

**PROSES PENALARAN ALJABAR MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH BERDASARKAN KEMAMPUAN
MATEMATIKA**

TESIS

**OLEH
IMADUDDIN
NIM. 210108210009**



**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2024**



**PROSES PENALARAN ALJABAR MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH BERDASARKAN KEMAMPUAN
MATEMATIKA**

TESIS

**Diajukan Kepada
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Memperoleh Gelar Magister**

**Oleh
Imaduddin
NIM. 210108210009**

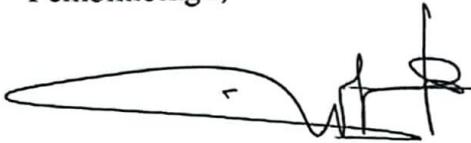


**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2024**

LEMBAR PERSETUJUAN

Tesis dengan judul **“Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika”** oleh **Imaduddin** ini telah diperiksa dan disetujui untuk diajukan ke sidang ujian

Pembimbing I,



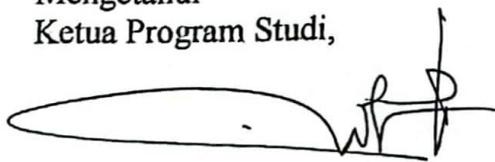
Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Pembimbing II,



Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Mengetahui
Ketua Program Studi,

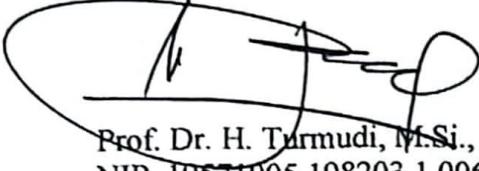


Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

LEMBAR PENGESAHAN

Tesis dengan judul “Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika” oleh Imaduddin ini telah dipertahankan di depan dewan penguji dan dinyatakan lulus pada tanggal 22 Juni 2022.

Dewan Penguji



Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
NIP. 19571005 198203 1 006

Penguji Utama



Dr. Marhayati, M.Pmat
NIP. 19771026 200312 2 003

Ketua



Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Sekretaris



Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Anggota

Mengesahkan,
Dekan Fakultas Umu Tarbiyah dan Keguruan



Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd
NIP. 19650403 199803 1 002

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Imaduddin
NIM : 210108210009
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis ini merupakan karya saya sendiri, bukan plagiasi dari karya yang telah ditulis atau diterbitkan orang lain. Adapun pendapat atau temuan orang lain dalam tesis ini dikutip atau dirujuk sesuai kode etik penulisan karya ilmiah dan dicantumkan dalam daftar rujukan. Apabila di kemudian hari ternyata tesis ini terdapat unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia untuk diproses sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan tanpa adanya paksaan dari pihak manapun.

Malang, 30 September 2024

Hormat saya,



Imaduddin

NIM. 210108210009

LEMBAR MOTO

“adalah KEHANCURAN bagi mereka yang MENYERAH”

LEMBAR PERSEMBAHAN

Tesis ini peneliti persembahkan untuk kedua orang tua yang selalu mendukung peneliti agar terus belajar dan berproses dalam menuntut ilmu. Serta untuk istri dan anak yang selalu sabar, memberi semangat, dan kebersamai peneliti dalam segala situasi dan kondisi.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT, karena berkat limpahan rahmat dan karunia-Nya, peneliti dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika”. Shalawat serta salam semoga senantiasa dilimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing manusia dari kegelapan menuju kehidupan yang terang benderang dengan *dinul Islam*.

Tesis ini sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Magister Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Penelitian tesis ini tidak lepas dari bantuan banyak pihak. Sehingga peneliti menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A selaku rektor UIN Maulana Malik Ibrahim Malang beserta seluruh staf.
2. Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd selaku dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd selaku ketua program studi Magister Pendidikan Matematika sekaligus dosen pembimbing, beserta seluruh dosen program studi Magister Pendidikan Matematika.
4. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si selaku dosen Pembimbing yang selalu sabar, penuh perhatian, dan selalu memberikan waktu, pikiran, dan ilmu untuk membimbing, memotivasi, dan mengarahkan peneliti sehingga dapat menyelesaikan tesis ini.
5. Dr. Imam Sujarwo, M.Pd dan Dr. Marhayati, M.Pmat validator ahli yang telah memberikan masukan guna perbaikan tesis yang peneliti tulis.
6. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D selaku dosen penguji yang memberikan nasehat dan arahan terkait penulisan tesis.
7. Mahasiswa Semester 2 Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang Tahun Akademik 2022/2023 yang menjadi subjek penelitian.

8. Seluruh mahasiswa dan alumni Program Studi Magister Pendidikan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
9. Seluruh mahasiswa Angkatan 7 Program Studi Magister Pendidikan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
10. Semua pihak yang tidak dapat peneliti sebutkan satu persatu.

Semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak utamanya bagi peneliti.

Malang, 30 September 2024

Peneliti

DAFTAR ISI

LEMBAR SAMPUL	
LEMBAR LOGO	
LEMBAR PENGAJUAN	
LEMBAR PERSETUJUAN	
LEMBAR PENGESAHAN	
LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
LEMBAR MOTO	
LEMBAR PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	viv
DAFTAR GAMBAR	xx
ABSTRAK	xxii
ABSTRACT	xxiii
البحث مستخلص	xxiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	8
C. Tujuan Penelitian	8
D. Manfaat Penelitian	9
E. Orisinalitas Penelitian	10
F. Definisi Istilah	12
G. Sistematika Penulisan	12
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	14
A. Kajian Teori	14
1. Penalaran	14
2. Penalaran Aljabar.....	15
3. Kemampuan Matematika.....	20
4. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika	23

B.	Landasan Teoritis dalam Prespektif Islam	24
1.	Penalaran	24
2.	Penyelesaian Masalah	25
C.	Kerangka Konseptual	27
BAB III	METODE PENELITIAN	28
A.	Pendekatan dan Jenis Penelitian	28
B.	Kehadiran Peneliti	28
C.	Lokasi Penelitian	28
D.	Subjek Penelitian	29
E.	Data dan Sumber Data	33
F.	Instrumen Penelitian	33
G.	Teknik Pengumpulan Data	35
H.	Pengecekan Keabsahan Data	37
I.	Analisis Data	38
J.	Prosedur Penelitian	41
BAB IV	PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN	42
A.	Pemilihan Subjek Penelitian	42
B.	Hasil Penelitian	44
C.	Pengkodean Data	46
D.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi	48
E.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi	72
F.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang	98
G.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang	123
H.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah	147
I.	Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah	167

J. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi	189
BAB V PEMBAHASAN	201
A. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Tinggi	201
B. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Sedang	203
C. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Rendah	205
BAB VI PENUTUP	207
A. Simpulan	207
B. Saran	209
DAFTAR RUJUKAN	209
LAMPIRAN	209

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Orisinalitas Penelitian	10
Tabel 2.1 Indikator Penalaran Aljabar	19
Tabel 3.1 Pengkodean untuk Transkrip Data	39
Tabel 3.2 Pengkodean untuk Penyajian Data	39
Tabel 3.3 Pengkodean Tahapan Penalaran Aljabar	41
Tabel 4.1 Subjek Penelitian	44
Tabel 4.2 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola	48
Tabel 4.3 Hasil Wawancara Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola	49
Tabel 4.4 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST1 dalam Mengamati Pola	49
Tabel 4.5 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	54
Tabel 4.6 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	55
Tabel 4.7 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	55
Tabel 4.8 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur	60
Tabel 4.9 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur	60
Tabel 4.10 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur	61
Tabel 4.11 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	64
Tabel 4.12 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	64
Tabel 4.13 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	65

Tabel 4.14 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	68
Tabel 4.15 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan...	68
Tabel 4.16 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	69
Tabel 4.17 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola	73
Tabel 4.18 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola	73
Tabel 4.19 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST2 dalam Mengamati Pola	74
Tabel 4.20 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	79
Tabel 4.21 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	79
Tabel 4.22 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	80
Tabel 4.23 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST2 dalam Membuktikan Konjektur	85
Tabel 4.24 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Membuktikan Konjektur ...	85
Tabel 4.25 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membuktikan Konjektur	86
Tabel 4.26 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	90
Tabel 4.27 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	90
Tabel 4.28 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	91
Tabel 4.29 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	94
Tabel 4.30 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan...	94

Tabel 4.31 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	95
Tabel 4.32 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola	98
Tabel 4.33 Hasil Wawancara Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola	99
Tabel 4.34 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS1 dalam Mengamati Pola	99
Tabel 4.35 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	104
Tabel 4.36 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	105
Tabel 4.37 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	105
Tabel 4.38 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur	110
Tabel 4.39 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur ...	111
Tabel 4.40 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur	111
Tabel 4.41 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	115
Tabel 4.42 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	115
Tabel 4.43 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	116
Tabel 4.44 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	119
Tabel 4.45 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan...	119
Tabel 4.46 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	120
Tabel 4.47 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola	123

Tabel 4.48 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola	124
Tabel 4.49 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS2 dalam Mengamati Pola	124
Tabel 4.50 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	129
Tabel 4.51 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	129
Tabel 4.52 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	130
Tabel 4.53 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS2 dalam Membuktikan Konjektur	135
Tabel 4.54 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Membuktikan Konjektur ...	135
Tabel 4.55 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membuktikan Konjektur	136
Tabel 4.56 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	139
Tabel 4.57 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	139
Tabel 4.58 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	140
Tabel 4.59 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	143
Tabel 4.60 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan...	143
Tabel 4.61 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	144
Tabel 4.62 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola	147
Tabel 4.63 Hasil Wawancara Subjek Rendah Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola	148
Tabel 4.64 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR1 dalam Mengamati Pola	148

Tabel 4.65 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	153
Tabel 4.66 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	154
Tabel 4.67 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	154
Tabel 4.68 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR1 dalam Membuktikan Konjektur	158
Tabel 4.69 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Membuktikan Konjektur ...	159
Tabel 4.70 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR1 dalam Membuktikan Konjektur	159
Tabel 4.71 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	162
Tabel 4.72 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	162
Tabel 4.73 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	163
Tabel 4.74 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan...	164
Tabel 4.75 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	164
Tabel 4.76 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola	167
Tabel 4.77 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola	168
Tabel 4.78 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR2 dalam Mengamati Pola	169
Tabel 4.79 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	174
Tabel 4.80 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	175
Tabel 4.81 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	175

Tabel 4.82 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur	179
Tabel 4.83 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur ...	180
Tabel 4.84 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur	180
Tabel 4.85 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	184
Tabel 4.86 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	184
Tabel 4.87 Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i> Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	185
Tabel 4.88 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan ..	185
Tabel 4.89 Validasi Hasil TPA, <i>Think Aloud</i> , dan Wawancara Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan.....	186

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kerangka Konseptual	27
Gambar 3.1 Pemilihan Subjek	31
Gambar 3.2 Penyusunan Lembar Tes	33
Gambar 3.3 Penyusunan Pedoman Wawancara	34
Gambar 3.4 Pengumpulan Data	37
Gambar 4.1 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Mengamati Pola	53
Gambar 4.2 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	59
Gambar 4.3 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membuktikan Konjektur	63
Gambar 4.4 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	67
Gambar 4.5 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan ...	72
Gambar 4.6 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Mengamati Pola	78
Gambar 4.7 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	84
Gambar 4.8 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membuktikan Konjektur	89
Gambar 4.9 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	93
Gambar 4.10 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan .	97
Gambar 4.11 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Mengamati Pola	103
Gambar 4.12 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	109
Gambar 4.13 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Membuktikan Konjektur ...	114
Gambar 4.14 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	118
Gambar 4.15 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan .	122
Gambar 4.16 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Mengamati Pola	128
Gambar 4.17 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	134
Gambar 4.18 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membuktikan Konjektur ...	138

Gambar 4.19 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	142
Gambar 4.20 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan .	146
Gambar 4.21 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Mengamati Pola	152
Gambar 4.22 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	157
Gambar 4.23 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Membuktikan Konjektur ..	161
Gambar 4.24 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	163
Gambar 4.25 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan .	166
Gambar 4.26 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Mengamati Pola	173
Gambar 4.27 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur	178
Gambar 4.28 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Membuktikan Konjektur ..	183
Gambar 4.29 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis	185
Gambar 4.30 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan .	188
Gambar 4.31 Alur Penalaran Aljabar ST1	192
Gambar 4.32 Alur Penalaran Aljabar SS1	196
Gambar 4.33 Alur Penalaran Aljabar SR1	200

ABSTRAK

Imaduddin, Imaduddin. 2024. *Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika*. Tesis, Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing (I) Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd (II) Dr. Sri Harini, M.Si.

Kata Kunci: Penalaran Aljabar, Kemampuan Matematika, Mahasiswa Matematika.

Penalaran aljabar merupakan proses kognitif dengan cara membangun generalisasi menggunakan simbol matematika untuk menyelesaikan dan menyimpulkan suatu masalah. Penalaran aljabar penting untuk menumbuhkan serta mengembangkan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Proses penalaran aljabar dibangun berdasarkan pengetahuan matematika dasar yang dimiliki mahasiswa. Artinya, dengan kemampuan matematika yang telah dimiliki akan membantu mahasiswa dalam melakukan aktivitas memahami pola dan membuat generalisasi dari permasalahan yang dihadapi. Dengan demikian, penelitian akan mengungkap proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian kualitatif deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis, mendeskripsikan, dan mengetahui proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika. Calon subjek penelitian dipilih menggunakan tes kemampuan matematika (TKM) terhadap 46 mahasiswa matematika semester 2. Subjek yang diperoleh yaitu 6 mahasiswa yang terdiri atas 2 mahasiswa berkemampuan matematika tinggi, 2 mahasiswa berkemampuan sedang, 2 mahasiswa berkemampuan rendah. Data penelitian diperoleh dari tes penalaran aljabar (TPA) yang disertai dengan *think aloud* dan wawancara. Kemudian data tersebut dianalisis berdasarkan tahapan penalaran aljabar.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa: (1) mahasiswa berkemampuan matematika tinggi memenuhi semua tahapan proses penalaran aljabar yaitu mengamati pola, membangun generalisasi dan konjektur, membuktikan konjektur, membangun dan mengevaluasi argumen matematis, dan memvalidasi kesimpulan. (2) mahasiswa berkemampuan matematika sedang memenuhi semua tahapan proses penalaran aljabar yaitu mengamati pola, membangun generalisasi dan konjektur, membuktikan konjektur, membangun dan mengevaluasi argumen matematis, dan memvalidasi kesimpulan. (3) mahasiswa berkemampuan matematika rendah tidak memenuhi semua tahapan proses penalaran aljabar, mahasnya hanya melalui tahapan mengamati pola, membangun generalisasi dan konjektur, membuktikan konjektur, dan memvalidasi kesimpulan.

ABSTRACT

Imaduddin, Imaduddin. 2024. *Student Algebraic Reasoning Process in Solving Problems Based on Mathematical Ability*. Thesis, Mathematics Education Masters Study Program, Faculty of Tarbiyah and Teacher Training, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor (I) Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd (II) Dr. Sri Harini, M.Si.

Keywords: Algebraic Reasoning, Mathematical Ability, Undergraduate Mathematics Student

Algebraic reasoning is a cognitive process by building generalizations using mathematical symbols to solve and conclude a problem. Algebraic reasoning is important for growing and developing students' ability to solve problems. The process of algebraic reasoning is built on the basic mathematical knowledge possessed by students. That is, with the mathematical abilities that have been owned will help students in carrying out activities to understand patterns and make generalizations from the problems they face. Thus, the research will reveal students' algebraic reasoning processes in solving problems based on mathematical abilities.

This study uses a descriptive qualitative research type that aims to analyze, describe, and find out students' algebraic reasoning processes in solving problems based on mathematical abilities. Prospective research subjects were selected using a mathematical ability test (TKM) on 46 semester 2 math students. The subjects obtained were 6 students consisting of 2 students with high mathematical abilities, 2 students with moderate abilities, 2 students with low abilities. The research data were obtained from an algebraic reasoning test (TPA) accompanied by think aloud and interviews. Then the data is analyzed based on the stages of algebraic reasoning.

The results of the study show that: (1) students with high mathematical abilities fulfill all stages of the algebraic reasoning process, namely observing patterns, building generalizations and conjectures, proving conjectures, building and evaluating mathematical arguments, and validating conclusions. (2) students with moderate mathematical abilities fulfill all stages of the algebraic reasoning process, namely observing patterns, building generalizations and conjectures, proving conjectures, constructing and evaluating mathematical arguments, and validating conclusions. (3) students with low mathematical abilities do not fulfill all stages of the algebraic reasoning process, mainly only going through the stages of observing patterns, building generalizations and conjectures, proving conjectures, and validating conclusions.

مستخلص البحث

عماد الدين. ٢٠٢٤ عملية التفكير الجبري للطلاب في حل المشكلات بناءً على القدرة الرياضية.. أطروحة ، برنامج دراسة الماجستير في تعليم الرياضيات ، كلية التربية وتدريب المعلمين ، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف. (١) واهيو هينكي إيراوان، الماجستير (٢) الدكتور. سري هارينى ، الماجستير

الكلمات الرئيسية : التفكير الجبري ، القدرة الرياضية ، طلاب الرياضيات

الاستدلال الجبري هو عملية معرفية عن طريق بناء التعميمات باستخدام الرموز الرياضية لحل المشكلة واستنتاجها. يعتبر التفكير الجبري مهمًا لتنمية وتطوير قدرة الطلاب على حل المشكلات. إن عملية التفكير الجبري مبنية على المعرفة الرياضية الأساسية التي يمتلكها الطلاب. وهذا يعني أن القدرات الرياضية التي تم امتلاكها ستساعد الطلاب في تنفيذ الأنشطة لفهم الأنماط والتعميمات من المشكلات التي يواجهونها. وبالتالي ، سيكشف البحث عن عمليات التفكير الجبرية لدى الطلاب في حل المشكلات بناءً على القدرات الرياضية.

تستخدم هذه الدراسة نوع بحث وصفي نوعي يهدف إلى تحليل ووصف واكتشاف عمليات التفكير الجبرية للطلاب في حل المشكلات بناءً على القدرات الرياضية. تم اختيار موضوعات البحث المستقبلية باستخدام على 46 طالبًا في الفصل الثاني من الرياضيات. المواد التي تم الحصول (TKM) اختبار القدرة الرياضية عليها هي 6 طلاب يتكونون من 2 طلاب لديهم قدرات حسابية عالية ، 2 طلاب بقدرات متوسطة ، 2 مصحوبًا (TPA) طلاب بقدرات منخفضة. تم الحصول على بيانات البحث من اختبار التفكير الجبري بالتفكير بصوت عالٍ والمقابلات. ثم يتم تحليل البيانات بناءً على مراحل التفكير الجبري

تظهر نتائج الدراسة ما يلي: (١) الطلاب ذوو القدرات الرياضية العالية يحققون جميع مراحل عملية التفكير الجبري ، أي ملاحظة الأنماط ، وبناء التعميمات والتخمينات ، وإثبات التخمينات ، وبناء الحجج الرياضية وتقييمها ، والتحقق من صحة الاستنتاجات. (٢) يحقق الطلاب ذوو القدرات الحسابية المعتدلة جميع مراحل عملية التفكير الجبري ، أي ملاحظة الأنماط ، وبناء التعميمات والتخمينات ، وإثبات التخمينات ، وبناء الحجج الرياضية وتقييمها ، والتحقق من صحة الاستنتاجات. (٣) الطلاب ذوو القدرات الرياضية المنخفضة لا يحققون جميع مراحل عملية التفكير الجبري ، بشكل أساسي يمرون فقط بمراحل أنماط الملاحظة ، وبناء التعميمات والتخمينات ، وإثبات التخمينات ، والتحقق من صحة الاستنتاجات

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Aljabar merupakan konsep matematika yang mengkaji struktur abstrak serta penggunaan prinsip struktur abstrak tersebut untuk memecahkan masalah matematika yang dilambangkan dengan simbol (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000). Menurut Paridjo (2018) aljabar menjadi konsep yang sangat penting digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika, karena aljabar mengkaji tentang simbol matematika serta bagaimana cara memanipulasi simbol. Sejalan dengan hal tersebut Hajizah dkk (2020) menegaskan bahwa aljabar dapat digunakan sebagai alat untuk menyelesaikan berbagai masalah, seperti masalah matematika, masalah bidang keilmuan lainnya, serta masalah yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari. Sehingga aljabar sangat penting untuk dikaji karena banyak permasalahan yang dapat diselesaikan menggunakan aljabar.

Permasalahan akan senantiasa dijumpai dalam setiap kehidupan manusia. Hadirnya permasalahan secara tidak langsung akan menuntut manusia untuk memikirkan cara penyelesaian masalah yang sedang dihadapi. Penyelesaian masalah seringkali diartikan sebagai aktivitas untuk mencari solusi dari suatu masalah yang dihadapi dengan menggunakan semua bekal yang dimiliki (Eka, 2019). Sehingga kemampuan penyelesaian masalah menjadi bekal penting untuk menghadapi masalah dalam kehidupan. Selain itu, penyelesaian masalah juga merupakan hal penting untuk diterapkan dalam dunia pendidikan khususnya pada pembelajaran matematika. NCTM (2000) menyatakan bahwa pemecahan masalah menjadi hal dasar serta menjadi tujuan utama dalam pembelajaran matematika.

Penyelesaian masalah matematika merupakan aktivitas kognitif yang dilakukan peserta didik dalam usaha menemukan solusi terhadap masalah yang dihadapi (King, 2019). Harahap dan Surya (2017) memaparkan bahwa melatih peserta didik dalam melakukan penyelesaian masalah pada pembelajaran matematika tidak hanya berfokus pada penyelesaian masalah yang diberikan, tetapi diharapkan melalui kebiasaan melakukan penyelesaian masalah tersebut membuat peserta didik dapat mengaplikasikannya ketika menjumpai berbagai jenis permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, kemampuan penyelesaian masalah matematika penting dikuasai peserta didik.

Masalah matematika yang disajikan dalam pembelajaran matematika memiliki makna tersendiri, tidak semua soal matematika yang diberikan dapat dikatakan sebagai masalah matematika. Menurut Blum dan Niss (1991), masalah matematika merupakan pertanyaan tertentu dimana peserta didik tidak memiliki metode atau prosedur rutin secara langsung yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Sedangkan Bransford dan Stein (1993) mengatakan masalah matematika merupakan tugas non rutin yang tidak ada solusi siap pakai bagi seorang yang akan menyelesaikan masalah. Dengan demikian, dibutuhkan aktivitas mental tinggi bagi peserta didik dalam menyelesaikan masalah matematika.

Masalah matematika tidak hanya disajikan dalam pembelajaran matematika jenjang sekolah, namun masalah matematika juga sering dijumpai dalam pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi. Faktanya, mahasiswa terkadang masih mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah matematika, kesulitan tersebut timbul secara bervariasi. Hashemi dkk (2014) menyebutkan

bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam membuat hubungan logis antara aspek-aspek pada masalah. Selain itu, Siniguan (2017) dan Usman dkk (2021) memaparkan bahwa terdapat mahasiswa Prodi Matematika semester tiga yang belum dapat menerjemahkan masalah dalam model matematika. Beragam kesulitan yang dialami mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika salah satunya dikarenakan rendahnya kemampuan penalaran mahasiswa ketika memecahkan masalah (Rosyidah, 2021). Oleh karena itu, penalaran yang digunakan mahasiswa berperan penting dalam menyelesaikan masalah matematika.

Penalaran dimaknai sebagai aktivitas mental atau kognitif melalui pemikiran logis dan analitis (Subanji, 2011). Keraf (2010) mengartikan penalaran sebagai proses berpikir dengan menghubungkan fakta-fakta yang diketahui menjadi sebuah kesimpulan. Sedangkan menurut King (2012) penalaran merupakan aktivitas mental yang mengubah informasi menjadi sebuah kesimpulan. Dengan demikian, penalaran dapat diartikan sebagai aktivitas mental melalui pemikiran logis dan analitis dengan menghubungkan pengetahuan yang dimiliki untuk membentuk suatu kesimpulan yang valid.

Penalaran menjadi salah satu aspek yang perlu ditanamkan dalam pembelajaran matematika. Seperti yang tercantum dalam Kurikulum Merdeka di Indonesia, salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah melatih cara berpikir dan bernalar peserta didik (Kemendikbud, 2022). Pentingnya penalaran dalam pembelajaran matematika didasarkan pada pembelajaran matematika yang senantiasa menyajikan masalah-masalah yang harus dipecahkan (Wahyuni, 2017). Ruslan dan Santoso (2013) berpendapat bahwa penalaran yang dimiliki peserta

didik dapat membantu mengetahui cara memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, serta menggunakan strategi atau konsep yang tepat untuk mendapatkan solusi dengan cermat. Sehingga proses penalaran sangat mempengaruhi peserta didik dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

Salah satu jenis penalaran dalam pembelajaran matematika yaitu penalaran aljabar. Menurut Kaput dan Blanton (2005), penalaran aljabar merupakan suatu proses berpikir yang dilakukan peserta didik dalam menggeneralisasi ide-ide matematika dari sekumpulan fakta, membangun generalisasi melalui argumen, dan mengungkapkan secara formal sesuai perkembangan usia. Carpenter dan Levi (2000) mendefinisikan penalaran aljabar sebagai kegiatan yang dilakukan seseorang dalam membangun generalisasi dan menggunakan simbol untuk merepresentasikan ide matematika serta menyelesaikan masalah. Dengan demikian, penalaran aljabar merupakan proses kognitif dengan cara membangun generalisasi menggunakan simbol matematika untuk menyelesaikan dan menyimpulkan suatu masalah.

Penalaran aljabar merupakan keterampilan yang diperlukan dalam pembelajaran matematika, karena dapat menumbuhkan serta mengembangkan kemampuan peserta didik dalam penyelesaian masalah (Silma, 2018). Penalaran aljabar menjadi suatu keterampilan yang penting bahkan menjadi aspek utama dalam mempelajari aljabar, dibandingkan dengan keterampilan prosedural yang lebih cenderung bersifat mekanistik (Andriani, 2015). Melalui penalaran aljabar peserta didik dapat menunjukkan aktivitasnya dalam menganalisis, menggeneralisasi, memecahkan masalah, membangun pola yang ditunjukkan dalam bentuk tabel, kata, gambar, diagram, dan ekspresi matematis (*Ontario*

Ministry of Education, 2014). Sehingga penalaran aljabar sangat penting dimiliki peserta didik sebagai bekal untuk menyelesaikan masalah.

Rangkaian dalam penalaran aljabar mahasiswa dilakukan dengan proses penalaran aljabar. Proses penalaran aljabar dapat dilihat melalui indikator kemampuan penalaran aljabar. Ayuningtyas dkk (2019) memaparkan terdapat lima indikator kemampuan penalaran aljabar yang digunakan untuk melihat profil penalaran aljabar yaitu mengamati pola atau keteraturan, merumuskan generalisasi dan konjektur yang berhubungan dengan pola yang diamati, menguji konjektur, membangun dan menilai argumen matematis, dan memvalidasi kesimpulan logis (generalisasi). Kelima indikator tersebut dirumuskan berdasarkan indikator penalaran menurut NCTM yang dilihat melalui aspek penalaran aljabar.

Penelitian terdahulu terkait penalaran aljabar telah dilakukan. Sanit dkk (2019) meneliti profil penalaran aljabaris siswa dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari *adversity quotient*. Istinaro dan Setianingsih (2019) meneliti profil penalaran aljabar siswa yang memiliki kecerdasan linguistik dan logis-matematis dalam memecahkan masalah matematika. Fauziah (2020) meneliti analisis level penalaran aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)* dibedakan dari kecerdasan logis-matematis. Namun, beberapa penelitian terdahulu yang dilakukan meneliti penalaran aljabar pada tingkat siswa atau peserta didik, serta terbatas pada analisis profil dan level penalaran aljabar. Sehingga perlu dilakukan penelitian lebih mendalam terkait proses penalaran aljabar pada tingkat mahasiswa.

Proses penalaran aljabar mahasiswa dapat dimunculkan melalui pemberian masalah aljabar. Adapun salah satu materi aljabar yang dapat dijadikan masalah aljabar yaitu materi Barisan dan Deret Aritmatika. Barisan dan Deret Aritmatika merupakan materi yang diajarkan di jenjang sekolah menengah. Namun, penguasaan materi Barisan dan Deret Aritmatika diperlukan bagi mahasiswa sebelum menempuh matakuliah seperti kalkulus 2 yang didalamnya memuat materi Barisan dan Deret tak hingga. Dengan memberikan masalah Barisan dan Deret aritmatika, dapat mendukung mahasiswa untuk melakukan aktivitas bernalar dalam menemukan pola dan melakukan generalisasi (Abidin, 2019). Sehingga peneliti perlu menggunakan masalah Deret Aritmatika untuk mengetahui proses penalaran aljabar mahasiswa.

Proses penalaran aljabar mahasiswa yang terjadi ketika menyelesaikan masalah tentu beragam, hal tersebut disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya kemampuan matematika mahasiswa. Menurut Windsor (2009) proses penalaran aljabar dibangun berdasarkan pengetahuan matematika dasar yang dimiliki peserta didik. Artinya, dengan kemampuan matematika yang telah dimiliki akan membantu peserta didik dalam melakukan aktivitas memahami pola dan membuat generalisasi dari permasalahan yang dihadapi. Menurut Hasanah dkk (2018) kemampuan matematika pengaruh terhadap penalaran, karena kemampuan matematika yang dimiliki akan memudahkan peserta ketika sedang bernalar. Sehingga kemampuan matematika memungkinkan menjadi hal yang mendasari terjadinya perbedaan proses penalaran aljabar mahasiswa yang terjadi ketika menyelesaikan masalah.

Penelitian terdahulu terkait kemampuan matematika telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Isroil dkk (2017) meneliti profil berpikir kritis siswa Sekolah Menengah Pertama dalam menyelesaikan masalah ditinjau dari kemampuan matematis. Efem (2017) meneliti proses berpikir kritis siswa Sekolah Menengah Atas dalam pengajuan soal matematika berdasarkan tingkat kemampuan matematika. Sedangkan Salido dan Dasari (2018) meneliti kemampuan berpikir reflektif siswa dilihat dari kemampuan matematika siswa Sekolah Menengah Atas. Namun, penelitian terkait proses penalaran aljabar mahasiswa berdasarkan kemampuan matematika masih minim dilakukan. Oleh karena itu, peneliti melakukan percobaan awal untuk melihat proses penalaran aljabar mahasiswa berdasarkan kemampuan matematika.

Penelitian awal dilakukan melalui pemberian tes pada mahasiswa semester satu prodi matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Tes yang diberikan berupa masalah aljabar materi Barisan dan deret aritmatika. Hasil tes menunjukkan bahwa mahasiswa yang memiliki kemampuan lebih tinggi dapat mengidentifikasi masalah dengan menemukan pola, mengidentifikasi hubungan antar pola dan merumuskan pola yang ditemukan, sedangkan mahasiswa dengan kemampuan yang lebih rendah hanya sebatas mengenali pola tanpa mengetahui hubungan antar pola. Sehingga terdapat perbedaan proses penalaran aljabar diantara mahasiswa dengan kemampuan matematika berbeda.

Berdasarkan uraian di atas, penalaran aljabar merupakan salah satu keterampilan yang penting dikuasai mahasiswa, sehingga penalaran aljabar perlu dikaji lebih dalam. Untuk dapat memunculkan atau melihat proses penalaran aljabar mahasiswa, peneliti menggunakan tes penyelesaian masalah Barisan dan

deret aritmatika, karena masalah Bariasan dan deret aritmatika dapat mendukung mahasiswa dalam menemukan pola dan melakukan generalisasi, sehingga dapat dijadikan acuan untuk menganalisis proses penalaran aljabar mahasiswa. Lebih lanjut, subjek dalam penelitian ini dikategorikan berdasarkan kemampuan matematika, karena kemampuan matematika memungkinkan berpengaruh terhadap proses penalaran aljabar yang dilakukan mahasiswa. Oleh karena itu, peneliti melakukan penelitian dengan judul “Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang ada, rumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah?
2. Bagaimana proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah?
3. Bagaimana proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah dalam menyelesaikan masalah?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian ini sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah.
2. Mendeskripsikan proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah.

3. Mendeskripsikan proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah dalam menyelesaikan masalah.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat secara teoritis maupun praktis.

Kedua manfaat tersebut dijelaskan sebagai berikut:

1. Manfaat teoritis

Hasil penelitian ini dapat memberikan kebaruan informasi, pengetahuan dan saran secara teoritis mengenai proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

2. Manfaat praktis

- a. Bagi peneliti

Hasil penelitian ini memberikan pemahaman lebih dalam mengenai proses penalaran aljabar mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah dalam menyelesaikan masalah Barisan dan Deret Aritmatika.

- b. Bagi dosen

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi bagi dosen mengenai proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika, sehingga dosen dapat mendesain model pembelajaran yang sesuai dengan kemampuan matematika yang dimiliki mahasiswa.

E. Orisinalitas Penelitian

Peneliti melakukan kajian literatur terhadap penelitian-penelitian terdahulu sebagai rujukan untuk menentukan orisinalitas penelitian dan memperjelas kedudukan topik permasalahan yang akan diteliti. Adapun persamaan, perbedaan, dan orisinalitas penelitian disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 1.1 Orisinalitas Penelitian

No	Nama Peneliti	Judul, Bentuk, dan Tahun Terbit	Persamaan	Perbedaan	Orisinalitas
1	2	3	4	5	6
1	Rosyidah et al	“Analisis Kemampuan Penalaran dan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Aljabar Dasar”, Artikel, 2021	Penelitian ini meneliti tentang penalaran mahasiswa	Penelitian ini dilakukan di Universitas NU Lampung. Penelitian ini menganalisis kemampuan penalaran dan pemahaman konsep pada materi aljabar	Penelitian ini berfokus pada proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan asal sekolah
2	Ulifah Istinaro	“Profil Penalaran Aljabar siswa SMA yang Memiliki Kecerdasan Linguistik dan Logis-Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika”, Artikel, 2019	Penelitian ini meneliti profil penalaran aljabar	Penelitian ini berfokus mendeskripsikan profil penalaran aljabar siswa SMA	

Lanjutan Tabel 1.1

1	2	3	4	5	6
3	Sanit et al	“Profil Penalaran Aljabaris Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient”, Artikel, 2019	Penelitian ini meneliti penalaran aljabar	Penelitian ini berfokus pada siswa berdasarkan <i>Adversity Quotient</i>	Penelitian ini berfokus pada proses penalaran aljabar
4					
5	N T Rosita	“Analysis of Algebraic Reasoning Ability of Cognitif Style Perspectives on Field Dependent Field Independent and Gender”, Artikel, 2018	Penelitian ini meneliti kemampuan penalaran aljabar	Penelitian ini berfokus pada berdasarkan gaya kognitif dan gender menggunakan takstonomi SOLO	mahasiswa pada pemecahan masalah matematika berdasarkan asal sekolah
6	Fitriana dan Dahlan	“Means End Analysis (MEA) Learning Model in Developing Algebraic Reasoning Ability: a Literature Study”, Artikel, 2022	Penelitian ini meneliti penalaran aljabar siswa	Penelitian ini berfokus model pembelajaran (MEA) untuk mengembangkan kemampuan penalaran aljabar	

F. Definisi Istilah

Definisi istilah disusun sebagai upaya untuk menghindari kesalahpahaman dalam memahami konsep judul dalam penelitian, adapun definisi istilah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penalaran

Penalaran merupakan proses pemikiran logis dan analitis dengan menghubungkan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya untuk membentuk suatu kesimpulan yang valid.

2. Penalaran aljabar

Penalaran aljabar merupakan proses kognitif dengan cara membangun generalisasi dan menggunakan simbol untuk merepresentasikan ide matematika serta menyelesaikan suatu masalah.

3. Proses penalaran aljabar

Proses penalaran aljabar merupakan rangkaian kegiatan mengamati pola, membangun generalisasi dan konjektur, membuktikan konjektur, membangun argumen matematis, dan memvalidasi kesimpulan logis.

4. Kemampuan Matematika

Kemampuan matematika merupakan kemampuan yang dimiliki individu dalam memahami dan memecahkan masalah matematika

G. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan memuat ide-ide pokok pembahasan dalam setiap bab. Adapun sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- BAB I : Pendahuluan yang memuat latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, orisinalitas penelitian, definisi istilah dan sistematika penulisan. Bab I diuraikan untuk memaparkan gambaran umum penelitian.
- BAB II : Tinjauan Pustaka memuan kajian teori mengenai penalaran, proses penalaran aljabar, dan asal sekolah. Selain itu, disajikan teori dalam prespektif islam serta kerangka konseptual.
- BAB III : Metode penelitian yang memuat pendekatan dan jenis penelitian, lokasi penelitian, subjek penelitian, data dan sumber data, instrument penelitian, teknik pengumpulan data, analisis data, dan prosedur penelitian.
- BAB IV : Paparan data yang memuat paparan, validasi, dan analisa data penalaran aljabar mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Serta, hasil penelitian yang memuat proses penalaran aljabar mahasiswa berkemampuan matematika tinggi, sedang, rendah.
- BAB V : Pembahasan yang memuat analisa hasil temuan penalaran aljabar mahasiswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah.
- BAB VI : Penutup yang memuat kesimpulan proses penalaran aljabar mahasiswa berkemampuan matematika tinggi, sedang, rendah. Serta, saran untuk penelitian penelitian selanjutnya terkait penalaran aljabar.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

Analisis data penelitian didasarkan pada kajian teoritis. Kajian teoritis yang diterapkan dalam penelitian ini akan disajikan sebagai berikut:

1. Penalaran

Nalar (*reason*) dalam kamus psikologi dimaknai sebagai totalitas proses intelektual yang terlibat dalam berpikir dan upaya memecahkan masalah. Sedangkan penalaran diartikan sebagai cara untuk mengembangkan atau mengendalikan segala sesuatu menggunakan nalar atau akal, bukan dengan perasaan (Lailiyah dkk, 2015). Sehingga proses penalaran memungkinkan seseorang untuk berpikir secara logis. Proses berpikir dengan menggunakan logika akan menghasilkan kesimpulan yang memiliki dasar kebenaran (Yasin dkk, 2018).

Subanji (2011) memaparkan bahwa penalaran merupakan suatu aktivitas mental atau kognitif melalui pemikiran logis dan analitis. Keraf (2010) mendefinisikan penalaran sebagai proses berpikir yang menghubungkan fakta-fakta yang diketahui menjadi sebuah kesimpulan. King (2012) memaknai penalaran sebagai aktivitas mental yang mengubah informasi menjadi sebuah kesimpulan. Kesimpulan yang terbentuk dalam proses penalaran berdasarkan pengetahuan sebelumnya (Conner dkk, 2014). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa penalaran merupakan proses pemikiran logis dan analitis dengan menghubungkan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya untuk membentuk suatu kesimpulan yang valid.

Penalaran menjadi salah satu aspek yang perlu ditanamkan dalam pembelajaran matematika. Seperti yang tercantum dalam Kurikulum Merdeka di Indonesia, salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah melatih cara berpikir dan bernalar peserta didik (Kemendikbud, 2022). Penalaran penting dalam pembelajaran matematika karena dapat membantu peserta didik membangun dan mengembangkan kemampuan akademiknya (John dan Mst, 2016). Lebih lanjut, menurut Kusmaryono (2018) dalam aktivitas penalaran muncul pengamatan empiris sehingga menghasilkan beberapa konsep dan pemahaman.

Pentingnya penalaran dalam pembelajaran matematika juga didasarkan pada pembelajaran matematika yang senantiasa menyajikan masalah-masalah yang harus dipecahkan (Wahyuni, 2017). Menurut NCTM (2000) penalaran menjadi alat utama yang digunakan secara kontinu untuk memahami dan menyelesaikan masalah matematika. Hal tersebut dikarenakan dalam proses penalaran, individu berusaha untuk mengaitkan fakta, konsep, mencari pola, membuat generalisasi dan membuat serta membuktikan konjektur. Sejalan dengan hal tersebut, Ruslan dan Santoso (2013) berpendapat bahwa penalaran yang dimiliki peserta didik dapat membantu mengetahui cara memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, serta menggunakan strategi atau konsep yang tepat untuk mendapatkan solusi dengan cermat.

