sekretaris : Abdul Aziz, M.Si (……………………)**
4. **Anggota : Ach. Nasichuddin, M.A (……………………)**

Mengetahui dan Mengesahkan

Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

MOTTO

...لِلذَّكَرِ مِثۡلُ حَظِّ ٱلۡأُنثَيَيۡنِۚ ...

Artinya :

"...Bagian seorang

anak lelaki sama dengan

bagian dua orang anak perempuan..."

(Q.S. An-Nisaa' [4]:11)

Rasulullah SAW

bersabda yang artinya :

"Berikan harta pusaka kepada

orang-orang yang berhak, sesudah itu

sisanya, untuk orang laki-laki yang lebih utama."

(H.R. Ibnu Abbas ra)

PERSEMBAHAN

Dengan rasa

Syukur kehadirat Allah SWT

serta ridlo-Nya, solawat serta salam tetap tercurahkan kepada

Nabi Muhammas SAW sebagai pembawa kebenaran.Dengan

segala kerendahan hati kupersembahkan karya kecilku ini kepada orang

yang berarti dalam hidupku yaitu suamiku tercinta, kedua orangtuaku,

saudara-saudaraku, paman dan bibiku, keluarga besarku

serta teman-temanku angkatan 2005

khususnya dan bagi semua civitas

akademika umumnya.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat, taufik, Hidayah dan anugerah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Residu pada Fungsi Gamma” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si).

Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis dibantu beberapa pihak yang senantiasa memberikan dukungan, arahan, saran serta bimbingan hingga skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu penulis memberikan penghargaan yang tinggi serta ucapan terima kasih yang dalam kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) MMI Malang.
2. Bapak Sutiman selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) MMI Malang .
3. Ibu Sri Harini, M.Si selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) MMI Malang .
4. Bapak Abdul Aziz, M.Si sebagai dosen pembimbing Matematika yang dengan sabar meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan, pengarahan, dan kesabarannya sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Bapak Ach. Nasichuddin, M.A sebagai dosen pembimbing Keagamaan yang dengan sabar meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan, pengarahan, dan kesabarannya sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.

6. Ibu Ari Kusumastuti M.Pd yang dengan sabar meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan, pengarahan, dan kesabarannya sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
7. Suami tercinta yang dengan sepenuh hati memberikan dukungan moril maupun spiritual sehingga penulisan skripsi dapat terselesaikan.
8. Ayah dan Ibunda dengan sepenuh hati memberikan do'a restunya selama di bangku perkuliahan sampai akhirnya skripsi ini bisa terselesaikan.

Akhirnya penulis berharap agar penulisan skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi civitas akademika serta pembaca pada umumnya. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini jauh dari sempurna. Untuk itu penulis selalu menerima adanya kritik serta saran agar dikemudian hari dapat lebih baik dalam menyajikan sebuah karya tulis.

Malang, 23 Juli 2009

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK

Zulaihah, Siti. 2009. **Residu pada Fungsi Gamma**. Pembimbing : Abdul Aziz, M.Si.

Kata kunci : Residu, Fungsi Gamma

Residu pada fungsi gamma adalah untuk mengetahui bentuk residu pada fungsi gamma dan untuk mengetahui bentuk residu pada fungsi yang memuat fungsi gamma dengan mengunakan analisis konsep residu.

Langkah-langkah untuk memperoleh bentuk residu tersebut adalah dengan mendefinisikan masalah, yaitu masalah yang diteliti adalah fungsi gamma $(\ ) = \int$ dengan domain $= \ : -(\ + 1) < \ (\ ) \leq -\ $. Menentukan daerah kekonvergenan, keanalitikan dan kesingularan fungsi gamma sehingga diperoleh suatu domain fungsi. Apabila fungsi tersebut mempunyai kutub sederhana di titik singularnya maka untuk memperoleh residu fungsi tersebut tidak lagi dideretkan, melainkan menggunakan rumus : Res $(\ ) = \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ )$. Sebaliknya, jika fungsi tersebut tidak mempunyai kutub sederhana, melainkan kutub bertingkat dititik singularnya maka menggunakan rumus $= \lim_{\to} \frac{}{(\ )!} \{(\ -\ )\ (\ )\}$ atau menderetkan fungsi tersebut dalam suatu deret, sehingga diperoleh suatu koefisien $(\ -\ )$. Dimana koefisien tersebut adalah residunya.

Bentuk residu pada fungsi gamma $(\ ) = \int^{\infty}$ dengan titik singular $= -$ adalah Res $(\ ) = \frac{(\ )}{!}$. Bentuk residu pada fungsi yang memuat fungsi gamma dengan persamaan $(\ ) = \frac{(\ )\ (\ )}{}$; $(\ > 0)$ ang mempunyai titik singular di $= 1$, $= 0$, dan $= -$ berturut-turut adalah Res $(\ ) = -$, Res $(\ ) = \log\ - 2\ '(1) - 1$, dan

Res $(\ ) \frac{}{!(\ )!} \log\ - \frac{}{!}\ '(\ + 1) - \frac{}{}\ (\ = 0, 1, 2, \cdots)$.

Residu pada fungsi gamma dan *ashobah* dalam ilmu *faroidh* tidak saling berkaitan. Hanya saja arti dari residu dan *ashobah* mempunyai makna yang sama yaitu sisa. Jadi residu dan *ashobah* mempunyai kaitan dalam hal makna atau arti saja.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah matematika itu sendiri maupun selain matematika (sosial, ekonomi, teknik dan sebagainya). Dalam kenyataannya, semua perkembangan teknologi dewasa ini sangat didukung oleh dasar-dasar perubahan dan konsep matematika contohnya adalah suatu persamaan dan ilmu hitung matematika.

Pada hakikatnya suatu permasalahan atau fakta yang muncul dalam kehidupan sehari-hari harus dimodelkan dalam bentuk fungsi matematika. Salah satu fungsi matematika yang populer adalah fungsi gamma. Fungsi gamma pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss, Leonhard Eular (1707-1783) dalam tujuannya untuk menggeneralisasi faktorial pada nilai non bilangan bulat. Karena sangat pentingnya hal tersebut, sehingga fungsi gamma dipelajari oleh ahli matematika lain seperti Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Christops Gudermann (1798-1852), Joseph Lioville (1809-1882), Karl Weierstrass (1815-1897) dan Charles Hermite (1822-1901). (www.the gamma function.com)

Fungsi gamma adalah suatu fungsi khusus yang biasanya disajikan dalam pembahasan kalkulus tingkat lanjut. Pada dasarnya fungsi gamma dapat didefinisikan pada bidang real dan kompleks dengan beberapa syarat tertentu.

Dalam aplikasinya fungsi gamma ini digunakan untuk membantu menyelesaikan integral-integral khusus yang sulit untuk pemecahannya dan banyak digunakan dalam menyelesaikan di bidang fisika dan teknik. (Ubaidillah, 2000: www.unej.ac.id)

Menurut Spiegel (1964:285) dalam peubah kompleks fungsi gamma diberi lambang $(\ )$, dan didefinisikan oleh $(\ ) = \int^{\infty}$ yang konvergen untuk $(\ ) > 0$ dan secara rekursif disimbolkan dengan $(\ + 1) =$ $(\ )$ dimana $(1) = 1$.

Adapun sifat dasar fungsi gamma real adalah (n) tidak terdefinisi untuk setiap x sama dengan nol atau bilangan bulat negatif. Fungsi Gamma real (n), konvergen untuk semua nilai x real positif dan divergen untuk nilai-nilai x bulat negatif atau nol. Fungsi Gamma kompleks (z), bahwa $' /$ bersifat univalen dalam setengah bidang sisi kanan serta modulusnya tidak lebih dari $/ 2$ (Ubaidillah, 2000: www.unej.ac.id).

Untuk mendapatkan bentuk residu pada fungsi gamma dengan mengunakan analisa konsep residu adalah dengan cara menentukan daerah kekonvergenan, keanalitikan dan kesingularan fungsi gamma, sehingga didapatkan suatu domain fungsi gamma tersebut. Selanjutnya domain yang sudah diperoleh di gunakan untuk mengekspansikan fungsi ke dalam deret Laurent.

Dalam aplikasinya, teorema residu juga dapat digunakan untuk menghitung integral tertentu bersama dengan suatu fungsi dan lintasan tertutup yang sesuai. Begitu juga dengan penghitungan deret yang seringkali menggunakan teorema residu. (Spigel, 1964:188-190)

Residu dalam kamus bahasa Inggris-Indonesia mempunyai makna sisa, tapi dalam fungsi variabel kompleks definisi residu di suatu titik singular terasing adalah nilai koefisien suku (–) dalam ekspansi Laurent fungsi itu pada sekitar titik singular terasing . (Soemantri, 1994:212)

Sedangkan residu dalam ruang lingkup agama mempunyai makna yang sama dengan *Ashobah*, dimana *Ashobah* dalam ilmu waris adalah ahli waris yang tidak mempunyai bagian yang tegas ditentukan dalam Al-qur'an dan Nash atau bagian sisa setelah diambil oleh ahli waris *Ashobul-Furudh.*

Residu atau *Ashobah* dalam ilmu waris mewaris ada 3 macam yaitu *Ashobah bin-nafsih*, *Ashobah bil Ghoir*, dan *Ashobah ma'al Ghoir*. Ketiga macam *Ashobah* tersebut berbeda dalam hal siapa saja yang berhak menerima sisa harta warisan.

