

**ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI MENGGUNAKAN
METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE* (WLS) DENGAN FUNGSI
PEMBOBOT *HUBER*
(Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)**

SKRIPSI

Oleh:
AHMAD MUNAWWIR
NIM. 08610046



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI MENGGUNAKAN
METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE* (WLS) DENGAN FUNGSI
PEMBOBOT *HUBER***

(Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)

SKRIPSI

**Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
AHMAD MUNAWWIR
NIM. 08610046**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI MENGGUNAKAN
METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE* (WLS) DENGAN FUNGSI
PEMBOBOT *HUBER*
(Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)**

SKRIPSI

Oleh:
AHMAD MUNAWWIR
NIM. 08610046

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 5 Juni 2014

Pembimbing I

Pembimbing II

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI MENGGUNAKAN
METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE* (WLS) DENGAN FUNGSI
PEMBOBOT *HUBER*
(Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)**

SKRIPSI

Oleh:
AHMAD MUNAWWIR
NIM. 08610046

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 2 Juli 2014

Susunan Dewan Penguji	Tanda Tangan
Penguji Utama : <u>Abdul Aziz, M.Si</u> NIP. 19760318 200604 1 002	(_____)
Ketua Penguji : <u>Dr. Sri Harini, M.Si</u> NIP. 19731010 200112 2 001	(_____)
Sekretaris Penguji : <u>Fachrur Rozi, M.Si</u> NIP. 19800527 200801 1 012	(_____)
Anggota Penguji : <u>Dr. Abdussakir, M.Pd</u> NIP. 19751006 200312 1 001	(_____)

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ahmad Munawwir

NIM : 08610046

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model Regresi Menggunakan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan Fungsi Pembobot *Huber* (Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 5 Juni 2014

Yang membuat pernyataan,

Ahmad Munawwir

NIM. 08610046

MOTTO

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

"Amalkan ilmu padi, semakin berisi semakin merunduk"



PERSEMBAHAN

**Dengan Menyebut Nama Allah
Yang Maha Pengasih, Maha Penyayang**

Dengan mengucapkan rasa syukur kepada Allah
Swt.

Karya ini penulis persembahkan kepada kedua orang tua tercinta, yaitu bapak
Abdul Satar, BA dan ibu Alawiyah
yang selalu memberikan motivasi, do'a dan restunya
kepada penulis dalam menimba ilmu
serta adik penulis, Ahmad Mustain
yang selalu memberikan motivasi dan do'a untuk terus bangkit

KATA PENGANTAR

Assalâmu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazâkumullâhu khoiron katsiron bi ahsanil jazâ'* kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul M., M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, dan selaku pembimbing skripsi bidang keagamaan.
4. Fachrur Rozi, M.Si, selaku pembimbing skripsi bidang matematika.
5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Ayahanda dan Ibunda tercinta yang senantiasa memberikan do'a dan restunya kepada penulis dalam menimba ilmu.

7. Kakak-kakak dan adik-adik penulis, yang sedarah maupun tidak sedarah, yang selalu memberikan semangat kepada penulis.
8. Sahabat-sahabat penulis di Jurusan Matematika dan di luar Jurusan Matematika.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini, baik berupa materiil maupun moril.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan dan penulis berharap semoga skripsi ini memberikan manfaat kepada para pembaca, khususnya bagi penulis secara pribadi. *Âmîn Yâ Rabbal 'Âlamîn.*

Wassalâmu'alaikum. Wr. Wb.

Malang, Juni 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR SIMBOL	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
المخلص	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Batasan Masalah	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Metode Penelitian	6
1.7 Sistematika Penulisan	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Regresi Linier Berganda	9
2.2 Metode Kuadrat Terkecil	10
2.3 Pencilan (<i>Outlier</i>).....	12
2.4 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Regresi Linier Berganda	15
2.5 Fungsi Pembobot	17
2.6 Pentingnya Ilmu dan Amal dalam Al-Qur'an dan Hadits.....	19
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Estimasi Parameter Regresi dengan Metode WLS	22
3.2 Mendeskripsikan Fungsi Pembobot <i>Huber</i> untuk Membentuk Matriks Pembobot	25
3.3 Analisis Statistik Deskriptif	26
3.4 Estimasi Parameter Model Regresi	27
3.4.1 Estimasi Parameter pada Model Regresi dengan Metode OLS	28
3.4.2 Mengidentifikasi Pencilan pada Data untuk Metode OLS.....	29
3.4.3 Uji Signifikansi Model Regresi untuk Metode OLS.....	32
3.4.4 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Model Regresi untuk Metode OLS.	33
3.4.5 Estimasi Parameter pada Model Regresi dengan Metode WLS	35
3.4.6 Mengidentifikasi Pencilan pada Data untuk Metode WLS.....	37

3.4.7 Uji Signifikansi Model untuk Metode WLS	38
3.4.8 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Model Regresi untuk Metode WLS	39
3.5 Aplikasi Ilmu dalam Al-Qur'an dan Hadits	41
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	43
4.2 Saran	44
DAFTAR PUSTAKA	45
LAMPIRAN	47



DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Grafik Pencar dari Respon Y terhadap Variabel X_{12} dan X_3 untuk Metode OLS.....	30
Gambar 3.2	<i>Output</i> MINITAB dari Uji Normalitas untuk Metode OLS	33
Gambar 3.3	Grafik Pencar dari Respon Y terhadap Variabel X_{12} dan X_3 untuk Metode WLS.....	37
Gambar 3.4	<i>Output</i> MINITAB dari Uji Normalitas untuk Metode WLS.....	39



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Fungsi Pembobot untuk Metode Kuadrat Terkecil, <i>Huber</i> dan <i>Tukey Bisquare</i>	19
Tabel 3.1	Nilai Rata-rata, Deviasi Standar, Standar Spesifikasi, Minimum dan Maximum dari Setiap Variabel	27
Tabel 3.2	Nilai DFFITS untuk Metode OLS	30
Tabel 3.3	Nilai Koefisien Determinasi dari Uji Multikolieritas untuk Metode OLS	33
Tabel 3.4	Nilai Estimator dan Nilai <i>Error</i> untuk Metode WLS	36
Tabel 3.5	Nilai DFFITS untuk Metode WLS.....	37
Tabel 3.6	Nilai Koefisien Determinasi dari Uji Multikolieritas untuk Metode WLS	39



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Kertas Tipe Verge 218 E dari Bagian Pengendalian Mutu (<i>Quality Control</i>).....	47
Lampiran 2	Definisi Variabel Bebas dan Variabel Terikat	48
Lampiran 3	<i>P-value</i> dari Masing-masing Variabel	49
Lampiran 4	<i>Output</i> MINITAB untuk Estimasi Parameter Menggunakan Metode OLS	50
Lampiran 5	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Terikat Y terhadap Variabel Bebas untuk Metode OLS	51
Lampiran 6	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_{12} terhadap Variabel Bebas X_3 untuk Metode OLS	52
Lampiran 7	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_3 terhadap Variabel Bebas X_{12} untuk Metode OLS	53
Lampiran 8	Nilai Residual, <i>Standardized Residual</i> , dan Nilai Pembobot.....	54
Lampiran 9	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Pertama $W^{(1)}$	59
Lampiran 10	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kedua $W^{(2)}$	60
Lampiran 11	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Ketiga $W^{(3)}$	61
Lampiran 12	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Keempat $W^{(4)}$	62
Lampiran 13	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kelima $W^{(5)}$	63
Lampiran 14	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Keenam $W^{(6)}$	64
Lampiran 15	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Ketujuh $W^{(7)}$	65
Lampiran 16	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kedelapan $W^{(8)}$	66
Lampiran 17	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kesembilan $W^{(9)}$	67
Lampiran 18	<i>Output</i> MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kesepuluh $W^{(10)}$	68
Lampiran 19	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Terikat Y terhadap Variabel Bebas untuk Metode WLS	69
Lampiran 20	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_{12} terhadap Variabel Bebas X_3 untuk Metode WLS	70

Lampiran 21	<i>Output</i> MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_3 terhadap Variabel Bebas X_{12} untuk Metode WLS	71
Lampiran 22	Fungsi Pembobot untuk <i>Least Square</i> , <i>Huber</i> , dan <i>Tukey Bisquare</i>	72
Lampiran 23	Data Kertas Tipe Verge 218 E pada Bagian Pengontrolan Mutu (<i>Qualiy Control</i>).....	74



DAFTAR SIMBOL

β	(Beta): parameter
$\hat{\beta}$	(Beta topi): estimator dari parameter Beta
χ_{df}^2	(Chi-Square)
δ	(Delta): <i>error</i>
∂	(Dho): turunan
ε	(Epsilon): residual terstandarkan
Ψ	(Psi): turunan fungsi obyektif
e_i	Residual pada pengamatan ke- i
R^2	(R-Square): koefisien determinasi
ρ	(Rho): fungsi obyektif
σ	(Sigma): skala (<i>scale</i>)
\sum	(Sigma): untuk penjumlahan
X'	(X transpos): transpos dari matriks X
X^{-1}	(X invers): invers dari matriks X
\hat{Y}	(Y topi): estimator dari variabel respon Y

ABSTRAK

Munawwir, Ahmad. 2014. **Estimasi Parameter Model Regresi Menggunakan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan Fungsi Pembobot *Huber* (Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) Dr. Abdussakir, M.Pd

Kata Kunci: Pencilan, Metode *Ordinary Least Square*, Metode *Weighted Least Square*

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk mengetahui estimasi parameter model regresi metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan fungsi *Huber* dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok.

Metode *Ordinary Least Square* (OLS) merupakan metode dasar yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah dalam data dengan penyelesaian berbentuk model regresi linier. Masalah dalam data yang diselesaikan berupa pencilan, yaitu suatu observasi yang memiliki nilai residual yang besar. Metode ini bertujuan memberikan solusi secara matematis dalam menentukan banyak bahan yang diperlukan dalam memproduksi suatu barang, sehingga bahan yang digunakan tidak kurang, biaya yang dikeluarkan dapat diminimalkan, dan barang yang dihasilkan memiliki mutu yang baik dan bagus.

Metode WLS merupakan metode pengembangan dari metode OLS yang dapat memberikan solusi yang lebih akurat daripada metode OLS ketika pada data teridentifikasi adanya pencilan. Tidak menutup kemungkinan bahwa model yang dihasilkan oleh metode OLS masih mengandung banyak pencilan, sedangkan metode WLS ini meminimalkan pencilan dalam data, sehingga model yang dihasilkan oleh metode WLS lebih akurat daripada metode OLS.

Dilihat dari model yang dihasilkan oleh metode OLS dan metode WLS, lama pembakaran kertas rokok yang ditentukan menggunakan model regresi linier dengan metode OLS memiliki kecepatan rambat pembakaran yang lebih lambat daripada model regresi linier dengan metode WLS. Yaitu ketika diberikan ketentuan nilai yang tetap (sesuai standar) pada ketebalan kertas, berat jenis kertas, dan kalsium karbonat (CaCO_3) dalam proses pembuatan, maka rata-rata panjang kertas yang terbakar untuk metode OLS adalah sepanjang 0,23962 cm/s. Sedangkan rata-rata panjang kertas yang terbakar untuk metode WLS adalah sepanjang 0,24055 cm/s. Dengan kata lain, kertas yang diuji menggunakan model regresi dengan metode OLS lebih padat daripada kertas yang diuji menggunakan model regresi dengan metode WLS, sehingga mengakibatkan rambat pembakaran kertas menjadi lebih lambat. Pencilan yang teridentifikasi dari model regresi menggunakan metode WLS lebih sedikit daripada model regresi menggunakan metode OLS, dari model regresi yang dihasilkan metode OLS teridentifikasi ada 7 pencilan, sedangkan model regresi yang dihasilkan metode WLS teridentifikasi ada 5 pencilan.

ABSTRACT

Munawwir, Ahmad. 2014. **Regression Model Parameter Estimation Using The Method of Weighted Least Square (WLS) with Huber Function (Case Studies in Cigarette Paper Factory in Kediri)**. Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology of the State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisor: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) Dr. Abdussakir, M.Pd

Keywords: Outlier, Ordinary Least Square Method, Weighted Least Square Method

This thesis aims to determine the regression model parameter estimation using Weighted Least Squares (WLS) method with Huber function in determining the burn rate of cigarette paper.

Ordinary Least Square (OLS) method is the basic method used to solve a problem in the data with a linear regression model as the solution. The problem is solved in the form of data outliers, that is an observation that has a great residual value. This method aims to provide a mathematical solution in determining many material required in the production of goods, so that the material used is not insufficient, the cost can be minimized, and goods produced have good and high quality.

WLS method is a development method of the OLS method which can provide a solution that is more accurate than OLS method when the data identified to have outliers. It does not wipe out the possibility that the model generated by the OLS method still contains many outliers, these outliers is minimized using WLS method, so that the model generated by the WLS method is more accurate than OLS.

From the models generated by the OLS and WLS methods. We obtain that the burn rate of cigarette paper determined using a linear regression model with OLS is smaller than the burn rate determined by the linear regression model with WLS method. That is when given the terms of a fixed value (according to the standard) on the thickness, the basis weight, and calcium carbonate (CaCO_3) of the paper in the manufacturing process, then the average length of burned paper for OLS method is 0,23962 cm/s. While the average length of burning paper for WLS method is 0,24055 cm/s. In other words, the paper produced implementing the OLS regression model is more dense than the paper produced implementing a regression model with WLS method, thus the burning paper process becomes slower. Outliers were identified from the regression model using WLS method less than the regression model using OLS method, from the resulting regression model OLS method there are 7 outliers were identified, while the regression models produced by WLS method identified 5 outliers.

المخلص

منور، أحمد. ٢٠١٤. تقدير لمعلمة طريقة نموذج الانحدار باستخدام طريقة WLS بدالة Huber (دراسات حالة في مصنع ورقة السجائر في كيديري). الأطروحة. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا لجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) فخر الرازي، الماجستير (٢) الدكتور عبدالشاکر، الماجستير

الكلمات الرئيسية: المتطرفة، طريقة Weighted Least Square، طريقة المربعات الصغرى العادية

وتهدف هذه الأطروحة لتحديد تقدير لمعلمة طريقة نموذج الانحدار باستخدام طريقة Weighted Least Square (WLS) في تحديد معدل حرق من ورق السجائر. طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) هي الطريقة الأساسية المستخدمة في حل مشكلة في البيانات مع نموذج الانحدار الخطي كالحل. يتم حل هذه المشكلة في شكل بيانات القيم المتطرفة، أي ملاحظة يحتوي على القيمة المتبقية كبيرة. وتهدف هذه الطريقة لتوفير حل الرياضية في تحديد العديد من المواد المطلوبة، لذلك أن المواد المستخدمة ليست كافية، ويمكن التقليل من التكلفة، والسلع المنتجة وذات نوعية جيدة وعالية. طريقة WLS هي تطوير من طريقة OLS التي يمكن أن توفر الحل الذي هو أكثر دقة من طريقة عملية OLS عندما حددت البيانات لديك القيم المتطرفة. فإنه لا قضاء على إمكانية أن النموذج الناتج عن طريقة OLS لا يزال يحتوي على العديد من القيم المتطرفة، يتم تصغير هذه القيم المتطرفة باستخدام طريقة WLS، لذلك أن النموذج الناتج عن طريقة WLS هو أكثر دقة من عملية OLS. من النماذج التي تم إنشاؤها بواسطة طريقة OLS و WLS. نحصل على أن معدل حرق ورق السجائر تحدد باستخدام نموذج الانحدار الخطي مع OLS أصغر من معدل حرق يحدده نموذج الانحدار الخطي مع طريقة WLS. هذا هو عندما تتاح لها حيث قيمة معينة (وفقا لمعيار) على سمك، والوزن الأساس، و كالسيوم كربونات (CaCO₃) من الورق في عملية التصنيع، ثم متوسط طول الورقة احترقت لطريقة المربعات الصغرى العادية هو 0,23962 cm/s. في حين أن متوسط طول حرق ورقة لطريقة ولس هو 0,24055 cm/s. وبعبارة أخرى، أنتجت ورقة تنفيذ نموذج الانحدار مع طريقة WLS، وبالتالي تصبح عملية حرق ورقة أبطأ. تم تحديد القيم المتطرفة من نموذج الانحدار باستخدام طريقة WLS أقل من نموذج الانحدار باستخدام طريقة OLS، من الناتج طريقة OLS نموذج الانحدار هناك تم تحديد 7 القيم المتطرفة، في حين حددت نماذج الانحدار التي تنتجها طريقة WLS 5 القيم المتطرفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Secara *etimologi* (bahasa), ilmu adalah pengetahuan secara pasti tentang suatu obyek yang sesuai dengan kenyataan. Sedangkan secara *terminologi* (istilah), sebagian ulama' mengatakan bahwa ilmu adalah pengetahuan terhadap sesuatu dan merupakan lawan kata dari *al-Jahl* (kebodohan). Sebagian mereka mengatakan bahwa ilmu adalah suatu kata yang terlalu jelas untuk didefinisikan (al-Utsaimin, 2014).

Ilmu yang dimiliki seseorang hendaknya diajarkan kepada orang lain atau diamalkan oleh dirinya. Ilmu tanpa amal bagaikan pohon tanpa buah. Bahkan orang yang berilmu itu tidak dikatakan berilmu sampai dia mengamalkan ilmunya. Sebagaimana sabda Rasulullah Saw. yang artinya: “*Seseorang itu tidak menjadi ‘âlim (berilmu) sehingga ia mengamalkan ilmunya*” (HR. Ibnu Hibbân).

Dikarenakan pentingnya ilmu dalam kehidupan umat manusia, Allah Swt. pun menurunkan ayat yang pertama kali dari sekian banyak ayat yang ada, yaitu ayat tentang ilmu. Ayat tentang ilmu tersebut disebutkan dalam surat al-‘Alaq(96) ayat 1-5 yang berbunyi:

أَقْرَأْ بِأَسْمِ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ ۝ خَلَقَ الْإِنْسَانَ مِنْ عَلَقٍ ۝ أَلَمْ يَكُنْ الْأَكْرَمُ ۝ الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ ۝ عَلَّمَ الْإِنْسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمْ

“*Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang Menciptakan. Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah. Bacalah, dan Tuhanmulah yang Maha pemurah, yang mengajar (manusia) dengan perantaran kalam (yaitu Allah mengajar manusia dengan perantaraan tulis baca). Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya*” (QS. Al-‘Alaq(96):1-5).