2. Penalaran Aljabar

Kaput (2017) memaparkan terdapat dua inti aljabar: a) aljabar sebagai simbolisasi secara sistematis yang melambangkan generalisasi keteraturan dan batasan, b) aljabar sebagai penalaran yang diatur secara sintaksis dan kegiatan mengekspresikan generalisasi dalam sistem simbol konvensional. Berdasarkan

dua inti aljabar tersebut dapat mewujudkan tiga unsur kajian aljabar yaitu: a) aljabar sebagai keilmuan tentang *general aritmetics*, b) aljabar sebagai keilmuan tentang fungsi, relasi, dan variasi, dan c) aljabar sebagai bahasa pemodelan baik dalam matematika maupun selain matematika.

Penalaran aljabar menurut Kaput & Blanton (2005) merupakan suatu proses berpikir yang dilakukan peserta didik dalam menggeneralisasi ide-ide matematika dari sekumpulan fakta, membangun generalisasi melalui argumen, dan mengungkapkan secara formal sesuai perkembangan usia. Carpenter dan Levi (2000) mendefinisikan penalaran aljabar sebagai kegiatan yang dilakukan seseorang dalam membangun generalisasi dan menggunakan simbol untuk merepresentasikan ide matematika serta menyelesaikan masalah. Dengan demikian, penalaran aljabar merupakan proses kognitif dengan cara membangun generalisasi menggunakan simbol matematika untuk menyelesaikan dan menyimpulkan suatu masalah.

NCTM (2000) menyatakan terdapat empat hal yang berhubungan dengan aljabar, yaitu : a) memahami pola, hubungan dan fungsi, b) merepresentasikan serta menganalisis situasi dan struktur matematika dengan menggunakan simbol aljabar, c) menggunakan model matematika untuk merepresentasikan dan memahami hubungan kuantitatif, dan d) menganalisis perubahan dalam berbagai konteks. Twohill (2013) memaparkan bahwa penalaran aljabar berkaitan dengan kemampuan anak untuk berpikir logis mengenai kuantitas (baik yang diketahui maupun tidak diketahui) dan hubungan antar kuantitas tersebut.

Blanton dkk (2018) mendeskripsikan empat hal penting dalam penalaran aljabar yaitu a) *Generalization*, merupakan proses mental seseorang untuk menarik kesimpulan dari beberapa contoh menjadi satu bentuk yang menyatu. b) *Representing generalization*, merupakan kegiatan yang dapat membangun pemahaman terhadap suatu sifat umum c) *Justify generalization*, merupakan kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam mengembangkan argumentasi matematis untuk memastikan kebenaran generalisasi yang dibangun. d) *Reasoning with generalization*, merupakan kegiatan lanjutan yang dilakukan peserta didik berdasarkan generalisasi yang dianggap sebagai objek penalaran dalam skenario permasalahan baru.

Penalaran aljabar merupakan keterampilan yang penting dan perlu dikembangkan. Menurut Ayuningtyas (2019) kemampuan penalaran aljabar penting dan perlu dikembangkan karena aljabar merupakan materi yang fundamental dalam pembelajaran matematika. Selain itu, penalaran aljabar penting karena dapat mendorong pemahaman matematis peserta didik diluar hasil perhitungan khusus dan rumus perhitungan prosedural. Melalui penalaran aljabar peserta didik dapat menunjukkan aktivitasnya dalam menganalisis, menggeneralisasi, memecahkan masalah, membangun pola yang ditunjukkan dalam bentuk tabel, kata, gambar, diagram, dan ekspresi matematis (*Ontario Ministry of Education*, 2014). Hal senada juga disampaikan Andriani (2015) bahwa penalaran aljabar menjadi suatu keterampilan yang penting, bahkan menjadi aspek utama dalam mempelajari aljabar dibandingkan dengan keterampilan prosedural yang lebih cenderung bersifat mekanistik.

Ayunigtyas (2019) memaparkan terdapat beberapa indikator kemampuan penalaran aljabar yaitu 1) mengamati pola, 2) membangun generalisasi dan konjektur terkait pola yang diamati, 3) membuktikan konjektur, 4) membangun dan mengevaluasi argumen matematis, 5) memvalidasi kesimpulan logis terkait beberapa ide dan keterkaitannya. Beberapa indikator tersebut akan dijelaskan sebagai berikut:

1. Mengamati pola

Kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam menggali informasi untuk menentukan jenis pola dari permasalahan.

2. Membangun generalisasi dan konjektur

Kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam menentukan rumus atau persamaan umum dari pola yang diamati.

3. Membuktikan konjektur

Kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam menjalankan atau menggunakan rumus yang telah ditentukan untuk menyelesaikan masalah.

4. Membangun argumen matematis

Kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam memberikan argumen atau alasan serta analisis terhadap penyelesaian masalah.

5. Memvalidasi kesimpulan logis (generalisasi)

Kegiatan yang dilakukan peserta didik dalam menentukan kesimpulan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan.

Berdasarkan penjelasan di atas, peneliti menggunakan indikator penalaran aljabar pada Tabel 2.1:

Tabel 2.1 Indikator Penalaran Aljabar

No	Tahapan	Indikator
1	Mengamati pola	Mahasiswa mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan Mahasiswa merepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan Mahasiswa menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola
2	Membangun generalisasi dan konjektur terkait pola yang diamati	Mahasiswa melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola Mahasiswa melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola Mahasiswa menentukan persamaan umum berdasarkan unsur-unsur penyusun pola
3	Membuktikan konjektur	Mahasiswa melakukan operasi terhadap persamaan umum yang ditentukan Mahasiswa menentukan hasil penyelesaian masalah
4	Membangun dan mengevaluasi argumen matematis	Mahasiswa merepresentasikan hasil penyelesaian masalah Mahasiswa menganalisis hasil penyelesaian masalah
5	Memvalidasi kesimpulan logis (generalisasi)	Mahasiswa menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan Mahasiswa menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan

3. Kemampuan Matematika

NCTM (2000) mendefinisikan kemampuan matematika sebagai kemampuan untuk menghadapi berbagai permasalahan matematika ataupun kehidupan nyata. Sedangkan menurut Karsenty (2004), secara umum kemampuan matematika dapat didefinisikan dari segi kognitif maupun segi pragmatis. Dari segi kognitif kemampuan matematika didefinisikan sebagai kemampuan untuk memperoleh, memproses, dan menyimpan informasi matematika atau sebagai kapasitas untuk belajar dan menguasai ide dan keterampilan matematika. Adapun dari segi pragmatis kemampuan matematika didefinisikan sebagai kemampuan untuk melakukan tugas matematika dan kemampuan yang secara efektif digunakan untuk memecahkan masalah matematika yang diberikan. Dengan demikian, kemampuan matematika merupakan kemampuan yang dimiliki individu dalam memahami dan memecahkan masalah matematika.

Menurut Krutetskii (1976) kemampuan matematika terdiri dari beberapa kemampuan yaitu kemampuan menggunakan bahasa formal dan mengoprasikan dalam struktur koneksi formal, kemampuan generalisasi, kemampuan berpikir secara logika, kemampuan pemecahan masalah dengan cara cepat, kemampuan mengubah arah berpikir, kemampuan bergerak secara fleksibel diantara proses mental, dan kemampuan mengingat kembali generalisasi yang diperoleh sebelumnya. Sedangkan menurut NCTM (2000) Kemampuan matematika terdiri dari penalaran matematis, komunikasi matematis, pemecahan masalah matematis, pemahaman konsep, pemahaman matematis, berpikir kreatif dan berpikir kritis.

Menurut Wulandari (2015) kemampuan matematika merupakan kemampuan seseorang dalam menggunakan potensi serta pengetahuannya untuk memecahkan soal matematika. Pada umumnya, kemampuan matematika merupakan kemampuan yang telah dimiliki seseorang dalam pembelajaran matematika. Kemampuan matematika berkaitan erat dengan kreatifitas siswa dalam memecahkan masalah matematika. Selain itu, kemampuan matematika berfungsi untuk proses pemecahan masalah matematika. Oleh sebab itu, kemampuan matematika yang tinggi akan berpengaruh terhadap kesuksesan pemecahan masalah matematika (Budiarti dan Lestariningsih, 2018).

Isroil dkk (2017) memaparkan bahwa terdapat perbedaan antara kemampuan berpikir kritis antara siswa yang berkemampuan tinggi, rendah, dan sedang. Sejalan dengan hal tersebut, Salido dan Dasari (2018) menjelaskan bahwa perbedaan kemampuan matematika juga berpengaruh terhadap kemampuan berpikir reflektif siswa. Dengan demikian, kemampuan matematika dapat dijadikan sebagai tolak ukur perbedaan daya berpikir ataupun bernalar seorang individu.

Menurut Kattou dan Kontoyianni (2013) untuk mengukur kemampuan matematika peserta didik yaitu dengan memberikan tes yang terdiri dari 29 butir soal matematika. Adapun kemampuan yang diukur meliputi kemampuan kuantitatif, kemampuan *casual* atau sederhana, kemampuan spasial, kemampuan kualitatif, dan kemampuan induktif/deduktif. Dari hasil pemberian tes tersebut kemudian dikelompokkan berdasarkan nilai yang didapat ke dalam beberapa kategori yaitu kemampuan matematika tinggi, kemampuan matematika sedang, dan kemampuan matematika rendah.

Terdapat indikator-indikator siswa kemampuan matematika tinggi yang dirumuskan oleh Brorovik dan Gardiner (2006) antarlain: (1) mengidentifikasi unsur-unsur informasi pada soal dengan pasti, (2) menemukan unsur-unsur informasi yang tidak diketahui pada soal dengan cepat, (3) memanfaatkan analogi dan menghubungkannya, (4) mengingat materi matematika dengan cepat, (5) menemukan cara praktis dalam menyelesaikan soal, (6) kemampuan numerik dengan baik, (7) membuat generalisasi dengan cepat, (8) menemukan solusi alternatif, (8) konsentrasi pada matematika untuk waktu yang lama. Selain itu, menurut Widarti (2013), siswa berkemampuan matematika tinggi dapat mengaitkan masalah kontekstual dengan konsep matematika, dan dapat memperluas ide-ide matematikanya dengan baik.

Adapun siswa dengan kemampuan matematika sedang telah dijelaskan Sanjaya dkk (2018) dan Baiduri (2014) dalam penelitiannya memiliki kemampuan dalam memahami masalah dengan membangun hubungan unsur-unsur informasi pada soal. Siswa dengan kemampuan matematika sedang dalam menjelaskan setiap tahap strategi penyelesaian secara tidak lengkap dan tidak dapat sepenuhnya memahami kapan dan bagaimana menerapkan konsep matematika yang telah dipelajari sebelumnya ketika menyelesaikan masalah. Menurut Widarti(2013), siswa dengan kemampuan matematika sedang dapat mengaitkan masalah kontekstual dengan konsep matematika, tetapi tidak dapat memperluas ide-ide matematikanya dengan baik.

Sedangkan karakteristik dari kemampuan matematika rendah telah dijelaskan Karsenty dkk (2007) dan Vilkomir O'Donoghue (2009) yaitu kesulitan dalam membangun hubungan antara unsur-unsur informasi pada soal. Ketidak

ungkinan dalam generalisasi, menghindari penggunaan notasi simbolik, periode konsentrasi yang pendek, dan memori jangka pendek dalam prosedur matematika. Menurut Apriliawan (2013) siswa dengan kemampuan matematika rendah cenderung sering melakukan kesalahan, adapun kesalahan yang dilakukan antarlain yaitu tidak dapat menentukan rumus yang sesuai.

Materi tes kemampuan matematika yang dapat digunakan untuk mengukur kemampuan matematika mahasiswa mencakup semua komponen matematika yang telah diajarkan di sekolah menengah atas diantaranya, aljabar, kalkulus, trigonometri, geometri, statistika, dan peluang. Kemampuan matematika dasar merupakan modal atau dasar bagi mahasiswa bahkan menjadi prasyarat untuk mengikuti matakuliah selanjutnya (Sabirin dkk, 2015). Selain itu, dengan kemampuan dasar matematika menuntut mahasiswa dalam memahami konsep matematika.

4. Proses Penalaran Aljabar dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

Penalaran aljabar dapat dikembangkan dengan melibatkan peserta didik dalam pemecahkan masalah yang mengacu pada pengetahuan dan keterampilan peserta didik dalam pengamatan pola dan generalisasi (Blanton, 2007; Smith, 2008; Stephens, 2017). Dengan pemberian masalah secara tidak langsung akan menuntut siswa untuk mengamati masalah yang diberikan dan menghubungkan terhadap konteks matematika sesuai dengan pemahaman dan keterampilan yang dimiliki (Otten dkk, 2020). Oleh karena itu, pemberian masalah Barisan dan deret aritmatika memungkinkan dapat memunculkan proses penalaran aljabar.

Proses penalaran aljabar yang dilakukan mahasiswa meliputi aktivitas mengamati pola, membangun generalisasi dan konjektur, membuktikan generalisasi, membangun argumen matematis, dan memvalidasi kesimpulan logis untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Menurut Windsor (2009) proses penalaran aljabar dibangun berdasarkan pengetahuan matematika dasar yang dimiliki peserta didik. Artinya, dengan kemampuan dasar matematika yang telah dimiliki akan membantu mahasiswa dalam melakukan aktivitas memahami pola dan membuat generalisasi dari permasalahan yang dihadapi.

Sejalan dengan hal tersebut, Hasanah (2018) memaparkan bahwa kemampuan matematika pengaruh terhadap penalaran, karena kemampuan matematika yang dimiliki akan memudahkan peserta ketika bernalar (Hasanah, 2018). Sedangkan menurut NCTM (2000) kemampuan matematika tidak hanya memuat kemampuan pemecahan masalah saja, tetapi juga melibatkan penalaran didalamnya. Sehingga kemampuan matematika dan penalaran merupakan dua hal yang saling berkaitan. Oleh karena itu, tingkat kemampuan matematika yang dimiliki mahasiswa akan mempengaruhi terjadinya perbedaan proses penalaran aljabar.

B. Landasan Teoritis dalam Prespektif Islam

1. Penalaran

Islam merupakan agama yang menekankan pentingnya bernalar. Hal tersebut dapat terlihat dalam ayat Al-Qur'an yang telah banyak menyebutkan kata "*ta'qiluun*". Ayat-ayat tersebut merupakan perintah dari Allah SWT kepada manusia agar senantiasa menggunakan akal untuk bernalar dalam setiap perbuatan

yang dilakukan. Berikut merupakan salah satu Firman Allah dalam Al-Qur'an yang memerintahkan manusia untuk bernalar:

﴿ أَتَأْمُرُونَ النَّاسَ بِالْبِرِّ وَتَنْسَوْنَ أَنْفُسَكُمْ وَأَنْتُمْ تَتْلُونَ الْكِتَابَ ۗ أَفَلَا تَعْقِلُونَ ﴾

“Mengapa kamu menyuruh orang lain untuk (mengerjakan) kebajikan, sedangkan kamu melupakan dirimu sendiri, padahal kamu membaca suci (Taurat)? Tidakkah kamu mengerti?” (Q.S. Al-Baqarah: 44)

Berdasarkan ayat di atas, pada bagian akhir ayat Allah SWT mengecam perbuatan buruk yang dilakukan para ahli kitab yaitu memerintahkan manusia untuk berbuat kebaikan tetapi mereka sendiri tidak melakukannya. Menurut tafsir Ibnu Katsir, potongan ayat *“afalaa ta'qiluun”* dimaknai sebagai *“tidakkah kalian berakal, lalu memikirkan apa yang kalian lakukan”*. Menurut tafsir Imam Al-Baidhawi kata *“al-aqlu”* secara bahasa berarti *“menahan”*, karena daya nalar manusia dapat menahannya dari perbuatan buruk. Pada hakikatnya, manusia dikaruniai akal sebagai alat untuk bernalar, alat untuk menelaah, serta memilah antara kebenaran dan kesalahan (Reynaldi, 2019). Dengan demikian, penggunaan akal untuk bernalar sangat penting bagi manusia dalam melakukan segala hal di kehidupan.

2. Penyelesaian Masalah

Permasalahan akan senantiasa dijumpai dalam kehidupan manusia. Namun, Al-Qur'an telah menjelaskan kesulitan atau masalah diciptakan bersama dengan solusi.. Dalam surah Al-Insyirah ayat 6 dan 7 Allah SWT berfirman:

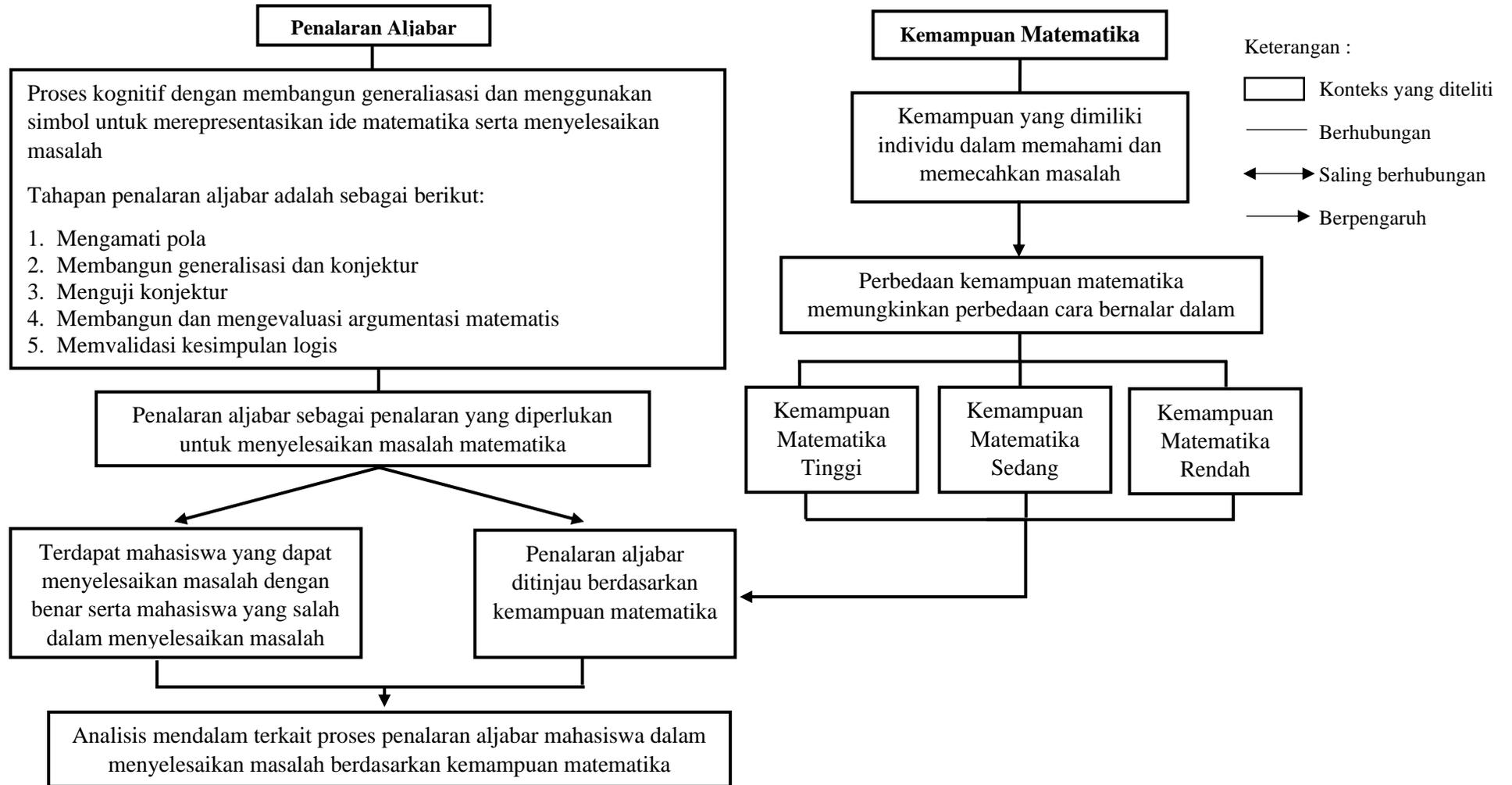
إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ۖ فَإِذَا فَرَغْتَ فَانصَبْ

“6. Sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan. 7. Apabila engkau telah selesai (dengan suatu kebajikan), teruslah bekerja keras (untuk kebajikan yang lain)” (Q.S. Al-Insyirah: 6-7)

Berdasarkan tafsir Ibnu Katsir, ayat ke 6 menjelaskan Allah SWT memberitahukan bahwa bersama kesulitan terdapat kemudahan. Artinya, suatu masalah (kesulitan) dan solusi hadir secara bersamaan. Sehingga tugas manusia adalah mencari solusi atau penyelesaian dari permasalahan yang dihadapi. Selanjutnya, Siregar (2017) mengatikan ayat ke 7 bahwa apabila akar masalah telah ditemukan dan keputusan telah ditetapkan, maka segeralah untuk melakukan atau mengaplikasikan keputusan solusi yang didapatkan tersebut. Dengan demikian, Islam telah mengajarkan manusia untuk melakukan kegiatan penyelesaian masalah.

C. Kerangka Konseptual

Kerangka konseptual dalam penelitian ini mencakup proses penalaran aljabar, penyelesaian masalah, serta kemampuan matematis. Adapun kerangka konseptual dapat disajikan dalam bentuk bagan sebagai berikut:



Gambar 2. 1 Kerangka Konseptual Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Pendekatan dan Jenis Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pendekatan kualitatif, karena data yang peneliti kumpulkan merupakan data kualitatif yang didapatkan melalui tes, *think aloud*, serta wawancara untuk mendapatkan penjelasan terkait proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan asal sekolah. Adapun jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini merupakan penelitian deskriptif, karena penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan data yang dihasilkan dari tes, *think aloud*, dan wawancara untuk mengetahui proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

B. Lokasi Penelitian

Penelitian ini akan dilaksanakan di Prodi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim yang beralamat di Jalan Gajayana No. 50 Kota Malang, Jawa Timur. Lokasi dipilih berdasarkan beberapa pertimbangan, diantaranya terdapat sarana yang mendukung penelitian ini untuk mendapatkan subjek penelitian yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematika yang beragam. Selain itu, pemilihan lokasi juga didasarkan pada akreditasi Prodi Matematika yang tergolong baik.

C. Kehadiran Peneliti

Kehadiran peneliti sangat dibutuhkan dan harus dilakukan secara maksimal selama penelitian berlangsung. Dalam hal ini peneliti berperan sebagai

instrumen utama sekaligus pemberi tindakan langsung dalam penelitian di lapangan mulai awal sampai akhir penelitian, sehingga kehadiran peneliti tidak dapat diwakilkan oleh orang lain. Tugas yang dilakukan peneliti antara lain melaksanakan penelitian, menghimpun data, menganalisis data serta melaporkan hasil penelitian. Peneliti tidak melakukan manipulasi terhadap variable tertentu serta tidak melakukan koreksi terhadap jawaban mahasiswa ketika mengerjakan tes. Sehingga data yang diperoleh peneliti akurat dan dapat dipertanggungjawabkan.

D. Subjek Penelitian

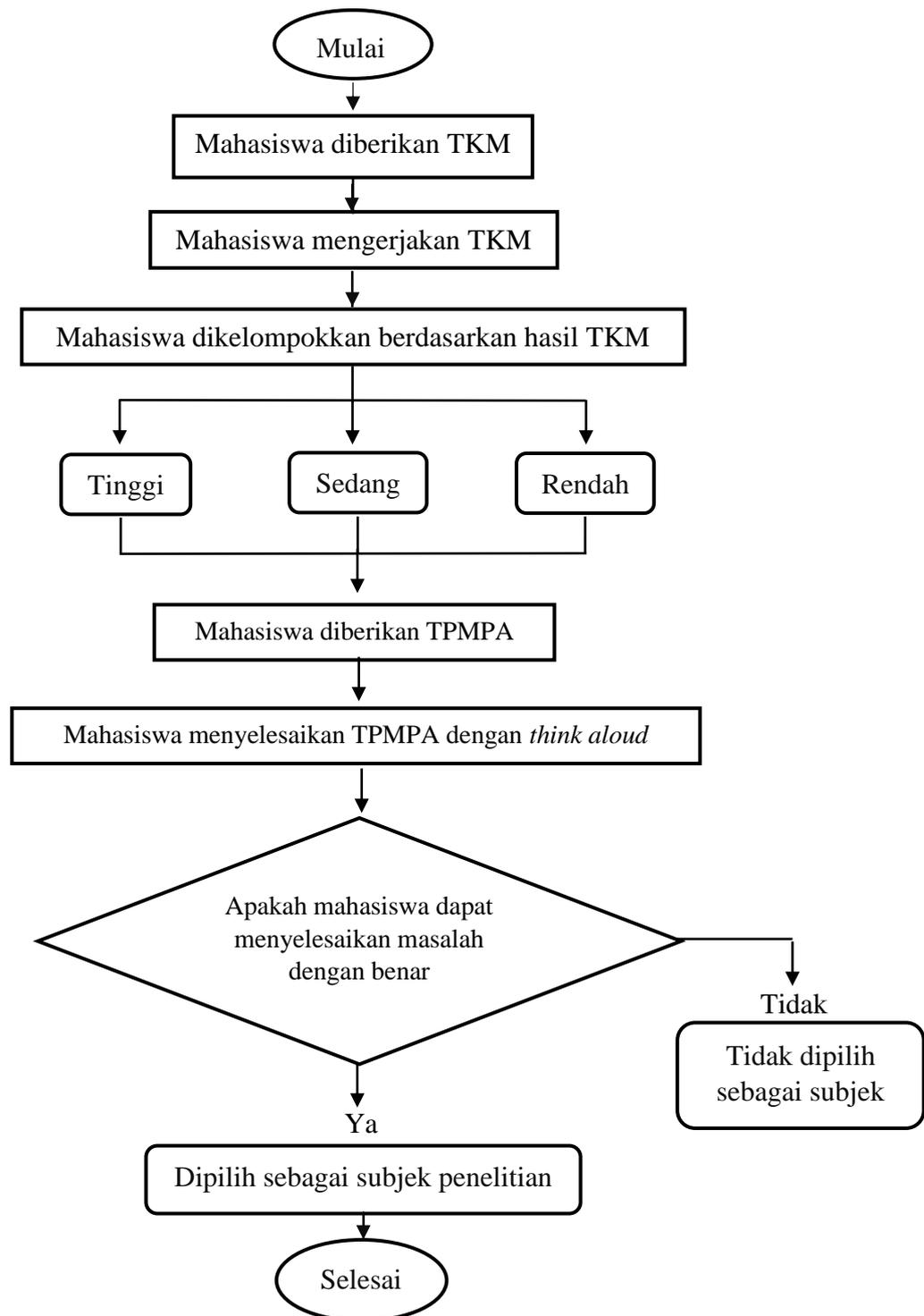
Subjek pada penelitian ini merupakan mahasiswa semester 2 di Prodi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pemilihan mahasiswa semester 2 sebagai subjek penelitian karena semester 2 merupakan tahap bagi mahasiswa baru untuk beradaptasi dengan lingkungan kampus dari lingkungan sekolah sebelumnya, terutama dalam hal materi yang diberikan pada pembelajaran di kelas.

Adapun langkah yang dilakukan peneliti untuk mengkategorikan subjek penelitian yaitu dengan memberikan tes kemampuan matematika yang terdiri dari 15 soal pilihan ganda. Tes kemampuan matematika terdiri dari materi semua komponen matematika dasar. Kemudian dari hasil skor tes kemampuan matematika mahasiswa dikelompokkan berdasarkan kategori sebagai berikut:

Skor Tes	Kategori
$70 \leq x \leq 100$	Tinggi
$60 \leq x \leq 69$	Sedang
$0 \leq x \leq 59$	Rendah

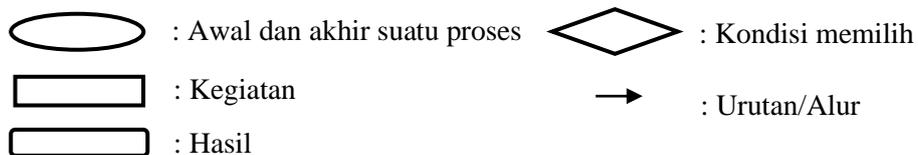
Hal tersebut mengacu pada ketetapan permendikbud nomor 23 tahun 2006 bahwa nilai tertinggi adalah 100 dan terendah adalah 0. Adapun nilai kriteria ketuntasan minimum (KKM) pelajaran matematika yaitu 70.

Selanjutnya pengambilan subjek dengan memberikan lembar tes penalaran aljabar kepada mahasiswa yang telah dikategorikan berdasarkan kemampuan matematika. Kemudian peneliti mengelompokkan hasil tes berdasarkan jawaban mahasiswa. Kelompok mahasiswa yang menjawab dengan benar akan dijadikan subjek penelitian, sementara mahasiswa dengan jawaban salah tidak dijadikan subjek penelitian. Dari kelompok mahasiswa yang menjawab benar, akan dikategorikan berdasarkan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Adapun proses pengambilan subjek dapat disajikan dalam diagram alir sebagai berikut;



Gambar 3. 1 Pemilihan Subjek Penelitian

Keterangan :



E. Data dan Sumber Data

Data dalam penelitian ini merupakan informasi mengenai proses penalaran aljabar yang terdiri atas jawaban mahasiswa terhadap tes penyelesaian masalah penalaran aljabar, hasil *think aloud* ketika menyelesaikan tes, dan hasil wawancara mendalam terhadap subjek setelah menyelesaikan tes. *Think aloud* dalam penelitian ini dilakukan untuk mengungkap penalaran subjek ketika mengerjakan tes secara verbal.

Sumber data dalam penelitian ini dikelompokkan berdasarkan kemampuan dalam menyelesaikan masalah dan berdasarkan asal sekolah. Subjek penelitian yang dipilih terdiri dari minimal 2 mahasiswa berkemampuan matematika tinggi, minimal 2 mahasiswa berkemampuan matematika sedang, dan minimal 2 mahasiswa berkemampuan matematika rendah yang dapat menyelesaikan tes dengan benar.

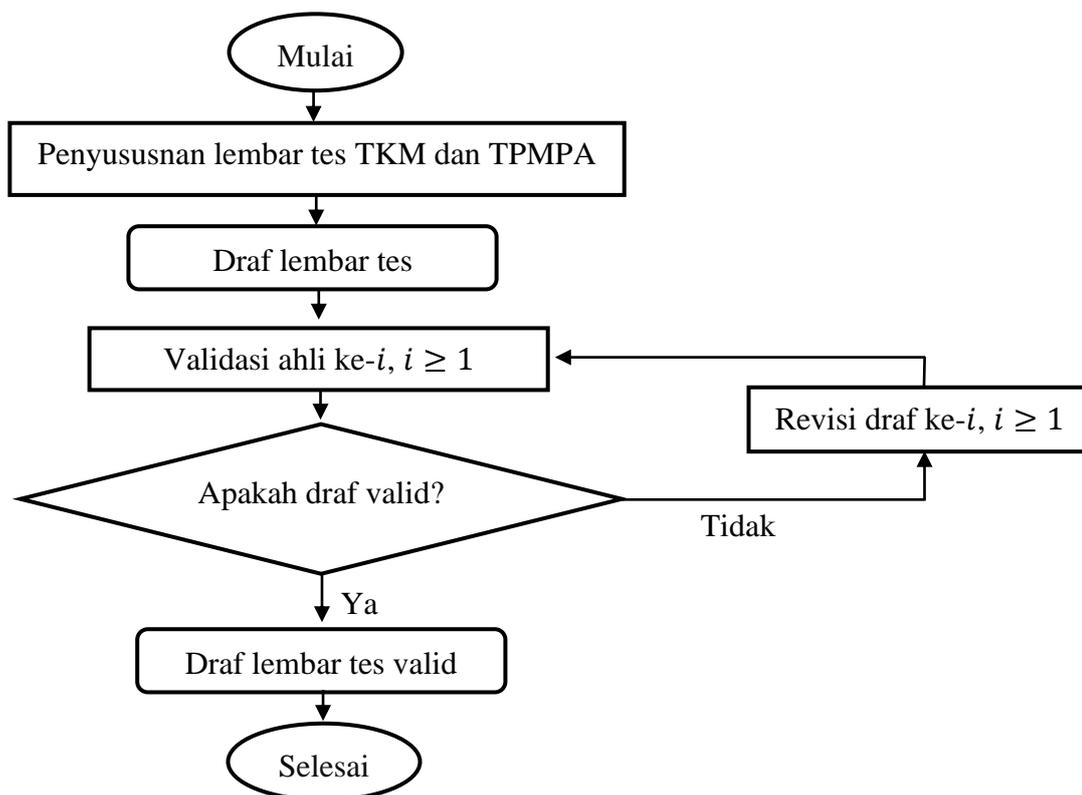
F. Instrumen Penelitian

Instrumen dalam penelitian ini terdiri atas lembar tes kemampuan matematika, lembar tes penyelesaian masalah penalaran aljabar dan pedoman wawancara. Instrumen yang telah disusun akan divalidasi terlebih dahulu oleh validator sebelum diberikan kepada subjek penelitian. Berikut merupakan rincian penjelasan dari instrumen penelitian yang digunakan:

1. Lembar Tes

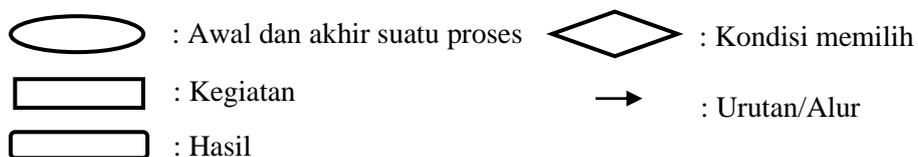
Lembar tes yang digunakan sebagai masalah dalam penelitian ini yaitu lembar tes kemampuan matematika (TKM) dan lembar tes penyelesaian masalah penalaran aljabar (TPMPA). Lembar TKM disusun berdasarkan komponen kemampuan matematika. Sedangkan lembar TPMPA disusun berdasarkan

indikator-indikator pada tahapan penalaran aljabar. Peneliti melakukan penyusunan instrumen tes secara bertahap sampai dihasilkan lembar TKM dan TPMPA yang valid. Tahap penyusunan lembar tes TKM dan TPMPA dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3. 2 Penyusunan Lembar Tes

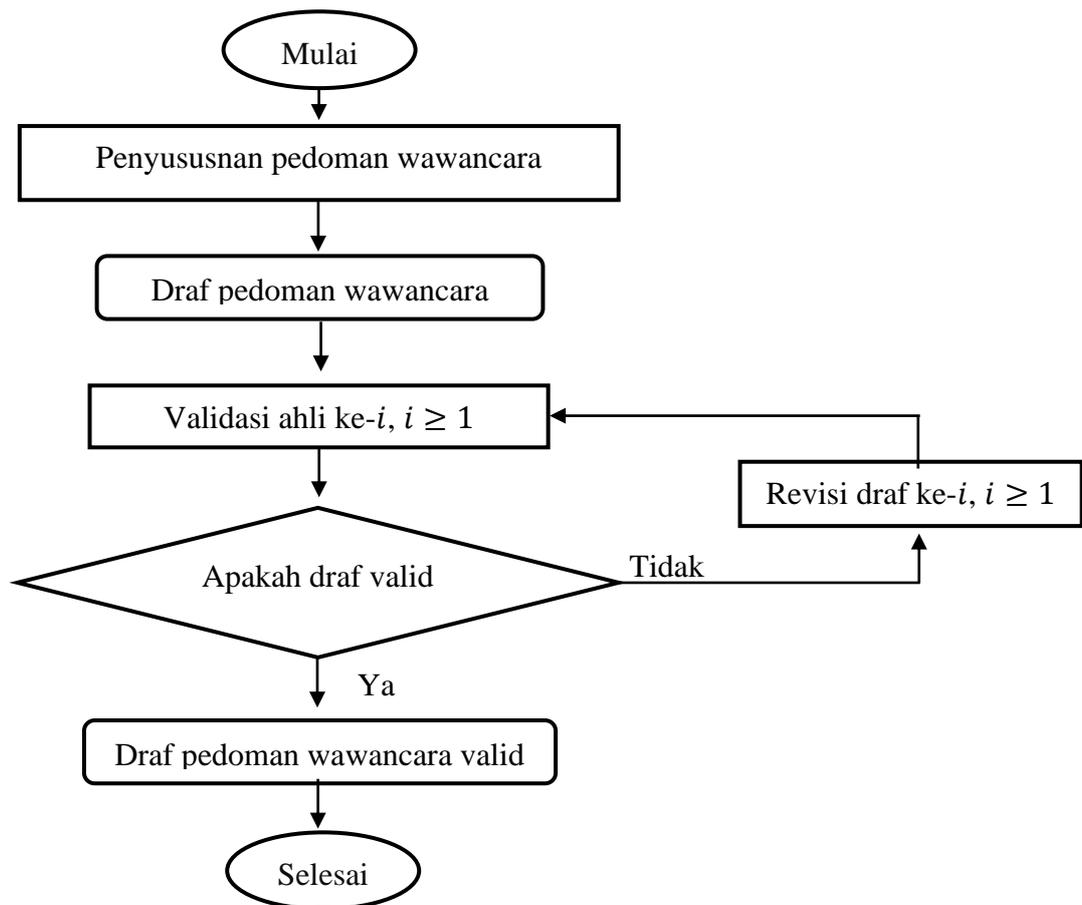
Keterangan :



2. Pedoman Wawancara

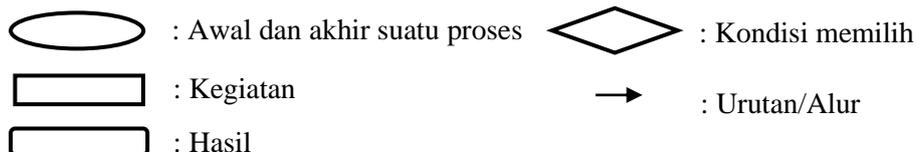
Wawancara dalam penelitian ini dilakukan secara semi terstruktur dan mendalam. Peneliti menggunakan perekam suara sebagai alat bantu untuk merekam audio selama wawancara berlangsung. Tujuan dilakukannya

wawancara yaitu untuk mengungkap informasi tambahan yang tidak termuat dalam hasil tes dan hasil *think aloud*. Selain itu, wawancara secara mendalam memiliki tujuan untuk memvalidasi kesamaan alur penalaran mahasiswa dengan hasil tes dan hasil *think aloud*. Penyusunan pedoman wawancara dilakukan secara bertahap dan divalidasi oleh validator. Adapun alur penyusunan pedoman wawancara disajikan sebagai berikut:



Gambar 3. 3 Penyusunan Pedoman Wawancara

Keterangan :



G. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan secara terus-menerus sampai menunjukkan data jenuh. Data yang didapatkan mengalami pengulangan secara konsisten serta tidak didapatkan data baru yang berbeda karakteristik. Pengumpulan data diawali dengan pemberian instrumen tes kepada mahasiswa disertai dengan *think aloud*, dan dilanjutkan dengan melakukan wawancara mendalam. Teknik pengumpulan data yang digunakan untuk mendapatkan informasi secara menyeluruh terkait penalaran aljabar mahasiswa dijelaskan sebagai berikut:

1. Tes

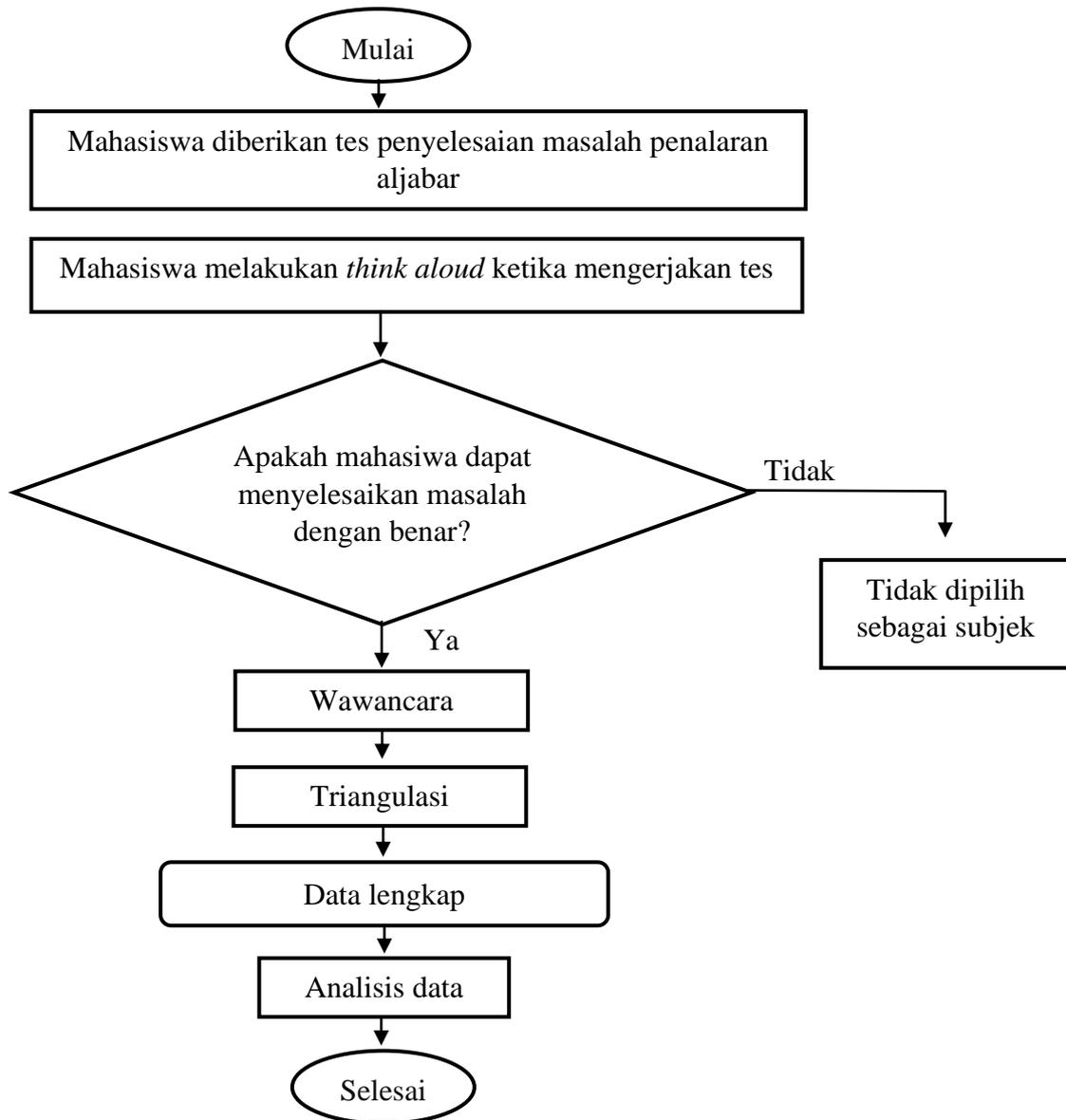
Tes yang digunakan peneliti merupakan tes penyelesaian masalah penalaran aljabar (TPMPA) yang telah disusun dan divalidasi. Tes berupa soal bentuk uraian, sehingga dapat memunculkan proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Tes diberikan kepada subjek yang telah dipilih berdasarkan kemampuan matematika. Tes yang dihasilkan akan dijadikan data penelitian dan akan dianalisis oleh peneliti.

