

**ANALISIS WAKTU TRANSIT ANTAR KERETA API  
MENGUNAKAN METODE *HUNGARIAN*  
(Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)**

**SKRIPSI**

**OLEH:  
DIVA LIBRIYANI SYAUQI NINGRUM  
NIM. 200601110104**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2024**

**ANALISIS WAKTU TRANSIT ANTAR KERETA API  
MENGUNAKAN METODE *HUNGARIAN*  
(Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Diva Libriyani Syauqi Ningrum  
NIM. 200601110104**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2024**

**ANALISIS WAKTU TRANSIT ANTAR KERETA API  
MENGUNAKAN METODE *HUNGARIAN*  
(Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Diva Libriyani Syauqi Ningrum  
NIM. 200601110104**

Telah Disetujui untuk Diuji

Malang, 29 Agustus 2024

Dosen Pembimbing I

  
Dr. Usman Pagalay, M. Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

Dosen Pembimbing II

  
Juhari, M.Si  
NIPPPK. 19840209 202321 1 010

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika  
  
D. Ely Susaati, M.Sc.  
NIP. 19741129 200012 2 005



**ANALISIS WAKTU TRANSIT ANTAR KERETA API  
MENGUNAKAN METODE *HUNGARIAN*  
(Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Diva Libriyani Syauqi Ningrum**  
**NIM. 200601110104**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Malang, 10 September 2024

Ketua penguji : Ari Kusumastuti, M.Si., M. Pd

.....  
.....

Anggota penguji I : Muhammad Khudzaifah, M.Si

Anggota penguji II : Dr. Usman Pagalay, M. Si

.....  
.....

Anggota penguji III : Juhari, M.Si

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika  
  
Dedy Susanti, M.Sc.  
NIM. 19741129 200012 2 005



## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Diva Libriyani Syauqi Ningrum

NIM : 200601110104

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Analisis Waktu Transit Antar Kereta Api Menggunakan Metode *Hungarian* (Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi ini saya tulis benar - benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai tulisan saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 September 2024



Divya Libriyani Syauqi Ningrum  
NIM. 200601110104

## **MOTO**

*“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.  
Baginya ada sesuatu (pahala) dari (kebajikan) yang diusahakannya dan  
terhadapnya ada (pula) sesuatu (siksa) atas (kejahatan) yang diperbuatnya”.*

*(QS. Al-Baqarah:286)*

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Kasmolan yang selalu mendukung dan mendoakan setiap langkah dan keputusan yang penulis ambil. Ibunda Nurul Aliyah yang tidak henti – hentinya mendoakan semua anaknya di sepertiga malam terakhir. Anggota keluarga penulis yang tiada henti-hentinya memberikan semangat dan doa. Serta teman – teman yang slalu membantu dalam menyelesaikan kesulitan skripsi penulis. Serta diri saya yang tidak mau menyerah, terus berusaha menyelesaikan semua tantangan dan tekanan selama menempuh pendidikan strata satu.

## KATA PENGANTAR

*Bismillahirrahmanirrahim Alhamdulillah*, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya kepada peneliti, sehingga seminar hasil yang berjudul “Analisis Waktu Transit Antar Kereta Api Menggunakan Metode *Hungarian* (Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru) dapat terselesaikan dengan baik. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Baginda Nabi Muhammad SAW yang menjadi wasilah sampainya ajaran islam kepada umat serta menjadi suri tauladan kepada umat dalam menjalani kehidupan.

Peneliti juga mengucapkan terima kasih kepada pihak yang telah memberikan pengajaran, bimbingan, serta arahan. Terlebih khusus dengan kerendahan hati peneliti juga sampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc., selaku ketua Program Studi. Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberi pengetahuan, bimbingan, serta motivasi kepada peneliti.
5. Juhari, M.Si., selaku dosen pembimbing II juga selaku dosen wali peneliti selama perkuliahan. Terima kasih kepada beliau yang telah memberikan motivasi, ilmu, serta arahan selama perkuliahan peneliti.
6. Seluruh dosen dan civitas akademika Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim
7. Kedua orang tua tercinta, Bapak Kasmolan dan Ibu Nurul Aliyah yang tiada henti melantunkan doa, motivasi, dan dukungan kepada peneliti. Hingga saat peneliti dapat menyelesaikan studinya dengan baik.
8. Kepada saudara peneliti, Ahmad Nailul Falah serta keluarga besar yang selalu memberi motivasi dan semangat kepada peneliti agar dapat menyelesaikan studi.

9. Keluarga pengasuh serta santriwan-santriwati Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang yang selalu memberi fasilitas dan memberi semangat kepada peneliti
  10. Rekan-rekanita PAK IPNU-IPPNU KH. Wahab Chasbullah dan PK IPNU-IPPNU UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
  11. Seluruh teman-teman Program Studi Matematika angkatan 2020, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Limpahan kebaikan peneliti haturkan kepada Allah SWT atas segala perbuatan baik yang telah diberikan. Peneliti menyadari bahwa proposal skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu peneliti mengharapkan kritik dan saran dari seluruh pihak. Peneliti sangat berharap semoga dengan adanya proposal skripsi ini dapat bermanfaat serta memperluas ilmu pengetahuan pembaca.

*Wallahulmuwafiq Ilaa Aqwamittoriq*

Malang, 10 September 2024

Peneliti

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGAJUAN .....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN .....	iii
HALAMAN PENGESAHAN .....	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....	iv
MOTO .....	vi
PERSEMBAHAN.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN .....	xii
ABSTRAK .....	xiii
ABSTRACT .....	xiv
مستخلص البحث.....	xv
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	7
1.3 Tujuan Penelitian .....	7
1.4 Manfaat Penelitian .....	7
1.5 Batasan Penelitian .....	8
<b>BAB II KAJIAN TEORI .....</b>	<b>9</b>
2.1 Penjadwalan .....	9
2.2 Riset Operasi .....	11
2.3 Program Linier .....	12
2.4 Masalah Penugasan .....	15
2.5 Metode <i>Hungarian</i> .....	18
2.6 Stasiun Kereta Api .....	29
2.7 Kajian Nilai-nilai Al-Qur'an tentang Penjadwalan.....	30
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>33</b>
3.1 Jenis Penelitian.....	33
3.2 Data dan Sumber Data .....	33
3.3 Tahapan Penelitian .....	33
<b>BAB IV PEMBAHASAN.....</b>	<b>36</b>
4.1 Tabulasi Data .....	36
4.2 Perhitungan Waktu Optimal Menggunakan Metode <i>Hungarian</i> .....	39
4.3 Kajian Agama.....	59
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>62</b>
5.1 Kesimpulan .....	62
5.2 Saran.....	62
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>63</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>65</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>66</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Masalah Penugasan.....	17
Tabel 2.2	Jadwal Penerbangan Pesawat Wings Air.....	21
Tabel 2.3	Matrik Penugasan.....	22
Tabel 2.4	Tabel <i>Fisible</i> Awal.....	23
Tabel 2.5	Hasil Pengurangan Baris.....	24
Tabel 2.6	Hasil Pengurangan Kolom.....	25
Tabel 2.7	Uji Optimalisasi Pertama.....	25
Tabel 2.8	Hasil Revisi Tabel Pertama.....	26
Tabel 2.9	Uji Optimalisasi Kedua.....	26
Tabel 2.10	Alokasi Penugasan.....	27
Tabel 2.11	Jadwal Penerbangan Baru.....	27
Tabel 2.12	Jadwal Penerbangan Lama.....	28
Tabel 4.1	Jadwal Kereta Api.....	36
Tabel 4.2	Indeks Matriks 9x9.....	38
Tabel 4.3	Matriks Penugasan.....	39
Tabel 4.4	Waktu Tunggu Stasiun Sebelum Menggunakan Metode <i>Hungarian</i> .....	40
Tabel 4.5	Identifikasi Elemen Terendah Untuk Setiap Baris.....	42
Tabel 4.6	Inisialisasi Pengurangan Elemen Terendah pada Setiap Baris.....	43
Tabel 4.7	Hasil Pengurangan Baris.....	44
Tabel 4.8	Identifikasi Elemen Terendah Untuk Setiap Kolom.....	45
Tabel 4.9	Inisialisasi Pengurangan Elemen Terendah pada Setiap Kolom....	45
Tabel 4.10	Hasil Pengurangan Kolom.....	46
Tabel 4.11	Identifikasi banyaknya elemen 0.....	47
Tabel 4.12	Hasil Uji Optimalisasi.....	47
Tabel 4.13	Indeks Matriks 6x6.....	48
Tabel 4.14	Subtitusi Matriks 6x6.....	48
Tabel 4.15	Hasil Revisi Tabel.....	49
Tabel 4.16	Inisialisasi banyaknya elemen 0.....	50
Tabel 4.17	Revisi Tabel Pertama.....	50
Tabel 4.18	Indeks Matriks 3x8.....	51
Tabel 4.19	Subtitusi Matriks 3x8.....	51
Tabel 4.20	Hasil Revisi Tabel.....	52
Tabel 4.21	Inisialisasi Banyaknya Elemen 0.....	52
Tabel 4.22	Revisi Tabel Kedua.....	53
Tabel 4.23	Indeks Matriks 8x3.....	53
Tabel 4.24	Subtitusi Matriks 8x3.....	54
Tabel 4.25	Hasil Revisi Tabel.....	54
Tabel 4.26	Inisialisasi Banyaknya Elemen 0.....	55
Tabel 4.27	Revisi Tabel Ketiga.....	56
Tabel 4.28	Alokasi Penugasan.....	56
Tabel 4.29	Matriks Penugasan setelah Menggunakan Metode <i>Hungarian</i> .....	57
Tabel 4.30	Jadwal Kereta Api Baru.....	58

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Jadwal Perjalanan Kereta Api.....	65
--	----

## ABSTRAK

Ningrum, Diva Libriyani Syauqi. 2024. **Analisis Waktu Transit Antar Kereta Api Menggunakan Metode *Hungarian* (Studi Kasus: Stasiun Malang Kotabaru)**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing (1) : Dr. Usman Pagalay, M.Si, Pembimbing (2): Juhari, M.Si.

Kata Kunci: Metode *Hungarian*, Waktu Tunggu, Jadwal Kereta Api Efisiensi Waktu.

Penelitian ini berfokus pada implementasi metode *Hungarian* untuk menghitung total waktu tunggu antar kereta api di Stasiun Malang Kotabaru. Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api yang dibatasi pada kereta api antar kota yang melintas pada Stasiun Malang Kotabaru. Data diperoleh dari Grafik Perjalanan Kereta (GAPEKA) tahun 2023. Data dianalisis menggunakan metode *Hungarian* untuk menentukan waktu tunggu kereta dengan meminimalkan total waktu tunggu. Langkah-langkah meliputi tabulasi data, pengurangan waktu terendah tiap baris dan kolom, uji optimalisasi kemudian dicari alokasi penugasannya. Berdasarkan hasil analisis waktu tunggu antar kereta api menggunakan metode *Hungarian*, diketahui bahwa selisih waktu keberangkatan kereta dengan menerapkan metode *Hungarian* yang sebelumnya berkisar 4689 menit menjadi 3249 menit. Namun metode *Hungarian* tidak dapat mengkonfirmasi waktu tunggu kereta, karena selisihnya yang terlampau besar yakni sebesar 1440 menit sehingga terjadi intolerant. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil penelitian ini tidak dapat diimplementasikan secara nyata.

## ABSTRACT

Ningrum, Diva Libriyani Syauqi. 2024. **Transit Time Analysis Between Trains Using the Hungarian Method (Case Study: Malang Kotabaru Station)**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor (1): Dr. Usman Pagalay, M.Si, Advisor (2): Juhari, M.Si.

Keywords: Hungarian Method, Waiting Time, Time Efficiency Train Schedule.

This research focuses on the implementation of the Hungarian method to calculate the total waiting time between trains at Malang Kotabaru Station. This research uses secondary data in the form of train departure and arrival schedules which are limited to inter-city trains passing through Malang Kotabaru Station. The data was obtained from the Train Travel Chart (GAPEKA) in 2023. The data was analyzed using the Hungarian method to determine the train waiting time by minimizing the total waiting time. The steps include tabulating the data, subtracting the lowest time for each row and column, optimization test and then finding the allocation of assignments. Based on the results of the analysis of waiting time between trains using the Hungarian method, it is known that the difference in train departure time by applying the Hungarian method which was previously around 4689 minutes to 3249 minutes. However, the Hungarian method cannot confirm the waiting time of the train, because the difference is too large, which is 1440 minutes so that it is intolerant. So it can be concluded that the results of this study cannot be implemented in reality.

## مستخلص البحث

نينجروم، ديفا ليرياني سيوكي 2024. تحليل وقت العبور بين القطارات باستخدام الطريقة المجرية (دراسة حالة: محطة مالانج كوتابارو). البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف الأول: د. عثمان باغالاي، الماجستير، المشرف الثاني: جوهرى، الماجستير.

الكلمات المفتاحية: الطريقة الهنغارية، وقت الانتظار، جدول قطار الكفاءة الزمنية.

يركز هذا البحث على تطبيق الطريقة الهنغارية لحساب إجمالي وقت الانتظار بين القطارات في محطة مالانج كوتابارو. يستخدم هذا البحث بيانات ثانوية في شكل جداول مغادرة ووصول القطارات التي تقتصر على القطارات بين المدن التي تمر عبر محطة مالانج كوتابارو. تم الحصول على البيانات من مخطط رحلات القطارات (GAPEKA) في عام 2023. تم تحليل البيانات باستخدام الطريقة المجرية لتحديد وقت انتظار القطار من خلال تقليل إجمالي وقت الانتظار. تتضمن الخطوات تبويب البيانات، وطرح أقل وقت لكل صف وعمود، واختبار التحسين ثم إيجاد تخصيص التخصيصات. بناءً على نتائج تحليل زمن الانتظار بين القطارات باستخدام الطريقة المجرية، من المعروف أن الفرق في زمن مغادرة القطار بتطبيق الطريقة المجرية من 4689 دقيقة إلى 3249 دقيقة. ومع ذلك، لا يمكن للطريقة الهنغارية تأكيد وقت انتظار القطار، لأن الفرق كبير جداً، وهو 1440 دقيقة بحيث لا يمكن تحمله. لذلك يمكن استنتاج أن نتائج هذه الدراسة لا يمكن تطبيقها في الحياة الواقعية.

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Perkembangan ekonomi Bangsa Indonesia dapat dilihat dari sektor industri sebagai pemegang peranan yang krusial dalam upaya untuk menanggapi sasaran pembangunan bangsa. Pembangunan dari sektor industri ini memegang peranan yang penting, karena sektor industri berkontribusi terhadap pencapaian sasaran pembangunan ekonomi nasional. Peran strategis tersebut dapat dilihat dari dampak kegiatan ekonomi dari sektor industri dalam hal penggunaan investasi. Dalam hal ini sektor industri yang berperan sebagai pemicu kegiatan ekonomi yang meluas ke berbagai sektor adalah jasa keteknikan, penyediaan bahan baku, alat transportasi, distribusi perdagangan dan sebagainya. Berdasarkan ketentuan Peraturan Pemerintah Nomor 14 Tahun 2015 mengenai Rencana Induk Pembangunan Industri Nasional 2015-2035, sektor alat transportasi menjadi salah satu dari sepuluh industri prioritas yang ditekankan dalam upaya pengembangan oleh Kementerian Perindustrian (Direktorat Jendral Industri Maritim, Alat Transportasi, dan Alat Perikanan, 2016).