Ayat di atas diawali dengan kata “bacalah”, dimana kata tersebut memiliki makna yang sangat luas, yaitu dapat bermakna membaca al-Qur’an. Al-Qur’an merupakan kitab umat Islam yang memiliki kandungan ilmu yang sangat banyak, kisah suri tauladan yang baik, kabar gembira bagi yang beriman, dan ancaman bagi yang kufur kepada Allah Swt. Di sisi lain dapat pula bermakna membaca (mempelajari) ilmu-ilmu yang lain. Pada ayat ke-4 dan ayat ke-5 disebutkan tentang mengajar “علم”, yaitu mengajarkan ilmu yang dimiliki-Nya kepada umat manusia, dan bahkan memberitahukannya metode pengajaran yang dapat digunakan, yaitu berupa membaca atau menulis.

Statistika merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, terutama dalam lembaga penelitian, perkantoran, perusahaan atau industri dan lembaga-lembaga lainnya. *Statistika* merupakan ilmu yang mempelajari tentang bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasikan, dan mempresentasikan data (Turmudi dan Harini, 2008). Salah satu cabang statistika yang sangat penting adalah *analisis regresi linier*. Hampir seluruh analisis regresi menyandarkan diri pada metode Kuadrat Terkecil Biasa (*Ordinary Least Square*) untuk mengestimasi parameter dalam model regresi linier (Bhar, 2012).

Permasalahan yang sering ditemukan dalam pengaplikasian regresi linier adalah pencilan (*outlier*) dalam data. Pencilan ini dapat disebabkan oleh kesalahan operasi sederhana pada model yang dipakai dan ketika memasukkan sampel yang kecil dari populasi yang berbeda, sehingga pencilan tersebut menimbulkan efek yang cukup serius pada kesimpulan yang berhubungan dengan penelitian (Bhar,

2012). Contoh, estimasi model regresi untuk menentukan hasil yang optimal dalam pembuatan kertas pada pabrik A, digunakan juga pada pabrik B, karena data pada pabrik A dan pabrik B tidak sama, maka kertas yang dihasilkan oleh kedua pabrik tersebut akan berbeda dan dengan kualitas yang berbeda, sehingga estimasi parameter model yang ada tidak dapat dijadikan sebagai acuan utama dalam pembuatan kertas untuk seluruh pabrik kertas, sebab data yang dihasilkan masing-masing pabrik berupa data yang berbeda dan memiliki penyebab yang berbeda-beda. Adapun penghitungan menggunakan program ataupun penghitungan secara manual. Ketika dimasukkan nilai awal dari data sampai nilai yang ke- n pada model yang sudah ada, pada hasil penghitungan akan muncul pencilan. Pencilan tersebut akan berpengaruh pada hasil penelitian dan akan menimbulkan efek yang cukup serius terhadap hasil penelitian, sehingga hasil penelitian tersebut disebut sebagai penelitian yang gagal.

Dengan adanya masalah pencilan yang berpengaruh terhadap data tersebut, metode regresi linier ini dikembangkan menjadi berbagai macam metode, seperti metode *Ordinary Least Square* (OLS), metode *Weighted Least Square* (WLS), metode *Least Trimmed Square* (LTS), regresi Robust, dan metode-metode lainnya. Metode-metode di atas berfungsi untuk meminimalkan pengaruh dari pencilan atau bahkan menghilangkan pencilan yang teridentifikasi dalam data, misalnya data produksi, sehingga barang yang diproduksi memiliki kualitas yang tinggi, pabrik memperoleh untung yang besar, dan dengan kerugian yang sekecil-kecilnya atau tanpa kerugian sedikitpun. Dalam metode WLS digunakan suatu

fungsi pembobot untuk meminimalkan pengaruh dari pencilan atau mengurangi jumlah pencilan yang teridentifikasi dalam data.

Industri atau perusahaan yang memproduksi kertas rokok di Indonesia cukup banyak. Kertas rokok yang diproduksi oleh industri atau perusahaan tersebut tidak akan pernah luput dari kerusakan kertas (*broke*) atau kegagalan produksi (*lost product*) dan kertas rokok yang dihasilkan pun akan memiliki kualitas yang berbeda-beda, ada yang memiliki kualitas yang bagus dan ada pula yang memiliki kualitas yang kurang bagus.

Para karyawan industri atau perusahaan yang bersangkutan berusaha semaksimal mungkin untuk mengurangi kerusakan atau kegagalan produksi tersebut dan meningkatkan kualitas kertas yang diproduksi dengan melakukan pendataan hasil produksi kertas dan menganalisis data yang diperoleh sampai memperoleh hasil produksi yang seminimal mungkin terjadi kerusakan atau kegagalan produksi dan memiliki kualitas kertas yang bagus.

Dengan masalah yang sedemikian rupa, pada tugas akhir ini penulis mengambil judul, yaitu “Estimasi Parameter Model Regresi Menggunakan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan Fungsi Pembobot *Huber* (Studi Kasus pada Pabrik Kertas Rokok di Kediri)”. Melalui penelitian ini penulis mencoba memberikan solusi secara matematis untuk mengurangi kerusakan atau kegagalan produksi kertas dan meningkatkan kualitas kertas yang diproduksi oleh industri-industri kertas yang ada di Indonesia dan seluruh industri kertas yang ada di seluruh dunia.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang diambil penulis, yaitu bagaimana estimasi parameter model regresi menggunakan metode WLS dengan fungsi pembobot *Huber* dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok?

1.3 Tujuan Penelitian

Mengetahui hasil estimasi parameter dan model regresi menggunakan metode WLS dengan fungsi pembobot *Huber* dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok.

1.4 Batasan Masalah

Dalam skripsi ini penulis membatasi permasalahan yang dibahas, yaitu aplikasi metode pada data yang memiliki pencilan.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulis berharap pembahasan dalam skripsi ini bermanfaat bagi berbagai kalangan, antara lain:

1. Bagi Penulis:

- a. Menambah pengetahuan dan keilmuan tentang metode WLS dengan fungsi pembobot *Huber*.
- b. Mengembangkan wawasan keilmuan tentang pendeskripsian metode WLS dengan fungsi pembobot *Huber*.

2. Bagi Mahasiswa dan Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
 - a. Sebagai bahan informasi pembelajaran materi dan kajian lebih lanjut mengenai metode WLS dengan fungsi pembobot *Huber*.
 - b. Sebagai tambahan bahan perpustakaan.
3. Bagi Instansi dan Umum: sebagai bahan informasi, pembelajaran, dan salah satu solusi matematis dalam mengoptimalkan hasil produksi suatu barang.

1.6 Metode Penelitian

1.6.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan penulis dalam skripsi ini berupa penelitian kepustakaan (*library research*) dan statistik deskriptif, dengan data yang diambil berupa data sekunder yang diperoleh penulis ketika melakukan Praktik Kerja Lapangan Integratif (PKLI) pada tahun 2011.

1.6.2 Sumber Data dan Definisi Variabel Operasional

Data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari bagian pengendalian mutu (*quality control*) kertas rokok pada salah satu industri yang memproduksi kertas rokok yang berada di Jawa Timur, yaitu PT. Surya Zig Zag Kediri Jawa Timur. Data sekunder ini berupa kertas tipe Verge 218 E yang diproduksi pada bulan Januari 2011. Perincian data berupa panjang kertas yang terbakar (*burn rate*) dalam satuan (cm/s), ketebalan kertas (*thickness*) dalam satuan (mikron), berat dasar (*basis weight*) dalam satuan (gr/m^2), dan kalsium karbonat (CaCO_3) dalam satuan (%). Kalsium karbonat (CaCO_3) ini berfungsi

sebagai *filler*, yaitu untuk mengisi ruang kosong antara serat-serat kertas, terutama pada permukaan kertas sehingga kertas rata dan halus.

Penulis mendefinisikan panjang kertas yang terbakar (*burn rate*) sebagai variabel terikat (Y), ketebalan kertas (*thickness*) sebagai variabel bebas kesatu (X_1), berat jenis kertas (*basis weight*) sebagai variabel bebas kedua (X_2), dan kalsium karbonat (CaCO_3) sebagai variabel bebas ketiga (X_3).

1.6.3 Metode Analisis

Urutan metode analisis yang digunakan penulis dalam skripsi ini, yaitu:

1. Estimasi parameter regresi dengan metode *Weighted Least Square* (WLS).
2. Mendeskripsikan fungsi pembobot *Huber* untuk membentuk matriks pembobot.
3. Analisis statistik deskriptif.
4. Estimasi parameter model regresi:
 - a. Estimasi parameter pada model regresi dengan metode OLS.
 - b. Mengidentifikasi pencilan pada data menggunakan metode diagram dan penghitungan nilai *Difference Fitted value of FITS* (DFFITS) untuk metode OLS.
 - c. Estimasi parameter pada model regresi dengan metode WLS.
 - d. Mengidentifikasi pencilan pada data menggunakan metode diagram dan penghitungan nilai DFFITS untuk metode WLS.
 - e. Uji signifikansi model regresi.
 - f. Uji model regresi menggunakan uji multikolinieritas, uji normalitas residual, uji autokorelasi residual, dan uji heteroskedastisitas residual.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang dipakai oleh penulis dalam skripsi ini, yaitu terdiri dari 4 bab dengan rincian sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Tinjauan Pustaka

Bab ini berisi tinjauan tentang regresi linier berganda, metode kuadrat terkecil, pencila (*outlier*), uji-uji asumsi klasik dalam regresi linier berganda, fungsi pembobot, dan pentingnya ilmu dan amal dalam al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Bab ini berisi uraian secara keseluruhan sesuai langkah-langkah yang disebutkan pada metode penelitian.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dari hasil analisis yang dilakukan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Linier Berganda

Analisis yang mengkaji hubungan antara satu variabel tak bebas atau terikat (*dependent*) dengan beberapa variabel bebas (*independent*) dinamakan analisis regresi berganda (Tanti, 2013). Model pada analisis regresi linier berganda ini berbentuk

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{(k-1)i} + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dimana

Y_i = variabel terikat pengamatan ke- i ; $i = 1, 2, \dots, n$

X_{li} = variabel bebas ke- l pada pengamatan ke- i

β_l = parameter model ke- l

e_i = residual pengamatan ke- i (Sugiarti dan Megawarni, 2010).

Model regresi berganda tersebut dapat ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e} \quad (2.2)$$

dan diperoleh rumus residual

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} \quad (2.3)$$

dengan

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{(k-1)i} + \beta_k X_{ki} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (2.4)$$

atau ditulis

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (2.5)$$

dimana \mathbf{Y} menyatakan matriks variabel terikat, \mathbf{X} menyatakan matriks variabel bebas, $\boldsymbol{\beta}$ menyatakan matriks parameter model dan \mathbf{e} menyatakan matriks dari residual (Fox dan Weisberg, 2012).

2.2 Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{k-1}, \beta_k$ pada persamaan (2.1) tidak diketahui, sehingga parameter-parameter tersebut perlu diestimasi. Estimasi parameter yang biasa digunakan adalah metode OLS, yaitu dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residual. Dari persamaan (2.1) dan persamaan (2.3), sebagaimana yang ditulis oleh Kurniawati (2011) dalam skripsinya, diperoleh persamaan untuk kuadrat terkecil berbentuk

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \dots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki} \right)^2 \quad (2.6)$$

Nilai parameter model $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residual, yaitu dicari turunan dari $S(\boldsymbol{\beta})$ secara parsial terhadap $\boldsymbol{\beta}$, dan disamakan dengan nol. Proses untuk mencari parameter $\boldsymbol{\beta}$ di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \beta_0} &= -2 \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \dots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{0i} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_1} &= -2 \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \dots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{1i} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_2} &= -2 \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \dots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{2i} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 X_{0i} - \beta_1 X_{1i} - \dots - \beta_{k-1} X_{(k-1)i} - \beta_k X_{ki}) \sum_{i=1}^n X_{ki} = 0, \end{matrix} \quad (2.7)$$

dengan $X_{0i} = 1$, untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

Persamaan (2.7) di atas menghasilkan persamaan normal sebagai berikut:

$$\begin{matrix} \left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{0i} = \sum_{i=1}^n X_{0i} Y_i \\ \left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{1i} = \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i \\ \left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{2i} = \sum_{i=1}^n X_{2i} Y_i \\ \vdots \\ \left(\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{(k-1)i} + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki} \right) \sum_{i=1}^n X_{ki} = \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i \end{matrix} \quad (2.8)$$

Jika disusun ke dalam bentuk matriks maka persamaan (2.8) menjadi

$$\underset{m \times n}{\mathbf{X}'} \underset{n \times m}{\mathbf{X}} \underset{m \times 1}{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = \underset{m \times n}{\mathbf{X}'} \underset{n \times 1}{\mathbf{Y}} \quad (2.9)$$

untuk $m = k + 1$, dan

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{k1} & X_{k2} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i \end{bmatrix}$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2.9), kalikan kedua ruas dengan invers dari $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$. Sehingga diperoleh estimator kuadrat terkecil dari $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ berbentuk

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{m \times 1} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})_{m \times m}^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}_{m \times 1} \end{aligned} \quad (2.10)$$

dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ menyatakan matriks berukuran $m \times 1$ dari parameter yang akan estimasi, m merupakan banyak variabel bebas yang digunakan, \mathbf{X} menyatakan matriks variabel bebas, \mathbf{X}' menyatakan transpos matriks \mathbf{X} , dan \mathbf{Y} merupakan matriks variabel terikat.

2.3 Pencilan (*Outlier*)

Pencilan merupakan suatu observasi yang bersamaan dengan residual yang besar (Momeni, dkk., 2010). Laporan teknis (*technical report*) yang ditulis oleh Bhar (2012) menyebutkan bahwa dalam suatu regresi linier, pencilan merupakan suatu observasi dengan residual yang besar. Dengan kata lain, pencilan merupakan suatu observasi yang nilai variabel dipendennya luar biasa bergantung pada nilai variabel prediktornya. Pencilan dapat muncul karena kesalahan dalam memasukkan data, kesalahan pengukuran atau kesalahan-kesalahan lainnya (Kurniawati, 2011). Dalam skripsi yang ditulis oleh Mas'udah (2012) disebutkan

bahwa pencilan merupakan nilai ekstrim dari suatu pengamatan. Volume residual dari suatu pencilan sama dengan selisih antara kuantitas (ukuran) observasi dan kuantitas prediksi untuk observasi yang ke- i .

Menurut Kurniawati (2011), metode yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi adanya pencilan yang berpengaruh pada koefisien regresi antara lain:

1. Metode Grafis

Keuntungan dari metode ini, yaitu mudah dipahami karena menampilkan data secara grafis (gambar) dan tanpa melibatkan penghitungan yang rumit. Sedangkan kelemahan metode ini, yaitu keputusan yang memperlihatkan data tersebut merupakan pencilan atau tidak bergantung pada kebijakan peneliti, karena hanya mengandalkan visualisasi gambar.

2. Metode *Difference Fitted value of FITS* (DFFITS) atau *Standardized DFFITS*

Metode ini menampilkan nilai perubahan dalam harga (pencilan) yang diprediksi bilamana *case* (kasus) atau masalah tertentu dikeluarkan, dengan cara distandarkan (dimutlakkan). Sebagaimana jurnal yang ditulis oleh Akbar dan Maftukhah (2007), nilai DFFITS dapat dihitung menggunakan rumus berbentuk

$$(\text{DFFITS})_i = \frac{Y_i - \hat{Y}_{-i}}{\sqrt{S_{-i}^2 h_{ii}}} \text{ atau } (\text{DFFITS})_i = \frac{e_i}{\sqrt{S_{-i}^2 h_{ii}}} \quad (2.11)$$

Rumus lain dari DFFITS sebagaimana ditulis oleh Kurniawati (2011) dalam skripsinya

$$(\text{DFFITS})_i = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

dimana Y_i merupakan nilai ekstrim Y pada pengamatan ke- i , sedangkan \hat{Y}_{-i} merupakan nilai taksiran Y tanpa pengamatan ke- i , S_{-i}^2 merupakan jumlah kuadrat residual tanpa pengamatan ke- i , t_i menyatakan *studentized deleted residual* untuk kasus ke- i , dan h_{ii} menyatakan nilai *leverage* (pengaruh) untuk kasus ke- i sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (2.13) berikut ini:

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n-p-1}{\text{JKG}(1-h_{ii})-e_i^2}} \quad (2.13)$$

dimana e_i adalah residual ke- i dan JKG adalah Jumlah Kuadrat Galat (residual), yang memiliki rumus sebagai berikut:

$$\text{JKG} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2. \quad (2.14)$$

Matriks topi $\hat{\mathbf{H}}$ yang digunakan untuk menentukan nilai *leverage* h_{ii} adalah

$$\hat{\mathbf{H}}_{n \times n} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' \quad (2.15)$$

dan nilai *leverage* h_{ii} dalam matriks topi dapat diperoleh langsung dari

$$h_{ii} = \underset{1 \times k}{\mathbf{X}_i'} (\underset{k \times k}{\mathbf{X}'\mathbf{X}})^{-1} \underset{k \times 1}{\mathbf{X}_i}. \quad (2.16)$$

dimana $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ menyatakan matriks variabel bebas sebanyak n data, sedangkan \mathbf{X}_i menyatakan matriks variabel bebas sebanyak k variabel bebas.

Rumus untuk matriks topi $\hat{\mathbf{H}}$ diperoleh dengan cara mensubstitusikan rumus $\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{Y}$ dan rumus parameter estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, sebagaimana ditunjukkan pada

persamaan (2.10), ke dalam persamaan (2.5), sehingga diperoleh rumus untuk matriks topi $\hat{\mathbf{H}}$ dengan proses sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \hat{\mathbf{H}}\mathbf{Y} &= \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\ \hat{\mathbf{H}} &= \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'.\end{aligned}$$

Suatu data yang mempunyai nilai *absolute* (mutlak) DFFITS $\geq 2\sqrt{k/n}$ maka diidentifikasi sebagai pencilan, dengan k banyaknya variabel bebas yang digunakan dan n banyaknya observasi (Kurniawati, 2011).

