

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Telah Disetujui, 04 April 2014

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Abdul Aziz, M.Si
NIP.19760318 200604 1 002

H.Wahyu Hengky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 10 April 2014

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: <u>Dr. Sri Harini, M.Si</u> NIP. 19731014 200112 2 002	()
2. Ketua Penguji	: <u>Drs. H. Turmudi, M.Si</u> NIP. 19571005 198203 1 006	()
3. Sekretaris Penguji	: <u>Abdul Aziz, M.Si</u> NIP. 19760318 200604 1 002	()
4. Anggota Penguji	: <u>H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd</u> NIP. 19710420 200003 1 003	()

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : NUR MIFTAHUL HIDAYATI

NIM : 08610052

Fakultas : Sains dan Teknologi/Matematika

Judul : Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 07 April 2014

Yang membuat pernyataan,

Nur Miftahul Hidayati
NIM.08610052

MOTTO

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

...يُرِيدُ اللَّهُ بِكُمُ الْيُسْرَ وَلَا يُرِيدُ بِكُمُ الْعُسْرَ...

*“...Sesungguhnya Allah menghendaki kemudahan bagimu,
dan Allah tidak menghendaki
kesukaran bagimu...”*
(QS. Al-Baqarah: 185)

PERSEMBAHAN

Untuk:

Bapak Mukhtasir dan Ibu Khamiatun

Tiada kata yang pantas diucapkan selain terima kasih atas segala pengorbanan, do'a, motivasi, serta kasih sayangnya

Kakak Tersayang dan Adik-adiku Tercinta

(Ahmad 'Ashim, Rohimah Alkhumairoh,

Muhammad Nafilah dan Mufidatun Arrum M)

Yang selalu memotivasi dan menyemangati tanpa lelah

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur *alhamdulillah* penulis haturkan ke hadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan izin-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “*Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan B-Spline*”. Sholawat dan salam penulis persembahkan kepada Nabi Muhammad SAW, berkat perjuangannya yang telah menghadirkan pencerahan untuk umat manusia dan menjadi motivasi bagi penulis untuk belajar, berusaha, dan menjadi lebih baik.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini, penulis berusaha dengan sekuat tenaga dan pikiran, namun penulis menyadari bahwa tanpa partisipasi dari banyak pihak tugas akhir ini tidak dapat terselesaikan. Dengan iringan do'a dan kerendahan hati izinkanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Dr. Abdussakir M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si dan H. Wahyu Henky Irawan selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.

5. Fachrur Rozi, M.Si selaku Dosen Wali yang selalu memberi bimbingan dan dukungan selama menempuh perkuliahan.
6. Seluruh Dosen, Staf dan Karyawan Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terima kasih atas segala ilmu, masukan dan arahannya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
7. Kedua orang tua penulis Bapak Mukhtasir dan Ibu Khamiatun yang tidak pernah berhenti memberikan kasih sayang, do'a, dan dorongan semangat kepada penulis semasa kuliah hingga akhir pengerjaan skripsi ini.
8. Kakak tersayang Ahmad 'Ashim, Adik tercinta Rohimah, Muhimmah dan Arrum, terima kasih atas dukungan dan semangat dalam setiap langkah hidup penulis baik berhubungan dengan pendidikan maupun dengan tindakan dalam menghadapi kehidupan ini.
9. Sahabat-sahabat terbaik (Alfiatin Arif, Nurus Sakinah, Tunjung Ari Wibowo, Yunita Kertasari, Wahdatun Hanifah dan Masdari) serta dan para sahabat yang belum penulis sebutkan namanya, terima kasih karena kalian telah meluangkan waktu untuk penulis sehingga dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.
10. Semua teman-teman matematika, terutama angkatan 2008 semuanya. Terima kasih atas semua pengalaman dan motivasinya dalam penyelesaian penulisan skripsi ini.
11. Semua teman-teman di kos Pak Ibut terima kasih atas masukannya dan senantiasa mengisi hari-hari penulis.

12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, atas keikhlasan bantuan moral dan spiritual, penulis ucapkan terima kasih sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak dan dapat menjadi literatur penambah wawasan dalam aspek pengajaran matematika terutama dalam pengembangan ilmu matematika di bidang statistika. Amiin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, April 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
المخلص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Estimasi	9
2.1.1 Pengertian Estimasi	9
2.1.2 Sifat-sifat Estimator.....	9
2.2 Estimasi Parameter	11
2.2.1 Metode Maksimum Likelihood	11
2.2.2 Estimasi Parameter Metode Maksimum Likelihood.....	12
2.3 Analisis Regresi.....	12
2.3.1 Regresi Parametrik	12
2.3.2 Regresi Nonparametrik	13
2.3.3 Regresi Semiparametrik	14
2.4 <i>B-Spline</i>	15
2.5 Pemilihan <i>B-Spline</i> Terbaik	16
2.6 Menguji Signifikansi Model Regresi Semiparametrik.....	17
2.6.1 Uji Simultan	17
2.6.2 Uji Parsial.....	17

2.7 Uji Asumsi pada <i>Error</i>	18
2.7.1 Uji Nonautokorelasi	18
2.7.2 Uji Asumsi Nonmultikolinearitas.....	20
2.7.3 Uji Asumsi Kehomogenan Ragam <i>Error</i>	21
2.8 <i>P-Value</i>	21
2.9 Koefisien Determinasi	22
2.10. Pertumbuhan Balita	22
2.10.1 Berat Badan Balita	22
2.10.2 Berat Badan Menurut Umur	23
2.11. Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan <i>B-Spline</i> dalam Al-Qur'an.....	24
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Estimasi Regresi Semiparametrik	28
3.2 Sifat-sifat Estimasi	36
3.3 Aplikasi Data dengan Metode <i>B-Spline</i>	38
3.3.1 Diskripsi Data	38
3.3.2 Uji Normalitas pada <i>Error</i>	38
3.3.3 Model <i>B-Spline</i> Kuadratik	40
3.3.4 Uji Signifikansi Model	41
3.3.5 Uji Asumsi.....	43
3.3.6 Uji Kalayakan model.....	44
3.4 Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan <i>B-Spline</i> dalam Al-Qur'an	45
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan.....	47
4.2 Saran.....	48
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	

ABSTRAK

Hidayati, Nur Miftahul. 2014. **Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline***. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Kata kunci: Estimasi, Regresi Semiparametrik, *B-Spline*

Estimasi regresi semiparametrik terdiri dari komponen parametrik dan nonparametrik. Menggunakan parametrik jika fungsi regresinya diketahui dan bergantung pada parameter. Dan menggunakan nonparametrik jika fungsi regresinya tidak diketahui, sehingga menggunakan pendekatan *B-Spline*. Fungsi *B-Spline* merupakan basis dari sebuah fungsi *spline*, yang merupakan salah satu model dari pendekatan nonparametrik. Pada penelitian ini diperoleh estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline* yang diasumsikan berdistribusi normal kemudian menganalisa estimator β , sehingga diperoleh bentuk estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*.

Dari analisis data pada model regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*, bahwa Pertumbuhan Balita dipengaruhi oleh beberapa aspek dan diperoleh $R^2 = 66,7\%$. Hal ini menunjukkan bahwa model belum bisa menjelaskan keadaan yang sebenarnya tetapi dapat dipergunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang dapat mempengaruhi Pertumbuhan Balita.

ABSTRACT

Hidayati, Nur Miftahul. 2014. **Semiparametric Regression Estimation With B-Spline Approach**. Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang.

Advisor: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Keyword: Estimation, Semiparametric Regression, B-spline

Semiparametric regression estimation consists of parametric and nonparametric components. If regression function is known and dependent on parameters it uses parametric, while if regression function is unknown it uses nonparametric and must use B-Spline approach. B-Spline function are the basis of spline function, which is one of the models of the nonparametric approach. In this research semiparametric regression estimates obtained with B-Spline approach that assumed to be normal distributed and then analyze the β estimator, in order to obtain the shape semiparametric regression estimation with B-Spline approach.

From the data analysis in semiparametric regression model with B-Spline, approach of aspects that affects Toddler Growth we obtained $R^2 = 66,7\%$. This shows that the model can not explain the actual situation yet but can be used to determine the factors that may affect Toddler Growth.

الملخص

الهداية، نور مفتاح. 2014. تقدير التسلسل سيميفاراميتريك بتقريب *B-Spline*. الشعبة الرياضية، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج
المشرف : (١) عبد العزيز، الماجستير
(٢) الحاج وحي هيعكي لراوان، الماجستير

الكلمة الرئيسية : تقدير، الانحدار سيميفاراميتريك، *B-spline*

تقرير التسلسل يتكون على عنصر فراميتريك و نون فراميتريك. ان كان وظيفة تسلسله يُعرف ويتعلق بفراميتير، استخدم فراميتريك. ان كان لا يُعرف وظيفة تسلسله فنستخدم نون فراميتريك، ووظيفة *B-Spline*. *B-Spline* هو أصل من وظيفة *spline*، وكان من أحد أنواع تقري نون فراميتريك. في هذا الإستكشاف قد وُجد تقرير التسلسل سيميفاراميتريك بتقريب *B-Spline* الذي يُفترض توزيعه طبيعي، ثم بتحليل المحتمين β ، حتى يتوفر شكل تقرير التسلسل سيميفاراميتريك بتقريب *B-Spline*. من تحليل البيانات في نوع التسلسل سيميفاراميتريك بتقريب *B-Spline* العوامل التي تأثر نمو الطفولة نحصل على $R^2=66,7\%$. هذا الحال يدل على النموذج الذي لم يستطع أن يبين حالا حقيقة. ولكن يستطيع ان يدل الأسباب التي تأثر نمو الطفولة.

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Telah Disetujui, 04 April 2014

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Abdul Aziz, M.Si
NIP.19760318 200604 1 002

H.Wahyu Hengky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK
DENGAN PENDEKATAN *B-SPLINE***

SKRIPSI

Oleh:
NUR MIFTAHUL HIDAYATI
NIM. 08610052

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 10 April 2014

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: <u>Dr. Sri Harini, M.Si</u> NIP. 19731014 200112 2 002	()
2. Ketua Penguji	: <u>Drs. H. Turmudi, M.Si</u> NIP. 19571005 198203 1 006	()
3. Sekretaris Penguji	: <u>Abdul Aziz, M.Si</u> NIP. 19760318 200604 1 002	()
4. Anggota Penguji	: <u>H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd</u> NIP. 19710420 200003 1 003	()

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : NUR MIFTAHUL HIDAYATI

NIM : 08610052

Fakultas : Sains dan Teknologi/Matematika

Judul : Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 07 April 2014

Yang membuat pernyataan,

Nur Miftahul Hidayati
NIM.08610052

MOTTO

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

...يُرِيدُ اللَّهُ بِكُمْ الْيُسْرَ وَلَا يُرِيدُ بِكُمْ الْعُسْرَ...

*“...Sesungguhnya Allah menghendaki kemudahan bagimu,
dan Allah tidak menghendaki
kesukaran bagimu...”*
(QS. Al-Baqarah: 185)

PERSEMBAHAN

Untuk:

Bapak Mukhtasir dan Ibu Khamiatun

Tiada kata yang pantas diucapkan selain terima kasih atas segala pengorbanan, do'a, motivasi, serta kasih sayangnya

Kakak Tersayang dan Adik-adiku Tercinta

(Ahmad 'Ashim, Rohimah Alkhumairoh,

Muhammad Nafilah dan Mufidatun Arrum M)

Yang selalu memotivasi dan menyemangati tanpa lelah

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur *alhamdulillah* penulis haturkan ke hadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan izin-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “*Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan B-Spline*”. Sholawat dan salam penulis persembahkan kepada Nabi Muhammad SAW, berkat perjuangannya yang telah menghadirkan pencerahan untuk umat manusia dan menjadi motivasi bagi penulis untuk belajar, berusaha, dan menjadi lebih baik.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini, penulis berusaha dengan sekuat tenaga dan pikiran, namun penulis menyadari bahwa tanpa partisipasi dari banyak pihak tugas akhir ini tidak dapat terselesaikan. Dengan iringan do'a dan kerendahan hati izinkanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Dr. Abdussakir M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si dan H. Wahyu Henky Irawan selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.