Alat transportasi adalah sarana usaha yang digunakan untuk memindahkan, menggerakkan, mengangkut, atau mengalihkan suatu objek dari tempat asal ke tempat lain, di mana objek tersebut dapat lebih bermanfaat atau akan bermanfaat untuk tujuan-tujuan tertentu (karim dkk, 2023). Disebutkan dalam Al-Qur'an tentang transportasi, yakni pada surat An-Nahl [16] ayat 8 yang berbunyi (Kemenag, 2019):

وَالْحَيْلَ وَالْبِعَالَ وَالْحَمِيرَ لِتَرْكَبُوهَا وَزِينَةً وَيَخْلُقُ مَا لَا تَعْلَمُونَ

*Artinya: “Dan (Dia telah menciptakan) kuda, bighal, dan keledai agar kamu menungganginya dan (menjadikannya) perhiasan, dan Allah menciptakan apa yang kamu tidak mengetahuinya”.*

Penguhujung ayat ini mengisyaratkan bahwa mungkin akan ada inovasi dalam bentuk kendaraan atau alat transportasi yang baru. Misalnya pesawat terbang, kereta api, dan sepeda motor. Relevansi antara kandungan ayat di atas dengan zaman sekarang adalah manusia di era globalisasi ini menjadikan alat transportasi selain sebagai tunggangan juga sebagai bahan perhiasan yang dipamerkan kepada umum. Sehingga dengan adanya berbagai macam alat transportasi ini perlu dioptimalkan dengan sebaik-baiknya untuk keperluan yang relevan, baik itu dalam lingkup umum maupun kepentingan pribadi.

Sebagai salah satu sarana transportasi modern yang seringkali menjadi pilihan utama masyarakat di berbagai kota besar di Indonesia, terutama di Pulau Jawa, kereta api telah menjadi andalan masyarakat. Keberadaan stasiun di Kota Malang khususnya memiliki peranan penting untuk menunjang arus lalu lintas darat antar kota maupun provinsi. Melihat penduduk Kota Malang yang didominasi oleh mahasiswa yang merantau dari berbagai penjuru Nusantara tentunya kereta api menjadi pilihan bagi mereka yang ingin kembali ke kampung halaman. Keunggulan kereta api meliputi harga tiket yang terjangkau dan kecepatan perjalanan, menjadikannya sebagai alat transportasi efektif yang dapat menghindari masalah kemacetan lalu lintas yang sering terjadi pada transportasi darat pada umumnya. (BKIP, 2012). Karena memiliki daya tarik yang tinggi, maka kereta api menjadi

jenis alat transportasi ini sangat diminati para mahasiswa luar kota maupun provinsi.

Dengan semakin meningkatnya minat masyarakat pada kereta api mengakibatkan tiket cepat terjual habis, sehingga calon penumpang kerap kehabisan tiket. Hal tersebut mengakibatkan ketidakpuasan terhadap pelayanan dengan jadwal yang ada dan menimbulkan operasional perusahaan kurang efektif. Namun dengan kondisi tersebut tidak mengurangi minat masyarakat menggunakan jasa kereta api sebagai alat transportasi umum. Berdasarkan fakta lapangan, diketahui bahwa pada saat momen tertentu atau *high season* seperti lebaran, natal, tahun baru, dan libur panjang, biasanya penumpang kereta mengalami lonjakan yang membuat tiket ludes terjual begitu cepat.

Semakin meningkatnya intensitas arus transportasi darat dengan menggunakan kereta api, PT KAI (Kereta Api Indonesia) perlu mengoptimalkan penjadwalan kereta sesuai dengan kebutuhan, termasuk jumlah penumpang, jumlah kereta, jalur kereta, dan waktu keberangkatan dari setiap stasiun (Fattin & Djamal, 2019). Untuk memenuhi kebutuhan masyarakat akan transportasi darat, perusahaan tentunya memiliki jadwal penerbangan yang telah ditetapkan sesuai aturan yang berlaku. Penjadwalan keberangkatan dan kedatangan kereta api sangatlah penting bagi perusahaan maupun penumpang. Adanya penjadwalan dapat meningkatkan produktivitas kereta api yakni dengan meminimalkan total waktu operasional kereta api di stasiun. Penjadwalan yang berkualitas tentu dapat meningkatkan operasional perkeretaapian, tidak hanya dalam hal ketepatan waktu operasional kereta melainkan juga dalam hal optimalisasi keuntungan (Wiebke dkk, 2021).

Penjadwalan dan pengaturan perjalanan kereta api sepenuhnya dilakukan oleh manajemen PT KAI. Tujuan utamanya adalah memberikan informasi kepada calon penumpang dan sebagai mekanisme pengaturan perjalanan kereta api (Amah dkk., 2020). Kompetensi sumber daya yang mumpuni diperlukan dalam melakukan optimalisasi. Sumber daya yang dimiliki setiap perusahaan khususnya PT KAI diharapkan dapat meningkatkan efisiensi dan optimalitas dalam pelaksanaan tugas.

Tantangan umum yang dihadapi dalam dunia industri dan bisnis adalah terkait dengan pembagian tugas yang tidak sesuai, yang sering disebut sebagai masalah penugasan (*assignment problem*). Ini merupakan permasalahan terkait alokasi sumber daya dalam pelaksanaan tugas, dan penyelesaiannya bertujuan untuk mengurangi waktu atau biaya. (Ristono, Agus, 2011).

Masalah penugasan (*assignment problem*) dapat diklasifikasikan menjadi dua kategori utama, yakni permasalahan penjadwalan (*scheduling problem*) yang fokus utamanya adalah mengatur waktu dan sumber daya untuk menyelesaikan tugas dan permasalahan alokasi (*allocation problem*) yang fokus dalam mengatur sumber daya, seperti jumlah pekerjaan yang ditugaskan untuk setiap tugas. Berbagai metode dapat diterapkan untuk menyelesaikan masalah penugasan, termasuk metode *Brute Force*, metode *Hungarian*, metode Pinalti, dan metode Transportasi. Dari berbagai metode tersebut, metode *Hungarian* dianggap sebagai solusi yang paling optimal dalam menangani masalah penugasan (Nur Wirun, 2018).

Penelitian ini memilih permasalahan penjadwalan yang merupakan salah satu kategori utama dari masalah penugasan dimodelkan sebagai model program linear dengan satu fungsi tujuan, dengan penyelesaian masalahnya menggunakan metode

*Hungarian*. Masalah penjadwalan ini melibatkan sumber daya atau mesin-mesin yang tersedia untuk menjalankan tugas dalam jangka waktu tertentu.

Beberapa penelitian sebelumnya mengenai penerapan metode *Hungarian* pada masalah penugasan yakni penelitian yang dilakukan oleh Joko pada tahun 2020 telah mendokumentasikan dan mengobservasi dalam penjadwalan ulang jalur penerbangan maskapai Lion Air pada pesawat Boeing 737-800NG selama masa pandemi covid-19 berdasarkan waktu tunggu bandara/*ground time* dengan menggunakan metode *Hungarian*. Metode *Hungarian* dapat mengoptimalkan dan didapat hasil penurunan waktu tunggu yang signifikan di Bandara Soekarno Hatta setelah melakukan pengoptimlaan yaitu sebesar 18,78% (Hardono dkk., 2023).

Penelitian sebelumnya yang dilakukan Jimi Priyo Assiddiq. Penelitiannya menunjukkan bahwa dari hasil optimalisasi dengan Metode *Hungarian* menunjukkan bahwa perhitungannya mendapatkan hasil yang optimal jika dibanding dengan penggunaa metode perhitungan yang biasa digunakan perusahaan (Assiddiq dkk., 2014). Pada penelitian Muhammad Rasyid Hidayatullah dan Zaiful Bahri bahwa penelitian tersebut bertujuan untuk mendapatakan penyelesaian dengan waktu yang optimal dalam penyelesaian pekerjaan dan penugasan karyawan dengan menggunakan program linier penugasan dan algoritma *Hungarian*. Hasil dari perhitungan optimalisasi dengan metode *Hungarian* menunjukkan hasil yang optimal, sehingga menghasilkan efisiensi dalam waktu peyelesaian pekerjaan (Hidayatullah & Bahri, 2018).

Penelitian yang dilakukan oleh Susi Rusdiana tentang penjadwalan pegawai disuatu perusahaan bordir, tujuan dari penelitiannya adalah untuk mengoptimalkan penjadwalan pegawai di perusahaan bordir untuk melakukan tugas dengan

menggunakan metode *Hungarian*. Hasil penjadwalan yang optimal meminimalkan waktu produksi bordir perusahaan. Hasil penjadwalan optimal ditemukan penugasan optimal setiap pekerja terhadap tugas dengan total waktu kerja 13,7 jam. Setelah dengan diterapkannya metode *Hungarian*, perusahaan mendapatkan peningkatan pendapatan sebesar 9,09% (Rusdiana dkk., 2019).

Pada penelitian ini akan mengkaji kembali mengenai optimalisasi masalah penugasan pada jenis penjadwalan, dengan menghitung total waktu tunggu di Stasiun Malang Kota Baru. Waktu tunggu yang dimaksud adalah lamanya kereta api berada di stasiun untuk transit dan akan melakukan perjalanan kembali.

Salah satu cara yang harus dioptimalkan adalah dengan mengoptimasi waktu keberangkatan dan kedatangan kereta api di stasiun. Dalam hal ini penulis mencoba menggunakan metode *Hungarian* untuk menyelesaikan masalah penugasan tersebut. Metode *Hungarian* merupakan metode analisis yang digunakan sebagai alat untuk menentukan alokasi penugasan yang optimal dalam kasus pemecahan masalah. Berdasarkan masalah di atas, maka perlu dilakukan analisis mengenai penjadwalan perjalanan kereta api menggunakan metode *Hungarian* guna menugaskan setiap kereta sedemikian rupa sehingga total waktu tunggu kereta dapat diminalkan sehingga mendapatkan hasil waktu optimal antara keberangkatan dan kedatangan kereta yang beroperasi dari dan menuju Stasiun Kereta Api Malang Kotabaru.

Penelitian ini akan menghasilkan efisiensi waktu optimal berdasarkan waktu keberangkatan dan kedatangan kereta di stasiun yang tersedia, dan diharapkan mampu memberi dampak yang baik untuk perusahaan dan memberi kepuasan pada penumpang kereta api di Stasiun Malang Kota Baru.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang, maka dapat dirumuskan masalah yakni bagaimana meminimalisasi waktu tunggu stasiun pada jadwal kereta api yang beroperasi dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru menggunakan metode *Hungarian*?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Adanya permasalahan yang diuraikan pada rumusan masalah di atas, maka penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan total waktu tunggu kereta berdasarkan minimasi waktu tunggu stasiun pada jadwal kereta api yang beroperasi dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru menggunakan metode *Hungarian*.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini berdasarkan pada uraian sebelumnya adalah sebagai berikut:

1. Supaya mengetahui lebih jauh bagaimana penggunaan metode *Hungarian* untuk mengoptimalkan penjadwalan kereta api di Stasiun Malang Kotabaru.
2. Penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi wawasan di bidang riset operasi dan instrumen evaluasi bagi pihak manajemen perusahaan kereta api untuk mempelajari bagaimana menerapkan metode *Hungarian* dalam melakukan penjadwalan.

### **1.5 Batasan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang diperoleh, maka masalah yang ditinjau dibatasi pada data yang diambil dari instansi sebagai berikut:

1. Penelitian ini menggunakan data pada jadwal perjalanan kereta api untuk masing-masing kereta api yang diperoleh dari GAPEKA (Grafik Perjalanan Kereta Api) yang berlaku mulai 1 Juni 2023.
2. Perjalanan kereta api yang diteliti hanya kereta api antar kota khusus penumpang yang keberangkatannya dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru.

## BAB II

### KAJIAN TEORI

#### 2.1 Penjadwalan

Sebuah proyek perlu adanya adanya sebuah penjadwalan, sehingga tidak akan terjadi *crash* atau tabrakan antar bagian pekerjaan satu dengan pekerjaan yang lainnya. Penjadwalan adalah suatu kegiatan alokasi sumber daya atau mesin-mesin yang tersedia untuk melaksanakan sebuah pekerjaan dalam rentang waktu tertentu (Baker, 1974).

Model penjadwalan melibatkan beberapa unsur diantaranya adalah terdiri dari sumber daya dan tugas-tugas. Sumber daya biasa dikenal dengan mesin, sedangkan tugas-tugas seringkali mengacu pada pekerjaan atau *job*. Dalam bukunya, L. Bethel yang berjudul "*Industrial Organization and Manajemen*" mendefinisikan penjadwalan atau *scheduling*, menurutnya penjadwalan produksi adalah proses penentuan pekerjaan yang akan dilakukan (Bethel, 1945). Penjadwalan merupakan komponen dari manajemen produksi yang menetapkan pekerjaan sesuai dengan prioritasnya dan selanjutnya melaksanakan rencana tersebut pada waktu yang sesuai dan dengan urutan waktu yang benar. Hal ini berkaitan dengan menentukan kapan suatu pekerjaan akan dilakukan pada suatu area produksi.

Baker menyatakan bahwa tujuan dari penjadwalan ini adalah meningkatkan produktivitas mesin. Tujuan pencapaian ini melibatkan pengurangan pada waktu mesin menganggur, pengurangan persediaan barang setengah jadi dengan mengurangi jumlah pekerjaan yang menunggu di antrian mesin yang sedang sibuk, dan mengurangi keterlambatan pekerjaan (Baker, 1974). Setiap pekerjaan memiliki batas waktu penyelesaian (*due date*), dan jika melewati batas waktu tersebut,

pekerjaan dianggap terlambat. Tujuan adanya penjadwalan ini adalah untuk mengurangi keterlambatan baik dari aspek waktu maupun frekuensinya.

Menurut Bedworth, beliau menyampaikan terkait tujuan penjadwalan, bahwa penjadwalan ini bertujuan untuk peningkatan penggunaan sumber daya atau mengurangi waktu tunggu, sehingga dapat mengurangi total waktu proses dan dapat meningkatkan produktivitas mesin. Kedua, untuk mengurangi persediaan barang setelah jadi atau mengurangi jumlah pekerjaan yang menunggu dalam antrian pada saat sumber daya yang tersedia masih mengerjakan pekerjaan yang lain. Ketiga, tujuan adanya penjadwalan ini adalah untuk mengatasi beberapa keterlambatan pada pekerjaan yang mempunyai batas waktu penyelesaian sehingga akan mengurangi *penalty cost* (biaya kelambatan) seminimal mungkin (Bedworth, 1987).

Adapun manfaat yang dapat diambil melalui penjadwalan khususnya pada bidang produksi adalah sebagai berikut (Michael dkk., 2012):

1. Meningkatkan produktivitas dengan mengurangi waktu mesin tidak beroperasi.
2. Meningkatkan efisiensi penggunaan fasilitas, peralatan, mesin, dan sumber daya.
3. Menyediakan informasi acuan untuk mengestimasi kemampuan perusahaan dalam menyelesaikan pesanan konsumen.
4. Berperan penting dalam mengontrol produksi untuk mencapai target produksi.
5. Mengurangi keterlambatan dalam waktu penyelesaian (*due date*) dengan mengurangi jumlah pekerjaan yang terlambat dan meminimalkan waktu keterlambatan maksimum.