2.4 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Regresi Linier Berganda

a. Uji Multikolinieritas

Uji Multikolinieritas dilakukan dengan cara meregresi model analisis dan melakukan uji korelasi antar variabel independen. Apabila diperoleh perbandingan berikut:

$$R^2 > R_1^2, R_2^2$$

dengan

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (\text{Draper dan Smith, 1998}) \quad (2.17)$$

dimana

R^2 = koefisien determinasi dari regresi variabel terikat terhadap variabel bebas

R_1^2 = koefisien determinasi dari regresi variabel bebas ke-1 terhadap variabel bebas lain

R_2^2 = koefisien determinasi dari regresi variabel bebas ke-2 terhadap variabel bebas lain

maka pada regresi tidak ditemukan adanya multikolinieritas. Dari sini dapat diketahui bahwa untuk menguji adanya multikolinieritas harus diperoleh koefisien determinasi dari regresi variabel terikat terhadap variabel bebas dan koefisien determinasi regresi masing-masing variabel bebas terhadap variabel bebas yang lain.

b. Uji Normalitas Residual

Uji normalitas data dilakukan dengan cara membandingkan hasil hitung dari suatu uji dengan tabel *Chi-Square*, seperti uji *Ryan-Joiner*, uji *Kolmogorov-Smirnov*, uji *Anderson-Darling*, uji *Jarque-Bera*, dan uji lainnya. Misalnya menggunakan uji *Ryan-Joiner*, yaitu membandingkan uji *Ryan-Joiner* dengan tabel *Chi-Square*. Apabila *Ryan-Joiner* lebih besar dibandingkan nilai tabel *Chi-Square* ($RJ > \chi_{df}^2$), maka data yang diuji residualnya berdistribusi tidak normal, dan apabila sebaliknya ($RJ < \chi_{df}^2$), maka data yang diuji residualnya berdistribusi normal.

c. Uji Autokorelasi Residual

Uji autokorelasi dalam data digunakan uji *Durbin-Watson*. Jika dapat ditunjukkan

$$d_u < d < 4 - d_u$$

dimana

$d = d$ -hitung *Durbin-Watson*

$d_u =$ nilai kritis untuk batas atas dari tabel *Durbin-Watson*

maka dapat disimpulkan bahwa dalam model tidak terjadi autokorelasi.

d. Uji Heteroskedastisitas Residual

Untuk mengetahui apakah data yang digunakan mengandung heteroskedastisitas atau tidak digunakan uji *White*, yaitu membandingkan perkalian dari banyak observasi dengan koefisien determinasi dengan nilai tabel *Chi-Square*. Secara matematis dapat ditulis

$$nR^2 \sim \chi_{df}^2.$$

Apabila perkalian banyak observasi dengan koefisien determinasi lebih besar dibandingkan nilai tabel *Chi-Square* ($nR^2 > \chi_{df}^2$), maka residual bersifat heteroskedastisitas, dan apabila sebaliknya ($nR^2 < \chi_{df}^2$), maka residual tidak bersifat heteroskedastisitas, dengan kata lain residual bersifat homoskedastisitas.

2.5 Fungsi Pembobot

Fungsi Pembobot merupakan suatu fungsi tertentu yang berfungsi sebagai pembobot dari suatu model regresi linier. Fungsi tersebut akan memberikan model regresi linier yang lebih kompleks sehingga model yang dihasilkan dapat dijadikan acuan untuk memproduksi suatu barang, dan barang yang dihasilkan

akan optimal, yaitu tanpa cacat, baik, bahannya pas tanpa ada yang terbuang, dan uang yang digunakan untuk memproduksi barang tersebut dapat dioptimalkan.

Dalam laporan penelitian yang ditulis oleh Sugiarti dan Megawarni (2010) ditulis rumus umum dari fungsi pembobot

$$W_i = W \left(X_i, \frac{Y_i - X_i \hat{\beta}}{\sigma} \right) = \frac{\sigma V(X_i)}{\varepsilon_i} \Psi \left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma V(X_i)} \right) \quad (2.17)$$

dimana W_i adalah fungsi pembobot pada pengamatan ke- i , Ψ adalah *influence function* (fungsi pengaruh) yang diperoleh dari turunan fungsi objektif, sebagaimana uraian yang dijelaskan selanjutnya pada tabel 2.1 di bawah, $V(X_i)$ adalah suatu fungsi yang tidak diketahui dan bergantung pada X melalui nilai *leverage* (pengaruh), σ adalah faktor skala yang juga perlu diduga, dalam program SAS disebut *scale* (skala atau derajat), $\hat{\beta}$ merupakan estimator parameter β dan ε_i merupakan residual yang terstandarkan. Atau menggunakan rumus fungsi pembobot lain sebagaimana ditulis dalam skripsi yang ditulis oleh Kurniawati (2011), yaitu

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\Psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i}. \quad (2.18)$$

Pada tabel 2.1 ditunjukkan beberapa fungsi pembobot yang sering digunakan oleh para peneliti pada model regresi linier yang diperoleh dari data yang para peneliti gunakan untuk menyelesaikan masalah pencilan yang teridentifikasi pada data. Fungsi pembobot yang sering digunakan tersebut, yaitu fungsi pembobot dari kuadrat terkecil, *Huber*, dan *Tukey Bisquare* (Fox, 2002). Konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan residual berdistribusi

normal dan dapat memberi perlindungan terhadap pencilan, yaitu konstanta dengan nilai $c=1,345$ untuk fungsi pembobot *Huber* dan $c=468$ untuk fungsi pembobot *Tukey Bisquare* (Kurniawati, 2011).

Tabel 2.1: Fungsi Pembobot untuk Metode Kuadrat Terkecil, *Huber*, dan *Tukey Bisquare*

Metode	Fungsi Objektif	Fungsi Pembobot	Interval
Kuadrat Terkecil	$\rho(\varepsilon_i) = \frac{1}{2} \varepsilon_i^2$	$W(\varepsilon_i) = 1$	$ \varepsilon_i < \infty$
<i>Huber</i>	$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \\ c\varepsilon_i - \frac{1}{2} c^2 \end{cases}$	$W(\varepsilon_i) = \begin{cases} 1 \\ \frac{c}{\varepsilon_i} \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_i \leq c \\ \varepsilon_i > c \end{cases}$
<i>Tukey Bisquare</i>	$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\} \\ \frac{c^2}{6} \end{cases}$	$W(\varepsilon_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2 \\ 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_i \leq c \\ \varepsilon_i > c \end{cases}$

dimana $W(\varepsilon_i)$ menyatakan fungsi pembobot pada pengamatan ke- i , ε_i menyatakan residual terstandarkan pada pengamatan ke- i , $\rho(\varepsilon_i)$ menyatakan fungsi objektif, $\Psi(\varepsilon_i)$ menyatakan turunan dari fungsi objektif, dan c menyatakan nilai *scale* (skala atau derajat).

2.6 Pentingnya Ilmu dan Amal dalam Al-Qur'an dan Hadits

Ilmu merupakan sesuatu yang sangat penting dalam kehidupan manusia. Ilmu ini hanya dimiliki oleh makhluk yang berakal saja, terutama manusia, karena manusia tanpa ilmu atau manusia yang tidak menggunakan akalnyanya akan lebih hina daripada binatang, tetapi apabila manusia menggunakan akalnyanya maka dia akan lebih mulia daripada malaikat. Kemuliaan yang lebih tinggi dari malaikat ini

dapat diketahui dari ditinggikannya derajat bagi orang-orang yang berilmu atau menuntut ilmu. Sebagaimana disebutkan dalam al-Qur'an surat al-Mujâdilah(58) ayat 11 yang berbunyi sebagai berikut:

...يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ...

“... Niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat” (QS. Al-Mujâdilah(58):11).

Dengan menimba ilmu saja dapat maninggikan derajat seorang hamba dan akan dimuliakan lebih mulia daripada para malaikat, apalagi sudah memiliki ilmu kemudian mengamalkannya atau mengajarkannya kepada orang lain, pasti derajat hamba tersebut akan ditinggikan lebih tinggi lagi.

Dalam hadits disebutkan tentang manfaat mengajarkan ilmu yang dimiliki kepada orang lain, yang artinya sebagai berikut:

Muhammad bin al-‘Allâi telah menceritakan kepada kami, beliau berkata, Hammâd bin Usâmah telah menceritakan kepada kami dari Buraid bin ‘Abdillâh dari Abi Burdah dari Abi Mûsâ dari Nabi Saw. beliau bersabda: “*Perumpamaan ketika aku diutus oleh Allah yang bersamaan dengannya suatu petunjuk dan ilmu, (yaitu) seperti hujan lebat yang menimpa bumi di antaranya ada jalanan yang tersentuh oleh air, kemudian tumbuhlah rerumputan dan dedaunan (pepohonan) yang banyak dan di antaranya ada tanah yang gersang yang tersentuh oleh air, kemudian Allah memberi manfaat bagi manusia dengannya (air hujan), lalu mereka minum (darinya), menyirami (tanamannya), dan bercocok tanam (dengannya), dan adapun golongan yang lainnya, sesungguhnya dia (golongan itu) adalah (berada pada suatu) lembah, (akan tetapi lembah tersebut sama sekali) tidak tersentuh oleh air dan tidak pula ditumbuhi oleh rerumputan, maka begitulah perumpamaan bagi orang yang mengerti/memahami agama Allah dan diberi manfaat dengannya apa yang diutus bersamaku oleh Allah, kemudian dia mengetahuinya lalu mengajarkannya dan perumpamaan orang yang belum diangkat dengannya kepalanya (derajatnya) dan belum menerima petunjuk Allah yang mana aku diutus bersamaan dengannya*” (HR. Al-Bukhârî) (Tim Unit Tarbiyah Ulul Albab, 2012).

Hadits di atas menjelaskan tentang perumpamaan ilmu yang dimiliki oleh seseorang lalu dia mengajarkan ilmu yang dimilikinya kepada orang lain, yaitu

seperti hujan lebat yang tumbuh olehnya rerumputan dan dedaunan pada pohon, maksudnya adalah ilmu yang diajarkannya itu bermanfaat bagi orang lain. Perumpamaan bagi orang yang memiliki ilmu tapi dia tidak mengajarkan ilmunya kepada orang lain, yaitu seperti lembah yang sama sekali tidak tersentuh oleh hujan dan tidak ada rerumputan yang tumbuh di lembah itu. Dengan kata lain, ilmu yang dimiliki tidak bermanfaat sama sekali bagi dirinya maupun bagi orang lain.

Ilmu yang dimiliki hendaknya diamankan, sebab dengan mengamalkan ilmu yang dimiliki akan memberikan buah yang manis dalam kehidupan di dunia dan kehidupan di akhirat kelak. Di dunia akan hidup dengan tentram dan sejahtera, dan di akhirat akan diberi balasan yang baik berupa surga. Meskipun hanya mengamalkan sedikit dari ilmu yang dimiliki, apalagi mengamalkan secara keseluruhan dari ilmu yang dimiliki. Di dunia ini amal baik yang dilakukan berdasarkan ilmu yang baik dan benar akan dicatat sebagai pahala dan amal buruk yang dilakukan tanpa ada dasar ilmu akan dicatat sebagai dosa.

Nasihat yang baik tentang ilmu pernah diberikan oleh Imam al-Ghazali kepada para muridnya. Nasihat tersebut berbunyi:

“Wahai anakku, memang benar, dalam nasihat ini ada bekal yang cukup bagi ahli ilmu, tapi yang akan mendapatkan kebaikan darinya hanyalah yang mendengarkan perkataan lalu mengikuti apa yang paling baik. Hati-hati bila engkau hanya takjub, tapi tidak mengamalkannya. Awas! Jangan sampai engkau hanya menghimpun ilmu dan nasihat seperti wadah menghimpun air, tapi tidak mengamalkannya. Ingat, sejelek-jelek ilmu adalah yang tidak memberikan manfaat kepada pemiliknya. Tak sedikit orang yang memperoleh banyak ilmu dan nasihat, tapi hatinya tetap tuli. Sekarang aku akan membiarkanmu menghisab (menilai) dirimu atas apa yang telah engkau lakukan. Insyaallah kita akan berjumpa lagi besok malam di tempat ini. Seperti biasanya, setiap hari ada hal yang akan kuceritakan kepadamu” (Abdurrazak, 2003).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Parameter Regresi dengan Metode WLS

Metode *Weighted Least Square* (WLS) merupakan pengembangan dari metode *Ordinary Least Square* (OLS), yaitu dengan menambahkan fungsi pembobot pada model regresi linier dari kuadrat terkecil untuk menentukan penduga parameter modelnya. Penduga parameter model untuk setiap pengamatan dengan metode WLS diperoleh dengan mengalikan fungsi pembobot W dengan persamaan normal sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (2.8), yaitu

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i &= \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{1i} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{(k-1)i} + \\ &\quad \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \\ 0 &= \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{0i} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{1i} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_{k-1} \sum_{i=1}^n X_{ki} X_{(k-1)i} + \\ &\quad \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 - \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i \\ 0 &= \sum_{i=1}^n X_{ki} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 X_{0i} - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \cdots - \hat{\beta}_{k-1} X_{(k-1)i} - \hat{\beta}_k X_{ki} \right) \end{aligned}$$

dan disingkat menjadi

$$\sum_{i=1}^n X_{pi} \left[Y_i - \sum_{p=0}^k X_{pi} \hat{\beta}_p \right] = 0. \quad (3.1)$$

Dengan mengalikan fungsi pembobot W_i ke dalam persamaan (3.1), diperoleh persamaan untuk metode WLS berbentuk

$$\sum_{i=1}^n X_{pi} W_i \left[Y_i - \sum_{p=0}^k X_{pi} \hat{\beta}_p \right] = 0. \quad (3.2)$$

Untuk memperoleh estimasi awal dari parameter $(\hat{\beta}^{(1)})$ dan residual pertama yang terstandarkan $(\varepsilon_i^{(1)})$ untuk metode WLS digunakan nilai pembobot awal $W_i^{(1)} = W(\varepsilon_i^{(0)})$, dimana $(\varepsilon_i^{(0)})$ merupakan residual yang terstandarkan dari metode OLS, maka persamaan (3.2) ditulis menjadi

$$\sum_{i=1}^n X_{pi} W_i^{(1)} \left[Y_i - \sum_{p=0}^k X_{pi} \hat{\beta}_p \right] = 0 \quad (3.3)$$

dimana $W_i^{(1)}$ merupakan fungsi pembobot pertama.

Untuk regresi linier berganda, persamaan (3.3) ditulis menjadi

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_{pi} W_i^{(1)} \left[Y_i - \sum_{p=0}^k X_{pi} \hat{\beta}_p \right] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n X_{pi} W_i^{(1)} Y_i - \sum_{i=1}^n \sum_{p=0}^k X_{pi} W_i^{(1)} X_{pi} \hat{\beta}_p &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{p=0}^k X_{pi} W_i^{(1)} X_{pi} \hat{\beta}_p &= \sum_{i=1}^n X_{pi} W_i^{(1)} Y_i \end{aligned} \quad (3.4)$$

dalam bentuk matriks, persamaan (3.4) di atas dapat ditulis

$$\underset{m \times n}{\mathbf{X}'} \underset{n \times n}{\mathbf{W}^{(1)}} \underset{n \times m}{\mathbf{X}} \underset{m \times 1}{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = \underset{m \times n}{\mathbf{X}'} \underset{n \times n}{\mathbf{W}^{(1)}} \underset{n \times 1}{\mathbf{Y}} \quad (3.5)$$

untuk $m = k + 1$, dan $\mathbf{W}^{(1)}$ merupakan matriks diagonal pembobot berukuran $n \times n$ dengan elemen diagonalnya W_1, W_2, \dots, W_n (n banyaknya observasi), yaitu

$$\mathbf{W}^{(q)} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & W_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & W_n \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Rumus estimator untuk metode WLS untuk langkah selanjutnya diperoleh dengan mengalikan matriks invers dari $\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X}$, sehingga diperoleh estimator berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)} &= \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Y} \\ (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Y} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)}_{m \times 1} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X})^{-1}_{m \times m} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Y}_{m \times 1}\end{aligned}$$

untuk iterasi selanjutnya dapat diperoleh dengan cara yang sama, dengan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(2)}_{m \times 1} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(2)}\mathbf{X})^{-1}_{m \times m} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(2)}\mathbf{Y}_{m \times 1} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(3)}_{m \times 1} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(3)}\mathbf{X})^{-1}_{m \times m} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(3)}\mathbf{Y}_{m \times 1} \\ &\vdots \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)}_{m \times 1} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(q)}\mathbf{X})^{-1}_{m \times m} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(q)}\mathbf{Y}_{m \times 1}\end{aligned}\tag{3.7}$$

dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)}$ merupakan matriks estimator berukuran $m \times 1$ untuk iterasi ke- q , dan $\mathbf{W}^{(q)}$ merupakan matriks fungsi pembobot pada iterasi ke- q .

Pembobot $\mathbf{W}^{(q)}$ yang selanjutnya diperoleh dari estimator sebelumnya yang dijadikan persamaan regresi, yaitu dengan cara mencari nilai residual terstandarkan ε_i pada pengamatan ke- i yang diperoleh dari model, yang kemudian residual terstandarkan tersebut digunakan untuk mencari nilai pembobot $\mathbf{W}^{(q)}$ menggunakan rumus fungsi pembobot yang peneliti (lembaga) kehendaki. Seperti fungsi pembobot *Huber* misalnya, sebagaimana yang

digunakan oleh penulis dalam skripsi ini. Untuk mencari nilai pembobotnya digunakan rumus pembobot sebagaimana ditunjukkan pada tabel 2.1. Contoh, untuk mencari nilai dari pembobot kedua $\mathbf{W}^{(2)}$ digunakan persamaan model regresi dari estimator pertama $\hat{\beta}^{(1)}$ untuk memperoleh residual terstandarkan yang pertama $\varepsilon^{(1)}$. Penghitungan estimator ini dapat dihentikan ketika nilai parameter estimatornya $\hat{\beta}$ konvergen (selisih nilai $\hat{\beta}^{(q+1)}$ dan $\hat{\beta}^{(q)}$ mendekati 0). Parameter $\hat{\beta}$ yang konvergen tersebut penulis sebut dengan nama *error* δ_q , dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\delta_q &= \sqrt{\sum_{p=0}^k \left(\hat{\beta}_p^{(q+1)} - \hat{\beta}_p^{(q)} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\hat{\beta}_0^{(2)} - \hat{\beta}_0^{(1)} \right)^2 + \left(\hat{\beta}_1^{(2)} - \hat{\beta}_1^{(1)} \right)^2 + \dots + \left(\hat{\beta}_{k+1}^{(l+1)} - \hat{\beta}_k^{(l)} \right)^2}\end{aligned}\quad (3.8)$$

dimana $q = 1, 2, 3, \dots, l$ iterasi.