Adapun dasar yang dijadikan dalam penetapan *Ashobah bin-Nafsih* ini ialah hadist nabi yang diriwayatkan oleh Ibnu Abbas ra. Bahwa rasulullah SAW bersabda yang artinya : "*Berikan harta pusaka kepada orang-orang yang berhak, sesudah itu sisanya, untuk orang laki-laki yang lebih utama.*" (Hasbiyallah, 2007:35)

Dan dalil yang berkenaan dengan *Ashobah bil Ghoir* adalah dalam Firman Allah SWT :

يُوصِيكُمُ ٱللَّهُ فِىٓ أَوۡلَـٰدِكُمۡ‌ۖ لِلذَّكَرِ مِثۡلُ حَظِّ ٱلۡأُنثَيَيۡنِ‌ۚ ...

Artinya :

"Allah mensyari'atkan bagimu tentang (pembagian pusaka untuk) anak-anakmu. Yaitu : bahagian seorang anak lelaki sama dengan bagahian dua orang anak perempuan..." (Q.S. An-Nisaa' [4]:11)

...وَإِن كَانُوٓاْ إِخۡوَةً رِّجَالاً وَنِسَآءً فَلِلذَّكَرِ مِثۡلُ حَظِّ ٱلۡأُنثَيَيۡنِ ...

Artinya :

"... jika mereka (ahli waris itu terdiri dari) saudara-saudara laki dan perempuan, Maka bahagian seorang saudara laki-laki sebanyak bahagian dua orang saudara perempuan..." (Q.S. An-Nisaa' [4]:176). (Hasbiyallah, 2007:38-39)

Dari uraian tersebut diatas, penulis tergugah untuk memperpadukan antara teorema residu dengan fungsi gamma. Oleh karena itu penulis mengambil judul " Residu pada Fungsi Gamma".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas terdapat permasalahan yang akan dibahas penulis yaitu:

1. Bagaimana menentukan bentuk residu pada fungsi gamma dengan mengunakan analisis konsep residu?
2. Bagaimana menentukan bentuk residu pada fungsi yang memuat fungsi gamma dengan menggunakan analisis konsep residu?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dari pembahasan ini adalah:

1. Mengetahui bentuk residu pada fungsi gamma dengan mengunakan analisis konsep residu.
2. Mengetahui bentuk residu pada fungsi yang memuat fungsi gamma dengan mengunakan analisis konsep residu.

1.4 Batasan Masalah

Dalam skripsi ini penulis membatasi hanya pada fungsi gamma dan fungsi lain yang memuat fungsi gamma sebagai berikut:

1. $(\ ) = \int$ dengan domain $= \ : -(\ + 1) < \ (\ ) \leq -$

   atau secara rekursif $(\ + 1) = \ (\ )$ dengan $= \ + \ .$

2. $(\ ) = \dfrac{(\ )\ (\ - 1)}{}$

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan skripsi ini adalah untuk memperoleh kedalaman analisis konsep residu pada implementasinya di fungsi gamma.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah menggunakan kajian literatur atau kepustakaan, yaitu penelitian yang dilakukan di perpustakaan yang bertujuan untuk mengumpulkan informasi dengan bermacam materiil yang terdapat di perpustakaan.

Menurut Strauss (2003:39) literatur ada dua macam yaitu literatur teknis dan literatur nonteknis. Dalam penelitian ini penulis menggunakan literatur teknis.

Literatur teknis adalah suatu laporan tentang kajian penelitian dan karya tulis professional atau disipliner dalam bentuk makalah teoritik atau filosofis.

Sedangkan pendekatan dalam penelitian ini penulis menggunakan pendekatan deskriptif yaitu suatu penelitian yang bukan eksperimen melainkan penelitian yang dimaksudkan untuk mengumpulkan informasi mengenai status suatu gejala yang ada, yaitu keadaan gejala menurut apa adanya pada saat penelitian dilakukan. (Arikunto, 2005:234)

Langkah-langkah penelitian meliputi :

1. Definisi masalah, yaitu masalah yang akan diteliti penulis adalah fungsi gamma $(\ ) = \int$ dengan domain $=\ : -(\ +1) <$ $(\ ) \leq -$.
2. Sintak analisis meliputi:
   a. Menentukan daerah kekonvergenan, keanalitikan dan kesingularan fungsi gamma.
   b. Di peroleh suatu domain fungsi.
   c. Mencari residu pada fungsi gamma dengan ketentuan berikut:
      1. Apabila fungsi tersebut mempunyai kutub sederhana di titik singularnya maka untuk memperoleh residu fungsi tersebut tidak lagi dideretkan, melainkan menggunakan rumus :

$$\text{Res}\ (\ ) = \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ )$$

      2. Sebaliknya, jika fungsi tersebut tidak mempunyai kutub sederhana, melainkan kutub bertingkat dititik singularnya maka menggunakan rumus

$$= \lim_{\to} \frac{1}{(\; -1)!} \frac{}{} \{(\; - \;) \;\; (\;)\}$$

atau menderetkan fungsi tersebut dalam suatu deret, sehingga diperoleh suatu koefisien $(\; - \;)$. Dimana koefisien tersebut adalah residunya.

d. Mencari residu fungsi yang memuat fungsi gamma. Adapun cara yang dipakai sama dengan cara yang digunakan dalam mencari residu pada fungsi gamma.

3. Mengaitkan Residu dengan *Ashobah*.

4. Kesimpulan, yang merupakan bentuk akhir residu pada fungsi gamma dan fungsi yang memuat fungsi gamma.

5. Laporan.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Fungsi Variabel Kompleks

Definisi 1:

Diberikan suatu subhimpunan bidang kompleks ℂ dan suatu fungsi dari ke ℂ. Jika menyatakan sebarang titik dalam , maka menyatakan bilangan kompleks dalam , sehingga dinamakan suatu variabel kompleks. Untuk ∈ maka nilai fungsi ( ) adalah bilangan kompleks. Fungsi yang bernilaikan bilangan kompleks disebut fungsi bernilai kompleks atau disingkat fungsi kompleks. Jadi fungsi ini adalah fungsi kompleks dari variabel kompleks dengan daerah definisi (domain). (Soemantri,1994:43-44)

Menurut Pikatan (2002: www. Geocities.com) menjelaskan bahwa variabel kompleks *z* secara fisik ditentukan oleh dua variabel lain, yakni bagian realnya *x* dan bagian imajinernya *y*, sehingga dituliskan = (,). Oleh sebab itu fungsi variabel kompleks ( ) juga merupakan fungsi *x* dan *y*. sehingga persamaa untuk fungsi variabel kompleks ditulis

= ( ) = (,) + (,) (2.1.1)

atau

( ) = (,) + (,), = = (2.1.2)

dalam bentuk kutub. Bila (,) = 0, maka disebut fungsi variabel kompleks bernilai real. Fungsi (,) dan (,) berturut-turut dinamakan bagian real dan bagian imajiner dari fungsi ( ).

Contoh 1:

Fungsi $(\ ) =$ dengan $= +$ maka $(\ ) = (\ ,\ ) + (\ ,\ )$

Diperoleh $= (\ +\ )$

$$= +2 \quad + \quad \text{dengan} \quad = -1$$

$$= +2 \quad -$$

$$= - \quad +2$$

jadi $(\ ,\ ) = \quad -$ dan $(\ ,\ ) = 2$.

Definisi 2:

Dalam fungsi variabel kompleks dikenal apa yang dinamakan fungsi bernilai banyak adalah fungsi kompleks yang $(\ )$ dapat mengambil banyak nilai, $(\ )$ dapat dibuat bernilai tunggal jika dibatasi pada satu cabang saja, yang disebut sebagai nilai utamanya. (Pikatan, 2002 : www.Geocities.com)

Contoh 2:

Diberikan $= (\ )$ dapat terjadi di $\in$ mempunyai lebih dari satu nilai $\in$ dengan $= \sqrt{\ }$.

Untuk $\neq 0$ terdapat dua nilai berdasarkan konsep akar kompleks. Fungsi tersebut dapat dibuat bernilai tunggal, untuk ini dimisalkan $=\quad ,\ \neq 0$ dan $- \ < \ \leq$

maka $\sqrt{\ } = \pm\sqrt{\ }\ ^{-}, - \ < \ \leq$.

Dengan mengambil tanda positif dan $\neq$ diperoleh fungsi bernilai tunggal

$(\ ) = \sqrt{\ }\ ^{-},\ > 0$ dan $- \ < \ \leq$,

Dengan daerah asalnya kecuali disepanjang sinar $=$. (Martono, 1999:29)

2.2 Keanalitikan Fungsi

Definisi 3:

Sebuah fungsi kompleks ( ) = + dikatakan analitik di dalam dan pada suatu daerah di sekitar titik = jika dipenuhi:

1. ( ) kontinyu dan diferensiabel di dalam dan pada .
2. berlaku persamaan *Cauchy-Riemann.*

Fungsi ( ) analitik di titik jika ( ) memiliki turunan di sekitar . kemudian disebut titik *regular*. Syarat agar ( ) analitik di suatu daerah, selain ( ) kontinu dan diferensiabel, persamaan *Cauchy-Riemann* harus berlaku di daerah itu (Pikatan, 2002: www.Geocities.com).

Menurut Martono (1999:54) suatu fungsi dikatakan analitik jika:

a) Fungsi = ( ) dikatakan analitik di jika terdapat > 0 sehingga ′( ) ada disetiap ∈ ( ).
b) = ( ) dikatakan analitik pada himpunan terbuka jika ′( ) ada disetiap ∈ . Karena ′( ) ada berarti terdiferensiabel, jadi jelas kontinu dan memenuhi syarat C-R berarti ( ) analitik. Himpunan dikatakan terbuka jika semua anggota adalah titik interior . disebut titik interior himpunan jika terdapat suatu persekitaran yang merupakan subhimpunan dari . Karena setiap persekitaran adalah himpunan terbuka.
c) = ( ) dikatakan analitik pada himpunan tidak terbuka jika ′( ) ada disetiap ∈ , dengan adalah suatu himpunan terbuka yang memuat , dan
d) Fungsi penuh (entire) adalah fungsi yang analitik di setiap ∈ .