2. *Think aloud*

Think aloud dilakukan ketika subjek menyelesaikan lembar tes. Peneliti menggunakan alat perekam suara guna mempermudah pengulangan *think aloud* mahasiswa ketika menyelesaikan tes. Dalam proses *think aloud* subjek akan menjelaskan secara lisan mengenai apa yang ada dalam pikiran ketika mengerjakan tes. Dengan kata lain, subjek berusaha menuliskan apa yang ada dipikiran serta mengutarakan secara lisan saat mengerjakan tes.

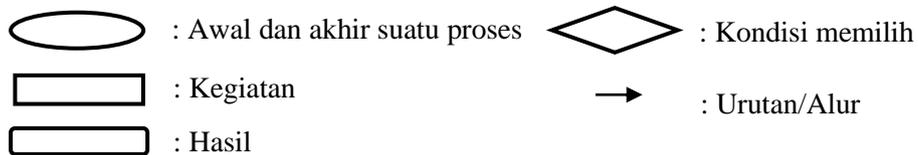
3. Wawancara

Wawancara dilakukan setelah subjek selesai mengerjakan tes dan melaksanakan *think aloud*. Wawancara dilakukan untuk memperkuat dan mengklarifikasi hasil tes, dan hasil *think aloud*. Peneliti melakukan wawancara melalui komunikasi secara langsung dengan subjek pada tempat dan waktu yang sama. Wawancara yang dilakukan secara semi terstruktur, dengan kata lain pertanyaan-pertanyaan wawancara tidak hanya mengaju pada pedoman wawancara, akan tetapi sewaktu-waktu dapat berkembang sesuai dengan kondisi dan situasi yang terjadi. Adapun alat yang digunakan peneliti untuk mendokumentasikan hasil wawancara yaitu perekam suara. Hasil wawancara dikatakan valid apabila sudah sesuai dengan hasil tes dan hasil *think aloud*. Alur pengumpulan data melalui wawancara dapat disajikan sebagai berikut:



Gambar 3. 4 Pengumpulan data

Keterangan :



H. Pengecekan Keabsahan Data

Peneliti melakukan pengecekan keabsahan data menggunakan triangulasi metode. Dalam hal ini peneliti melakukan pengecekan kesesuaian data dengan melihat hasil tes tes penalaran aljabar, *think aloud*, dan wawancara. Adapun data dikatakan valid apabila telah memenuhi keabsahan data

I. Analisis Data

Setelah data didapatkan melalui pemberian tes, *think aloud*, dan wawancara, kemudian data dianalisis. Analisis data penelitian ini mengacu pada konsep Creswell. Proses analisis data dilakukan dengan beberapa tahapan, yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Ketiga tahapan tersebut dilakukan secara terus-menerus hingga tuntas, agar mendapatkan hasil data yang mudah dipahami dan menghasilkan kesimpulan yang sesuai. Berikut merupakan penjelasan dari ketiga tahapan analisis data:

1. Reduksi Data

Reduksi data perlu dilakukan peneliti karena data yang didapatkan merupakan data yang beragam. Tujuan dari reduksi data yaitu untuk mendapatkan informasi yang penting dan relevan dari data yang didapatkan. Apabila terdapat data yang tidak relevan, maka data tersebut tidak perlu dimasukkan dalam data penelitian. Peneliti melakukan indentifikasi terhadap data yang didapatkan dari hasil *think aloud* dan hasil wawancara, dimana hasil tersebut dipilah berdasarkan informasi yang diperlukan saja. Selanjutnya, peneliti mentranskripkan data dengan melakukan pengkodean dari setiap subjek penelitian, hal tersebut dilakukan untuk memudahkan peneliti dalam menganalisis data. Pengkodean dilakukan dengan mengikuti pedoman pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Pengkodean untuk Transkrip Data

Kode	Penjelasan
PW	Pertanyaan wawancara
JW	Jawaban wawancara
Sn	Subjek penelitian mahasiswa ke-n, dengan $n = 1,2,3, \dots$
Wn	Bagian wawancara ke-n, dengan $n = 1,2,3, \dots$
JS	Jawaban subjek
TA	Hasil <i>think aloud</i> dari subjek penelitian
Tn	Pernyataan <i>think aloud</i> ke-n, dengan $n = 1,2,3, \dots$

Contoh dari penggunaan kode ini yaitu JS-S1-W01 dan JW-S1-W02. JS-S1-W02 bermakna jawaban subjek pertama pada bagian wawancara ke-1. Adapun JW-S1-W02 bermakna jawaban wawancara dari subjek pertama pada bagian wawancara ke-2.

2. Penyajian Data

Penyajian data dilakukan setelah data direduksi. Penyajian data bertujuan untuk mempermudah peneliti dalam memahami setiap proses yang terjadi serta merencanakan langkah selanjutnya. Peneliti menyajikan data hasil *think aloud* dan hasil wawancara dalam bentuk narasi. Selain itu, peneliti juga menyajikan data hasil tes penyelesaian masalah penalaran aljabar dalam bentuk tabel. Peneliti menggunakan kode tertentu untuk memudahkan analisis data. Kode dijasikan pada Tabel 3.2

Tabel 3.2 Pengodean untuk Penyajian Data

No.	Kode	Penjelasan
1	Pl	Mengamati pola
2	Gk	Membangun generalisasi dan konjektur terkait pola yang diamati
3	Bk	Membuktikan konjektur
4	Evi	Membangun dan mengevaluasi argumen matematis
5	Vk	Memvalidasi kesimpulan logis

3. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan dilakukan setelah data direduksi dan disajikan, untuk memaparkan proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika. Penarikan kesimpulan dilakukan dengan memperhatikan kevalidan dan kekonsistenan hasil analisis data. Sehingga kesimpulan yang didapatkan valid.

Tahapan proses penalaran aljabar pada penelitian ini meliputi 1) mengamati pola, 2) membangun generalisasi dan konjektur terkait pola yang diamati, 3) membuktikan konjektur, 4) membangun dan mengevaluasi argumen matematis, 5) memvalidasi kesimpulan logis. Pengkodean yang ditetapkan untuk proses penalaran aljabar dapat dilihat pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Pengodean Tahapan Penalaran Aljabar

Tahapan Penalaran Aljabar	Indikator	Kode
Mengamati pola	1. Mahasiswa mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan	P11
	2. Mahasiswa merepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan	P12
	3. Mahasiswa menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola	P13
Membangun generalisasi dan konjektur terkait pola yang diamati	1. Mahasiswa menentukan unsur-unsur penyusun pola	Gk1
	2. Mahasiswa melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola	Gk2
	3. Mahasiswa menentukan persamaan umum berdasarkan unsur-unsur penyusun pola	Gk3
Membuktikan konjektur	1. Mahasiswa melakukan operasi terhadap persamaan umum yang ditentukan	Bk1
	2. Mahasiswa menentukan hasil penyelesaian masalah	Bk2
Membangun dan mengevaluasi argumen matematis	1. Mahasiswa merepresentasikan hasil penyelesaian masalah	Evi1
	2. Mahasiswa menganalisis hasil penyelesaian masalah	Evi2
Memvalidasi kesimpulan logis	1. Mahasiswa menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	Vk1
	2. Mahasiswa menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan	Vk2

J. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan melalui beberapa tahapan, yaitu tahapan persiapan penelitian, tahapan, tahapan pengumpulan data, serta tahapan analisa data:

1. Tahapan persiapan penelitian

Persiapan penelitian yang dilakukan peneliti yaitu a) Menentukan lokasi. b) Mengajukan surat izin penelitian. c) Menyusun instrumen penelitian. d) Melakukan validasi instrumen penelitian kepada validator. e) Menyiapkan

akomodasi yang digunakan dalam penelitian. f) Mengkondisikan mahasiswa yang akan dilibatkan dalam penelitian.

2. Tahapan pengumpulan data

Pengumpulan data dilakukan melalui beberapa tahapan yaitu a) Melaksanakan tes pemecahan masalah penalaran aljabar disertai *think aloud*. b) Melakukan pemeriksaan terhadap lembar jawaban hasil tes mahasiswa. c) Melakukan pengelompokan terhadap hasil jawaban mahasiswa berdasarkan jawaban yang benar. d) Melakukan wawancara secara mendalam kepada mahasiswa yang dijadikan subjek penelitian.

3. Tahapan analisis data

Analisis data yang dilakukan peneliti melalui beberapa langkah sebagai berikut: a) Mentranskripsikan data yang diperoleh b) Melakukan reduksi data c) Melakukan penyajian data d) Membuat kesimpulan mengenai proses penalaran aljabar mahasiswa dalam memecahkan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

BAB IV

PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN

A. Pemilihan Subjek Penelitian

Pada bab sebelumnya, telah dipaparkan tentang cara memilih subjek penelitian, yaitu didasarkan atas perolehan skor tes kemampuan matematika (TKM) dengan kriteria yang ditentukan sebelumnya. Soal-soal yang digunakan dalam TKM tersebut telah divalidasi sebelumnya oleh validator. Untuk pemilihan subjek penelitian, tahap pertama yang dilakukan peneliti yaitu dengan memberikan tes kemampuan matematika (TKM) pada mahasiswa semester 2 tahun akademik 2022/2023 di Jurusan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang yang diambil dari kelas A dan kelas D. Peneliti memilih mahasiswa semester 2 karena mahasiswa semester 2 merupakan mahasiswa baru yang masih beradaptasi dengan pembelajaran dibangku kuliah, hal tersebut memungkinkan belum banyaknya konsep matematika yang terbentuk, sehingga memudahkan peneliti dalam mengetahui kemampuan matematika dasar mahasiswa. Adapun pemberian tes kemampuan matematika pada kelas A dilaksanakan pada hari Senin 22 Mei 2023 mulai pukul 09.50-10.35 WIB bertempat di Gedung B ruang 205, sedangkan tes kemampuan matematika pada kelas D dilaksanakan pada hari dan tempat yang sama mulai pukul 12.20-13.05 WIB. Selanjutnya dari hasil skor tes kemampuan matematika yang diikuti oleh 24 mahasiswa dari kelas A dan 22 mahasiswa dari kelas D, kemudian dikategorikan menjadi 3 kategori yaitu mahasiswa berkemampuan matematika tinggi, mahasiswa berkemampuan matematika sedang, dan mahasiswa berkemampuan matematika rendah.

Tahapan kedua mahasiswa diberikan masalah matematika yang disajikan pada lembar tugas penalaran aljabar (TPA) disertai dengan *think aloud* dan wawancara. Adapun lembar tugas penalaran aljabar (TPA) yang diberikan kepada calon subjek telah dilakukan validasi oleh ahli. Selanjutnya mahasiswa dipilih dengan memperhatikan dan mempertimbangkan kecenderungan jawaban yang sama untuk dijadikan subjek penelitian, masing-masing diambil 2 mahasiswa kategori kemampuan matematika tinggi, 2 mahasiswa kategori kemampuan matematika sedang, dan 2 mahasiswa kategori kemampuan matematika rendah. Untuk memudahkan dalam pemaparan data hasil penelitian, peneliti melakukan pengkodean terhadap subjek penelitian terpilih seperti pada Tabel 4.2.

Tabel 4.1 Subjek Penelitian

No	Inisial Nama	Kategori Tes Kemampuan Matematika	Kode Subjek
1	ENF	Tinggi	ST1
2	KAMR	Tinggi	ST2
3	FZ	Sedang	SS1
4	AFZ	Sedang	SS2
5	NBA	Rendah	SR1
6	MHAR	Rendah	SR2

B. Pengembangan Instrumen Penelitian

Peneliti merupakan instrumen utama dalam penelitian ini. Hal-hal yang dilakukan peneliti dalam penelitian ini yaitu melakukan persiapan, menyusun instrumen, mengumpulkan data, melakukan analisa data, dan menulis laporan hasil penelitian. Terdapat instrumen pendukung yang digunakan dalam penelitian ini yaitu tes kemampuan matematika (TKM), tugas penalaran aljabar (TPA), dan pedoman wawancara. Ketiga instrumen pendukung tersebut sebelumnya telah

dikonsultasikan terlebih dahulu dan telah disetujui oleh pembimbing penelitian ini. Selain itu, untuk mendukung kesempurnaan ketiga instrumen pendukung tersebut baik secara isi, struktur, dan bahasa, peneliti melakukan validasi kepada pakar sebagai validator.

Instrumen pendukung pertama yaitu tes kemampuan matematika (TKM) yang digunakan peneliti untuk mengkategorikan calon subjek yang akan dipilih. Sebelum digunakan, instrumen tes kemampuan matematika (TKM) telah divalidasi terlebih dahulu oleh validator yaitu dosen bergelar doktor pendidikan matematika. Validasi instrumen tes kemampuan matematika (TKM) dilakukan pada tanggal 13 April 2023. Adapun instrumen tes kemampuan matematika (TKM) telah dinyatakan valid oleh validator setelah direvisi peneliti sesuai dengan komentar dan saran dari validator.

Instrumen pendukung kedua yaitu tugas penalaran aljabar (TPA) yang digunakan peneliti untuk mendapatkan data penelitian. Tugas penalaran aljabar (TPA) yang diberikan berupa satu soal yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika (lihat lampiran). Sebelum digunakan, instrumen tugas penalaran aljabar (TPA) telah divalidasi terlebih dahulu oleh validator yaitu dosen bergelar doktor pendidikan matematika. Validasi instrumen tugas penalaran aljabar (TPA) dilakukan pada tanggal 13 April 2023. Instrumen tugas penalaran aljabar (TPA) telah dinyatakan valid oleh validator setelah direvisi peneliti sesuai dengan komentar dan saran dari validator.

Instrumen pendukung ketiga yaitu pedoman wawancara yang digunakan peneliti untuk mengungkap bagaimana proses penalaran subjek dalam memecahkan masalah pada lembar tugas penalaran aljabar. Pertanyaan-pertanyaan yang disusun pada pedoman wawancara mengacu pada tahapan serta indikator-indikator penalaran aljabar yang telah tercantum pada tabel 2.1. Bagian pertama berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengungkap bagaimana subjek dalam mengamati pola dalam soal. Bagian kedua berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengungkap bagaimana subjek dalam membuat generalisasi dan konjektur. Bagian ketiga berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengungkap bagaimana subjek dalam membuktikan konjektur. Bagian keempat berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengungkap bagaimana subjek dalam menganalisa dan mengevaluasi argumen matematis. Bagian terakhir berisi pertanyaan-pertanyaan untuk mengungkap bagaimana subjek dalam memvalidasi kesimpulan. Sebelum digunakan, instrumen pedoman wawancara telah divalidasi terlebih dahulu oleh validator yaitu dosen bergelar doktor pendidikan matematika. Validasi instrumen pedoman wawancara dilakukan pada tanggal 24 Mei 2023. Instrumen pedoman wawancara telah dinyatakan valid oleh validator setelah direvisi peneliti sesuai dengan komentar dan saran dari validator.

C. Pengkodean Data

Pada bagian ini, penulis menguraikan bagaimana pengkodean yang digunakan dalam penelitian ini berdasarkan data yang diperoleh dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara. Adapun pengkodean data yang digunakan dalam penelitian ini bertujuan mempermudah peneliti dalam melakukan analisis data yang diperoleh dari subjek penelitian.

Pengkodean awal dilakukan berdasarkan sumber data yang ditempatkan pada *karakter pertama* dan *karakter kedua* diberi kode “TS” yang menunjukkan tulisan subjek, kode “JS” menunjukkan jawaban subjek, kode “JW” menunjukkan jawaban wawancara, dan kode “PW” menunjukkan pertanyaan wawancara peneliti terhadap subjek penelitian. Kemudian *karakter ketiga* diberi spasi dengan kode “-“. *Karakter keempat* merupakan subjek penelitian diberi kode “S”. *Karakter kelima* merupakan kategori kemampuan matematika subjek diberi kode “T” menunjukkan kategori kemampuan matematika tinggi, kode “S” menunjukkan kategori kemampuan matematika sedang, dan kode “R” menunjukkan kategori kemampuan matematika rendah. *Karakter keenam* merupakan subjek penelitian ke n dengan kategori kemampuan matematika yang telah ditentukan, diberi kode “ $n = 1,2$ ”. *Karakter ketujuh* diberi spasi dengan kode “-“. *Karakter kedelapan* dan *karater kesembilan* merupakan tahapan penalaran aljabar, tahapan tersebut diberi kode “P1” menunjukkan tahap mengamati pola, kode “Gk” menunjukkan tahap membangun generalisasi dan konjektur, kode “Bk” menunjukkan tahap membuktikan konjektur , kode “Ev” menunjukkan tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, dan kode “Vk” menunjukkan tahap memvalidasi kesimpulan. *Karakter kesepuluh* merupakan indikator-indikator penalaran aljabar yang telah dipaparkan pada Tabel 3.3, yang diberi kode “1,2,3”. Selanjutnya, cara membaca kode adalah dimulai dari karakter pertama hingga ke 8. Untuk lebih jelasnya memberikan contoh kode TS-ST1-P11 yang diartikan sebagai tulisan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi dalam tahap mengamati pola pada indikator mengumpulkan informasi.

D. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi

1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST1 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.2

4.2 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Diketahui : $U_4 = 56$ $U_8 = 120$ (TS-ST1-P11)	“Dari soal diketahui jarak ke botol 4 adalah 56 meter dan jarak dari bendera ke botol 8 adalah 120 meter. Misalkan $u_4=56$ dan $u_8=120$ ” (JS-ST1-T01)
$U_n = a + (n-1)b$ $U_4 = a + (4-1)b$ (TS-ST1-P12)	“Berarti ini deret aritmatika. $U_n = a + (n-1)b$.” (JS-ST1-T02)
$56 = a + 3b$... ① $U_8 = a + (8-1)b$ $120 = a + 7b$... ② kemudian eliminasi pers ① & ② (TS-ST1-P13)	“emm a nya belum diketahui, berarti mencari dulu, $u_4=56$ habis itu nanti di eliminasi substitusi dengan $u_8=120$.” (JS-ST1-T03)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.3

Tabel 4.3 Hasil Wawancara Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W01	<i>Bagaimana kamu memahami soal ?</i>
JW-ST1-W01	<i>Emm awalnya tadi bingung terus baca soalnya terus menerus akhirnya paham.</i>
PW-ST1-W02	<i>Informasi apa yang terdapat dalam soal?</i>
JW-ST1-W02	<i>Jarak peserta meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter dan botol 8 adalah 120 meter. Dan ditanya jumlah jarak yang dilalui peserta</i>
PW-ST1-W03	<i>Terus kenapa tadi langsung menyimpulkan ini deret aritmatika?</i>
JW-ST1-W03	<i>Oh ini barisan aritmatika, Karena diketahui u_4 nya 56 dan u_8 nya 120</i>
PW-ST1-W04	<i>Bagaimana keterkaitan antara informasi yang kamu sebutkan?</i>
JW-ST1-W04	<i>Kan tadi udah dijawab, ini soal menggunakan barisan aritmatika, nah kan diketahui suku-sukunya, kemudian di eliminasi substitusi, untuk mendapat nilai a dan b nya.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban ST1 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.4

Tabel 4.4 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST1 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
Subjek mengumpulkan informasi	Subjek mengumpulkan informasi
(1) Diketahui : $u_4 = 56$ $u_8 = 120$ (TS-ST1-P11)	(1) <i>Jarak peserta meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter dan botol 8 adalah 120 meter. Dan ditanya jumlah jarak yang dilalui peserta</i> (JW-ST1-W02)
(1) <i>“Dari soal diketahui jarak ke botol 4 adalah 56 meter dan jarak dari bendera ke botol 8 adalah 120 meter. Misalkan $u_4=56$ dan $u_8=120$”</i> (JS-ST1-T01)	

1	2
<p>Subjek merepresentasikan informasi</p> <p>(2) $U_n = a + (n-1)b$ $U_4 = a + (4-1)b$ $56 = a + 3b \dots \textcircled{1}$</p> <p style="text-align: right;">(TS-ST1-PI2)</p>	<p>Subjek merepresentasikan informasi</p> <p>(2) <i>Terus kenapa tadi langsung menyimpulkan ini deret aritmatika?</i></p> <p style="text-align: right;">(PW-STI-W03)</p> <p><i>Oh ini barisan aritmatika, Karena diketahui u_4 nya 56 dan u_8 nya 120</i></p> <p style="text-align: right;">(JW-STI-W03)</p>
<p>(2) <i>“Berarti ini deret aritmatika. $U_n = a + (n-1)b$”</i></p> <p style="text-align: right;">(JS-ST1-T02)</p>	
<p>Subjek menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola</p> <p>(3) $56 = a + 3b \dots \textcircled{1}$ $U_8 = a + (8-1)b$ $120 = a + 7b \dots \textcircled{2}$</p> <p style="text-align: right;">(TS-ST1-PI3)</p>	<p>Subjek menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola</p> <p><i>Kan tadi udah dijawab, ini soal menggunakan barisan aritmatika, nah kan diketahui suku-sukunya, kemudian di eliminasi substitusi, untuk mendapat nilai a dan b nya</i></p> <p style="text-align: right;">(JW-STI-W04)</p>
<p>(3) <i>“emm a nya belum diketahui, berarti mencari dulu, $u_4 = 56$ habis itu nanti di eliminasi substitusi dengan $u_8 = 120$.”</i></p> <p style="text-align: right;">(JS-ST1-T03)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.4 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST1 mengumpulkan informasi dari soal dengan menyatakan “*Dari soal diketahui jarak ke botol 4 adalah 56 meter dan jarak dari bendera ke botol 8 adalah 120 meter. Misalkan $u_4=56$ dan $u_8=120$* ” pada JS-ST1-T01.
- b) Subjek ST1 merepresentasikan informasi dari soal dalam bentuk barisan aritmatika dengan menyatakan “*Oh ini barisan aritmatika, Karena diketahui u_4 nya 56 dan u_8 nya 120*” pada JW-STI-W03. Subjek ST1 menuliskan $U_n = a + (n - 1)b$, $U_4 = a + (4 - 1)b$ pada TS-ST1-PI2.
- c) Subjek ST1 menghubungkan informasi untuk mendapatkan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Kan tadi udah dijawab, ini soal menggunakan barisan aritmatika, nah kan diketahui suku-sukunya, kemudian di eliminasi substitusi, untuk mendapat nilai a dan b nya*” pada JW-STI-W04.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data.

Adapun analisis data subjek ST1 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

1) Mengumpulkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dalam soal yaitu “*Dari soal diketahui jarak ke botol 4 adalah 56 meter dan jarak dari bendera ke botol 8 adalah 120 meter. Misalkan $u_4=56$ dan $u_8=120$* ” pada JS-ST1-T01. Tetapi ada bagian informasi yang tidak disebutkan subjek ST1 yaitu aturan permainan dalam soal. Hal tersebut dikarenakan subjek ST1 hanya terfokus pada informasi jarak

yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Selain itu, subjek ST1 menyatakan apa yang ditanyakan dalam soal yaitu “...*Dan ditanya jumlah jarak yang dilalui peserta*” dari JW-ST1-W02. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal dengan benar dan lengkap.*

2) Merepresentasikan Informasi

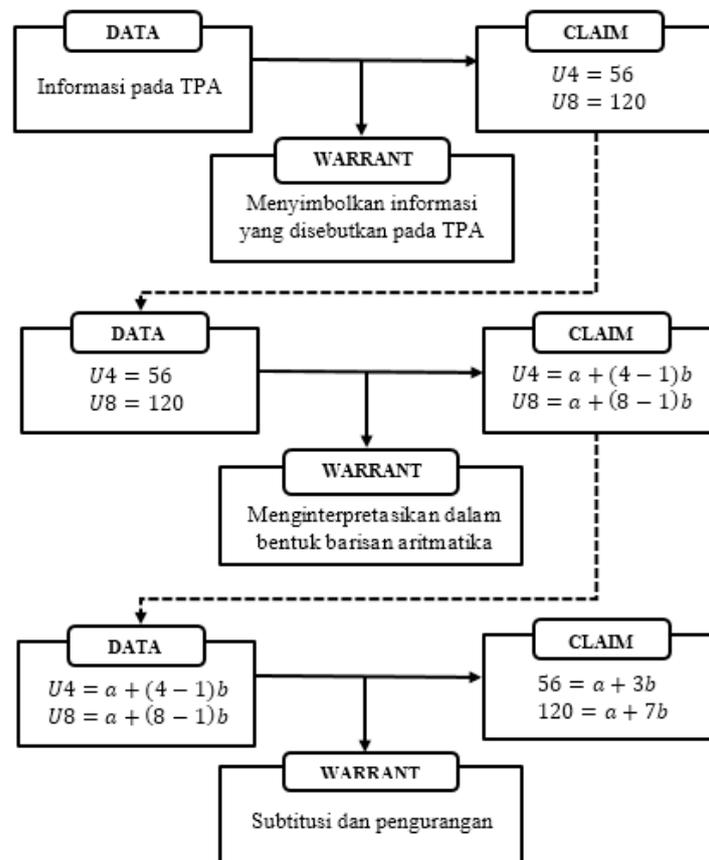
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 merepresentasikan informasi dari soal dalam bentuk rumus barisan aritmatika yaitu menuliskan “ $Un = (a + (n - 1)b$, $56 = (a + (4 - 1)b$, $U8 = (a + (8 - 1)b$ ” pada TS-ST1-PI2. Kemudian subjek ST1 menandai dengan memberi bingkai coretan angka 1 (lihat TS-ST1-PI2) . Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 merepresentasikan informasi soal dalam bentuk barisan aritmatika.*

3) Menghubungkan Informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menghubungkan informasi dalam soal yaitu menyatakan “*Kan tadi udah dijawab, ini soal menggunakan barisan aritmatika, nah kan diketahui suku-sukunya, kemudian di eliminasi substitusi, untuk mendapat nilai a dan b nya*” pada JW-ST1-W04. Selain itu, ST1 menghubungkan informasi yang diketahui dari soal dengan menuliskan “*kemudain eliminasi pers (1) & (2)*” pada TS-ST1-PI3. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 menghubungkan informasi pertama dan kedua yang telah disebutkan untuk mendapatkan pola yang digunakan dalam menyelesaikan soal.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST1 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan Subjek ST1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Selanjutnya sesuai dengan analisa data, subjek ST1 mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal, kemudian merepresentasikan informasi dalam bentuk rumus barisan aritmatika, serta menghubungkan informasi dalam soal untuk menentukan unsur penyusun pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan proses penalaran aljabar subjek ST1 dalam mengamati pola pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Mengamati Pola

2. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST1 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.5

Tabel 4.5 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$\begin{aligned} 120 &= a + 7b \\ 56 &= a + 3b \end{aligned}$	<p>“Setelah diketahui b nya adalah 16 yakni beda antara setiap deret tersebut. Kemudian mencari nilai a, dengan memasukkan nilai b persamaan u4. Maka diketahui juga $a=8$”</p>
(TS-ST1-Gk1)	(JS-ST1-T04)
$\begin{aligned} 120 &= a + 7b \\ 56 &= a + 3b \\ \hline 64 &= 4b \\ b &= 16 \end{aligned}$	<p>“Kemudian mencari jumlah jarak yang dilalui peserta, total botol dalam soal ini yakni 10. Berarti jarak yang ditanyakan jumlah jarak berarti pake rumus S_n deret aritmatika.</p>
<p>di ketahui $b=16$, $56 = a + 3(16)$ $56 = a + 48$ $a = 8$</p>	(JS-ST1-T05)
(TS-ST1-Gk2)	
<p>kemudian, kita menentukan jumlah jarak yg dilalui peserta dalam permainan tsb. permainan tsb melalui permainan tsb diketahui dalam soal, bahwa jumlah botol yg dilalui yakni 10 botol. Kita menggunakan rumus jumlah deret aritmatika</p> $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$	
(TS-ST1-Gk3)	

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.6.

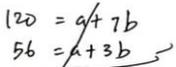
Tabel 4.6 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W05	<i>Bagaimana pola yang dapat dibangun ?</i>
JW-ST1-W05	<i>Ya polanya jarak yang dilalui ke botol pertama itu 8 meter, dan beda jaraknya ke botol selanjutnya 16 meter. itu dari hasil eliminasi substitusi 2 persamaan tadi.</i>
PW-ST1-W06	<i>Terus kenapa ini kamu pake rumus Sn?</i>
JW-ST1-W06	<i>Karena ini kan jumlah keseluruhan, jadi pakai rumus jumlah deret aritmatika.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban ST1 dalam dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola	ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola
(1) 	(1) <i>“Ya polanya jarak yang dilalui ke botol pertama itu 8 meter, dan beda jaraknya ke botol selanjutnya 16 meter, itu dari hasil eliminasi substitusi 2 persamaan tadi ”.</i>
(TS-ST1-Gk1)	(JW-ST1-W05)

1	2
<p>ST1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola</p> <p>(2)</p> $\begin{array}{l} 120 = a + 7b \\ 56 = a + 3b \end{array}$ $\begin{array}{r} 64 = 4b \\ \boxed{b = 16} \end{array}$ $\begin{array}{l} 56 = a + 3(16) \\ 56 = a + 48 \\ \boxed{a = 8} \end{array}$ <p style="text-align: right;">(TS-ST1-Gk2)</p> <p>(2) “Setelah diketahui b nya adalah 16 yakni beda antara setiap deret tersebut. Kemudian mencari nilai a, dengan memasukkan nilai b persamaan u4. Maka diketahui juga $a=8$”</p> <p style="text-align: right;">(JS-ST1-T04)</p>	<p>ST1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola</p> <p>(2)</p> <p>ST1 menentukan rumus umum</p> <p>(2) Karena ini kan jumlah keseluruhan, jadi pakai rumus jumlah deret aritmatika</p> <p style="text-align: right;">(JW-ST1-W06)</p> <p style="text-align: right;">(TS-ST1-Gk3)</p> <p>(3) “Kemudian mencari jumlah jarak yang dilalui peserta, total botol dalam soal ini yakni 10. Berarti jarak yang ditanyakan jumlah jarak berarti pake rumus S_n deret aritmatika.”</p> <p style="text-align: right;">(JS-ST1-T05)</p>

Berdasarkan Tabel 4.7 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Ya polanya jarak yang dilalui ke botol pertama itu 8 meter, dan beda jaraknya ke botol selanjutnya 16 meter, itu dari hasil eliminasi substitusi 2 persamaan tadi*” pada JW-ST1-W05.
- b) Subjek ST1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Setelah diketahui b nya adalah 16 yakni beda antara setiap deret tersebut. Kemudian mencari nilai a, dengan memasukkan nilai b persamaan u4. Maka diketahui juga $a=8$* ” pada JS-ST1-T04.
- c) Subjek ST1 menentukan rumus umum untuk menyelesaikan masalah dengan menuliskan “ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$ ” pada TS-ST1-Gk3.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST1 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu menuliskan persamaan pada “ $120 = a + 3b$ dan $56 = a + 7b$ ” (lihat TS-ST1-Gk1). Selanjutnya dua persamaan tersebut disusun guna mendapatkan pola. Subjek ST1 menyatakan “*Ya polanya jarak yang dilalui ke botol pertama itu 8 meter, dan beda jaraknya ke botol selanjutnya 16 meter, itu dari hasil eliminasi substitusi 2 persamaan tadi*” pada JW-ST1-W05. Dengan

demikian, peneliti menyimpulkan *subjek dapat ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

2) Melakukan Eksplorasi Terhadap Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu mengeliminasi dan substitusi persamaan yang telah ditentukan (lihat TS-ST1-Gk2). Selain itu, subjek ST1 menyatakan cara untuk mendapatkan pola pada *“Setelah diketahui b nya adalah 16 yakni beda antara setiap deret tersebut. Kemudian mencari nilai a, dengan memasukkan nilai b ke $u_4=56$. Diketahui juga $a=8$ ”* dari JS-ST1-T04. Dengan demikian, dapat disimpulkan *bahwa subjek ST1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola.*

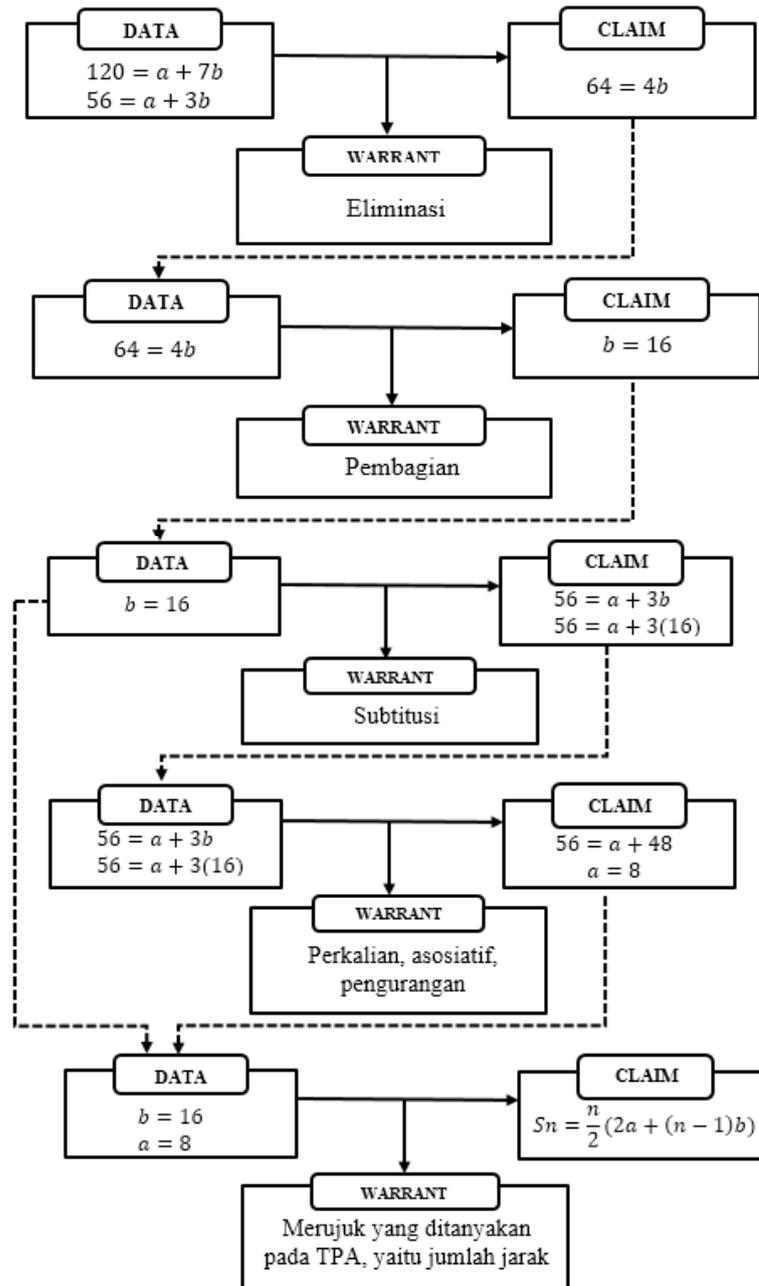
3) Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yaitu menyatakan *“Karena ini kan jumlah keseluruhan, jadi pakai rumus jumlah deret aritmatika”* pada JW-ST1-W06. Selain itu, ST1 juga menuliskan rumus *“ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$ ”* pada TS-ST1-Gk3. Dengan demikian, dapat disimpulkan *bahwa subjek ST1 dapat menentukan rumus umum untuk menyelesaikan soal.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST1 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan

berupa pernyataan subjek ST1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek ST1 dapat membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, melakukan eksplorasi, dan menemukan rumus umum untuk menyelesaikan soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST1 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ $S_{10} = \frac{10}{2} (2(2) + (10-1)16)$ $S_{10} = 5 (16 + 9(16))$ $= 5 (16 + 144)$ $= 5 (160)$ $= 800 \text{ meter}$ <p>(TS-ST1-Bk1, Bk2)</p>	<p>“Dimasukkan nilai yang diketahui yakni <i>a</i> dan <i>b</i>” (JS-ST1-T06)</p> <p>“Jadi jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter” (JS-ST1-T07)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W07	Setelah menentukan rumus, bagaimana kamu menyelesaikan soal?
JW-ST1-W07	Tinggal dimasukkan nilai <i>a</i> dan <i>b</i> nya, terus karena ini botolnya ada 10 jadinya <i>n</i> nya 10. .
PW-ST1-W08	Terus berapa jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan itu?
JW-ST1-W08	800 Meter