5. Fachrur Rozi, M.Si selaku Dosen Wali yang selalu memberi bimbingan dan dukungan selama menempuh perkuliahan.
6. Seluruh Dosen, Staf dan Karyawan Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terima kasih atas segala ilmu, masukan dan arahannya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
7. Kedua orang tua penulis Bapak Mukhtasir dan Ibu Khamiatun yang tidak pernah berhenti memberikan kasih sayang, do'a, dan dorongan semangat kepada penulis semasa kuliah hingga akhir pengerjaan skripsi ini.
8. Kakak tersayang Ahmad 'Ashim, Adik tercinta Rohimah, Muhimmah dan Arrum, terima kasih atas dukungan dan semangat dalam setiap langkah hidup penulis baik berhubungan dengan pendidikan maupun dengan tindakan dalam menghadapi kehidupan ini.
9. Sahabat-sahabat terbaik (Alfiatin Arif, Nurus Sakinah, Tunjung Ari Wibowo, Yunita Kertasari, Wahdatun Hanifah dan Masdari) serta dan para sahabat yang belum penulis sebutkan namanya, terima kasih karena kalian telah meluangkan waktu untuk penulis sehingga dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.
10. Semua teman-teman matematika, terutama angkatan 2008 semuanya. Terima kasih atas semua pengalaman dan motivasinya dalam penyelesaian penulisan skripsi ini.
11. Semua teman-teman di kos Pak Ibut terima kasih atas masukannya dan senantiasa mengisi hari-hari penulis.

12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, atas keikhlasan bantuan moral dan spiritual, penulis ucapkan terima kasih sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak dan dapat menjadi literatur penambah wawasan dalam aspek pengajaran matematika terutama dalam pengembangan ilmu matematika di bidang statistika. Amiin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, April 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
المخلص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Estimasi	9
2.1.1 Pengertian Estimasi	9
2.1.2 Sifat-sifat Estimator.....	9
2.2 Estimasi Parameter	11
2.2.1 Metode Maksimum Likelihood	11
2.2.2 Estimasi Parameter Metode Maksimum Likelihood.....	12
2.3 Analisis Regresi.....	12
2.3.1 Regresi Parametrik	12
2.3.2 Regresi Nonparametrik	13
2.3.3 Regresi Semiparametrik	14
2.4 <i>B-Spline</i>	15
2.5 Pemilihan <i>B-Spline</i> Terbaik	16
2.6 Menguji Signifikansi Model Regresi Semiparametrik.....	17
2.6.1 Uji Simultan	17
2.6.2 Uji Parsial.....	17

2.7 Uji Asumsi pada <i>Error</i>	18
2.7.1 Uji Nonautokorelasi	18
2.7.2 Uji Asumsi Nonmultikolinearitas.....	20
2.7.3 Uji Asumsi Kehomogenan Ragam <i>Error</i>	21
2.8 <i>P-Value</i>	21
2.9 Koefisien Determinasi	22
2.10. Pertumbuhan Balita	22
2.10.1 Berat Badan Balita	22
2.10.2 Berat Badan Menurut Umur	23
2.11. Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan <i>B-Spline</i> dalam Al-Qur'an.....	24
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Estimasi Regresi Semiparametrik	28
3.2 Sifat-sifat Estimasi	36
3.3 Aplikasi Data dengan Metode <i>B-Spline</i>	38
3.3.1 Diskripsi Data	38
3.3.2 Uji Normalitas pada <i>Error</i>	38
3.3.3 Model <i>B-Spline</i> Kuadratik	40
3.3.4 Uji Signifikansi Model	41
3.3.5 Uji Asumsi.....	43
3.3.6 Uji Kalayakan model.....	44
3.4 Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan <i>B-Spline</i> dalam Al-Qur'an	45
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan.....	47
4.2 Saran.....	48
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan suatu ilmu pengetahuan yang berkaitan dengan ilmu-ilmu lainnya. Dari ilmu matematika muncul ilmu-ilmu lain yang merupakan cabang dari matematika, di antaranya aljabar, analisis, statistika, komputasi dan lain-lain. Ilmu-ilmu tersebut juga saling berhubungan, dalam aplikasinya seringkali terdapat pembahasan mengenai perpaduan antara ilmu-ilmu tersebut, misalnya antara komputasi dengan analisis, sehingga dari perpaduan antara ilmu-ilmu tersebut dapat dihasilkan suatu teori baru.

Statistika adalah ilmu yang mempelajari suatu proses dalam merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data (Turmudi & Harini, 2008). Selain itu statistika berupa sekumpulan konsep dan metode untuk mengumpulkan data, menyajikannya dalam bentuk yang mudah dipahami, menganalisis data dan mengambil suatu kesimpulan berdasarkan hasil analisis data dalam situasi yang memiliki ketidakpastian dan variasi. Karena statistika bertolak pada cara berfikir probabilistik, hasil pengolahan data yang menggunakan metode statistik bukanlah hasil pasti, tetapi merupakan hasil taksiran atau estimasi adanya ketidakpastian dari variasi yang terjadi dalam fenomena tertentu.

Teori estimasi sendiri digolongkan menjadi estimasi titik dan estimasi selang. Istilah statistik yang sering didengar adalah estimasi yang merupakan terjemahan dari kata *estimation*. Pada dasarnya, estimasi adalah suatu metode

yang digunakan untuk menduga beberapa parameter pada suatu populasi dengan menggunakan sampel.

Dalam analisis statistik telah dikenal beberapa pendekatan yang sering digunakan, misalnya analisis regresi. Pada umumnya analisis regresi ini digunakan untuk menyelidiki pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Bentuk pola hubungan fungsional antara variabel respon dengan variabel prediktor dapat diperkirakan dengan membuat diagram yang memuat informasi tentang kedua hubungan tersebut. Dalam analisis regresi pola hubungan antara dua variabel atau lebih tidak selalu berpola parametrik. Terdapat banyak kasus dimana pola hubungan antar variabel berpola nonparametrik dan terdapat pula beberapa kasus lain, hubungan antar variabel berpola semiparametrik. Dalam regresi parametrik bentuk kurva regresi diasumsikan diketahui sedangkan dalam regresi nonparametrik bentuk kurva diasumsikan tidak diketahui (Budiantara, 2001).

Gabungan antara regresi parametrik dengan regresi nonparametrik ini menghasilkan model regresi semiparametrik, sehingga estimasi regresi semiparametrik ekuivalen dengan mengestimasi parameter pada komponen parametrik dan nonparametrik (Ruppert, dkk., 2003). Model regresi semiparametrik secara umum adalah:

$$y_i = x_i\beta + f(t_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Terkait mengenai estimasi yang juga dapat diartikan sebagai perkiraan telah disinggung dalam Al-Qur'an surat Al-Ankabut ayat 3 yang berbunyi:

أَحْسَبَ النَّاسُ أَنْ يُتْرَكُوا أَنْ يَقُولُوا ءَامَنَّا وَهُمْ لَا يُفْتَنُونَ ﴿١٥٥﴾

Artinya: "Apakah manusia itu mengira bahwa mereka dibiarkan (saja) mengatakan: "Kami telah beriman", sedang mereka tidak diuji lagi?"

Menurut ayat tersebut dapat dijelaskan bahwa, kaitan ayat tersebut dengan metode estimasi (perkiraan) terletak pada lafadz "Ahasiba". Manusia tidak dibiarkan begitu saja mengatakan telah beriman tanpa diuji dan dicoba seperti yang mereka kira. Mereka benar-benar akan diuji untuk membuktikan kebenaran pangakuan iman mereka. Kata "yufthanun" berasal dari kata *Al-Fatihah*. Pengertian *Al-Fatihah* disini adalah *Al-Imtihan* (ujian) seperti jatuh miskin, musim kemarau dan berbagai musibah yang melibatkan jiwa dan harta, juga bersabar menghadapi kaum kafir dengan berbagai macam tingkah mereka.

Jika dikaitkan dengan analisis regresi dapat dijumpai pada salah satu ayat Al-Qur'an seperti dalam QS Al-Baqarah ayat 155 yang berbunyi:

وَلَنَبْلُوَنَّكُمْ بِشَيْءٍ مِّنَ الْخَوْفِ وَالْجُوعِ وَنَقْصٍ مِّنَ الْأَمْوَالِ وَالْأَنْفُسِ وَالثَّمَرَاتِ ۗ
وَدَشِّرِ الصَّابِرِينَ ﴿١٥٥﴾

Artinya: "Dan sungguh akan kami berikan cobaan kepadamu, dengan sedikit ketakutan, kelaparan, kekurangan harta, jiwa dan buah-buahan. dan berikanlah berita gembira kepada orang-orang yang sabar".

Dapat diketahui bahwasanya Allah telah menjelaskan di dalam ayat tersebut berbagai macam ujian kepada umat manusia seperti, ketakutan, kelaparan, kekurangan harta, jiwa dan sebagainya. Namun ujian-ujian tersebut disesuaikan dengan kadar kemampuan manusia dalam bersabar. Dalam analisis regresi kemampuan manusia merupakan variabel terikat yang tergantung dengan ujian-

ujian yang dihadapi, yaitu ketakutan, kelaparan kekurangan harta, jiwa dan sebagainya, semua itu didefinisikan sebagai variabel bebas yang mempengaruhi kadar kesabaran. Semakin besar ujian yang diberikan maka semakin besar pula kadar kesabaran yang harus dimiliki.

Model pendekatan regresi mempunyai latar belakang tersendiri dalam mengestimasi. Banyak peneliti-peneliti yang telah melakukan penelitian tentang regresi nonparametrik. Salah satu model regresi dengan pendekatan nonparametrik yang sangat sering digunakan untuk melakukan estimasi terhadap kurva regresi adalah regresi *B-spline*. Regresi *B-spline* merupakan regresi nonparametrik yang menekankan pada suatu regresi ke arah *fitting data* dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. *B-Spline* merupakan model polinomial yang tersegmen atau terbagi pada suatu titik fokus yang disebut knot.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti akan mengkaji masalah regresi *semiparametrik* dengan judul “**Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline***”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah

1. Bagaimana estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*?
2. Bagaimana model regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline* diterapkan pada data?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian yang diambil, yaitu:

1. Untuk mengetahui estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*
2. Untuk mengetahui model regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline* yang diterapkan pada data

1.4 Batasan Masalah

Untuk membatasi masalah pada penelitian ini agar sesuai dengan yang dimaksudkan dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka penulis memberikan batasan-batasan:

1. Model *B-Spline* yang digunakan adalah *B-Spline* Kuadrat
2. Data yang digunakan adalah Pertumbuhan Balita Kelurahan Jatimulyo, Kecamatan Lowokwaru, Kota Malang

1.5 Manfaat Penelitian

1. Bagi Penulis

Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang pendekatan *B-Spline* dan estimasi regresi semiparametrik, dan sebagai pelajaran berharga dalam mengaktualisasi diri sebagai mahasiswa dalam menerapkan pengalaman serta teori-teori ilmu pengetahuan yang telah diperoleh selama menjalani pendidikan hingga

dapat melakukan penelitian ini, khususnya dalam materi mata kuliah statistika matematika.

2. Bagi Lembaga

Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan, khususnya di Jurusan Matematika untuk mata kuliah statistika.