3.2 Mendeskripsikan Fungsi Pembobot *Huber* untuk Membentuk Matriks Pembobot

Fungsi pembobot yang digunakan penulis pada skripsi ini, yaitu fungsi pembobot *Huber*

$$W_i = W(\varepsilon_i) = \frac{\Psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} 1, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{\varepsilon_i}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}\quad (3.9)$$

dengan nilai $c = 1,345$.

Fungsi pembobot di atas diperoleh dari fungsi objektifnya, sebagaimana ditunjukkan pada tabel 2.1, yaitu dengan cara menurunkan fungsi objektifnya.

Proses memperoleh fungsi pembobot di atas adalah sebagai berikut:

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_i^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c\varepsilon_i - \frac{1}{2}c^2, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dengan

$$\Psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

sehingga diperoleh fungsi pembobot sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (3.9) di atas. Nilai-nilai dari fungsi pembobot tersebut akan dijadikan matriks berukuran $n \times n$, dengan n banyaknya observasi, ketika dilakukan pencarian estimator $\hat{\beta}$, dengan bentuk matriks pembobot sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (3.6).

3.3 Analisis Statistik Deskriptif

Sebelum melakukan estimasi parameter model berupa statistik inferensial, penulis akan terlebih dahulu menjelaskan tentang statistik deskriptif, yaitu suatu penelitian yang menggunakan data sebagai tolak ukur penelitiannya. Statistik deskriptif merupakan suatu metode pengumpulan, mengolah, menyajikan, dan menganalisis data kuantitatif secara deskriptif (Rimbawan, 2011).

Data yang digunakan penulis sebagai variabel respon adalah kecepatan rambat pembakaran kertas (*burn rate*), dan variabel prediktor yang digunakan

adalah ketebalan kertas (*thickness*) sebagai variabel bebas pertama X_1 , berat jenis (*basis weight*) kertas sebagai variabel bebas kedua X_2 , dan kalsium karbonat (CaCO_3) sebagai variabel bebas ketiga X_3 , dengan standar data deskriptif sebagai berikut:

Tabel 3.1: Nilai Rata-rata, Deviasi Standar, Standar Spesifikasi, Minimum dan Maximum dari Setiap Variabel

Variabel	Rata-rata	Deviasi Standar	Standar Spesifikasi	Minimum	Maximum
<i>Burn rate</i> (Y)	0,22292	0,01220	>0,22	0,21	0,26
<i>Thickness</i> (X_1)	42,617	0,777	41 – 45	40,9	44,0
<i>Basis weight</i> (X_2)	26,061	0,220	$25,5 \pm 1,0$	25,37	26,79
<i>CaCO₃</i> (X_3)	28,458	1,258	27 – 32	26	32,0

(Sumber: Olahan MINITAB dan Data Kertas Tipe Verge 218 E dari Bagian Pengendalian Mutu)

Tabel 3.1 di atas menunjukkan bahwa nilai rata-rata dari setiap variabel memenuhi nilai dari standar spesifikasi, sehingga data yang diambil, sebagaimana ditunjukkan pada lampiran 23, merupakan data kertas dengan kualitas kertas yang memenuhi standar pasar atau sesuai dengan pesanan konsumen.

3.4 Estimasi Parameter Model Regresi

Model regresi yang digunakan dalam penelitian ini berbentuk

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \quad (3.10)$$

karena apabila digunakan model regresi berbentuk

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \quad (3.11)$$

maka akan diperoleh *P-value* yang cukup besar pada variabel bebas pertama X_1 dan variabel bebas kedua X_2 , yaitu dengan *P-value* untuk X_1 sebesar 0,181, dan *P-value* untuk X_2 sebesar 0,405. Nilai-nilai dari *P-value* tersebut sangat jauh dari

standar signifikansi, yaitu sebesar 0,05. Akan tetapi dengan menggunakan interaksi antara X_1 dan X_2 yang ditulis menjadi X_{12} dengan bentuk interaksi berupa perkalian $X_1 \times X_2$ maka diperoleh P -value sebesar 0,091. Nilai tersebut mendekati standar signifikansi sebesar 0,05. Nilai untuk P -value dari setiap variabel dapat dilihat pada lampiran 3 dan lampiran 4.

3.4.1 Estimasi Parameter pada Model Regresi dengan Metode OLS

Estimasi parameter pada model regresi dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) ini menggunakan rumus pada persamaan (2.10), dengan proses sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{OLS} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\ &= \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 40,90 & 41,00 & \dots & 43,90 & 42,20 \\ 26,10 & 25,80 & \dots & 25,90 & 26,00 \\ 27,0 & 28,0 & \dots & 28,0 & 27,0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 40,90 & 26,10 & 27,0 \\ 41,00 & 25,80 & 28,0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 43,90 & 25,90 & 28,0 \\ 42,20 & 26,00 & 27,0 \end{bmatrix}^{-1} \times \\ \begin{bmatrix} 40,90 & 41,00 & \dots & 43,90 & 42,20 \\ 26,10 & 25,80 & \dots & 25,90 & 26,00 \\ 27,0 & 28,0 & \dots & 28,0 & 27,0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,23 \\ 0,24 \\ \vdots \\ 0,22 \\ 0,21 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0,23962 \\ -0,00012161 \\ 0,004159 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nilai selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 2 dan hasil olahannya menggunakan program MINITAB dapat dilihat pada lampiran 4.

Berdasarkan penghitungan di atas, diperoleh persamaan model regresi untuk metode OLS sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 0,23962 - 0,00012161X_{12} + 0,004159X_3$$

dimana

\hat{Y} = panjang kertas yang terbakar persekonnya (cm/s)

X_{12} = ketebalan kertas (mikron) dan berat jenis kertas (gr/m^2)

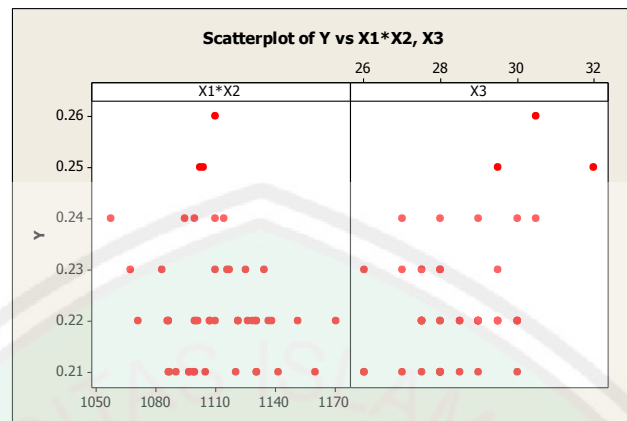
X_3 = jumlah kalsium karbonat (%).

Koefisien determinasi R^2 untuk metode OLS yang diperoleh dari olahan MINITAB pada lampiran 4, yaitu sebesar 21,0%. Nilai tersebut dapat mewakili seperempat persen informasi dari keseluruhan data dalam memprediksi seberapa besar hubungan antara variabel terikat dengan variabel bebas. Nilai koefisien determinasi yang diperoleh bernilai kecil karena ketiga parameter regresi yang diambil penulis merupakan sebagian kecil penyebab, dari sekian banyak penyebab, yang dapat mempengaruhi seberapa cepat rambat pembakaran kertas rokok yang diproduksi oleh pabrik kertas rokok yang ada di seluruh belahan dunia, khususnya di Indonesia.

3.4.2 Mengidentifikasi Pencilan pada Data untuk Metode OLS

a. Menggunakan Metode Grafis

Metode diagram atau grafis yang digunakan dalam mengidentifikasi pencilan pada subbab ini hanya sebagai bandingan untuk metode-metode lainnya dalam menentukan data pada pengamatan keberapa yang mengandung pencilan. Metode grafis untuk mengidentifikasi pencilan dalam data untuk metode OLS ditunjukkan pada olahan MINITAB di bawah ini:



Gambar 3.1: Grafik Pencar dari Respon Y terhadap Variabel X_{12} dan X_3 untuk Metode OLS (Sumber: Olahan MINITAB)

Gambar 3.1 di atas menunjukkan pola grafik yang tidak beraturan. Karena nilai dari titik-titik percobaan dalam grafik di atas tidak diketahui nilainya secara tepat, maka metode diagram yang digunakan tidak dapat dijadikan satu-satunya acuan untuk menentukan pencilan dalam data. Oleh karena itu perlu digunakan metode-metode lainnya seperti metode *Difference Fitted value of FITS* (DFFITS), metode *Difference Fitted value of BETAS* (DFBETAS) atau metode lainnya yang peneliti lain atau lembaga kehendaki.

b. Menggunakan Metode DFFITS

Nilai DFFITS yang diidentifikasi sebagai pencilan adalah data yang nilai DFFITS-nya lebih besar dari $2\sqrt{k/n} = 2\sqrt{2/48} = 0,408248$, dengan nilai DFFITS untuk metode OLS ditunjukkan pada tabel 3.2 di bawah ini:

Tabel 3.2: Nilai DFFITS untuk Metode OLS

No.	DFFITS	DFFITS	No.	DFFITS	DFFITS
1	0,266984	0,266984	25	-0,130590	0,130590
2	0,474996	0,474996	26	0,177553	0,177553
3	0,211280	0,211280	27	-0,351777	0,351777
4	0,243823	0,243823	28	-0,169532	0,169532
5	0,186713	0,186713	29	0,011705	0,011705
6	-0,610646	0,610646	30	-0,105403	0,105403
7	-0,164786	0,164786	31	-0,140147	0,140147
8	-0,005891	0,005891	32	-0,248894	0,248894

No.	<i>DFFITs</i>	<i> DFFITs </i>	No.	<i>DFFITs</i>	<i> DFFITs </i>
9	-0,203574	0,203574	33	0,091959	0,091959
10	0,069047	0,069047	34	-0,018980	0,018980
11	-0,108555	0,108555	35	-0,177950	0,177950
12	0,126559	0,126559	36	-0,049613	0,049613
13	0,059755	0,059755	37	-0,254662	0,254662
14	0,492757	0,492757	38	-0,164656	0,164656
15	-0,003133	0,003133	39	-0,128631	0,128631
16	-0,059935	0,059935	40	-0,158009	0,158009
17	-0,278724	0,278724	41	0,421246	0,421246
18	0,026752	0,026752	42	-0,136144	0,136144
19	0,217863	0,217863	43	0,337534	0,337534
20	0,842779	0,842779	44	-0,039172	0,039172
21	0,578238	0,578238	45	-0,059706	0,059706
22	-0,217012	0,217012	46	-0,190059	0,190059
23	0,617862	0,617862	47	0,048189	0,048189
24	-0,188315	0,188315	48	-0,185733	0,185733

(Sumber: Olahan MINITAB)

Berdasarkan tabel 3.2 di atas, data yang diidentifikasi sebagai pencilan (yang dicetak tebal) sebanyak 7 pencilan, yaitu data ke-2, ke-6, ke-14, ke-20, ke-21, ke-23 dan data ke-41. Penghitungan DFFITS di atas menunjukkan bahwa persamaan model regresi dari metode OLS yang digunakan masih menghasilkan pencilan yang cukup banyak, sehingga estimasi parameter dengan metode OLS tersebut tidak dapat dijadikan acuan utama dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok. Karena apabila persamaan parameter tersebut dijadikan acuan utama dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok, maka tidak menutup kemungkinan akan terdapat pencilan pada data selanjutnya. Dengan adanya pencilan yang teridentifikasi pada data, maka ada data yang tidak memenuhi standar.

Untuk mengatasi pencilan yang teridentifikasi dalam data, maka diperlukan metode lain yang dapat mengurangi pencilan yang teridentifikasi

dalam data, seperti metode *Weighted Least Square* (WLS) misalnya. Proses dalam mengatasi pencilan menggunakan metode WLS akan ditunjukkan pada subbab berikutnya.

3.4.3 Uji Signifikansi Model Regresi untuk Metode OLS

Uji signifikansi model regresi dilihat dari besarnya nilai *P-value*. Suatu model dikatakan signifikan apabila nilai *P-value* variabel bebasnya lebih kecil dari 0,05. Nilai *P-value* tersebut ditunjukkan pada *output* MINITAB pada lampiran 3.

Berdasarkan *output* MINITAB pada lampiran 3, nilai dari *P-value* yang diperoleh adalah 0,091 untuk variabel bebas pertama (X_{12}) dan 0,002 untuk variabel bebas kedua (X_3). Nilai tersebut mengindikasikan bahwa model disebut signifikan apabila digunakan variabel bebas kedua saja sebagai variabel bebasnya. Pada model digunakan variabel pertama sebagai pengecekan apakah variabel pertama (X_{12}) tersebut memiliki kaitan yang kuat terhadap lama pembakaran kertas rokok atau tidak. Penelitian ini bertujuan sebagai referensi untuk membantu lembaga yang berkehendak meneliti lebih lanjut tentang komponen apa yang mempengaruhi lama pembakaran kertas rokok, yaitu dengan memberikan contoh model berbentuk model regresi linier berganda sebagaimana yang penulis gunakan dalam skripsi ini.

3.4.4 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Model Regresi untuk Metode OLS

a. Uji Multikolinieritas untuk Metode OLS

Berdasarkan hasil *output* MINITAB pada lampiran 5–7, diperoleh nilai koefisien determinasi untuk uji multikolinieritas sebagai berikut:

Tabel 3.3 Nilai Koefisien Determinasi dari Uji Multikolinieritas untuk Metode OLS

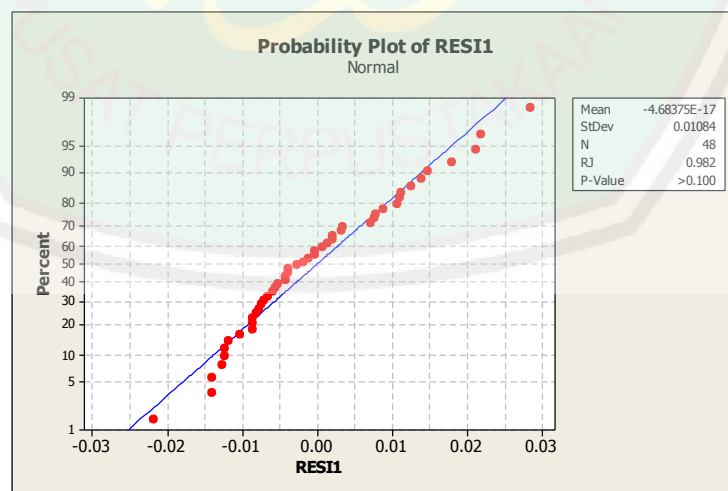
Koefisien Determinasi	R_i^2
R_1^2	0,210
R_{11}^2	0,020
R_{12}^2	0,020

(Sumber: Olahan MINITAB)

Berdasarkan tabel 3.3 di atas diperoleh perbandingan $R_1^2 > R_{11}^2, R_{12}^2$, sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam model regresi tersebut tidak ditemukan adanya multikolinieritas.

b. Uji Normalitas Residual untuk Metode OLS

Uji normalitas data pada penelitian ini menggunakan *Ryan-Joiner Test* atau disebut juga *Shapiro-Wilk Test* sebagai pembanding dengan nilai dari tabel *Chi-Square*. Hasil olahan MINITAB yang diperoleh adalah sebagai berikut:



Gambar 3.2: Output MINITAB dari Uji Normalitas untuk Metode OLS
(Sumber: Olahan MINITAB)

Berdasarkan gambar 3.2 di atas, diperoleh nilai $RJ = 0,982$, dengan jumlah observasi $n = 48$. Sedangkan nilai dari tabel *Chi-Square* dengan

tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$ atau $\alpha = 0,05$ diperoleh nilai $\chi_2^2 = 5,991$. Sehingga diperoleh perbandingan $RJ < \chi_2^2$. Dapat disimpulkan bahwa residual data berdistribusi normal.

c. Uji Autokorelasi Residual untuk Metode OLS

Berdasarkan lampiran 4 diperoleh nilai $d_{hitung} = 1,77213$. Untuk nilai kritisnya, dengan $n = 48$, $k = 2$, dan nilai signifikansi 5%, diperoleh nilai kritis untuk batas atas $d_u = 1,63$, lihat tabel *Durbin-Watson* dalam buku karangan Draper dan Smith (1998), sehingga diperoleh perbandingan

$$d_u < d < 4 - d_u$$

$$1,63 < 1,77213 < 2,37.$$

Dapat disimpulkan bahwa dalam model tidak terjadi autokorelasi.

d. Uji Heteroskedastisitas Residual untuk Metode OLS

Berdasarkan *output* MINITAB pada lampiran 4 diperoleh nilai koefisien determinasi $R^2 = 21,0\%$ atau $R^2 = 0,210$, sehingga diperoleh nilai perkalian banyak observasi dengan koefisien determinasi $nR^2 = 10,08$. Sedangkan untuk nilai *Chi-Square* dengan $df = 4$ dan tingkat signifikansi 5%, diperoleh nilai $\chi_4^2 = 9,488$. Sehingga diperoleh perbandingan

$$nR^2 > \chi_{df}^2$$

dengan kesimpulan bahwa residual bersifat heteroskedastisitas.

3.4.5 Estimasi Parameter pada Model Regresi dengan Metode WLS

Estimasi parameter pada model regresi dengan metode WLS pada subbab ini menggunakan rumus pada persamaan (3.7) dan persamaan (3.6) untuk matriks pembobotnya, dengan proses penghitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{WLS}^{(1)} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Y} \\ &= \left(\begin{bmatrix} 40,90 & 41,00 & \dots & 42,20 \\ 26,10 & 25,80 & \dots & 26,00 \\ 27,0 & 28,0 & \dots & 27,0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 40,90 & 26,10 & 27,0 \\ 41,00 & 25,80 & 28,0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 42,20 & 26,00 & 27,0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \\ &= \left(\begin{bmatrix} 40,90 & 41,00 & \dots & 42,20 \\ 26,10 & 25,80 & \dots & 26,00 \\ 27,0 & 28,0 & \dots & 27,0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,23 \\ 0,24 \\ \vdots \\ 0,22 \\ 0,21 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 0,24121 \\ -0,00012127 \\ 0,004071 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Nilai selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 2 untuk matriks \mathbf{X} dan matriks \mathbf{Y} , lampiran 8 untuk matriks pembobotnya dan hasil olahannya menggunakan program MINITAB dapat dilihat pada lampiran 9–18. Hasil penghitungan selengkapnya dapat dilihat pada tabel 3.4.