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST1 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST1 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1) $\begin{aligned} \text{deret aritmatika} \\ S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ S_{10} &= \frac{10}{2} (2(8) + (10-1)b) \\ S_{10} &= 5(16 + 9(1b)) \\ &= 5(16 + 144) \\ &= 5(160) \end{aligned}$	ST1 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1) <i>Tinggal dimasukkan nilai a dan b nya, terus karena ini botolnya ada 10 jadinya n nya 10</i> (JW-ST1-W07)
(1) <i>“Dimasukkan nilai yang diketahui yakni a dan b.”</i> (JS-ST1-T06)	
ST1 menentukan hasil penyelesaian (2) $= 800 \text{ meter}$	ST1 menentukan hasil penyelesaian (2) <i>800 meter</i> (JW-ST1-W08)
(2) <i>“jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter”</i> (JS-ST1-T07)	

Berdasarkan Tabel 4.10 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST1 melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan dengan menuliskan jawaban pada TS-ST1-Bk1.
- b) Subjek ST1 menentukan hasil penyelesaian dengan menyatakan "*jumlah jarak dilalui peserta 800 meter*" pada JS-ST1-T07.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST1 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Melakukan Operasi Terhadap Rumus

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan yaitu menyatakan "*Tinggal dimasukkan nilai a dan b nya, terus karena ini botolnya ada 10 jadinya n nya 10*" pada JW-ST1-W07. Selain itu, ST1 juga menuliskan hasil perhitungan terhadap rumus yang sudah ditentukan (lihat TS-ST1-Bk1). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 dapat melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan.*

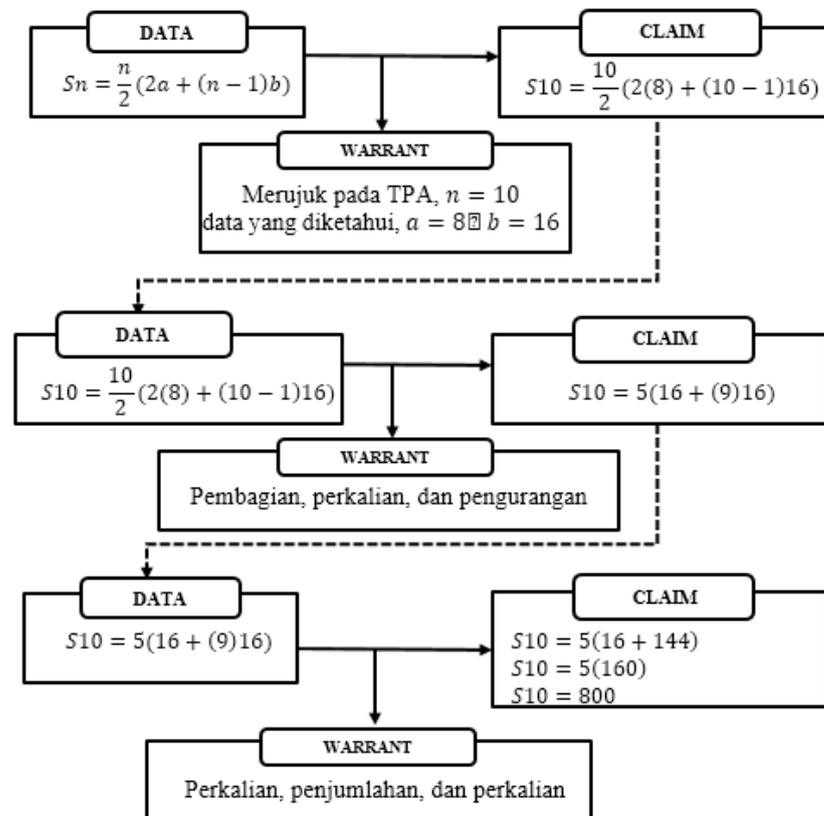
2) Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menentukan hasil penyelesaian yaitu menyatakan "*Jadi jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter*". Selain itu, ST1 juga menuliskan "800 meter" pada TS-ST1-Bk2, dan menyatakan "*800 meter*" pada JW-ST1-W08 yang menunjukkan hasil

penyelesaian. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3) Penalaran Aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST1 dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan ST1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengana teliti. Subjek ST1 dapat membuktikan konjektur dengan melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan sebelumnya, dan mendapatkan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membuktikan Konjektur

4. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	" <i>u4 nya 56, u8 nya 120. a nya ini, b nya ini, jumlah botol 10...</i> "
	(JS-ST1-T08)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W09	<i>Apakah kamu yakin jawabanmu benar?</i>
JW-ST1-W09	<i>Sebentar...(mengecheck jawaban) Ya, Yakin.</i>
PW-ST1-W10	<i>Bagaimana kamu bisa yakin kalau jawabanmu benar?</i>
JW-ST1-W10	<i>Iya karena sudah jelas jarak ke botol satu 8, dan beda jarak per botolnya 16. Dan yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, jadi pake Sn, botolnya ada 10, maka n nya 10.</i>
PW-ST1-W11	<i>Apakah ada cara lain yang bisa digunakan untuk mengerjakan soal ini?</i>
JW-ST1-W11	<i>Ada. Dihitung satu-satu jaraknya tapi lama.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis yang disajikan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST1 menganalisa hasil penyelesaian	ST1 menganalisa hasil penyelesaian
(1) “ <i>u4 nya 56, u8 nya 120. a nya ini, b nya ini, jumlah botol 10...</i> ” (JS-ST1-T08)	(1) “ <i>Sebentar...(mengecheck jawaban) Ya, Yakin.</i> ” (JW-ST1-W09)
ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian	ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian
(2) Tidak ada tulisan subjek	(2) “ <i>Iya karena sudah jelas jarak ke botol satu 8, dan beda jarak per botolnya 16. Dan yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, jadi pake Sn, botolnya ada 10, maka n nya 10</i> ” (JW-ST1-W10)
	(2) <i>Ada. Dihitung satu-satu jaraknya tapi lama.</i> (JW-ST1-W11)

Berdasarkan Tabel 4.13 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST1 melakukan analisa terhadap jawaban yang diperoleh dengan menyatakan "*u4 nya 56, u8 nya 120. a nya ini, b nya ini, jumlah botol 10... Ya Yakin*" pada JS-ST1-T08 dan JW-ST1-08.
- b) Subjek ST1 merepresentasikan hasil jawaban dengan menyatakan "*Iya karena sudah jelas jarak ke botol satu 8, dan beda jarak per botolnya 16. Dan yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, jadi pake Sn, botolnya ada 10, maka n nya 10*" pada JW-ST1-W10.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah sebagai berikut:

1) Menganalisis hasil penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang diperoleh yaitu menyatakan "*Sebentar...(mengecheck jawaban) Ya, Yakin.*" pada JW-ST1-W08. Selain itu, ST1 juga menyatakan "*u4 nya 56, u8 nya 120. a nya ini, b nya ini, jumlah botol 10...*" pada JS-ST1-T08. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek ST1 melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian soal.

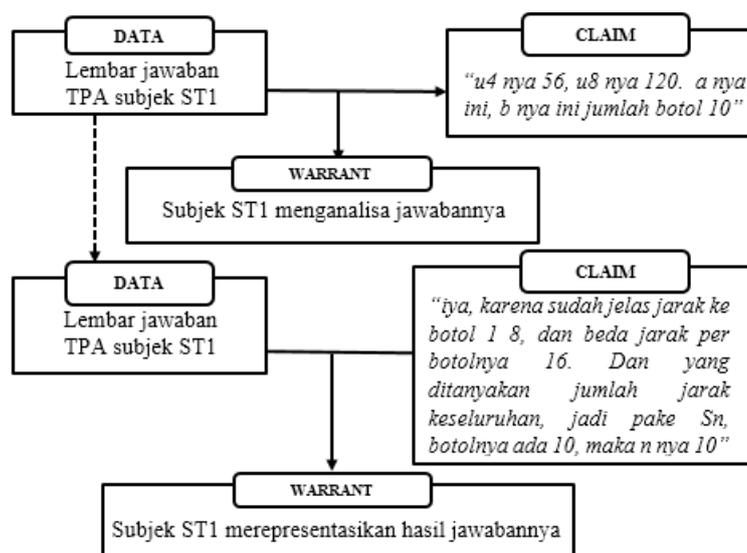
2) Merepresentasikan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 merepresentasikan jawaban setelah melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian. ST1 menyatakan

“Iya karena sudah jelas jarak ke botol satu 8, dan beda jarak per botolnya 16. Dan yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, jadi pake Sn, botolnya ada 10, maka n nya 10” pada JW-ST1-W10. Selain itu, ST1 juga menyatakan bahwa terdapat cara lain untuk menyelesaikan soal (lihat JW-ST1-W11). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek ST1 telah merepresentasikan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan.

3) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan ST1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek ST1 dapat membangun dan mengevaluasi argumen matematis dengan melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian serta merepresentasikan hasil jawaban. Berdasarkan hal tersebut, peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek ST1 pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

5. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST1 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>(TS-ST1-Vk1)</p>	<p>"Jadi hasil jarak yang dilalui peserta yakni 800 meter dengan menggunakan rumus jumlah deret aritmatika"</p> <p>(JS-ST1-T09)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.15.

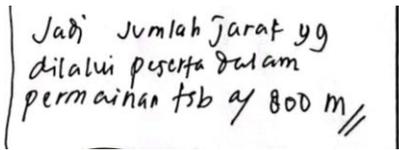
Tabel 4.15 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W12	<i>Bagaimana kesimpulan yang dapat kamu buat dari hasil jawabanmu?</i>
JW-ST1-W12	<i>Kesimpulannya, jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut yakni 800 meter, mulai dari botol 1 ke botol 10. Bisa juga menggunakan cara lain, tapi lama. Harus mencari u_1 sama dengan sekian, u_2 sama dengan sekian. Jadi menggunakan rumus S_n saja dengan memasukkan a dan b ke rumus tersebut.</i>
PW-ST1-W13	<i>Bagaimana keterkaitan kesimpulan tadi dengan soal?</i>
JW-ST1-W13	<i>Yaa intinya untuk menyelesaikan soal ini menggunakan rumus barisan aritmatika karena sudah diketahui u_4 dan u_8 nya, terus menggunakan S_n untuk mengetahui jarak yang dilalui peserta</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST1 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	ST1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan
<p>(1)</p>  <p>(TS-ST1-Vk1)</p>	<p>(1) Kesimpulannya, jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut yakni 800 meter, mulai dari botol 1 ke botol 10. Bisa juga menggunakan cara lain, tapi lama. Harus mencari u_1 sama dengan sekian, u_2 sama dengan sekian. Jadi menggunakan rumus S_n saja dengan memasukkan a dan b ke rumus tersebut</p> <p>(JW-ST1-W12)</p>
ST1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah	<p>(2) Yaa intinya untuk menyelesaikan soal ini menggunakan rumus barisan aritmatika karena sudah diketahui u_4 dan u_8 nya, terus menggunakan S_n untuk mengetahui jarak yang dilalui peserta</p> <p>(JW-ST1-W13)</p>

Berdasarkan Tabel 4.16 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (ST1) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST1 menyusun kesimpulan dengan menyatakan *Kesimpulannya, jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut yakni 800 meter, mulai dari botol 1 ke botol 10. Bisa juga menggunakan cara lain, tapi lama. Harus mencari u_1 sama dengan sekian, u_2 sama dengan sekian. Jadi menggunakan rumus S_n saja dengan memasukkan a dan b ke rumus tersebut*” pada JW-ST1-W12.
- b) Subjek ST1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan dengan menyatakan *“Yaa intinya untuk menyelesaikan soal ini menggunakan rumus barisan aritmatika karena sudah diketahui u_4 dan u_8 nya, terus menggunakan S_n untuk mengetahui jarak yang dilalui peserta.”* pada JW-ST1-W13.

c. Analisis Data Subjek ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST1 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1) Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menyusun kesimpulan berdasarkan hasil jawaban atau solusi yang sudah ditentukan dengan benar. ST1 menyatakan *“Kesimpulannya, jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut yakni 800 meter, mulai dari botol 1 ke botol 10. Bisa juga menggunakan cara lain, tapi lama. Harus mencari u_1 sama dengan sekian, u_2 sama dengan sekian. Jadi menggunakan rumus S_n saja dengan memasukkan a*

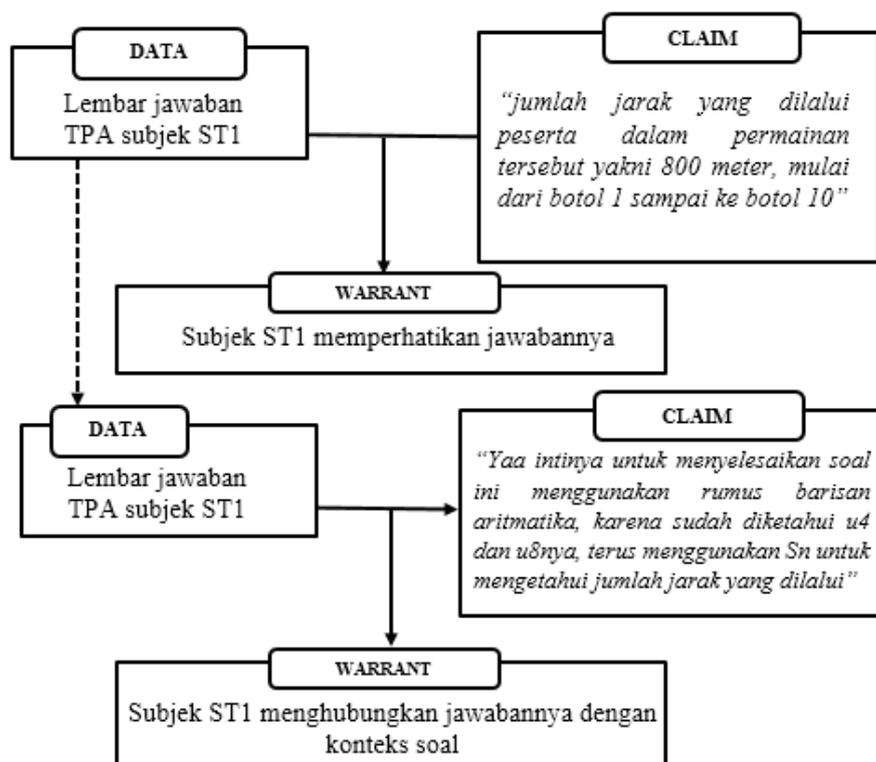
dan b ke rumus tersebut” JW-ST1-W13. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek ST1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan dengan logis.

2) Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menghubungkan kesimpulan yaitu menyatakan *“Yaa intinya untuk menyelesaikan soal ini menggunakan rumus barisan aritmatika karena sudah diketahui u_4 dan u_8 nya, terus menggunakan S_n untuk mengetahui jarak yang dilalui peserta”* pada JW-ST1-W13. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST1 dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks soal.*

3) Penalaran aljabar ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST1 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek ST1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek ST1 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan, kemudian menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

- E. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi**
- 1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola**
 - a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST2 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.17

Tabel 4.17 Hasil TPA dan Think Aloud Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil Think Aloud
<p>Diketahui : $u_4 = 56$ $u_8 = 120$ Ditanya = Jumlah jarak pada permainan</p> <p>(TS-ST2-P11)</p>	<p>“Jarak ke botol 4 itu 56 meter, sedangkan ke botol 8 itu dibutuhkan 120 meter, disini bisa dituliskan $u_4=56$ dan $u_8=120$”</p> <p>(JS-ST2-T01)</p>
<p> $u_4 = a + (n-1)b$ $u_4 = a + (n-1)b$ $56 = a + (4-1)b$ $120 = a + (8-1)b$ $56 = a + 3b$ $120 = a + 7b$ </p> <p>(TS-ST2-P12)</p>	<p>“u_4 nya 56, rumus U_n itu, $a + (n-1)b$. berarti $56 = a + (4-1)b$. $56 = a + 3b$. kemudian u_8 nya 120, berarti $120 = a + (8-1)b$. $120 = a + 7b$”</p> <p>(JS-ST2-T02)</p>
<p> $56 = a + 3b$ $120 = a + 7b$ </p> <p>(TS-ST2-P13)</p>	<p>“Untuk mengetahui jarak awalnya, dan beda jaraknya bisa dicari melalui persamaan u_4 dan u_8 yang didapat dari rumus barisan aritmatika lalu di eliminasi dan substitusi”</p> <p>(JS-ST2-T03)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST2 yang dipaparkan pada Tabel 4.18.

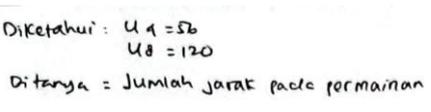
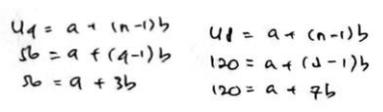
Tabel 4.18 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST2-W01	Informasi apa yang terdapat dalam soal ?
JW-ST2-W01	“Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, dan jarak ke botol 8 itu 120 meter. Lalu, ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan”
PW-ST2-W02	Bagaimana kamu memahami informasi tersebut?
JW-ST2-W02	Jadi kan jarak ke botol ke 4 sejauh ini dan jarak botol ke 8 sejauh ini, tapi kita ndak tahu jarak awalnya berapa jaraknya, jadi kita mencari itu dulu.
PW-ST2-W03	Oke, untuk mencari jarak awalnya bagaimana?
JW-ST2-W03	pake rumus barisan aritmatika dengan dua jarak yang sudah diketahui itu, u_4 dan u_8 . Kemudian dijadikan persamaan. Dan di eliminasi substitusi

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban ST2 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.19.

Tabel 4.19 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST2 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
ST2 mengumpulkan informasi (1)  (TS-ST2-P11)	ST2 mengumpulkan informasi (1) <i>“Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, dan jarak ke botol 8 itu 120 meter. Lalu, ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan”</i> (JW-ST2-W01)
(1) <i>“Jarak ke botol 4 itu 56 meter, sedangkan ke botol 8 itu dibutuhkan 120 meter, disini bisa dituliskan $u_4=56$ dan $u_8=120$”</i> (TS-ST2-P11)	
ST2 merepresentasikan informasi (2)  (TS-ST2-P12)	ST2 merepresentasikan informasi (2) <i>Jadi kan jarak ke botol ke 4 sejauh ini dan jarak botol ke 8 sejauh ini, tapi kita ndak tahu jarak awalnya berapa jaraknya, jadi kita mencari itu dulu.</i> (JW-ST2-W02)
(2) <i>“u_4 nya 56, rumus U_n itu, $a + (n-1)b$. berarti $56 = a + (4-1)b$. $56 = a + 3b$. kemudian u_8 nya 120, berarti $120 = a + (8-1)b$. $120 = a + 7b$”</i> (JS-ST2-T02)	

1	2
ST2 menghubungkan informasi	ST2 menghubungkan informasi
<p>(3)</p> $s_6 = a + 3b$ $120 = a + 7b$ <p style="text-align: right;">(TS-ST2-P13)</p>	<p>(3) “pake rumus barisan aritmatika dengan dua jarak yang sudah diketahui itu, u_4 dan u_8. Kemudian dijadikan persamaan. Dan di eliminasi substitusi”</p> <p style="text-align: right;">(JW-ST2-W04)</p>
<p>(3) “Untuk mengetahui jarak awalnya, dan beda jaraknya bisa dicari melalui persamaan u_4 dan u_8 yang didapat dari rumus barisan aritmatika lalu di eliminasi dan substitusi”</p> <p style="text-align: right;">(JS-ST1-T03)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.19 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST2 mengumpulkan informasi dengan menyatakan “Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, dan jarak ke botol 8 itu 120 meter. Lalu, ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan” pada JW-ST2-W01.
- b) Subjek ST2 merepresentasikan informasi dengan menyatakan “ u_4 nya 56, rumus U_n itu, $a + (n-1)b$. berarti $56 = a + (4-1)b$. $56 = a + 3b$. kemudian u_8 nya 120, berarti $120 = a + (8-1)b$. $120 = a + 7b$ ” pada JS-ST2-T02.
- c) Subjek ST2 menghubungkan informasi dengan menyatakan “Untuk mengetahui jarak awalnya, dan beda jaraknya bisa dicari melalui persamaan

u₄ dan u₈ yang didapat dari rumus barisan aritmatika lalu di eliminasi dan substitusi” pada JS-ST2-T03.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST2 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

1) Mengumpulkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 mengumpulkan informasi yaitu menyatakan *“Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, dan jarak ke botol 8 itu 120 meter. Lalu, ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan”* pada JW-ST2-W01. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek ST2 mengumpulkan informasi yang diberikan pada soal dengan benar dan lengkap.*

2) Merepresentasikan Informasi

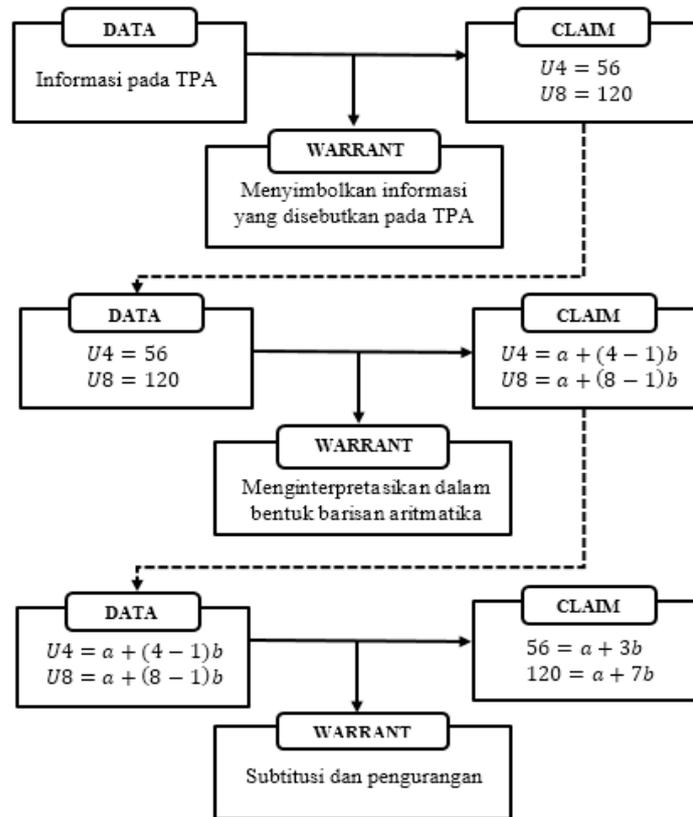
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 merepresentasikan informasi dari soal yang diberikan dengan menyatakan *“Jadi kan jarak ke botol ke 4 sejauh ini dan jarak botol ke 8 sejauh ini, tapi kita ndak tahu jarak awalnya berapa jaraknya, jadi kita mencari itu dulu”* pada JW-ST2-W02. Selain itu, subjek ST2 menyatakan *“u₄ nya 56, rumus Un itu, $a + (n-1)b$. berarti $56 = a + (4-1)b$. $56 = a + 3b$. kemudian u₈ nya 120, berarti $120 = a + (8-1)b$. $120 = a + 7b$ ”* pada JS-ST2-T02. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek ST2 merepresentasikan informasi dari soal ke bentuk barisan aritmatika.*

3) Menghubungkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menghubungkan informasi dalam soal yaitu menyatakan “*Untuk mengetahui jarak awalnya, dan beda jaraknya bisa dicari melalui persamaan u_4 dan u_8 yang didapat dari rumus barisan aritmatika lalu di eliminasi dan substitusi*” pada JS-ST2-T03. Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek ST2 menghubungkan informasi yang diberikannya pada soal untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola.

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST2 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan Subjek ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek ST2 dapat mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal, merepresentasikan informasi tersebut dalam sebuah rumus barisan aritmatika, serta menghubungkan informasi-informasi dalam soal untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Mengamati Pola

2. **Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur**
 - a. **Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.20.

Tabel 4.20 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$\begin{array}{r} a + 7b = 120 \\ a + 3b = 56 \\ \hline \end{array}$ <p>(TS-ST2-Gk1)</p>	<p>Dari u_4 dan u_8 didapatkan persamaan $a+3b=56$ dan $a+7b=120$</p> <p>(JS-ST2-T04)</p>
$\begin{array}{r} a + 7b = 120 \\ a + 3b = 56 \\ \hline 4b = 64 \\ b = 16 \end{array}$ $\begin{array}{r} a + 3b = 56 \\ a + 3(16) = 56 \\ a + 48 = 56 \\ a = 8 \end{array}$ $\begin{aligned} U_{10} &= 8 + (10-1)16 \\ &= 8 + 9(16) \\ &= 8 + 144 = 152 \end{aligned}$ <p>(TS-ST2-Gk2)</p>	<p>Lalu dilakukan metode eliminasi yang menemukan nilai $b=16$, dan disubstitusi ke $a + 3b = 56$, ditemukan nilai a sebesar 8. Dari situ kita bisa mencari u_{10}. Karena jarak yang dilalui peserta adalah sampai botol 10, maka kita harus tahu u_{10} nya dulu. Nilai u_{10} jika dimasukkan a dan b nya itu 152.</p> <p>(JS-ST2-T05)</p>
<p>Karena ditanyakan jumlah jarak, maka</p> $S_{10} = \frac{10}{2} (8 + 152)$ <p>(TS-ST1-Gk3)</p>	<p>“Lalu, karena yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, maka pake rumus S_n deret aritmatika yaitu $\frac{n}{2}(a + u_n)$”</p> <p>(JS-ST2-T06)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST2 yang dipaparkan pada Tabel 4.21.

Tabel 4.21 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST2-W04	Bagaimana persamaan yang kamu dapatkan ?
JW-ST2-W04	Ini, $a+3b=56$, untuk yang u_4 dan $a+7b=120$ untuk yang u_8 .
PW-ST2-W05	Setelah mendapat nilai a dan b , selanjutnya bagaimana?
JW-ST2-W05	Mencari u_{10} , karena kan jarak nya sampai botol 10.
PW-ST2-W06	Oke, setelah mendapatkan u_{10} , selanjutnya bagaimana?
JW-ST2-W06	Mencari jumlah jarak pake rumus S_n karena menghitung jumlah semua jarak sampai botol 10.

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.22.

Tabel 4.22 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
ST2 menentukan unsur penyusun pola	ST2 menentukan unsur penyusun pola
(1) $\begin{array}{l} a + 7b = 120 \\ a + 3b = 56 \end{array}$ (TS-ST2-Gk1)	(2) <i>Ini, $a + 3b = 56$, untuk yang u4 dan $a + 7b = 120$ untuk yang u8.</i> (JW-ST2-W04)
(1) <i>Dari u4 dan u8 didapatkan persamaan $a + 3b = 56$ dan $a + 7b = 120$</i> (JS-ST2-T04)	
ST2 melakukan eksplorasi terhadap pola	ST2 melakukan eksplorasi terhadap pola
(2) $\begin{array}{r} a + 7b = 120 \\ a + 3b = 56 \\ \hline 4b = 64 \\ b = 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} a + 3b = 56 \\ a + 3(16) = 56 \\ a + 48 = 56 \\ a = 8 \end{array}$ $U_{10} = 8 + (10-1)16 = 8 + 9(16) = 8 + 144 = 152$ (TS-ST2-Gk2)	(2) <i>Mencari u10, karena kan jarak nya sampai botol 10.</i> (JW-ST2-W05)
(2) <i>Lalu dilakukan metode eliminasi yang menemukan nilai $b=16$, dan disubstitusi ke $a + 3b = 56$, ditemukan nilai a sebesar 8. Dari situ kita bisa mencari u10. Karena jarak yang dilalui peserta adalah sampai botol 10, maka kita harus tahu u10 nya dulu. Nilai u10 jika dimasukkan a dan b nya itu 152</i> (JS-ST2-T05)	

1	2
ST2 menentukan rumus umum (3) <i>karena ditanyakan jumlah jarak, maka</i> $S_{10} = \frac{10}{2} (8 + 152)$	ST2 menentukan rumus umum (2) <i>Mencari jumlah jarak pake rumus Sn karena menghitung jumlah semua jarak sampai botol 10.</i>
(TS-ST2-Gk3)	(JW-ST2-W07)
(3) <i>“Lalu, karena yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, maka pake rumus Sn deret aritmatika yaitu $\frac{n}{2}(a + u_{10})$”</i> (JS-ST2-T06)	

Berdasarkan Tabel 4.22 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST2 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Dari u_4 dan u_8 didapatkan persamaan $a + 3b = 56$ dan $a + 7b = 120$ ” pada JS-ST2-T04.*
- b) Subjek ST2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Lalu dilakukan metode eliminasi yang menemukan nilai $b=16$, dan disubstitusi ke $a + 3b = 56$, ditemukan nilai a sebesar 8. Dari situ kita bisa mencari u_{10} . Karena jarak yang dilalui peserta adalah sampai botol 10, maka kita harus tahu u_{10} nya dulu. Nilai u_{10} jika dimasukkan a dan b nya itu 152” pada JS-ST2-T05*
- c) Subjek ST2 menentukan rumus umum dengan menyatakan “*Lalu, karena yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, maka pake rumus Sn deret aritmatika yaitu $\frac{n}{2}(a + u_{10})$ ” pada JS-ST2-T06.*

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu menyatakan “*Dari u_4 dan u_8 didapatkan persamaan $a + 3b = 56$ dan $a + 7b = 120$ ” pada JS-ST2-T04. Selain itu subjek ST2 menuliskan persamaan yang sama pada TS-ST2-Gk1. Dengan demikian dapat disimpulkan *subjek ST2 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan membuat persamaan.**

2) Melakukan Eksplorasi Terhadap Pola

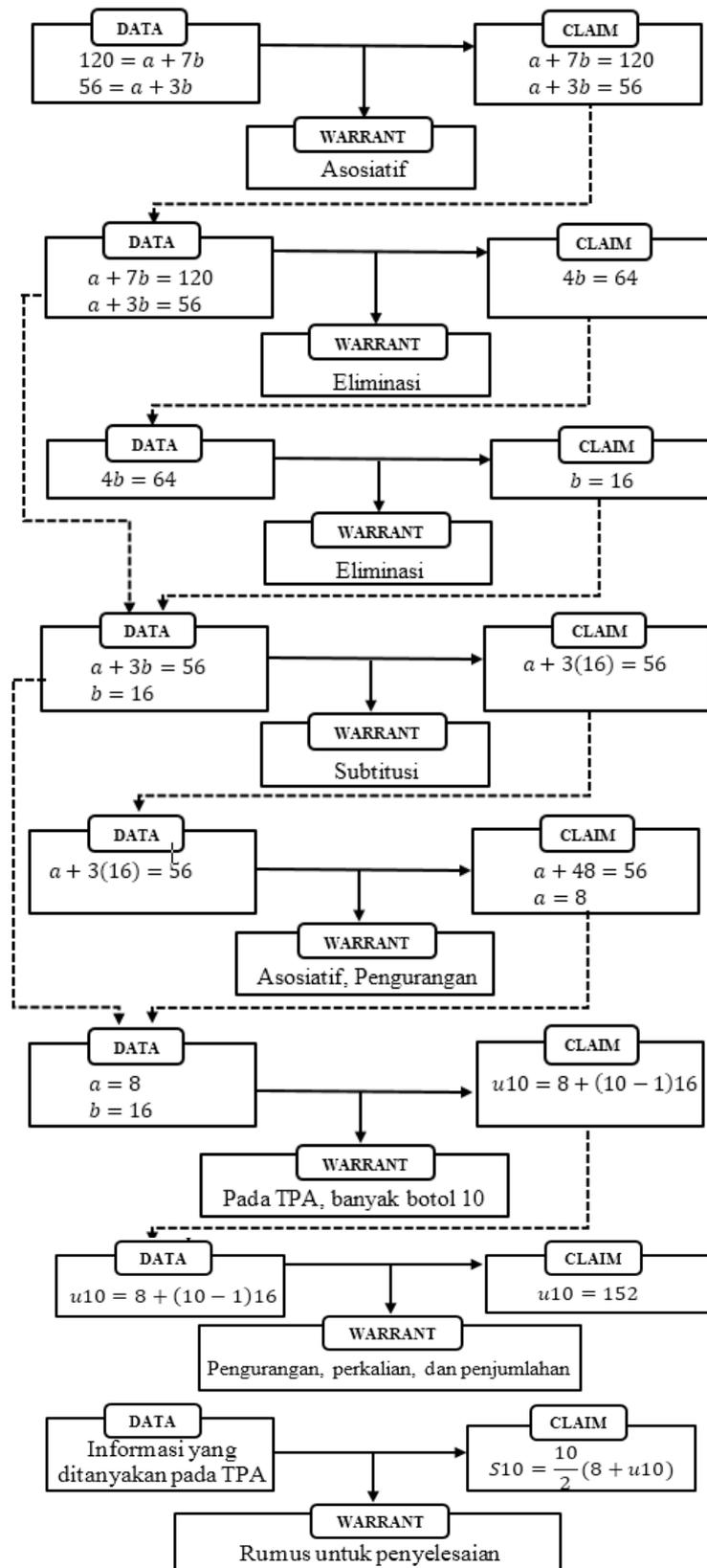
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu menyatakan “*Lalu dilakukan metode eliminasi yang menemukan nilai $b=16$, dan disubstitusikan ke $a + 3b = 56$, ditemukan nilai a sebesar 8. Dari situ kita bisa mencari u_{10} . Karena jarak yang dilalui peserta adalah sampai botol 10, maka kita harus tahu u_{10} nya dulu. Nilai u_{10} jika dimasukkan a dan b nya itu 152” pada JS-ST2-T05” . Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek ST2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan.**

3) Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yaitu menyatakan “*Lalu, karena yang ditanyakan jumlah jarak keseluruhan, maka pake rumus S_n deret aritmatika yaitu $\frac{n}{2}(a + u_{10})$ ” pada JS-ST2-T06. Selain itu, subjek ST2 juga menyatakan “*Mencari jumlah jarak pake rumus S_n karena menghitung jumlah semua jarak sampai botol 10*” pada JW-ST2-W07. Dengan demikian dapat disimpulkan *subjek ST2 menentukan rumus umum yang digunakan untuk menyelesaikan masalah dengan benar.**

4) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. ST2 dapat membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, kemudian melakukan eksplorasi, dan menemukan rumus umum untuk menyelesaikan soal berdasarkan pola yang sudah ditentukan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST2 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.23.

Tabel 4.23 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$S_{10} = \frac{10}{2} (8 + 152)$ $= 5 (160) = 800$	<p>“u10 nya tadi sudah kita cari, tinggal dimasukan ke rumus Sn”</p> <p>(JS-ST2-T07)</p>
<p>(TS-ST2-Bk1)</p>	<p>“Maka jarak yang ditempuh untuk permainan ini itu 800 meter”</p> <p>(JS-ST2-T08)</p>
<p>(TS-ST2-Bk2)</p>	<p>(JS-ST2-T08)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST2 yang dipaparkan pada Tabel 4.24.

Tabel 4.24 Hasil Wawancara Subjek ST1 dalam Membuktikan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST2-W07	Setelah menentukan rumus, selanjutnya bagaimana?
JW-ST2-W07	Tinggal dioperasikan, tadi u10 nya 152. a nya 8.
PW-ST2-W08	Oke, hasilnya berapa?
JW-ST2-W08	800 meter

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST2 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.25.

Tabel 4.25 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST2 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1) $S_{10} = \frac{10}{2} (8 + 152)$ $= 5 (160) = 800$	ST2 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1) <p>“Tinggal dioperasikan, tadi u10 nya 152. a nya 8”</p>
(TS-ST2-Bk1)	(JW-ST2-W07)
(1) “u10 nya tadi sudah kita cari, tinggal dimasukan ke rumus Sn”	
(JS-ST2-T07)	
ST2 menentukan hasil penyelesaian (2) $= 800$	ST2 menentukan hasil penyelesaian (2) 800 meter
(TS-ST2-Bk2)	(JW-ST1-W08)
(2) “Maka jarak yang ditempuh untuk permainan ini itu 800 meter”	
(JS-ST2-T08)	

Berdasarkan Tabel 4.25 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST2 melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan dengan menyatakan “*Tinggal dioperasikan, tadi u10 nya 152. a nya 8*” pada JW-ST2-W07.
- b) Subjek ST2 menentukan hasil penyelesaian dengan menyatakan “*Maka jarak yang ditempuh untuk permainan ini itu 800 meter*” pada JS-ST2-T08

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST2 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Melakukan Operasi Terhadap Rumus

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan yaitu menyatakan “*Tinggal dioperasikan, tadi u10 nya 152. a nya 8*” pada JW-ST2-W07. Selain itu, ST1 juga menuliskan hasil perhitungan terhadap rumus yang sudah ditentukan (lihat TS-ST2-Bk1). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST2 melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan benar.*

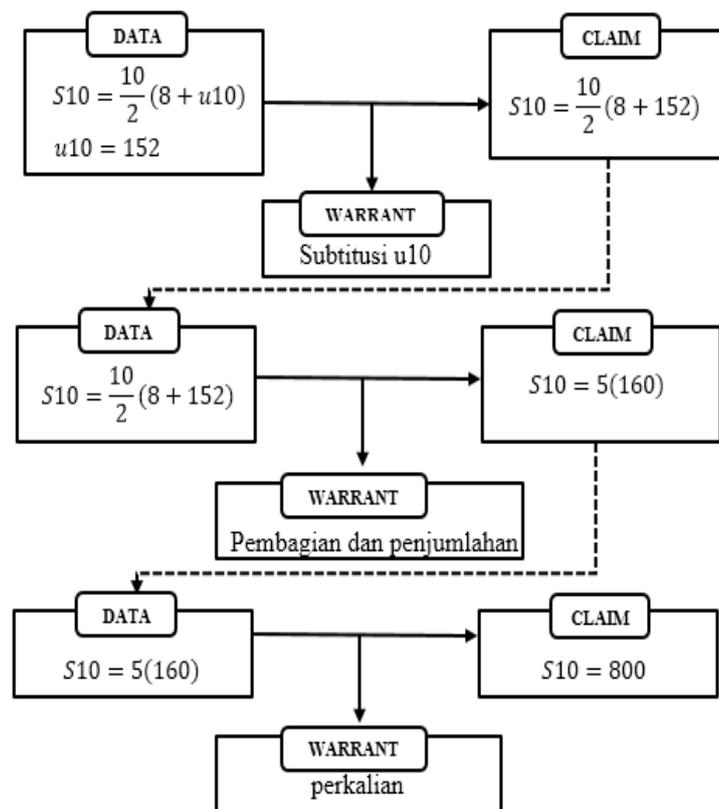
2) Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menentukan hasil penyelesaian yaitu menyatakan “*Maka jarak yang ditempuh untuk permainan ini itu 800 meter*” pada JS-ST2-T08. Selain itu, subjek ST2 juga menuliskan “800” pada TS-ST2-Bk2, dan menyatakan “*800 meter*” pada JW-ST1-W07 yang

menunjukkan hasil penyelesaian soal yang diberikan. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST2 dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3) Penalaran Aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST2 dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengana teliti. Subjek ST2 dapat membuktikan konjektur dengan melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan sebelumnya, dan mendapatkan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek ST2 dalam membuktikan konjektur pada Gambar 4.8



Gambar 4.8 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membuktikan Konjektur

4. **Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis**
 - a. **Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.26.

Tabel 4.26 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	<i>"ini tadi u10 nya 152, oke sn10 nya 800"</i>

(JS-ST2-T09)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST2 yang dipaparkan pada Tabel 4.27.

Tabel 4.27 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST2-W09	<i>Sudah yakin dengan jawabannya ?</i>
JW-ST2-W09	<i>Sudah</i>
PW-ST2-W10	<i>Bagaimana kamu bisa yakin kalau jawabn ini?</i>
JW-ST2-W10	<i>Karena dilihat dari informasi yang diketahui tadi kan jarak ke botol 4 itu 56, jarak ke botol 8 itu 120. Dan dari aturan permainan juga, itu bisa ditentukan jarak ke botol pertamanya 8 meter, jarak ke botol 2 balik ke kotak terus ke botol 2, 3 langkah, berarti 8 dikali 3. Jadi beda jarak tetap 16 meter disetiap meletakkan bendera ke botol selanjutnya.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis yang disajikan pada Tabel 4.28.