Fungsi suku banyak analitik diseluruh bidang kompleks, sebab di sembarang titik ∈ selalu ada kitar dari sehingga fungsi terdiferensial disetiap titik dalam persekitaran itu. Fungsi yang analitik diseluruh bidang kompleks disebut fungsi utuh, jadi fungsi suku banyak adalah fungsi utuh. Titik di dalam daerah definisi fungsi , dimana analitik, disebut titik analitik.

Adapun sifat fungsi analitik adalah sebagai berikut:

1. Jika fungsi analitik pada daerah , maka kontinu pada
2. Jika fungsi $( ) = (,) + (,)$ analitik pada daerah , maka dan memenuhi persamaan C-R pada .
3. Pada fungsi $( ) = (,) + (,)$, jika dan memenuhi persamaan C-R pada daerah dan , , , semuanya kontinu pada , maka analitik pada .
4. Jika fungsi dan analitik pada daerah , maka $+$, $-$, , $-$, $( ) \neq 0$ semuanya analitik pada .
5. Jika fungsi analitik di , dengan aturan $(\circ)'( ) = ' ( ) . '( )$.
6. Jika fungsi analitik pada daerah dan fungsi analitik pada daerah $( )$, maka $\circ$ analitik pada , dengan aturan $(\circ)'( ) = ' ( ) . '( ),\ \in$.

Teorema 1:

Diberikan domain dan fungsi didefinisikan dan analitik pada . Jika $'( ) = 0$ untuk setiap $\in$, maka konstan pada .

Bukti 1:

Karena $( ) = (,) + (,) = (,) - (,) = 0$ pada , maka , , , dan sama dengan nol pada , untuk setiap , , dan adalah anggota bilangan real. Karena nol merupakan elemen identitas terhadap operasi penjumlahan pada sistem bilangan kompleks, dan karena diketahui suatu domain, yakni himpunan terbuka yang terhubung, jadi ( ) konstan diseluruh . (soemantri, 1994:85)

Contoh 3:

Fungsi ( ) = − terdiferensial di setiap titik kecuali di = 0. Karena jika ( ) = − maka ( ) tidak terdefinisi. Jadi, analitik pada domain seluruh bidang kompleks kecuali di = 0 , dengan mudah ditulis $\mathbb{C} - \{0\}$. (Soemantri, 1994:82)

2.3 Titik Singular

Definisi 4:

Titik singular (singularitas) suatu fungsi adalah titik dimana fungsi tidak analitik, tetapi setiap persekitaran titik itu memuat titik dimana fungsi analitik. Titik dinamakan titik singular terasing fungsi , jika titik singular tetapi terdapat > 0 sehingga ( ) analitik untuk dimana $0 < | - | <$. Jadi jika titik singular terasing , maka terdapat > 0 sehingga dapat dinyatakan ke dalam deret Laurent dalam pangkat (−) untuk di dalam domain $0 < | - | <$. (soemantri,1994:211).

Menurut Pikatan (2002: www.Geocities.com) bahwa ada beberapa macam singularitas:

1. Kutub (*pole*) Titik disebut kutub berorde *n* bila :

   $$\lim_{\to} (-) \; ( ) = \; \neq 0$$

   Bila = 1, kutubnya dikatakan kutub sederhana. Bila sebuah fungsi ( ) gagal analitik di titik = tetapi bersifat analitik di sekitar ,

   fungsi ini disebut fungsi *meromorfik*, sedangkan disebut kutub yang terisolasi. Isolasi terhadap kutub dapat dilakukan dengan membuat lingkaran kecil di sekitar kutub yang tak mengandung singularitas yang lain. Ada kutub-kutub yang tidak terisolasi, seperti yang dimiliki oleh fungsi $\ln$, seluruh titik pada sumbu real negatif menjadi kutub-kutubnya.

2. Titik Cabang

Titik cabang adalah sebuah titik terhadap mana pembatasan range (cabang) utama dilakukan.

Titik cabang dikatakan berorde bila fungsinya bercabang $+1$ di permukaan Riemann.

Adapun menurut Martono (1999:179) titik singular terpencil dari fungsi

$$(\ ) = \quad (\ -\ \ ) + \frac{}{(\ -\ \ )} + \frac{}{(\ -\ \ )} + \cdots + \frac{}{(\ -\ \ )} + \cdots$$

dapat dikelompokkan atas tiga jenis:

1. Pole tingkat-m, terjadi bila sejumlah berhingga koefisien dari bagian utama taknol, dan lainnya nol. Dalam hal ini terdapat $\in$ sehingga $\neq 0$ dan $= 0\ \forall \ >$.
2. Titik singular esensial, terjadi bila sejumlah tak berhingga koefisien dari bagian utama taknol. Dalam hal ini terdapat $\in$ sehingga $\neq 0$ $\forall \ \geq$.
3. Titik singular terhapuskan, terjadi bila semua koefisien dari bagian utama sama dengan nol. Dalam hal ini $= 0\ \forall \ \in$, sehingga deret Laurent berubah menjadi deret Taylor. Ini mengakibatkan residunya nol.

Contoh 4:

Fungsi $(\ ) = \frac{}{}$ mempunyai titik singular terasing di $= 2$.

Deret Laurent untuk fungsi pada domain $0 < |\ \ - 2| < \infty$ adalah

$$(\ ) = \frac{-2\ \ +3}{-2} = \frac{(\ \ -2)+3}{-2} = \frac{3}{-2} + 3 = 3 \cdot \frac{1}{-2} + (\ \ -2) + 2$$

Karena koefisien $\frac{}{(\ \ )}$ taknol dan koefisien pangkat negatif lainnya nol, maka jenis titik singular $= 2$ dari fungsi adalah pole tingkat 1 (pole sederhana/*simple pole*) dengan residu 3.

2.4 Ekspansi Laurent

Fungsi yang tidak analitik di tidak mungkin di ekspansikan ke dalam deret Taylor dalam pangkat $(\ -\ )$. Tetapi fungsi ini mungkin di ekspansikan kedalam deret Laurent dengan pangkat bulat (negatif, nol, atau positif) dari $(\ -\ )$. (soemantri,1994:180)

Definisi 5:

Menurut Spiegel (1994:350), jika $(\ )$ mempunyai sebuah kutub berorde di $=$ tetapi analitik pada tiap-tiap titik lain didalam dan pada sebuah lingkaran dengan pusat di , maka $(\ -\ )\ (\ )$ analitik disemua titik didalam dan pada dan mempunyai deret Taylor disekitar $=$ sehingga

$$(\ ) = \quad (\ -\ )\ + \frac{}{(\ -\ )}$$

$$= \ + \ (\ -\ ) + \ (\ -\ )\ + \cdots + \frac{}{-} + \frac{}{(\ -\ )} + \cdots \qquad (2.4.1)$$

Ini dinamakan deret Laurent untuk $(\ )$, dimana

$$= \frac{1}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )} \qquad (\ = 0,1,2,\cdots) \qquad (2.4.2)$$

$$= \frac{1}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )} \qquad (\ = 1,2,3,\cdots) \qquad (2.4.3)$$

(Soemantri, 1994:180-181).

Bagian $+ \ (- \ ) + \ (- \ ) + \cdots$ dinamakan bagian analitik, sedangkan sisanya yang terdiri dari pangkat invers dari $(\mathrm{z} - \mathrm{z}\ )$ dinamakan bagian utama.

Sebuah fungsi yang analitik didalam sebuah daerah yang dibatasi oleh dua lingkaran konsentris yang mempunyai pusat di $=$ selalu dapat di ekspansikan kedalam sebuah deret Laurent seperti itu.

Kita mungkin mendefinisikan berbagai jenis singularitas dari sebuah fungsi $(\ )$ dari deret Laurentnya. Misalnya, bila bagian utama dari sebuah deret Laurent mempunyai sejumlah berhingga suku dan $\neq 0$ sedangkan $,\ ,\cdots$ semuanya sama dengan nol, maka $=$ adalah sebuah kutub berorde . Jika bagian utama tersebut mempunyai tak terhingga banyaknya suku, maka $=$ dinamakan singularitas esensial atau kadang-kadang dinamakan kutub berorde tak berhingga. (Spiegel, 1994:350)

Teorema 2:

Penyajian secara tunggal deret Laurent.

Jika deret $\sum \ (- \ )$ konvergen ke $(\ )$ untuk semua didalam daerah gelang $= \{ \ : \ < | \ - \ | < \ \}$, maka deret itu adalah deret Laurent untuk fungsi pada .

Bukti 2:

Deret pangkat $(\ ) = \sum \ (- \ )$ didalam lingkaran kekonvergenan $| - | =$ dapat didiferensialkan suku demi suku, yakni

$$(\ ) = \quad (- \ ) \quad (| - | < \ ) \tag{2.4.4}$$

$$^{(\ )} = \quad (\ -1)\quad (\ -\ )\qquad (|\ -\ |<\ ) \qquad (2.4.5)$$

Sehingga turunan ke- adalah

$$^{(\ )}(\ ) = \frac{!}{(\ -\ )!}\ (\ -\ ) \qquad (|\ -\ |<\ ) \qquad (2.4.6)$$

Jika $^{(\ )} =$ maka untuk $=$ pada persamaan (2.4.6) memberikan

$$^{(\ )}(\ ) = \ ! \qquad (\ = 0,1,2,\cdots) \qquad (2.4.7)$$

Jadi $= \frac{}{!}\ ^{(\ )}(\ )$ untuk $= 0,1,2,\cdots$ sehingga diperoleh

$$(\ ) = \ (\ -\ )\ = (\ ) + \ \frac{^{(\ )}(\ )}{!}(\ -\ ) \qquad (2.4.8)$$

(Soemantri, 1994:195).