Dalam memperoleh estimasi parameter model regresi menggunakan metode WLS, akan dilakukan penghitungan berulang kali. Penghitungan estimator ini akan dihentikan ketika nilai parameternya konvergen (selisih nilai $\hat{\beta}^{(q+1)}$ dan $\hat{\beta}^{(q)}$ mendekati 0), dengan batasan yang digunakan penulis, yaitu $\delta_q = 0,000000$, dengan $q = 1, 2, 3, \dots, l$ iterasi.

Hasil penghitungan untuk menentukan estimator dan nilai *error* δ_q tersebut ditunjukkan pada tabel 3.4 berikut:

Tabel 3.4: Nilai Estimator dan Nilai *Error* untuk Metode WLS

Estimator & Error	$\hat{\beta}_{WLS}^{(1)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(2)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(3)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(4)}$
$\hat{\beta}_0$	0,24121	0,23996	0,24096	0,24038
$\hat{\beta}_1$	-0,00012127	-0,00012118	-0,00012253	-0,00012144
$\hat{\beta}_2$	0,004071	0,004112	0,004092	0,004108
δ_q	$\delta_1 = 0,001592$	$\delta_2 = 0,001251$	$\delta_3 = 0,001000$	$\delta_4 = 0,000580$
Estimator & Error	$\hat{\beta}_{WLS}^{(5)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(6)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(7)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(8)}$
$\hat{\beta}_0$	0,24064	0,24051	0,24057	0,24054
$\hat{\beta}_1$	-0,00012250	-0,00012146	-0,00012147	-0,00012146
$\hat{\beta}_2$	0,004101	0,004104	0,004103	0,004103
δ_q	$\delta_5 = 0,000260$	$\delta_6 = 0,000130$	$\delta_7 = 0,000060$	$\delta_8 = 0,000030$
Estimator & Error	$\hat{\beta}_{WLS}^{(9)}$	$\hat{\beta}_{WLS}^{(10)}$		
$\hat{\beta}_0$	0,24055	0,24055		
$\hat{\beta}_1$	-0,00012147	-0,00012147		
$\hat{\beta}_2$	0,004103	0,004103		
δ_q	$\delta_9 = 0,000010$	$\delta_{10} = 0,000000$		

(Sumber: Olahan MINITAB dan excel)

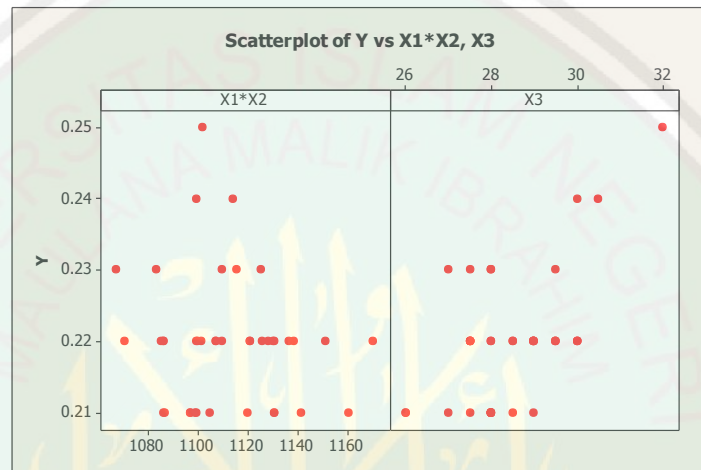
Tabel 3.4 di atas pada penghitungan *error* ke-10 menunjukkan nilai *error* $\delta_{10} = 0,000000$. Dengan demikian penghitungan untuk menentukan estimator dapat dihentikan, dan diperoleh model regresi sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 0,24055 - 0,00012147X_{12} + 0,004103X_3.$$

3.4.6 Mengidentifikasi Pencilan pada Data untuk Metode WLS

a. Menggunakan Metode Diagram

Diagram atau grafik pencar yang dihasilkan oleh model regresi linier dari estimator ke-10 $\hat{\beta}_{WLS}^{(10)}$ di atas adalah sebagai berikut:



Gambar 3.3: Grafik Pencar dari Respon Y terhadap Variabel X_{12} dan X_3 untuk Metode WLS (Sumber: Olahan MINITAB)

karena nilai pencilan yang ditunjukkan oleh diagram di atas tidak diketahui nilai pastinya, maka diperlukan metode lain untuk menentukan data beberapa yang teridentifikasi mengandung pencilan. Metode lain tersebut, yaitu metode DFFITS, yang mana penghitungan nilai DFFITS ditunjukkan pada subbab berikut ini.

b. Menggunakan DFFITS

Nilai DFFITS dalam mengidentifikasi pencilan menggunakan metode WLS ditunjukkan pada tabel 3.5 di bawah ini:

Tabel 3.5: Nilai DFFITS untuk Metode WLS

No.	DFFITS	DFFITS	No.	DFFITS	DFFITS
1	0,309904	0,309904	25	-0,132392	0,132392
2	0,536781	0,536781	26	0,207071	0,207071
3	0,260103	0,260103	27	-0,376872	0,376872
4	0,289429	0,289429	28	-0,179292	0,179292

No.	DFFITs	DFFITs	No.	DFFITs	DFFITs
5	0,214460	0,214460	29	0,021371	0,021371
6	-0,475005	0,475005	30	-0,107745	0,107745
7	-0,170354	0,170354	31	-0,140541	0,140541
8	0,010362	0,010362	32	-0,251894	0,251894
9	-0,216006	0,216006	33	0,125152	0,125152
10	0,086577	0,086577	34	-0,011792	0,011792
11	-0,104425	0,104425	35	-0,184135	0,184135
12	0,147231	0,147231	36	-0,043538	0,043538
13	0,077775	0,077775	37	-0,269273	0,269273
14	0,395810	0,395810	38	-0,170237	0,170237
15	0,005328	0,005328	39	-0,132856	0,132856
16	-0,058237	0,058237	40	-0,156897	0,156897
17	-0,296546	0,296546	41	0,338869	0,338869
18	0,039279	0,039279	42	-0,141256	0,141256
19	0,232121	0,232121	43	0,362993	0,362993
20	0,543576	0,543576	44	-0,032313	0,032313
21	0,707538	0,707538	45	-0,056658	0,056658
22	-0,230682	0,230682	46	-0,201483	0,201483
23	0,546273	0,546273	47	0,064255	0,064255
24	-0,195171	0,195171	48	-0,195096	0,195096

(Sumber: Olahan MINITAB)

dengan menggunakan nilai bandingan dari nilai DFFITS dengan nilai standar, yaitu nilai DFFITS > 0,408248, maka data yang diidentifikasi mengandung pencilan adalah data ke-2, ke-6, ke-20, ke-21 dan data ke-23.

3.4.7 Uji Signifikansi Model Regresi untuk Metode WLS

Berdasarkan *output* MINITAB pada lampiran 18, nilai dari *P-value* yang diperoleh adalah 0,069 untuk variabel bebas pertama (X_{12}) dan 0,002 untuk variabel bebas kedua (X_3). Nilai tersebut mengindikasikan bahwa model disebut signifikan apabila digunakan variabel bebas kedua saja sebagai variabel bebasnya.

3.4.8 Uji-uji Asumsi Klasik dalam Model Regresi untuk Metode WLS

a. Uji Multikolinieritas untuk Metode WLS

Berdasarkan hasil *output* MINITAB pada lampiran 19–21, diperoleh nilai koefisien determinasi untuk uji multikolinieritas untuk metode WLS sebagai berikut:

Tabel 3.6 Nilai Koefisien Determinasi dari Uji Multikolinieritas untuk Metode WLS

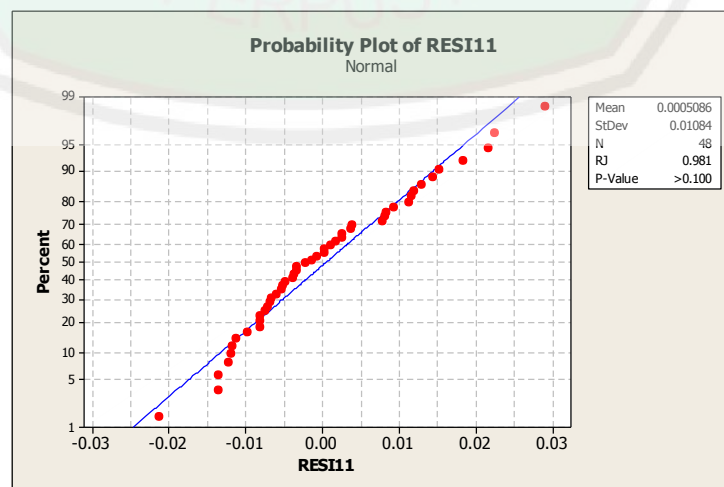
Koefisien Determinasi	R_i^2
R_1^2	0,222
R_{11}^2	0,024
R_{12}^2	0,024

(Sumber: Olahan MINITAB)

sehingga diperoleh perbandingan $R_1^2 > R_{11}^2, R_{12}^2$. Dapat disimpulkan bahwa dalam model regresi tersebut tidak ditemukan adanya multikolinieritas.

b. Uji Normalitas Residual untuk Metode WLS

Uji normalitas data pada penelitian ini digunakan *Ryan-Joiner Test* atau disebut juga *Shapiro-Wilk Test*, dengan hasil olahan MINITAB sebagai berikut:



Gambar 3.4: *Output* MINITAB dari Uji Normalitas untuk Metode WLS
(Sumber: Olahan MINITAB)

Berdasarkan gambar 3.4 di atas, diperoleh nilai $RJ = 0,981$, dengan banyak observasi $n = 48$. Nilai dari tabel *Chi-Square* dengan tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$ atau $\alpha = 0,05$ diperoleh nilai $\chi_2^2 = 5,991$, sehingga diperoleh perbandingan $RJ < \chi_2^2$. Dapat disimpulkan bahwa residual data berdistribusi normal.

c. Uji Autokorelasi Residual untuk Metode WLS

Berdasarkan lampiran 18 diperoleh nilai $d_{hitung} = 1,77033$. Untuk nilai kritis batas atasnya, dengan $n = 48$, $k = 2$, dan nilai signifikansi 5%, diperoleh nilai kritis untuk batas atas $d_u = 1,63$, lihat tabel *Durbin-Watson* dalam buku karangan Draper dan Smith (1998), sehingga diperoleh perbandingan

$$d_u < d < 4 - d_u$$

$$1,63 < 1,77033 < 2,37.$$

Dapat disimpulkan bahwa dalam model tidak terjadi autokorelasi.

d. Uji Heteroskedastisitas Residual untuk Metode WLS

Berdasarkan *output* MINITAB pada lampiran 18 diperoleh nilai koefisien determinasi $R^2 = 22,2\%$ atau $R^2 = 0,222$, sehingga diperoleh nilai perkalian banyak observasi dengan koefisien determinasi $nR^2 = 10,656$. Sedangkan untuk nilai *Chi-Square* dengan $df = 4$ dan tingkat signifikansi 5%, diperoleh nilai $\chi_4^2 = 9,488$. Sehingga diperoleh perbandingan

$$nR^2 > \chi_{df}^2$$

dengan kesimpulan bahwa residual bersifat heteroskedastisitas.

3.5 Aplikasi Ilmu dalam Al-Qur'an dan Hadits

Skripsi ini membahas tentang aplikasi metode WLS dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok. Aplikasi metode ini bertujuan untuk memberikan kemudahan bagi pihak yang bersangkutan dalam menyelesaikan masalah produksi kertas atau barang lainnya. Bentuk penyelesaiannya berupa model regresi linier. Model tersebut dapat digunakan untuk mengoptimalkan hasil produksi atau mengoptimalkan keuntungan yang diperoleh oleh lembaga.

Agama Islam memberikan solusi yang cukup signifikan dalam menyelesaikan suatu masalah. Salah satunya, yaitu dengan menggunakan ilmu. Sebagaimana disebutkan dalam sabda Nabi Saw. yang berbunyi:

مَنْ أَرَادَ الدُّنْيَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ أَرَادَ الْآخِرَةَ فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ أَرَادَ هُمَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ

“Barangsiapa yang menginginkan dunia maka (hendaklah ia) menggapainya dengan ilmu. Barangsiapa yang menginginkan akhirat maka (hendaklah ia) menggapainya dengan ilmu. Dan barangsiapa yang menginginkan keduanya maka (hendaklah ia) menggapainya dengan ilmu”.

Ilmu yang dimaksudkan adalah ilmu umum untuk mendapatkan kehidupan yang layak di dunia, dan ilmu agama untuk mendapatkan kehidupan yang bahagia di akhirat, yaitu surga. Sedangkan untuk mendapatkan kehidupan yang bahagia di dunia dan di akhirat, maka hendaknya menguasai dan mengaplikasikan ilmu umum dan ilmu agama yang dimiliki dalam kehidupan sehari-hari.

Penelitian skripsi ini berkaitan tentang masalah dalam memproduksi kertas rokok. Masalah tersebut merupakan masalah keduniaan, sehingga harus diselesaikan pula dengan ilmu keduniaan, sebagaimana dalam penelitian ini menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS), yaitu suatu metode yang memberikan solusi berbentuk model regresi linier untuk menyelesaikan masalah

dalam memproduksi suatu barang, dalam penelitian ini masalah dalam memproduksi kertas rokok.

Hadits di atas menyebutkan “*Barangsiapa yang menginginkan dunia maka (hendaklah ia) menggapainya dengan ilmu*”. Dikarenakan masalah dalam produksi ini, maka para karyawan pabrik kertas rokok berusaha semaksimal mungkin menyelesaikan masalah tersebut menggunakan ilmu umum, seperti metode OLS, metode WLS, dan metode-metode lainnya. Dalam penelitian ini masalah yang diambil dititikberatkan pada lama pembakaran (*burn rate*) kertas rokok, dengan pertanyaan karyawan pabrik: “Apakah standar yang digunakan sudah tepat?”. Dengan kata lain, setiap kali memproduksi kertas rokok, apakah hasil produksinya sudah memenuhi standar yang telah ditetapkan atau belum memenuhi standar. Dengan melakukan berbagai macam usaha tersebut, maka para karyawan tersebut dapat digolongkan ke dalam orang-orang yang menggapai dunia dengan ilmu umum yang dimiliki.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Kertas rokok merupakan kertas yang memiliki kecepatan rambat pembakaran yang stabil, tidak terlalu cepat seperti kertas *tissue* dan tidak terlalu lambat seperti kertas tulis. Untuk memperoleh kecepatan rambat pembakaran kertas rokok yang stabil maka perlu dilakukan penentuan bahan yang tepat dalam memproduksi kertas rokok tersebut. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menentukan takaran bahan yang tepat adalah menggunakan metode regresi linier. Metode yang digunakan dalam regresi linier ini berupa metode *Ordinary Least Square* (OLS), metode *Weighted Least Square* (WLS), atau metode lainnya. Metode-metode ini mengestimasi parameter model regresi linier yang dihasilkan dari data produksi.

Estimasi parameter model regresi linier dalam skripsi ini menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan fungsi pembobot *Huber* dalam menentukan lama pembakaran kertas rokok. Berdasarkan hasil pembahasan pada bab 3 diperoleh estimator

$$\hat{\beta}_{WLS} = \begin{bmatrix} 0,24055 \\ -0,00012147 \\ 0,004103 \end{bmatrix}$$

dengan model berbentuk

$$\hat{Y} = 0,24055 - 0,00012147X_{12} + 0,004103X_3$$

dimana

\hat{Y} = panjang kertas yang terbakar persekonnya (cm/s)

X_1 = ketebalan kertas (mikron) dan berat jenis kertas (gr/m^2)

X_3 = jumlah kalsium karbonat (%).

Makna dari persamaan model di atas adalah:

- a. Setiap pengurangan satu satuan ketebalan kertas (X_1) dan berat jenis kertas (X_2) akan mengurangi rata-rata panjang kertas roko yang terbakar persekonnya sepanjang $-0,000121$ cm/s apabila jumlah kalsium karbonat (X_3) tetap.
- b. Setiap penambahan satu satuan kalsium karbonat (X_3) akan menambah rata-rata panjang kertas rokok yang terbakar persekonnya sepanjang $0,00410$ cm/s apabila ketebalan kertas (X_1) dan berat jenis kertas (X_2) tetap.

4.2 Saran

Pada penelitian ini dilakukan estimasi parameter menggunakan metode WLS pada kasus data yang mengandung pencilan. Pada metode WLS ini digunakan fungsi *Huber* sebagai fungsi pembobotnya. Untuk penelitian selanjutnya dapat diteliti tentang estimasi parameter model regresi menggunakan metode regresi robust, seperti regresi robust dengan M-estimator, S-estimator, atau MM-estimator. Fungsi pembobot yang dapat digunakan adalah fungsi *Tukey Bisquare* atau fungsi pembobot lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdurrazak, A.B.. 2003. *Matahari di Dalam Hati, Muhasabah Al-Ghazali untuk Para Muridnya*. Jakarta: IIMAN dan Hikmah.
- Akbar, M.S. dan Maftukhah, L.. 2007. Optimasi Kekuatan Torque pada Lampu TL. *Jurnal Ilmiah Sains dan Teknologi*, Vol. 6 No. 3. Hal. 218-229. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Al-Utsaimin, M.. 2014. *Definisi Ilmu Syar'i, Keutamaan, dan Hukum Menuntutnya*. Jogja: Pustaka Sumayyah.
- Bhar, L.. 2012. Robust Regression "Technical Report". New Delhi. t.np.
- Draper, N.R. dan Smith, H.. 1998. *Applied Regression Analysis*. New York: Includes Disk.
- Fox, J.. 2002. *Robust Regression "Appendix to An R and S-PLUS Companion to Applied Regression"*. New York: tanpa nama penerbit.
- Fox, J. dan Weisberg, S.. 2012. *Robust Regression in R "An Appendix to An R Companion to Applied Regression, Second Edition"*. New York: tanpa nama penerbit.
- Kurniawati, L.D.. 2011. Kekekaran Regresi Linier Ganda dengan Estimasi MM (Method of Moment) dalam Mengatasi Pencilan. *Skripsi*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Mas'udah, A.F.. 2012. Metode Regresi Least Trimmed Squares pada Data yang Mengandung Pencilan. *Skripsi*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Momeni, M., Nayeri, M.G., Ghayoumi, A.F., dan Ghorbani, H.. 2010. Robust Regression and its Application in Financial Data Analysis. *Jurnal Sains "Financial"*, Vol. 4 No. 11. Hal. 475. Tehran: University of Tehran.
- Rahmawati, R. dan Djuraidah, A.. 2008. Analisis *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan Pembobot Kernel Gaussian untuk Data Kemiskinan. *Artikel Penelitian "Statistik"*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Rimbawan, N.Y.. 2011. *Statistik Deskriptif untuk Ekonomi dan Bisnis*. Denpasar: Udayana University Press.