3. Pengembangan Ilmu Pengetahuan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan diharapkan memberikan kontribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan terutama dalam pengembangan ilmu matematika tentang statistika yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai disiplin ilmu.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah *Library Research*, yakni mengumpulkan data secara literatur yang akan dipergunakan sebagai acuan dalam menganalisis masalah. Kemudian dilakukan analisa pengestimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*. Adapun langkah-langkah yang dipergunakan dalam analisis masalah adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji model regresi semiparametrik
2. Menentukan estimasi parameter $\hat{\beta}$ dan $\hat{f}(z)$ pada unsur semiparametrik menggunakan metode *Likelihood*
3. Substitusi estimator $\hat{\beta}$ dan $\hat{f}(t)$ ke dalam $\hat{Y} = X\hat{\beta} + \hat{f}$.

4. Menganalisis sifat-sifat estimasi dari $\hat{\beta}$ yang memenuhi sifat-sifat tidak bias, konsisten dan efisien
5. Menganalisis data
 - a) Deskripsi data
 - b) Plot data menggunakan *scatter plot*
 - c) Membentuk model *B-Spline* kuadratik
 - d) Uji Signifikansi Model
 - e) Uji Asumsi
 - f) Uji kelayakan Model
 - g) Perhitungan statistika menggunakan program Minitab 14

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pembaca dalam memahami penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dengan sistematika sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Tinjauan Pustaka

Pada bab ini diuraikan materi-materi yang mendasari materi yang digunakan, yakni tentang estimasi, estimasi parameter, analisis regresi, *B-Spline*, pemilihan *B-Spline* terbaik, menguji signifikansi model regresi

semiparametrik, uji asumsi pada *error*, *p-value*, koefisien determinasi, pertumbuhan balita dan keagamaan.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini akan membahas tentang estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline*.

Bab IV Penutup

Bab terakhir ini berisikan kesimpulan yang merupakan jawaban atas rumusan masalah yang telah dipaparkan pada bab pertama dan beberapa saran.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Estimasi

2.1.1 Pengertian Estimasi

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk mengestimasi atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dan sampel, dalam hal ini sampel peubah acak (*random*), yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi, dengan estimasi ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui. Secara umum, parameter diberi lambang β dan estimator diberi lambang $\hat{\beta}$ (Hasan, 2002).

Penduga (*estimator*) adalah anggota peubah acak statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah yang diturunkan). Parameter adalah nilai yang mengikuti acuan keterangan atau informasi yang dapat menjelaskan batas-batas atau bagian-bagian tertentu dari suatu sistem persamaan.

2.1.2 Sifat – sifat Estimator

a. Tak Bias (*Unbiased*)

Suatu estimasi dikatakan tak bias jika rata-rata dari seluruh kemungkinan sampel akan sama dengan nilai parameter dari populasi yang diestimasi. Misalnya terdapat parameter β (dengan menggunakan parameter β agar tidak terikat pada parameter μ dan σ^2). Misalnya jika $\hat{\beta}$ merupakan estimasi tak bias (*unbiased estimator*) dari parameter β , maka rata-rata

sampel dari populasi nilainya sama dengan β , dirumuskan:

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

Sebaliknya jika $E(\hat{\beta}) \neq \beta$, maka $\hat{\beta}$ disebut estimasi bias (*biased estimator*).

b. Konsisten

Estimator yang dikatakan konsisten adalah apabila jumlah sampelnya semakin ditambah maka nilai estimatornya akan semakin mendekati nilai populasinya. Misalkan $\hat{\beta}$ merupakan estimator konsisten bagi β apabila nilai $\hat{\beta}$ cenderung mendekati nilai parameter β untuk n (besarnya sampel) yang semakin besar mendekati tak terhingga ($n \rightarrow \infty$).

Jadi, ukuran sampel yang cenderung memberikan estimasi titik yang lebih baik dibandingkan ukuran sampel kecil. \bar{X} merupakan penduga konsisten dari μ , sebab apabila $n \rightarrow N$, maka $\bar{X} \rightarrow \mu$. Dari contoh di samping dapat diketahui apabila $n = N$ maka $\bar{X} = \mu$.

c. Efisien

Estimator yang efisien adalah estimator yang variansi dan standar deviasinya kecil. Semakin efisien berarti semakin menunjukkan keseragaman data yang diambil di dalam *sampling*. Misalkan $\hat{\beta}$ merupakan estimator yang efisien bagi β jika estimator $\hat{\beta}$ memiliki variansi atau standar deviasi yang lebih kecil dibandingkan dengan estimator lainnya. Apabila ada 2 estimator yang tak bias $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ dimana variansi atau standar deviasi dari estimator $\hat{\beta}_1$ lebih kecil dibandingkan variansi atau standar deviasi estimator $\hat{\beta}_2$, maka $\hat{\beta}_1$ relatif lebih efisien dibandingkan dengan $\hat{\beta}_2$.

d. Cukup

Estimator $\hat{\beta}$ merupakan menjadi suatu estimator yang cukup bagi β apabila $\hat{\beta}$ mencakup seluruh informasi tentang β yang terkandung di dalam sampel (Supranto, 2001).

2.2 Estimasi Parameter

Kebanyakan model probabilitas terutama yang cukup luas nilai penggunaannya tergantung dari beberapa konstanta yang dikenal dengan nama parameter. Jika parameter tidak diketahui, maka harus mengestimasi dengan menggunakan data sampel. Hal ini dapat dilakukan melalui fungsi yang dinamakan statistik.

Sebuah nilai β bagi suatu statistik $\hat{\beta}$ disebut suatu nilai estimasi bagi parameter populasi β . Statistik yang digunakan untuk memperoleh sebuah nilai estimasi disebut estimator atau fungsi keputusan. Sifat yang seharusnya dimiliki oleh suatu keputusan yang baik adalah menghasilkan nilai estimasi parameter yang bersifat tak bias. Jika terdapat dua atau lebih nilai estimasi bagi parameter yang sama, maka estimasi paling efisien adalah estimasi yang memiliki ragam terkecil (Walpole, 1982).

2.2.1 Metode Maksimum Likelihood

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n menyatakan peubah acak yang saling bebas dengan fungsi padat peluangnya dinyatakan oleh $f(X_i, \beta)$, dengan β adalah parameter yang akan ditaksir dengan metode *Maximum Likelihood*. Maka fungsi padat peluang gabungannya adalah:

$$\begin{aligned}
 f(X_1, X_2, \dots, X_n; \beta) &= f(X_1, \beta) \cdot f(X_2, \beta) \dots f(X_n, \beta) \\
 &= \prod_{i=1}^n f(X_i, \beta), \\
 &= L(\beta | X_1, X_2, \dots, X_n) \qquad \qquad \qquad (\text{Yong, 2003})
 \end{aligned}$$

2.2.2 Estimasi Parameter Metode Maksimum Likelihood

Maximum Likelihood Estimator (MLE) adalah sebuah metode estimasi klasik yang paling populer digunakan pada proses estimasi parameter. Menurut Cryer (1986), menggunakan keseluruhan informasi dari data pengamatan. Tahap penggunaan metode MLE terdiri dari dua tahap utama, yaitu pengkonstruksian fungsi *likelihood* (perkalian fungsi kepadatan peluang tiap-tiap amatan) dan memaksimumkan fungsi *likelihood*-nya.

2.3 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah sebuah metode statistik yang berguna untuk memodelkan fungsi hubungan di antara variabel prediktor dan variabel respon. Variabel respon, yaitu variabel yang kedudukannya dipengaruhi oleh variabel prediktor. Setiap perubahan nilai dalam variabel respon bergantung pada variabel prediktor. Dalam model regresi, biasanya dilambangkan dengan Y . Variabel prediktor dalam model regresi berkedudukan sebagai variabel penjelas, yang mempengaruhi variabel respon (Yamin, dkk., 2011).

2.3.1 Regresi Parametrik

Statistik parametrik yaitu ilmu statistik yang mempertimbangkan jenis sebaran atau distribusi data, apakah data menyebar secara normal atau tidak. Dengan kata lain, data yang akan dianalisis menggunakan statistik parametrik

harus memenuhi asumsi normalitas. Pada umumnya, jika data tidak menyebar normal, maka data seharusnya dikerjakan dengan metode statistik nonparametrik, atau setidaknya dilakukan transformasi terlebih dahulu agar data mengikuti sebaran normal, sehingga dapat dikerjakan dengan statistik parametrik (Wajdi, 2013).

Regresi parametrik merupakan metode statistika yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor dengan asumsi bahwa telah diketahui bentuk fungsi regresinya. Hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor dalam model dapat terjadi dengan fungsi linier maupun nonlinier dalam parameter.

Secara umum model regresi parametrik dengan variabel prediktor ke- k ditulis:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dengan

x_{ki} : nilai data ke- i dari variabel prediktor ke- k

y_i : variabel respon dari data ke- i

β_i : parameter yang tidak diketahui

ε_i : *error* ke- i yang diasumsikan menyebar $N \sim (0, \sigma^2)$

2.3.2 Regresi Nonparametrik

Statistik Nonparametrik adalah statistik bebas sebaran (tidak mensyaratkan bentuk sebaran parameter populasi, baik normal ataupun tidak). Selain itu, statistik nonparametrik biasanya menggunakan skala pengukuran sosial, yakni nominal dan ordinal yang umumnya tidak berdistribusi normal (Wajdi, 2013).

Regresi nonparametrik digunakan apabila bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor tidak diketahui bentuk kurva regresinya. Dalam regresi nonparametrik, kurva regresi nonparametrik hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat dalam ruang fungsi tertentu (Basri, 2008).

Secara umum model regresi nonparametrik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = f(z_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan

y_i : variabel prediktor ke- i

$f(z_i)$: fungsi nonparametrik ke- i yang tidak diketahui

ε_i : error ke- i yang diasumsikan menyebar $N \sim (0; \sigma^2)$

2.3.3 Regresi Semiparametrik

Model regresi semiparametrik merupakan model gabungan dari model regresi parametrik dan regresi nonparametrik (Hamzah, 2011). Model regresi semiparametrik merupakan bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor yang terdiri dari regresi parametrik $x_i\beta$ dan regresi nonparametrik $f(z_i)$. Sehingga model regresi semiparametrik ditulis:

$$y_i = \beta_0 + x_i\beta + f(z_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$y_i = x_i\beta + f(z_i) + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

dengan

x_i : variabel prediktor dari data ke- i untuk komponen parametrik

y_i : variabel respon dari data ke- i

β_i : parameter tidak diketahui

$f(z_i)$: fungsi nonparametrik ke- i yang tidak diketahui

ε_i : error ke- i yang diasumsikan menyebar $N \sim (0; \sigma^2)$

2.4 B-Spline

Secara umum fungsi *spline* yang digunakan dalam regresi nonparametrik, yang dikenal sebagai fungsi basis, salah satunya adalah basis *B-Spline*. Jika fungsi regresi didekati dengan fungsi *B-Spline* maka dapat ditulis menjadi:

$$g(t) = \sum_{j=1}^{m+K} \gamma_j B_{j-m,m}(t) \quad (2.4)$$

dengan $B_{j-m,m}$ merupakan basis *B-Spline*, dan titik-titik knot $a < u_1 < \dots < u_K < b$ dan terlebih dahulu didefinisikan dengan knot tambahan sebanyak $2m$, yaitu $u_{-(m-1)}, \dots, u_{-1}, u_0, \dots, u_{K+m}$ dimana $u_{-(m-1)} = \dots = u_0 = a$ dan $u_{k+1} = \dots = u_{K+m} = b$. Biasanya a diambil dari nilai minimum t dan b diambil dari maksimum t . Fungsi *B-Spline* didefinisikan secara rekursif sebagai berikut:

$$B_{i,m}(t) = \frac{t-u_i}{u_{i+m}-u_i} B_{i,m-1}(t) + \frac{u_{i+1+m}-t}{u_{i+1+m}-u_{i+1}} B_{i+1,m-1}(t) \quad (2.5)$$

dengan

$$B_{j,1}(t) = \begin{cases} 1, & \text{jika } u_j < z \leq u_{j+1} \\ 0, & \text{jika } z < u_j \text{ atau } z \geq u_{j+1} \end{cases}$$

m adalah derajat dari *B-Spline*. Untuk $m=2$ memberikan fungsi linear, $m=3$ memberikan fungsi *B-Spline* kuadratik dan $m=4$ memberikan fungsi *B-Spline* kubik. Untuk mengestimasi koefisien γ pada persamaan (2.4), didefinisikan matrik:

$$B(\lambda) = \left(B_{j,m}(t_i) \right)_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=(m-1),\dots,K}} \quad (2.6)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$B(\lambda) = \begin{pmatrix} B_{-(m-1),m}(t_1) & B_{-(m-2),m}(t_1), \dots, & B_{K,m}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{-(m-1),m}(t_n) & B_{-(m-2),m}(t_n), \dots, & B_{K,m}(t_n) \end{pmatrix}$$

Jadi $B(\lambda)$ adalah sebuah matrik berukuran $n \times (m+K)$ (Botella & Shariff, 2003).