## 2.2 Riset Operasi

Berawal dari G.A Robert dan E.C. William yang berperan dalam pengembangan radar sebagai perangkat baru sebagai upaya untuk mendeteksi dini potensi dalam menghadapi serangan udara, hal ini terjadi pada tahun 1939. Di mana pada tahun itu terjadi perang dunia II dan adanya studi operasi militer selama periode perang di Inggris menjadi awal diperkenalkannya riset operasi (*operations research*). Kala itu riset operasi digunakan untuk menyelidiki masalah operasional selama perang berlangsung dan berhasil diterapkan dalam pemecahan masalah dengan pengalokasian sumber daya yang terbatas untuk melayani berbagai operasi militer secara efisien dan efektif, diantaranya operasi konvoi, operasi anti kapal selam, strategi pengeboman, dan operasi pertambangan. Sehingga definisi riset operasi pada saat itu adalah seni memenangkan perang tanpa berperang (Taha, 1996).

Menurut *Operatoins Research of America*, riset operasi adalah keputusan ilmiah yang digunakan untuk pengoptimalan baik rancangan, operasi mesin, maupun sumber daya dan alokasi yang terbatas (Siang, 2014). Riset operasi merupakan sebuah teknik dalam menganalisis masalah keputusan dengan sumber daya yang terbatas untuk dicari solusinya dengan proses yang terbaik. Menurut Johannes Supranto definisi riset operasi adalah riset yang dilakukan suatu proses atau operasi dalam berlangsungnya suatu kegiatan yang dilakukan oleh suatu organisasi (Johannes, 2013). Beberapa definisi yang telah dipaparkan dapat disimpulkan bahwa riset operasi dapat diartikan sebagai upaya ilmiah dalam pengambilan keputusan, di mana suatu model yang cocok ditentukan untuk mengoperasikan sistem dengan memanfaatkan alokasi sumber daya yang terbatas.

Tujuannya adalah mencapai solusi optimum dalam pelaksanaan kegiatan tersebut.

Semakin majunya dunia pada sektor industri dan didukung dengan perkembangan teknologi komputer, riset operasi semakin meluas sehingga banyak digunakan dalam berbagai sektor sebagai upaya untuk menangani permasalahan yang rumit. Contoh penerapan riset operasi melibatkan bidang akuntansi dan bidang keuangan, bidang pemasaran, serta operasi produksi (Syarifuddin, 2011).\

### **2.3 Program Linier**

*Linear programming* ditemukan oleh George Dantziq. George Dantziq merupakan pertama yang memformulasikan *general linear programming* yang kemudian dikembangkannya menjadi bentuk metode *simplex*. *Linear programming* adalah alat analisis yang mendukung keberhasilan riset operasi dalam memecahkan berbagai permasalahan sehingga pengambilan keputusan dapat ditangani dengan tepat (Taha, 2003). *Linear programming* atau program linier merujuk pada istilah yang terdiri dari "pemrograman" yang mengandung makna perencanaan, dan "linier" yang menunjukkan bahwa fungsi-fungsi yang digunakan bersifat linier. *Linear programming* merupakan pendekatan matematika yang umum digunakan dalam pengambilan keputusan.

Tujuannya untuk membuat model yang mendukung pengambilan keputusan dengan penentuan alokasi yang optimal dari sumber daya perusahaan dengan berbagai alternatif. Penggunaan *linear programming* dalam hal ini adalah mengalokasikan sumber daya tersebut, sehingga mencapai keuntungan yang maksimum atau alternatif biaya yang minimum. Alokasi yang diputuskan bergantung pada ketersediaan sumber daya dan permintaan atas sumber daya

tersebut. Sementara tujuan dari alokasi adalah untuk mencapai keuntungan maksimum atau biaya minimum. Oleh karena itu, *linear programming* adalah metode matematika yang menggunakan karakteristik linier untuk menemukan solusi optimal dengan cara memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan terhadap sejumlah kendala (Michael dkk., 2012).

Guna memformulasikan permasalahan ke bentuk pemrograman linier dapat memenuhi kondisi diantaranya (Sari, 2018):

1. Tujuan masalah harus dinyatakan dengan tegas dan jelas.
2. Perlu ada setidaknya satu atau beberapa pilihan yang akan dibandingkan.
3. Ketersediaan sumber daya yang terbatas.
4. Bisa dilakukan perumusan kuantitatif.
5. Adanya hubungan antar-variabel.

Langkah awal untuk memperoleh solusi masalah program linier adalah menerjemahkan persoalan ke dalam *linear Programming*.

Bentuk standar model matematika *linear programming* adalah (Johannes, 2013):

Fungsi tujuan:

Maksimumkan atau minimumkan

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad (2.2)$$

dengan batasan-batasan:

$$1. a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \quad (\leq, =, \geq) b_1$$

$$2. a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \quad (\leq, =, \geq) b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad (\leq, =, \geq) \vdots$$

$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nn}X_n \quad (\leq, =, \geq) b_n$$

dan,

$$X_j \geq 0 \text{ atau } X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

Batasan pertama menyatakan hasil dari kegiatan 1 dikalikan dengan kebutuhan akan sumber 1 per unit (total alokasi 1 untuk kegiatan 1) ditambah dengan hasil kegiatan 2 dikalikan dengan kebutuhan tiap unit keluaran 2 terhadap sumber 1 (dan seterusnya sampai kegiatan ke- $n$ ) tidak boleh melebihi atau sama dengan atau tidak boleh kurang dari sumber daya yang tersedia (yang dinyatakan dengan  $b_1$ ). Prinsip ini berlaku untuk batasan-batasan lainnya hingga pekerjaan ke  $m$  (Meflinda, 2011).

Istilah umum untuk model *linear programming* di atas dapat diringkas sebagai berikut:

1.  $Z$  adalah fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (maksimum atau minimum) disebut fungsi tujuan (*objective function*).
2. Fungsi-fungsi batasan dapat dikategorikan dalam dua macam, yaitu:
  - a. Fungsi batasan fungsional, yaitu fungsi-fungsi batasan sebanyak  $m$  yaitu
 
$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n.$$
  - b. Fungsi batasan non-negatif yaitu variabel  $X_j \geq 0$ .
3. Variabel keputusan disimbolkan dengan  $X_j$ , yang disebut sebagai variabel keputusan (*decision variable*).
4. Parameter model terdiri dari masukan konstan  $a_{ij}$ ,  $b_i$ , dan  $c_j$ .

dengan:

Variabel  $X_j$  : Banyak kegiatan  $j$  ( $j: 1, 2, \dots, n$ ). Variabel  $X_j$  disebut juga dengan variabel keputusan (*decision variables*).

- $C_j$  : Parameter fungsi tujuan ke- $j$ .
- $b_i$  : Banyak sumber  $i$  yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap tujuan ( $i: 1, 2, \dots, n$ ).
- $a_{ij}$  : Banyak sumber  $i$  yang diperlukan untuk menghasilkan setiap tujuan kegiatan  $j$  ( $j: 1, 2, \dots, n$ ).
- $Z$  : Nilai fungsi yang dioptimalkan (maksimum atau minimum) (Aminudin, 2005).

#### 2.4 Masalah Penugasan

Masalah penugasan (*assignment problem*) dalam riset operasi merupakan suatu masalah yang berhubungan dengan pengaturan objek dalam melaksanakan tugas yang bertujuan untuk meminimalkan biaya, waktu, jarak serta dapat memaksimalkan keuntungan (Paendong & Prang, 2011). Model yang digunakan dalam masalah penugasan adalah adanya sejumlah sumber daya yang produktif untuk melaksanakan sejumlah pekerjaan.

Masalah penugasan mensyaratkan bahwa terdapat sumber-sumber yang sama banyaknya dengan tujuan-tujuan, diasumsikan bahwa masing-masing ada  $n$ , maka akan ada  $n!$ . Melalui aturan yang berbeda dalam menentukan pekerjaan dengan keterkaitan antara satu dengan ke yang lain pada fasilitas tertentu, maka ada  $n$  untuk menyelesaikan pekerjaan. Jadi masalah penugasan ini tercakup sejumlah  $n$  sumber dan memiliki sejumlah  $n$  tujuan atau pekerjaan.

Masalah penugasan adalah jenis khusus program linier dengan sumber daya yang dialokasikan pada sejumlah pekerjaan atas dasar satu-satu (*one-to-one basis*). Jadi, setiap sumber daya (*assigne*) ditugaskan secara khusus kepada satu pekerjaan

atau tugas. Ada suatu biaya untuk menetapkan pekerjaan  $C_{ij}$ , yang berkaitan dengan sumber daya  $i = (i = 1, 2, 3, \dots, n)$  yang melakukan pekerjaan ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ), sehingga tujuan dari masalah penugasan ini adalah untuk menentukan sebuah cara yang optimal untuk mengaitkan sumber daya dengan pekerjaan, sehingga didapat biaya yang minim dan keuntungan maksimal.

Model penugasan dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut. Anggaplah

$$X_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{jika pekerjaan ke } j \text{ tidak sesuai dengan mesin ke } i \\ 1, & \text{jika pekerjaan ke } j \text{ sesuai dengan mesin ke } i \end{cases}$$

Model demikian diketahui

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

dengan batasan:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

dengan:

$X_{ij}$  : Satuan barang dari sumber  $i$  terhadap tujuan  $j$

$C_{ij}$  : Parameter alokasi sumber  $i$  terhadap tujuan  $j$

$S_i$  : Kapasitas sumber ke- $i$

$T_j$  : Permintaan tujuan ke- $j$

Maka, dengan mudah masalah penugasan ini jika dijelaskan dalam bentuk matriks segi empat, dengan baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber sedangkan kolom-kolom menggambarkan tujuan-tujuan atau pekerjaan, sehingga dapat dilihat dalam tabel 2.1 yang memperlihatkan tabel masalah penugasan.

**Tabel 2.1** Tabel Masalah Penugasan

Sumber	Tujuan				Kapasitas
	$T_1$	$T_2$	...	$T_n$	
$S_1$	$X_{11}$ $C_{11}$	$X_{12}$ $C_{12}$	...	$X_{1n}$ $C_{1n}$	1
$S_2$	$X_{21}$ $C_{21}$	$X_{22}$ $C_{22}$	...	$X_{2n}$ $C_{2n}$	1
...	...	...	...	...	...
$S_n$	$X_{n1}$ $C_{n1}$	$X_{nn}$ $C_{n2}$	...	$X_{nn}$ $C_{nn}$	1
Kapastitas	1	1	...	1	

dengan:

$X_{ij}$  : 0 bila tidak ada pekerjaan atau tugas

$X_{ij}$  : 1 bila ada pekerjaan atau tugas

$X_{ij}$  : Penugasan dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$C_{ij}$  : Parameter alokasi dari sumber  $i$  terhadap tugas  $j$  (Taha, 2003)

dalam hal ini berlaku:

1.  $X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in} = 1$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ . Artinya pada tiap  $i$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
2.  $X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{nj} = 1$  untuk  $j = 1, 2, \dots, n$ . Artinya pada tiap  $j$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.

3. Nilai alokasi dari sumber ke tujuan sangat bergantung kepada nilai  $C_{ij}$  dan  $X_{ij}$ , namun karena  $X_{ij}$  hanya bernilai 1 atau 0 maka nilai alokasi tersebut sangat dipengaruhi oleh  $C_{ij}$  (Siswanto, 2007).

## 2.5 Metode *Hungarian*

Munculnya algoritma *Hungarian* ini dirancang agar dapat memecahkan masalah pengalokasian atau penugasan yang dapat menghasilkan solusi yang optimal. Algoritma ini digagas dan dikembangkan pada tahun 1955 oleh Harold Khun, yang memberinya nama “Metode Hungaria”. Metode ini merupakan metode yang sebagian besar didasarkan pada karya sebelumnya dari seorang ahli matematikawan yang berasal dari Hongaria, yakni Denes Konig dan Jenő Egervary.

Metode *Hungarian* merupakan suatu pendekatan yang mengubah baris dan kolom pada matriks efektivitas dengan tujuan menghasilkan setiap baris atau kolom yang mengandung tepat satu elemen nol. Elemen nol dapat dipilih sebagai alokasi penugasan optimal. Langkah metode *Hungarian* terdiri dari 3 tahap, yakni menyusun matriks/tabel penugasan, menganalisis kelayakan penetapan optimum, dan penyusunan ulang matriks. Penggunaan Metode *Hungarian* memiliki beberapa persyaratan, di antaranya:

1. Jumlah elemen pada baris  $i$  harus sebanding dengan jumlah elemen kolom  $j$  yang perlu diselesaikan
2. Setiap sumber daya hanya menyelesaikan satu tugas.
3. Jika jumlah sumber daya tidak sebanding dengan jumlah tugas atau sebaliknya, maka variabel *Dummy Worker* atau *Dummy Job* dapat ditambahkan untuk menyeimbangkan keduanya.

4. Metode *Hungarian* dapat digunakan untuk menyelesaikan dua jenis masalah, yaitu meminimalkan kerugian (biaya, waktu, jarak, dll.) atau memaksimalkan keuntungan.

Permasalahan pengalokasian pekerjaan memerlukan syarat bahwa banyaknya sumber daya sama dengan banyaknya pekerjaan, sebut sebagai  $n$ . Dalam hal ini, maka terdapat  $n!$  proses yang berbeda untuk menetapkan tugas pada sumber daya berdasarkan penetapan satu per satu. Banyaknya penetapan ini adalah  $n!$  karena ada  $n$  proses untuk menetapkan pekerjaan pertama,  $n - 1$  adalah proses untuk menetapkan tugas kedua,  $n - 2$  proses untuk menetapkan pekerjaan ketiga, dan seterusnya, dengan total seluruhnya adalah:  $n(n - 1)(n - 2) \dots (n - (n - 1)) = n!$  penetapan yang mungkin. Untuk menggambarkan alokasi pekerjaan yang optimal secara tepat, maka akan diperkenalkan variabel  $C_{ij}$  merupakan biaya untuk menetapkan pekerjaan ke- $j$  kepada sumber daya ke- $i$ , untuk  $i, j = 1, 2, \dots, n$  (Rasyid, 2022).

Dalam penanganannya, secara umum, masalah penugasan dapat dikategorikan menjadi dua, yakni masalah maksimalisasi dan minimalisasi. Pada masalah maksimalisasi, umumnya digunakan untuk mengkomputasi keuntungan, sementara pada masalah minimalisasi digunakan untuk mengoptimalkan biaya, waktu, jarak, dan faktor-faktor lainnya. Algoritma Metode *Hungarian* dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Penyusunan tabel penugasan dengan meletakkan pekerjaan sebagai kolom dan sumber daya sebagai baris. Banyaknya baris sebanding dengan banyaknya kolom, untuk memenuhi asumsi. Jika tidak sama maka ditambahkan variabel *Dummy* agar banyaknya baris dan kolom sebanding.

2. Kurangkan setiap nilai dalam setiap baris dengan semua nilai terbesar (untuk kasus maksimasi) atau nilai terkecil (untuk kasus minimasi) dalam baris tersebut.
3. Periksa setiap kolom, jika ada kolom yang belum memiliki nilai nol, kurangkan dengan nilai terkecil untuk setiap kolom yang bersangkutan.
4. Evaluasi apakah solusi sudah memenuhi syarat optimum. Dilakukan dengan menggambarkan garis vertikal dan horizontal yang melewati nilai nol. Jika banyaknya garis sama dengan banyaknya kolom maka solusi layak optimal sudah terpenuhi.
5. Jika solusi optimal belum terpenuhi, kurangkan semua nilai yang tidak dilewati garis dengan nilai terkecil, lalu tambahkan nilai terkecil tersebut pada nilai perpotongan garis. Nilai dilalui garis namun tidak berada pada perpotongan tidak mengalami perubahan.
6. Kembali ke langkah empat dan mengulangi prosesnya.