Tabel 4.28 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST2 menganalisa hasil penyelesaian	ST2 menganalisa hasil penyelesaian
(1) <i>“ini tadi u10 nya 152, oke sn10 nya 800”</i>	(1) <i>“Sudah”</i>
(JS-ST2-T09)	(JW-ST2-W09)
ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian	ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian
(2) Tidak ada tulisan	(2) <i>Karena dilihat dari informasi yang diketahui tadi kan jarak ke botol 4 itu 56, jarak ke botol 8 itu 120. Dan dari aturan permainan juga, itu bisa ditentukan jarak ke botol pertamanya 8 meter, jarak ke botol 2 balik ke kotak terus ke botol 2, 3 langkah, berarti 8 dikali 3. Jadi beda jarak tetap 16 meter disetiap meletakkan bendera ke botol selanjutnya.</i>
	(JW-ST2-W10)

Berdasarkan Tabel 4.28 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST2 menganalisa hasil penyelesaian masalah dengan melakukan menyatakan *“ini tadi u10 nya 152, oke sn10 nya 800”* pada JS-ST2-T09.
- b) Subjek ST2 merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan *“Karena dilihat dari informasi yang diketahui tadi kan jarak ke botol 4 itu 56, jarak ke botol 8 itu 120. Dan dari aturan permainan juga, itu bisa ditentukan jarak ke botol pertamanya 8 meter, jarak ke botol 2 balik ke kotak*

terus ke botol 2, 3 langkah, berarti 8 dikali 3. Jadi beda jarak tetap 16 meter disetiap meletakkan bendera ke botol selanjutnya.” pada JW-ST2-W10

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah sebagai berikut:

1) Menganalisis hasil penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang diperoleh yaitu menyatakan “*ini tadi u10 nya 152, oke sn10 nya 800*” pada JS-ST2-T09. Selanjutnya, setelah menganalisa subjek ST2 yakin bahwa jawabannya sudah benar. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST2 melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian.*

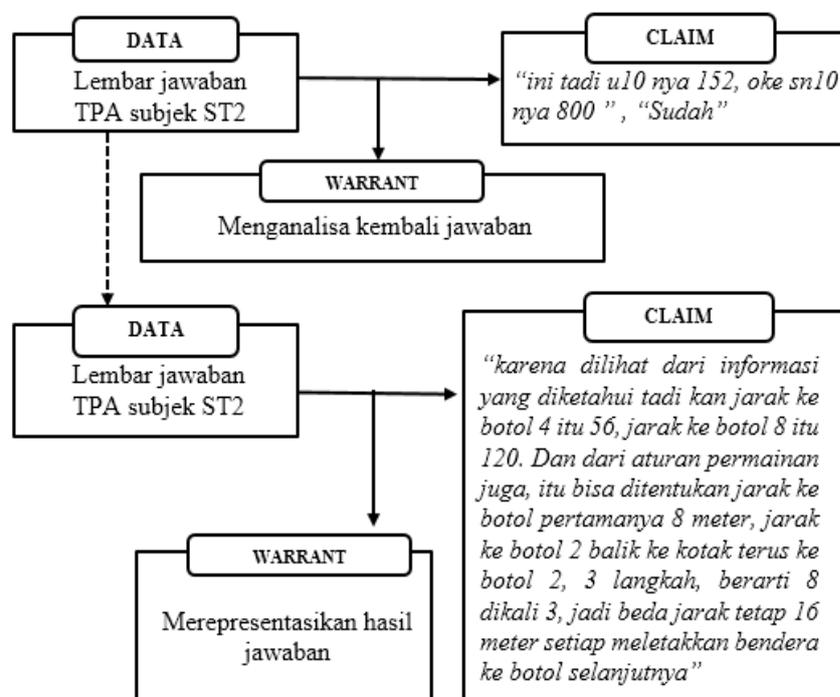
2) Merepresentasikan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 merepresentasikan jawaban setelah melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian. Subjek ST2 menyatakan “*Karena dilihat dari informasi yang diketahui tadi kan jarak ke botol 4 itu 56, jarak ke botol 8 itu 120. Dan dari aturan permainan juga, itu bisa ditentukan jarak ke botol pertamanya 8 meter, jarak ke botol 2 balik ke kotak terus ke botol 2, 3 langkah, berarti 8 dikali 3. Jadi beda jarak tetap 16 meter disetiap meletakkan bendera ke botol selanjutnya.*” pada JW-ST2-W10. Dengan

demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek ST2 telah merepresentasikan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan.*

3) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar ST2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek ST2 dapat membangun dan mengevaluasi argumen matematis dengan melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian serta merepresentasikan hasil jawaban.. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek ST2 dalam membangun dan mengevaluasi argumrn matematis pada Gambar 4.9.



Gambar 4.9 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

5. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek ST2 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.29.

Tabel 4.29 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>∴ Jumlah jarak yang dilalui i peserta adalah 800 meter.</p> <p>(TS-ST2-Vk1)</p>	Tidak ada jawaban subjek

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek ST1 yang dipaparkan pada Tabel 4.30.

Tabel 4.30 Hasil Wawancara Subjek ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST2-W11	<i>Jadi kesimpulan dari jawabnmu apa ?</i>
JW-ST2-W11	<i>Kesimpulannya jumlah jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini 800 meter</i>
PW-ST2-W12	<i>Bagaimana keterkaitan kesimpulan yang kamu buat dengan soa inil?</i>
JW-ST2-W12	<i>Kalau misalkan ada pola yang tetap, nah soal ini kan dari petunjuknya sudah dapat diketahui polanya ini tetap, berarti secara tidak langsung ya itu menunjukkan kalau itu barisan aritmatika. Sehingga memudahkan kita mengerjakan soal ini</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek ST2 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.31.

Tabel 4.31 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek ST2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST2 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan (1) <i>∴ Jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter.</i> (TS-ST2-Vk1)	ST2 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan (1) <i>Kesimpulannya jumlah jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini 800 meter</i> (JW-ST2-W11) ST2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah (2) <i>Kalau misalkan ada pola yang tetap, nah soal ini kan dari petunjuknya sudah dapat diketahui polanya ini tetap, berarti secara tidak langsung ya itu menunjukkan kalau itu barisan aritmatika. Sehingga memudahkan kita mengerjakan soal ini.</i> (JW-ST1-W12)

Berdasarkan Tabel 4.31 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika tinggi (ST2) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek ST2 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Kesimpulannya jumlah jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini 800 meter*” pada JW-ST2-W11.
- b) Subjek ST2 menghubungkan kesimpulan dengan menyatakan “*Kalau misalkan ada pola yang tetap, nah soal ini kan dari petunjuknya sudah dapat diketahui polanya ini tetap, berarti secara tidak langsung ya itu menunjukkan kalau itu barisan aritmatika. Sehingga memudahkan kita mengerjakan soal ini*” pada JW-ST2-W12.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek ST2 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1) Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menyusun kesimpulan berdasarkan hasil jawaban dengan menyatakan “*Kesimpulannya jumlah jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini 800 meter*” pada JW-ST2-W11. Dengan demikian dapat disimpulkan *subjek ST2 dapat menyusun kesimpulan dengan benar*

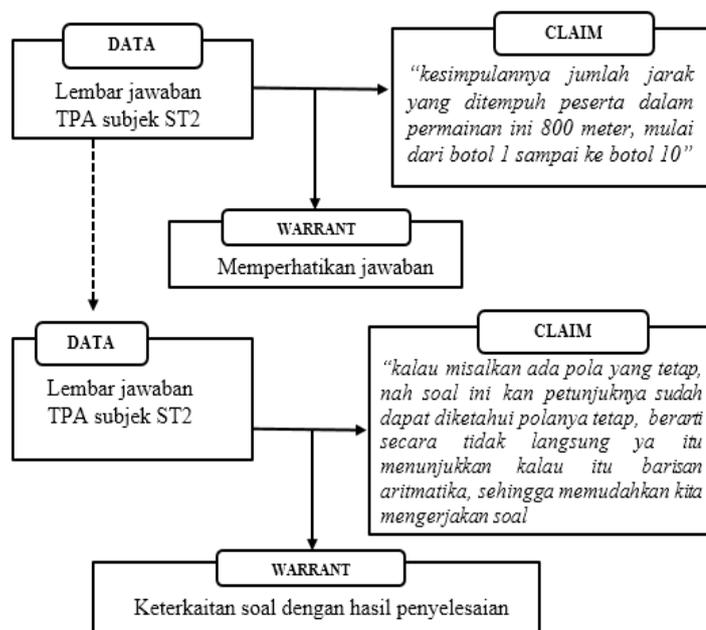
2) Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks soal yaitu menyatakan “*Kalau misalkan ada pola yang tetap, nah soal ini kan dari petunjuknya sudah dapat diketahui polanya ini*

tetap, berarti secara tidak langsung ya itu menunjukkan kalau itu barisan aritmatika. Sehingga memudahkan kita mengerjakan soal ini” pada JW-ST2-W12. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek ST2 dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks soal.*

3) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek ST2 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek ST2 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan, kemudian menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek ST2 dalam memvalidasi kesimpulan pada Gambar 4.10.



Gambar 4.10 Alur Penalaran Aljabar ST2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

F. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang

1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.32

Tabel 4.32 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>Pertama kita harus tau jarak antar botol, yg mana jarak tsb itu sama. Misal jaraknya adl a, maka kita harus tentukan berapa banyak langkah yg dibutuhkan untuk menyalurkan bensin ke setiap botol.</p>	<p>"pertama harus tahu jaraknya dulu antar botol, misal jarak itu a. Kemudian menentukan jarak ini dengan menghitung langkah ke setiap botol "</p>
(TS-SS1-P12)	(JS-SS1-T01)
<p>* ke botol 1 : 1 langkah, berarti a meter. * - " - 2 : 3 " " " $3a$ meter * - " - 3 : 5 " " " $5a$ meter * - " - 4 : 7 " " " $7a$ meter</p>	<p>"nah, berdasarkan aturan main tadi, untuk ke botol 1 itu 1 langkah berarti a meter, untuk ke botol 2 itu balik lagi ke kotak terus ke botol 2 tu 3 langkah berarti $3a$ meter"</p>
(TS-SS1-P13)	(JS-SS1-T02)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.33.

Tabel 4.33 Hasil Wawancara Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS1-W01	<i>Informasi apa yang terdapat pada soal ?</i>
JW-SS1-W01	<i>Aturan permainan ini, terus jarak yang dibutuhkan dari nyalurin bendera ke botol 4 itu 56 meter dan ke botol 8 itu 120 meter</i>
PW-SS1-W02	<i>Bagaimana kamu memahami informasi tersebut?</i>
JW-SS1-W02	<i>Kita harus tahu jarak antar botol. Berarti kan harus menghitung langkah yang dibutuhkan untuk nyelesaiin sampe botol 10</i>
PW-SSI-W03	<i>Oke, terus bagaimana keterkaitan antar informasi tadi?</i>
JW-SS1-W03	<i>Dari aturan permainan ini, dipake untuk menghitung langkah ke setiap botol</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SS1 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.34

Tabel 4.34 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS1 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SS1 mengumpulkan informasi	SS1 mengumpulkan informasi
(1) Tidak ada tulisan subjek	(1) <i>Aturan permainan ini, terus jarak yang dibutuhkan dari nyalurin bendera ke botol 4 itu 56 meter dan ke botol 8 itu 120 meter</i>
	(JW-SS1-W01)

1	2
<p>SS1 merepresentasikan informasi (2)</p> <p>Pertama kita harus tau jarak antar botol, yg mana jarak tsb itu sama. Misal jaraknya adalah a, maka kita harus tentukan berapa banyak langkah yg dibutuhkan untuk menyalurkan bendora ke setiap botol.</p> <p style="text-align: right;">(TS-SS1-P12)</p> <p>(2) "pertama harus tahu jaraknya dulu antar botol, misal jarak itu a. Kemudian menentukan jarak ini dengan menghitung langkah ke setiap botol "</p> <p style="text-align: right;">(JS-SS1-T01)</p>	<p>SS1 merepresentasikan informasi (2) "Kita harus tahu jarak antar botol. Berarti kan harus menghitung langkah yang dibutuhkan untuk nyelesaiin sampe botol 10"</p> <p style="text-align: right;">(JW-SSI-W02)</p>
<p>SS1 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola (3)</p> <p>ke botol 1 : 1 langkah, berarti a meter - " 2 : 3 " " " $3a$ m - " 3 : 5 " " " $5a$ m - " 4 : 7 " " " $7a$ m</p> <p style="text-align: right;">(TS-SS1-P13)</p> <p>(3) "nah, berdasarkan aturan main tadi, untuk ke botol 1 itu 1 langkah berarti a meter, untuk ke botol 2 itu balik lagi ke kotak terus ke botol 2 tu 3 langkah berarti $3a$ meter"</p> <p style="text-align: right;">(JS-SS1-T03)</p>	<p>SS1 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola (3) Dari aturan permainan ini, dipake untuk menghitung langkah ke setiap botol</p> <p style="text-align: right;">(JW-SSI-W03)</p>

Berdasarkan Tabel 4.34 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang di.

- a) Subjek SS1 mengumpulkan informasi dari soal dengan menyatakan “*Aturan permainan ini, terus jarak yang dibutuhkan dari nyalurin bendera ke botol 4 itu 56 meter dan ke botol 8 itu 120 meter*” pada JW-SS1-W01.
- b) Subjek SS1 merepresentasikan dengan menuliskan “*Pertama kita harus tau jarak antar botol, yang mana jarak tersebut itu sama. Misal jaraknya adalah a, maka kita harus tentukan berapa banyak langkah yang dibutuhkan untuk menyalurkan bendera ke setiap botol*”(lihat TS-SS1-PI2).
- c) Subjek SS1 menghubungkan informasi untuk mendapatkan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*nah, berdasarkan aturan main tadi, untuk ke botol 1 itu 1 langkah berarti a meter, untuk ke botol 2 itu balik lagi ke kotak terus ke botol 2 tu 3 langkah berarti 3a meter*” pada JS-SSI-T03.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS1 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

- 1) Mengumpulkan Informasi dari soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 mengumpulkan informasi yaitu menyatakan apa yang diketahui dalam soal dengan benar pada *Aturan permainan ini, terus jarak yang dibutuhkan dari nyalurin bendera ke*

botol 4 itu 56 meter dan ke botol 8 itu 120 meter pada JW-SS1-W01. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek SS1 mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dalam soal dengan benar.

2) Merepresentasikan Informasi dalam soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 merepresentasikan informasi yaitu menuliskan *“Pertama kita harus tau jarak antar botol, yang mana jarak tersebut itu sama. Misal jaraknya adalah a , maka kita harus tentukan berapa banyak langkah yang dibutuhkan untuk menyalurkan bendera ke setiap botol”*(lihat TS-SS1-P12). Selain itu, Subjek SS1 juga menyatakan hal senada pada JS-SS1-T02 dan JW-SS1-W02. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa SS1 merepresentasikan informasi dalam soal.

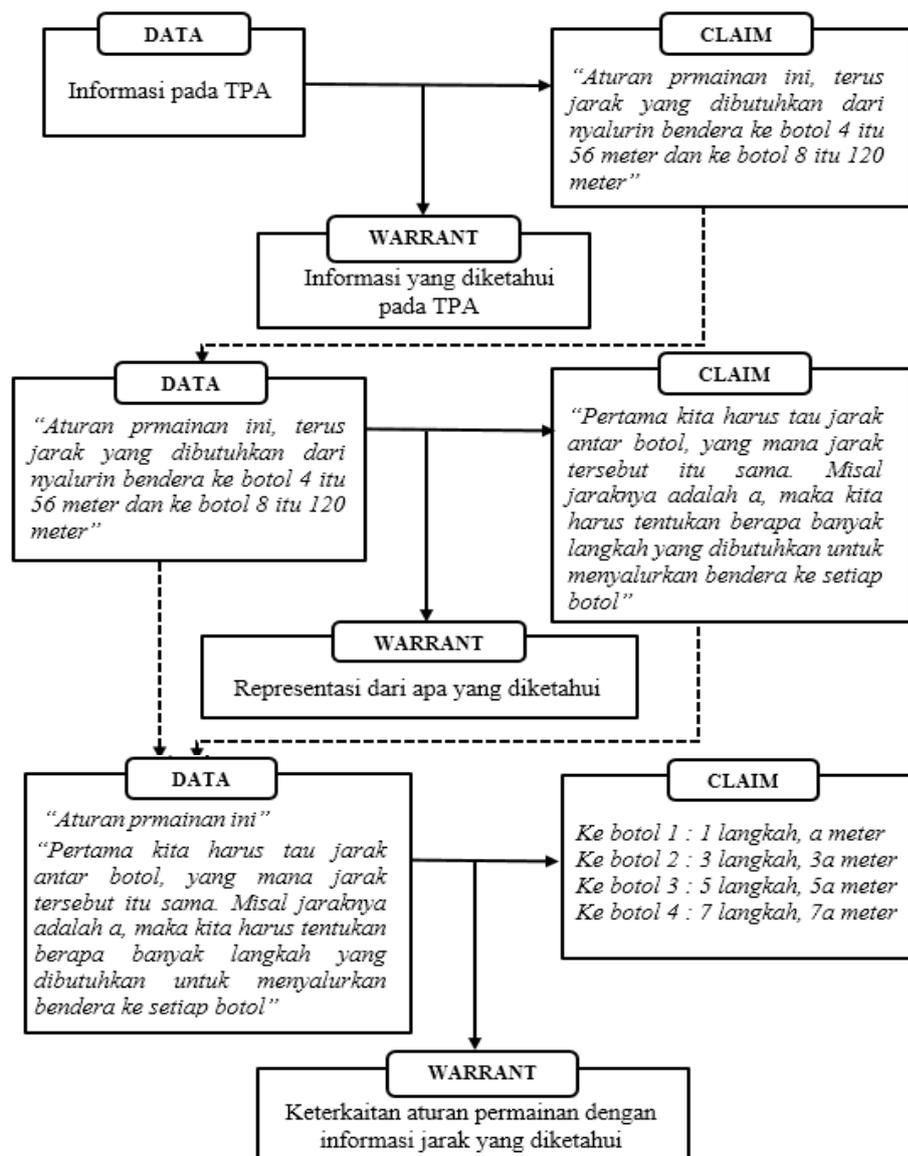
3) Mnghubungkan Informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 mengubungkan informasi dalam soal yaitu menyatakan *“nah, berdasarkan aturan main tadi, untuk ke botol 1 itu 1 langkah berarti a meter, untuk ke botol 2 itu balik lagi ke kotak terus ke botol 2 tu 3 langkah berarti $3a$ meter”* pada JS-SSI-T03. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 menghubungkan informasi aturan permainan dengan informasi jarak yang diketahui untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar Subjek SS1 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan Subjek

SS1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SS1 mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal, merepresentasikan informasi, serta menghubungkan informasi-informasi dalam soal untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS1 dalam mengamati pola pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Mengamati Pola

2. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.35

Tabel 4.35 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$7a = 56 \text{ meter}$ (TS-SS1-Gk1)	“karena diketahui jarak yang dibutuhkan ke botol 4 adalah 56 meter, maka $7a=56$ ” (JS-SS1-T04)
$7a = 56 \text{ meter}$ $a = 8 \text{ meter}$ (TS-SS1-Gk2)	“Jadi jaraknya sama dengan 8 meter” (JS-SS1-T05)
$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ (TS-SS1-Gk3)	“Jumlah langkah yang dibutuhkan ke botol 10 adalah jumlah dari deret 1, 3, 5, ..., u10, maka pakai rumus deret aritmatika S_n , n nya 10” (JS-SS1-T06)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.36.

Tabel 4.36 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS1-W04	<i>Mengapa itu kamu mengatakan jaraknya sama?</i>
JW-SS1-W04	<i>Dari aturan permainan langkah yang ditempuh ke botol 4 kan berarti mulai nya dari botol 3 jadi 7 langkah, dan dari informasi yang diketahui kan jarak ke botol 4 itu 56, terus tak misalin jarak itu a. Jadi 7 langkah kali jarak $7a=56$, a nya 8 meter.</i>
PW-SS1-W05	<i>Oke, kemudahan apakah terdapat pola?</i>
JW-SS1-W05	<i>Ada, kan botol ke botol 1 langkahnya 1, ke botol 2 itu 3 langkah, ke botol 3 itu 5 langkah. Jadi polanya itu tambah 2 terus.</i>
PW-SS1-W05	<i>Terus kenapa ini pakai rumus Sn?</i>
JW-SS1-W05	<i>Karena ditanya jumlah jarak, berarti kan harus tahu jumlah langkahnya, nah jumlah langkah ke botol 10 itu bisa pakai rumus deret aritmatika, karena ini barisan aritmatika 1, 3, 5, dari pada hitung satu-satu.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SS1 dalam dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.37.

Tabel 4.37 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>		Hasil Wawancara
1		2
SS1 menentukan unsur penyusun pola	SS1 menentukan unsur penyusun pola	
(1)	(1) <i>Dari aturan permainan langkah yang ditempuh ke botol 4 kan berarti mulai nya dari botol 3 jadi 7 langkah, dan dari informasi yang diketahui kan jarak ke botol 4 itu 56, terus tak misalin jarak itu a. Jadi 7 langkah kali jarak $7a=56$</i>	
$7a = 56$ meter		
(TS-SS1-Gk1)		(JW-SS1-W04)

1	2
<p>(1) “karena diketahui jarak yang dibutuhkan ke botol 4 adalah 56 meter, maka $7a=65$,</p> <p style="text-align: center;">(JS-SS1-T04)</p> <p>SSI melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola</p>	<p>SSI melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola</p>
<p>(2) $7a = 56 \text{ meter}$ $a = 8 \text{ meter}$</p> <p style="text-align: center;">(TS-SS1-Gk2)</p>	<p>(2) “...a nya 8 meter”</p> <p style="text-align: center;">(JW-SS1-W04)</p>
<p>(2) “Jadi jaraknya sama dengan 8 meter”</p> <p style="text-align: center;">(JS-SS1-T05)</p> <p>ST1 menentukan rumus umum berdasarkan pola yang ditentukan</p>	<p>ST1 menentukan rumus umum berdasarkan pola yang ditentukan</p>
<p>(3) $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$</p> <p style="text-align: center;">(TS-SS1-Gk3)</p>	<p>(2) Karena ditanya jumlah jarak, berarti harus tahu jumlah langkahnya, nah jumlah langkah ke botol 10 itu bisa pakai rumus deret aritmatika, dari pada hitung satu-satu.</p> <p style="text-align: center;">(JW-SS1-W05)</p>
<p>(3) “Jumlah langkah yang dibutuhkan ke botol 10 adalah jumlah dari deret 1, 3, 5, ..., u10, maka pakai rumus deret aritmatika S_n, n nya 10”</p> <p style="text-align: center;">(JS-SS1-T06)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.37 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS1 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Dari aturan permainan langkah yang ditempuh ke botol 4 kan berarti mulai nya dari botol 3 jadi 7 langkah, dan dari informasi yang diketahui kan jarak ke botol 4 itu 56, terus tak misalin jarak itu a. Jadi 7 langkah kali jarak $7a=56$* ” pada JW-SS1-W04.
- b) Subjek SS1 melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola dan mendapatkan polanya dengan menyatakan “*Jadi jaraknya sama dengan 8 meter*” JS-SS1-T05.
- c) Subjrk SS1 menentukan rumus umum berdasarkan pola yang ditentukan “*Jumlah langkah yang dibutuhkan ke botol 10 adalah jumlah dari deret 1, 3, 5, ..., u10, maka pakai rumus deret aritmatika S_n , n nya 10*” JS-SS1-T06.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS1 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Dari aturan permainan langkah yang ditempuh ke botol 4 kan berarti mulai nya dari botol 3 jadi 7 langkah, dan dari informasi yang diketahui kan jarak ke botol 4 itu 56, terus tak misalin jarak itu a.*

Jadi 7 langkah kali jarak $7a=56$ ” pada JW-SS1-W04. Dengan demikian, dapat disimpulkan SS1 dapat *menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan benar*.

2) Melakukan Eksplorasi Terhadap Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu membagi persamaan yang telah ditentukan (lihat TS-SS1-Gk2). SS1 menentukan jarak yang diketahui antara kotak ke botol 1 dan botol lainnya adalah 8 meter yang dinyatakan “*Jadi jaraknya sama dengan 8 meter*” pada JS-SS1-T05.

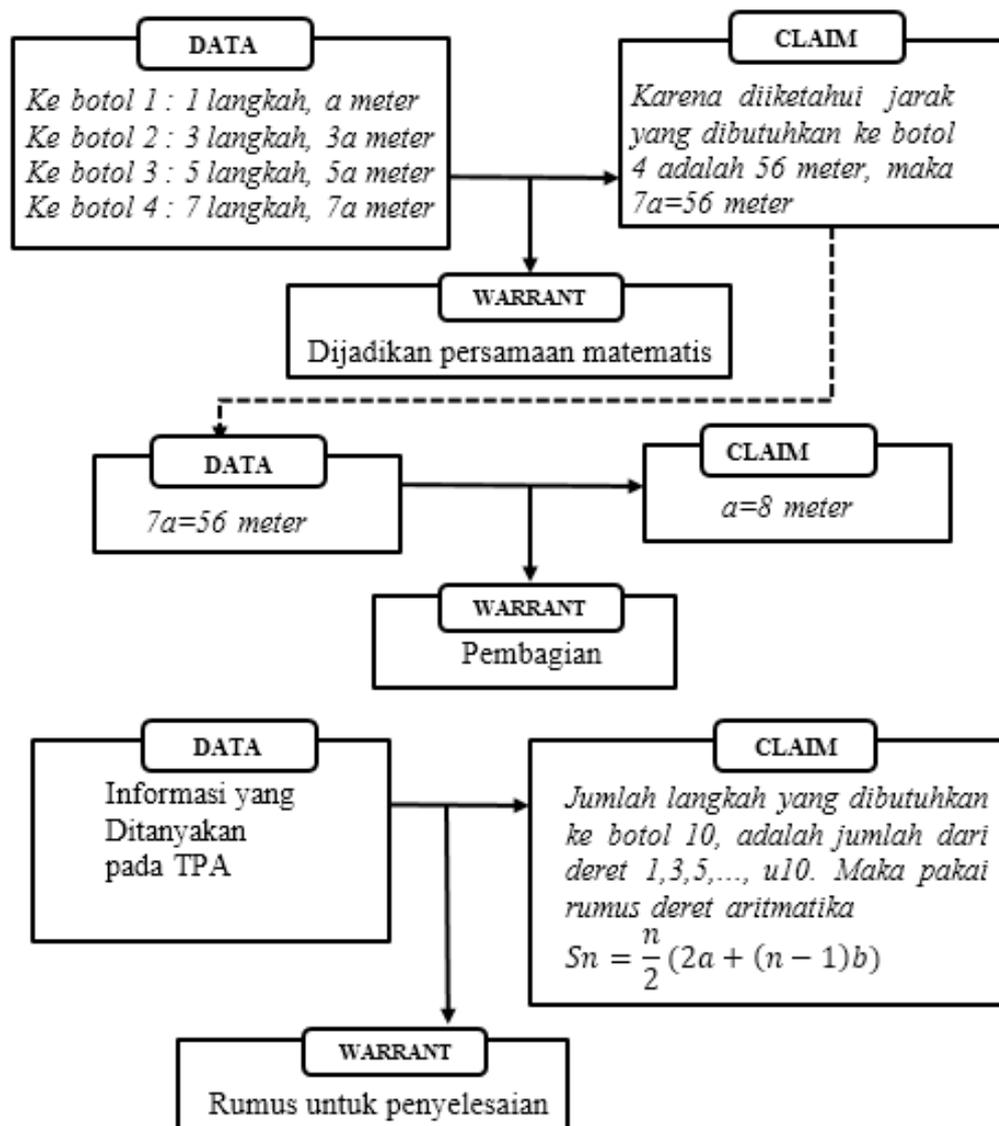
3) Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yaitu menyatakan “*Karena ditanya jumlah jarak, berarti kan harus tahu jumlahnya, nah jumlah langkah ke botol 10 itu bisa pakai rumus deret aritmatika, dari pada hitung satu-satu*”. Selain itu, SS1 menyatakan “*“Jumlah langkah yang dibutuhkan ke botol 10 adalah jumlah dari deret 1, 3, 5, ..., u₁₀, maka pakai rumus deret aritmatika S_n , n nya 10*” pada JS-SS1-T06. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 menentukan rumus umum untuk menyelesaikan soal*.

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar SS1 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan SS1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. SS1 dapat

membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, kemudian melakukan eksplorasi, dan menemukan rumus umum untuk menyelesaikan soal berdasarkan pola yang telah ditentukan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS1 dalam membangun generalisasi dan konjektur pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.38.

Tabel 4.38 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ $S_{10} = \frac{10}{2} (2 \cdot 1 + (10-1)2)$ $= 5 (2 + 18) = 100$	<p>“a nya satu, n nya 10, dan b nya 2”</p> <p>(JS-SS1-T07)</p>
<p>(TS-SS1-Bk1)</p> $100 \text{ m} = 100 (8)$ $= 800 \text{ m}$	<p>“Jumlah langkahnya 100, berarti jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan adalah 100 dikali 8 meter sama dengan 800 meter”</p> <p>(JS-SS1-T08)</p>
<p>(TS-SS1-Bk2)</p>	

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.39.

Tabel 4.39 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS1-W06	Setelah menentukan rumus, bagaimana kamu menyelesaikan soal?
JW-SS1-W06	Karena ini ada 10 botol, maka nyari jumlah langkah sampai botol 10, $n=10$.
PW-SS1-W07	Oke, terus?
JW-SS1-W07	Nah diketahui jumlah langkahnya kan 100. Terus setiap langkah itu kan 8 meter. Untuk nyari jumlah jaraknya tinggal di kali $8 \times 100 = 800$ meter

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS1 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.40.

Tabel 4.40 Validasi Hasil TPA, Think Aloud, dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SS1 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan	SS1 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan
<p>(1) $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$ $S_{10} = \frac{10}{2} (2 \cdot 1 + (10-1) \cdot 2)$ $= 5 (2 + 18) = 100$</p> <p>(TS-SS1-Bk1)</p>	<p>(1) Karena ini ada 10 botol, maka nyari jumlah langkah sampai botol 10, $n=10$. Nah diketahui jumlah langkahnya kan 100.</p> <p>(JW-SS1-W06)</p>
<p>(1) “a nya satu, n nya 10, dan b nya 2”</p> <p>(JS-SS1-T07)</p>	
SS1 menentukan hasil	SS1 menentukan hasil
<p>(2) $100 \cdot 8 = 100(b)$ $= 800 \text{ m}$</p> <p>(TS-SS1-Bk2)</p>	<p>(2) Nah diketahui jumlah langkahnya kan 100. Terus setiap langkah itu kan 8 meter. Untuk nyari jumlah jaraknya tinggal di kali $8 \times 100 = 800$ meter</p> <p>(JW-SS1-W07)</p>

1	2
(2) <i>“Jumlah langkahnya 100, berarti jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan adalah 100 dikali 8 meter sama dengan 800 meter”</i> (JS-SS1-T08)	

Berdasarkan Tabel 4.40 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS1 melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan dengan menuliskan $S_{10} = \frac{n}{2}(2 \cdot 1 + (10 - 1)2)$, $5(2 + 18) = 100$ ” (lihat TS-SS1-Bk1)
- b) Subjek SS1 menentukan hasil penyelesaian masalah dengan menyatakan *“Jumlah langkahnya 100, berarti jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan adalah 100 dikali 8 meter sama dengan 800 meter”* pada JS-SS1-T08.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS1 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Melakukan Operasi Terhadap Rumus yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan yaitu menuliskan $S_{10} = \frac{n}{2}(2 \cdot 1 + (10 - 1)2)$, $5(2 + 18) = 100$ " (lihat TS-SS1-Bk1). Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan dengan benar.*

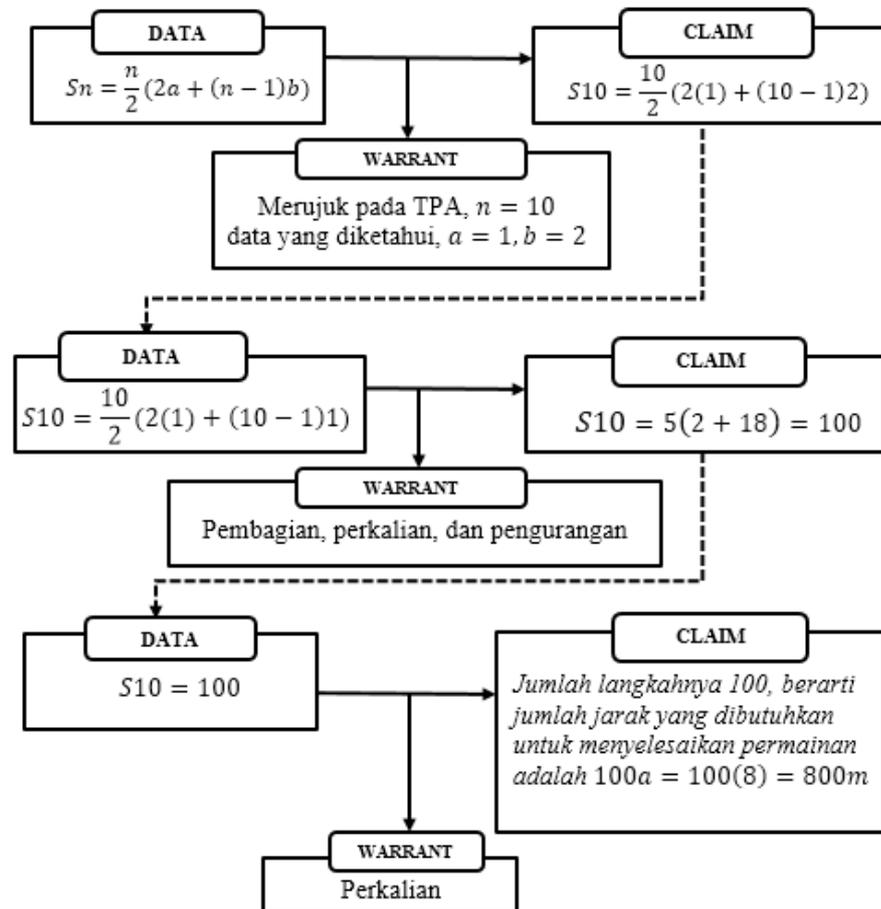
2) Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 menentukan hasil penyelesaian yaitu menyatakan "*Jumlah langkahnya 100, berarti jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan adalah 100 dikali 8 meter sama dengan 800 meter*" pada JS-SS1-T08. Selain itu pada TS-SS1-Bk2 dan JW-SS1-W07 subjek SS1 juga memaparkan hasil yang sama yaitu 800 meter. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3) Penalaran Aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan SS1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek SS1 membuktikan konjektur dengan melakukan operasi terhadap rumus yang telah ditentukan sebelumnya, dan mendapatkan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan.

Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS1 dalam membuktikan konjektur pada Gambar 4.13.



Gambar 4.13 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Membuktikan Konjektur

2. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.41.

Tabel 4.41 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	<i>“Emm, ini jaraknya 8 meter, langkahnya 100”</i>
	(JS-SS1-T09)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.42.

Tabel 4.42 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS1-W08	<i>Apakah kamu yakin jawabanmu benar?</i>
JW-SS1-W08	<i>Iya yakin.</i>
PW-SS1-W09	<i>Bagaimana kamu bisa yakin kalau jawabanmu benar?</i>
JW-SS1-W09	<i>karena kan jaraknya sama, dari yang diketahui tadi ke botol 8 kan 120 meter, untuk ke botol 8 butuh 15 langkah berarti $15a=120$, berarti a nya 8. kan a nya sama kayak yang botol ke 4. Berarti bukti semua pasti sama</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis yang disajikan pada Tabel 4.43.

Tabel 4.43 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SS1 menganalisa hasil penyelesaian	SS1 menganalisa hasil penyelesaian
(1) “ <i>Emm, ini jaraknya 8 meter, langkahnya 100</i> ” (JS-SS1-T09)	(1) <i>Iya yakin</i> (JW-SS1-W09)
	ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian
	(2) “ <i>karena kan jaraknya sama, dari yang diketahui tadi ke botol 8 kan 120 meter, untuk ke botol 8 butuh 15 langkah berarti $15a=120$, berarti a nya 8. kan a nya sama kayak yang botol ke 4. Berarti bukti semua pasti sama</i> ” JW-SS1-W09

Berdasarkan Tabel 4.43 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun hasil data valid dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS1 menganalisa hasil penyelesaian dengan menyatakan “*Emm, ini jaraknya 8 meter, langkahnya 100*” pada JS-SS1-T09.
- b) Subjekn SS1 merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan “*karena kan jaraknya sama, dari yang diketahui tadi ke botol 8 kan 120 meter, untuk ke botol 8 butuh 15 langkah berarti $15a=120$, berarti a nya 8.kan a nya sama kayak yang botol ke 4. Berarti kebukti semua pasti sama*” pada JW-SS1-W09.
- c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis**

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah sebagai berikut:

1) Menganalisis hasil penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang diperoleh yaitu menyatakan *Emm, ini jaraknya 8 meter, langkahnya 100*” pada JS-SS1-T09. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian.*

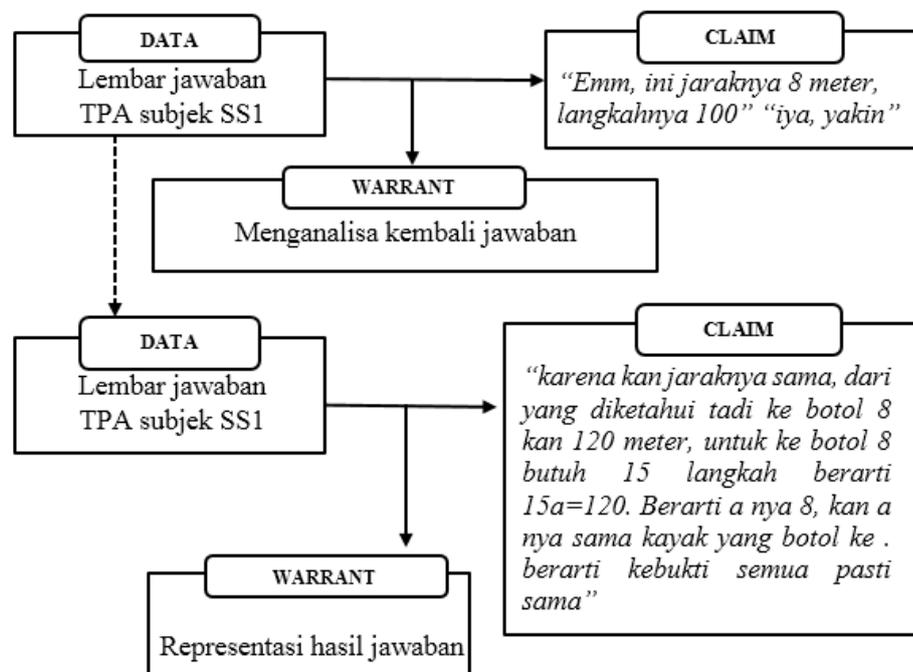
2) Merepresentasikan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 merepresentasikan jawaban setelah melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian. SS1 menyatakan “*karena kan jaraknya sama, dari yang diketahui tadi ke botol 8 kan 120 meter, untuk ke botol 8 butuh 15 langkah berarti $15a=120$, berarti a nya 8.kan a nya sama kayak yang botol ke 4. Berarti kebukti semua pasti sama*” pada JW-SS1-

W09.. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS1 telah merepresentasikan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan secara logis.*

3) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SS1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SS1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek SS1 dapat membangun dan mengevaluasi argumen matematis dengan melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian serta merepresentasikan hasil jawaban. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis pada Gambar 4.14.



Gambar 4.14 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika sedang (SS1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.44.

Tabel 4.44 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<i>Tidak ada tulisan subjek</i>	<i>“Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan peserta untuk menyalurkan bendera ke semua botol 800 meter” (JS-SS1-T10)</i>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.45.