2.5 Pemilihan *B-Spline* Terbaik

Pemilihan titik knot k_1, k_2, \dots, k_n yang optimal sangat penting dalam regresi *B-Spline*. Titik knot merupakan suatu titik fokus, sehingga kurva yang dibentuk tersegmen pada titik tersebut. Oleh karena itu agar diperoleh regresi *B-Spline* yang terbaik perlu dipilih titik knot yang optimal (Yuniartika, 2013).

Salah satu metode pemilihan titik knot yang optimal adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Titik knot yang optimal diperoleh dari nilai GCV yang paling minimum. Model terbaik dipilih berdasarkan nilai GCV yang paling minimum, dan secara umum didefinisikan sebagai:

$$GCV(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{MSE(k_1, k_2, \dots, k_n)}{\left(n^{-1} \text{trace} \left[I - A(k_1, k_2, \dots, k_n) \right] \right)^2} \quad (2.9)$$

dengan

$$MSE(\lambda) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - f(z_i))^2$$

$$A(k_1, k_2, \dots, k_k) = T(T^T T)^{-1} T^T$$

$$(k_1, k_2, \dots, k_k) = \text{titik knot}$$

2.6 Menguji Signifikansi Model Regresi Semiparametrik

Pengujian parameter dalam model regresi bertujuan untuk mengetahui apakah parameter tersebut telah menunjukkan hubungan yang nyata antara variabel prediktor dan variabel respon. Selain itu bertujuan untuk mengetahui kelayakan parameter dalam menerangkan model.

2.6.1 Uji Simultan (Uji F)

Uji simultan dilakukan dengan menggunakan analisis varian. Analisis varian ini akan diperoleh pengertian tentang bagaimana pengaruh sekelompok variabel prediktor secara bersama-sama terhadap variabel respon, statistik uji yang digunakan adalah satatistik uji F dengan rumus umum:

1. Hipotesis pengujian

$$H_0 : \beta_j = 0, \forall j = 0, 1, 2, \dots, n$$

lawan

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \exists j = 0, 1, 2, \dots, n$$

2. Statistik Uji

$$F = \frac{KT_{Reg}}{S^2} \quad (2.10)$$

3. Keputusan

Jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka tolak H_0 dan terima H_1 , sebaliknya

Jika $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka terima H_0 dan tolak H_1

2.6.2 Uji Parsial (Uji t)

1. Hipotesis pengujian

$$H_0 : \beta_j = 0, \forall j = 0, 1, 2, \dots, n$$

lawan

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad \exists_j = 0, 1, 2, \dots, n$$

2. Statistik Uji

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{\text{stdev}(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_j}} \quad (2.10)$$

C_q adalah elemen diagonal ke- i dari $(D'D)^{-1}$

3. Keputusan

Jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2}; df}$ maka tolak H_0 dengan $df = n - m$ merupakan banyaknya parameter (Firdaus, 2004).

2.7 Uji Asumsi pada *Error*

2.7.1 Uji Nonautokorelasi

Salah satu asumsi pada model regresi semiparametrik adalah ε nonautokorelasi. Tetapi asumsi tersebut tidak selalu dipenuhi. Jika gangguan penyimpangan berupa adanya autokorelasi secara nyata pada suatu fungsi regresi maka asumsi tersebut tidak berlaku. Berarti pada fungsi regresi tersebut ada autokorelasi. Autokorelasi merupakan gangguan pada fungsi regresi yang berupa korelasi di antara faktor pengganggu.

Akibat adanya autokorelasi pada model regresi maka akan terjadi hal-hal berikut:

- 1) Estimator-estimator koefisien regresi yang diperoleh tetap merupakan estimator tak bias
- 2) Varian variabel pengganggu menjadi tidak efisien jika dibandingkan

dengan tidak adanya autokorelasi. Varian variabel pengganggu mungkin sekali dan dinilai terlalu rendah, sehingga akibatnya uji statistik yang digunakan terhadap koefisien regresi estimator berkurang kemaknaanya dan mungkin akan menjadi tidak berarti sama sekali.

Ada beberapa prosedur atau cara untuk mengetahui adanya masalah autokorelasi pada suatu model regresi. Tetapi ada tidaknya autokorelasi yang paling banyak digunakan adalah Uji Durbin Watson (uji DW). Uji ini dapat digunakan bagi sembarang sampel, baik besar atau kecil, tetapi uji DW hanya berhasil baik apabila autokorelasinya berbentuk autokorelasi linier orde pertama.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_j = 0$, tidak terdapat autokorelasi

$H_0 : \beta_j \neq 0$, terdapat autokorelasi

Hitung besarnya nilai statistik DW dengan rumus

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_t^2} \quad (2.7)$$

dengan

DW : statistik Uji Durbin Watson

e_{t-1} : kesalahan pengganggu pada periode $t-1$

e_t : kesalahan pengganggu pada periode t

Distribusi DW terletak di antara dua distribusi d_l dan d_u . d_l adalah batas bawah nilai DW sedangkan d_u adalah batas nilai DW. Nilai-nilai tersebut telah disusun dalam tabel yang dikenal sebagai tabel Durbin Watson untuk derajat keyakinan 95% dan 99%.

Untuk melihat ada tidaknya autokorelasi, dapat juga digunakan ketentuan sebagai berikut:

Tabel 2.1 ketentuan DW

DW	Kesimpulan
Kurang dari 1,10	Ada autokorelasi
1,10 dan 1,54	Tanpa kesimpulan
1,55 dan 2,46	Tidak ada autokorelasi
2,46 dan 2,90	Tanpa kesimpulan
Lebih dari 2,91	Ada autokorelasi

(Firdaus, 2004)

2.7.2 Uji Asumsi Nonmultikolinearitas

Istilah multikolinearitas ditemukan oleh Ragner Frish. Istilah itu berarti adanya hubungan linier yang sempurna atau eksak di antara variabel-variabel bebas dalam model regresi. Apabila terjadi kolinearitas sempurna maka koefisien regresi dari variabel X tidak dapat ditentukan dan *standart error*-nya tinggi, yang berarti koefisien regresi tidak dapat diperkirakan dengan tingkat ketelitian yang tinggi. Jadi, semakin kecil korelasi di antara variabel bebasnya maka semakin baik model regresi yang akan diperoleh. Dengan demikian, masalah multikolinearitas adalah masalah derajat (Firdaus, 2004).

Kolinearitas seringkali dapat diestimasi jika nilai R^2 cukup tinggi dan koefisien regresi sederhana juga tinggi. Akan tetapi tidak ada satupun atau sedikit sekali koefisien regresi parsial yang signifikan secara individu jika dilakukan *uji-t*, maksudnya hipotesis nol bahwa koefisien regresi parsial sama dengan nol hampir semuanya diterima. Jadi, secara individual tidak mempunyai pengaruh terhadap

variabel bebasnya Y . Apabila nilai R^2 tinggi, ini berarti bahwa uji F melalui analisis varian, pada umumnya akan menolak hipotesis nol yang mengatakan bahwa secara simultan atau bersama-sama, koefisien regresi parsialnya nol (Supranto, 2004).

2.7.3 Uji Asumsi Kehomogenan Ragam *Error*

Salah satu asumsi pada *error* adalah $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ yaitu varian dari faktor pengganggu selalu sama pada data pengamatan yang satu ke data pengamatan yang lain. Jika hal itu dipenuhi berarti varian faktor pengganggu pada kelompok data tersebut bersifat homokedastik. Jika asumsi tersebut tidak dipenuhi maka terjadi penyimpangan terhadap faktor pengganggu yang disebut homokedastisitas (Firdaus, 2004).

2.8 *P-Value*

P-Value atau peluang yang dihitung adalah peluang menolak hipotesis nol H_0 dari pernyataan penelitian ketika hipotesis benar.

Satu-satunya situasi dimana harus menggunakan “*P-value* satu sisi” adalah ketika sebuah perubahan besar dalam arah (sisi sebelah kanan atau sebelah kiri dari distribusi normal) memiliki relevansi terhadap penelitian. Namun jika di hadapkan pada situasi bahwa arah perubahan tidak dapat diduga yang sama sekali tidak ada relevansinya dengan sistem maka sebaiknya menggunakan nilai “*P-value* dua sisi”.

2.9 Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi yang disimbolkan dengan R^2 adalah alat untuk mengukur proporsi keragaman atau variansi total disekitar nilai tengah y yang dapat dijelaskan oleh model regresi. Secara umum semakin besar nilai R^2 , maka semakin baik pula model yang didapatkan karena mampu menjelaskan lebih banyak data (Draper & Smith, 1992).

Rumus R^2 adalah:

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.8)$$

dengan

\hat{y} : nilai estimasi peubah respon ke- i

\bar{y} : rata-rata peubah respon

y_i : nilai peubah respon ke- i

2.10 Pertumbuhan Balita

Pertumbuhan adalah bertambahnya ukuran dan jumlah sel serta jaringan interseluler, berarti bertambahnya ukuran fisik dan struktur tubuh dalam arti sebagian atau keseluruhan (Widi, 2010). Pertumbuhan bersifat kuantitatif dan dapat diukur dengan satuan panjang (cm, meter), satuan berat (gram, pound dan kilogram), keseimbangan metabolik (resistensi kalsium dan nitrogen tubuh) dan umur tulang.

2.10.1 Berat Badan Balita

Berat adalah hasil peningkatan atau penurunan semua jaringan yang ada

pada tubuh, antara lain: tulang, otot, lemak, cairan tubuh dan sebagainya. Berat badan dipakai sebagai indikator yang terbaik pada saat ini untuk mengetahui keadaan gizi dan tumbuh kembang anak. Selain itu berat badan memiliki beberapa kelebihan, yaitu sensitif terhadap perubahan sedikit saja, pengukurannya objektif dan dapat diulang, dapat menggunakan timbangan apa saja yang relatif murah dan lebih tepatnya menggunakan timbangan elektronik, ketika balita dalam keadaan telanjang atau dengan memakai pakaian dalam saja.

Berat badan merupakan ukuran antropometri yang terpenting dan paling sering digunakan pada bayi baru lahir (*neonatus*). Berat badan digunakan untuk mendiagnosis bayi normal atau BBLR. Dikatakan BBLR apabila berat bayi lahir di bawah 2.500 g atau di bawah 2,5 kg. Pada masa bayi-balita, berat badan dapat dipergunakan untuk melihat laju pertumbuhan fisik maupun status gizi, kecuali terdapat kelainan klinis seperti dehidrasi, asites, edema, dan adanya tumor. Disamping itu berat badan dapat dipergunakan sebagai dasar perhitungan dosis obat dan makanan (Hartono, 2008).