Misalkan:

Bandara Sultan Muhammad Salahuddin Bima akan melakukan penjadwalan ulang pada penerbangan pesawat Wings Air. Penjadwalan penerbangan akan dioptimalkan pada jalur penerbangan pesawat wings air di Bandara Sultan Muhammad Salahuddin Bima dengan tujuan Lombok, Makasar, dan Denpasar. Data yang digunakan adalah berupa waktu, maka data yang diperlukan berupa jadwal keberangkatan dan kedatangan pesawat Wings Air. Pada tabel 2.2 dipaparkan jadwal, berupa jadwal keberangkatan dan kedatangan pesawat Wings Air.

**Tabel 2.2** Jadwal Penerbangan Pesawat Wings Air

No	Flight	Dari	Departure	Ke	Arrival
1.	IW 1865	BMU	07.30	LOP	08.30
2.	IW 1879	BMU	12.10	LOP	13.10
3.	IW 1868	BMU	12.25	UPG	13.40
4.	IW 1837	BMU	14.50	DPS	16.05
5.	IW 1836	DPS	10.35	BMU	11.50
6.	IW 1869	UPG	10.50	BMU	12.05
7.	IW 1864	LOP	13.30	BMU	14.30
8.	IW 1878	LOP	16.00	BMU	17.00

Bagaimana maskapai tersebut memberikan jadwal yang optimal kepada penumpang pesawat di bandara?

### **Penyelesaian.**

Dimulai dengan membuat tabel penugasan, data pada tabel awal penugasan ini diperoleh dari data jadwal keberangkatan dan kedatangan pesawat. Untuk memperoleh angka yang ada pada tabel maka harus mengkonversi ke dalam satuan menit. Misalnya untuk mendapatkan angka 240 diperoleh dari data penerbangan wings air dengan nomor penerbangan IW 1827 dari BMU ke DPS dan IW 1826 dari DPS ke BMU. Data yang ingin dicari adalah total waktu operasional pesawat di bandara. Waktu yang dihitung adalah waktu keberangkatan dari Bima dikurangkan dengan waktu kedatangan di Bima.

Pesawat dengan kode penerbangan IW 1827 dengan waktu keberangkatan dari Bima adalah 07.00 WITA jika dikonversikan kesatuan menit akan diperoleh 420 menit dan IW 1826 dengan waktu kedatangan di Bima adalah 17.40 WITA jika dikonversi kesatuan menit diperoleh 1060 menit. Maka jika dikurangkan,  $420 - 1060 = 640$  menit. Jadi angka 640 menit adalah hasil dari waktu antara pesawat

kode penerbangan IW 1827 dengan IW 1826. Hasil dari langkah tersebut ditunjukkan pada tabel 2.3 di bawah ini:

**Tabel 2.3** Matrik Penugasan

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	420	570	275	260
<b>1879</b>	140	290	5	20
<b>1868</b>	125	275	20	35
<b>1837</b>	20	130	165	180

Untuk menyelesaikan optimalisasi masalah penugasan, maka masalah diformulasikan ke dalam pemograman linier, diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Z = & 420X_{11} + 570 X_{12} + 275 X_{13} + 260X_{14} + 140X_{21} \\
 & + 290X_{22} + 5X_{23} + 20X_{24} + 125X_{31} + 275X_{32} + 20X_{33} \\
 & + 35X_{34} + 20X_{41} + 130X_{42} + 165X_{43} + 180X_{44}
 \end{aligned}$$

Fungsi kendala

Keberangkatan ke:

$$i = 1 \rightarrow X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 1$$

$$i = 2 \rightarrow X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1$$

$$i = 3 \rightarrow X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 1$$

$$i = 4 \rightarrow X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = 1$$

Keberangkatan dari:

$$i = 1 \rightarrow X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1$$

$$i = 2 \rightarrow X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1$$

$$i = 3 \rightarrow X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 1$$

$$i = 4 \rightarrow X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = 1$$

Untuk mengetahui pengoptimalan dengan meminimumkan waktu penyelesaian pekerjaan dengan langkah awal yakni menentukan penyelesaian *fisible awal*. Yakni dengan menciptakan elemen nol, dengan menentukan sel dengan bobot terkecil pada setiap baris kemudian dikurangi dengan semua waktu yang ada pada setiap baris. Pada tabel 4.5 akan ditunjukkan elemen terkecil dari setiap baris.

**Tabel 2.4** Tabel *Fisible* Awal

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>	
<b>1865</b>	420	570	275	260	$p_2 = 260$
<b>1879</b>	140	290	5	20	$p_3 = 5$
<b>1868</b>	125	275	20	35	$p_4 = 20$
<b>1837</b>	20	130	165	180	$p_2 = 20$

Setelah didapat elemen terkecil dari setiap baris kemudian kurangkan dengan semua elemen pada setiap baris. Untuk mengurangi elemen terkecil pada baris pertama dapat dilakukan menggunakan persamaan  $\min(C_{ij}) = 260$  maka penyelesaiannya adalah:

$$1864 = 420 - 260 = 160$$

$$1878 = 570 - 260 = 310$$

$$1869 = 275 - 260 = 15$$

$$1837 = 260 - 260 = 0$$

Untuk baris selanjutnya dilakukan perhitungan yang sama. Yakni dengan mengurangi elemen terkecil dari baris kedua sampai baris keempat. Hasil dari langkah ini dapat dilihat pada tabel 2.5 berikut.

**Tabel 2.5** Hasil Pengurangan Baris

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	160	310	15	0
<b>1879</b>	135	285	0	15
<b>1868</b>	105	255	0	15
<b>1837</b>	0	110	145	160

Pada tabel 2.5 diperoleh elemen nol pada setiap baris, selanjutnya memastikan bahwa semua baris dan kolom terdapat elemen nol. Dapat dilihat bahwa pada kolom ketiga belum memiliki elemen nol. Maka demikian perlu untuk menciptakan elemen nol pada kolom dengan mencari elemen terkecil pada kolom yang kemudian dikurangi dengan semua elemen pada setiap kolom. Pada kolom ketiga kurangi semua elemen pada kolom dengan elemen terkecil yaitu 110, untuk mengurangi elemen terkecil pada kolom kedua menggunakan persamaan  $\min(C_{ij}) = 110$ , penyelesaian perhitungan sebagai berikut:

$$1865 = 310 - 110 = 200$$

$$1879 = 285 - 110 = 175$$

$$1868 = 255 - 110 = 145$$

$$1837 = 110 - 110 = 0$$

Langkah ini hanya dilakukan pada kolom kedua, karena hanya kolom kedua yang tidak memiliki elemen nol. Maka untuk kolom yang lain nilainya tetap. Dari langkah tersebut didapat seperti tabel 2.6 berikut.

**Tabel 2.6** Hasil Pengurangan Kolom

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	160	200	15	0
<b>1879</b>	135	175	0	15
<b>1868</b>	105	145	0	15
<b>1837</b>	0	0	145	160

Setelah masing-masing baris dan kolom terdapat elemen nol, maka langkah selanjutnya adalah dengan uji optimalisasinya dengan cara menutup semua elemen nol pada penyelesaian *fisible awal* dengan menggambar kombinasi antara garis horizontal dan vertikal sesedikit mungkin. Garis  $n$  dibutuhkan sebanyak jumlah  $n$  baris dan  $n$  kolom. Jika garis yang dibutuhkan untuk menutup semua nol dalam tabel  $< n$ , maka tabel belum optimal dan harus direvisi.

Tidak ada algoritma untuk menentukan apakah garis yang sudah dibuat adalah garis yang jumlahnya paling sedikit. Akan tetapi penutupan dapat dilakukan dengan membuat garis horizontal maupun vertikal yang menutup elemen nol dengan sebanyak-banyaknya. Tabel 2.7 akan menunjukkan hasil dari langkah tersebut.

**Tabel 2.7** Uji Optimalisasi Pertama

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	160	200	15	0
<b>1879</b>	135	175	0	15
<b>1868</b>	105	145	0	15
<b>1837</b>	0	0	145	160

Tabel 2.7 menunjukkan bahwa penutupan garis pada tabel yang memiliki elemen nol dengan ketiga garis dapat menutupi semua elemen nol. Karena jumlah garis yang dibutuhkan =  $3 < 4$ , hal ini berarti tabel belum optimal.

Langkah berikutnya adalah revisi tabel. Langkah ini dilakukan dengan memperhatikan elemen-elemen yang tidak tertutup garis, dan elemen-elemen yang tertutup dengan perpotongan dua garis. Dalam hal ini elemen terkecil yang tidak tertutup garis adalah 105 kemudian kurangkan dengan semua elemen yang tidak tertutup garis dengan 105. Sebaliknya, tambahkan semua elemen yang tertutup dengan perpotongan dua garis dengan 105. Hasilnya ditunjukkan pada tabel 2.8 berikut.

**Tabel 2.8** Hasil Revisi Tabel Pertama

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	55	95	15	0
<b>1879</b>	30	70	0	15
<b>1868</b>	0	40	0	15
<b>1837</b>	0	0	145	160

Setelah merevisi tabel, ulangi untuk uji optimalisasinya dengan cara yang sama, hasilnya ditunjukkan pada tabel 2.9 berikut.

**Tabel 2.9** Uji Optimalisasi Kedua

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	55	95	15	0
<b>1879</b>	30	70	0	15
<b>1868</b>	0	40	0	15
<b>1837</b>	0	0	145	160

Berdasarkan tabel 2.9 dapat diketahui bahwa jumlah garis yang menutupi semua elemen nol = 4, yang berarti penugasan telah optimal. Setiap elemen pada tabel penugasan menunjukkan kemungkinan alokasi yang masih dapat dilakukan, dalam pemilihan elemen yang bernilai nol pastikan setiap sumber dan tujuan hanya memiliki tepat alokasi satu.

Langkah berikutnya adalah menentukan alokasi optimalnya yakni dengan mengalokasikan penugasan pada pasangan nomor penerbangan yang tersedia. Penugasan optimal dilakukan dengan cara identifikasi baris atau kolom yang memuat elem nol paling minimum. Dengan cara tersebut didapati hasil pada tabel 2.10 berikut.

**Tabel 2.10** Alokasi Penugasan

	<b>1864</b>	<b>1878</b>	<b>1869</b>	<b>1836</b>
<b>1865</b>	55	95	15	0
<b>1879</b>	30	70	0	15
<b>1868</b>	0	40	0	15
<b>1837</b>	0	0	250	265

Berdasarkan Hasil tabel alokasi di atas, maka diketahui bahwa perbandingan hasil total waktu optimal dari pasangan nomor penerbangan setelah dan sebelum menggunakan Metode *Hungarian*. Maka hasil perbandingan dapat dilihat pada tabel 2.11 dan tabel 2.12.

**Tabel 2.11** Jadwal Penerbangan Baru

<b>Pasangan Nomor Penerbangan</b>	<b>Total Waktu Operasional</b>
IW 1865 – IW 1836	260
IW 1879 – IW 1869	5

Pasangan Nomor Penerbangan	Total Waktu Operasional
IW 1868 – IW 1864	125
IW 1837 – IW 1845	130
<b>Z (Total Waktu Optimal)</b>	<b>520</b>

Tabel 2.12 Jadwal Penerbangan Lama

Pasangan Nomor Penerbangan	Selisih Waktu (menit)
IW 1865 – IW 1864	420
IW 1879 – IW 1878	290
IW 1868 – IW 1869	20
IW 1837 – IW 1836	180
<b>Z (Total Waktu Optimal)</b>	<b>910</b>

Berdasarkan tabel 2.11 disimpulkan bahwa setiap nomor penerbangan mendapatkan penugasan yang optimal. Berdasarkan tabel 2.11 di atas, maka dapat diketahui solusui akhirnya adalah:

$$x_{14} = x_{23} = x_{31} = x_{42}$$

Dengan menyesuaikan variabel hasil keputusan, maka diperoleh total waktu minimum yang dibutuhkan adalah:

$$\begin{aligned} Z &= X_{14} + X_{23} + X_{31} + X_{42} \\ &= 260 + 5 + 125 + 130 \\ &= 520 \text{ menit} \end{aligned}$$

Sehingga, jika dibandingkan pasangan nomor penerbangan baru berdasarkan metode *Hungarian* dengan pasangan nomor penerbangan sebelum menggunakan metode *Hungarian* dapat mengefesiensi waktu selama 390 menit.

## 2.6 Stasiun Kereta Api

Stasiun kereta api berperan sebagai lokasi di mana kereta api dapat memulai dan mengakhiri perjalanan naik turunnya penumpang, proses pengangkutan barang, dan kebutuhan operasional kereta api. Untuk mendukung operasional stasiun kereta api, stasiun-stasiun yang digunakan untuk harus dilengkapi dengan fasilitas keselamatan dan elemen-elemen yang mendukung operasional kereta api. Di stasiun kereta api, tersedia layanan khusus seperti ruang tunggu penumpang, area pengangkutan barang, fasilitas pergudangan, tempat parkir kendaraan, dan layanan penitipan barang. Bangunan stasiun kereta api adalah bagian dari stasiun yang berfungsi untuk mengakomodasi pengaturan perjalanan kereta api dan melayani pengguna jasa kereta api. Jenis bangunan di dalam stasiun dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori, meliputi:

1. Bangunan yang diperuntukkan kegiatan pokok.
2. Bangunan yang mendukung operasional stasiun kereta api.
3. Bangunan yang berfungsi untuk menyediakan layanan khusus di stasiun

Pemilihan alat transportasi kereta api, sebagai opsi yang dipilih oleh masyarakat, memiliki kelebihan dan kekurangan dalam menjalankan perannya sebagai alat transportasi untuk barang dan/atau individu. Beberapa keunggulan dari angkutan kereta api dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Transportasi kereta api menggunakan jalur rel yang memungkinkan pelayanan transportasi massal untuk orang atau barang dalam jarak pendek, menengah, dan jauh dengan kapasitas yang besar.

2. Konsumsi energi yang diperlukan relatif kecil, bahkan dapat dikembangkan menggunakan tenaga penggerak baterai dari sumber listrik, memberikan potensi untuk efisiensi energi.
3. *Reliability* waktu cukup tinggi, sehingga kecepatan relatif konstan dan keamanan perjalanan lebih baik dibandingkan dengan moda transportasi lainnya, karena memiliki jalur rel dan fasilitas terminal sendiri.
4. Meskipun biaya total operasional perhitungan per hari cenderung tinggi, biaya variabel per ton per kilometer sangat rendah karena kapasitas angkut yang besar, dibandingkan dengan perkembangan alat transportasi lainnya.

Menurut Undang-Undang No. 23 Tahun 2007, stasiun memiliki peran utama sebagai lokasi di mana kereta api dapat memulai atau mengakhiri perjalanan untuk melayani penumpang, diantaranya (Indonesia, 2007):

1. Naik turun penumpang
2. Pengangkutan barang
3. Keperluan operasi kereta api

## **2.7 Kajian Nilai-nilai Al-Qur'an tentang Penjadwalan**

Penjadwalan merupakan suatu kegiatan perencanaan yang bertujuan untuk menentukan dimana dan kapan setiap operasi sebagian kegiatan secara keseluruhan harus dilakukan, terutama pada sumber daya yang terbatas. Penjadwalan dikatakan baik jika sumber daya dan waktu yang tersedia dimaksimalkan dan digunakan dengan sebaik-baiknya. Hal ini juga membahas tentang manajemen waktu, dimana manajemen waktu merupakan sebuah cara untuk dapat memanfaatkan waktu dengan sebaik mungkin, dimana seseorang akan dapat menyelesaikan kegiatan dengan

cepat. Waktu merupakan suatu nikmat yang sungguh agung yang diberikan Allah SWT kepada hamba-Nya. Maka sudah sepatutnya seorang hamba itu dapat memanfaatkannya dengan baik, efektif dan semaksimal mungkin.