Tabel 4.45 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS1-W10	<i>Bagaimana kesimpulan yang dapat kamu buat dari hasil jawabanmu?</i>
JW-SS1-W10	<i>Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan itu 800 meter</i>
PW-SS1-W11	<i>Bagaimana keterkaitan kesimpulan yang kamu buat dengan soal?</i>
JW-SS1-W11	<i>Ini kan ada barisan 1,3,5 nah ini membentuk barisan aritmatika. Jadi untuk menghitung langkah bisa pake rumus tadi.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS1 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.46.

Tabel 4.46 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SS1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan (1) <i>Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan peserta untuk menyalurkan bendera ke semua botol 800 meter”</i>	SS1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan (1) <i>Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan itu 800 meter</i> (JW-SS1-W10)
(JS-SS1-T10)	SS1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah (2) <i>Ini kan ada barisan 1,3,5 nah ini membentuk barisan bilangan ganjil. Jadi untuk menghitung langkah bisa pake rumus tadi.</i> (JW-SS1-W11)

Berdasarkan Tabel 4.46 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika tinggi (SS1) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun hasil data valid dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS1 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan itu 800 meter*” pada JW-SS1-W10.
- b) Subjek SS1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan dengan menyatakan “*Ini kan ada barisan 1,3,5 nah ini membentuk barisan bilangan ganjil. Jadi untuk menghitung langkah bisa pake rumus tadi.*” pada JW-SS1-W11.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS1 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1) Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS1 menyusun kesimpulan berdasarkan hasil jawaban atau solusi yang sudah ditentukan dengan menyatakan “*Jadi jumlah jarak yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permainan itu 800 meter*” pada JW-SS1-W10. Dengan demikian dapat disimpulkan *subjek SS1 menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

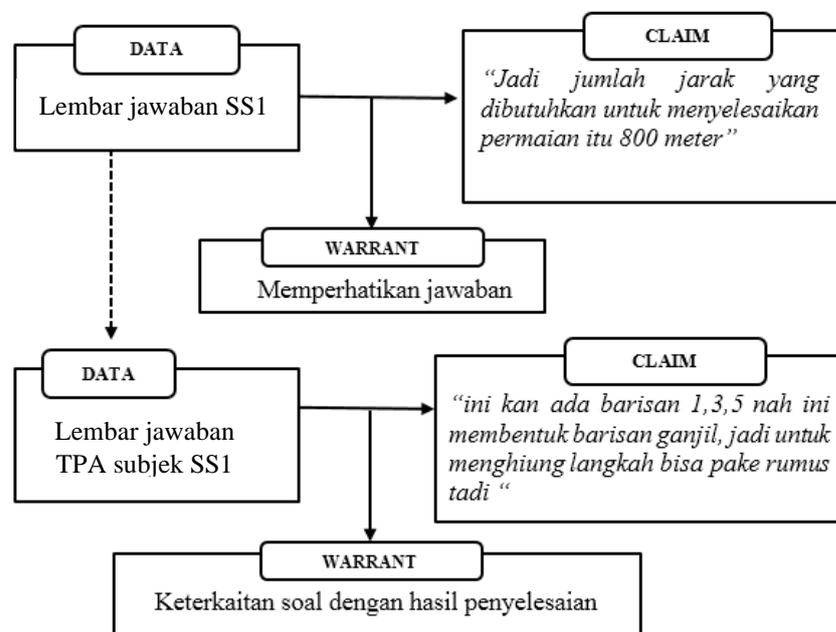
2) Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan yaitu menyatakan “*Ini kan ada barisan 1,3,5 nah ini membentuk barisan bilangan ganjil. Jadi untuk menghitung langkah*

bisa pake rumus tadi.” pada JW-SS1-W11. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah dengan logis.*

3) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar SS1 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan SS1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. SS1 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan, kemudian menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS1 dalam memvalidasi kesimpulan pada Gambar 4.15.



Gambar 4.15 Alur Penalaran Aljabar SS1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

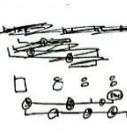
G. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang

1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.47

Tabel 4.47 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>Misalnya adalah langkah yang dibutuhkan untuk meletakkan bendera dari kotak ke botol 1.</p> <p>Langkah yang dibutuhkan untuk menuju kotak 1 adalah sebanyak <u>7</u> langkah</p> <p>(TS-SS2-P12)</p>	<p>Misal <i>a</i> adalah langkah yang dibutuhkan untuk meletakkan bendera ke botol. Nah, langkah yang dibutuhkan untuk menuju kotak 4 adalah sebanyak 7 langkah</p> <p>(JS-SS2-T01)</p>
 <p>Untuk menuju ke botol 4, dimulai dari botol 3, kemudian kembali ke botol 2, 2, 1, kotak untuk mengambil bendera, kemudian melewati botol 1, 2, 3, dan sampai ke botol 4, total membutuhkan 7 langkah. Karena dibutuhkan jarak yang ditempuh untuk menuju ke botol adalah 6 meter, maka dapat diketahui dengan</p> <p>(TS-SS2-P13)</p>	<p>untuk menuju ke botol 4 dimulai dari botol 3, kemudian kembali ke kotak untuk mengambil bendera. Kemudian melewati botol 1, 2, 3 sampai 4, total membutuhkan 7 langkah.</p> <p>(JS-SS2-T02)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS2 yang dipaparkan pada Tabel 4.48.

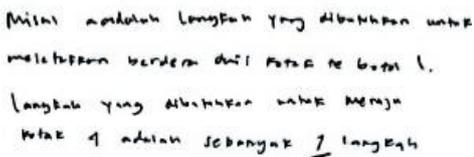
Tabel 4.48 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

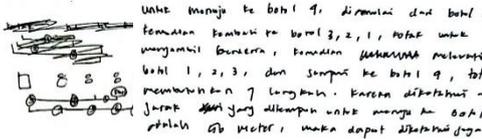
Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS2-W01	<i>Bagaimana kamu memahami soal ini?</i>
JW-SS2-W01	<i>Ini dari kotak ke botol 1, balik dulu ke kotaknya, setiap langkahnya itu di hitung. Jadi untuk ke botol 1 itu kan Cuma satu langkah. Terus untuk ke botol selanjutnya balik lagi ke kotak, melewati kotak satu, terus ke kotak 2....</i>
PW-SS2-W02	<i>Informasi apa yang terdapat pada soal?</i>
JW-SS2-W02	<i>Langkah peserta ke botol 4 adalah 56 meter</i>
PW-SS2-W03	<i>Bagaimana keterkaitan informasi itu?</i>
JW-SS2-W03	<i>Kan di soal itu diketahui ke botol 4 itu 56 meter, nah langkah yang dibutuhkan untuk ke botol 4 itu 7 meter. Jadi nanti untuk mencari jarak setiap langkah di bagi.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SS2 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.49.

Tabel 4.49 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS2 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SS2 mengumpulkan informasi (1) Tidak ada tulisan subjek	SS2 mengumpulkan informasi (1) <i>Langkah peserta ke botol 4 adalah 56 meter</i> (JW-SS2-W02)
SS2 merepresentasikan informasi (2) 	SS2 merepresentasikan informasi (2) <i>Ini dari kotak ke botol 1, balik dulu ke kotaknya, setiap langkahnya itu di hitung. Jadi untuk ke botol 1 itu kan Cuma satu langkah. Terus untuk ke botol selanjutnya balik lagi ke kotak, melewati kotak satu, terus ke kotak 2.</i> (JW-SS2-W01)
(TS-SS2-P12)	

1	2
<p>(2) <i>Misal a adalah langkah yang dibutuhkan untuk meletakkan bendera ke botol. Nah, langkah yang dibutuhkan untuk menuju kotak 4 adalah sebanyak 7 langkah.</i></p> <p style="text-align: center;">(JS-SS2-T01)</p> <p>SS2 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola</p>	<p>(3) <i>Kan di soal itu diketahui ke botol 4 itu 56 meter, nah langkah yang dibutuhkan untuk ke botol 4 itu 7 meter. Jadi nanti untuk mencari jarak setiap langkah di bagi.</i></p> <p style="text-align: center;">(JW-SS2-W03)</p> <p>SS2 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola</p>
<p>(3)</p>  <p style="text-align: center;">(TS-SS2-P13)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.49 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS2 mengumpulkan informasi dengan menyatakan “*Langkah peserta ke botol 4 adalah 56 meter*” pada JW-SS2-W02.
- b) Subjek SS2 merepresentasikan informasi dengan menyatakan “*Misal a adalah langkah yang dibutuhkan untuk meletakkan bendera ke botol. Nah, langkah yang dibutuhkan untuk menuju kotak 4 adalah sebanyak 7 langkah.*” pada JS-SS2-T01.

- c) Subjek SS2 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*untuk menuju ke botol 4 dimulai dari botol 3, kemudian kembali ke kotak untuk mengambil bendera. Kemudian melewati botol 1, 2, 3 sampai 4, total membutuhkan 7 langkah*” pada JS-SS2-T03.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS2 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

1) Mengumpulkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 mengumpulkan informasi yaitu menyatakan. “*Langkah peserta ke botol 4 adalah 56 meter*” pada JW-SS2-W02. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS2 mengumpulkan informasi dengan benar tetapi tidak lengkap.*

2) Merepresentasikan Informasi

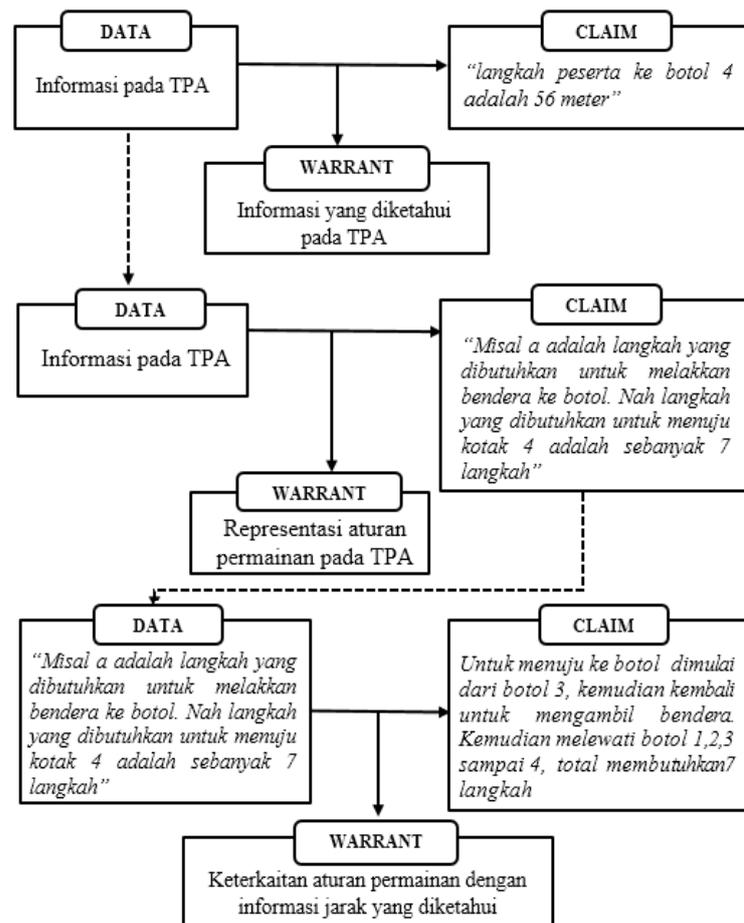
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 merepresentasikan informasi dengan menyatakan “*Misal a adalah langkah yang dibutuhkan untuk meletakkan bendera ke botol. Nah, langkah yang dibutuhkan untuk menuju kotak 4 adalah sebanyak 7 langkah*” pada JS-SS2-T01. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS2 merepresentasikan informasi dengan memahami aturan permainan.*

3) Menghubungkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menghubungkan informasi dalam soal yaitu menyatakan “*untuk menuju ke botol 4 dimulai dari botol 3, kemudian kembali ke kotak untuk mengambil bendera. Kemudian melewati botol 1, 2, 3 sampai 4, total membutuhkan 7 langkah*” pada JS-SS2-T03. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS2 menghubungkan informasi aturan permainan dengan informasi jarak yang diketahui untuk menentukan unsur penyusun pola.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SS2 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan Subjek SS2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SS2 dapat mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal tetapi tidak lengkap, merepresentasikan informasi tersebut dalam sebuah rumus barisan aritmatika, serta menghubungkan informasi-informasi dalam soal untuk mendapatkan pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS2 dalam mengamati pola pada Gambar 4.16.



Gambar 4.16 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Mengamati Pola

2. **Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur**
 - a. **Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.50.

Tabel 4.50 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$7a = 56$ (TS-SS2-Gk1)	Karena diketahui total jarak yang ditempuh untuk menuju ke botol 4 adalah 56 meter, maka dapat diketahui $7a=56$ " (JS-SS2-T04)
$7a = 56$ $a = 8 \text{ Meter}$ (TS-SS2-Gk2)	"a=8 meter, setiap langkah ditempuh dalam jarak 8 meter " (JS-SS2-T05)
$a + 3a + 5a + 7a + 9a + 11a + 13a + 15a + 17a + 19a =$ (TS-SS2-Gk3)	"untuk mengetahui jumlah jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini setiap langkahnya ditambah kemudian dikalikan jarak setiap langkah" (JS-SS2-T06)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS2 yang dipaparkan pada Tabel 4.51.

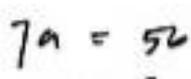
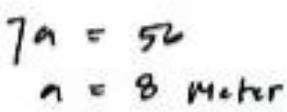
Tabel 4.51 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

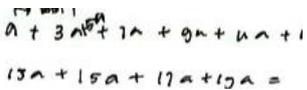
Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS2-W04	Kira-kira ada pola nggak dalam soal ini? Ada, polanya 1,3,5,7, ini membentuk barisan aritmatika, karena siisih nya 2 semua.
PW-SS2-W04	Berarti, kira-kira ada rumus yang bisa digunakan nggak?
JW-SS2-W04	Ada, tapi saya lupa.
PW-SS2-W05	Terus ini maksud nya bagaimana $a + 3a +$ dan seterusnya?
JW-SS2-W05	Kan yang ditanyakan jumlah jarak, karena saya lupa rumusnya barisan aritmatika, jadi saya misalkan $a + 3a + 5a$ dan seterusnya, bisa juga di jadikan a dikali jumlah langkah.

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.52.

Tabel 4.52 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SS2 menentukan unsur penyusun pola (1)	SS2 menentukan unsur penyusun pola (2)
	
(TS-SS2-Gk1)	
(1) <i>Karena diketahui total jarak yang ditempuh untuk menuju ke botol 4 adalah 56 meter, maka dapat diketahui $7a=56$</i>	
(JS-SS2-T04)	
SS2 melakukan eksplorasi terhadap pola (2)	SS2 melakukan eksplorasi terhadap pola
	
(TS-SS2-Gk2)	
(2) <i>"$a=8$ meter, setiap langkah ditempuh dalam jarak 8 meter"</i>	
(JS-SS2-T05)	

1	2
SS2 menentukan rumus umum	SS2 menentukan rumus umum
<p>(3)</p> 	<p>(2)</p> <p><i>Kan yang ditanyakan jumlah jarak, karena saya lupa rumusnya barisan aritmatika, jadi saya misalkan $a + 3a + 5a$ dan seterusnya, bisa juga di jadikan a dikali jumlah langkah.</i></p>
(TS-SS2-Gk3)	(JW-SS2-W05)
<p>(3)</p> <p><i>“untuk mengetahui jarak yang ditempuh peserta dalam permainan ini setiap langkahnya ditambah kemudian dikalikan jarak setiap langkah”</i></p>	
(JS-SS2-T06)	

Berdasarkan Tabel 4.52 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS2 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan *Karena diketahui total jarak yang ditempuh untuk menuju ke botol 4 adalah 56 meter, maka dapat diketahui $7a=56$* pada JS-SS2-T04.
- b) Subjek SS2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan *“ $a=8$ meter, setiap langkah ditempuh dalam jarak 8 meter ”* pada JS-SS2-T05.
- c) Subjek SS2 menentukan rumus umum dengan menyatakan *Kan yang ditanyakan jumlah jarak, karena saya lupa rumusnya barisan aritmatika, jadi*

saya misalkan $a + 3a + 5a$ dan seterusnya, bisa juga di jadikan a dikali jumlah langkah. pada JW-SS2-W05.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1. Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu menyatakan “*Karena diketahui total jarak yang ditempuh untuk menuju ke botol 4 adalah 56 meter, maka dapat diketahui $7a=56$* ” pada JS-SS2-T04. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS2 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

2. Melakukan Eksplorasi Terhadap Unsur-unsur Penyusun Pola

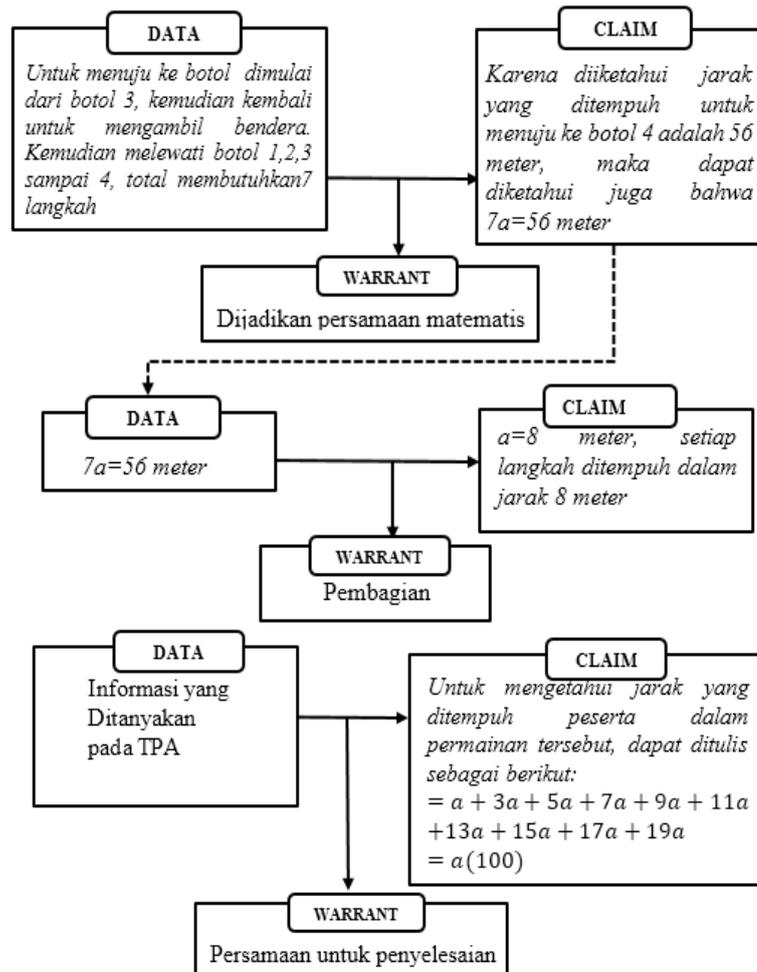
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu menyatakan “ *$a=8$ meter, setiap langkah ditempuh dalam jarak 8 meter ”* pada JS-SS2-T05. Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek SS2 melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola.

3. Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yaitu menyatakan “*Kan yang ditanyakan jumlah jarak, karena saya lupa rumusnya barisan aritmatika, jadi saya misalkan $a + 3a + 5a$ dan seterusnya, bisa juga di jadikan a dikali jumlah langkah*” pada JW-SS2-W05. Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek SS2 dapat menentukan rumus umum untuk menyelesaikan masalah, tetapi subjek SS2 tidak dapat menuliskan rumus umum tersebut.

4. Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SS2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SS2 dapat membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, kemudian melakukan eksplorasi, dan tidak dapat menuliskan rumus umum untuk menyelesaikan soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur pada Gambar 4.17.



Gambar 4.17 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. **Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur**
 - a. **Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.53.

Tabel 4.53 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$= a(1+3+5+\dots+19)$ $= a(100)$ (TS-ST1-Bk1)	Tidak ada jawaban subjek
$= 800 \text{ Meter.}$ (TS-ST1-Bk2)	

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS2 yang dipaparkan pada Tabel 4.54.

Tabel 4.54 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS2-W06	<i>Oke, terus hasilnya bagaimana?</i>
JW-SS2-W06	<i>a ini ke botol 1, ditambah 2a tambah 5a dan seterusnya sampai 19 a. Ini bisa dijadikan a dikali 1 tambah 3 tambah 5 sampai 19.</i>
PW-SS2-W07	<i>Oke, terus bagaimana?</i>
JW-SS2-W07	<i>a dikali jumlah langkah 100, sama dengan 800 meter.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS2 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.55.

Tabel 4.55 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SS2 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1)	SS2 melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan (1) <i>a ini ke botol 1, ditambah 2a tambah 5a dan seterusnya sampai 19 a. Ini bisa dijadikan a dikali 1 tambah 3 tambah 5 sampai 19.</i>
(TS-SS2-Bk1)	(JW-SS2-W06)
SS2 menentukan hasil penyelesaian (2)	SS2 menentukan hasil penyelesaian (2) <i>a dikali jumlah langkah 100, sama dengan 800 meter</i>
(TS-ST1-Bk2)	(JW-SS2-W07)

Berdasarkan Tabel 4.55 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- Subjek SS2 melakukan operasi rumus umum yang ditentukan dengan menyatakan “*a ini ke botol 1, ditambah 2a tambah 5a dan seterusnya sampai 19 a. Ini bisa dijadikan a dikali 1 tambah 3 tambah 5 sampai 19*” pada JW-SS2-W06.
- Subjek SS2 menentukan hasil penyelesaian dengan menyatakan “*a dikali jumlah langkah 100, sama dengan 800 meter*” pada JW-SS2-W07.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS2 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1. Melakukan Operasi Terhadap Rumus

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 menyatakan “*“a ini ke botol 1, ditambah 2a tambah 5a dan seterusnya sampai 19 a. Ini bisa dijadikan a dikali 1 tambah 3 tambah 5 sampai 19”* pada JW-SS2-W06.. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS2 melakukan operasi persamaan yang telah ditentukan.*

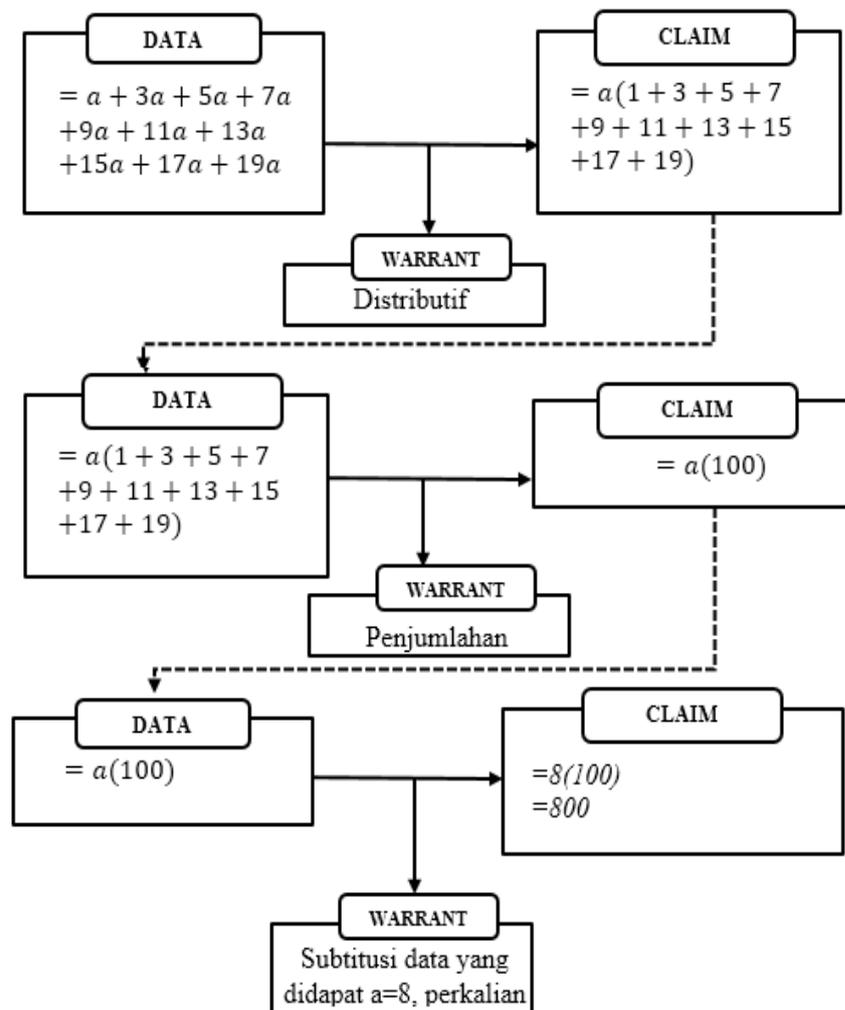
2. Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 menentukan hasil penyelesaian yaitu menyatakan “*a dikali jumlah langkah 100, sama dengan 800 mete”* pada JW-SS2-W07. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS2 dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3. Penalaran Aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar SS2 dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SS2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan

teliti. Subjek SS2 dapat membuktikan konjektur dengan menentukan hasil penyelesaian dengan benar, melakukan operasi terhadap rumus yang ditentukan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS2 dalam membuktikan konjektur pada Gambar 4.18.



Gambar 4.18 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membuktikan Konjektur

4. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.56.

Tabel 4.56 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	<i>“ini langkah ke botol satu sampai 10 dijumlah 100, jarak tiap langkah 8”</i> (JS-SS2-T07)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS2 yang dipaparkan pada Tabel 4.57.

Tabel 4.57 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS2-W08	<i>yakin dengan jawaban ini?</i>
JW-SS2-W08	<i>“(melihat jawaban kembali) iya, insyaallah yakin.”</i>
PW-SS2-W09	<i>Bagaimana kamu bisa yakin dengan jawaban ini?</i>
JW-SS2-W09	<i>Itu tadi yg di cek pas ke botol 4 tadi 56 meter. Jadi yakin jarak tiap langkahnya sama 8 meter, karena jarak ke botol 8 juga 120. Terus langkahnya tadi saya hitung pake ilustrasi ini, sudah benar.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis yang disajikan pada Tabel 4.58.

Tabel 4.58 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
ST1 menganalisa hasil penyelesaian	ST1 menganalisa hasil penyelesaian
(1) <i>“ini langkah ke botol satu sampai 10 dijumlah 100, jarak tiap langkah 8”</i> (JS-SS2-T07)	(1) <i>“(melihat jawaban kembali) iya, yakin.”</i> (JW-SS2-W08)
	ST1 merepresentasikan hasil penyelesaian
	(2) <i>“Itu tadi yg di cek pas ke botol 4 tadi 56 meter, jadi yakin jarak tiap langkahnya 8 meter”</i> (JW-SS2-W09)

Berdasarkan Tabel 4.58 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS2 melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian dengan menyatakan *“ini langkah ke botol satu sampai 10 dijumlah 100, jarak tiap langkah 8”* pada JS-SS2-WT07 dan *“(melihat jawaban kembali) iya, insyaallah yakin.”* Pada JW-SS2-W08.

b) Subjek SS2 merepresentasikan hasil penyelesaian masalah dengan menyatakan *Itu tadi yg di cek pas ke botol 4 tadi 56 meter. Jadi yakin jarak tiap langkahnya sama 8 meter, karena jarak ke botol 8 juga 120. Terus langkahnya tadi saya hitung pake ilustrasi ini, sudah benar.* pada JW-SS2-W09.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis hasil penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek ST2 melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang diperoleh yaitu menyatakan *“ini langkah ke botol satu sampai 10 dijumlah 100, jarak tiap langkah 8”* pada JS-SS2-WT07 dan *“(melihat jawaban kembali) iya, insyaallah yakin.”* Pada JW-SS2-W08. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SS2 melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian.*

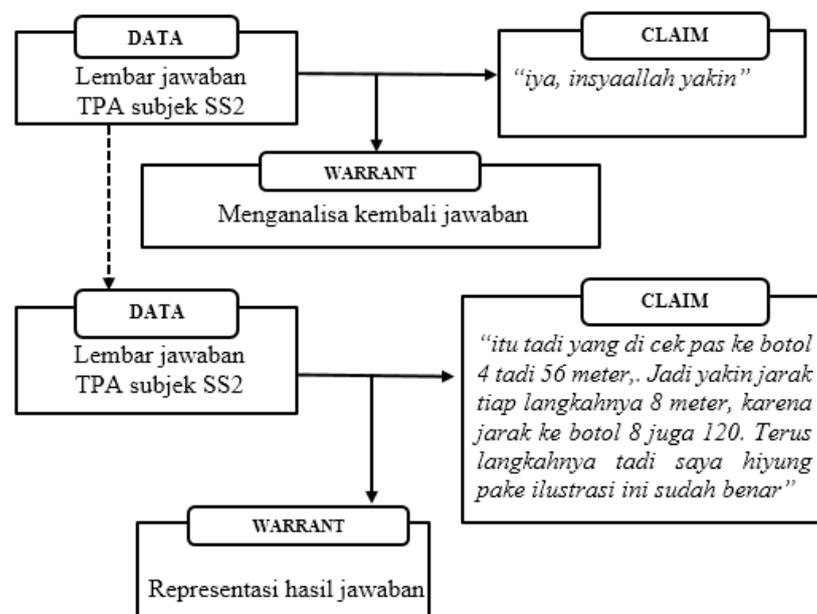
2. Merepresentasikan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 merepresentasikan jawaban setelah melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian. Subjek SS2 menyatakan *Itu tadi yg di cek pas ke botol 4 tadi 56 meter. Jadi yakin jarak tiap langkahnya sama 8 meter, karena jarak ke botol 8 juga 120. Terus langkahnya*

tadi saya hitung pake ilustrasi ini, sudah benar. pada JW-SS2-W09. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek SS2 telah merepresentasikan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan.

3. Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SS2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SS2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek SS2 dapat membangun dan mengevaluasi argumen matematis dengan melakukan analisa terhadap hasil penyelesaian serta merepresentasikan hasil jawaban. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS2 pada Gambar 4.19.



Gambar 4.19 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

5. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.59.

Tabel 4.59 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Jadi jarak yang perlu ditempuh adalah 800 meter (TS-SS2-Vk1)	"Jadi jarak yang perlu ditempuh adalah 800 meter" (JS-SS2-T08)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS2 yang dipaparkan pada Tabel 4.60.

Tabel 4.60 Hasil Wawancara Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SS2-W10	Bagaimana kesimpulan dari jawabanmu?
JW-SS2-W10	Jadi, jarak yang ditempuh peserta untuk menyelesaikan permainan adalah 800.
PW-SS2-W11	Bagaimana keterkaitan kesimpulan yang kamu buat dengan soal?
JW-SS2-W11	Jadi untuk menghitung jarak yang ditempuh peserta dalam permainannya, dengan mencari langkah tiap menuju botolnya. Sebenarnya bisa pakai rumus aritmatika, karena langkahnya tadi 1,3,5, tapi saya lupa rumusnya. Nah kemudian dikali dengan jarak tiap langkahnya tadi.

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SS2 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.61.

Tabel 4.61 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>		Hasil Wawancara	
SS2	menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	SS2	menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan
(1)	<i>Jadi jarak yang perlu ditempuh adalah 800 meter</i>	(1)	<i>Jadi, jarak yang ditempuh peserta untuk menyelesaikan permainan adalah 800.</i>
	(TS-SS2-Vk1)		(JW-SS2-W10)
(1)	<i>"Jadi jarak yang perlu ditempuh adalah 800 meter"</i>		
	(JS-SS2-T08)		
			SS2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah
		(2)	<i>Jadi untuk menghitung jarak yang ditempuh peserta dalam permainannya, dengan mencari langkah tiap menuju botolnya. Sebenarnya bisa pakai rumus aritmatika, karena langkahnya tadi 1,3,5, tapi saya lupa rumusnya. Nah kemudian dikali dengan jarak tiap langkahnya tadi.</i>
			(JW-SS2-W11)

Berdasarkan Tabel 4.61 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika sedang (SS2) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SS2 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jadi, jarak yang ditempuh peserta untuk menyelesaikan permainan adalah 800*” pada JW-SS2-W10.
- b) Subjek SS2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah dengan menyatakan “*Jadi untuk menghitung jarak yang ditempuh peserta dalam permaiann, dengan mencari langkah tiap menuju botolnya. Sebenarnya bisa pakai rumus aritmatika, karena langkahnya tadi 1,3,5, tapi saya lupa rumusnya. Nah kemudian dikali dengan jarak tiap langkahnya tadi.*” pada JW-SS2-W11.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SS2 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1. Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jadi, jarak yang ditempuh peserta untuk menyelesaikan permainan adalah 800*” pada JW-SS2-W10. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS2 menyusun kesimpulan dengan benar.*

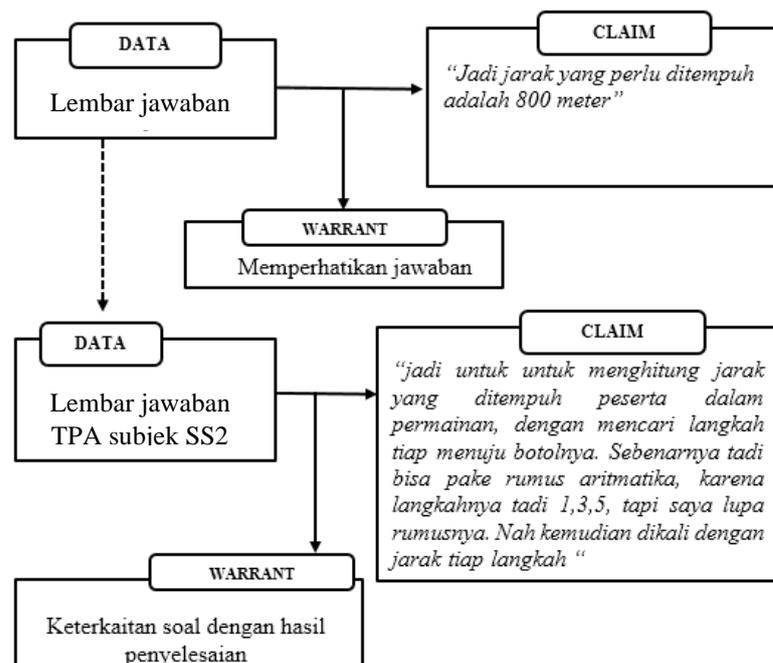
2. Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SS2 menyatakan “*Jadi untuk menghitung jarak yang ditempuh peserta dalam permaiann, dengan*

mencari langkah tiap menuju botolnya. Sebenarnya bisa pakai rumus aritmatika, karena langkahnya tadi 1,3,5, tapi saya lupa rumusnya. Nah kemudian dikali dengan jarak tiap langkahnya tadi.” pada JW-SS2-W11. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SS2 tidak dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah.*

3. Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SS2 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan SS2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan dengan teliti. Subjek SS2 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan, kemudian menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SS2 pada Gambar 4.20.



Gambar 4.20 Alur Penalaran Aljabar SS2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

H. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah

1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR1 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.62

Tabel 4.62 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>Diketahui: 56 meter . jarak meletakkan bendera ke-4 120 meter . jarak meletakkan bendera ke-8</p> <p>(TS-SR1-P11)</p>	<p>“Diketahui jarak yang dilalui peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4, 56 meter. Terus 120 meter jarak meletakkan bendera ke botol 8, terus tentukan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut”</p> <p>(JS-SR1-T01)</p>
<p>Peserta akan kembali kebotak dari botol 3 sehingga peserta menuju botol 4 sehingga 4 langkah. Maka, peserta membutuhkan 7 langkah.</p> <p>(TS-SR1-P13)</p>	<p>“karena peserta cuma boleh membawa 1 bendera, peserta bergerak meletakkan ke satu botol, terus kembali ke kotak mengambil bendera, terus bergerak lagi ke botol selanjutnya, berarti harus dicari dulu jarak setiap langkahnya brapa”</p> <p>(JS-SR1-T02)</p> <p>Peserta meletakkan ke botol 4 dihitung dari botol 3, kembali ke kotak, 3 langkah. Lalu kembali ke botol 4, berarti ditambah 4. Maka jadi 7 langkah”</p> <p>(JS-SR1-T03)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR1 yang dipaparkan pada Tabel 4.63.

Tabel 4.63 Hasil Wawancara Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR1-W01	<i>Informasi apa saja yang disebutkan pada soal ?</i>
JW-SR1-W01	<i>Ada 10 botol, terus ada 10 bendera dalam kotak yang nantinya diletakan dalam botol, setiap botolnya itu 1 bendera, dan setiap peserta hanya boleh bawah 1 bendera. Terus diketahui jarak peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4 itu 56 dan ke botol 8 itu 120.</i>
PW-SR1-W02	<i>Bagaimana kamu memahami informasi pada soal?</i>
JW-SR1-W02	<i>Dicari berapa langkahnya dulu, terus dicari jarak setiap langkah.</i>
PW-SR1-W03	<i>Apa keterkaitan dari informasi-informasi yang kamu sebutkan tadi?</i>
JW-SR1-W03	<i>Dari yang diketahui tadi, untuk menentukan jumlah jarak setiap langkahnya.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SR1 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.64

Tabel 4.64 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR1 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SR1 mengumpulkan informasi (1) <i>Diketahui: 56 meter . jarak meletakkan bendera ke-4 120 meter . jarak meletakkan bendera ke-8</i> (TS-SR1-P11)	SR1 mengumpulkan informasi (1) <i>Ada 10 botol, terus ada 10 bendera dalam kotak yang nantinya diletakan dalam botol, setiap botolnya itu 1 bendera, dan setiap peserta hanya</i>

1	2
	<p><i>boleh bawah 1 bendera. Terus diketahui jarak peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4 itu 56 dan ke botol 8 itu 120.</i></p> <p>(JW-SR1-W02)</p>
<p>(1) <i>“Diketahui jarak yang dilalui peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4, 56 meter. Terus 120 meter jarak meletakkan bendera ke botol 8, terus tentukan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut”</i></p> <p>(JS-SR1-T01)</p>	<p>SR1 menghubungkan informasi</p>
<p>SR1 merepresentasikan informasi</p> <p>(2) <i>“karena peserta cuma boleh membawa 1 bendera, peserta bergerak meletakkan ke satu botol, terus kembali ke kotak mengambil bendera, terus bergerak lagi ke botol selanjutnya, berarti harus dicari dulu jarak setiap langkahnya brapa”</i></p> <p>(JS-SR1-T02)</p>	<p>SR1 menghubungkan informasi</p> <p>(2) <i>Dicari berapa langkahnya dulu, terus dicari jarak setiap langkah.</i></p> <p>(JW-SRI-W02)</p>
<p>SR1 menghubungkan informasi</p> <p>(3)</p> <p><i>Peserta akan kembali kekotak dari botol 3 sehingga peserta menuju botol 4 sehingga 4 langkah. Maka, peserta membutuhkan 7 langkah.</i></p> <p>(TS-SR1-P13)</p>	<p>SR1 menghubungkan informasi</p> <p>(3) <i>Dari yang diketahui tadi, untuk menentukan jumlah jarak setiap langkahnya</i></p> <p>(JW-SRI-W03)</p>
<p>(3) <i>Peserta meletakkan ke botol 4 dihitung dari botol 3, kembali ke kotak, 3 langkah. Lalu kembali ke botol 4, berarti ditambah 4. Maka jadi 7 langkah”</i></p> <p>(JS-SR1-T03)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.64 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR1 mengumpulkan informasi dengan menyatakan “*Diketahui jarak yang dilalui peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4, 56 meter. Terus 120 meter jarak meletakkan bendera ke botol 8, terus tentukan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut.*” pada JS-SR1-T01.
- b) Subjek SR1 merepresentasikan informasi dengan menyatakan “*karena peserta cuma boleh membawa 1 bendera, peserta bergerak meletakkan ke satu botol, terus kembali ke kotak mengambil bendera, terus bergerak lagi ke botol selanjutnya, berarti harus dicari dulu jarak setiap langkahnya brapa*” pada JS-SR1-T02.
- c) Subjek SR1 menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Peserta meletakkan ke botol 4 dihitung dari botol 3, kembali ke kotak, 3 langkah. Lalu kembali ke botol 4, berarti ditambah 4. Maka jadi 7 langkah*” pada JS-SR1-T03.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR1 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

- 1) Mengumpulkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 mengumpulkan informasi yaitu menyatakan “*Diketahui jarak yang dilalui peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4, 56 meter. Terus 120 meter jarak meletakkan bendera ke botol 8, terus tentukan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut*” pada JS-SR1-T01. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR1 dapat mengumpulkan informasi dengan benar dan lengkap.*

2) Merepresentasikan Informasi

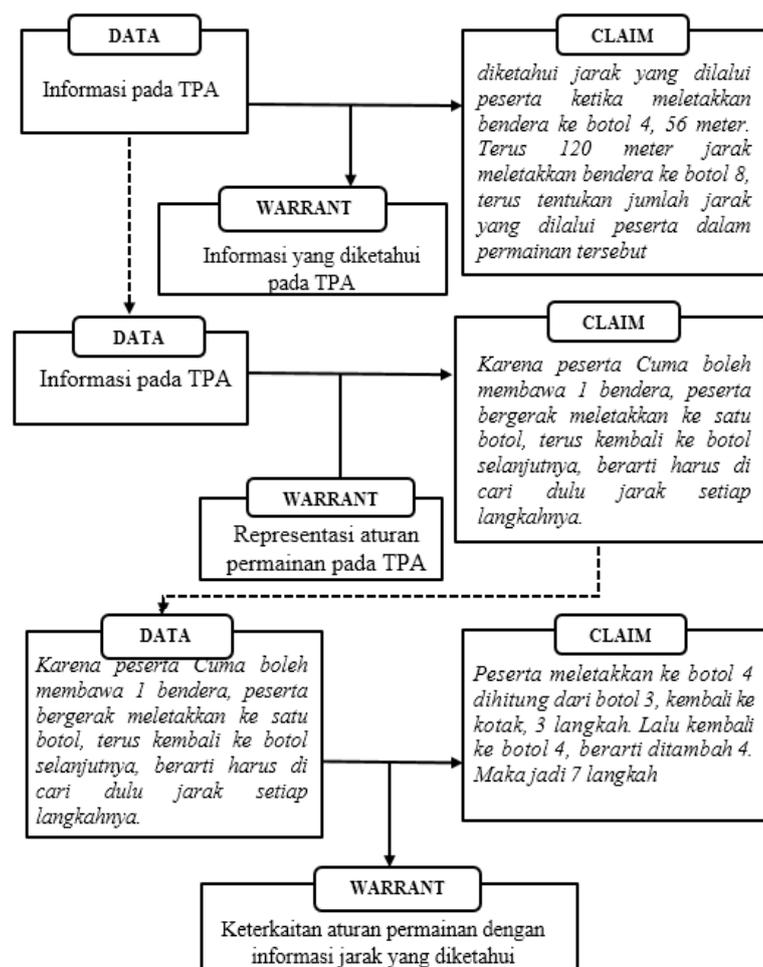
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 merepresentasikan informasi yaitu menyatakan “*karena peserta cuma boleh membawa 1 bendera, peserta bergerak meletakkan ke satu botol, terus kembali ke kotak mengambil bendera, terus bergerak lagi ke botol selanjutnya, berarti harus dicari dulu jarak setiap langkahnya brapa*” pada JS-SR1-T02. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR1 merepresentasikan informasi yang diberikan pada soal.*

3) Menghubungkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menghubungkan informasi dalam soal yaitu menyatakan “*Dari yang diketahui tadi, untuk menentukan jumlah jarak setiap langkahnya*” pada JW-SR1-W03. Selain itu, subjek SR1 menyatakan “*Peserta meletakkan ke botol 4 dihitung dari botol 3, kembali ke kotak, 3 langkah. Lalu kembali ke botol 4, berarti ditambah 4. Maka jadi 7 langkah*” pada JS-SR1-T03. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR1 menghubungkan informasi jarak yang diketahui dengan aturan permainan untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR1 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SR1 dapat mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal, merepresentasikan informasi pada soal, serta menghubungkan informasi-informasi dalam soal untuk mendapatkan pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR1 pada Gambar 4.21.