2.10.2 Berat Badan Menurut Umur

Pertumbuhan setiap anak adalah sesuatu yang sangat spesifik dan personal. Meskipun begitu, kebanyakan orang tua mencemaskan pertumbuhan anaknya sejak bayi hingga masa remaja, terutama dalam hal berat badan rata-rata sesuai umur anak. Anak-anak tumbuh dengan cara yang berbeda hingga ia dewasa. Sejak lahir wajar jika bayi kehilangan 5-10% berat badan. Pada bulan-bulan awal sejak lahir, bayi ASI cenderung lebih berat daripada yang minum susu formula. Namun kebalikannya terjadi kelak saat memasuki tahun kedua. Saat bayi berusia lima

bulan, berat idealnya adalah berat lahir dikalikan dua, dan dikalikan tiga saat bayi berusia 12 bulan, lalu dikalikan empat di akhir tahun kedua (Unidede, 2012).

Grafik pertumbuhan atau tabel berat badan anak yang disarankan merupakan angka dalam keadaan normal. Lagipula, sebagian anak tampak tumbuh lambat sementara yang lainnya amat pesat. Ada banyak hal yang mempengaruhi pertumbuhan seorang anak, seperti genetis, asupan nutrisi, aktivitas fisik, hormon, jenis kelamin, serta kondisi kesehatan. Beberapa jenis penyakit seperti diare dan demam dapat membuang berat badan secara signifikan dalam waktu singkat.

Anak gemuk tidak selalu berarti sehat, jangan terlalu mengawatirkan berat badan anak selama kemampuan motorik dan sensoriknya berkembang baik dan tampak sehat. Di titik tertentu jika merasa pertumbuhan anak terlalu lambat, tidak menunjukkan kemajuan dalam hal tumbuh kembang dan tampak lemas, konsultasikan saja dengan dokter anak untuk memikirkan kemungkinan terbaiknya (Unidede, 2012).

2.11 Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline* dalam Al-Qur'an

Dalam Al-Qur'an surat Al-Anbiya' ayat 35 telah disinggung mengenai ujian yang diberikan Allah SWT, yang berbunyi:

كُلُّ نَفْسٍ ذَائِقَةُ الْمَوْتِ وَنَبَلُّوكُم بِالشَّرِّ وَالْحَيْرِ فَتْنَةً ۗ وَإِلَيْنَا تُرْجَعُونَ ﴿٣٥﴾

Artinya: "Tiap-tiap yang berjiwa akan merasakan mati. Kami akan menguji kamu dengan keburukan dan kebaikan sebagai cobaan (yang sebenar-benarnya). dan hanya kepada kamilah kamu dikembalikan" (Q.S.Al-Anbiya:35).

Ayat ini menjelaskan lebih tegas lagi bahwa setiap makhluk-Nya yang hidup atau bernyawa pasti akan merasakan mati. Tidak satupun yang kekal, kecuali Dia sendiri. Dalam ayat ini juga Allah SWT menjelaskan cobaan yang diberikan kepada manusia tidak hanya berupa hal-hal buruk, atau musibah yang tidak disenangi, ujian tersebut dapat juga berupa kebaikan dan keuntungan. Apabila ujian atau cobaan itu berupa musibah, maka tujuannya adalah untuk menguji mental manusia, apakah ia mau bersyukur atas segala rahmat yang dilimpahkan Allah kepadanya atau tidak mau bersyukur.

Sebagai suatu metode dalam statistika regresi, merupakan metode yang memodelkan fungsi hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon yang mana kedua variabel tersebut saling bergantung. Seperti manusia dan Tuhannya tanpa adanya ujian-ujian dari Allah SWT manusia tidak akan pernah menyadari dari mana asalnya.

Imam Ibnu Katsir rahimahullah berkata: “Kami menguji kamu (wahai manusia), terkadang dengan bencana dan terkadang dengan kesenangan, agar kami melihat siapa yang bersyukur dan siapa yang ingkar, serta siapa yang bersabar dan siapa yang berputus asa”(Ar-Rifa’i, 1999).

Ujian yang diberikan Allah SWT itu tidak selalu dalam bentuk yang berat dan dibenci, tetapi ada juga ujian yang menyenangkan. Semua ujian itu berfungsi untuk membuktikan kebenaran iman seseorang. Seperti pada analisis atau pada estimasi regresi, banyak sekali uji-uji yang bisa digunakan untuk mengetahui seberapa baik model regresi yang digunakan. Dijelaskan pula oleh Ibnu Katsir bahwa ujian yang diberikan itu sesuai dengan kadar keimanan pelakunya.

Dalam surat Al-Baqarah ayat 286 juga dijelaskan bahwa Allah SWT tidak akan membebani ataupun menguji seseorang (hamba) di luar kemampuannya dan Allah SWT pun akan memberikan balasan atas apa yang ia kerjakan baik berupa kebaikan maupun keburukan. Ketika kebaikan yang ia kerjakan maka akan menjadi sebab mendapatkan pahala dan apabila keburukan (kemaksiatan) yang ia kerjakan maka siksa yang akan ia dapatkan.

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا اكْتَسَبَتْ

Artinya: “Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya” (Q.S. Al-Baqarah:286).

Dalam Islam ditegaskan bahwa terdapat masalah tertentu yang manusia tidak mampu melihat atau menafsirkan dengan hasil yang “pasti”. Kepastian hanya Allah yang Maha Tahu. Manusia hanya dituntut untuk berikhtiar atau berusaha sesuai dengan aturan yang ditetapkan dalam Islam.

Estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi, yaitu estimasi banyak, estimasi pengukuran dan estimasi komputasional (Abdussakir, 2007).

1. Estimasi banyak

Estimasi banyak adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Objek di sini maknanya sangat luas. Objek dapat berupa uang, kelereng, titik, dan mobil.

2. Estimasi pengukuran

Estimasi ukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran di sini maknanya sangat luas, dapat bermakna ukuran waktu, panjang, luas dan volume. Ketika orang berjalan, tanpa menanyakan tanggal lahirnya pembaca dapat menebak atau menaksir usianya.

3. Estimasi komputasional

Estimasi komputasional adalah menentukan hasil operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan ke puluhan terdekat.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Regresi Semiparametrik

Dengan menggunakan persamaan regresi semiparametrik

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_m x_{ik} + f(z_i) + \varepsilon_i \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

dengan

y_i : variabel respon dari data ke - i

x_i : variabel prediktor dari data ke - i

β_i : parameter yang tidak diketahui

$f(z_i)$: fungsi regresi yang tidak diketahui

ε_i : *error* ke - i yang diasumsikan menyebar normal

dan persamaan (3.1) di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matrik berikut:

$$Y = X^T \beta + f(z) + \varepsilon \quad (3.2)$$

dengan

Y : vektor variabel terikat berordo $n \times 1$

X^T : merupakan matrik $n \times (k + 1)$ untuk komponen parametrik

β : vektor parameter berordo $(k + 1) \times 1$

f : merupakan matrik $n \times p$ yang di dalamnya termuat fungsi *spline*

Z : variabel prediktor untuk komponen nonparametrik

ε : *error* yang diasumsikan menyebar normal berordo $n \times 1$

Berdasarkan persamaan (3.2) ε , merupakan variabel acak berdistribusi dan normal multivariat dengan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ dan $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ tidak berkorelasi, sehingga $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, maka fungsi kepadatan bersama dari ε , $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ adalah:

$$\begin{aligned}
 L(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n | \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i, \sigma^2) \\
 &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_i - \mu)^2}{\sigma^2}\right] \\
 &= \frac{1}{(2\pi\sqrt{\sigma^2})^n} \exp\left[\sum_{i=1}^n -\frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_i - \mu)^2}{\sigma^2}\right] \\
 &= \frac{1}{(2\pi\sigma)^n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \mu)^2\right] \\
 &= \frac{1}{(2\pi\sigma)^n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2\right] \\
 &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\varepsilon^T \varepsilon)\right)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Variabel Y dari persamaan regresi semiparametrik pada persamaan (3.2), merupakan variabel acak berdistribusi normal, sehingga:

$$\varepsilon = Y - X^T \beta - f(z) \tag{3.4}$$

maka diperoleh fungsi peluang gabungan dari fungsi *likelihood* dari ε adalah:

$$l(\varepsilon_i | \beta, f, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \varepsilon^T \frac{1}{\sigma} \varepsilon\right) \tag{3.5}$$

dan fungsi *log likelihood*-nya adalah:

$$\log l(\beta | f, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (Y - X\beta - f)^T (Y - X\beta - f)\right) \quad (3.6)$$

Jika fungsi regresi f didekati dengan *B-Spline* sehingga:

$$f(z) = \sum_{i=1}^{m+K} \alpha_i B_{i-m,m}(z) \quad (3.7)$$

dengan K titik knot dan *B-Spline* berderajat m , maka persamaan (3.7) dapat dijabarkan menjadi:

$$\begin{aligned} f(z) &= \sum_{i=1}^{m+K} \alpha_i B_{i-m,m}(z) \\ &= \alpha_1 B_{1-m,m}(z) + \alpha_2 B_{2-m,m}(z) + \dots + \alpha_{m+K} B_{m+K-m,m}(z) \\ &= \alpha_1 B_{-(m-1),m}(z) + \alpha_2 B_{-(m-2),m}(z) + \dots + \alpha_{m+K} B_{K,m}(z) \end{aligned}$$

dan bentuk matriksnya

$$f(z) = \begin{bmatrix} B_{-(m-1),m}(z) & B_{-(m-2),m}(z) & \dots & B_{K,m}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{m+K} \end{bmatrix}$$

$$f(z) = b\alpha \quad (3.8)$$

Untuk data penelitian sebanyak $i = 1, 2, \dots, n$, diperoleh:

$$\begin{aligned} f(z_1) &= \alpha_1 B_{-(m-1),m}(z_1) + \alpha_2 B_{-(m-2),m}(z_1) + \dots + \alpha_{m+K} B_{K,m}(z_1) \\ f(z_2) &= \alpha_1 B_{-(m-1),m}(z_2) + \alpha_2 B_{-(m-2),m}(z_2) + \dots + \alpha_{m+K} B_{K,m}(z_2) \\ &\vdots \\ f(z_n) &= \alpha_1 B_{-(m-1),m}(z_n) + \alpha_2 B_{-(m-2),m}(z_n) + \dots + \alpha_{m+K} B_{K,m}(z_n) \end{aligned} \quad (3.9)$$

karena fungsi *B-Spline* kuadratik maka $m=3$ dan persamaan (3.9) dapat dinyatakan sebagai:

$$f_1 = \alpha_1 B_{-2,3}(z_1) + \alpha_2 B_{-1,3}(z_1) + \alpha_3 B_{0,3}(z_1) + \alpha_4 B_{1,3}(z_1)$$

$$f_2 = \alpha_1 B_{-2,3}(z_2) + \alpha_2 B_{-1,3}(z_2) + \alpha_3 B_{0,3}(z_2) + \alpha_4 B_{1,3}(z_2)$$