Contoh 5:

Tentukan ekspansi Laurent $(\ ) = \frac{}{(\ \ )}$ pada titik singular terasing.

(a) $= 0$; (b) $= 1$.

Fungsi analitik kecuali di titik singular terasing 0 dan 1.

(a) Ekspansi di persekitaran titik singular terasing $= 0$, dengan 0 adalah pusat lingkaran untuk − adalah

Fungsi $(\ )$ analitik pada domain $= \{\ : 0 < |\ - 0| < 1\}$.

Karena pada domain $|\ | < 1$ maka berlaku rumus deret Maclaurin $\frac{}{} = \sum$.

Jadi untuk $\in$ berlaku

$$(\ ) = \frac{1}{(\ -1)}$$

$$-\ (\ ) = -\frac{1}{}\ \frac{1}{(\ -1)} = \frac{1}{}\ \frac{1}{1-} = \frac{1}{} \qquad = \qquad \cdot \qquad =$$

$(\ ) = -$

Jadi deret $-\sum$ untuk setiap konvergen ke $(\ )$. Menurut teorema ketunggalan diatas $(\ ) = -\sum \quad = - - - \quad - \quad - \cdots$ untuk domain $(0 < |\ \ | < 1)$ adalah ekspansi Laurent.

(b) Ekspansi disuatu persekitaran titik singular terasing $= 1$ dengan 1 adalah pusat lingkaran untuk $\frac{}{(\ \ )}$ adalah

Fungsi $(\ )$ analitik pada domain $= \{\ : 0 < |\ \ - 1| < 1\}$.

Karena domain $|\ \ - 1| < 1$ maka berlaku rumus deret Maclaurin $\frac{}{} = \sum$.

Dimisalkan $= 1 -$.

Maka

$$\frac{1}{} = \quad (1 - \ ) \quad = \quad -[(-1)(1 - \ )] \quad = \quad (-1)\ (\ - 1)\ .$$

sehingga

$$(\ ) = \frac{1}{(\ \ - 1)} = \frac{1}{}\frac{1}{(\ \ - 1)}$$

$$= \quad (-1)\ (\ - 1)\ \cdot (\ - 1)$$

$$= \quad (-1)\ (\ - 1) \quad \text{untuk} \ \in \ .$$

Deret $\sum \quad (-1)\ (\ - 1)$ konvergen ke $- = \frac{}{(\ \ )} = \ (\ )$. Jadi deret

$$(\ ) = \quad (-1)\ (\ - 1) \quad = \frac{1}{- 1} - 1 + (\ - 1) - (\ - 1)\ + \cdots$$

Dalam domain $0 < |\ \ - 1| < 1$, adalah ekspansi Laurent. (soemantri,1994:184)

2.5 Residu dan Teorema Residu

Definisi 6:

Menurut Mitrinovic (1984:5) anggap bahwa $=$ adalah titik singular dari fungsi analitik dalam domain $= \{ \; || \; - \; | < \; \}$. Residu dari di $=$ didefinisikan oleh:

$$\text{Res} \; (\;) = \frac{1}{2} \quad (\;) \tag{2.5.1}$$

Anggap bahwa diwakili oleh deret Laurent

$$(\;) = \quad (\; - \;) \tag{2.5.2}$$

dalam domain $\{ \; |0 < | \; - \; | < \; \}$.

Karena deret Laurent bisa di integralkan oleh (2.5.1) di simpulkan bahwa

$$\text{Res} \; (\;) = \tag{2.5.3}$$

Di dalam perkembangan selanjutnya, koefisien , yang dinamakan residu dari ( ) di kutub $=$, akan sangat penting. Menurut Spiegel (1994:350-351) Koefisien tersebut dapat dicari dari rumus

$$\text{Res} \; (\;) = \quad = \lim_{\to} \frac{1}{(\; - 1)!} \overline{\qquad} \{ (\; - \;) \; (\;) \} \tag{2.5.4}$$

Dimana adalah orde dari kutub.

Teorema 3:

Menurut Mitrinovic (1984:7-8) Jika titik $(\neq \infty)$ adalah suatu kutub berorde untuk fungsi , maka berlaku persamaan (2.5.4).

Bukti 3:

Menurut Conway (1978:113), anggap mempunyai sutau kutub berorde di $-$, maka $(\ ) = (\ -\ )\ (\ )$ sehingga berlaku

$$(\ ) = \frac{(\ )}{(\ -\ )} \qquad (2.5.5)$$

Dimana adalah fungsi regular di yang mempunyai titik singular di $=$, dan juga $(\ ) \neq 0$. Misalkan $(\ ) = \ + \ (\ -\ ) + \cdots$ menjadi pangkat ekspansi deret dari disekitar $=$ dimana adalah dekat dengan tetapi tidak sama dengan . Diperoleh

$$(\ ) = \frac{\ + \ (\ -\ ) + \cdots}{(\ -\ )}$$

sehingga

$$(\ ) = \frac{}{(\ -\ )} + \cdots + \frac{}{(\ -\ )} + \qquad (\ -\ )$$

Persamaan tersebut adalah ekspansi Laurent untuk $=$.

Selanjutnya menurut definisi (6) pada persamaan (2.5.1) maka persamaan (2.5.5) menjadi

$$\mathrm{Res}\ (\ ) = \frac{1}{2} \quad (\ )$$

$$= \frac{1}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )} \qquad (2.5.6)$$

Diketahui

$$^{(\ )}(\ ) = \frac{(\ -1)!}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )}$$

Maka

$$^{(\quad)}(\ ) = \frac{(\ -1)!}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{(\ )}{(\ -\ )} \quad = \frac{(\quad)(\ )}{(\ -1)!}$$

Sehingga persamaan (2.5.6) menjadi

$$\text{Res} \ (\ ) = \quad = \frac{1}{(\ -1)!} \ (\quad)(\ ) \qquad (2.5.7)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.5.5) pada persamaan (2.5.7) kita dapatkan kembali persamaan (2.5.4).

Menurut Conway (1978:113) Untuk kutub sederhana maka perhitungan residu sangat sederhana karena rumus pada persamaan tersebut direduksi menjadi

$$= \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ ) \qquad (2.5.8)$$

Contoh 6:

Hitunglah $\oint \frac{}{(\ )}$ dengan sembarang lintasan tertutup tunggal berarah positif yang mengelilingi titik 2.

Diketahui deret Maclaurin $= \sum \frac{}{!}$ dan misalkan $= \ -2,$ maka untuk $|\ -2| < \infty$ berlaku $= \quad (\ ) = \sum \frac{(\ )(\ )}{!}$

Jadi deret Laurent untuk $(\ ) = \frac{}{(\ )} = \frac{}{(\ )} \sum \frac{(\ )(\ )}{!} = \sum \frac{(\ )(\ )}{!}$ untuk $0 < |\ -2| < \infty$.

Dari ekspansi ini tampak bahwa koefisien dari suku $(\ -2)$ dicapai untuk $= 2$ yakni

$$= \frac{}{!} = \frac{}{} = \quad (\ ,2).$$

Karena analitik didalam dan pada kecuali di 2, maka $\oint (\ ) \quad = 2 \quad (\ ,2) = \frac{}{}$. (Soemantri, 1994:213)

Contoh 7:

$$\mathrm{Res}\frac{}{(\ -1)(\ -2)} = \lim_{\to}(z-1)\frac{}{(\ -1)(\ -2)} = -1$$

$$\mathrm{Res}\frac{}{(\ -1)(\ -2)} = \lim_{\to}(\ -2)\frac{}{(\ -1)(\ -2)} = 4$$

(mitrinovic, 1984:9).

2.6 Fungsi Gamma

Fungsi gamma adalah suatu fungsi khusus yang biasanya disajikan dalam pembahasan kalkulus tingkat lanjut. Pada dasarnya fungsi gamma dapat didefinisikan pada bidang real dan kompleks dengan beberapa syarat tertentu. Dalam aplikasinya fungsi gamma ini digunakan untuk membantu menyelesaikan integral-integral khusus yang sulit dalam pemecahannya dan banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan di bidang fisika dan teknik (Ubaidillah, 2000: www.unej.ac.id).

Fungsi gamma bilangan kompleks dinotasikan dengan:

1) $G(z) = \log \Gamma(z)$
2) $z = x + iy$ dengan x, y bil real dan I imaginer
3) $O(y^{-n})$ menyatakan suku sisa pada deret Taylor atau galat pemotongan yang mempunyai orde n.
4) $\mathrm{Re}(z) = \mathrm{Re}(x+iy) = x$
5) Ω_a adalah setengah bidang kompleks dengan $\mathrm{Re}\{z\} > a$

$F(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ dengan u dan v masing masing bagian real dan kompleks dari F. (Ubaidillah, 2000: www.unej.ac.id).

Definisi 7:

Fungsi Gamma biasanya didefinisikan oleh salah satu dari rumus berikut:

$$(\ ) = \qquad\qquad (\quad > 0) \qquad (2.6.1)$$

$$(\ ) = \lim_{\to} \frac{!}{(\ +1)\cdots(\ +\ )} \qquad (2.6.2)$$

Fungsi gamma memenuhi persamaan fungsional berikut:

$$(\ +1) = \quad (\ ) \qquad (2.6.3)$$

$$(\ )\ (1-\ ) = \frac{}{} \qquad (2.6.4)$$

Khususnya jika $= 1/2$, maka $(1/2) = \sqrt{\ }$.