Gambar 4.21 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Mengamati Pola

2. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS1 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.65.

Tabel 4.65 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>Jika, 7 langkah : 56 meter Jika, 15 langkah : 120 meter</p> <p>(TS-SR1-Gk1)</p>	<p>“untuk menuju ke botol 4 itu 7 langkah 56 meter, untuk menuju ke botol 8 itu 15 langkah 120 meter”</p> <p>(JS-SR1-T04)</p>
<p>Maka, 1 langkah : $\frac{56}{7} = 8$ meter Maka, 1 langkah : $\frac{120}{15} = 8$ meter</p> <p>(TS-SR1-Gk2)</p>	<p>“maka 1 langkahnyaitu, 56 dibagi 7, 8 meter, sama kayak ke botol 8, 1 langkahnya 120 dibagi 15, 8 meter”</p> <p>(JS-SR1-T05)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR1 yang dipaparkan pada Tabel 4.66.

Tabel 4.66 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR1-W04	<i>Bagaimana kamu menentukan jarak setiap langkah?</i>
JW-SR1-W04	<i>Jarak ke botol 4 di bagi dengan langkah ke botol 4 tadi 56</i>
PW-SR1-W05	<i>Oke, berapa jarak setiap langkahnya?</i>
JW-SR1-W05	<i>Setiap langkahnya 8 meter</i>
PW-SR1-W06	<i>Setelah tahu jaraknya, terus bagaimana?</i>
JW-SR1-W06	<i>Dihitung satu-satu setiap langkah yang ditempuh ke botol, terus dikali jarak.</i>
PW-SR1-W07	<i>Apakah ada rumus yang bisa digunakan?</i>
JW-SR1-W07	<i>Harusnya ada, tapi saya ndak tau</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SR1 dalam dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.67.

Tabel 4.67 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SR1 menentukan unsur penyusun pola	SR1 menentukan unsur penyusun pola
(1) <i>Jika, 7 langkah = 56 meter jika, 15 langkah = 120 meter</i>	(1) <i>Jarak ke botol 4 di bagi dengan langkah ke botol 4 tadi 56</i>
(TS-SR1-Gk1)	(JW-SR1-W04)
(1) <i>untuk menuju ke botol 4 itu 7 langkah 56 meter, untuk menuju ke botol 8 itu 15 langkah 120 meter”</i>	
(JS-SR1-T04)	

1	2
<p>SR1 melakukan eksplorasi terhadap pola</p> <p>(2)</p> <p>Maka, 1 langkah : $\frac{56}{7} = 8$ meter</p> <p>Maka, 1 langkah : $\frac{120}{15} = 8$ meter</p> <p style="text-align: center;">(TS-SR1-Gk2)</p> <p>(2) “maka 1 langkahnya itu, 56 dibagi 7, 8 meter, sama kayak ke botol 8, 1 langkahnya 120 dibagi 15, 8 meter”</p> <p style="text-align: center;">(JS-SR1-T05)</p> <p>SR1 menentukan rumus umum</p> <p>(3) Tidak ada jawaban dan tulisan subjek</p>	<p>SR1 melakukan eksplorasi terhadap pola</p> <p>(2) <i>Setiap langkahnya 8 meter</i></p> <p style="text-align: right;">(JW-SR1-W05)</p> <p>SR1 menentukan rumus umum</p> <p>(2) <i>Harusnya ada, tapi saya ndak tau</i></p> <p style="text-align: right;">(JW-SR1-W07)</p>

Berdasarkan Tabel 4.67 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR1 menentukan unsur penyusun pola dengan menyatakan “*untuk menuju ke botol 4 itu 7 langkah 56 meter, untuk menuju ke botol 8 itu 15 langkah 120 meter*” pada JS-SR1-T04.
- b) Subjek SR1 melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola dengan menyatakan “*maka 1 langkahnyaitu, 56 dibagi 7, 8 meter, sama kayak ke botol 8, 1 langkahnya 120 dibagi 15, 8 meter*” pada JS-SR1-T05.
- c) Subjek SR1 menentukan rumus umum dengan menyatakan “*Harusnya ada, tapi saya ndak tau*” pada JW-SR1-W07.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR1 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu *“untuk menuju ke botol 4 itu 7 langkah 56 meter, untuk menuju ke botol 8 itu 15 langkah 120 meter”* pada JS-SR1-T04. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR1 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

2) Melakukan Eksplorasi Terhadap Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu *“maka 1 langkahnya itu, 56 dibagi 7, 8 meter, sama kayak ke botol 8, 1 langkahnya 120 dibagi 15, 8 meter”* pada JS-SR1-T05, dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR1 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola.*

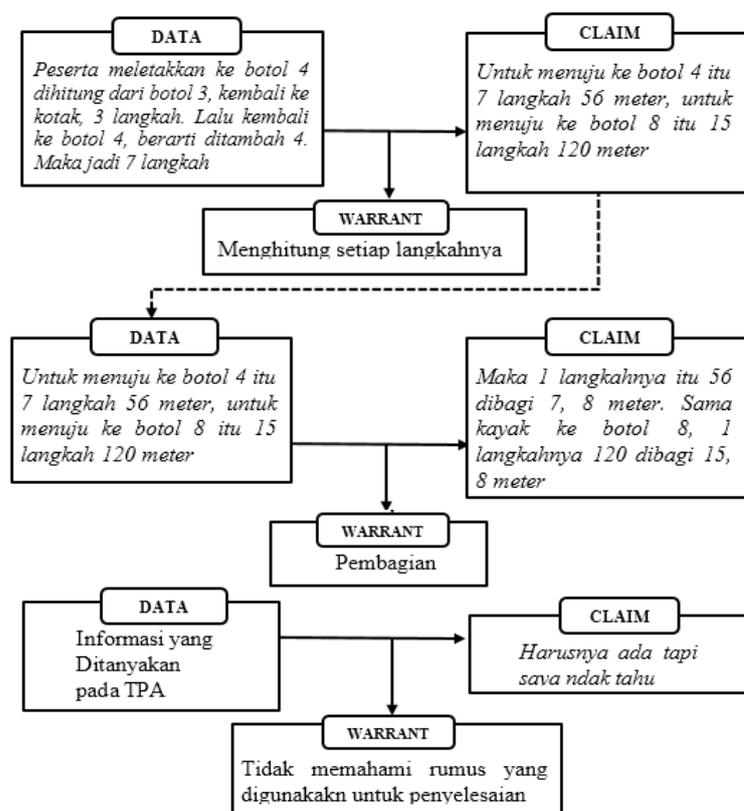
3) Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yaitu menyatakan *“Harusnya ada, tapi saya ndak tau”* pada JW-SR1-W07. Dengan demikian, dapat

disimpulkan *subjek SR1 tidak dapat menentukan rumus umum untuk menyelesaikan soal.*

4) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR1 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SR1 membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, kemudian melakukan eksplorasi, tetapi SR1 tidak dapat menemukan rumus umum untuk menyelesaikan soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR1 pada Gambar 4.22.



Gambar 4.22 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR1 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.68.

Tabel 4.68 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
$1 = 1 \times 2 - 1 = 1 \text{ langkah} \times 8 = 8 \text{ m}$ $2 = 2 \times 2 - 1 = 3 \text{ langkah} \times 8 = 24 \text{ m}$ $3 = 3 \times 2 - 1 = 5 \text{ langkah} \times 8 = 40 \text{ m}$ $4 = 4 \times 2 - 1 = 7 \text{ langkah} \times 8 = 56 \text{ m}$ $5 = 5 \times 2 - 1 = 9 \text{ langkah} \times 8 = 72 \text{ m}$ $6 = 6 \times 2 - 1 = 11 \text{ langkah} \times 8 = 88 \text{ m}$ $7 = 7 \times 2 - 1 = 13 \text{ langkah} \times 8 = 104 \text{ m}$ $8 = 8 \times 2 - 1 = 15 \text{ langkah} \times 8 = 120 \text{ m}$ $9 = 9 \times 2 - 1 = 17 \text{ langkah} \times 8 = 136 \text{ m}$ $10 = 10 \times 2 - 1 = 19 \text{ langkah} \times 8 = 152 \text{ m}$	<p><i>Dihitung langkah mulai dari botol 1 di kali dengan 8, sampai ke botol 10</i></p> <p>(JS-SR1-T06)</p>
<p>(TS-SR1-Bk1)</p> $\frac{152 \text{ m}}{800 \text{ m}}$ <p>(TS-SR1-Bk2)</p>	

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR1 yang dipaparkan pada Tabel 4.69.

Tabel 4.69 Hasil Wawancara Subjek SS1 dalam Membuktikan Konjektur

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR1-W06	<i>Setelah tahu jaraknya, terus bagaimana?</i>
JW-SR1-W06	<i>Dihitung satu-satu setiap langkah yang ditempuh ke botol, terus dikali jarak.</i>
PW-SR1-W07	<i>Oke, berapa jumlah jarak yang ditempuh peserta?</i>
JW-SR1-W07	800

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR1 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.70.

Tabel 4.70 Validasi Hasil TPA, Think Aloud, dan Wawancara Subjek SR1 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SR1 melakukan operasi	SR1 melakukan operasi
<p>(1)</p> $ \begin{array}{l} 1 = 1 \times 2 - 1 = 1 \text{ langkah} \times 8 = 8 \text{ m} \\ 2 = 2 \times 2 - 1 = 3 \text{ langkah} \times 8 = 24 \text{ m} \\ 3 = 3 \times 2 - 1 = 5 \text{ langkah} \times 8 = 40 \text{ m} \\ 4 = 4 \times 2 - 1 = 7 \text{ langkah} \times 8 = 56 \text{ m} \\ 5 = 5 \times 2 - 1 = 9 \text{ langkah} \times 8 = 72 \text{ m} \\ 6 = 6 \times 2 - 1 = 11 \text{ langkah} \times 8 = 88 \text{ m} \\ 7 = 7 \times 2 - 1 = 13 \text{ langkah} \times 8 = 104 \text{ m} \\ 8 = 8 \times 2 - 1 = 15 \text{ langkah} \times 8 = 120 \text{ m} \\ 9 = 9 \times 2 - 1 = 17 \text{ langkah} \times 8 = 136 \text{ m} \\ 10 = 10 \times 2 - 1 = 19 \text{ langkah} \times 8 = 152 \text{ m} \end{array} $ <p>(TS-SR1-Bk1)</p>	<p>(1) <i>Dihitung satu-satu setiap langkah yang ditempuh ke botol, terus dikali jarak.</i></p> <p>(JW-SR1-W06)</p>
<p>(1) <i>Dihitung langkah mulai dari botol 1 di kali dengan 8, sampai ke botol 10</i></p> <p>(JS-SR1-T06)</p>	
SR1 menentukan hasil penyelesaian	SR1 menentukan hasil penyelesaian
<p>(2)</p> $ \begin{array}{r} 152 \text{ m} + \\ \hline 800 \text{ m} \end{array} $ <p>(TS-SR1-Bk2)</p>	<p>(2) 800</p> <p>(JW-SR1-W07)</p>

Berdasarkan Tabel 4.70 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Selanjutnya data valid digunakan pada analisis data berikut.

- a) Subjek SR1 melakukan operasi dengan menyatakan “*Dihitung langkah mulai dari botol 1 di kali dengan 8, sampai ke botol 10*” JS-SR1-T06.
- b) Subjek SR1 menentukan hasil dengan menuliskan “*800 m*” pada TS-SR1-Bk2.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR1 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Melakukan Operasi Terhadap Perhitungan

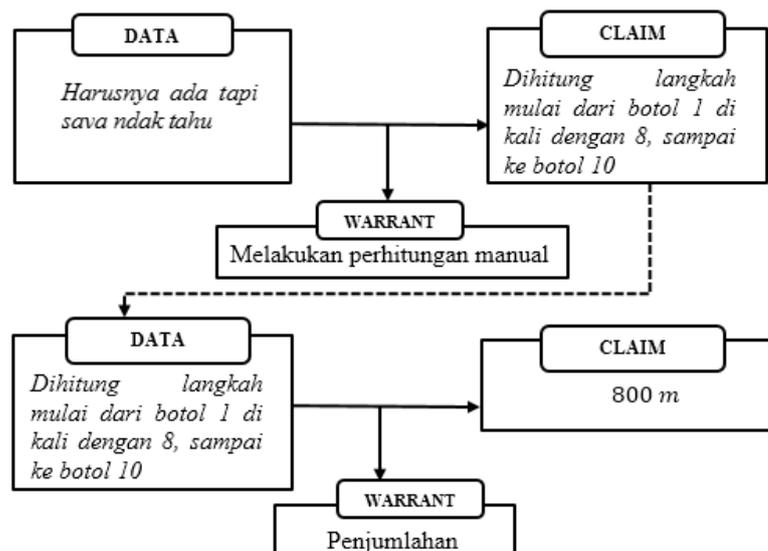
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 melakukan operasi terhadap perhitungan yaitu menyatakan “*Dihitung langkah mulai dari botol 1 di kali dengan 8, sampai ke botol 10*” JS-SR1-T06. Selain itu, subjek SR1 juga menuliskan hasil perhitungan pada TS-SR1-Bk1. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SRI melakukan operasi terhadap perhitungan manual, karena subjek SRI tidak dapat menentukan rumus umum.*

2) Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menentukan hasil penyelesaian yaitu menuliskan “800 m” pada TS-SR1-Bk2. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR1 menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3) Penalaran Aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR1 dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR1 dalam TPA yang telah dibaca dan dikerjakan. Subjek SR1 dapat membuktikan konjektur dengan melakukan operasi terhadap perhitungan secara manual, dan mendapatkan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR1 pada Gambar 4.23.



Gambar 4.23 Alur Penalaran Aljabar SR1 dalam Membuktikan Konjektur

4. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR1 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.71.

Tabel 4.71 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR1 dalam Membangun dan

Mengevaluasi Argumen Matematis	
Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	Tidak ada jawaban subjek

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR1 yang dipaparkan pada Tabel 4.72.

Tabel 4.72 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR1-W08	<i>Apakah kamu yakin jawabanmu benar?</i>
JW-SR1-W08	<i>Yakin</i>
PW-SR1-W09	<i>Bagaimana kamu bisa yakin kalau jawabanmu benar?</i>
JW-SR1-W09	<i>Ya yakin aja, karena tadi sudah dihitung</i>
PW-SR1-W10	<i>Apakah ada cara lain yang bisa digunakan untuk mengerjakan soal ini?</i>
JW-SR1-W10	<i>Tadinya saya mau langkahnya dulu semua ditambahkan. Kemudian di kali jaraknya 8.</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Berdasarkan uraian sebelumnya pada paparan data, tidak dapat dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR1 dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Dari keseluruhan jawabanyang diberikan oleh subjek SR1 dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah tidak valid dan tidak dapat dilakukan analisis data.

5. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR1 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.73.

Tabel 4.73 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p>Jadi, jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter.</p> <p>(TS-SR1-Vk1)</p>	<p>“Jadi jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter”</p> <p>(JS-SR1-T07)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SS1 yang dipaparkan pada Tabel 4.74.

Tabel 4.74 Hasil Wawancara Subjek SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR1-W11	<i>Bagaimana kesimpulandari jawabanmu?</i>
JW-SR1-W11	<i>Jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter</i>
PW-SR1-W12	<i>Bagaimana keterkaitan kesimpulan yang kamu buat dengan soal?</i>
JW-SR1-W12	<i>Apa yaa, ya hasil jawabannya 800 meter</i>

b. Validasi Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR1 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.75.

Tabel 4.75 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SR1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	SR1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan
(1) <i>Sandi, jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter.</i> (TS-SR1-Vk1)	(1) <i>Jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter</i> (JW-SR1-W11)
SR1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah	SR1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah (2) <i>Apa yaa, ya hasil jawabannya 800 meter</i> (JW-SR1-W12)

Berdasarkan Tabel 4.75 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek pertama berkemampuan matematika rendah (SR1) dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR1 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter*” pada JW-SR1-W11.
- b) Subjek SR1 merepresentasikan kesimpulan dengan konteks masalah dengan menyatakan “*Apa yaa, ya hasil jawabannya 800 meter*” pada JW-SR1-W12.

c. Analisis Data Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR1 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1) Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menyusun kesimpulan berdasarkan hasil jawaban atau solusi yang sudah ditentukan dengan menyatakan “*Jumlah jarak yang dilalui peserta 800 meter*” pada JW-SR1-W11. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR1 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan dengan benar.*

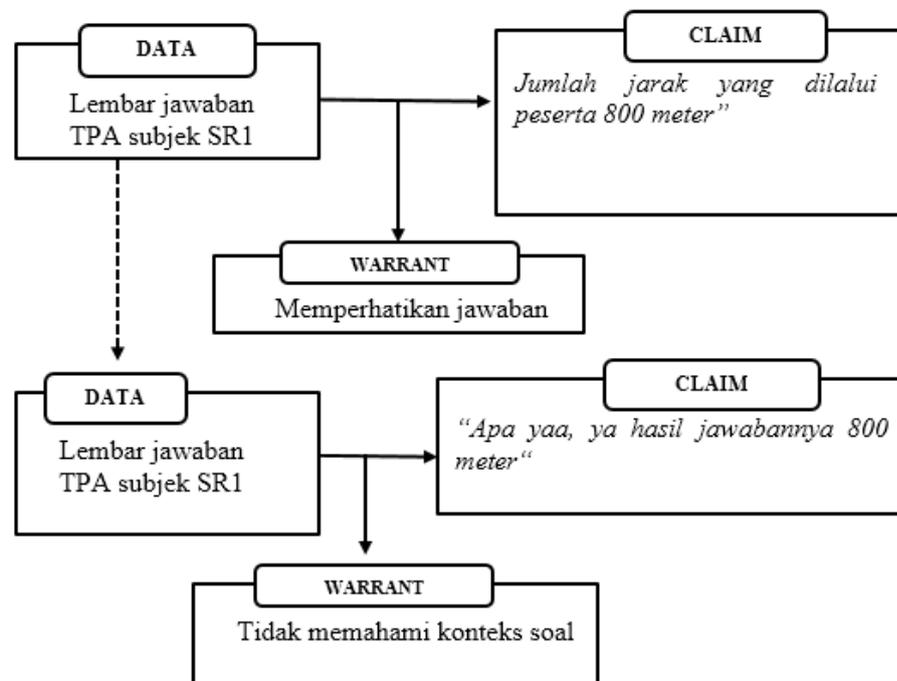
2) Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR1 menghubungkan kesimpulan dengan konteks soal yaitu menyatakan “*Apa yaa, ya hasil*

jawabannya 800 meter” pada JW-SR1-W12. Subjek SR1 hanya mengulang kesimpulan pada soal. Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek SR1 tidak dapat menghubungkan kesimpulan pada konteks soal.

3) Penalaran aljabar Subjek Pertama Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR1 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR1 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan. Subjek SR1 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan, tetapi tidak menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR1 dalam memvalidasi kesimpulan pada Gambar 4.25.



Gambar 4.25 Alur Penalaran Aljabar ST1 dalam Memvalidasi Kesimpulan

I. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah

1. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR2 dalam mengamati pola dipaparkan dalam Tabel 4.76

Tabel 4.76 Hasil TPA dan Think Aloud Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Hasil TPA	Hasil Think Aloud
<p>Diket = dan jarak dari kotak ke botol ke 4 = 56 m jarak peserta saat ada di botol 8 = 120 m Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan bendera</p> <p>Dit : jumlah jarak yg dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 samp botol 10?</p> <p>(TS-SR2-P11)</p>	<p>Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, jarak peserta saat ada di botol 8 itu 120 meter. Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan .Kemudian ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 sampai botol 10</p> <p>(JS-SR2-T01)</p>
<p>kita cari jumlah jarak setiap langkah dahulu</p> <p>(TS-SR2-P12)</p>	<p>kita cari jumlah jarak setiap langkah nya terlebih dulu</p> <p>(JS-SR2-T02)</p>
<p>Jika diketahui jarak tempuh saat letakkan bendera ke botol 4 = 56 m, maka kita hitung bp langkah peserta dari botol sebelumnya (botol 3) lalu kembali ke kotak, yaitu 7 langkah, p</p> <p>(TS-SR2-P13)</p>	<p>Jarak tempuh saat meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter, berdasarkan petunjuk permainan, berarti menghitung mulai dari botol sebelumnya yaitu 3 lalu kembali ke kotak, berarti 7 langkah.</p> <p>(JS-SR2-T03)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR2 yang dipaparkan pada Tabel 4.77.

Tabel 4.77 Hasil Wawancara Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR2-W01	<i>Informasi apa saja yang terdapat pada soal?</i>
JW-SR2-W01	<i>Perunjuk permainan, terus jarak yang ditempuh ke botol 4, dan ke botol 8</i>
PW-SR2-W02	<i>Bagaimana kamu memahami informasi tersebut?</i>
JW-SR2-W02	<i>Kalau dari pemahaman saya, dicari jumlah jarak setiap langkahnya. Untuk mencari langkah itu misalkan memindahkan bendera ke botol 3 itu mulai langkahnya dari botol sebelumnya, kemudian ambil bendera ke kotak dan menuju botol 3.</i>
PW-SR2-W03	<i>Bagaimana keterkaitan informasi yang diberikan?</i>
JW-SR2-W03	<i>Informasi yang diberikan ini sangat penting, karena jika kita tidak mengetahui jaraknya yang diberikan ke botol 4 dan 8, itu kita akan kesusahan, karena tidak tahu menghitung jarak setiap langkahnya.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SR2 dalam mengamati pola yang disajikan pada Tabel 4.78.

Tabel 4.78 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR2 dalam Mengamati Pola

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
<p>SR2 mengumpulkan informasi</p> <p>(1)</p> <p>Diket : dan jarak dari kotak ke botol ke 4 : 56 m jarak peserta saat ada di botol 8 : 120 m Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan bendera Dit : jumlah jarak yg dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 sampai botol 10?</p> <p>(TS-SR2-P11)</p> <p>(1) <i>Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, jarak peserta saat ada di botol 8 itu 120 meter. Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan .Kemudian ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 sampai botol 10</i></p> <p>(JS-SR2-T01)</p>	<p>SR2 mengumpulkan informasi</p> <p>(1)</p> <p><i>Perunjuk permainan, terus jarak yang ditempuh ke botol 4, dan ke botol 8</i></p> <p>(JW-SR2-W01)</p>
<p>Subjek merepresentasikan informasi</p> <p>(2)</p> <p>kita cari jumlah jarak setiap langkah dulunya</p> <p>(TS-SR2-P12)</p> <p>(2) <i>kita cari jumlah jarak setiap langkah nya terlebih dulu</i></p> <p>(JS-SR2-T02)</p>	<p>Subjek menghubungkan informasi</p> <p>(2)</p> <p><i>Kalau dari pemahaman saya, dicari jumlah jarak setiap langkahnya. Untuk mencari langkah itu misalkan memindahkan bendera ke botol 3 itu mulai langkahnya dari botol sebelumnya, kemudian ambil bendera ke kotak dan menuju botol 3.</i></p> <p>(JW-SR2-W02)</p>

1	2
<p>SR2 menghubungkan informasi</p> <p>(3)</p> <p><i>Jika diketahui jarak tempuh saat meletakkan bendera ke botol 4 = 56 m, maka kita hitung berapa langkah peserta dari botol sebelumnya (botol 3) lalu kembali ke botol, yaitu 7 langkah.</i></p> <p style="text-align: center;">(TS-SR2-P13)</p>	<p>SR2 menghubungkan informasi</p> <p>(3) <i>Informasi yang diberikan ini sangat penting, karena jika kita tidak mengetahui jaraknya yang diberikan ke botol 4 dan 8, itu kita akan kesusahan, karena tidak tahu menghitung jarak setiap langkahnya.</i></p> <p style="text-align: right;">(JW-SR2-W03)</p>
<p>(3) <i>Jarak tempuh saat meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter, berdasarkan petunjuk permainan, berarti menghitung mulai dari botol sebelumnya yaitu 3 lalu kembali ke kotak, berarti 7 langkah.</i></p> <p style="text-align: center;">(JS-SR2-T03)</p>	

Berdasarkan Tabel 4.78 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) dalam tahap mengamati pola adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR2 mengumpullkan informasi dengan menyatakan “*Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, jarak peserta saat ada di botol 8 itu 120 meter. Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan .Kemudian ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 sampai botol 10*” pada JS-SR2-T01.
- b) Subjek SR2 meresentasikan informasi dengan menyatakan “*Kalau dari pemahaman saya, dicari jumlah jarak setiap langkahnya. Untuk mencari langkah itu misalkan memindahkan bendera ke botol 3 itu mulai langkahnya*

dari botol sebelumnya, kemudian ambil bendera ke kotak dan menuju botol 3” pada JW-SR2-W02.

- c) Subjek SR2 meghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan “*Jarak tempuh saat meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter, berdasarkan petunjuk permainan, berarti menghitung mulai dari botol sebelumnya yaitu 3 lalu kembali ke kotak, berarti 7 langkah.*” pada JS-SR2-T03.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR2 dalam mengamati pola adalah sebagai berikut:

1) Mengumpulkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 mengumpulkan informasi yaitu menyatakan “*Diketahui jarak yang ditempuh peserta ke botol 4 itu 56 meter, jarak peserta saat ada di botol 8 itu 120 meter. Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan .Kemudian ditanyakan jumlah jarak yang dilalui peserta dari memindahkan bendera ke botol 1 sampai botol 10”* pada JS-SR2-T01. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR2 mengumpulkan informasi yang diberikan pada soal dengan benar dan lengkap.*

2) Merepresentasikan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 merepresentasikan informasi dengan menyatakan “*Kalau dari pemahaman saya, dicari jumlah jarak*

setiap langkahnya. Untuk mencari langkah itu misalkan memindahkan bendera ke botol 3 itu mulai langkahnya dari botol sebelumnya, kemudian ambil bendera ke kotak dan menuju botol 3” pada JW-SR2-W02. Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek SR2 dapat merepresentasikan informasi yang diberikan pada soal.

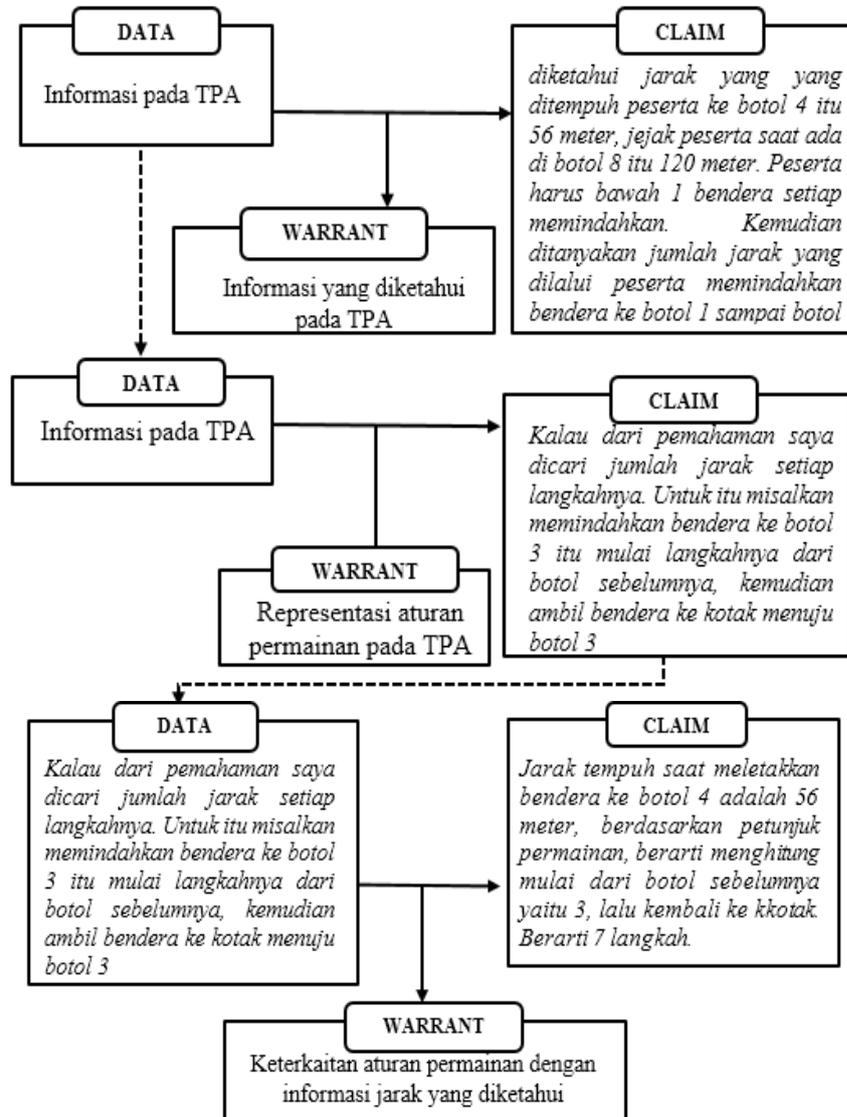
3) Menghubungkan Informasi

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 menghubungkan informasi dalam soal untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu menyatakan “Jarak tempuh saat meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter, berdasarkan petunjuk permainan, berarti menghitung mulai dari botol sebelumnya yaitu 3 lalu kembali ke kotak, berarti 7 langkah.” pada JS-SR2-T03. Selain itu, SR2 menyatakan *Informasi yang diberikan ini sangat penting, karena jika kita tidak mengetahui jaraknya yang diberikan ke botol 4 dan 8, itu kita akan kesusahan, karena tidak tahu menghitung jarak setiap langkahnya.* Dengan demikian, dapat disimpulkan subjek SR2 menghubungkan informasi yang diberikan untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola.

4) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Mengamati Pola

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR2 dalam mengamati pola. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. Subjek SR2 dapat mengumpulkan informasi dengan menyebutkan apa yang diketahui dalam soal, merepresentasikan informasi, serta menghubungkan informasi-informasi dalam

soal untuk mendapatkan pola. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR2 dalam mengamati pola pada Gambar 4.26.



Gambar 4.26 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Mengamati Pola

2. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) terhadap tes penalaran aljabar (TPA) dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SS2 dalam membangun generalisasi dan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.79.

Tabel 4.79 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
gedingya 56 m : 7	"Jadinya 56 meter dibagi 7"
(TS-SR2-Gk1)	(JS-SR2-T04)
56 m : 7 = 8 meter	"56 meter dibagi 7 langkah, sama dengan 8 meter"
(TS-SR2-Gk2)	(JS-SR2-T05)

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data tersebut dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR2 yang dipaparkan pada Tabel 4.80.

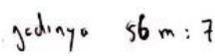
Tabel 4.80 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

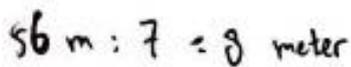
Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR2-W04	<i>Bagaimana menghitung menghitung jarak setiap langkahnya?</i>
JW-SR2-W04	<i>Dari informasi botol ke 4 itu jaraknya 56 meter, dan dari petunjuk permainan kita bisa mengetahui langkah ke botol 4. Kan tadi ada 7 langkah, jadi 56 dibagi 7.</i>
PW-SR2-W05	<i>Oke, berapa jaraknya?</i>
JW-SR2-W05	<i>Jaraknya 8 meter tiap langkah.</i>
PW-SR2-W06	<i>Terus, kira-kira ada pola yang bisa dibangun dari soal ini?</i>
JW-SR2-W06	<i>Setelah mengerjakan, saya baru sadar kalau setiap langkah itu tinggal ditambah 2 langkah.</i>
PW-SR2-W06	<i>Apakah soal ini bisa dikerjakan dengan rumus</i>
JW-SR2-W06	<i>Bisa</i>
PW-SR2-W07	<i>Bagaimana rumus yang bisa digunakan?</i>
JW-SR2-W07	<i>Saya kurang tahu</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya data tersebut dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban SR2 dalam membangun generalisasi dan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.81.

Tabel 4.81 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
1	2
SR2 menentukan unsur penyusun pola	SR2 menentukan unsur penyusun pola
(1) 	(1) <i>Dari informasi botol ke 4 itu jaraknya 56 meter, dan dari petunjuk permainan kita bisa mengetahui langkah ke botol 4. Kan tadi ada 7 langkah, jadi 56 dibagi 7.</i>
(TS-SR2-Gk1)	(JW-SR2-W04)
(1) “ <i>Jadinya 56 meter dibagi 7</i> ”	

1	2
SR2 melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola (2)	SR2 melakukan eksplorasi terhadap unsur penyusun pola (2) <i>Jaraknya 8 meter tiap langkah.</i>
 (TS-SR2-Gk2)	(JW-SR2-W05)
(2) <i>“56 meter dibagi 7 langkah, sama dengan 8 meter”</i> (JS-SR2-T04)	
SR2 menentukan rumus umum (3) Tidak ada tulisan subjek	SR2 menentukan rumus umum (2) <i>Saya kurang tahu</i> (JW-SR2-W07)

Berdasarkan Tabel 4.81 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) dalam tahap membangun generalisasi dan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR2 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan *“Dari informasi botol ke 4 itu jaraknya 56 meter, dan dari petunjuk permainan kita bisa mengetahui langkah ke botol 4. Kan tadi ada 7 langkah, jadi 56 dibagi 7”* pada JW-SR2-W04.
- b) Subjek SR2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola dengan menyatakan *“56 meter dibagi 7 langkah, sama dengan 8 meter”* pada JS-SR2-T04.
- c) Subjek SR2 menentuka rumus umum dengan menyatakan *“Saya kurang tahu”* pada JW-SR2-W07.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR2 dalam membangun generalisasi dan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Unsur-unsur Penyusun Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 menentukan unsur-unsur penyusun pola yaitu menyatakan “*Dari informasi botol ke 4 itu jaraknya 56 meter, dan dari petunjuk permainan kita bisa mengetahui langkah ke botol 4. Kan tadi ada 7 langkah, jadi 56 dibagi 7*” pada JW-SR2-W04. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR2 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola.*

2) Melakukan Eksplorasi Terhadap Pola

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang telah ditentukan yaitu menyatakan “*56 meter dibagi 7 langkah, sama dengan 8 meter*” pada JS-SR2-T04. Selain itu, subjek juga menuliskan “*56 m : 7 = 8 meter*” (lihat TS-SR2-Gk2). Dengan demikian dapat disimpulkan *subjek SR2 melakukan eksplorasi terhadap unsur pola yang telah ditentukan.*

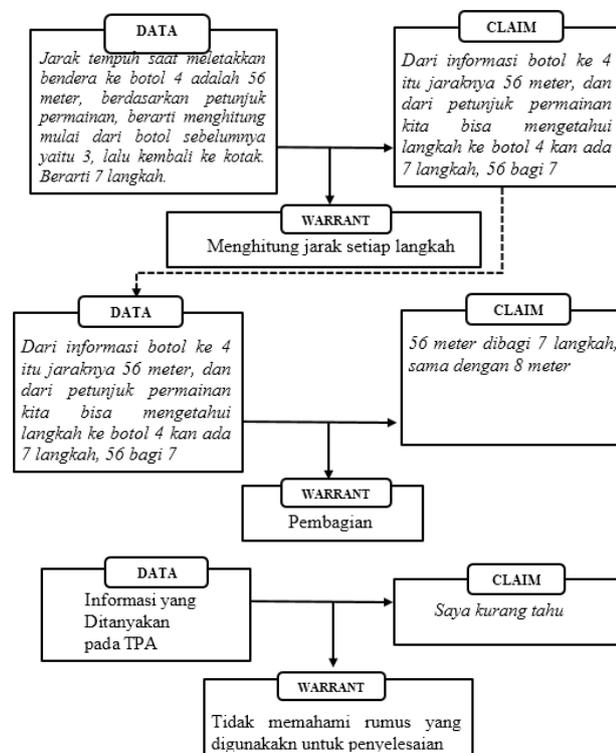
3) Menentukan Rumus Umum

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 dalam menentukan rumus umum dengan menyatakan menyatakan “*Saya kurang tahu*” pada JW-

SR2-W07. Dengan demikian, dapat disimpulkan *subjek SR2 tidak dapat menentukan rumus umum untuk menyelesaikan masalah.*

4) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar ST2 dalam membangun generalisasi dan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan ST2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat. ST2 dapat membangun generalisasi dan konjektur dengan menentukan unsur-unsur penyusun pola, kemudian melakukan eksplorasi, dan menemukan rumus umum untuk menyelesaikan soal berdasarkan pola yang sudah ditentukan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR2 dalam membangun generalisasi dan konjektur pada Gambar 4.27.