⋮

$$f_n = \alpha_1 B_{-2,3}(z_n) + \alpha_2 B_{-1,3}(z_n) + \alpha_3 B_{0,3}(z_n) + \alpha_4 B_{1,3}(z_n)$$

dan bentuk matriksnya:

$$F = B\alpha$$

dengan

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{-2,3}(z_1) & B_{-1,3}(z_1) & B_{0,3}(z_1) & B_{1,3}(z_1) \\ B_{-2,3}(z_2) & B_{-1,3}(z_2) & B_{0,3}(z_2) & B_{1,3}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{-2,3}(z_n) & B_{-1,3}(z_n) & B_{0,3}(z_n) & B_{1,3}(z_n) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{m+K} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dengan fungsi *penalty* $J(f)$, yakni ukuran kemulusan dan kekasaran kurva, dapat dinyatakan sebagai integral dari kuadrat turunan kedua dari suatu fungsi yang dapat ditulis dengan:

$$J(z) = \int_a^b [f''(z)]^T dz \quad (3.11)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.8) ke (3.11) akan diperoleh:

$$\begin{aligned} J(f) &= \int_a^b [f''(z)]^T dz \\ &= \int_a^b [D^2 f(z)]^T [D^2 f(z)] dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_a^b [D^2(B\alpha)]^T [D^2(B\alpha)] dz \\
&= \alpha^T \left(\int_a^b [D^2 B^T][D^2 B] dz \right) \alpha \\
&= \alpha^T K \alpha
\end{aligned} \tag{3.12}$$

dengan

$$K = \int_a^b [D^2 B][D^2 B^T] dz$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter β dengan metode *Maximum Likelihood* dan mensubstitusikan persamaan (3.12) maka diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned}
\ln L(\beta, f | Y) &= \ln \left(\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (Y - X\beta - f)^T (Y - X\beta - f) \right) - \frac{\lambda}{2} \int_a^b [f''(z)]^T dz \right) \\
&= \ln \left(\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \right) + \left(\ln \exp \left(\frac{1}{2\sigma^2} (Y - X\beta - f)^T (Y - X\beta - f) \right) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right) \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - Y^T X \beta - Y^T f - \beta^T X^T Y + \right. \\
&\quad \left. \beta^T X^T X \beta + \beta^T X^T f - f^T Y + f^T X \beta + f^T f) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right) \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \left(\frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - (Y^T X \beta)^T - Y^T f - \beta^T X^T Y + \right. \\
&\quad \left. \beta^T X^T X \beta + \beta^T X^T f - (f^T Y)^T + (f^T X \beta)^T + f^T f) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \left(\frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - 2\beta^T X^T Y - 2Y^T f + \right. \\
&\quad \left. \beta^T X^T X \beta + 2\beta^T X^T f + f^T f) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right) \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \left(\frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - 2\beta^T X^T Y - \beta^T X^T X \beta + \right. \\
&\quad \left. 2Y^T B \alpha + 2\beta^T X^T B \alpha + (B \alpha)^T B \alpha) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right) \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - 2\beta^T X^T Y - 2Y^T B \alpha + \right. \\
&\quad \left. \beta^T X^T X \beta + 2\beta^T X^T B \alpha + \alpha^T B^T B \alpha) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \right) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Untuk memperoleh estimasi parameter β maka persamaan di atas diturunkan terhadap β , dan diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\beta, \sigma^2)}{\partial \beta} &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - 2\beta^T X^T Y - 2Y^T B \alpha + \\
&\quad \beta^T X^T X \beta + 2\beta^T X^T B \alpha + \alpha^T B^T B \alpha) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \\
&= 0 - 0 - \frac{1}{2\sigma^2} (0 - 2X^T Y - 0 + 2X^T X \beta + 2X^T B \alpha + 0) \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2} (-2X^T Y + 2X^T X \beta + 2X^T B \alpha) \quad (3.14)
\end{aligned}$$

dan disamadengankan nol:

$$-\frac{1}{2\sigma^2} (-2X^T Y + 2X^T X \beta + 2X^T B \alpha) = 0$$

$$X^T Y - X^T X \beta - X^T B \alpha = 0$$

$$X^T X \beta = X^T Y - X^T B \alpha$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \quad (3.15)$$

maka estimasi untuk parameter β diperoleh:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha)$$

Untuk memperoleh estimasi parameter α maka persamaan di atas diturunkan terhadap α , dan diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha, \sigma^2)}{\partial \alpha} &= -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (Y^T Y - 2\beta^T X^T Y - 2Y^T B \alpha + \\ &\quad \beta^T X^T X \beta + 2\beta^T X^T B \alpha + \alpha^T B^T B \alpha) - \frac{\lambda}{2} \alpha^T K \alpha \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} (-2Y^T B + 2\beta^T X^T B + 2B^T B \alpha) - \lambda K \alpha \end{aligned}$$

dan disamadengankan nol:

$$Y^T B - \beta^T X^T B - B^T B \alpha - \lambda K \alpha = 0$$

$$(B^T B + \lambda K) \alpha = \beta^T X^T B - Y^T B$$

$$\alpha = (B^T B + \lambda K)^{-1} \beta^T X^T B - Y^T B \quad (3.16)$$

Untuk memperoleh estimasi parameter α maka substitusikan persamaan (3.15) ke (3.16) maka diperoleh:

$$\alpha = (B^T B + \lambda K)^{-1} \left((X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \right)^T X^T B - Y^T B$$

dan berdasarkan persamaan (3.8) maka diperoleh estimator \hat{f} , yaitu:

$$\hat{f} = B \left[(B^T B + \lambda K)^{-1} \left((X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \right)^T X^T B - Y^T B \right] \quad (3.17)$$

maka estimasi model regresi semiparametrik yang diperoleh adalah:

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= X\hat{\beta} + \hat{f} \\ &= X\left((X^T X)^{-1}(X^T Y - X^T B\alpha)\right) + B\left((B^T B + \lambda K)^{-1}\left((X^T X)^{-1}(X^T Y - X^T B\alpha)\right)^T X^T B - Y^T B\right)\end{aligned}\quad (3.18)$$

3.2 Sifat-sifat Estimasi

a. Tidak Bias

Suatu estimator dikatakan tidak bias jika $E[\hat{\beta}] = \beta$ sehingga

$$\begin{aligned}E[\hat{\beta}] &= E\left[(X^T X)^{-1}(X^T Y - X^T B\alpha)\right] \\ &= (X^T X)^{-1} X^T (Y - B\alpha) \\ &= (X^T X)^{-1} X^T (E|Y| - B\alpha) \\ &= (X^T X)^{-1} X^T ((X\beta + B\alpha) - B\alpha) \\ &= (X^T X)^{-1} X^T (X\beta + B\alpha - B\alpha) \\ &= \left[(X^T X)^{-1}(X^T X)\right]\beta \\ &= I\beta \\ &= \beta\end{aligned}\quad (3.19)$$

Dari persamaan (3.19) didapatkan bahwa $E[\hat{\beta}] = \beta$, sehingga $\hat{\beta}$ merupakan estimator yang tak bias untuk β .

b. Konsisten

Suatu estimator dikatakan konsisten jika $E(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))^2 \rightarrow 0$ untuk $n \rightarrow \infty$

sehingga

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))^2 &= E\left[(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))(\hat{\beta} - E(\hat{\beta}))^T\right] \\
 &= E\left[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T\right] \\
 &= (E(\hat{\beta}) - E(\beta)) - (E(\hat{\beta}) - E(\beta))^T \\
 &= (\beta - \beta) - (\beta - \beta)^T \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

c. Efisien

Suatu estimasi dikatakan efisien apabila estimator tersebut mempunyai variansi yang kecil. Dengan menggunakan rumus efisiensi relatif, maka dapat diketahui:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{E(\hat{\beta}_1^2 - E(\hat{\beta}_1))^2}{E(\hat{\beta}_2^2 - E(\hat{\beta}_2))^2} \\
 &= \frac{\text{Var}(\hat{\beta}_1)}{\text{Var}(\hat{\beta}_2)} \\
 &= \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Jika $R > 1$, maka $\sigma_2^2 < \sigma_1^2$ sehingga $\text{Var}(\hat{\beta}_2) = \sigma_2^2$ secara relatif lebih efisien daripada $\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \sigma_1^2$.

3.3 Aplikasi Data dengan Metode *B-Spline*

3.3.1 Diskripsi Data

Data yang dipakai dalam penelitian ini merupakan data Pertumbuhan Balita di Kelurahan Jatimulyo, Kecamatan Lowokwaru, Kota Malang tahun 2014. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari satu variabel respon berat badan balita Y yang dipengaruhi oleh variabel prediktor tinggi badan X dan variabel prediktor umur 0-60 bulan z .

3.3.2 Uji Normalitas pada *Error*

Untuk mengetahui data tersebut dalam kelompok parametrik atau nonparametrik, terlebih dahulu akan dilakukan uji normalitas terhadap data dengan cara melihat plot dari data tersebut dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

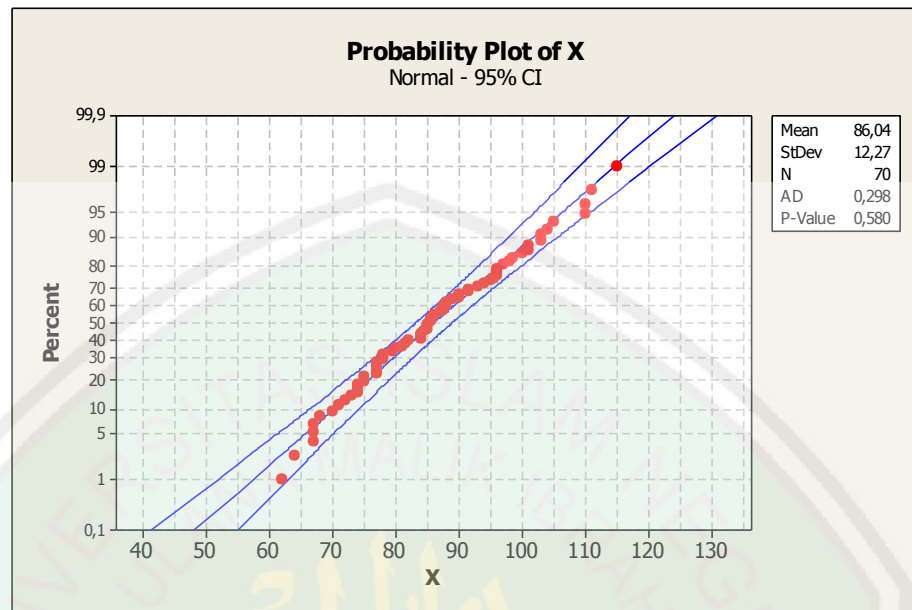
$$H_0 = \mu = 0 (\text{error berdistribusi normal})$$

$$H_1 = \mu \neq 0 (\text{error tidak berdistribusi normal})$$

Dalam pengujian hipotesis ini, kriteria untuk menolak atau menerima H_0 berdasarkan p -value atau nilai signifikansi uji yang dinyatakan sebagai berikut:

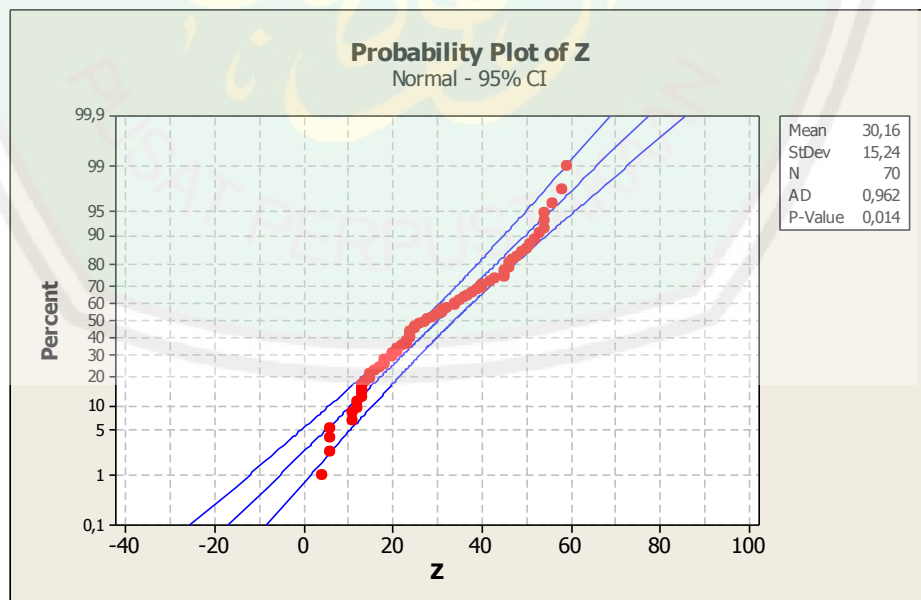
Jika $p\text{-value} < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak

Jika $p\text{-value} > \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima



Gambar 3.1. Plot untuk Uji Normalitas pada Tinggi Badan Balita
Sumber: Output dengan MINITAB

Gambar di atas menunjukkan bahwa $p\text{-value} > 0,05$, sehingga terima H_0 dan tolak H_1 yang berarti data menyebar normal.