2.7 *Ashobah* (Sisa) dalam Ilmu *Faroidh*

Sebelum membincangkan tentang *ashobah*, terlebih dahulu kita harus mengetahui apa itu *faroidh*. Dalam referensi hukum islam ilmu waris sinonim dengan *faroidh*, sehingga penggunaan kedua istilah tersebut tidak dibedakan.

Menurut Saiban (2007:1) kata *faroidh* merupakan bentuk jamak dari kata *faridhah* yang menurut bahasa berarti ketentuan yang telah ditetapkan kadarnya. Sedangkan menurut pengertian istilah, *faroidh* merupakan suatu disiplin ilmu dalam hukum islam yang berarti pengetahuan yang berkaitan dengan pewaris, ahli waris, harta warisan, bagian dari masing-masing ahli waris, serta cara menghitung bagian-bagian tersebut.

Dengan demikian kata *faroidh* atau *faridhah* adalah ketentuan-ketentuan tentang siapa-siapa yang termasuk ahli waris yang berhak mendapatkan warisan, ahli yang berhak mendapatkan warisan, ahli waris yang tidak berhak mendapatkannya, dan berapa bagian yang dapat diterima oleh mereka. (Rofiq, 2002:3)

Al-Qurthubi dalam tafsirnya mengatakan bahwa ilmu *faroidh* merupakan salah satu bagian dari seluruh pokok-pokok agama, pilar-pilar hukum, serta pokok-pokok ayat Al-qur'an. Oleh karena kedudukan yang tinggi, ilmu *faroidh* dikatakan sebagai setengah dari ilmu.

Menurut Hassan (1992:12) yang dimaksud dengan setengah dari ilmu adalah setengah ilmu didalam urusan pusaka dan yang berkenaan dengannya seperti wasiat, hibah, waqof dan lainnya.

Adapun dalil yang membahas tentang ilmu *faroidh* yaitu, Rasulullah bersabda yang artinya: "*Belajarlah kamu sekalian tentang Al-qur'an dan ajarkanlah Al-qur'an itu kepada manusia. Dan belajarlah kamu sekalian tentang ilmu faroidh kemudian ajarkanlah ilmu tersebut kepada manusia. Sesungguhnya, aku adalah seorang yang akan meninggal dan ilmu ini akan diangkat sehingga timbul berbagai fitnah. Kemudian timbullah sengketa antara dua pihak tentang pembagian warisan dan keduanya tidak menemukan orang yang bisa memberikan keputusan tentang sengketa diantara keduanya*." Jadi jelaslah bahwa ilmu faroidh merupakan ilmu para sahabat yang paling tinggi dan merupakan pendapat-pendapat mereka yang paling agung. (Ash-Shabuni, 1995:17-18)

Dalam ilmu *faroidh* dikenal dengan adanya *ashobah*. Ashobah menurut bahasa berarti kekerabatan seorang laki-laki dengan ayahnya. Dinamakan *ashobah* karena mereka mengelilinginya. Kata *ashobah* artinya mengelilingi untuk melindungi dan membela. Sekelompok orang yang kuat dinamakan *Ushbah*. Sebagaimana firman Allah SWT :

قَالُواْ لَئِنۡ أَكَلَهُ ٱلذِّئۡبُ وَنَحۡنُ عُصۡبَةٌ إِنَّآ إِذٗا لَّخَٰسِرُونَ ١٤

Artinya :

"*mereka berkata: jika ia benar-benar dimakan serigala, sedang kami golongan (yang kuat), sesungguhnya kami kalau demikian adalah orang-orang yang merugi*" (Q.S. Yusuf,12:14)

Adapun menurut istilah yang digunakan dalam ilmu waris, *ashobah* adalah ahli waris yang tidak mempunyai bagian yang tegas ditentukan dalam Al-qur'an dan Nash atau bagian sisa setelah diambil oleh ahli waris *ashobul-Furudh*. (Hasbiyallah, 2007:34).

Adapun dalil mengenai *ashobah* terdapat dalam Al-qur'an surat *An-Nisaa'* ayat 11, 12, dan 176. Dalam ketiga ayat Al-qur'an tersebut, Allah menjelaskan bahwa bagian setiap ahli waris dari para ahli yang berhak mendapatkan warisan dan sekaligus menjelaskan besarnya bagian ahli waris tersebut berikut syarat-syaratnya. Allah pun juga telah menjelaskna situasi dan kondisi seseorang, yaitu kapan dia mendapatkan harta waris atau tidak, kapan dia mendapatkan bagian pokok atau bagian sisa, atau bagian pokok dan bagian sisa sekaligus, dan kapan seseorang terhalang mendapatkan bagian, baik secara keseluruhan, sehingga dia tidak mendapatkan bagian sama sekali maupun hanya mendapatkannya sebagian kecil saja. (Ash-Shabuni, 1995:13-16)

Golongan *ashobah* adalah kelompok ahli waris yang menerima bagian sisa. Sehingga jumlah bagiannya tidak tertentu. Kelompok *ashobah* ini kalau mewaris sendirian, tidak bersama dengan kelompok *dzawul furudh* maka bagian warisan diambil semua. Sebaliknya jika kelompok ini bersama dengan *dzawul furudh* dan setelah dibagi ternyata hata warisan sudah habis, maka kelompok *ashobah* ini tidak mendapat apa-apa. (Saiban, 2007:15)

Ashobah ada 3 macam yaitu *ashobah bin-nafsih, ashobah bil Ghoir*, dan *ashobah ma'al Ghoir*.

2.7.1 Ashobah bin-Nafsih

Ashobah bin-Nafsih yaitu kerabat laki-laki yang bernisbah kepada mayit tanpa diselingi oleh orang perempuan. Ketentuan ini mengandung dua pengertian, yaitu bahwa antara mereka dengan si mati tidak ada perantara sama sekali, seperti anak laki-laki dan ayah, dan terdapat perantara tetapi perantaranya bukan orang perempuan. Seperti cucu laki-laki dari anak laki-laki.

Adapun dasar yang dijadikan dalam penetapan *Ashobah bin-Nafsih* ini ialah hadist nabi yang diriwayatkan oleh Ibnu Abbas ra. Bahwa rasulullah SAW bersabda yang artinya : "*Berikan harta pusaka kepada orang-orang yang berhak, sesudah itu sisanya, untuk orang laki-laki yang lebih utama.*" (Hasbiyallah, 2007:35)

Menurut Saiban (2007:16) yang termasuk kelompok *ashobah bin-Nafsih* ada 12 antara lain :

1. Anak laki-laki

2. Cucu laki-laki dari anak laki-laki dan terus ke bawah
3. Ayah
4. Kakek dari pihak ayah dan terus ke atas
5. Saudara laki-laki sekandung
6. Saudara laki-laki seayah
7. Anak saudara laki-laki sekandung
8. Anak saudara laki-laki seayah
9. Paman yang sekandung dengan ayah
10. Paman yang seayah dengan ayah
11. Anak laki-laki paman yang sekandung dengan ayah
12. Anak laki-laki paman yang seayah dengan ayah

Tapi jika menurut Hassan (1992:37) *ashobah bin-Nafsih* ada 14 kelompok, diantaranya yang sudah tersebut diatas. Yang dua lagi yaitu :

13. Laki-laki atau perempuan yang memerdekakan
14. Ashobah laki-laki bagi yang memerdekakan.

Apabila orang-orang yang tersebut diatas semua ada maka tidak semua mereka diberi bagian, akan tetapi harus didahulukan orang-orang yang lebih dekat pertaliannya dengan pewaris, dengan memperhatikan urutan nomor 1-14 tersebut.

Contoh :

Ahli waris terdiri dari suami, 3 anak perempuan, saudara laki-laki seayah dan paman seayah. Berapa bagian masing-masing jika harta peninggalan Rp. 300 juta?

Jawab :

Suami ¼ karena ada anak. 3 anak perempuan 2/3 karena lebih dari satu. Saudara laki-laki seayah *ashobah*. Paman seayah *mahjub* (gugur). Asal masalah 12. Suami ¼ : 3/12 x Rp. 300 juta = Rp. 75 juta. 3anak perempuan 2/3 : 8/12 x Rp. 300 juta = Rp. 200 Juta. Saudara laki-laki seayah *ashobah* (sisanya) yaitu 1/12 x Rp. 300 Juta = Rp. 25 juta. (Hasbiyallah, 2007:37)

2.7.2 Ashobah bil Ghoir

Ashobah bil Ghoir adalah setiap perempuan yang memerlukan orang lain untuk menjadikan orang lain ashobah dan untuk bersama-sama menerima *ashobah*.

Ashobah bil-Ghoir itu ada empat orang wanita yang bagian mereka – bila sendirian, dan – bila lebih dari seorang. Mereka itu adalah

1. Anak perempuan sekandung bersama anak laki-laki sekandung
2. Cucu perempuan bersama cucu laki-laki sekandung
3. Saudara perempuan sekandung bersama saudara laki-laki sekandung
4. Saudara perrempuan seayah bersama saudara laki-laki seayah.

Apabila salah seorang ahli waris dari perempuan-perempuan tersebut ternyata bersama *muashibnya* yang sama derajat dak kekuatannya, ia menjadi *ashobah bil Ghoir*. Ia bersama-sama dengan *muashibnya* menerima sisa harta peninggalan dari *ashobul furudh* atau seluruh harta peninggalan bila tidak ada *ashobul furudh* yang lain, dengan ketentuan orang laki-laki mendapat dua kali lipat bagian orang perempuan. Sebagaimana firman Allah :

يُوصِيكُمُ ٱللَّهُ فِيٓ أَوۡلَٰدِكُمۡۖ لِلذَّكَرِ مِثۡلُ حَظِّ ٱلۡأُنثَيَيۡنِۚ ...