Disampaikan dalam ajaran islam, ditegaskan bahwa seorang muslim yang diinginkan adalah seorang hamba yang dapat menghargai waktu. Pemahaman seorang hamba terhadap makna untuk menghargai waktu menjadi tanda keimanan dan bukti ketaqwaan. Sebagaimana firman Allah bersumpah perihal waktu, yang tertuang pada Al-Qur'an dalam surat Al-'Ashr 103 [25] ayat 1-3, yakni (Kemenag, 2019):

وَالْعَصْرِ (١) إِنَّ الْإِنْسَانَ لَفِي خُسْرٍ (٢) إِلَّا الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ وَتَوَاصَوْا بِالْحَقِّ وَتَوَاصَوْا

بِالصَّبْرِ

*Artinya: "Demi masa. Sungguh, manusia berada dalam kerugian, kecuali orang-orang yang beriman dan mengerjakan kebajikan serta saling menasehati untuk kebenaran dan saling menasehati untuk kesabaran".*

Berdasarkan Tafsir Al Madinah Al Munawwarah, bahwa surat Al 'Ashr ini menerangkan bahwa Allah bersumpah bersama waktu, disebutkan dalam sumpah bahwa sungguh manuia itu dalam kerugian dengan mendapatkan akhir yang buruk di akhirat kelak, kecuali orang yang beriman dan bertaqwa yakni mereka yang melaksanakan perintah.

Menurut Yusuf Qaradhawi, *urgensi* umat islam untuk memahami manajemen waktu adalah sebab beberapa faktor berikut (Alim, 2022):

1. Ajaran Islam memberikan perhatian yang besar terhadap nilai waktu, baik yang disampaikan dalam Al Qur'an maupun As Sunnah.

2. Dalam sejarah awal umat Islam, terlihat bahwa generasi pertama sangat memprioritaskan waktu dibandingkan dengan generasi penerusnya. Hal ini memungkinkan mereka untuk mengembangkan berbagai ilmu yang bermanfaat dan membangun peradaban yang kuat dengan keunggulan yang mencolok.
3. Saat ini, kaum Muslim justru mengalami kebalikan dengan generasi pertama dahulu, di mana cenderung lebih suka menghabiskan waktu dengan sia-sia. Hal ini menyebabkan kita kurang dapat berkontribusi secara maksimal dalam meningkatkan kesejahteraan dunia dan juga kurang berupaya untuk persiapan akhirat. Pada kenyataannya, kita malah merusak kehidupan dunia dan akhirat sehingga tidak mendapatkan kebaikan dari keduanya.

Kitab Nashoihul 'Ibad Bab 5 Maqolah 2 menjelaskan bahwa Rasulullah SAW menekankan pentingnya memanfaatkan waktu dengan optimal. Rasulullah juga memberikan peringatan tentang perlunya persiapan menghadapi waktu senggang, masa muda, keberlimpahan, kesehatan, dan selama masih hidup. Hal ini bertujuan agar seseorang tidak menyesal di saat sudah sibuk, tua, miskin, sakit, atau bahkan setelah meninggal. Kesimpulannya, waktu dianggap sebagai aset yang unik yang tidak dapat tergantikan, tidak dapat disimpan tanpa digunakan, dan tidak mungkin memperoleh tambahan waktu meskipun dengan mengeluarkan biaya (Imam Nawawi, 1893).

Manajemen waktu adalah tindakan mengorganisir diri sekaligus menjadi indikator keunggulan dan keberhasilan. Oleh karena itu, panduan yang memperdalam pengetahuan aspek ini menjadi sangat *urgent* dalam kehidupan kita, tanpa memandang jabatan, profesi, atau status sosial seseorang.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Jenis Penelitian**

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan jenis penelitian kuantitatif, yang merupakan studi sistematis mengenai sebuah fenomena dengan mengumpulkan data yang dapat diukur menggunakan pendekatan matematika. Penelitian kuantitatif ini memudahkan peneliti dalam penyusunan data yang berupa angka-angka numerik dan saat analisa data, agar sesuai dengan kebutuhan peneliti. Tujuannya agar mempermudah peneliti dalam menganalisis data.

#### **3.2 Data dan Sumber Data**

Penelitian ini digunakan data sekunder yang diperoleh peneliti secara tidak langsung, namun melalui media perantara. Data yang diambil berupa jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api di Stasiun Malang Kotabaru. Jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api di stasiun yang beredar diperoleh dari GAPEKA (Grafik Perjalanan Kereta) melalui *website* Kementerian Perhubungan yang baru saja dikeluarkan pada Juni 2023.

#### **3.3 Tahapan Penelitian**

Penelitian ini akan mengolah data yang berupa jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru menggunakan Metode *Hungarian* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tabulasi data:
  - a. Waktu keberangkatan kereta api dari Stasiun Malang Kotabaru
  - b. Waktu kedatangan kereta api di Stasiun Malang Kotabaru
2. Menghitung waktu optimal dengan meminimumkan waktu tunggu dengan langkah-langkah:

- a. Menyusun tabel penugasan, dimana kedatangan kereta api di Stasiun Malang Kotabaru sebagai kolom dan keberangkatan kereta api dari Stasiun Malang Kotabaru sebagai baris.
- b. Untuk setiap baris  $a_{ij}$ , kurangkan waktu terendah dalam tiap baris pada tabel waktu tertentu dari semua waktu dalam baris tersebut. Secara matematis bisa ditulis, untuk tiap  $i$  maka:

$$a_{ij} = C_{ij} - \min(C_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

- c. Untuk setiap kolom  $b_{ij}$ , kurangkan waktu terendah dalam tiap kolom tabel yang diperoleh dari langkah pertama dari semua waktu dalam kolom tersebut. Secara matematis bisa ditulis, untuk tiap  $i$  maka:

$$b_{ij} = C_{ij} - \min(C_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

- d. Periksa apakah solusi yang diperoleh sudah memenuhi kriteria layak dan optimal. Ini dapat dilakukan dengan menggambarkan garis-garis vertikal dan horizontal yang melalui nilai nol. Jika jumlah garis yang terbentuk sama dengan jumlah baris atau kolom, maka solusi waktu penyelesaian optimal telah dicapai.
- e. Jika solusi untuk waktu penyelesaian optimal belum diperoleh, kurangkan semua waktu yang tidak dilewati garis dengan waktu.
- f. Kembali ke langkah d.

3. Menghitung penyelesaian melalui persamaan:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

4. Setelah menggunakan persamaan di atas akan diperoleh solusi optimal.
5. Menganalisis pembagian alokasi penugasan sesuai dari segi waktu yang paling optimal.

## BAB IV

### PEMBAHASAN

#### 4.1 Tabulasi Data

Masalah penugasan ini dapat dipecahkan dengan metode *Hungarian*. Agar dapat menyelesaikan masalah penugasan ini dengan menerapkan metode *Hungarian*, maka dalam merumuskan masalah jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama dengan jumlah tujuan yang harus diselesaikan yang dirumuskan dalam sebuah matriks persegi dan setiap sumber hanya dapat ditugaskan pada satu pekerjaan saja.

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah waktu. Data awal yang dibutuhkan pada penelitian ini adalah jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru. Berikut pada tabel 4.1 ditunjukkan jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta dari dan menuju stasiun Malang Kotabaru.

**Tabel 4.1** Jadwal Kereta Api

NO		NAMA KERETA API	LINTAS PELAYANAN	JAM	
URUT	KA			BRK	DAT
1	55	GAJAYANA	ML-GMR	14:55	3:10
2	56	GAJAYANA	GMR-ML	18:50	7:06
3	57	BRAWIJAYA	ML-GMR	16:00	4:59
4	58	BRAWIJAYA	GMR-ML	15:40	4:31
5	83F	ARJUNO EKSPRES	SGU-ML	9:35	11:37
6	84F	ARJUNO EKSPRES	ML-SGU	5:25	7:27
7	109	JAYABAYA	SBI-ML	4:04	6:20
8	110	JAYABAYA	ML-SBI	12:30	14:40
9	121	MALABAR	ML-BD	16:50	6:06

NO		NAMA KERETA API	LINTAS PELAYANAN	JAM	
URUT	KA			BRK	DAT
10	122	MALABAR	BD-ML	17:20	6:34
11	133	KERTANEGARA	ML-PWT	8:00	16:52
12	134	KERTANEGARA	PWT-ML	18:40	3:28
13	153F	MALIOBORO EKSPRES	ML-PWT	21:10	6:00
14	154F	MALIOBORO EKSPRES	PWT-ML	7:00	16:14
15	215	MAJAPAHIT	ML-PSE	18:45	8:37
16	216	MAJAPAHIT	PSE-ML	19:20	10:07
17	233	MATARMAJA	ML-PSE	9:10	0:42
18	234	MATARMAJA	PSE-ML	10:45	2:39

Keterangan kode Stasiun/kota:

ML : Malang Kota Baru

GMR : Gambir

SGU : Surabaya Gubeng

SBI : Surabaya Pasar Turi

BD : Bandung

PWT : Purwokerto

PSE : Pasar Senen

Adapun pasangan nomor keberangkatan pada kondisi awal sebagai berikut:

KA 55 Relasi ML-GMR - KA 56 Relasi GMR-ML

KA 57 Relasi ML-GMR - KA 58 Relasi GMR-ML

KA 83F Relasi SGU-ML - KA 84F Relasi ML-SGU

KA 109 Relasi SBI-ML - KA 110 Relasi ML-SBI

KA 121 Relasi ML-BD - KA 122 Relasi BD-ML

KA 133 Relasi ML - PWT - KA 134 Relasi PWT-ML

KA 153F Relasi ML-PWT - KA 154F Relasi PWT-ML

KA 215 Relasi ML-PSE - KA 216 Relasi PSE-ML

KA 233 Relasi ML-PSE - KA 234 Relasi PSE-ML

Data awal merupakan jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru. Dalam penelitian yang akan diperoleh adalah waktu tunggu kereta api, sehingga waktu yang dihitung adalah waktu keberangkatan dari Stasiun Malang Kotabaru dikurangi dengan waktu kedatangan kereta di Stasiun Malang Kotabaru.

Perhitungan waktu tunggu kereta di stasiun sebagai berikut; misalkan ambil pada pasangan nomor keberangkatan KA 55 Relasi ML-GMR dengan KA 56 Relasi GMR-ML.

1. KA 56 Relasi GMR- ML waktu kedatangan di Stasiun Malang Kotabaru 7:06
2. KA 55 Relasi ML- GMR waktu keberangkatan dari Stasiun Malang Kotabaru 14:55

**Waktu tunggu = waktu keberangkatan – waktu kedatangan**

$$\text{Waktu tunggu} = 14.55 - 7.06 = 7 \text{ jam } 49 \text{ menit}$$

Matriks penugasan pada penelitian ini waktu dikonversi ke dalam satuan menit, sehingga waktu tunggu antara KA 55 Relasi ML-GMR dengan KA 56 Relasi GMR-ML selama 7 jam 49 jika dikonversi ke dalam satuan menit dalah selama 469 menit. Matriks penugasan dalam masalah ini adalah 9x9 dengan, sehingga indeks matriks untuk masalah ini akan ditampilkan pada tabel 4.2.

**Tabel 4.2** Indeks Matriks 9x9

Dari	Ke	55	57	84F	110	121	133	153F	215	233
56		$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_{17}$	$a_{18}$	$a_{19}$
58		$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	$a_{25}$	$a_{26}$	$a_{27}$	$a_{28}$	$a_{29}$

Dari \ Ke	55	57	84F	110	121	133	153F	215	233
83F	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$	$a_{35}$	$a_{36}$	$a_{37}$	$a_{38}$	$a_{39}$
109	$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	$a_{44}$	$a_{45}$	$a_{46}$	$a_{47}$	$a_{48}$	$a_{49}$
122	$a_{51}$	$a_{52}$	$a_{53}$	$a_{54}$	$a_{55}$	$a_{56}$	$a_{57}$	$a_{58}$	$a_{59}$
134	$a_{61}$	$a_{62}$	$a_{63}$	$a_{64}$	$a_{65}$	$a_{66}$	$a_{67}$	$a_{68}$	$a_{69}$
154F	$a_{71}$	$a_{72}$	$a_{73}$	$a_{74}$	$a_{75}$	$a_{76}$	$a_{77}$	$a_{78}$	$a_{79}$
216	$a_{81}$	$a_{82}$	$a_{83}$	$a_{84}$	$a_{85}$	$a_{86}$	$a_{87}$	$a_{88}$	$a_{89}$
234	$a_{91}$	$a_{92}$	$a_{93}$	$a_{94}$	$a_{95}$	$a_{96}$	$a_{97}$	$a_{98}$	$a_{99}$

Berdasarkan tabel Tabel 4.3 berikut adalah hasil perhitungan waktu tunggu kereta di Stasiun Malang Kotabaru.

**Tabel 4.3** Matriks Penugasan

Dari \ Ke	55	57	84F	110	121	133	153F	215	233
56	469	624	198	515	501	687	1361	288	736
58	534	689	263	580	566	752	1426	353	801
83F	1339	54	1068	1385	1371	117	791	1158	166
109	324	479	53	370	356	542	1216	143	591
122	584	739	313	630	616	802	36	403	851
134	54	209	1223	100	86	272	946	1313	321
154F	844	999	573	890	876	1062	296	663	1111
216	699	854	428	745	731	917	151	518	966
234	124	279	1293	170	156	342	1016	1383	391

**Keterangan:** waktu yang dipakai dalam satuan menit

#### 4.2 Perhitungan Waktu Optimal Menggunakan Metode *Hungarian*

Sebelum melakukan penyelesaian menggunakan metode *Hungarian*, hasil waktu optimal antara waktu kedatangan kereta dan keberangkatan kereta api yang

beroperasi dari dan menuju Stasiun Malang Kotabaru dari setiap kereta akan ditunjukkan pada tabel 4.4 berikut.