- Sugiarti, H. dan Megawarni, A.. 2010. Koefisien Determinasi sebagai Ukuran Kesesuaian Model pada Regresi Robust. *Laporan Penelitian*. Malang: Universitas Terbuka.
- Tanti, W.A.. 2013. Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil Dengan Metode Regresi Komponen Utama Pada Kasus Multikolinearitas. *Skripsi*. Padang: Universitas Andalas Padang.
- Tim Unit Tarbiyah Ulul Albab. 2012. *Kumpulan Materi Mata Kuliah Tarbiyah Ulul Albab*. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Turmudi dan Harini, S.. 2008. *Metode Statistika, Pendekatan Teoritis dan Aplikatif*. Malang: UIN-Malang Press.



LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Kertas Tipe Verge 218 E dari Bagian Pengendalian Mutu
(*Quality Control*)

No.	Tanggal	Waktu	Burn Rate	Thickness	Basis Weight	CaCO ₃
			cm/s	mikron	gr/m ²	%
1	20-Jan-11	03.00	0,23	40,90	26,10	27,0
2	20-Jan-11	04.41	0,24	41,00	25,80	28,0
3	20-Jan-11	09.01	0,24	42,30	26,00	30,5
4	20-Jan-11	10.33	0,24	42,70	26,10	30,0
5	20-Jan-11	12.30	0,23	42,80	26,30	28,0
6	20-Jan-11	14.01	0,21	42,30	25,78	30,0
7	20-Jan-11	15.32	0,21	43,50	26,00	28,0
8	20-Jan-11	17.03	0,22	43,80	26,29	29,0
9	20-Jan-11	18.33	0,21	42,20	26,00	28,0
10	20-Jan-11	20.17	0,22	43,10	26,19	27,5
11	20-Jan-11	21.48	0,22	41,20	26,00	27,5
12	20-Jan-11	23.18	0,23	42,70	26,00	28,0
13	21-Jan-11	00.48	0,23	42,60	26,20	29,5
14	21-Jan-11	02.40	0,24	41,90	26,13	27,0
15	21-Jan-11	04.11	0,22	42,00	26,20	27,5
16	21-Jan-11	05.42	0,22	42,40	25,98	28,5
17	21-Jan-11	07.07	0,21	41,80	26,00	28,0
18	21-Jan-11	09.04	0,22	43,30	26,11	28,0
19	21-Jan-11	10.34	0,24	42,70	26,00	29,0
20	21-Jan-11	12.04	0,26	42,90	25,88	30,5
21	21-Jan-11	12.45	0,25	42,40	26,00	32,0
22	24-Jan-11	18.02	0,21	42,60	26,30	29,0
23	24-Jan-11	19.35	0,23	42,80	26,10	26,0
24	24-Jan-11	21.10	0,21	41,50	26,20	26,0
25	24-Jan-11	22.44	0,21	42,10	26,11	26,0
26	25-Jan-11	00.44	0,23	41,20	26,30	27,5
27	25-Jan-11	01.20	0,22	41,70	26,06	30,0
28	25-Jan-11	02.43	0,21	42,50	26,00	28,0
29	25-Jan-11	04.16	0,22	42,60	26,00	27,5
30	25-Jan-11	06.00	0,22	42,30	26,00	29,0
31	25-Jan-11	07.37	0,21	43,50	26,25	27,5
32	25-Jan-11	09.32	0,21	43,80	26,50	28,5
33	25-Jan-11	10.46	0,22	43,70	26,79	29,0
34	25-Jan-11	11.59	0,22	44,00	25,60	28,5
35	25-Jan-11	13.12	0,22	43,00	26,08	30,0
36	25-Jan-11	14.25	0,22	43,50	26,00	29,0
37	25-Jan-11	15.38	0,22	42,80	25,37	29,5
38	25-Jan-11	17.02	0,21	43,00	26,30	28,0
39	25-Jan-11	18.16	0,22	42,70	26,00	29,5
40	25-Jan-11	19.29	0,22	43,30	26,30	30,0
41	25-Jan-11	20.43	0,25	42,80	25,80	29,5
42	25-Jan-11	22.00	0,22	42,60	26,00	29,5
43	25-Jan-11	23.15	0,23	43,90	25,85	27,5
44	26-Jan-11	00.24	0,22	41,80	26,00	27,5
45	26-Jan-11	01.30	0,22	43,00	26,08	29,0
46	26-Jan-11	02.50	0,21	42,30	26,00	28,0
47	26-Jan-11	04.50	0,22	43,90	25,90	28,0
48	26-Jan-11	05.15	0,21	42,20	26,00	27,0

(Sumber: Data Industri Kertas PT. Surya Zig Zag Kediri Jawa Timur Bagian *Quality Control*)

Lampiran 2 Definisi Variabel Bebas dan Variabel Terikat

No.	Y	X_1	X_2	X_3	$X_1 \times X_2$
1	0.23	40.90	26.10	27.0	1067.490
2	0.24	41.00	25.80	28.0	1057.800
3	0.24	42.30	26.00	30.5	1099.800
4	0.24	42.70	26.10	30.0	1114.470
5	0.23	42.80	26.30	28.0	1125.640
6	0.21	42.30	25.78	30.0	1090.494
7	0.21	43.50	26.00	28.0	1131.000
8	0.22	43.80	26.29	29.0	1151.502
9	0.21	42.20	26.00	28.0	1097.200
10	0.22	43.10	26.19	27.5	1128.789
11	0.22	41.20	26.00	27.5	1071.200
12	0.23	42.70	26.00	28.0	1110.200
13	0.23	42.60	26.20	29.5	1116.120
14	0.24	41.90	26.13	27.0	1094.847
15	0.22	42.00	26.20	27.5	1100.400
16	0.22	42.40	25.98	28.5	1101.552
17	0.21	41.80	26.00	28.0	1086.800
18	0.22	43.30	26.11	28.0	1130.563
19	0.24	42.70	26.00	29.0	1110.200
20	0.26	42.90	25.88	30.5	1110.252
21	0.25	42.40	26.00	32.0	1102.400
22	0.21	42.60	26.30	29.0	1120.380
23	0.23	42.80	26.10	26.0	1117.080
24	0.21	41.50	26.20	26.0	1087.300
25	0.21	42.10	26.11	26.0	1099.231
26	0.23	41.20	26.30	27.5	1083.560
27	0.22	41.70	26.06	30.0	1086.702
28	0.21	42.50	26.00	28.0	1105.000
29	0.22	42.60	26.00	27.5	1107.600
30	0.22	42.30	26.00	29.0	1099.800
31	0.21	43.50	26.25	27.5	1141.875
32	0.21	43.80	26.50	28.5	1160.700
33	0.22	43.70	26.79	29.0	1170.723
34	0.22	44.00	25.60	28.5	1126.400
35	0.22	43.00	26.08	30.0	1121.440
36	0.22	43.50	26.00	29.0	1131.000
37	0.22	42.80	25.37	29.5	1085.836
38	0.21	43.00	26.30	28.0	1130.900
39	0.22	42.70	26.00	29.5	1110.200
40	0.22	43.30	26.30	30.0	1138.790
41	0.25	42.80	25.80	29.5	1104.240
42	0.22	42.60	26.00	29.5	1107.600
43	0.23	43.90	25.85	27.5	1134.815
44	0.22	41.80	26.00	27.5	1086.800
45	0.22	43.00	26.08	29.0	1121.440
46	0.21	42.30	26.00	28.0	1099.800
47	0.22	43.90	25.90	28.0	1137.010
48	0.21	42.20	26.00	27.0	1097.200

(Sumber: Data Kertas Tipe Verge 218 E dari Bagian Pengendalian Mutu (*Quality Control*))

Lampiran 3 *P-value* dari Masing-masing Variabel

Regression Analysis: Y versus X1, X2, X3

The regression equation is
 $Y = 0.399 - 0.00297 X1 - 0.00639 X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.3992	0.2123	1.88	0.067	
X1	-0.002968	0.002183	-1.36	0.181	1.077
X2	-0.006387	0.007602	-0.84	0.405	1.043
X3	0.004098	0.001356	3.02	0.004	1.089

S = 0.0112058 R-Sq = 21.0% R-Sq(adj) = 15.6%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	0.0014666	0.0004889	3.89	0.015
Residual Error	44	0.0055251	0.0001256		
Total	47	0.0069917			

Durbin-Watson statistic = 1.74861

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 4 *Output* MINITAB untuk Estimasi Parameter Menggunakan Metode OLS

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

The regression equation is
 $Y = 0.240 - 0.000122 X1*X2 + 0.00416 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.23962	0.08153	2.94	0.005	
X1*X2	-0.00012161	0.00007032	-1.73	0.091	1.021
X3	0.004159	0.001298	3.21	0.002	1.021

S = 0.0110820 R-Sq = 21.0% R-Sq(adj) = 17.4%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0014652	0.0007326	5.97	0.005
Residual Error	45	0.0055265	0.0001228		
Total	47	0.0069917			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0002036
X3	1	0.0012616

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
6	1090	0.21000	0.23178	0.00306	-0.02178	-2.05R
20	1110	0.26000	0.23146	0.00310	0.02854	2.68R
21	1102	0.25000	0.23865	0.00498	0.01135	1.15 X
41	1104	0.25000	0.22803	0.00218	0.02197	2.02R

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77213

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 5 Output MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Terikat Y terhadap Variabel Bebas untuk Metode OLS

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

The regression equation is
 $Y = 0.240 - 0.000122 X1*X2 + 0.00416 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.23962	0.08153	2.94	0.005	
X1*X2	-0.00012161	0.00007032	-1.73	0.091	1.021
X3	0.004159	0.001298	3.21	0.002	1.021

S = 0.0110820 R-Sq = 21.0% R-Sq(adj) = 17.4%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0014652	0.0007326	5.97	0.005
Residual Error	45	0.0055265	0.0001228		
Total	47	0.0069917			

Durbin-Watson statistic = 1.77213

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 6 Output MINITAB dari Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_{12} terhadap Variabel Bebas X_3 untuk Metode OLS

Regression Analysis: X1*X2 versus X3

The regression equation is
 $X1*X2 = 1036 + 2.62 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	1036.14	76.73	13.50	0.000	
X3	2.619	2.694	0.97	0.336	1.000

S = 23.2359 R-Sq = 2.0% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	510.3	510.3	0.95	0.336
Residual Error	46	24835.8	539.9		
Total	47	25346.1			

Durbin-Watson statistic = 1.58224

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 7 Output MINITAB dari Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X3 terhadap Variabel Bebas X1*X2 untuk Metode OLS

Regression Analysis: X3 versus X1*X2

The regression equation is
 $X3 = 19.9 + 0.00769 X1*X2$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	19.919	8.785	2.27	0.028	
X1*X2	0.007689	0.007908	0.97	0.336	1.000

S = 1.25904 R-Sq = 2.0% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1.498	1.498	0.95	0.336
Residual Error	46	72.918	1.585		
Total	47	74.417			

Durbin-Watson statistic = 1.30824

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 8 Nilai Residual, *Standardized Residual*, dan Nilai Pembobot

No.	RESI1	SRES1	W1	RESI2	SRES2	W2
1	0.0078979	0.75620	1.00000	0.0083247	0.87815	1.00000
2	0.0125600	1.21591	1.00000	0.0130783	1.39532	0.96394
3	0.0072692	0.68665	1.00000	0.0079935	0.83427	1.00000
4	0.0111330	1.03221	1.00000	0.0118082	1.20712	1.00000
5	0.0108104	0.99260	1.00000	0.0113054	1.14243	1.00000
6	-0.0217828	-2.04526	0.65762	-0.0210994	-1.74669	0.77003
7	-0.0085378	-0.78726	1.00000	-0.0080446	-0.81639	1.00000
8	-0.0002039	-0.01926	1.00000	0.0003704	0.03850	1.00000
9	-0.0126483	-1.15869	1.00000	-0.0121436	-1.22452	1.00000
10	0.0032731	0.30307	1.00000	0.0037229	0.37954	1.00000
11	-0.0037306	-0.35254	1.00000	-0.0032610	-0.33940	1.00000
12	0.0089326	0.81577	1.00000	0.0094329	0.94811	1.00000
13	0.0034134	0.31367	1.00000	0.0040440	0.40933	1.00000
14	0.0212250	1.97044	0.68259	0.0216423	1.81088	0.74273
15	-0.0001794	-0.01649	1.00000	0.0002801	0.02834	1.00000
16	-0.0041988	-0.38357	1.00000	-0.0036514	-0.36719	1.00000
17	-0.0139131	-1.28427	1.00000	-0.0134048	-1.36227	0.98732
18	0.0014091	0.12988	1.00000	0.0019024	0.19298	1.00000
19	0.0147732	1.35001	0.99629	0.0153617	1.54263	0.87189
20	0.0285403	2.68238	0.50142	0.0292611	2.10226	0.63979
21	0.0113462	1.14597	1.00000	0.0122019	1.37151	0.98067
22	-0.0139888	-1.28005	1.00000	-0.0134038	-1.35014	0.99620
23	0.0180883	1.72888	0.77796	0.0184098	1.68933	0.79617
24	-0.0055334	-0.53034	1.00000	-0.0052016	-0.55007	1.00000
25	-0.0040824	-0.38897	1.00000	-0.0037547	-0.39479	1.00000
26	0.0077726	0.72246	1.00000	0.0082379	0.84311	1.00000
27	-0.0122440	-1.15462	1.00000	-0.0115592	-1.20354	1.00000
28	-0.0116998	-1.06890	1.00000	-0.0111977	-1.12598	1.00000
29	0.0006962	0.06389	1.00000	0.0011533	0.11651	1.00000
30	-0.0064916	-0.59503	1.00000	-0.0058996	-0.59555	1.00000
31	-0.0051355	-0.48286	1.00000	-0.0046901	-0.48564	1.00000
32	-0.0070056	-0.67434	1.00000	-0.0064785	-0.68638	1.00000
33	0.0021337	0.21047	1.00000	0.0027014	0.29332	1.00000
34	-0.0011769	-0.10787	1.00000	-0.0006381	-0.06436	1.00000
35	-0.0080193	-0.74424	1.00000	-0.0073465	-0.75155	1.00000
36	-0.0026972	-0.24830	1.00000	-0.0021159	-0.21438	1.00000
37	-0.0102696	-0.95887	1.00000	-0.0096286	-0.99146	1.00000
38	-0.0085499	-0.78831	1.00000	-0.0080567	-0.81754	1.00000
39	-0.0073065	-0.67146	1.00000	-0.0066740	-0.67570	1.00000
40	-0.0059093	-0.55477	1.00000	-0.0052425	-0.54227	1.00000
41	0.0219686	2.02198	0.66519	0.0226033	1.85617	0.72461
42	-0.0076227	-0.70086	1.00000	-0.0069893	-0.70803	1.00000
43	0.0140059	1.30480	1.00000	0.0144537	1.48264	0.90717
44	-0.0018334	-0.16988	1.00000	-0.0013692	-0.13968	1.00000
45	-0.0038599	-0.35334	1.00000	-0.0032752	-0.33003	1.00000
46	-0.0123321	-1.12839	1.00000	-0.0118283	-1.19127	1.00000
47	0.0021931	0.20349	1.00000	0.0026842	0.27412	1.00000
48	-0.0084889	-0.78722	1.00000	-0.0080723	-0.82448	1.00000
No.	RESI3	SRES3	W3	RESI4	SRES4	W4
1	0.0083683	0.86659	1.00000	0.0082992	0.86380	1.00000
2	0.0130819	1.34148	1.00000	0.0130298	1.37153	0.98066
3	0.0078909	0.80780	1.00000	0.0079048	0.81364	1.00000
4	0.0117246	1.17607	1.00000	0.0117336	1.18333	1.00000
5	0.0113024	1.12126	1.00000	0.0112746	1.12435	1.00000
6	-0.0211807	-1.87094	0.71889	-0.0211803	-1.81338	0.74171
7	-0.0080481	-0.80183	1.00000	-0.0080740	-0.80860	1.00000
No.	RESI3	SRES3	W3	RESI4	SRES4	W4
8	0.0003241	0.03308	1.00000	0.0003259	0.03344	1.00000