Artinya :

"Allah mensyari'atkan bagimu tentang (pembagian pusaka untuk) anak-anakmu. Yaitu : bahagian seorang anak lelaki sama dengan bagahian dua orang anak perempuan..." (Q.S. An-Nisaa' [4]:11)

...وَإِن كَانُوٓاْ إِخۡوَةٗ رِّجَالٗا وَنِسَآءٗ فَلِلذَّكَرِ مِثۡلُ حَظِّ ٱلۡأُنثَيَيۡنِۗ ...

Artinya :

"... jika mereka (ahli waris itu terdiri dari) saudara-saudara laki dan perempuan, Maka bahagian seorang saudara laki-laki sebanyak bahagian dua orang saudara perempuan..." (Q.S. An-Nisaa' [4]:176). (Hasbiyallah, 2007:38-39)

Contoh :

Ahli waris terdiri dari saudara perempuan seayah, 3 saudara laki-laki seayah, ibu dan saudara perempuan seibu. Berapa bagian mereka masing-masing?

Jawab :

Saudara perempuan seayah dan 3 saudara laki-laki seayah *ashobah bil Ghoir*. Ibu 1/6 karena ada dua saudara atau lebih. Saudara perempuan seibu 1/6 karena sendirian. Asal masalah 6. Saudara perempuan seayah dan 3 saudara laki-laki seayah *ashobah* yaitu 4/6. Satu bagian laki-laki sama dengan dua bagian perempuan. Jumlah sahamnya 1 (perempuan) ditambah 6 (laki-laki) =7. Untuk bagian seorang saudara perempuan 4/6 x 1/7 = 4/42. Sedangkan bagian seorang saudara laki-laki seayah 4/6 x 2/7 = 8/42.

2.7.3 Ashobah ma'al Ghoir

Ashobah ma'al Ghoir adalah setiap perempuan yang memerlukan orang lain untuk menjadikan *ashobah*, tetapi orang lain tersebut tidak berserikat dalam menerima sisa harta warisan. Orang yang menjadikan *ashobah*nya tetap menerima bagian menurut *fardh*nya sendiri. Ahli waris yang mendapat *Ashobah ma'al Ghoir* ini kemungkinan tidak mendapatkan harta waris karena menunggu sisa harta yang telah dibagikan terlebih dahulu kepada *ashobul furudh* yang lain.

Mereka itu adalah :

1. Saudara perempuan sekandung
2. Saudara perempuan seayah

Kedua orang tersebut dapat menjadi *Ashobah ma'al Ghoir* dengan syarat berdampingan dengan seorang atau beberapa orang anak perempuan atau cucu perempuan dan tidak berdampingan dengan saudaranya yang menjadi *muashib*nya.

Tapi jika menurut Saiban (2007:17) yang berhak menerima *ashobah ma'al Ghoir* ada tiga, saudara perempuan sekandung, saudara perempuan seayah, dan golongan *Dzawul Arham*. *Dzawul Arham* adalah kelompok yang tidak disebut dalam *dzawul furudh* dan *ashobah* namun mempunyai hubungan dekat dengan pewaris (yang meninggal). Adapun yang termasuk *dzawul arham* antar lain :

1) Cucu dari anak perempuan
2) Anak dari saudara perempuan
3) Anak perempuan dari saudara laki-laki
4) Saudara ayah seibu
5) Saudara ibu
6) Saudara perempuan ibu
7) Saudara perempuan ayah
8) Ayahnya ibu

9) Anak perempuan paman

Dasar hukum pewarisan *ashobah ma'al Ghoir* adalah pada hadist yang diriwayatkan oleh Bukhori dan lainnya, bahwa Abu Musa Al-Asy'ari ditanya tentang seorang anak perempuan, cucu perempuan dan seorang saudara perempuan. Maka ia menjawab: anak perempuan mendapat separoh dan saudara perempuan separoh. Kemudian ia berkata kepada penanya: pergilah kepada Ibnu Mas'ud. Ibnu Mas'ud ditanya, lalu ia menjawab: "aku akan memutuskan tentang ini dengan keputusan Rasulullah SAW : anak perempuan mendapat separoh, cucu perempuan seperenam untuk menggenapi dua pertiga dan sisanya adalah bagi saudara perempuan." (H.R. Jamaah Ahli Hadis selain Muslim dan nasa'i) kemudian ia mendatangi Abu Musa dan menceritakan hal itu kepadanya. Maka ia berkata: "jangan bertanya kepadaku selama orang alim ini ada di antara kalian." (H.R. Bukhori). (Hasbiyallah, 2007:42-43)

Contoh :

Ahli waris terdiri dari istri, 5 cucu perempuan, saudara perempuan sekandung dan nenek. Harta warisan berjumlah Rp. 120 juta. Berapa bagian mereka masing-masing?

Jawab :

Istri 1/8 karena ada cucu. 5 cucu perempuan 2/3 karena lebih dari satu. Saudara perempuan sekandung *ashobah ma'al Ghoir*. Nenek 1/6. Asal masalah 24. Istri 1/8 : 3/24 x Rp. 120 juta = Rp. 15 juta. 5 cucu perempuan 2/3 : 16/24 x Rp. 120 juta = Rp. 80 juta. Nenek 1/6 : 4/24 x Rp. 120 juta = Rp. 20 juta. Saudara perempuan sekandung *ashobah* (sisanya) 1/24 x Rp. 120 juta = Rp. 5 juta.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Residu pada Fungsi Gamma

Menurut Pullin (2002: www.gamma1.2002/ACM 95b/100b.id) fungsi gamma ( ) didefinisikan dengan rumus Euler sebagai

$$( ) = \int^{\infty} \quad ; \quad ( ) > 0 \qquad (3.1.1)$$

Pada rumus tersebut anggap bahwa $=\ +$ adalah variabel kompleks dan ditafsirkan sebagai nilai utama. Integral dalam rumus Euler akan konvergen dan analitik untuk sebarang bila > 0.

Bukti :

Jika diberikan $= \ + \ = 1, \forall \ , \ \in \mathbb{R}$ dengan adalah ( ) dan adalah ( ), maka $= \ + \ \cdot 0 = 1$ sehingga $= \ = 1$ dan $= 0$, diperoleh

$$(1) = \int^{\infty}$$

$$= \int^{\infty}$$

$$= \int^{\infty} 1 \cdot$$

$$= - \Big|_0^{\infty}$$

$$= - \ +$$

$$= 0 + 1 = 1.$$

Jadi jelas bahwa (1) akan konvergen ke 1 jika $= 1$ dan $= 0$. Karena konvergen berarti (1) juga analitik. Karena integral rumus untuk fungsi gamma didefinisikan hanya untuk setengah bidang bagian kanan $(\ ) > 0$.

Jika diberikan suatu persamaan yang didefinisikan sebagai

$$= \lim_{\to\infty} 1 - - \qquad (3.1.2)$$

maka dalam persamaan (3.1.2) disubstitusikan pada persamaan (3.1.1) dengan menggunakan pendekatan limit untuk mengetahui kesingularan fungsi gamma, sehingga diperoleh

$$(\ ) =$$

$$= \lim_{\to\infty} 1 - -$$

$$= \lim_{\to\infty} 1 - -$$

$$= \lim_{\to\infty} 1 - -$$

dengan memisalkan $= -$, maka $= \cdot$ sehingga diperoleh,

$$= \lim_{\to\infty} (1 - \ ) (\ \cdot\ )$$

$$= \lim_{\to\infty} (1 - \ ) (\ ) \quad (\ )$$

$$= \lim_{\to\infty} \quad (1 - \quad) \; (\;) \qquad —$$

$$= \lim_{\to\infty} — \quad (1 - \quad) \; (\;)$$

$$= \lim_{\to\infty} \qquad (1 - \quad) \; (\;)$$

untuk integral, pengintegralan oleh sebagian adalah sebagai berikut:

Misal

$$= (1 - \quad)$$

$$= \quad (1 - \quad) \quad \cdot \quad (1 - \quad)$$

$$= \quad (1 - \quad) \quad \cdot (-1)$$

$$= - \quad (1 - \quad)$$

$$=$$

$$= \frac{1}{\quad}$$

$$= \frac{1}{\quad}$$

sehingga diperoleh,

$$(1 - \quad) \; (\;) \qquad = \frac{1}{\quad} \quad (1 - \quad) \; - \quad - \frac{1}{\quad} \qquad (1 - \quad)$$

$$= \frac{1}{\quad} \quad (1 - \quad) \; + \quad \frac{1}{\quad} \qquad (1 - \quad)$$

$$= \frac{1}{\quad} \quad (1 - \quad) \; + \quad - \qquad (1 - \quad)$$

$$= \frac{1}{} \quad (1 - \quad) \quad \Big|_0^1 + \frac{}{} \qquad (1 - \quad) \qquad (3.1.3)$$

$$= 0 + \frac{}{} \frac{(\quad - 1)!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)}$$

$$= \frac{(\quad - 1) \cdots (1)}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)}$$

Di karenakan,

$$(\ ) = \lim_{\to \infty} \frac{(\quad - 1) \cdots (1)}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)}$$

$$= \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)}$$

$$= \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)} \qquad (3.1.4)$$

dengan $\neq 0, -1, -2, -3, \cdots$

Rumus rekursif fungsi gamma diperoleh dengan substitusi $+ 1$ untuk pada persamaan (3.1.4) sehingga didapat

$$(\quad + 1) = \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1)(\quad + 2) \cdots (\quad + \quad + 1)}$$

$$= \lim_{\to \infty} \frac{! \quad \cdot}{(\quad + 1)(\quad + 2) \cdots (\quad + \quad + 1)}$$

$$= \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)} \quad \frac{}{\quad + \quad + 1}$$

$$= - \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)} \quad \frac{}{\quad + \quad + 1}$$

$$= \quad \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)} \quad \frac{}{\quad + \quad + 1}$$

$$= \quad \lim_{\to \infty} \frac{!}{(\quad + 1) \cdots (\quad + \quad)} \quad \lim_{\to} \frac{}{\quad + \quad + 1}$$

$$= \lim_{\to\infty} \frac{!}{(\ \ +1)\cdots(\ \ +\ \ )} \cdot 1$$

$$= \ \ (\ ) \qquad (3.1.5)$$

Jadi rumus rekursif untuk fungsi gamma adalah :

$$(\ \ +1) = \ \ (\ ) \qquad (3.1.6)$$

Selanjutnya rumus rekursif tersebut pada persamaan (3.1.6) dapat digunakan untuk mengecek ketidak analitikan $(\ )$ dalam setengah bidang bagian kiri $(\ ) < 0$.