**Tabel 4.4** Waktu Tunggu Stasiun Sebelum Menggunakan Metode *Hungarian*

<b>Kode Perjalanan Kereta</b>	<b>Waktu (satuan menit)</b>
KA 55 – KA 56	469
KA 57 – KA 58	689
KA 84F – KA 83F	1068
KA 110 – KA 109	370
KA 121 – KA 122	616
KA 133 – KA 134	272
KA 153F – KA 154F	296
KA 215 – KA 216	518
KA 233 – KA 234	391
<b>Total Waktu Minimum</b>	<b>4689</b>

Pada tabel 4.4 waktu yang digunakan merupakan lama waktu tunggu kereta di stasiun untuk diberangkatkan kembali setiap kereta api. Berdasarkan pada tabel matriks penugasan 4.3 akan dicari nilai optimalnya menggunakan metode *Hungarian* dengan menformulasikan masalah ke dalam pemograman linier, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^9 C_{ij} X_{ij} \quad (4.1)$$

Dengan  $Z$  merupakan total waktu tunggu kereta api di stasiun dan  $C_{ij}$  menyatakan lama waktu kereta itu di stasiun untuk kembali dijalankan, maka berdasarkan persamaan 4.1 dapat diformulasikan pada program linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Z = & 469X_{11} + 624X_{12} + 198X_{13} + 515X_{14} + 501X_{15} + 687X_{16} \\
& + 1361X_{17} + 288X_{18} + 736X_{19} + 534X_{21} + 689X_{22} + 263X_{23} \\
& + 580X_{24} + 566X_{25} + 752X_{26} + 1426X_{27} + 353X_{28} + 801X_{29} \\
& + 1339X_{31} + 54X_{32} + 1068X_{33} + 1385X_{34} + 1371X_{35} \\
& + 117X_{36} + 791X_{37} + 1158X_{38} + 166X_{39} + 324X_{41} + 479X_{42} \\
& + 53X_{43} + 370X_{44} + 356X_{45} + 542X_{46} + 1216X_{47} + 143X_{48} \\
& + 591X_{49} + 584X_{51} + 739X_{52} + 313X_{53} + 630X_{54} + 616X_{55} \\
& + 802X_{56} + 36X_{57} + 403X_{58} + 851X_{59} + 54X_{61} + 209X_{62} \\
& + 1223X_{63} + 100X_{64} + 86X_{65} + 272X_{66} + 946X_{67} + 1313X_{68} \\
& + 321X_{69} + 844X_{71} + 999X_{72} + 573X_{73} + 890X_{74} + 876X_{75} \\
& + 1062X_{76} + 296X_{77} + 663X_{78} + 1111X_{79} + 699X_{81} \\
& + 854X_{82} + 428X_{83} + 745X_{84} + 731X_{85} + 917X_{86} + 151X_{87} \\
& + 518X_{88} + 966X_{89} + 124X_{91} + 279X_{92} + 1293X_{93} + 170X_{94} \\
& + 156X_{95} + 342X_{96} + 1016X_{97} + 1383X_{98} + 391X_{99}
\end{aligned}$$

Fungsi kendala

Keberangkatan ke:

$$i = 1 \rightarrow X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} = 1$$

$$i = 2 \rightarrow X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} = 1$$

$$i = 3 \rightarrow X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} = 1$$

$$i = 4 \rightarrow X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} = 1$$

$$i = 5 \rightarrow X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_{57} + X_{58} + X_{59} = 1$$

$$i = 6 \rightarrow X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_{67} + X_{68} + X_{69} = 1$$

$$i = 7 \rightarrow X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} + X_{77} + X_{78} + X_{79} = 1$$

$$i = 8 \rightarrow X_{81} + X_{82} + X_{83} + X_{84} + X_{85} + X_{86} + X_{87} + X_{88} + X_{89} = 1$$

$$i = 9 \rightarrow X_{91} + X_{92} + X_{93} + X_{94} + X_{95} + X_{96} + X_{97} + X_{98} + X_{99} = 1$$

Keberangkatan dari:

$$i = 1 \rightarrow X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} + X_{71} + X_{81} + X_{91} = 1$$

$$i = 2 \rightarrow X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} + X_{72} + X_{82} + X_{92} = 1$$

$$i = 3 \rightarrow X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} + X_{73} + X_{83} + X_{93} = 1$$

$$i = 4 \rightarrow X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} + X_{74} + X_{84} + X_{94} = 1$$

$$i = 5 \rightarrow X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} + X_{65} + X_{75} + X_{85} + X_{95} = 1$$

$$i = 6 \rightarrow X_{16} + X_{26} + X_{36} + X_{46} + X_{56} + X_{66} + X_{76} + X_{86} + X_{96} = 1$$

$$i = 7 \rightarrow X_{17} + X_{27} + X_{37} + X_{47} + X_{57} + X_{67} + X_{77} + X_{87} + X_{97} = 1$$

$$i = 8 \rightarrow X_{18} + X_{28} + X_{38} + X_{48} + X_{58} + X_{68} + X_{78} + X_{88} + X_{98} = 1$$

$$i = 9 \rightarrow X_{19} + X_{29} + X_{39} + X_{49} + X_{59} + X_{69} + X_{79} + X_{89} + X_{99} = 1$$

Untuk mengetahui pengoptimalan dengan meminimumkan waktu penyelesaian pekerjaan dengan langkah awal yakni:

1. Menentukan penyelesaian *feasible awal*.

Pada tahapan ini algoritma untuk menyelesaikan *feasible awal* adalah pertama, untuk setiap baris  $a_{ij}$ , tentukan elemen dengan nilai terendah kemudian kurangkan elemen tersebut dengan seluruh elemen pada baris  $a_{ij}$ . Matriks penugasan pada penelitian ini adalah 9x9. Pada tabel 4.5 akan ditunjukkan elemen terendah dari setiap baris.

**Tabel 4.5** Identifikasi Elemen Terendah Untuk Setiap Baris

Ke Dari	55	57	84F	110	121	133	153F	215	233	
56	469	624	198	515	501	687	1361	288	736	$p_1 = 198$
58	534	689	263	580	566	752	1426	353	801	$p_2 = 263$

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>83F</b>	1339	54	1068	1385	1371	117	791	1158	166	$p_3 = 54$
<b>109</b>	324	479	53	370	356	542	1216	143	591	$p_4 = 53$
<b>122</b>	584	739	313	630	616	802	36	403	851	$p_5 = 36$
<b>134</b>	54	209	1223	100	86	272	946	1313	321	$p_6 = 54$
<b>154F</b>	844	999	573	890	876	1062	296	663	1111	$p_7 = 296$
<b>216</b>	699	854	428	745	731	917	151	518	966	$p_8 = 151$
<b>234</b>	124	279	1293	170	156	342	1016	1383	391	$p_9 = 124$

Setelah didapat elemen terendah dari setiap baris, kemudian kurangkan dengan semua elemen pada setiap baris. Sehingga inisialisasi untuk pengurangan elemen ditunjukkan pada tabel 4.6 berikut.

**Tabel 4.6** Inisialisasi Pengurangan Elemen Terendah pada Setiap Baris

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>56</b>	$a_{11} - p_1$	$a_{12} - p_1$	$a_{13} - p_1$	$a_{14} - p_1$	$a_{15} - p_1$	$a_{16} - p_1$	$a_{17} - p_1$	$a_{18} - p_1$	$a_{19} - p_1$	
<b>58</b>	$a_{21} - p_2$	$a_{22} - p_2$	$a_{23} - p_2$	$a_{24} - p_2$	$a_{25} - p_2$	$a_{26} - p_2$	$a_{27} - p_2$	$a_{28} - p_2$	$a_{29} - p_2$	
<b>83F</b>	$a_{31} - p_3$	$a_{32} - p_3$	$a_{33} - p_3$	$a_{34} - p_3$	$a_{35} - p_3$	$a_{36} - p_3$	$a_{37} - p_3$	$a_{38} - p_3$	$a_{39} - p_3$	
<b>109</b>	$a_{41} - p_4$	$a_{42} - p_4$	$a_{43} - p_4$	$a_{44} - p_4$	$a_{45} - p_4$	$a_{46} - p_4$	$a_{47} - p_4$	$a_{48} - p_4$	$a_{49} - p_4$	
<b>122</b>	$a_{51} - p_5$	$a_{52} - p_5$	$a_{53} - p_5$	$a_{54} - p_5$	$a_{55} - p_5$	$a_{56} - p_5$	$a_{57} - p_5$	$a_{58} - p_5$	$a_{59} - p_5$	
<b>134</b>	$a_{61} - p_6$	$a_{62} - p_6$	$a_{63} - p_6$	$a_{64} - p_6$	$a_{65} - p_6$	$a_{66} - p_6$	$a_{67} - p_6$	$a_{68} - p_6$	$a_{69} - p_6$	
<b>154F</b>	$a_{71} - p_7$	$a_{72} - p_7$	$a_{73} - p_7$	$a_{74} - p_7$	$a_{75} - p_7$	$a_{76} - p_7$	$a_{77} - p_7$	$a_{78} - p_7$	$a_{79} - p_7$	
<b>216</b>	$a_{81} - p_8$	$a_{82} - p_8$	$a_{83} - p_8$	$a_{84} - p_8$	$a_{85} - p_8$	$a_{86} - p_8$	$a_{87} - p_8$	$a_{88} - p_8$	$a_{89} - p_8$	
<b>234</b>	$a_{91} - p_9$	$a_{92} - p_9$	$a_{93} - p_9$	$a_{94} - p_9$	$a_{95} - p_9$	$a_{96} - p_9$	$a_{97} - p_9$	$a_{98} - p_9$	$a_{99} - p_9$	

Berdasarkan tabel 4.6, jika disubstitusikan ke dalam elemen yang sudah ditentukan adalah untuk baris pertama dikurangkan dengan 198, baris kedua dikurangkan dengan 263, baris ketiga dikurangkan dengan 54, baris keempat dikurangkan dengan 53, baris kelima dikurangkan dengan 36, baris keenam

dikurangkan dengan 54, baris ketujuh dikurangkan dengan 296, baris kedelapan dikurangkan dengan 151, baris kesembilan dikurangkan dengan 124. Sehingga diperoleh untuk hasil pengurangan elemen pada masing-masing baris pada tabel 4.7 berikut.

**Tabel 4.7** Hasil Pengurangan Baris

<b>Dari</b>	<b>Ke</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>		271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>58</b>		271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>83F</b>		1285	0	1014	1331	1317	63	737	1104	112
<b>109</b>		271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>122</b>		548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>134</b>		0	155	1169	46	32	218	892	1259	267
<b>154F</b>		548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>216</b>		548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>234</b>		0	155	1169	46	32	218	892	1259	267

Berdasarkan tabel 4.7 diperoleh elemen nol pada setiap baris, selanjutnya memastikan bahwa semua baris dan kolom terdapat elemen nol. Terlihat bahwa pada kolom keempat, kelima, keenam, kedelapan dan kesembilan. Maka demikian untuk setiap kolom yang belum memiliki elemen 0 dikurangkan dengan elemen terkecil dari tiap kolom ( $b_{ij}$ ), cara menentukan elemen dengan nilai terendah kemudian kurangkan elemen tersebut dengan seluruh elemen pada kolom  $b_{ij}$ , dalam hal ini kolom yang belum memiliki elemen nol ada kolom. Tabel 4.8 akan ditunjukkan elemen terendah dari setiap baris.

**Tabel 4.8** Identifikasi Elemen Terendah Untuk Setiap Kolom

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>58</b>	271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>83F</b>	1285	0	1014	1331	1317	63	737	1104	112
<b>109</b>	271	426	0	317	303	489	1163	90	538
<b>122</b>	548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>134</b>	0	155	1169	46	32	218	892	1259	267
<b>154F</b>	548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>216</b>	548	703	277	594	580	766	0	367	815
<b>234</b>	0	155	1169	46	32	218	892	1259	267
	$q_1 = 0$	$q_1 = 0$	$q_1 = 0$	$q_1 = 46$	$q_1 = 32$	$q_1 = 63$	$q_1 = 0$	$q_1 = 90$	$q_1 = 112$

Pada tabel 4.8 diperoleh elemen terendah pada setiap kolom. Maka langkah selanjutnya yaitu pengurangan kolom dengan nilai terendah pada kolom. Sehingga inisialisasi untuk langkah ini ditunjukkan pada tabel 4.9.

**Tabel 4.9** Inisialisasi Pengurangan Elemen Terendah pada Setiap Kolom

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	$a_{11} - q_1$	$a_{12} - q_2$	$a_{13} - q_3$	$a_{14} - q_4$	$a_{15} - q_5$	$a_{16} - p_1$	$a_{17} - p_1$	$a_{18} - p_1$	$a_{19} - p_1$
<b>58</b>	$a_{21} - q_1$	$a_{22} - q_2$	$a_{23} - q_3$	$a_{24} - q_4$	$a_{25} - q_5$	$a_{26} - p_2$	$a_{27} - p_2$	$a_{28} - p_2$	$a_{29} - p_2$
<b>83F</b>	$a_{31} - q_1$	$a_{32} - q_2$	$a_{33} - q_3$	$a_{34} - q_4$	$a_{35} - q_5$	$a_{36} - p_3$	$a_{37} - p_3$	$a_{38} - p_3$	$a_{39} - p_3$
<b>109</b>	$a_{41} - q_1$	$a_{42} - q_2$	$a_{43} - q_3$	$a_{44} - q_4$	$a_{45} - q_5$	$a_{46} - p_4$	$a_{47} - p_4$	$a_{48} - p_4$	$a_{49} - p_4$
<b>122</b>	$a_{51} - q_1$	$a_{52} - q_2$	$a_{53} - q_3$	$a_{54} - q_4$	$a_{55} - q_5$	$a_{56} - p_5$	$a_{57} - p_5$	$a_{58} - p_5$	$a_{59} - p_5$
<b>134</b>	$a_{61} - q_1$	$a_{62} - q_2$	$a_{63} - q_3$	$a_{64} - q_4$	$a_{65} - q_5$	$a_{66} - p_6$	$a_{67} - p_6$	$a_{68} - p_6$	$a_{69} - p_6$
<b>154F</b>	$a_{71} - q_1$	$a_{72} - q_2$	$a_{73} - q_3$	$a_{74} - q_4$	$a_{75} - q_5$	$a_{76} - p_7$	$a_{77} - p_7$	$a_{78} - p_7$	$a_{79} - p_7$
<b>216</b>	$a_{81} - q_1$	$a_{82} - q_2$	$a_{83} - q_3$	$a_{84} - q_4$	$a_{85} - q_5$	$a_{86} - p_8$	$a_{87} - p_8$	$a_{88} - p_8$	$a_{89} - p_8$
<b>234</b>	$a_{91} - q_1$	$a_{92} - q_2$	$a_{93} - q_3$	$a_{94} - q_4$	$a_{95} - q_5$	$a_{96} - p_9$	$a_{97} - p_9$	$a_{98} - p_9$	$a_{99} - p_9$

Dari tabel 4.9 maka akan disubstitusikan ke dalam elemen yang sudah diketahui, sehingga pada kolom keempat kurangi 46, untuk kolom kelima dikurangi 32, untuk kolom keenam dikurangi 63, untuk kolom kedelapan dikurangi 90, untuk kolom kesembilan dikurangi 112. Maka untuk kolom lainnya elemennya tetap. Adapun hasil pengurangan ditunjukkan pada tabel 4.10 berikut.

**Tabel 4.10 Hasil Pengurangan Kolom**

<b>Dari</b>	<b>Ke</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>		271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>58</b>		271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>83F</b>		1285	0	1014	1285	1285	0	737	1014	0
<b>109</b>		271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>122</b>		548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>134</b>		0	155	1169	0	0	155	892	1169	155
<b>154F</b>		548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>216</b>		548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>234</b>		0	155	1169	0	0	155	892	1169	155

Berdasarkan tabel 4.10 sudah didapat elemen 0 pada setiap baris dan kolom, sehingga setelah masing-masing baris dan kolom terdapat elemen nol langkah selanjutnya adalah dengan uji optimalisasi.

## 2. Uji optimalisasi

Setiap baris dan kolom pada tabel 4.10 bisa dipastikan mengandung elemen 0. Maka tutup seluruh elemen 0 dalam tabel 4.10 dengan menggambar garis-garis-garis vertikal maupun horizontal yang melalui elemen 0 seminimal mungkin. Tidak ada algoritma untuk menentukan garis yang dibuat sudah paling minimum atau belum, namun penutupan garis dapat dilakukan dengan

membuat garis vertikal atau horizontal yang menutupi elemen 0 sebanyak-banyak. Sehingga langkah awal yang dilakukan adalah menentukan banyaknya elemen 0 pada setiap baris dan kolom, yang ditunjukkan pada tabel 4.11.