9	-0.0121438	-1.20205	1.00000	-0.0121818	-1.21216	1.00000
10	0.0037401	0.37433	1.00000	0.0037032	0.37256	1.00000
11	-0.0032382	-0.33086	1.00000	-0.0032958	-0.33846	1.00000
12	0.0094315	0.93058	1.00000	0.0093981	0.93217	1.00000
13	0.0039806	0.39544	1.00000	0.0039800	0.39749	1.00000
14	0.0216833	1.86111	0.72269	0.0216240	1.83932	0.73125
15	0.0003001	0.02980	1.00000	0.0002530	0.02525	1.00000
16	-0.0036725	-0.36251	1.00000	-0.0036988	-0.36704	1.00000
17	-0.0134040	-1.32825	1.00000	-0.0134457	-1.34835	0.99752
18	0.0018990	0.18912	1.00000	0.0018729	0.18750	1.00000
19	0.0153193	1.41019	0.95377	0.0153064	1.48315	0.90685
20	0.0291574	2.33619	0.57572	0.0291750	2.22316	0.60499
21	0.0120377	1.30907	1.00000	0.0120831	1.33804	1.00000
22	-0.0134471	-1.32694	1.00000	-0.0134564	-1.33753	1.00000
23	0.0184895	1.68648	0.79752	0.0184178	1.69028	0.79573
24	-0.0051191	-0.53129	1.00000	-0.0052014	-0.54264	1.00000
25	-0.0036733	-0.37904	1.00000	-0.0037514	-0.38912	1.00000
26	0.0082595	0.82981	1.00000	0.0082064	0.82877	1.00000
27	-0.0116402	-1.18901	1.00000	-0.0116412	-1.19549	1.00000
28	-0.0111986	-1.10541	1.00000	-0.0112338	-1.11473	1.00000
29	0.0011725	0.11628	1.00000	0.0011280	0.11246	1.00000
30	-0.0059409	-0.58861	1.00000	-0.0059576	-0.59341	1.00000
31	-0.0046742	-0.47519	1.00000	-0.0047064	-0.48090	1.00000
32	-0.0065052	-0.67683	1.00000	-0.0065103	-0.68072	1.00000
33	0.0026532	0.28294	1.00000	0.0026619	0.28525	1.00000
34	-0.0006615	-0.06550	1.00000	-0.0006789	-0.06757	1.00000
35	-0.0074308	-0.74595	1.00000	-0.0074194	-0.74882	1.00000
36	-0.0021602	-0.21486	1.00000	-0.0021657	-0.21654	1.00000
37	-0.0096891	-0.97901	1.00000	-0.0097005	-0.98538	1.00000
38	-0.0080602	-0.80297	1.00000	-0.0080861	-0.80974	1.00000
39	-0.0067367	-0.66936	1.00000	-0.0067395	-0.67323	1.00000
40	-0.0053284	-0.54094	1.00000	-0.0053108	-0.54201	1.00000
41	0.0225411	1.89854	0.70844	0.0225362	1.88622	0.71307
42	-0.0070518	-0.70106	1.00000	-0.0070555	-0.70519	1.00000
43	0.0144703	1.38363	0.97208	0.0144356	1.43936	0.93444
44	-0.0013479	-0.13499	1.00000	-0.0013999	-0.14092	1.00000
45	-0.0033187	-0.32825	1.00000	-0.0033276	-0.33088	1.00000
46	-0.0118287	-1.16944	1.00000	-0.0118658	-1.17929	1.00000
47	0.0026802	0.26873	1.00000	0.0026564	0.26772	1.00000
48	-0.0080316	-0.80524	1.00000	-0.0080900	-0.81534	1.00000
No.	RESI5	SRES5	W5	RESI6	SRES6	W6
1	0.0083447	0.86695	1.00000	0.0083226	0.86527	1.00000
2	0.0130601	1.35689	0.99123	0.0130441	1.36456	0.98566
3	0.0078912	0.81055	1.00000	0.0078940	0.81152	1.00000
4	0.0117267	1.18024	1.00000	0.0117270	1.18124	1.00000
5	0.0112988	1.12462	1.00000	0.0112866	1.12425	1.00000
6	-0.0211850	-1.84047	0.73079	-0.0211860	-1.82756	0.73595
7	-0.0080502	-0.80470	1.00000	-0.0080622	-0.80650	1.00000
8	0.0003318	0.03398	1.00000	0.0003276	0.03357	1.00000
9	-0.0121550	-1.20717	1.00000	-0.0121689	-1.20947	1.00000
10	0.0037351	0.37506	1.00000	0.0037198	0.37380	1.00000
11	-0.0032587	-0.33403	1.00000	-0.0032772	-0.33618	1.00000
12	0.0094237	0.93291	1.00000	0.0094106	0.93233	1.00000
13	0.0039810	0.39680	1.00000	0.0039781	0.39683	1.00000
14	0.0216670	1.85078	0.72672	0.0216465	1.84445	0.72922
15	0.0002875	0.02864	1.00000	0.0002705	0.02697	1.00000
16	-0.0036804	-0.36451	1.00000	-0.0036907	-0.36581	1.00000
No.	RESI5	SRES5	W5	RESI6	SRES6	W6
17	-0.0134181	-1.34126	1.00000	-0.0134325	-1.34546	0.99966
18	0.0018967	0.18952	1.00000	0.0018847	0.18846	1.00000
19	0.0153159	1.44337	0.93185	0.0153094	1.46414	0.91863

20	0.0291606	2.27617	0.59091	0.0291639	2.25020	0.59772
21	0.0120453	1.33073	1.00000	0.0120581	1.33343	1.00000
22	-0.0134478	-1.33407	1.00000	-0.0134537	-1.33570	1.00000
23	0.0184749	1.69015	0.79579	0.0184490	1.68916	0.79626
24	-0.0051417	-0.53539	1.00000	-0.0051693	-0.53867	1.00000
25	-0.0036928	-0.38230	1.00000	-0.0037197	-0.38538	1.00000
26	0.0082424	0.83083	1.00000	0.0082245	0.82964	1.00000
27	-0.0116455	-1.19353	1.00000	-0.0116468	-1.19461	1.00000
28	-0.0112078	-1.11000	1.00000	-0.0112212	-1.11218	1.00000
29	0.0011619	0.11561	1.00000	0.0011453	0.11405	1.00000
30	-0.0059471	-0.59120	1.00000	-0.0059542	-0.59237	1.00000
31	-0.0046756	-0.47688	1.00000	-0.0046903	-0.47872	1.00000
32	-0.0064973	-0.67816	1.00000	-0.0065043	-0.67935	1.00000
33	0.0026661	0.28521	1.00000	0.0026629	0.28505	1.00000
34	-0.0006628	-0.06584	1.00000	-0.0006717	-0.06678	1.00000
35	-0.0074268	-0.74806	1.00000	-0.0074261	-0.74859	1.00000
36	-0.0021580	-0.21536	1.00000	-0.0021634	-0.21606	1.00000
37	-0.0096968	-0.98306	1.00000	-0.0097014	-0.98429	1.00000
38	-0.0080624	-0.80585	1.00000	-0.0080743	-0.80764	1.00000
39	-0.0067380	-0.67173	1.00000	-0.0067412	-0.67259	1.00000
40	-0.0053198	-0.54186	1.00000	-0.0053181	-0.54212	1.00000
41	0.0225382	1.88898	0.71202	0.0225347	1.88875	0.71211
42	-0.0070537	-0.70360	1.00000	-0.0070571	-0.70450	1.00000
43	0.0144670	1.40986	0.95399	0.0144519	1.42505	0.94383
44	-0.0013642	-0.13706	1.00000	-0.0013819	-0.13895	1.00000
45	-0.0033190	-0.32938	1.00000	-0.0033249	-0.33023	1.00000
46	-0.0118393	-1.17439	1.00000	-0.0118530	-1.17665	1.00000
47	0.0026796	0.26955	1.00000	0.0026680	0.26858	1.00000
48	-0.0080472	-0.80948	1.00000	-0.0080677	-0.81215	1.00000
No.	RESI7	SRES7	W7	RESI8	SRES8	W8
1	0.0083341	0.86619	1.00000	0.0083290	0.86578	1.00000
2	0.0130533	1.36069	0.98847	0.0130491	1.36267	0.98703
3	0.0078946	0.81127	1.00000	0.0078940	0.81135	1.00000
4	0.0117283	1.18094	1.00000	0.0117274	1.18105	1.00000
5	0.0112928	1.12449	1.00000	0.0112898	1.12437	1.00000
6	-0.0211837	-1.83356	0.73355	-0.0211850	-1.83078	0.73466
7	-0.0080562	-0.80563	1.00000	-0.0080591	-0.80605	1.00000
8	0.0003300	0.03380	1.00000	0.0003286	0.03366	1.00000
9	-0.0121614	-1.20832	1.00000	-0.0121649	-1.20885	1.00000
10	0.0037272	0.37443	1.00000	0.0037237	0.37413	1.00000
11	-0.0032673	-0.33505	1.00000	-0.0032718	-0.33556	1.00000
12	0.0094175	0.93270	1.00000	0.0094143	0.93252	1.00000
13	0.0039807	0.39695	1.00000	0.0039792	0.39687	1.00000
14	0.0216567	1.84800	0.72782	0.0216521	1.84604	0.72859
15	0.0002792	0.02783	1.00000	0.0002752	0.02744	1.00000
16	-0.0036848	-0.36510	1.00000	-0.0036876	-0.36543	1.00000
17	-0.0134245	-1.34398	1.00000	-0.0134282	-1.34479	1.00000
18	0.0018907	0.18900	1.00000	0.0018878	0.18874	1.00000
19	0.0153136	1.45335	0.92545	0.0153115	1.45890	0.92193
20	0.0291641	2.26302	0.59434	0.0291636	2.25661	0.59603
21	0.0120545	1.33246	1.00000	0.0120556	1.33285	1.00000
22	-0.0134500	-1.33486	1.00000	-0.0134519	-1.33527	1.00000
23	0.0184610	1.69022	0.79576	0.0184556	1.68941	0.79614
24	-0.0051560	-0.53709	1.00000	-0.0051619	-0.53779	1.00000
25	-0.0037069	-0.38392	1.00000	-0.0037126	-0.38457	1.00000
No.	RESI7	SRES7	W7	RESI8	SRES8	W8
26	0.0082339	0.83032	1.00000	0.0082296	0.83002	1.00000
27	-0.0116443	-1.19393	1.00000	-0.0116457	-1.19427	1.00000
28	-0.0112140	-1.11110	1.00000	-0.0112174	-1.11160	1.00000
29	0.0011537	0.11485	1.00000	0.0011498	0.11448	1.00000
30	-0.0059495	-0.59170	1.00000	-0.0059518	-0.59203	1.00000

31	-0.0046834	-0.47786	1.00000	-0.0046867	-0.47827	1.00000
32	-0.0065009	-0.67880	1.00000	-0.0065027	-0.67908	1.00000
33	0.0026645	0.28514	1.00000	0.0026634	0.28506	1.00000
34	-0.0006668	-0.06627	1.00000	-0.0006693	-0.06652	1.00000
35	-0.0074251	-0.74822	1.00000	-0.0074259	-0.74843	1.00000
36	-0.0021601	-0.21566	1.00000	-0.0021619	-0.21587	1.00000
37	-0.0096975	-0.98355	1.00000	-0.0096995	-0.98391	1.00000
38	-0.0080683	-0.80678	1.00000	-0.0080712	-0.80719	1.00000
39	-0.0067383	-0.67207	1.00000	-0.0067399	-0.67233	1.00000
40	-0.0053179	-0.54190	1.00000	-0.0053184	-0.54204	1.00000
41	0.0225378	1.88847	0.71222	0.0225361	1.88878	0.71210
42	-0.0070541	-0.70396	1.00000	-0.0070557	-0.70423	1.00000
43	0.0144591	1.41719	0.94906	0.0144557	1.42124	0.94635
44	-0.0013726	-0.13797	1.00000	-0.0013768	-0.13841	1.00000
45	-0.0033212	-0.32974	1.00000	-0.0033231	-0.32999	1.00000
46	-0.0118456	-1.17552	1.00000	-0.0118490	-1.17604	1.00000
47	0.0026738	0.26907	1.00000	0.0026710	0.26883	1.00000
48	-0.0080575	-0.81085	1.00000	-0.0080621	-0.81144	1.00000
No.	RESI9	SRES9	W9	RESI10	SRES10	W10
1	0.0083315	0.86598	1.00000	0.0083303	0.86589	1.00000
2	0.0130512	1.36166	0.98776	0.0130503	1.36218	0.98738
3	0.0078945	0.81134	1.00000	0.0078942	0.81134	1.00000
4	0.0117280	1.18101	1.00000	0.0117277	1.18102	1.00000
5	0.0112913	1.12443	1.00000	0.0112906	1.12440	1.00000
6	-0.0211842	-1.83204	0.73416	-0.0211846	-1.83148	0.73438
7	-0.0080577	-0.80584	1.00000	-0.0080584	-0.80594	1.00000
8	0.0003293	0.03374	1.00000	0.0003289	0.03370	1.00000
9	-0.0121631	-1.20859	1.00000	-0.0121639	-1.20871	1.00000
10	0.0037254	0.37427	1.00000	0.0037246	0.37420	1.00000
11	-0.0032695	-0.33531	1.00000	-0.0032706	-0.33542	1.00000
12	0.0094159	0.93261	1.00000	0.0094151	0.93257	1.00000
13	0.0039801	0.39692	1.00000	0.0039796	0.39689	1.00000
14	0.0216544	1.84711	0.72816	0.0216533	1.84653	0.72839
15	0.0002772	0.02763	1.00000	0.0002763	0.02754	1.00000
16	-0.0036861	-0.36526	1.00000	-0.0036868	-0.36534	1.00000
17	-0.0134263	-1.34450	1.00000	-0.0134272	-1.34464	1.00000
18	0.0018893	0.18887	1.00000	0.0018886	0.18881	1.00000
19	0.0153126	1.45605	0.92373	0.0153121	1.45751	0.92281
20	0.0291640	2.25983	0.59518	0.0291638	2.25820	0.59561
21	0.0120554	1.33269	1.00000	0.0120554	1.33276	1.00000
22	-0.0134509	-1.33506	1.00000	-0.0134514	-1.33516	1.00000
23	0.0184581	1.68995	0.79588	0.0184569	1.68961	0.79604
24	-0.0051591	-0.53746	1.00000	-0.0051603	-0.53761	1.00000
25	-0.0037099	-0.38426	1.00000	-0.0037111	-0.38441	1.00000
26	0.0082318	0.83017	1.00000	0.0082308	0.83010	1.00000
27	-0.0116448	-1.19408	1.00000	-0.0116452	-1.19417	1.00000
28	-0.0112157	-1.11135	1.00000	-0.0112165	-1.11147	1.00000
29	0.0011517	0.11466	1.00000	0.0011508	0.11458	1.00000
30	-0.0059506	-0.59186	1.00000	-0.0059512	-0.59194	1.00000
31	-0.0046851	-0.47807	1.00000	-0.0046859	-0.47817	1.00000
32	-0.0065018	-0.67895	1.00000	-0.0065023	-0.67902	1.00000
33	0.0026640	0.28510	1.00000	0.0026636	0.28508	1.00000
34	-0.0006680	-0.06640	1.00000	-0.0006686	-0.06646	1.00000
No.	RESI9	SRES9	W9	RESI10	SRES10	W10
35	-0.0074254	-0.74831	1.00000	-0.0074257	-0.74837	1.00000
36	-0.0021609	-0.21576	1.00000	-0.0021614	-0.21581	1.00000
37	-0.0096983	-0.98372	1.00000	-0.0096989	-0.98381	1.00000
38	-0.0080698	-0.80699	1.00000	-0.0080705	-0.80708	1.00000
39	-0.0067390	-0.67219	1.00000	-0.0067395	-0.67226	1.00000
40	-0.0053180	-0.54196	1.00000	-0.0053182	-0.54201	1.00000
41	0.0225371	1.88855	0.71219	0.0225366	1.88870	0.71213

42	-0.0070548	-0.70408	1.00000	-0.0070553	-0.70416	1.00000
43	0.0144574	1.41914	0.94776	0.0144566	1.42023	0.94703
44	-0.0013747	-0.13819	1.00000	-0.0013757	-0.13829	1.00000
45	-0.0033221	-0.32986	1.00000	-0.0033226	-0.32992	1.00000
46	-0.0118473	-1.17578	1.00000	-0.0118481	-1.17590	1.00000
47	0.0026723	0.26895	1.00000	0.0026717	0.26889	1.00000
48	-0.0080598	-0.81116	1.00000	-0.0080609	-0.81129	1.00000
No.	RESI11	SRES11	No.	RESI11	SRES11	
1	0.0083309	0.86593	25	-0.0037105	-0.38434	
2	0.0130507	1.36191	26	0.0082312	0.83013	
3	0.0078944	0.81134	27	-0.0116450	-1.19413	
4	0.0117279	1.18102	28	-0.0112161	-1.11141	
5	0.0112909	1.12442	29	0.0011513	0.11462	
6	-0.0211844	-1.83172	30	-0.0059509	-0.59190	
7	-0.0080580	-0.80589	31	-0.0046855	-0.47812	
8	0.0003291	0.03372	32	-0.0065021	-0.67898	
9	-0.0121635	-1.20865	33	0.0026638	0.28509	
10	0.0037250	0.37424	34	-0.0006683	-0.06643	
11	-0.0032701	-0.33537	35	-0.0074255	-0.74834	
12	0.0094155	0.93259	36	-0.0021612	-0.21578	
13	0.0039798	0.39690	37	-0.0096986	-0.98377	
14	0.0216538	1.84684	38	-0.0080702	-0.80704	
15	0.0002767	0.02758	39	-0.0067392	-0.67223	
16	-0.0036865	-0.36530	40	-0.0053181	-0.54198	
17	-0.0134268	-1.34457	41	0.0225368	1.88861	
18	0.0018889	0.18884	42	-0.0070550	-0.70412	
19	0.0153124	1.45676	43	0.0144570	1.41967	
20	0.0291639	2.25903	44	-0.0013752	-0.13825	
21	0.0120555	1.33273	45	-0.0033224	-0.32989	
22	-0.0134511	-1.33511	46	-0.0118477	-1.17584	
23	0.0184575	1.68982	47	0.0026720	0.26892	
24	-0.0051598	-0.53754	48	-0.0080604	-0.81123	

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 9 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Pertama $W^{(1)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W1

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00407 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24121	0.07454	3.24	0.002	
X1*X2	-0.00012127	0.00006436	-1.88	0.066	1.025
X3	0.004071	0.001226	3.32	0.002	1.025

S = 0.0100729 R-Sq = 22.3% R-Sq(adj) = 18.9%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013129	0.0006564	6.47	0.003
Residual Error	45	0.0045659	0.0001015		
Total	47	0.0058788			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001947
X3	1	0.0011181

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23074	0.00294	0.02926	2.10R
21	1102	0.25000	0.23780	0.00472	0.01220	1.37 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77159

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 10 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kedua $W^{(2)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W2

The regression equation is
 $Y = 0.240 - 0.000121 X1*X2 + 0.00411 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.23996	0.07603	3.16	0.003	
X1*X2	-0.00012118	0.00006568	-1.85	0.072	1.024
X3	0.004112	0.001242	3.31	0.002	1.024