Jika diberikan domain $= \{\ : -1 < \ \ (\ ) \leq 0\}$, maka integral adalah divergen (tidak terdefinisi) untuk dalam domain itu. Karena untuk setiap , kecuali $= 0$, $(\ )$ bisa dihitung dalam domain $= \{\ : -1 < \ \ (\ ) \leq 0\}$. Ketika $= 0$, integral gagal memberikan suatu nilai berhingga dari (0). Karena integral divergen di $= 0$ berarti jelas $= 0$ adalah titik singular dari fungsi kompleks $(\ )$.

Dengan melakukan pengulangan untuk domain $= \{\ : -2 < \ \ (\ ) \leq -1\}$ akan diperoleh titik singular $(\ )$ di $= -1$, untuk domain $= \{\ : -3 < \ \ (\ ) \leq -2\}$ akan diperoleh titik singular $(\ )$ di $= -2$, kemudian untuk domain $=\ \ : -(\ \ +1) < \ \ (\ ) \leq -$, akan diperoleh dititik singular $(\ )$ di $= -$, dan rumus rekursif tersebut gagal memperoleh suatu hasil yang berhingga, maka dititik $= 0, -1, -2, \cdots$ adalah titik singular $(\ )$ dalam bidang kompleks. Sehingga fungsi gamma pada persamaan (3.1.1) mempunyai domain

$$= \ \ : -(\ \ +1) < \ \ (\ ) \leq - \quad \text{dengan} \quad = 0,1,2,\cdots$$

Dengan demikian fungsi gamma tersebut konvergen dan analitik dibidang kompleks kecuali di titik singular $= 0, -1, -2, -3, \cdots$. Jadi fungsi gamma mempunyai singularitas kutub sederhana di $= 0, -1, -2, -3, \cdots$

Untuk memperoleh suatu residu suatu fungsi $(\ )$ di titik singularnya, terlihat bahwa kita harus mendapatkan ekspansi Laurent dari $(\ )$ di sekitar titik singularnya yaitu $=$. Jika dalam kasus dimana $=$ adalah suatu kutub bertingkat , sehingga berlaku rumus koefisien $(\ -\ )$ dari deret Laurent yaitu:

$$= \lim_{\to} \frac{1}{(\ -1)!} \overline{\qquad} \{(\ -\ )\ (\ )\} \qquad (3.1.7)$$

Tetapi jika $= 1$ (kutub sederhana) maka hasil tersebut menjadi sederhana dan diberikan oleh

$$= \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ ) \qquad (3.1.8)$$

Dimana Res $(\ ) =$, yang merupakan suatu kasus khusus, bilamana mendefinisikan 0!=1.

Karena fungsi gamma mempunyai kutub sederhana di $= -$, maka dalam mencari residu fungsi tersebut kita tidak lagi mengekspansikan Laurent, sebab sudah ada cara sederhana untuk memperoleh residu tersebut.

Jika didefinisikan $(\ ) = \ (\ )$, dimana bahwa $(\ )$ mempunyai singularitas kutub sederhana di $= -$, maka dalam mencari residu $(\ )$ terlebih dahulu harus diketahui bahwa :

$(\ +\ ) = \ (\ +1) \cdots (\ +\ \ -1)\ \ (\ )$, kemudian untuk

$(\ +\ \ +1) = \ \ (\ +\ ) + 1$

$$= (\ +\ )\ (\ +\ )$$

$$= (\ +\ )\ (\ +1) \cdots (\ +\ \ -1)\ (\ )$$

diperoleh

$$(\ +\ )\ (\ ) = \frac{(\ +\ \ +1)}{(\ +1) \cdots (\ +\ \ -1)}$$

Dan diketahui juga $= -$ dan $(\ ) = (\ )$, maka dengan menggunakan persamaan (3.1.8) residu fungsi gamma diberikan oleh:

$$\text{Res}\ (\ ) = \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ )$$

$$\text{Res}\ (\ ) = \lim_{\to}\ -(-\ )\ (\ )$$

$$= \lim_{\to} (\ +\ )\ (\ )$$

$$= \lim_{\to} \frac{(\ +\ \ +1)}{(\ +1) \cdots (\ +\ \ -1)}$$

$$= \frac{(-\ +\ \ +1)}{-\ (-\ +1) \cdots (-\ +\ \ -1)}$$

$$= \frac{(1)}{-\ (-\ +1) \cdots (-1)}$$

$$= \frac{(-1)}{!}$$

Jadi bentuk residu dari fungsi gamma adalah :

$$\text{Res}\ (\ ) = \frac{(-1)}{!} \qquad (3.1.9)$$

Contoh Aplikasi :

Tentukan residu $(\ )$ dititik singular $= -5$

Jawab:

Diketahu $= 5$, maka

$$\text{Res} \quad (\ ) = \frac{(-1)}{5!} = \frac{-1}{120} = -0{,}0083333$$

3.2 Residu pada Fungsi yang Memuat Fungsi Gamma

Menurut Mitrinovic (1991:85) bahwa jika $(\ )$ didefinisikan oleh

$$(\ ) = \frac{(\ )\ (\ \ -1)}{} \qquad (\ \ > 0) \tag{3.2.1}$$

maka jelas konvergen dan analitik karena mempunyai suatu singularitas kutub sederhana di $= 1$, dan singularitas kutub orde dua di $= 0, -1, -2, \cdots$ Untuk menghitung residu di kutub sederhana $= 1$, kita tidak usah menderetkan, sehingga dengan mudah kita dapatkan,

$$\text{Res} \quad (\ ) = \text{Res} \frac{(\ )\ (\ \ -1)}{}$$

Menggunakan persamaan (3.1.8) dan diketahui $= 1$ diperoleh

$$\text{Res} \ \ (\ ) = \lim_{\to} (\ \ - \ \ )\ (\ )$$

$$= \lim_{\to} (\ \ -1)\ \ (\ \ -1)\frac{(\ )}{}$$

$$= \lim_{\to} \ \ (\ \ -2)\frac{(\ )}{}$$

$$= \ \ (1-2)\frac{(1)}{}$$

$$= \quad (1)\,\frac{(1)}{\quad}$$

$$= \frac{(1)}{\quad}\cdot 1$$

$$\text{Res}\quad (\ ) = \frac{1}{\ } \tag{3.2.2}$$

Contoh Aplikasi :

Tentukan residu dari $(\ ) = \frac{(\ )\ (\quad)}{\quad}$, dengan diketahui titik singularnya $= 1$ dan $= 5$

Jawab :

$$\text{Res}\quad (\ ) = \text{Res}\,\frac{(\ )\ \ (\ \ - 1)}{\quad}$$

Menggunakan persamaan (3.2.2) diperoleh

$\text{Res}\quad (\ ) = -.$

Untuk menghitung residu di kutub $= 0$, terlebih dahulu kita menderetkan fungsi tersebut, catat bahwa:

$$(\ ) = \quad \frac{(\ )\ \ (\ \ - 1)}{\quad}$$

$$= \qquad (\ ) \quad (\ \ - 1) \qquad\qquad \text{(menggunakan persamaan (3.1.6))}$$

$$= \quad (\ \ + 1)\ \ (\ \ - 1)$$

$$= (\ \ - 1) \qquad (\ \ + 1)$$

kemudian diderektan diperoleh tiga deret :

$$(\ \ - 1) \quad = \quad (-\ ) \ = -1 - \quad - z\ \ \cdots$$

$$(\ \ + 1) = \quad (1) + \quad '(1) \quad + \cdots$$

$$= \qquad = \quad \frac{(- \qquad)}{!} = 1 - \qquad + \cdots$$

Dengan mengalikan ketiga deret diatas kita peroleh

$$(\ ) = (\ -1) \quad (\ +1)$$

$$= (-1 - \ \cdots)[\ (1) + \ '(1)\ + \cdots]\ (1 - \qquad + \cdots)$$

$$= (-1 - \ \cdots)(1 + \ '(1)\ + \cdots)\ (1 - \qquad + \cdots)$$

$$= (-1 - \ \cdots)(1 + 2\ '(1)\ \cdots)(1 - \qquad + \cdots)$$

$$= (-1 \cdot 1 \cdot 1) + (- \ \cdot 2\ '(1)\ \cdot - \ \log\ ) + \cdots$$

$$= -1 + (\log\ - 2\ '(1) - 1)\ + \cdots \qquad (3.2.3)$$

$= 0$ menunjukkan kesingularan esensial dari ekspansi yang diketahui dari $(\ )$, sehingga residu di $= 0$ adalah koefisien dari pada persamaan (3.2.3) adalah residunya, jadi

$$\text{Res}\ (\ ) = \log\ - 2\ '(1) - 1 \qquad (3.2.4)$$

Dengan menerapkan cara yang serupa, kita akan menentukan residu di $= -$, sehingga di peroleh residu di kutub orde dua:

$$\text{Res}\ (\ ) = \frac{}{!(\quad)!}\ \log\ - \frac{}{!}\ '(\ +1) - \frac{}{}\ (\ = 0, 1, 2, \cdots) \qquad (3.2.5)$$

3.3 Kaitan antara Residu dengan *Ashobah*

Dalam pembahasan ini penulis akan mengupas tuntas kaitan antara *ashobah* dengan residu. Terlebih dahulu kita harus mengetahui pengertian dari kedua istilah tersebut.