**Tabel 4.11** Identifikasi banyaknya elemen 0

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>56</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426	2
<b>58</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426	2
<b>83F</b>	1285	0	1014	1285	1285	0	737	1014	0	3
<b>109</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426	2
<b>122</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703	1
<b>134</b>	0	155	1169	0	0	155	892	1169	155	3
<b>154F</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703	1
<b>216</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703	1
<b>234</b>	0	155	1169	0	0	155	892	1169	155	3
	2	1	3	2	2	1	3	3	1	

Tabel 4.11 ditunjukkan banyaknya elemen 0 untuk tiap baris dan kolom, sehingga langkah selanjutnya adalah menggambarkan garis vertikal atau horizontal dengan elemen 0 terbanyak. Pada tabel 4.12 akan ditunjukkan hasil dari langkah uji optimalisasi.

**Tabel 4.12** Hasil Uji Optimalisasi

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>58</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>83F</b>	<del>1285</del>	<del>0</del>	<del>1014</del>	<del>1285</del>	<del>1285</del>	<del>0</del>	<del>737</del>	<del>1014</del>	<del>0</del>
<b>109</b>	271	426	0	271	271	426	1163	0	426
<b>122</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>134</b>	<del>0</del>	<del>155</del>	<del>1169</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>155</del>	<del>892</del>	<del>1169</del>	<del>155</del>
<b>154F</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>216</b>	548	703	277	548	548	703	0	277	703
<b>234</b>	<del>0</del>	<del>155</del>	<del>1169</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>155</del>	<del>892</del>	<del>1169</del>	<del>155</del>

Berdasarkan tabel 4.12 dapat diketahui bahwa jumlah garis yang menutupi semua elemen nol =  $6 < 9$ , berarti penugasan belum optimal. Langkah selanjutnya adalah melakukan proses eksekusi lanjutan.

### 3. Revisi tabel

Pada langkah ini dilakukan revisi tabel dengan langkah menentukan elemen terendah dari seluruh elemen yang tidak terlewati garis. Pada masalah ini dapat digambarkan matriks pada tabel 4.13 berikut.

**Tabel 4.13** Indeks Matriks 6x6

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{14}$	$b_{15}$	$b_{16}$
<b>58</b>	$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{23}$	$b_{24}$	$b_{25}$	$b_{26}$
<b>109</b>	$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{33}$	$b_{34}$	$b_{35}$	$b_{36}$
<b>122</b>	$b_{41}$	$b_{42}$	$b_{43}$	$b_{44}$	$b_{45}$	$b_{46}$
<b>154F</b>	$b_{51}$	$b_{52}$	$b_{53}$	$b_{54}$	$b_{55}$	$b_{56}$
<b>216</b>	$b_{61}$	$b_{62}$	$b_{63}$	$b_{64}$	$b_{65}$	$b_{66}$

Sehingga jika disubstitusikan pada tabel 4.12, diperoleh matriks pada tabel 4.14 berikut.

**Tabel 4.14** Substitusi Matriks 6x6

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	271	426	271	271	426	426
<b>58</b>	271	426	271	271	426	426
<b>109</b>	271	426	271	271	426	426
<b>122</b>	548	703	548	548	703	703

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>154F</b>	548	703	548	548	703	703
<b>216</b>	548	703	548	548	703	703

Berdasarkan tabel 4.14 maka langkah selanjutnya adalah mencari elemen terkecil dari matriks 6x6. Dalam hal ini elemen terkecilnya adalah 271. Maka perhatikan pada tabel 4.14 kemudian kurangkan setiap elemen yang tidak tertutupi garis dengan 271. Sebaliknya, tambahkan setiap elemen yang berada pada perpotongan 2 garis dengan 271. Yang digambarkan pada tabel 4.15 berikut.

**Tabel 4.15 Hasil Revisi Tabel**

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155
<b>58</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155
<b>83F</b>	1285	0	1285	1285	1285	0	1008	1285	0
<b>109</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155
<b>122</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>134</b>	0	155	1440	0	0	155	1163	1440	155
<b>154F</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>216</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>234</b>	0	155	1440	0	0	155	1163	1440	155

Langkah selanjutnya menentukan banyaknya elemen 0 pada setiap baris dan kolom, yang ditunjukkan pada tabel 4.16 berikut.

**Tabel 4.16** Inisialisasi banyaknya elemen 0

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>56</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155	5
<b>58</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155	5
<b>83F</b>	1285	0	1285	1285	1285	0	1008	1285	0	3
<b>109</b>	0	155	0	0	0	155	1163	0	155	5
<b>122</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432	1
<b>134</b>	0	155	1440	0	0	155	1163	1440	155	3
<b>154F</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432	1
<b>216</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432	1
<b>234</b>	0	155	1440	0	0	155	1163	1440	155	3
	5	1	3	5	5	1	3	3	1	

Tabel 4.16 ditunjukkan banyaknya elemen 0 untuk tiap baris dan kolom, sehingga langkah selanjutnya adalah menggambarkan garis vertikal atau horizontal dengan elemen 0 terbanyak. Pada tabel 4.17 akan ditunjukkan hasil dari langkah uji optimalisasi.

**Tabel 4.17** Revisi Tabel Pertama

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	<del>0</del>	155	0	0	0	155	1163	<del>0</del>	155
<b>58</b>	<del>0</del>	155	0	0	0	155	1163	<del>0</del>	155
<b>83F</b>	<del>1285</del>	0	1285	1285	1285	0	1008	<del>1285</del>	0
<b>109</b>	<del>0</del>	155	0	0	0	155	1163	<del>0</del>	155
<b>122</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>134</b>	<del>0</del>	155	1440	0	0	155	1163	<del>1440</del>	155
<b>154F</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>216</b>	277	432	277	277	277	432	0	277	432
<b>234</b>	<del>0</del>	155	1440	0	0	155	1163	<del>1440</del>	155

Berdasarkan tabel 4.17 diketahui bahwa jumlah garis yang menutupi semua elemen nol =  $7 < 9$ , yang berarti penugasan belum optimal. Sehingga revisi tabel dilakukan kembali. Dalam hal ini dapat digambarkan matriks yang tidak terlewati garis pada tabel 4.18 berikut.

**Tabel 4.18** Indeks Matriks 3x8

<b>Ke</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>123</b>	<b>133</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>Dari</b>								
<b>122</b>	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{14}$	$b_{15}$	$b_{16}$	$b_{17}$	$b_{18}$
<b>154F</b>	$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{23}$	$b_{24}$	$b_{25}$	$b_{26}$	$b_{27}$	$b_{28}$
<b>216</b>	$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{33}$	$b_{34}$	$b_{35}$	$b_{36}$	$b_{37}$	$b_{38}$

Sehingga jika disubstitusikan pada tabel 4.17

**Tabel 4.19** Substitusi Matriks 3x8

<b>Ke</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>123</b>	<b>133</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>Dari</b>								
<b>122</b>	277	432	277	277	277	432	277	432
<b>154F</b>	277	432	277	277	277	432	277	432
<b>216</b>	277	432	277	277	277	432	277	432

Berdasarkan tabel 4.19 di atas maka langkah selanjutnya adalah mencari elemen terkecil dari matriks 3x8. Dalam hal ini elemen terkecilnya adalah 277. Maka perhatikan pada tabel 4.17 kemudian kurangkan setiap elemen yang tidak tertutupi garis dengan 277. Sebaliknya, tambahkan setiap elemen yang berada pada perpotongan 2 garis dengan 277. Yang hasilnya digambarkan pada tabel 4.20 berikut.

**Tabel 4.20** Hasil Revisi Tabel

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>58</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>83F</b>	1285	0	1285	1285	1285	0	1285	1285	0
<b>109</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>122</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>134</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155
<b>154F</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>216</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>234</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155

Langkah selanjutnya menentukan banyaknya elemen 0 pada setiap baris dan kolom, yang ditunjukkan pada tabel 4.21 berikut.

**Tabel 4.21** Inisialisasi Banyaknya Elemen 0

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>56</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155	5
<b>58</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155	5
<b>83F</b>	1285	0	1285	1285	1285	0	1285	1285	0	3
<b>109</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155	5
<b>122</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155	5
<b>134</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155	3
<b>154F</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155	6
<b>216</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155	6
<b>234</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155	3
	8	1	6	8	8	1	3	6	1	

Tabel 4.21 ditunjukkan banyaknya elemen 0 untuk tiap baris dan kolom, sehingga langkah selanjutnya adalah menggambarkan garis vertikal atau

horizontal dengan elemen 0 terbanyak. Pada tabel 4.22 akan ditunjukkan hasil dari langkah uji optimalisasi.

**Tabel 4.22** Revisi Tabel Kedua

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>58</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>83F</b>	1285	0	1285	1285	1285	0	1285	1285	0
<b>109</b>	0	155	0	0	0	155	1440	0	155
<b>122</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>134</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155
<b>154F</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>216</b>	0	155	0	0	0	155	0	0	155
<b>234</b>	0	155	1440	0	0	155	1440	1440	155

Berdasarkan tabel 4.22 dapat diketahui bahwa jumlah garis yang menutupi semua elemen nol =  $7 < 9$ , yang berarti penugasan belum optimal. Sehingga revisi tabel dilakukan kembali. Dalam hal ini dapat digambarkan matriks yang tidak terlewati garis pada tabel 4.23 berikut.

**Tabel 4.23** Indeks Matriks 8x3

<b>Ke</b> <b>Dari</b>	<b>57</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$
<b>58</b>	$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{23}$
<b>109</b>	$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{33}$
<b>122</b>	$b_{41}$	$b_{42}$	$b_{43}$
<b>134</b>	$b_{51}$	$b_{52}$	$b_{53}$
<b>154F</b>	$b_{61}$	$b_{62}$	$b_{63}$
<b>216</b>	$b_{71}$	$b_{72}$	$b_{73}$

<b>Ke</b>	<b>57</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>Dari</b>			
<b>234</b>	$b_{81}$	$b_{82}$	$b_{83}$

Sehingga jika disubstitusikan, maka hasilnya ditunjukkan pada tabel 4.24.

**Tabel 4.24** Substitusi Matriks 8x3

<b>Ke</b>	<b>57</b>	<b>133</b>	<b>233</b>
<b>Dari</b>			
<b>56</b>	155	155	155
<b>58</b>	155	155	155
<b>109</b>	155	155	155
<b>122</b>	155	155	155
<b>134</b>	155	155	155
<b>154F</b>	155	155	155
<b>216</b>	155	155	155
<b>234</b>	155	155	155

Berdasarkan tabel 4.24 di atas maka langkah selanjutnya adalah mencari elemen terkecil dari matriks 8x3. Dalam hal ini elemen terkecilnya adalah 155. Maka perhatikan pada tabel 4.22 kemudian kurangkan setiap elemen yang tidak tertutupi garis dengan 155. Sebaliknya, tambahkan setiap elemen yang berada pada perpotongan 2 garis dengan 155. Yang digambarkan pada tabel 4.25 berikut.

**Tabel 4.25** Hasil Revisi Tabel

<b>Ke</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>Dari</b>									
<b>56</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0

<b>58</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0
<b>83F</b>	1440	0	1440	1440	1440	0	1440	1440	0
<b>109</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0
<b>122</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>134</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0
<b>154F</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>216</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>234</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0

Langkah selanjutnya menentukan banyaknya elemen 0 pada setiap baris dan kolom, yang ditunjukkan pada tabel 4.26 berikut.

**Tabel 4.26** Inisialisasi Banyaknya Elemen 0

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>	
<b>56</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0	8
<b>58</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0	8
<b>83F</b>	1440	0	1440	1440	1440	0	1440	1440	0	3
<b>109</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0	8
<b>122</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
<b>134</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0	6
<b>154F</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
<b>216</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
<b>234</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0	6
	8	9	6	8	8	9	3	6	9	

Tabel 4.26 ditunjukkan banyaknya elemen 0 untuk tiap baris dan kolom, sehingga langkah selanjutnya adalah menggambarkan garis vertikal atau

horizontal dengan elemen 0 terbanyak. Pada tabel 4.27 akan ditunjukkan hasil dari langkah uji optimalisasi.

**Tabel 4.27** Revisi Tabel Ketiga

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>58</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>83F</b>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>1440</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>
<b>109</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>122</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>134</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>
<b>154F</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>216</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>
<b>234</b>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>1440</del>	<del>1440</del>	<del>0</del>

Berdasarkan tabel 4.27 dapat diketahui bahwa jumlah garis yang menutupi semua elemen nol = 9, yang berarti penugasan sudah optimal. Untuk langkah selanjutnya adalah menentukan alokasi penugasannya pada pasangan nomor perjalanan kereta api yang tersedia. Langkah tersebut didapati hasil pada tabel 4.28 berikut.

**Tabel 4.28** Alokasi Penugasan

<b>Ke Dari</b>	<b>55</b>	<b>57</b>	<b>84F</b>	<b>110</b>	<b>121</b>	<b>133</b>	<b>153F</b>	<b>215</b>	<b>233</b>
<b>56</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0
<b>58</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0
<b>83F</b>	1440	0	1440	1440	1440	0	1440	1440	0
<b>109</b>	0	0	0	0	0	0	1440	0	0
<b>122</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>134</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0

<b>154F</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>216</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>234</b>	0	0	1440	0	0	0	1440	1440	0

Maka berdasarkan tabel 4.28 di atas jika di kembalikan ke dalam matriks penugasan di awal ditunjukkan pada tabel 4.29 berikut.

**Tabel 4.29** Matriks Penugasan setelah Menggunakan Metode *Hungarian*

Dari \ Ke	55	57	84F	110	121	133	153F	215	233
<b>56</b>	469	624	198	515	501	687	1361	288	736
<b>58</b>	534	689	263	580	566	752	1426	353	801
<b>83F</b>	1339	54	1068	1385	1371	117	791	1158	166
<b>109</b>	324	479	53	370	356	542	1216	143	591
<b>122</b>	584	739	313	630	616	802	36	403	851
<b>134</b>	54	209	1223	100	86	272	946	1313	321
<b>154F</b>	844	999	573	890	876	1062	296	663	1111
<b>216</b>	699	854	428	745	731	917	151	518	966
<b>234</b>	124	279	1293	170	156	342	1016	1383	391

Berdasarkan Hasil tabel alokasi di atas, maka diketahui hasil total waktu optimal dari pasangan nomor perjalanan setelah dan sebelum menggunakan metode *Hungarian*.