Gambar 3.2. Plot untuk Uji Normalitas pada Umur 0-60 Bulan
Sumber: Output dengan MINITAB

Gambar 3.2 menunjukkan bahwa $p\text{-value} < 0,05$, sehingga terima H_1 dan tolak H_0 yang berarti data tidak menyebar normal.

Sehingga dapat diambil kesimpulan untuk komponen parametrik adalah X (Tinggi Badan Balita), dan untuk komponen nonparametrik adalah z (Umur 0-60 Bulan). Sehingga model yang digunakan untuk data tersebut adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 B(\lambda) \quad (3.22)$$

dengan

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{-2,3}(z_1) & B_{-1,3}(z_1) & B_{0,3}(z_1) & B_{1,3}(z_1) \\ B_{-2,3}(z_2) & B_{-1,3}(z_2) & B_{0,3}(z_2) & B_{1,3}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{-2,3}(z_n) & B_{-1,3}(z_n) & B_{0,3}(z_n) & B_{1,3}(z_n) \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{m+k} \end{bmatrix}$$

3.3.3 Model *B-Spline* Kuadratik

Untuk memperoleh regresi *B-Spline* yang optimal dapat menggunakan GCV. Dengan menentukan tambahan knot sebanyak $2m$ yaitu dari nilai minimum 1 dan maksimum 10, maka bentuk matriks seperti persamaan (3.22) dengan ukuran $n \times 3$.

Dengan menggunakan software MATLAB, diperoleh hasil dari estimasi model *B-Spline* kuadratik dengan menggunakan persamaan (2.30) dan diperoleh nilai GCV sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai GCV pada Model B-Spline Kuadrat

Nilai Knot	Nilai MSE	GCV
0,4476	2,084	1,4907
0,7519	2,084	2,2774
0,7931	2,084	2,8949
0,8894	2,084	3,9688
0,9219	2,084	9,6029

Analisis penulis dengan MATLAB

Dari tabel di atas diperoleh nilai GCV minimum sebesar 1,4907 yang berada pada titik knot 0,4476. Sehingga model regresi *B-Spline* terbaik untuk data Jumlah Pertumbuhan Balita dapat diartikan, untuk memprediksi Pertumbuhan Balita terhadap tinggi badan dan umur balita digunakan regresi *B-Spline* kuadrat dengan satu titik knot.

3.3.4 Uji Signifikansi Model

i) Uji Simultan

Uji Simultan merupakan uji hipotesis yang dipakai untuk mengetahui pengaruh secara bersama-sama dengan menggunakan taraf signifikansi 5% dan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0, \quad \forall_j = 1, 2, 3, 4$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad \exists_j = 1, 2, 3, 4$$

Tabel 3.2 ANOVA Regresi *B-Spline*

Sumber Variasi	db	JK	KT	F_{hitung}	F_{tabel}
Regresi	2	1514,78	757,39	16,64	3,07
Residual	67	3050,02	45,523		
Total	69	4564,80			

Analisis Penulis dengan MATLAB

Dari tabel di atas dapat diketahui bahwa $F_{hitung} > F_{tabel}$ sehingga menolak H_0 dan menerima H_1 , yang berarti bahwa terdapat minimal satu parameter yang signifikan.

ii) Uji Parsial

Selanjutnya untuk mengetahui parameter mana yang signifikan, maka akan dilakukan uji secara parsial dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_j = 0, \forall j=1,2,3,4$$

$$H_1: \beta_j \neq 0, \exists j=1,2,3,4$$

Tabel 3.3 Uji secara Parsial Model Regresi *B-Spline*

Parameter	t_{hitung}	t_{tabel}	Keputusan
β_0	7,151	4,36	Tolak H_0
β_1	6,155		Tolak H_0
β_2	-2,7162		Terima H_0

Analisis Penulis dengan MATLAB

Dari tabel di atas dapat dilihat untuk parameter β_2 , dengan $t_{hitung} < t_{tabel}$, sehingga terima H_0 dan tolak H_1 , yang berarti parameter β_2 tidak signifikan terhadap model. Sedangkan yang lainnya, yaitu β_0 dan β_1 , dengan

$t_{hitung} > t_{tabel}$ sehingga menolak H_0 dan menerima H_1 , yang berarti parameter tersebut signifikan terhadap model.

Setelah mengeluarkan parameter yang tidak signifikan, maka diperoleh model seperti berikut:

$$y_i = 39,7 + 0,509x_{i1} + B_{-2,3}(z_i) + B_{-1,3}(z_i) + B_{0,3}(z_i) + B_{1,3}(z_i)$$

3.3.4 Uji Asumsi

i) Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi merupakan salah satu pengujian yang dilakukan untuk mengetahui adanya korelasi di antara *error*. Dengan menggunakan persamaan (2.8) dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0, \text{ tidak terdapat autokorelasi}$$

$$H_0 : \beta_j \neq 0, \text{ terdapat autokorelasi}$$

dengan menggunakan bantuan program MINITAB diperoleh:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{70} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^{70} e_i^2}$$

$$= 2,045$$

Dengan program MINITAB diperoleh nilai Durbin Watson hitung adalah 2,045. Sementara nilai Durbin Watson tabel dengan jumlah data $n = 70$ adalah $d_l = 1,57$ dan $d_u = 1,63$, sehingga terima H_0 dan tolak H_1 yang berarti tidak terdapat autokorelasi positif atau negatif antar *error*.

ii) Uji Nonmultikolinieritas

Uji ini dilakukan untuk mendeteksi apakah antar variabel bebas terjadi korelasi atau tidak. Uji adanya multikolinieritas ini dilihat dari VIF (*Variance Inflation Factor*).

Dapat dilihat pada lampiran 2 bahwa nilai VIF untuk variabel prediktor < dari 10. Hal ini menunjukkan bahwa antara variabel prediktor tidak terjadi multikolinieritas.

3.3.5 Uji Kelayakan Model

Dalam hal ini uji kelayakan model menggunakan koefisien determinasi R^2 yang berguna untuk mengetahui besarnya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, dengan koefisien determinasi R^2 sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= 0,03$$

artinya faktor-faktor yang mempengaruhi Kepadatan Penduduk (Y) dijelaskan oleh variabel X hanya sebesar 0,03 atau sebesar 3,3% sedangkan selebihnya 96,7% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak terdapat pada model. Walaupun koefisien determinasi yang dihasilkan tidak begitu besar, tetapi dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi Pertumbuhan Balita sehingga dapat menjadi perhatian para orang tua untuk lebih memperhatikan pertumbuhan anak-anak mereka.

3.4 Kajian Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan *B-Spline* dalam Al-Qur'an

Dalam Al-Qur'an pada surat Al-'Ankabut ayat 3 yang menyinggung masalah matematika, yaitu tentang estimasi atau pendugaan. Estimasi dalam matematika disinggung pula dalam Al-Qur'an surat Ali-Imran ayat 24 :

ذَلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا لَنْ تَمَسَّنَا النَّارُ إِلَّا أَيَّامًا مَّعْدُودَاتٍ وَغَرَّهُمْ فِي دِينِهِمْ مَا
كَانُوا يَفْتُرُونَ ﴿٢٤﴾

Artinya : “Hal itu adalah karena mereka mengaku: "Kami tidak akan disentuh oleh api neraka kecuali beberapa hari yang dapat dihitung". Mereka diperdayakan dalam agama mereka oleh apa yang selalu mereka ada-adakan” (Q.S. Al-‘Imran: 24).

Sebelumnya telah dibicarakan mengenai cobaan atau ujian dari Allah SWT untuk menguji seberapa besar keimanan mereka terhadap Tuhan. Hukuman dari Allah SWT kepada manusia karena telah ingkar kepada-Nya. Karena saat pelaksanaan hukum-hukum Allah SWT iman seseorang akan menjadi jelas. Adapun kaitan suatu metode estimasi pada surat Ali-Imran ini terletak pada lafadh “*illaa ayyaaman ma’duudat*”. Yang dimaksudkan dengan hari-hari disini oleh ucapan orang-orang Yahudi adalah 40 hari, yaitu hari-hari mereka ketika mereka menyembah anak-anak sapi setelah mereka ditinggal pergi oleh Nabi Musa ‘Alaihissalam.

Orang-orang Yahudi berpaling dari kebenaran dan bersikeras untuk tidak mau kembali mencari kebenaran dan mengikutinya karena mereka percaya bahwa api neraka tidak bakal mampu menyentuh kulit-kulit mereka. Jika memang mereka dilemparkan ke dalam api neraka hanya 40 hari saja. Padahal kepercayaan mereka itu adalah *bathil* dan tidak ada dasarnya sama sekali, sehingga perkiraan

mereka itu salah karena mereka akan dimasukkan ke dalam api neraka selama-lamanya akibat dari kekafiran, kezaliman dan sikap ingkar serta keras kepala mereka.

Jika lama waktu ketika orang Yahudi menentukan masa akan disentuh oleh api neraka dapat dinyatakan dalam variabel X , maka $\bar{X} = 40$ hari yang merupakan perkiraan dari kaum Yahudi itu sendiri. Padahal perkiraan mereka itu adalah salah karena Allah SWT akan memasukkan mereka ke dalam api neraka selama-lamanya akibat dari sikap ingkar dan kezaliman mereka.

Oleh karena itu, dari penjelasan beberapa ayat Al-Qur'an tersebut mempunyai suatu arti bahwa Islam sejak dulu telah mengenal estimasi. Sehingga dalam kehidupan sehari-hari, keterampilan estimasi sangat dibutuhkan dan menghemat waktu dalam suatu perhitungan.

Dengan adanya pemahaman dan pendalaman teori serta penerapan dalam suatu aplikasi, maka pada pokok pembahasan ini mengikuti suatu paradigma *ulul albab*, yang mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris dan logis (bayani dan burhani) sekaligus pendekatan intuitif, imajinatif dan metamifisis (irfani). Konsep *tarbiyatul ulul albab* berlaku di dalam dunia akademik dengan adanya kegiatan mendidik dan belajar yang dilakukan oleh dosen dan mahasiswa semata-mata hanya untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT.

Salah satu bentuk cobaan yang paling besar dan paling banyak terjadi serta dialami oleh manusia itu sendiri adalah cobaan dengan sesama manusia. Dalam kehidupan nyata tentunya banyak hal yang dapat mempengaruhi pertumbuhan balita. Misalnya perubahan-perubahan mendadak pada massa tubuh

balita sehingga mudah terkena penyakit infeksi atau menurunnya nafsu makan. Beberapa hal tersebut merupakan bentuk ujian dari Allah SWT sehingga para orang tua dapat lebih memperhatikan pertumbuhan anak mereka.