Ashobah menurut bahasa berarti kekerabatan seorang laki-laki dengan ayahnya. Dinamakan *ashobah* karena mereka mengelilinginya. Sedangkan menurut istilah yang digunakan dalam ilmu waris, *ashobah* adalah ahli waris yang tidak mempunyai bagian yang tegas ditentukan dalam Al-qur'an dan Nash atau bagian sisa setelah diambil oleh ahli waris *ashobul-Furudh.*

Adapaun pengertian residu menurut Echols (2005:480) dalam kamusnya, residu mempunyai arti sisa. Sedangkan menurut istilah dalam fungsi variabel kompleks residu di suatu titik singular terasing adalah nilai koefisien suku (−) dalam ekspansi Laurent fungsi itu pada kitar titik singular terasing . (Soemantri, 1994:212)

Sehingga menurut penulis nilai koefisien suku (−) dalam ekspansi Laurent adalah sisa dari suatu fungsi ( ). Karena dalam penelitian ini fungsi ( ) didefinisikan sebagai fungsi gamma, maka residu disini mempunyai arti sisa dari suatu fungsi gamma.

Jadi menurut penulis kedua istilah tersebut mempunyai arti atau makna yang sama yaitu sisa, tergantung variabel yang mengikutinya dan bahasa yang digunakan. Misalnya residu fungsi digamma yang mempunyai arti sisa dari suatu fungsi digamma, *ashobah* warisan yang mempunyai arti sisa harta warisan, sisa makanan yang mempunyai arti sisa orang yang selesai makan, dan sebagainya.

Ashobah dalam ilmu waris mewaris ada 3 macam yaitu *ashobah bin-nafsih, ashobah bil Ghoir,* dan *ashobah ma'al Ghoir*. Ketiga macam *ashobah* tersebut berbeda dalam hal siapa saja yang berhak menerima sisa harta warisan.

Sehingga ketentuan-ketentuan yang harus dipenuhi dalam mendapatkan ashobah adalah sebagai berikut :

a. Jika kelompok *ashobah* ini kalau mewaris sendirian, tidak bersama dengan kelompok *dzawul furudh* maka bagian warisan diambil semua.

b. Jika kelompok *ashobah* bersama dengan kelompok *dzawul furudh* dan setelah dibagi ternyata harta warisan sudah habis, maka kelompok *ashobah* ini tidak mendapatkan apa-apa.

Dzawul furudh yang dimaksud adalah ahli waris yang mendapat bagian pasti sebagaimana yang telah ditentukan dalam Al-qur'an maupun Al-Hadist. Bagian-bagian yang telah ditentukan dalam waris islam tersebut adalah : setengah (1/2), seperempat (1/4), seperdelapan (1/8), dua pertiga (2/3), sepertiga (1/3), dan seperenam (1/6).

Adapun untuk mendapatkan residu pada fungsi gamma, syaratnya adalah fungsi gamma tersebut harus konvergen dan analitik diseluruh domainnya, kecuali di titik singularnya. Setelah diketahui titik singularnya barulah di ekspansikan dalam suatu deret yaitu deret Laurent. Tetapi karena fungsi gamma adalah suatu fungsi yang mempunyai kutub sederhana maka dalam mendapatkan residunya tidak lagi di deretkan cukup menggunakan rumus yang sudah ada selama bertahun-tahun yaitu $\text{Res}\ (\ ) = \lim_{\to} (\ -\ )\ (\ )$.

Rumus tersebut mengisyaratkan bahwa fungsi $(\ )$ adalah konvergen dan analitik diseluruh bidang kompleks kecuali dititik singular $=$.

Sehingga penulis dapat menyimpulkan bahwa dalam mendapatkan sisa dari harta warisan dengan sisa dari suatu fungsi matematika, ketentuan yang harus dipenuhi tidak sama dan jauh sangat jelas berbeda.

Tetapi dalam ilmu faroidh dikenal dengan adanya perhitungan bagian-bagian harta warisan, sehingga dalam melakukan perhitungan tersebut diperlukan suatu ilmu matematika seperti operasi matematika (penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian) serta KPK (kelipatan persekutuan terkecil) yang terdapat dalam menghitung asal masalah dalam menghitung pembagian harta warisan.

Dengan demikian residu pada fungsi gamma dan *ashobah* dalam ilmu faroidh tidak saling berkaitan. Hanya saja arti dari residu dan *ashobah* mempunyai makna yang sama yaitu sisa. Jadi residu dan *ashobah* mempunyai kaitan dalam hal makna saja. Sedangkan ilmu faroidh dan ilmu matematika mempunyai kaitan dalam hal perhitungan.

.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

1. Bentuk residu pada fungsi gamma $(\ ) = \int_0^{\infty} \ ^{-1} \ ^{-}$ dengan titik singular $= -$ adalah

$$\text{Res} \ (\ ) = \lim_{\to} (\ + \ )\ (\ )$$

$$= \lim_{\to} \frac{(\ + \ + 1)}{(\ + 1) \cdots (\ + \ - 1)}$$

$$= \frac{(1)}{- \ (- \ + 1) \cdots 1}$$

$$= \frac{(-1)}{!}$$

2. Bentuk residu pada fungsi yang memuat fungsi gamma dengan persamaan $(\ ) = \frac{(\ )\ (\ \ )}{}$; $(\ > 0)$ ang mempunyai titik singular di $= 1$, $= 0$, dan $= -$ adalah :

   a. $\text{Res} \ (\ ) = -$, untuk suatu kutub sederhana di $= 1$

   b. $\text{Res} \ (\ ) = \log \ - 2 \ '(1) - 1$, di $= 0$

   c. $\text{Res} \ (\ ) = \frac{}{!(\ \ )!} \log \ - \frac{}{!} \ '(\ + 1) - \frac{}{}$ $(\ = 0, 1, 2, \cdots)$ di $= -$.

4.2 Saran

Untuk lebih memperdalam penelitian ini penulis berharap pada pembaca untuk mengembangkannya lagi dalam mencari residu pada fungsi digamma atau polygamma.

DAFTAR PUSTAKA

Arikunto, Suharsimi. 2005. *Manajemen Penelitian Cetakan Ketujuh*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.

Ash-Shabuni, Syekh Muhammad Ali. 1995. *Hukum Waris Menurut Al-Qur'an dan Hadist*. Bandung: Trigenda karya.

Conway, John B. 1978. *Functions of One Complex Variable Second Edition.* New York Heidelberg Berlin: Springer-Verlag.

Echols, John M dan Shadily, Hassan. 2005. *Kamus Inggris Indonesia cetakan XXVI*. Jakarta: PT. Gramedia.

Hasbiyallah, 2007. *Belajar Mudah Ilmu Waris*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Hassan, Ahmad. 1992. Al *Fara'id Ilmu Pembagian waris Cetakan XIII*. Surabaya: Pustaka Progressif.

Martono, Koko. 1999. *Catatan Kuliah Sari Informasi Fungsi Kompleks*. Bandung: Himpunan Pegawai Matematika (HIPMA) – ITB.

Mitrinovic, Dragoslav S dan Jovan D.Keckic. 1984. *The Chauchy method of residues Theory and Applications*. Lancaster: A member the kluwer academic publishers group.

________________________________. 1991. *The Chauchy method of residues volume 2 Theory and Application*. London: kluwer academic publishers.

Pikatan, Sugata. 2002. *Variabel Kompleks.* http://www.geocities.com/dmipa/dictate/vk2.pdf. Diakses tanggal 23 september 2008.

Pullin, Dale. 2002. *The Gamma Function*. http://www.gamma1.2002/ACM 95b/100b. id.pdf. Diakses Tanggal 22 Maret 2009

Rofiq MA, Dr. Ahmad. 2002. *Fiqih Mawaris Edisi Revisi*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada.

Saiban, Dr. Kasuwi. 2007. *Hukum Waris Islam*. Malang: Universitas Negeri Malang (UM Press).

Soemantri, R. 1994. *Fungsi Variabel Kompleks.* Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Spiegel, Murray R. 1964. *Seri Buku Schaum Teori dan Soal-soal Peubah Kompleks dengan Pengenalan Pemetaan Konformal dan Penerapannya*. Jakarta: Erlangga.

__________________. 1994. *Seri Buku Schaum Teori dan Soal-Soal Matematika Lanjutan untuk Para Insinyur dan Ilmuwan Edisi SI/Metrik*. Jakarta: Erlangga.

Strauss, Anselm dan Juliet corbin. 2003. *Dasar-dasar Penelitian Kualitatif*. Yogyakarta: Pustaka pelajar.

Ubaidillah, Firdaus. 2000. *Tinjauan Geometris Sifat-Sifat Fungsi Gamma*. http://www.unej.ac.id/fakultas/mipa/majalahmat/2000/tinjauan%20geometris-firdaus.pdf. Diakses tanggal 24 September 2008.

wikipedia. 2002. *Introduction to The Gamma Function*. http://www.The Gamma Function.com/Introduction to The Gamma Function.html. Diakses Tanggal 22 Maret 2009.