S = 0.0102613 R-Sq = 22.1% R-Sq(adj) = 18.7%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013467	0.0006733	6.39	0.004
Residual Error	45	0.0047382	0.0001053		
Total	47	0.0060849			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001925
X3	1	0.0011542

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00297	0.02916	2.34R
21	1102	0.25000	0.23796	0.00478	0.01204	1.31 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.76864

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 11 *Output* MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Ketiga $W^{(3)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W3

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000122 X1*X2 + 0.00409 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24096	0.07548	3.19	0.003	
X1*X2	-0.00012153	0.00006517	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004092	0.001236	3.31	0.002	1.024

S = 0.0102071 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.7%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013373	0.0006686	6.42	0.004
Residual Error	45	0.0046883	0.0001042		
Total	47	0.0060256			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001963
X3	1	0.0011410

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23082	0.00296	0.02918	2.22R
21	1102	0.25000	0.23792	0.00476	0.01208	1.34 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77054

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 12 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Keempat $W^{(4)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W4

The regression equation is
 $Y = 0.240 - 0.000121 X1*X2 + 0.00411 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24038	0.07571	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012144	0.00006538	-1.86	0.070	1.024
X3	0.004108	0.001238	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102270 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013468	0.0006734	6.44	0.003
Residual Error	45	0.0047066	0.0001046		
Total	47	0.0060534			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001945
X3	1	0.0011523

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.28R
21	1102	0.25000	0.23795	0.00476	0.01205	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77031

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 13 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kelima $W^{(5)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W5

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24064	0.07560	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012150	0.00006528	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004101	0.001237	3.31	0.002	1.024

S = 0.0102190 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013429	0.0006715	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0046993	0.0001044		
Total	47	0.0060422			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001954
X3	1	0.0011475

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.25R
21	1102	0.25000	0.23794	0.00476	0.01206	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77038

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 14 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Keenam $W^{(6)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W6

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24051	0.07565	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012146	0.00006533	-1.86	0.070	1.024
X3	0.004104	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102226 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013445	0.0006722	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047025	0.0001045		
Total	47	0.0060470			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001949
X3	1	0.0011496

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.26R
21	1102	0.25000	0.23795	0.00476	0.01205	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77032

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 15 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kejujahan $W^{(7)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W7

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24057	0.07563	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012147	0.00006531	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004103	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102209 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013438	0.0006719	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047010	0.0001045		
Total	47	0.0060448			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001951
X3	1	0.0011486

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.26R
21	1102	0.25000	0.23794	0.00476	0.01206	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77034

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 16 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kedelapan $W^{(8)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W8

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24054	0.07564	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012146	0.00006532	-1.86	0.070	1.024
X3	0.004103	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102217 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013441	0.0006720	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047018	0.0001045		
Total	47	0.0060459			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001950
X3	1	0.0011491

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.26R
21	1102	0.25000	0.23794	0.00476	0.01206	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77033

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 17 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kesembilan $W^{(9)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W9

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24055	0.07564	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012147	0.00006531	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004103	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102214 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013439	0.0006720	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047014	0.0001045		
Total	47	0.0060454			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001951
X3	1	0.0011489

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.26R
21	1102	0.25000	0.23794	0.00476	0.01206	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77033

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 18 Output MINITAB untuk Metode WLS dengan Fungsi Pembobot Kesepuluh $W^{(10)}$

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W10

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24055	0.07564	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012147	0.00006532	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004103	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102215 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013440	0.0006720	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047016	0.0001045		
Total	47	0.0060456			

Source	DF	Seq SS
X1*X2	1	0.0001951
X3	1	0.0011490

Unusual Observations

Obs	X1*X2	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
20	1110	0.26000	0.23084	0.00296	0.02916	2.26R
21	1102	0.25000	0.23794	0.00476	0.01206	1.33 X

R denotes an observation with a large standardized residual.
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Durbin-Watson statistic = 1.77033

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 19 Output MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Terikat Y terhadap Variabel Bebas untuk Metode WLS

Regression Analysis: Y versus X1*X2, X3

Weighted analysis using weights in W10

The regression equation is
 $Y = 0.241 - 0.000121 X1*X2 + 0.00410 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	0.24055	0.07564	3.18	0.003	
X1*X2	-0.00012147	0.00006532	-1.86	0.069	1.024
X3	0.004103	0.001237	3.32	0.002	1.024

S = 0.0102215 R-Sq = 22.2% R-Sq(adj) = 18.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.0013440	0.0006720	6.43	0.003
Residual Error	45	0.0047016	0.0001045		
Total	47	0.0060456			

Durbin-Watson statistic = 1.77033

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 20 Output MINITAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_{12} terhadap Variabel Bebas X_3 untuk Metode WLS

Regression Analysis: X1*X2 versus X3

Weighted analysis using weights in W10

The regression equation is
 $X1*X2 = 1028 + 2.91 X3$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	1028.09	78.58	13.08	0.000	
X3	2.911	2.760	1.05	0.297	1.000

S = 23.0733 R-Sq = 2.4% R-Sq(adj) = 0.2%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	592.1	592.1	1.11	0.297
Residual Error	46	24489.3	532.4		
Total	47	25081.4			

Durbin-Watson statistic = 1.57404

(Sumber: Olahan MINITAB)

Lampiran 21 Output MINTAB untuk Uji Multikolinieritas dari Variabel Bebas X_3 terhadap Variabel Bebas X_{12} untuk Metode WLS

Regression Analysis: X3 versus X1*X2

Weighted analysis using weights in W10

The regression equation is
 $X3 = 19.4 + 0.00811 X1*X2$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	19.435	8.546	2.27	0.028	
X1*X2	0.008111	0.007691	1.05	0.297	1.000

S = 1.21802 R-Sq = 2.4% R-Sq(adj) = 0.2%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1.650	1.650	1.11	0.297
Residual Error	46	68.245	1.484		
Total	47	69.895			

Durbin-Watson statistic = 1.34076

(Sumber: Olahan MINTAB)

Lampiran 22 Fungsi Pembobot untuk *Least Square*, *Huber*, dan *Tukey Bisquare*

1. Fungsi pembobot untuk Kuadrat Terkecil (*Least Square*)

$$\rho(\varepsilon_i) = \frac{1}{2} \varepsilon_i^2, \quad |\varepsilon_i| < \infty$$

dengan

$$\Psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \varepsilon_i$$

sehingga fungsi pembobot yang diperoleh adalah

$$w_i = w(\varepsilon_i) = \frac{\Psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_i} = 1.$$

2. Fungsi pembobot untuk *Huber*

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_i^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c|\varepsilon_i| - \frac{1}{2}c^2, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dengan

$$\Psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

sehingga fungsi pembobot yang diperoleh adalah

$$w_i = w(\varepsilon_i) = \frac{\Psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} 1, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon_i|}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}.$$

3. Fungsi pembobot untuk *Tukey Bisquare*

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\}, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

dengan

$$\Psi(\varepsilon_i) = \rho'(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

sehingga fungsi pembobot yang diperoleh adalah

$$w_i = w(\varepsilon_i) = \frac{\Psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2\right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}.$$



Lampiran 23 Data Kertas Tipe Verge 218 E pada Bagian Pengontrolan Mutu (*Qualiy Control*)

Date	Time	No Bobine	Paper Grade	Basis Weight gr/m ²	Thickness micron	MD		CD		Porosity Coresta				CaCO ₃ %	PN	Burn Rate cm/s		Opacity %	Brightness %	Formation Index
						Tensile daN/30mm	Elong %	Tensile daN/30mm	Elong %	min	max	mean	cov			1	2			
STANDAR SPESIFIKASI			Verge 218E	25.5±1.0	41-45	> 3.0	> 1.2	-	-	-	-	16-24	< 10	27-32	-	> 0.22		> 72	> 89	> 35
20-Jan-11	03,00	110123 Ø 1	Verge 218 E	26,10	40,90	3,61	2,02	2,17	6,91	18,96	25,97	22,17	8,93	27,0	33	0,23	0,24	72,23	90,92	41,8
20-Jan-11	04,41	110123 Ø 2	Verge 218 E	25,80	41,00	3,05	1,84	2,04	7,85	17,68	24,19	21,18	8,00	28,0	35	0,24	0,25	73,84	91,03	42,1
20-Jan-11	09,01	110124 Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,30	3,62	2,02	2,27	7,29	14,58	21,77	18,00	8,47	30,5	39	0,24	0,25	73,63	89,65	50,3
20-Jan-11	10,33	110124 Ø 2	Verge 218 E	26,10	42,70	3,49	1,86	2,23	6,12	14,64	21,91	17,46	8,62	30,0	39	0,24	0,26	73,29	89,63	50,8
20-Jan-11	12,30	110125 Ø 1	Verge 218 E	26,30	42,80	3,67	1,61	2,19	5,43	14,64	20,82	17,67	8,75	28,0	40	0,23	0,24	73,48	89,75	48,7
20-Jan-11	14,01	110125 Ø 2	Verge 218 E	25,78	42,30	3,53	2,09	1,86	7,56	15,90	22,81	19,00	9,47	30,0	37	0,21	0,22	73,24	89,85	52,2
20-Jan-11	15,32	110126 Ø 1	Verge 218 E	26,00	43,50	3,80	1,75	2,41	5,75	15,65	23,84	18,94	11,13	28,0	34	0,21	0,21	73,69	90,21	41,3
20-Jan-11	17,03	110126 Ø 2	Verge 218 E	26,29	43,80	3,69	1,75	2,23	7,51	15,98	22,67	19,14	8,09	29,0	40	0,22	0,22	73,00	90,49	49,2
20-Jan-11	18,33	110127 Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,20	3,69	1,88	2,21	6,02	14,92	21,71	17,98	9,97	28,0	32	0,21	0,23	73,04	90,67	46,1
20-Jan-11	20,17	110127 Ø 2	Verge 218 E	26,19	43,10	3,60	1,75	2,14	8,18	16,23	23,34	19,79	9,16	27,5	36	0,22	0,23	73,69	90,83	42,8
20-Jan-11	21,48	110128 Ø 1	Verge 218 E	26,00	41,20	3,64	1,94	2,16	7,86	16,76	24,80	20,52	11,19	27,5	37	0,22	0,22	74,21	90,78	42,0
20-Jan-11	23,18	110128 Ø 2	Verge 218 E	26,00	42,70	3,64	1,75	2,25	7,42	15,34	20,50	17,59	7,94	28,0	37	0,23	0,23	72,60	90,80	43,7
21-Jan-11	00,48	110129 Ø 1	Verge 218 E	26,20	42,60	3,70	1,72	2,24	7,76	17,20	22,50	19,92	6,72	29,5	38	0,23	0,24	74,32	91,00	51,1
21-Jan-11	02,40	110129 Ø 2	Verge 218 E	26,13	41,90	3,44	1,60	2,06	8,06	17,30	26,50	21,24	9,83	27,0	37	0,24	0,25	74,39	91,20	45,5

21-Jan-11	04,11	110130	Ø 1	Verge 218 E	26,20	42,00	3,57	1,80	2,11	7,37	16,00	23,63	19,91	8,66	27,5	37	0,22	0,23	73,42	91,30	43,0
21-Jan-11	05,42	110130	Ø 2	Verge 218 E	25,98	42,40	3,60	1,84	2,02	7,91	17,09	23,55	20,39	8,24	28,5	38	0,22	0,22	73,94	91,27	42,0
21-Jan-11	07,07	110131	Ø 1	Verge 218 E	26,00	41,80	3,59	1,83	2,17	6,63	15,77	22,35	19,57	8,46	28,0	37	0,21	0,23	74,25	91,15	39,9
21-Jan-11	09,04	110131	Ø 2	Verge 218 E	26,11	43,30	4,33	1,80	2,18	6,90	13,07	19,10	16,30	8,90	28,0	36	0,22	0,23	74,50	91,13	42,6
21-Jan-11	10,34	110132	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,70	3,76	1,78	2,23	5,46	17,42	24,88	21,16	8,58	29,0	36	0,24	0,26	72,38	90,90	44,0
21-Jan-11	12,04	110132	Ø 2	Verge 218 E	25,88	42,90	3,83	2,02	2,06	7,22	16,76	24,16	19,57	11,12	30,5	37	0,26	0,27	73,26	91,20	43,8
21-Jan-11	12,45	110133	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,40	3,54	1,94	1,98	6,83	16,63	23,03	19,89	10,02	32,0	37	0,25	0,27	74,62	91,13	44,5
24-Jan-11	18,02	110154	Ø 1	Verge 218 E	26,30	42,60	3,46	1,99	2,02	6,08	16,59	24,09	20,75	11,65	29,0	40	0,21	0,21	73,65	90,27	40,5
24-Jan-11	19,35	110154	Ø 2	Verge 218 E	26,10	42,80	3,17	1,98	2,07	8,22	15,50	21,60	18,69	9,71	26,0	40	0,23	0,25	72,67	90,08	42,1
24-Jan-11	21,10	110155	Ø 1	Verge 218 E	26,20	41,50	3,33	2,03	2,10	7,74	15,25	22,83	18,48	10,18	26,0	36	0,21	0,22	73,79	90,22	42,9
24-Jan-11	22,44	110155	Ø 2	Verge 218 E	26,11	42,10	3,33	2,16	2,04	8,09	15,09	15,09	18,56	10,48	26,0	37	0,21	0,22	72,75	90,19	44,5
25-Jan-11	00,44	110156	Ø 1	Verge 218 E	26,30	41,20	3,31	2,01	2,07	7,23	15,39	24,05	19,15	12,04	27,5	38	0,23	0,24	73,10	90,15	41,2
25-Jan-11	01,20	110156	Ø 2	Verge 218 E	26,06	41,70	3,40	2,24	2,11	5,66	13,74	23,70	18,12	12,70	30,0	38	0,22	0,23	73,49	90,14	46,1
25-Jan-11	02,43	110157	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,50	3,46	1,94	2,02	7,35	15,37	23,42	19,48	9,37	28,0	37	0,21	0,22	74,67	90,35	41,4
25-Jan-11	04,16	110157	Ø 2	Verge 218 E	26,00	42,60	3,40	2,03	2,52	6,32	13,63	21,14	16,99	10,91	27,5	38	0,22	0,22	72,60	90,36	44,5
25-Jan-11	06,00	110158	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,30	3,54	2,00	1,99	6,34	15,62	22,65	18,55	8,02	29,0	35	0,22	0,26	74,89	90,54	44,7
25-Jan-11	07,37	110158	Ø 2	Verge 218 E	26,25	43,50	3,61	2,04	2,29	5,04	13,89	20,64	17,18	9,36	27,5	40	0,21	0,23	73,59	90,45	49,0
25-Jan-11	09,32	110159	Ø 1	Verge 218 E	26,50	43,80	3,94	1,79	2,00	6,83	15,78	22,83	19,59	9,75	28,5	35	0,21	0,22	74,08	90,44	37,4
25-Jan-11	10,46	110159	Ø 2	Verge 218 E	26,79	43,70	3,83	1,83	1,90	6,25	13,42	20,91	17,98	8,99	29,0	36	0,22	0,24	73,60	90,53	42,2
25-Jan-11	11,59	110160	Ø 1	Verge 218 E	25,60	44,00	3,80	1,63	1,88	6,18	15,13	24,00	18,87	11,96	28,5	35	0,22	0,22	73,53	90,58	40,1
25-Jan-11	13,12	110160	Ø 2	Verge 218 E	26,08	43,00	3,71	1,50	1,87	6,80	14,35	27,60	19,15	14,90	30,0	38	0,22	0,23	72,67	90,59	40,6
25-Jan-11	14,25	110161	Ø 1	Verge 218 E	26,00	43,50	3,78	1,59	1,82	5,65	16,30	23,50	20,21	9,05	29,0	34	0,22	0,23	73,71	90,46	36,0
25-Jan-11	15,38	110161	Ø 2	Verge 218 E	25,37	42,80	3,56	1,74	1,76	7,14	14,94	22,57	18,94	11,20	29,5	35	0,22	0,22	71,31	90,62	36,6
25-Jan-11	17,02	110162	Ø 1	Verge 218 E	26,30	43,00	3,78	1,63	1,88	5,90	14,17	23,64	18,12	11,30	28,0	35	0,21	0,23	72,17	90,69	40,6

25-Jan-11	18,16	110162	Ø 2	Verge 218 E	26,00	42,70	3,78	1,77	1,74	6,88	16,66	26,70	21,06	12,94	29,5	36	0,22	0,23	73,46	90,87	39,5
25-Jan-11	19,29	110163	Ø 1	Verge 218 E	26,30	43,30	3,89	1,82	1,89	5,94	15,11	22,82	19,51	11,47	30,0	35	0,22	0,22	73,46	90,89	41,1
25-Jan-11	20,43	110163	Ø 2	Verge 218 E	25,80	42,80	3,41	1,48	1,74	7,24	16,40	25,40	19,56	11,47	29,5	36	0,25	0,25	72,72	90,94	41,0
25-Jan-11	22,00	110164	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,60	3,73	1,70	1,81	6,82	15,84	26,26	19,79	13,35	29,5	35	0,22	0,24	73,15	91,04	41,7
25-Jan-11	23,15	110164	Ø 2	Verge 218 E	25,85	43,90	3,50	1,84	1,88	5,20	15,47	29,69	20,10	15,80	27,5	35	0,23	0,26	73,10	90,84	37,8
26-Jan-11	00,24	110165	Ø 1	Verge 218 E	26,00	41,80	3,68	1,88	1,91	6,73	13,13	21,57	16,40	10,52	27,5	36	0,22	0,23	73,39	90,72	40,8
26-Jan-11	01,30	110165	Ø 2	Verge 218 E	26,08	43,00	3,55	1,85	1,78	9,64	15,26	23,87	18,55	10,36	29,0	36	0,22	0,22	74,66	90,86	39,0
26-Jan-11	02,50	110166	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,30	3,60	2,16	1,77	8,96	14,24	22,55	17,00	11,79	28,0	37	0,21	0,23	73,50	90,97	43,1
26-Jan-11	04,50	110166	Ø 2	Verge 218 E	25,90	43,90	3,41	2,03	1,92	5,31	13,65	20,85	17,13	9,78	28,0	36	0,22	0,22	73,35	90,91	41,2
26-Jan-11	05,15	110167	Ø 1	Verge 218 E	26,00	42,20	3,61	1,91	1,87	6,09	13,60	22,04	16,89	11,25	27,0	37	0,21	0,22	73,69	90,79	41,0