Konsep estimasi ini sama dengan konsep taksiran yang ada dalam statistika, yang mana dalam mengestimasi suatu parameter berarti mengestimasi nilai parameter tersebut. Jika hasil estimasi tersebut diaplikasikan dalam kehidupan nyata dengan nilai yang sesungguhnya, maka nilai taksiran tersebut adalah mendekati nilai sebenarnya. Konsep-konsep tentang estimasi ini sudah termaktub dalam Al-Qur'an dan Al-Hadits.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa:

1. Estimasi dari regresi semiparametrik *B-spline* $Y = X^T \beta + f(z_i) + \varepsilon$

dengan menggunakan pendekatan *B-Spline* kuadratik adalah:

$$Y = X \left((X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \right) + B \left((B^T B + \lambda K)^{-1} \left((X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \right)^T X^T B - Y^T B \right)$$

estimasi di atas terdiri atas dua bagian komponen parametrik dan nonparametrik, estimasi komponen parametriknya, yaitu

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha)$$

dan estimasi komponen nonparametriknya yaitu

$$\hat{f} = B \left((B^T B + \lambda K)^{-1} \left((X^T X)^{-1} (X^T Y - X^T B \alpha) \right)^T X^T B - Y^T B \right)$$

2. Dari analisis data pada model regresi semiparametrik dengan pendekatan *B-Spline* diperoleh model regresi

$$y_i = 39,7 + 0,509x_{i1} + B_{-2,3}(z_i) + B_{-1,3}(z_i) + B_{0,3}(z_i) + B_{1,3}(z_i)$$

dan dapat dilihat bahwa yang mempengaruhi Pertumbuhan Balita adalah, Berat Badan dan Umur balita dengan $R^2 = 66,7\%$. Hal ini menunjukkan bahwa model belum bisa menjelaskan keadaan yang sebenarnya tetapi dapat dipergunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang dapat mempengaruhi

Pertumbuhan Balita, sehingga para orang tua bisa lebih memperhatikan pertumbuhan dan perkembangan anak-anak mereka.

4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan estimator yang lain dalam mencari estimasi parameternya dan juga bisa menggunakan pendekatan lain selain *B-Spline* Kuadratik yang menghasilkan model yang lebih baik.



DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang : UIN Malang Press.
- Ar-Rifa'i, M.N.. 1999. *Kemudahan Dari Allah Ringkasan Tafsir Ibnu Katsir (Jilid 1)*. Jakarta: Gema Insani.
- Astuti, W.. 2010. Pertumbuhan Balita. <http://rriawidiastuti.blogspot.com>. Diakses tanggal: 10 april 2014.
- Basri, H.. 2008. Estimasi Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Spline : Study Kasus Pada Data Murid Madrasah Ibtidaiyah dan Keluarga Prasejahtera Setiap Kecamatan di Kabupaten Bone. *Dialektika Jurnal Kependidikan*. Vol 3 No. 2 : 217-230.
- Budiantara, I.N.. 2001. Estimasi Parametrik dan Nonparametrik dan Nonparametrik untuk Pendekatan Kurva Regresi, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Statistika V, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS), Surabaya.
- Botella, O., dan Shariff, K.. 2003, "B-Spline Methods in Fluid Dynamics". *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 17(2), 133-149.
- Cryer, J.D.. 1986. *Time Series, Theory and Practice and Forecasting*. London : Hapman Hall.
- Draper, N., dan Smith, H.. 1992. *Analisis Regresi Terapan (Edisi Kedua)*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka
- Firdaus, M.. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hamzah, S.. 2011. Regresi Semiparametrik Spline. [http:// docines.wordpress.com](http://docines.wordpress.com). Diakses tanggal: 20 September 2012 pukul 19.00
- Hartono.. 2008. <http://www.boys-well.com>. Diakses tanggal: 10 April 2014.

- Hasan, M.I.. 2002. *Pokok-pokok materi metodologi penelitian dan aplikasinya*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Ruppert, D., Wand, M.P., dan Carroll, R.J.. 2003. *Semiparametric Regression*, New York: Cambridge University.
- Supranto, J.. 2001. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.
- Supranto, J.. 2004. *Ekonometri*. Bogor : Ghalia Indonesia.
- Turmudi dan Harini, S.. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN-Malang Press.
- Unidede.. 2012. Berat Badan Anak Sesuai Umur. <http://dtips.net/berat-badan-anak-sesuai-umur.html>. Diakses tanggal: Tanggal akses: 10 April 2014.
- Wajdi.. 2013. Perbedaan Statistik Parametrik dan Statistik Nonparametrik. <http://bunda-bisa.blogspot.com>. Diakses tanggal: 10 April 2014.
- Walpole, R.E.. 1982. *Pengantar Statistika*. Edisi ketiga. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- Yamin, S., Lien, A. R., dan Heri, K.. 2011. *Regresi dan korelasi dalam Genggaman Anda*. Jakarta : ALFABETA.
- Yong, B.. 2003. *Penaksir Maksimum Likelihood bagi Model Probit dan Model probit Bivariat*. Integral, Vol.08, No.01.
- Yuniartika, Y.. 2013. *Penentuan Generalized Cross Validation (GCV) Sebagai Kriteria Dalam Model Regresi B-Spline Terbaik*. Bimaster, Vol.02, No.02

Lampiran 1. Data Observasi

No	Y	X	Z
1	12,5	84,6	31
2	13,8	93	38
3	13,1	86	26
4	10,5	81,5	24
5	13	85,5	24
6	15,5	88	27
7	11,5	84	25
8	12,5	77	22
9	11,5	85	23
10	12,1	82	23
11	10,5	81	21
12	10,3	70	20
13	10,5	80	21
14	9,1	79,5	24
15	15,7	110	47
16	12,1	86	34
17	6,1	62	4
18	12,5	95,5	54
19	22	101	43
20	15,2	100	52
21	25	101	56
22	15	98,5	51
23	14	95	50
24	14,3	97	45
25	11,6	87,5	58
26	15,7	103	54
27	11	84	20
28	16,1	105	59
29	19	111	53
30	19,1	115	54
31	14,1	98	49
32	12,4	91,5	45
33	15	110	46
34	15,1	96	46
35	14,6	94	42

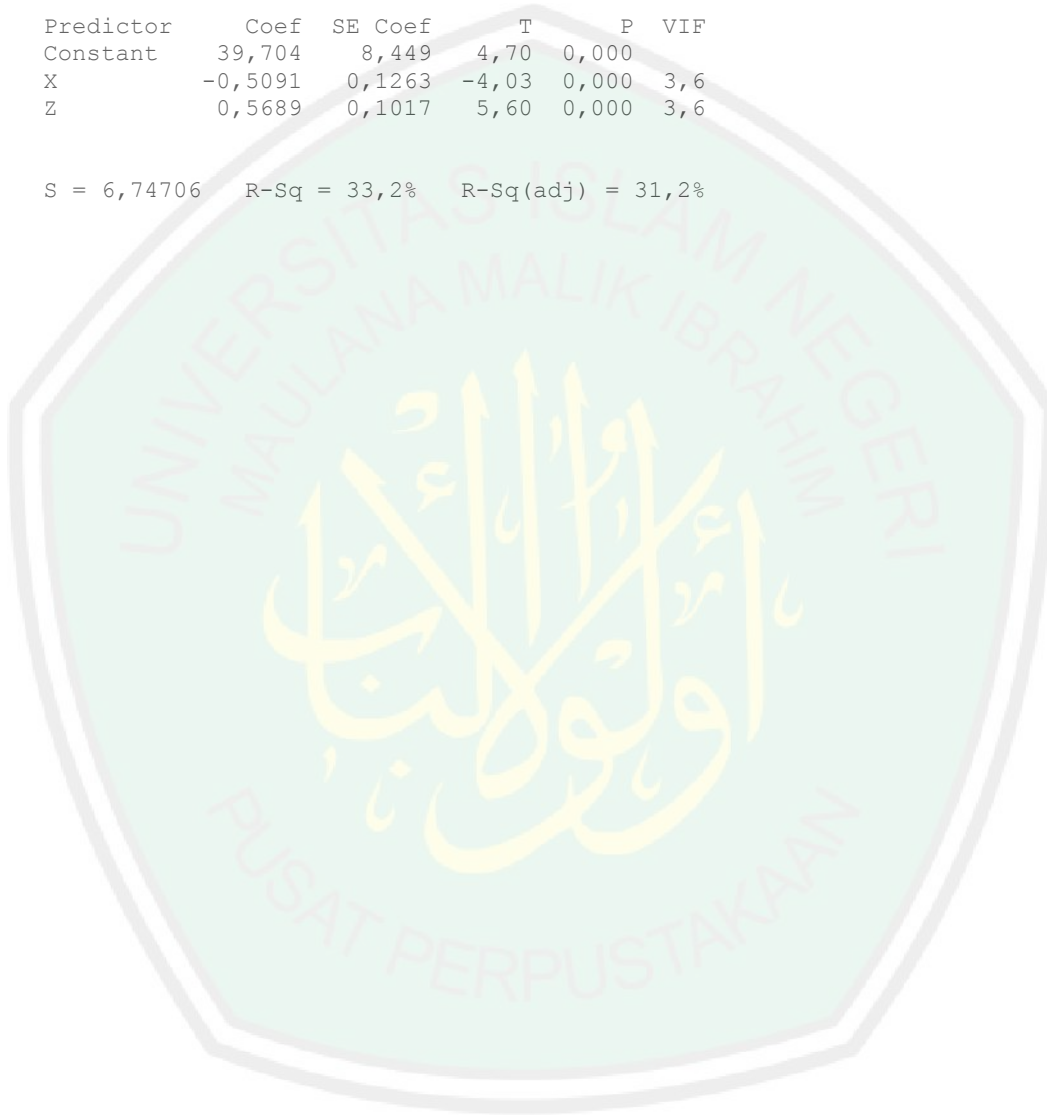
No	Y	X	Z
36	14,9	96	45
37	15	103	48
38	74	64	40
39	13	84	30
40	13,6	85,5	31
41	12,5	85	28
42	13,5	85	25
43	14	90	39
44	12	91,5	32
45	13,5	88	34
46	12	87	29
47	12,2	89	35
48	11	87,6	37
49	12	90	36
50	10	104	24
51	14	96	40
52	9,4	77	16
53	9	74	15
54	8,9	75	14
55	10,5	74	15
56	9,3	77	18
57	9,5	78	17
58	8,9	75	12
59	8,8	73	13
60	9,1	72	13
61	8,2	78	13
62	7,8	71	11
63	8,2	78	13
64	7,8	77	11
65	8,1	74	12
66	8,2	68	6
67	8,3	67	6
68	8,1	67	6
69	7,8	67	18
70	9,3	77	18

Lampiran 2. Output MINITAB VIF

The regression equation is
 $Y = 39,7 - 0,509 X + 0,569 Z$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	39,704	8,449	4,70	0,000	
X	-0,5091	0,1263	-4,03	0,000	3,6
Z	0,5689	0,1017	5,60	0,000	3,6

S = 6,74706 R-Sq = 33,2% R-Sq(adj) = 31,2%





**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI**

Jl. Gajahyana No. 50 Malang Telp. (0341) 551354
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nur Miftahul Hidayati
NIM : 08610052
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Regresi Semiparametrik
dengan Pendekatan *B-Spline*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

No.	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1.	2 Oktober 2013	Konsultasi BAB I, II	1.	
2.	4 Oktober 2013	Konsultasi BAB I, II dan III		2.
3.	12 November 2013	Konsultasi BAB I, II dan III	3.	
4.	21 Desember 2013	Konsultasi Kajian Agama		4.
5.	25 Februari 2014	ACC BAB I, BAB II	5.	
6.	12 Maret 2014	Revisi Kajian Agama		6.
7.	19 Maret 2014	Konsultasi BAB III	7.	
8.	26 Maret 2014	Revisi BAB III		8.
9.	3 April 2014	ACC Kajian Agama	9.	
10.	3 April 2014	ACC BAB III, BAB IV		10.
11.	4 April 2014	ACC Keseluruhan	11.	

Malang, 10 April 2014
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001