Adapun urutan nomor perjalanan yang baru adalah:

1. KA 134 - KA 84F
2. KA 83F – KA 110
3. KA 109 – KA 121
4. KA 122 – KA 133
5. KA 154F – KA 153F

6. KA 215 – KA 216
7. KA 233 – KA 234
8. KA 55 – KA 56
9. KA 57 – KA 58

**Tabel 4.30** Jadwal Kereta Api Baru

NO		NAMA KERETA API	LINTAS PELAYANAN	JAM	
URUT	KA			BRK	DAT
1	134	KERTANEGARA	PWT-ML	18.40	03.28
2	84F	ARJUNO EKSPRES	ML-SGU	05.25	07.27
3	83F	ARJUNO EKSPRES	SGU-ML	09.35	11.37
4	110	JAYABAYA	ML-SBI	12.30	14.40
5	109	JAYABAYA	SBI-ML	04.04	06.20
6	121	MALABAR	ML-BD	16.50	06.06
7	122	MALABAR	BD-ML	17.20	06.34
8	133	KERTANEGARA	ML-PWT	08.00	16.52
9	154F	MALIOBORO EKSPRES	PWT-ML	07.00	16.14
10	153F	MALIOBORO EKSPRES	ML-PWT	21.10	06.00
11	215	MAJAPAHIT	ML-PSE	18.45	08.37
12	216	MAJAPAHIT	PSE-ML	19.20	10.07
13	233	MATARMAJA	ML-PSE	09.10	00.42
14	234	MATARMAJA	PSE-ML	10.45	02.39
15	55	GAJAYANA	ML-GMR	14.55	03.10
16	56	GAJAYANA	GMR-ML	18.50	07.06
17	57	BRAWIJAYA	ML-GMR	16.00	04.59
18	58	BRAWIJAYA	GMR-ML	15.40	04.31

Dari tabel 4.28 dapat disimpulkan bahwa setiap nomor perjalanan telah mendapatkan penugasan yang optimal. Berdasarkan tabel 4.28 di atas, maka dapat diketahui solusi akhirnya adalah:

$$X_{11} = X_{22} = X_{36} = X_{43} = X_{54} = X_{65} = X_{77} = X_{88} = X_{99}$$

Dengan menyesuaikan variabel hasil keputusan, maka diperoleh total waktu minimum yang dibutuhkan adalah:

$$\begin{aligned} Z &= X_{11} + X_{22} + X_{36} + X_{43} + X_{54} + X_{65} + X_{77} + X_{88} + X_{99} \\ &= 469 + 689 + 117 + 53 + 630 + 86 + 296 + 518 + 391 \\ &= 3249 \text{ menit} \end{aligned}$$

Sehingga, jika dibandingkan pasangan nomor penerbangan baru berdasarkan metode *Hungarian* dengan pasangan nomor perjalanan kereta api sebelum menggunakan metode *Hungarian* dapat mengurangi waktu tunggu selama 1440 menit.

### 4.3 Kajian Agama

Penerapan Metode *Hungarian* untuk menyelesaikan masalah penugasan meminimalkan waktu tunggu kereta api di Stasiun Malang Kotabaru menunjukkan bahwa pengurangan waktu tunggu sebesar 1440 menit. Hal ini memberikan indikasi pengaruh bahwa penyelesaian masalah penugasan melalui metode *Hungarian* memberikan pengaruh terhadap waktu tunggu minimum kereta di stasiun.

Perihal meminimuman waktu merupakan bentuk manajemen waktu, dimana setiap pribadi dapat membagi waktu dengan cara yang paling efisien dan efektif antara semua kewajiban dan tanggungjawab. Sejalan dengan konsep manajemen

waktu, bahwa pada prinsipnya manajemen waktu adalah mengatur, atau memanfaatkan waktu dengan sebaik-baiknya untuk aktivitas dan tujuan yang bermanfaat.

Salah satu cara agar dapat memanfaatkan waktu dengan baik adalah mengatur jadwal atau melakukan penjadwalan. Teori penjadwalan dibahas dalam riset operasi, bahwa penjadwalan merupakan suatu kegiatan perencanaan yang bertujuan untuk menentukan dimana dan kapan setiap operasi sebagian kegiatan secara keseluruhan harus dilakukan, terutama pada sumber daya yang terbatas. Penjadwalan dikatakan baik jika sumber daya dan waktu yang tersedia dimaksimalkan dan digunakan dengan sebaik-baiknya.

Pandangan islam mengenai waktu dari hadist yang diriwayatkan Imam Buhori, Tirmidzi dan Ibnu Majjah dari Ibnu Abbas r.a bahwa “dua nikmat yang banyak manusia tertipu di dalamnya, yakni nikmat sehat dan waktu luang”. Berdasarkan hadits tersebut diketahui bahwa waktu merupakan suatu kenikmatan yang agung yang diberikan Allah SWT kepada makhluk-Nya yang harus dapat dimanfaatkan dengan baik dan optimal.

Islam sangat menghargai waktu karena waktu dianggap sangat berharga. Dalam Al-Quran, Allah bersumpah dengan waktu, seperti yang dijelaskan dalam Surat Al-Asr ayat 1. Dalam surat ini, Allah bersumpah dengan menggunakan "waktu" atau "masa". Hal ini menunjukkan bahwa waktu memiliki nilai yang tinggi, karena Allah tidak mungkin bersumpah dengan sesuatu yang tidak berharga atau tidak penting. Waktu adalah sesuatu yang sangat bernilai dan penting. Seorang penafsir modern, Muhammad Asad, dalam karyanya *The Message of the Qur'an* (halaman 974), menerjemahkan kata al-‘asr yang menjadi nama surah ini sebagai

*"the flight of time"* (berlaluanya waktu), bukan sekadar "waktu" atau "masa". Allah mengingatkan kita bahwa waktu (al-‘asr) yang telah berlalu tidak akan pernah bisa dikembalikan lagi. Istilah al-‘asr merujuk pada waktu yang terukur yang terdiri dari periode-periode, berbeda dengan al-dahr yang juga digunakan dalam Al-Quran yang bermakna waktu yang tak terbatas tanpa awal dan akhir.

Oleh karena itu, sebagai seorang hamba yang beriman sudah sepatutnya dapat memanfaatkan waktu sebagai nikmat yang telah diberikan Allah SWT dengan sebaik-baiknya.

## **BAB V**

### **PENUTUP**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil analisis waktu tunggu antar kereta api menggunakan metode *Hungarian*, diketahui bahwa selisih waktu keberangkatan kereta dengan menerapkan metode *Hungarian* yang sebelumnya berkisar 4689 menit menjadi 3249 menit. Namun metode *Hungarian* tidak dapat mengkonfirmasi waktu tunggu kereta, karena selisihnya yang terlampau besar yakni sebesar 1440 menit sehingga terjadi intolerant. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil penelitian ini tidak dapat diimplementasikan secara nyata.

#### **5.2 Saran**

Berdasarkan kesimpulan di atas, beberapa saran yang perlu dipertimbangkan oleh peneliti selanjutnya adalah bahwa penyelesaian masalah penugasan menggunakan Metode *Hungarian* ini dapat dilakukan menggunakan pendekatan lain seperti menggunakan Metode pinalti.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alim, E. M., dkk. (2022). Konsep Manajemen Waktu dalam Perspektif Pendidikan Islam. *Edukasi Islami: Jurnal Pendidikan Islam*, 11. <https://doi.org/10.30868/ei.v11i01.2203>
- Amah, A. U. T., Pasila, F., & Budiono, I. (2020). *Simulasi Sistem Penjadwalan Kereta: Studi Kasus Daop VIII Jawa Timur*. 3(2).
- Aminudin. (2005). *Prinsip-prinsip riset operasi*. Erlangga. <http://kin.perpusnas.go.id/DisplayData.aspx?pId=32780&pRegionCode=JI UNMAL&pClientId=111>
- Assiddiq dkk., J. P. (2014). *Optimalisasi Pembagian Pekerja Bangunan Menggunakan Metode Hungarian (Studi Kasus Pada CV MHTdi Tanggul)*.
- Baker, K. R. (1974). *Introduction to Sequencing and Scheduling*. Britania Raya: Wiley.
- Bedworth, D. D. (1987). *Integrated Production Control Systems, Management, Analysis, Design*.
- Bethel, L. L. (1945). *Industrial Organization and Management* (First edition). McGraw-Hill. <https://lib.ui.ac.id/detail?id=20121355&lokasi=lokal>
- BKIP. (2012). *Kereta Api Moda Transportasi Andalan Masyarakat*. <https://dephub.go.id/post/read/kereta-api-moda-transportasi-andalan-masyarakat-14311>
- Direktorat Jendral Industri Maritin, Alat Transportasi, dan Alat Perthanan. (2016). *Rencana Strategis*. Kementerian Perindustrian.
- Fattin, E. W., & Djamal, E. C. (2019). *Optimalisasi Jadwal Perjalanan Kereta Api Padalarang – Bandung Menggunakan Algoritma Genetika*.
- Hardono, J., Hidayat, D. F., & Wicaksono, A. G. (2023). Penjadwalan Ulang Penerbangan Pesawat Boeing 737-800NG PT. Lion Mentari Airlines di Bandara Soe-Ta Dengan Metode Hungarian. *Journal Industrial Manufacturing*, 8(1), 51. <https://doi.org/10.31000/jim.v8i1.8084>
- Hidayatullah, M. R., & Bahri, Z. (2018). *Optimasi Penugasan Karyawan Menggunakan Algoritma Hungarian (Studi Kasus: Hollywood Studio)*.
- Imam Nawawi. (1893). *Nashoihul 'Ibad*.

- Indonesia, P. (2007). *Undang-undang No. 23 Tahun 2007 tentang Perkeretaapian*. Sekretariat Negara.
- Johannes, S. (2013). *Riset Operasi: Teknik Pengambilan Keputusan*.
- karim dkk, A. (2023). *Manajemen Transportasi*. Yayasan Cendekia Mulia Mandiri.
- Kemenag. (2019). *Al-Qur'an Al-Karim*. Kemenag.
- Michael dkk., B. R. (2012). *Quantitative Analysis for Management* (eleventh edition). Pearson Prentice Hall.
- Nur Wirun, N. H. (2018). Optimasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian (Studi Kasus: Karyawan Grand Sony Tailor Makassar). 2018, 6. <https://doi.org/10.24252/msa.v6i1.5279>
- Paendong, M., & Prang, J. D. (2011). Optimisasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian. *Jurnal Ilmiah Sains*, 11(1), 109. <https://doi.org/10.35799/jis.11.1.2011.52>
- Ristono, Agus, & Puryani. (2011). *Ekonomi Teknik* (Pertama). Widina Bhakti Persada Bandung.
- Rusdiana, S., Oktavia, R., & Charlie, E. (2019). Application Of Hungarian Method In Optimizing The Scheduling Of Employee Assignment And Profit Of Home Industry Production. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology*, 1(1), 27–37. <https://doi.org/10.32734/jormtt.v1i1.754>
- Sari, V. (2018). *Bahan Ajar Program Linear (Sejarah, Definisi, Metode Grafik)*. Dosen IKIP Siliwangi. <https://dosen.ikipsiliwangi.ac.id/wp-content/uploads/sites/6/2018/04/PROGRAM-LINEAR-1.pptx>
- Siang, J. J. (2014). *Riset operasi dalam pendekatan Algoritmis* (Kedua). Andi.
- Siswanto, author. (2007). *Operations research Jilid I* (Pertama). Erlangga.
- Syarifuddin, D. T. (2011). *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis For Mnagement)* (pertama). CV Citra Malang. [https://eprints.triatmamulya.ac.id/1685/1/Riset%20Operasi%20\(%20PDF Drive%20\).pdf](https://eprints.triatmamulya.ac.id/1685/1/Riset%20Operasi%20(%20PDF%20Drive%20).pdf)
- Taha, H. A. (1996). *Operations Research* (Kedua).
- Wiebke dkk, L. (2021). *Quality in rail timetabling—A detailed review of stakeholders' interests compared with current practices in Germany*. 20.

## LAMPIRAN

**Lampiran 1** Jadwal Perjalanan Kereta Api

NO		NAMA KERETA API	LINTAS PELAYANAN	JAM	
URUT	KA			BRK	DAT
1	55	GAJAYANA	ML-GMR	14:55	3:10
2	56	GAJAYANA	GMR-ML	18:50	7:06
3	57	BRAWIJAYA	ML-GMR	16:00	4:59
4	58	BRAWIJAYA	GMR-ML	15:40	4:31
5	83F	ARJUNO EKSPRES	SGU-ML	9:35	11:37
6	84F	ARJUNO EKSPRES	ML-SGU	5:25	7:27
7	109	JAYABAYA	SBI-ML	4:04	6:20
8	110	JAYABAYA	ML-SBI	12:30	14:40
9	121	MALABAR	ML-BD	16:50	6:06
10	122	MALABAR	BD-ML	17:20	6:34
11	133	KERTANEGARA	ML-PWT	8:00	16:52
12	134	KERTANEGARA	PWT-ML	18:40	3:28
13	153F	MALIOBORO EKSPRES	ML-PWT	21:10	6:00
14	154F	MALIOBORO EKSPRES	PWT-ML	7:00	16:14
15	215	MAJAPAHIT	ML-PSE	18:45	8:37
16	216	MAJAPAHIT	PSE-ML	19:20	10:07
17	233	MATARMAJA	ML-PSE	9:10	0:42
18	234	MATARMAJA	PSE-ML	10:45	2:39

## RIWAYAT HIDUP



Diva Libriyani Syauqi Ningrum atau akrab disapa Diva, yang merupakan penulis dalam skripsi ini. Penulis dilahirkan di Desa Gosari Kecamatan Ujungpangkah Kabupaten Gresik pada tanggal 03 Oktober 2002 dari Bapak Kasmolan dan Ibu Nurul Aliyah serta adik dari Ahmad Nailul Falah. Penulis menempuh pendidikan pertamanya di TK Muslimat NU 035 AL-Hidayah selama 3 tahun dan melanjutkan studinya di MI Al-Hidayah Gosari hingga lulus. Kemudian pada tahun 2017 penulis melanjutkan studinya di MTs. Al-Hidayah Gosari selama 3 tahun dan lulus pada tahun 2020. Selanjutnya penulis melanjutkan jenjang akademiknya di UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil program studi Matematika. Selama masa kuliah di UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, penulis aktif di organisasi dan menjadi anggota divisi keagamaan di Dewan Eksekutif Mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi period 2022-2023, penulis juga aktif mengikuti organisasi eksternal kampus di PK IPNU-IPPNU UIN Maulana Malik Ibrahim Malang sebagai sekretaris masa khidmat 2023-2024. Dengan motivasi yang tinggi dan semangat dari orang terdekat, penulis mampu menyelesaikan pengerjaan skripsi ini. Akhir kata penulis mengucapkan rasa syukur yang sebesar-besarnya atas terselesaikannya skripsi ini.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Diva Libriyani Syauqi Ningrum  
NIM : 200601110104  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Analisis Waktu Transit Antar Kereta Api Menggunakan Metode *Hungarian*  
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si  
Pembimbing II : Juhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	21 Desember 2023	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	23 Desember 2023	Konsultasi Kajian Agama	2.
3.	25 Desember 2023	Konsultasi Revisi Kajian Agama	3.
4.	27 Desember 2023	ACC Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	30 Desember 2023	Konsultasi Revisi Bab III	5.
6.	5 Januari 2024	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	10 Januari 2024	ACC Seminar Proposal	7.
8.	5 Maret 2024	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	8.
9.	30 April 2024	Konsultasi Bab IV	9.
10.	15 Mei 2024	Konsultasi Bab IV dan V	10.
11.	20 Mei 2024	Konsultasi Bab IV dan V	11.
12.	27 Mei 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	12.
13.	31 Mei 2024	ACC Kajian Agama Bab IV	13.
14.	3 Juni 2024	ACC Bab IV dan V	14.
15.	11 Juni 2024	ACC Seminar Hasil	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
16.	21 Juni 2024	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	16.
17.	20 Juli 2024	ACC Matriks Revisi Seminar Hasil	17.
18.	29 Agustus 2024	ACC Sidang Skripsi	18.
19.	10 September 2024	ACC Keseluruhan	19.

Malang, 10 September 2024

Mengetahui,

Kepala Program Studi Matematika



Ely Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005