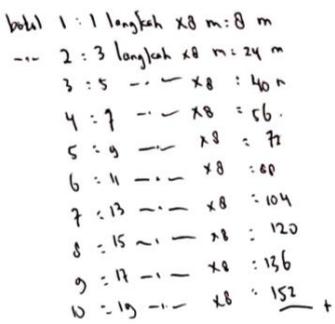
Gambar 4.27 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Membangun Generalisasi dan Konjektur

3. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR2 membuktikan konjektur dipaparkan dalam Tabel 4.82.

Tabel 4.82 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
 <p> botol 1 : 1 langkah $\times 8$ m = 8 m -- 2 : 3 langkah $\times 8$ m = 24 m 3 : 5 -- $\times 8$ = 40 m 4 : 7 -- $\times 8$ = 56 5 : 9 -- $\times 8$ = 72 6 : 11 -- $\times 8$ = 88 7 : 13 -- $\times 8$ = 104 8 : 15 -- $\times 8$ = 120 9 : 17 -- $\times 8$ = 136 10 : 19 -- $\times 8$ = 152 + </p>	<p>Lalu kita menghitung jarak tempuh peserta disetiap botol dan dijumlahkan semua dari botol 1 sampai botol 10</p> <p>(JS-SR2-T06)</p>
<p>— +</p> <p>800 meter</p>	<p>“didapatkan totalnya 800 meter”</p> <p>(JS-SR2-T07)</p>
<p>(TS-SR2-Bk1)</p> <p>(TS-SR2-Bk2)</p>	

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR2 yang dipaparkan pada Tabel 4.83.

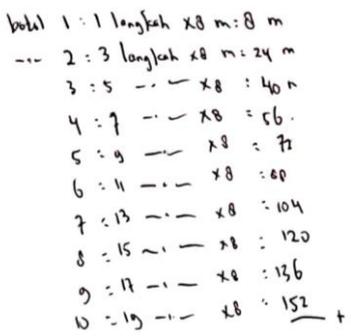
Tabel 4.83 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur

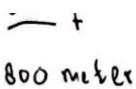
Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR2-W08	<i>Selanjutnya bagaimana, setelah tahu jarak tiap langkah nya 8 meter?</i>
JW-SR2-W08	<i>Menghitung jumlah jarak yang ditempuh peserta ke setiap botol dari botol 1 sampai 10, kemudian ditambahkan semua.</i>
PW-SR2-W09	<i>Ya, terus hasilnya berapa?</i>
JW-SR2-W09	<i>Hasilnya 800 meter</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR2 dalam membuktikan konjektur yang disajikan pada Tabel 4.84.

Tabel 4.84 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR2 dalam Membuktikan Konjektur

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SR2 melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang ditentukan (1)  (TS-SR2-Bk1)	SR2 melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang ditentukan (1) <i>Menghitung jumlah jarak yang ditempuh peserta ke setiap botol dari botol 1 sampai 10, kemudian ditambahkan semua</i> (JW-SR2-W06)
(1) <i>Lalu kita menghitung jarak tempuh peserta disetiap botol dan dijumlahkan semua dari botol 1 sampai botol 10</i> (JS-SR2-T06)	

1	2
SR2 menentukan hasil penyelesaian	SR2 menentukan hasil penyelesaian
(2) 	(2) Hasilnya 800 meter
(TS-SR2-Bk2)	(JW-SR2-W09)
(2) “didapatkan totalnya 800 meter”	
(JS-SR2-T07)	

Berdasarkan Tabel 4.84 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) dalam tahap membuktikan konjektur adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR2 melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang ditentukan dengan menyatakan “*Menghitung jumlah jarak yang ditempuh peserta ke setiap botol dari botol 1 sampai 10, kemudian ditambahkan semua*” pada JS-SR2-T06 dan menuliskan pada TS-SR2-Bk1.
- b) Subjek SR2 menentukan hasil penyelesaian dengan menyatakan “*Hasilnya 800 meter*” pada JW-SR2-W09.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR2 dalam membuktikan konjektur adalah sebagai berikut:

1) Melakukan Operasi Terhadap Cara Penyelesaian

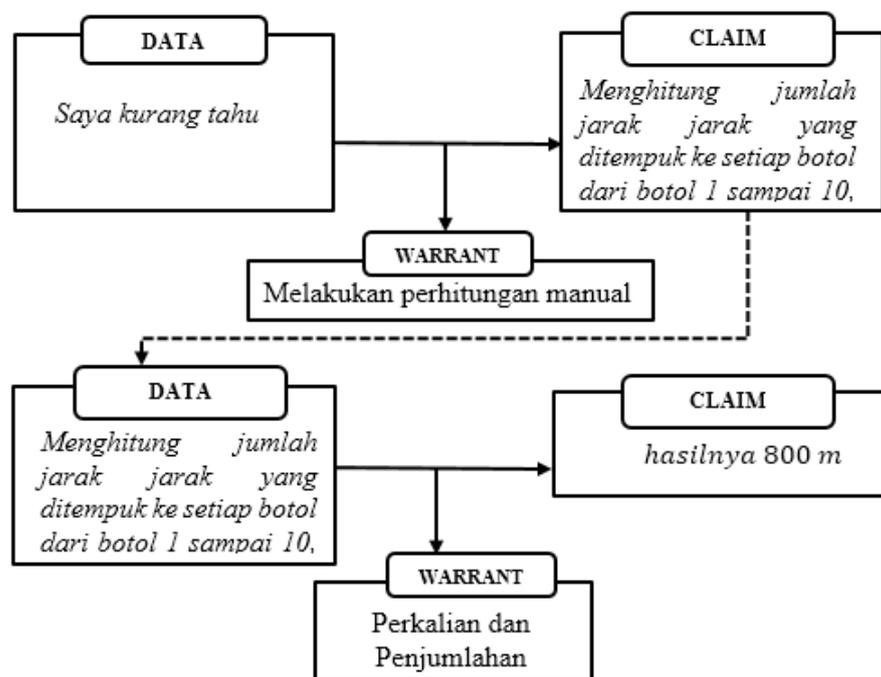
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang ditentukan sebelumnya dengan menyatakan *“Menghitung jumlah jarak yang ditempuh peserta ke setiap botol dari botol 1 sampai 10, kemudian ditambahkan semua”* pada JS-SR2-T06 dan menuliskan pada TS-SR2-Bk1. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR2 melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang ditentukan untuk mendapatkan hasil penyelesaian.*

2) Menentukan Hasil Penyelesaian

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 menentukan hasil penyelesaian yaitu menyatakan *“Hasilnya 800 meter”* pada JW-SR2-W09. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa *subjek SR2 dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar.*

3) Penalaran Aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membuktikan Konjektur

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR2 dalam membuktikan konjektur. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR2 dalam TPA yang telah dibaca dengan serta dikerjakan. Subjek SR2 membuktikan konjektur dengan melakukan operasi terhadap cara penyelesaian yang telah ditentukan sebelumnya, dan mendapatkan hasil penyelesaian dari soal yang diberikan. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR2 dalam membuktikan konjektur pada Gambar 4.28.



Gambar 4.28 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Membuktikan Konjektur

4. **Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis**
 - a. **Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis**

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR2 dalam membangun dan mengevaluasi argumen matematis dipaparkan dalam Tabel 4.85.

Tabel 4.85 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
Tidak ada tulisan subjek	Tidak ada jawaban subjek

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR2 yang dipaparkan pada Tabel 4.86.

Tabel 4.86 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-SR2-W08	<i>Yakin dengan jawabanmu?</i>
JW-SR2-W08	<i>Iya, Saya yakin dengan jawaban saya</i>
PW-SR2-W09	<i>Bagaimana kamu bisa yakin?</i>
JW-SR2-W09	<i>Soalnya dari hitungan dari botol 1 sampai 10 kalau dijumlah hasilnya 800</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Membangun dan Mengevaluasi Argumen Matematis

Mengacu pada uraian sebelumnya, tidak dapat dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR2 dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis. Berdasarkan keseluruhan jawaban yang diberikan oleh subjek SR2 dalam tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah tidak valid dan tidak dapat digunakan untuk analisis data.

5. Paparan, Validasi, dan Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

a. Paparan Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Data yang dipaparkan pada bagian ini merupakan jawaban subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) pada lembar jawaban TPA dan disertai *think aloud*. Adapun data subjek SR2 dalam memvalidasi kesimpulan dipaparkan dalam Tabel 4.87.

Tabel 4.87 Hasil TPA dan *Think Aloud* Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA	Hasil <i>Think Aloud</i>
<p><i>Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter</i></p> <p>(TS-SR2-Vk2)</p>	<p><i>Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter.</i></p> <p>(JS-SR2-T09)</p>

Selain hasil TPA dan *Think Aloud*, data di atas dilengkapi dengan hasil wawancara yang dilakukan peneliti terhadap subjek SR2 yang dipaparkan pada Tabel 4.88.

Tabel 4.88 Hasil Wawancara Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Kode	Deskripsi Wawancara
PW-ST1-W11	<i>Jadi kesimpulan kamu apa?</i>
JW-ST1-W11	<i>Jarak yang dilalui peserta, jika diperbolehkan membawa satu bendera dari botol 1 sampai botol 10 itu 800 meter</i>
PW-ST1-W12	<i>Bagaimana keterkaitan kesimpulan yang kamu buat dengan soal?</i>
JW-ST1-W12	<i>Yaa itu tadi jarak yang ditempuh peserta 800 meter.</i>

b. Validasi Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Setelah data dipaparkan, selanjutnya dilakukan validasi data untuk memperoleh kejelasan terhadap jawaban subjek SR2 dalam memvalidasi kesimpulan yang disajikan pada Tabel 4.89.

Tabel 4.89 Validasi Hasil TPA, *Think Aloud*, dan Wawancara Subjek SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

Hasil TPA dan <i>Think Aloud</i>	Hasil Wawancara
SR2 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	SR2 menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan
(1)	(1) <i>Jarak yang dilalui peserta, jika diperbolehkan membawa satu bendera dari botol 1 sampai botol 10 itu 800 meter</i> (JW-SR2-W11)
SR2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah	SR2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah
(2)	(2) <i>Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter.</i> (JW-ST1-W12)
<small>Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter</small>	
(2) <i>Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter</i> (JS-SR2-T09)	

Berdasarkan Tabel 4.89 diperoleh bahwa dari hasil TPA, *think aloud*, dan wawancara dengan subjek kedua berkemampuan matematika rendah (SR2) dalam

tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis adalah valid. Adapun data valid yang diperoleh dapat dipaparkan sebagai berikut:

- a) Subjek SR2 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jarak yang dilalui peserta, jika diperbolehkan membawa satu bendera dari botol 1 sampai botol 10 itu 800 meter*” pada JW-SR2-W11.
- b) Subjek SR2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah dengan menyatakan “*Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter*” pada JS-SR2-T09.

c. Analisis Data Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan validasi, selanjutnya dilakukan analisis data. Adapun analisis data subjek SR2 dalam memvalidasi kesimpulan adalah sebagai berikut:

1) Menyusun Kesimpulan Berdasarkan Solusi yang Ditentukan

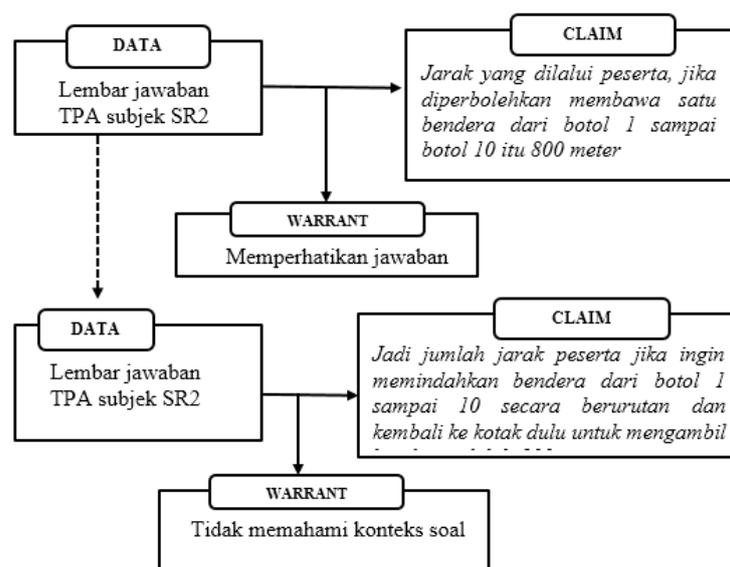
Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 menyusun kesimpulan dengan menyatakan “*Jarak yang dilalui peserta, jika diperbolehkan membawa satu bendera dari botol 1 sampai botol 10 itu 800 meter*” pada JW-SR2-W11. Dengan demikian, dapat disimpulkan SR2 menyusun kesimpulan berdasarkan hasil penyelesaian dengan benar.

2) Menghubungkan Kesimpulan dengan Konteks Soal

Berdasarkan validasi data terungkap bahwa subjek SR2 menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan yaitu menyatakan “*Jadi jumlah jarak peserta jika ingin memindahkan bendera dari botol 1 sampai botol 10 secara berurutan dan kembali ke kotak dulu untuk mengambil bendera adalah 800 meter*” pada JS-SR2-T09. Dengan demikian, penulis menyimpulkan subjek SR2 dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks soal.

3) Penalaran aljabar Subjek Kedua Berkemampuan Matematika Rendah dalam Memvalidasi Kesimpulan

Pada bagian ini, peneliti menguraikan penalaran aljabar subjek SR2 dalam memvalidasi kesimpulan. Dalam hal ini, data yang didapatkan berupa pernyataan subjek SR2 dalam TPA yang telah dibaca dengan cermat serta dikerjakan. Subjek SR2 memvalidasi kesimpulan dengan menyimpulkan hasil jawaban yang sudah ditentukan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan atau soal. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti menyimpulkan penalaran aljabar subjek SR2 dalam memvalidasi kesimpulan pada Gambar 4.30.



Gambar 4.30 Alur Penalaran Aljabar SR2 dalam Memvalidasi Kesimpulan

J. Hasil Penelitian

1. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Pada penelitian ini, mahasiswa berkemampuan matematika tinggi diwakili oleh subjek ST1. Paparan data penelitian menunjukkan proses penalaran aljabar yang dihasilkan oleh subjek ST1 dalam menyelesaikan masalah matematika materi barisan dan deret aritmatika dengan mengacu pada tahapan penalaran aljabar yaitu: (1) mengamati pola (2) membangun generalisasi dan konjektur (3) membuktikan konjektur (4) membangun dan mengevaluasi argumen matematis (5) memvalidasi kesimpulan. Rincian dari kelima tahapan tersebut dijelaskan jelaskan sebagai berikut.

Pada tahap mengamati pola, subjek ST1 telah memenuhi indikator mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan, memrepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan, dan menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Subjek ST1 dapat mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan pada masalah dengan benar dan lengkap. Subjek ST1 dapat merepresentasikan informasi yang diketahui dalam bentuk konsep barisan aritmatika. Selain itu subjek ST1 dapat menghubungkan informasi diperoleh dari masalah untuk menemukan unsur-unsur pola.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, subjek ST1 telah memenuhi indikator menentukan unsur-unsur penyusun pola, melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola, dan menentukan rumus umum

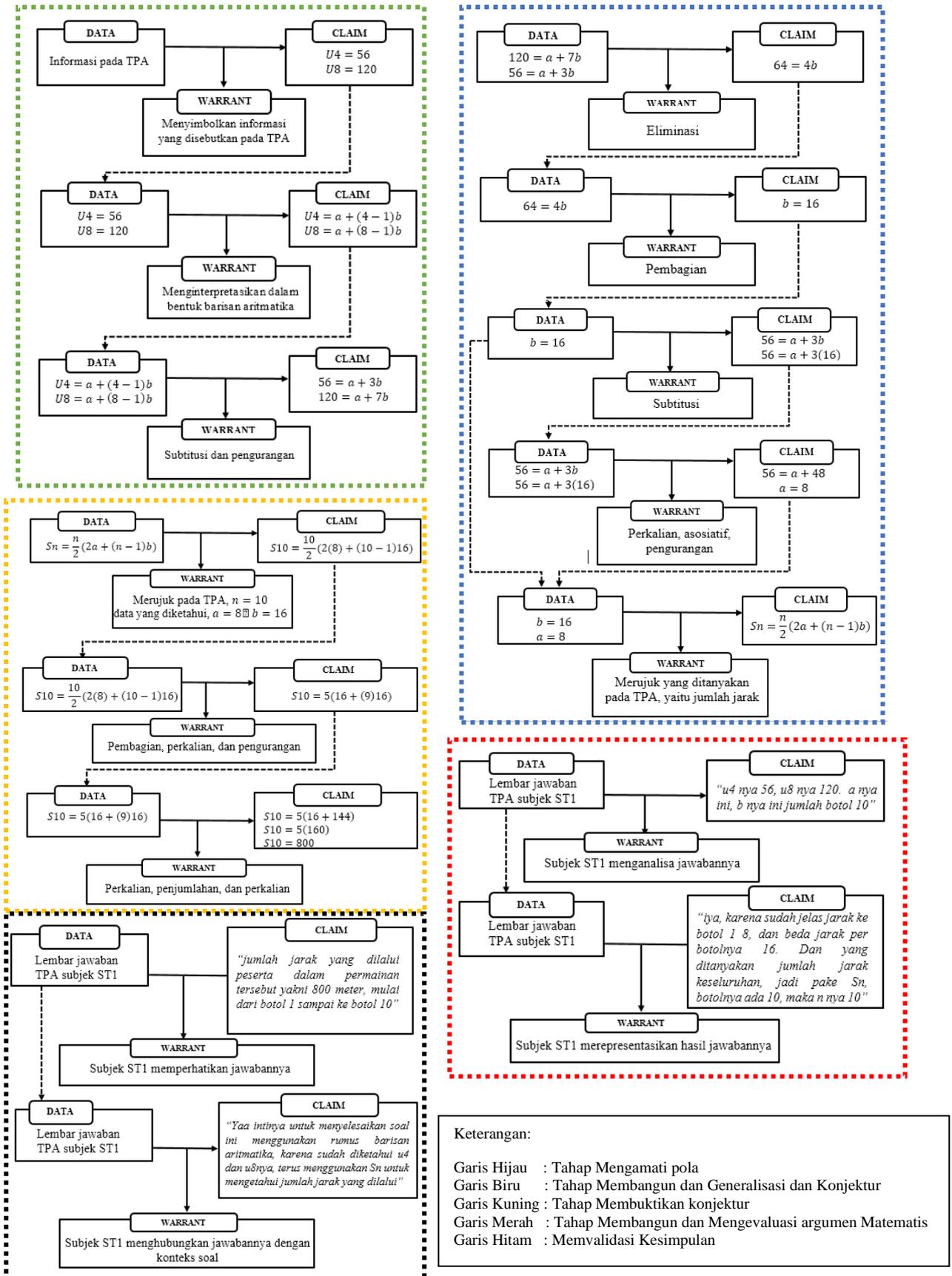
penyelesaian masalah. Subjek ST1 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menuliskan persamaan yang digunakan untuk menemukan pola. Subjek ST1 dapat melakukan eksplorasi pada unsur-unsur pola yang ditentukan untuk mendapatkan pola dengan melakukan eliminasi dan substitusi pada persamaan yang ditentukan. Subjek ST1 dapat menentukan rumus umum untuk penyelesaian masalah dengan menuliskan rumus deret aritmatika.

Pada tahap membuktikan konjektur, subjek ST1 telah memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dan menentukan hasil penyelesaian. Subjek ST1 dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan secara tepat, selain itu subjek ST1 dapat menentukan hasil dari perhitungan yang telah dilakukan dengan benar.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, subjek ST1 telah memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Subjek ST1 dapat melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian dengan memeriksa kembali jawaban yang sudah ditentukan, selain itu subjek ST1 dapat merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan hasil analisa yang telah dilakukan.

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, subjek ST1 telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Subjek ST1 dapat menyusun kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, selain itu subjek ST1 dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks masalah dengan menyatakan hubungan informasi dari masalah dengan

konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Berdasarkan uraian tersebut, peneliti menyimpulkan proses penalaran aljabar subjek ST1 pada Gsmbar 4.31.



Gambar 4.31 Alur Penalaran Aljabar subjek ST1

2. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Sedang dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Pada penelitian ini, mahasiswa berkemampuan matematika sedang diwakili oleh subjek SS1. Paparan data penelitian menunjukkan proses penalaran aljabar yang dihasilkan oleh subjek SS1 dalam menyelesaikan masalah matematika materi barisan dan deret aritmatika dengan mengacu pada tahapan penalaran aljabar yaitu: (1) mengamati pola (2) membangun generalisasi dan konjektur (3) membuktikan konjektur (4) membangun dan mengevaluasi argumen matematis (5) memvalidasi kesimpulan. Rincian dari kelima tahapan tersebut dijelaskan sebagai berikut.

Pada tahap mengamati pola, subjek SS1 telah memenuhi indikator mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan, memrepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan, dan menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Subjek SS1 dapat mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui pada masalah dengan benar. Subjek SS1 dapat merepresentasikan informasi dengan menyatakan apa yang dipahami dari aturan permainan pada masalah yang diberikan. Selain itu subjek SS1 dapat menghubungkan informasi diperoleh dari masalah untuk menemukan unsur-unsur pola.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, subjek SS1 telah memenuhi indikator menentukan unsur-unsur penyusun pola, melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola, dan menentukan rumus umum penyelesaian masalah. Subjek SS1 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola

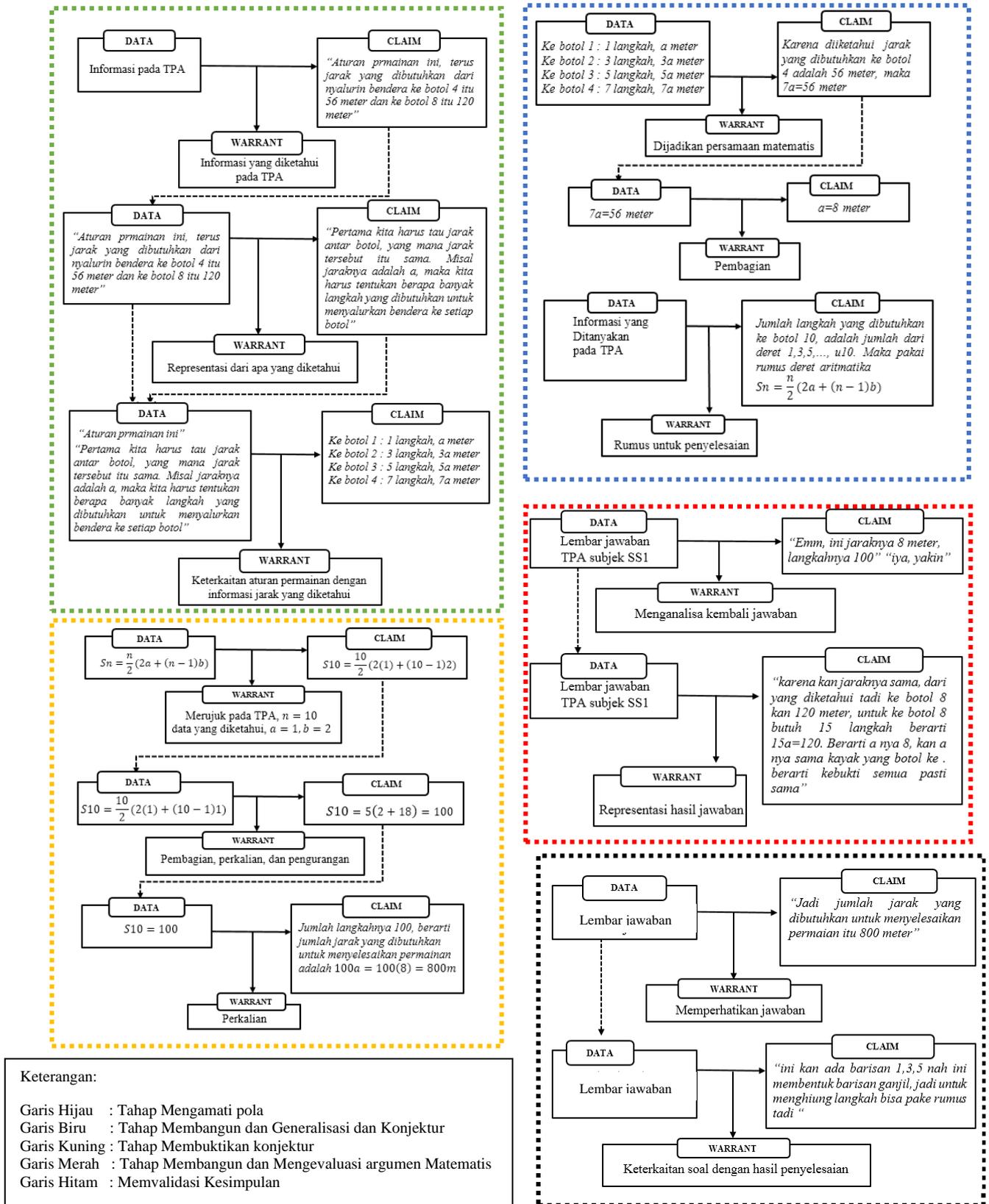
dengan menuliskan persamaan yang digunakan untuk menemukan pola. Subjek SS1 dapat melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang ditentukan untuk mendapatkan pola dengan mengoperasikan persamaan yang telah ditentukan. Subjek SS1 dapat menentukan rumus umum untuk penyelesaian masalah dengan menuliskan rumus deret aritmatika.

Pada tahap membuktikan konjektur, subjek SS1 telah memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dan menentukan hasil penyelesaian. Subjek SS1 dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan secara tepat, selain itu subjek SS1 dapat menentukan hasil dari perhitungan yang telah dilakukan dengan benar.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, subjek SS1 telah memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Subjek SS1 dapat melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian dengan memeriksa kembali jawaban yang sudah ditentukan, selain itu subjek SS1 dapat merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan hasil analisa yang telah dilakukan.

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, subjek SS1 telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Subjek SS1 dapat menyusun kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, selain itu subjek SS1 dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks masalah dengan menyatakan hubungan informasi dari masalah dengan konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.

Berdasarkan uraian paparan data, tahapan dan indikator penalaran aljabar yang dilalui subjek SS1 dan subjek ST1 adalah sama. Meskipun demikian, peneliti menemukan perbedaan diantara keduanya. Pada tahap mengamati pola, subjek ST1 melalui indikator merepresentasikan informasi yang diketahui dengan merepresentasikan informasi yang diketahui dalam bentuk persamaan barisan aritmatika, sedangkan SS1 merepresentasikan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dari aturan permainan pada masalah yang diberikan. Kemudian pada tahap membangun generalisasi, subjek ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menuliskan persamaan barisan aritmatika yang digunakan untuk menemukan pola, sedangkan subjek ST1 menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menuliskan persamaan yang didapatkan dari aturan permainan dan jarak yang diketahui dari masalah yang diberikan. Berdasarkan uraian tersebut, peneliti menyimpulkan proses penalaran aljabar subjek SS1 pada gambar berikut:



Keterangan:

- Garis Hijau : Tahap Mengamati pola
- Garis Biru : Tahap Membangun dan Generalisasi dan Konjektur
- Garis Kuning : Tahap Membuktikan konjektur
- Garis Merah : Tahap Membangun dan Mengevaluasi argumen Matematis
- Garis Hitam : Memvalidasi Kesimpulan

Gambar 4.32 Alur Proses Penalaran Aljabar Subjek SS1

3. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Rendah dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Pada penelitian ini, mahasiswa berkemampuan matematika rendah diwakili oleh subjek SR1. Paparan data penelitian menunjukkan proses penalaran aljabar yang dihasilkan kedua subjek dalam menyelesaikan masalah matematika materi barisan dan deret aritmatika dengan mengacu pada tahapan penalaran aljabar yaitu: (1) mengamati pola (2) membangun generalisasi dan konjektur (3) membuktikan konjektur (4) membangun dan mengevaluasi argumen matematis (5) memvalidasi kesimpulan. Rincian dari kelima tahapan tersebut dijelaskan sebagai berikut.

Pada tahap mengamati pola, subjek SR1 telah memenuhi indikator mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan, memrepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan, dan menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Subjek SR1 dapat mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan pada masalah dengan benar dan lengkap. Subjek SR1 dapat merepresentasikan informasi dengan menyatakan apa yang dipahami dari aturan permainan pada masalah yang diberikan. Selain itu subjek SR1 dapat menghubungkan informasi diperoleh dari masalah untuk menemukan unsur-unsur pola.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, subjek SR1 telah memenuhi indikator menentukan unsur-unsur penyusun pola, melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola. Tetapi subjek SR1 tidak memenuhi indikator menentukan rumus umum penyelesaian masalah. Subjek

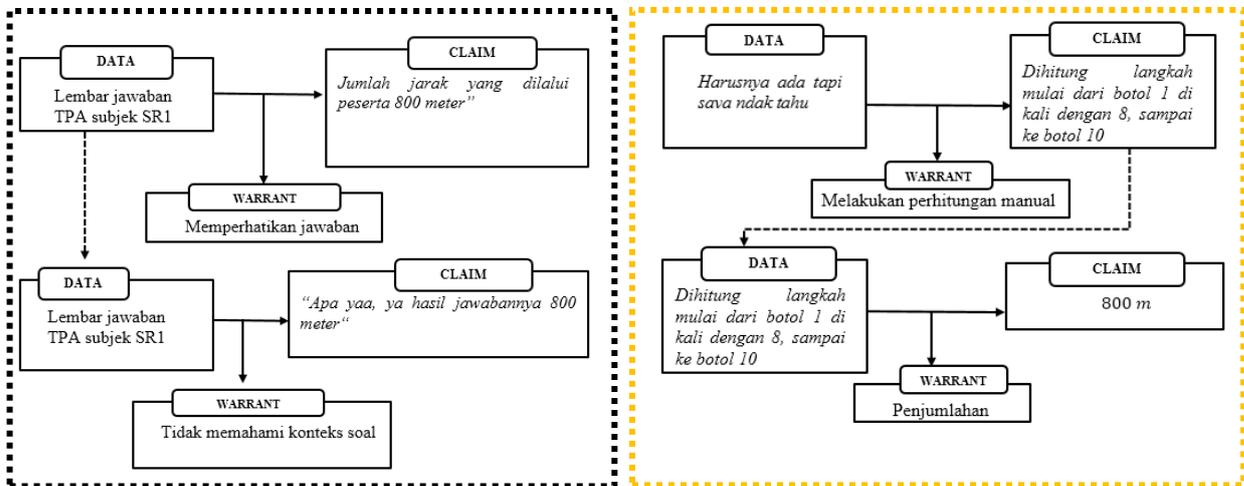
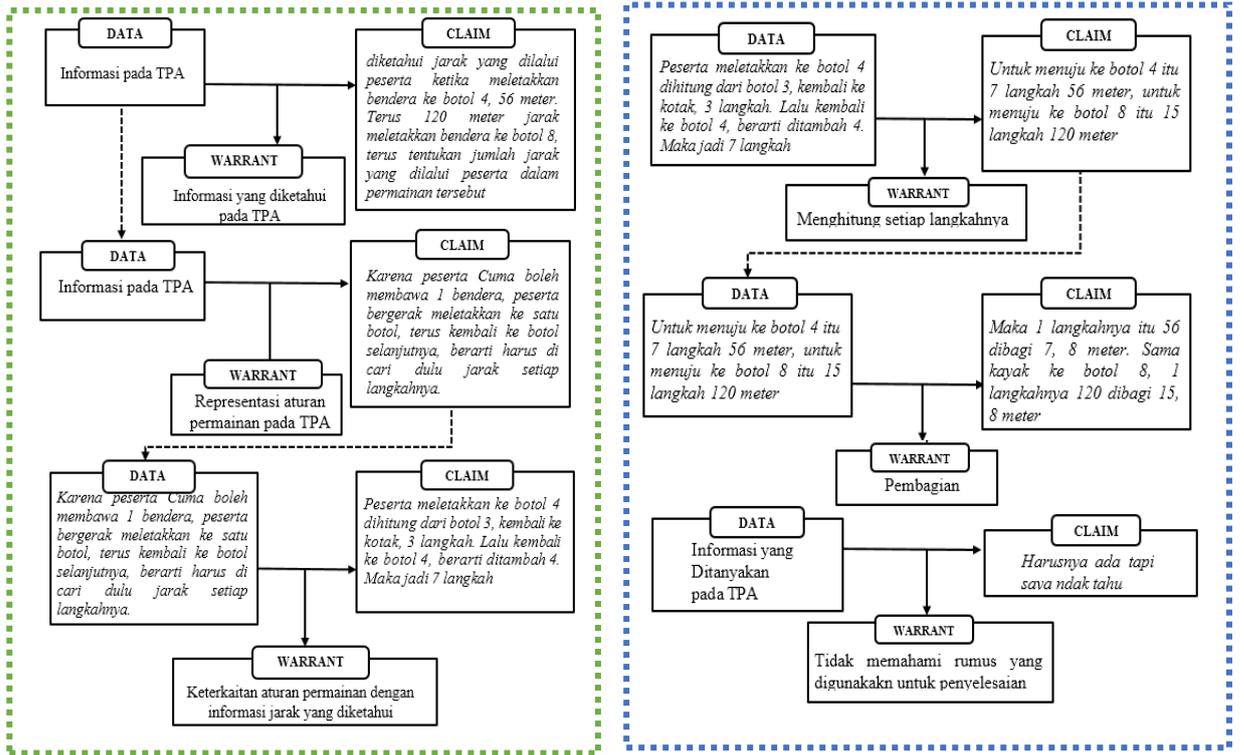
SR1 dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menuliskan perhitungan yang telah ditentukan untuk menemukan pola. Subjek SR1 dapat melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur pola yang ditentukan untuk mendapatkan pola dengan melakukan perhitungan yang telah ditentukan. Sementara itu, subjek SR1 tidak dapat menentukan rumus umum untuk penyelesaian masalah.

Pada tahap membuktikan konjektur, subjek SR1 tidak memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan, hal tersebut dikarenakan subjek SR1 tidak dapat menentukan rumus umum penyelesaian masalah. Tetapi subjek SR1 memenuhi indikator menentukan hasil penyelesaian, subjek SR1 menentukan hasil penyelesaian masalah secara manual tanpa bantuan rumus.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, subjek SR1 tidak memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Subjek SR1 tidak melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian yang sudah ditentukan. Selain itu subjek SR1 tidak dapat merepresentasikan hasil penyelesaian, hal tersebut dikarenakan subjek SR1 hanya bertumpu pada jawaban yang ditemukan secara manual (tanpa rumus).

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, subjek SR1 telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan, tetapi subjek SR1 tidak memenuhi indikator menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Subjek SR1 dapat menyusun kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, tetapi subjek SR1 tidak dapat

menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah, karena subjek SR1 tidak menemukan konsep matematis yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Berdasarkan uraian tersebut, peneliti menyimpulkan proses penalaran aljabar subjek SR1 pada Gambar 4.33.



Keterangan:

- Garis Hijau : Tahap Mengamati pola
- Garis Biru : Tahap Membangun dan Generalisasi dan Konjektur
- Garis Kuning : Tahap Membuktikan konjektur
- Garis Merah : Tahap Membangun dan Mengevaluasi argumen Matematis
- Garis Hitam : Memvalidasi Kesimpulan

Gambar 4.33 Alur Proses Penalaran Aljabar Subjek SR1

BAB V

PEMBAHASAN

Berdasarkan paparan data dan hasil penelitian pada uraian sebelumnya. Bab ini mendeskripsikan hasil penelitian mengenai proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika. Pembahasan pada bab ini disandingkan dengan penelitian lainnya yang relevan. Adapun pembahasan dipaparkan sebagai berikut:

A. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Tinggi

Pada bagian ini, peneliti memaparkan hasil temuan-temuan penelitian serta mengaplikasikan alasan dan menghubungkan teori-teori yang terkait dengan hal-hal yang terjadi ketika penelitian berlangsung pada mahasiswa berkemampuan matematika tinggi. Pada tahap mengamati pola, mahasiswa berkemampuan matematika tinggi dapat mengumpulkan informasi yang diketahui dari masalah dengan memberikan simbol, merepresentasikan apa yang diketahui dengan konsep matematika yaitu barisan aritmatika, serta mengubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. Hal tersebut sesuai dengan karakteristik kemampuan matematika tinggi yaitu dapat mengidentifikasi unsur-unsur informasi pada soal dengan pasti dan mengingat materi matematika dengan cepat (Borovik dan Gardiner, 2006). Lebih lanjut, Carpenter dan Levi (2000) memaparkan bahwa penalaran aljabar dilakukan seseorang dalam membangun generalisasi dan menggunakan simbol untuk merepresentasikan ide matematika serta menyelesaikan masalah.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, mahasiswa dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan membuat persamaan dari informasi yang diketahui, mahasiswa dapat melakukan eksplorasi terhadap persamaan yang ditentukan dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi, selain itu mahasiswa dapat menentukan rumus umum untuk penyelesaian masalah. Hal tersebut selaras dengan yang disampaikan Driscoll (2003) dan Andriani (2015) bahwa salah satu kerangka kerja penalaran aljabar yaitu mengorganisasi informasi, guna mengungkap pola serta aturan yang mendefinisikan pola.

Pada tahap membuktikan konjektur, mahasiswa telah memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dan menentukan hasil penyelesaian. Mahasiswa dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan secara tepat, selain itu subjek Mahasiswa dapat menentukan hasil dari perhitungan yang telah dilakukan dengan benar.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa telah memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Mahasiswa dapat melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian dengan memeriksa kembali jawaban yang sudah ditentukan, selain itu mahasiswa dapat merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan hasil analisa yang telah dilakukan.

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, mahasiswa telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Mahasiswa dapat menyusun

kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, selain itu mahasiswa dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks masalah dengan menyatakan hubungan informasi dari masalah dengan konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.

B. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Sedang

Pada bagian ini, peneliti memaparkan hasil temuan-temuan penelitian serta mengaplikasikan alasan dan menghubungkan teori-teori yang terkait dengan hal-hal yang terjadi ketika penelitian berlangsung pada mahasiswa berkemampuan matematika tinggi. Pada tahap mengamati pola, mahasiswa merepresentasikan informasi dengan menyatakan apa yang dipahami dari aturan permainan pada masalah yang diberikan, mahasiswa baru dapat mengaitkan masalah dengan konsep matematika setelah menghubungkan informasi. Hal tersebut selaras dengan penelitian Sanjaya dkk (2018) dan Baiduri (2014) memaparkan siswa dengan kemampuan sedang tidak dapat sepenuhnya memahami kapan dan bagaimana menerapkan konsep matematika yang dipelajari sebelumnya ketika menyelesaikan masalah. Lebih lanjut, penelitian Widarti (2013) menyatakan bahwa siswa berkemampuan matematika sedang dapat mengaitkan masalah kontekstual dengan konsep matematika, tetapi tidak dapat memperluas ide-ide matematikanya.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, mahasiswa menentukan unsur-unsur penyusun pola dengan menuliskan persamaan yang didapatkan dari beberapa informasi yang dihubungkan untuk menemukan pola.

Hal tersebut selaras dengan yang dijelaskan Blanton dkk (2018) bahwa salah satu komponen penalaran aljabar yaitu generalisasi yang digunakan seseorang untuk menarik kesimpulan dari beberapa contoh menjadi bentuk yang menyatu.

Pada tahap membuktikan konjektur, subjek SS1 telah memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dan menentukan hasil penyelesaian. Subjek SS1 dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan secara tepat, selain itu subjek SS1 dapat menentukan hasil dari perhitungan yang telah dilakukan dengan benar.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa telah memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Mahasiswa dapat melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian dengan memeriksa kembali jawaban yang sudah ditentukan, selain itu Mahasiswa dapat merepresentasikan hasil penyelesaian dengan menyatakan hasil analisa yang telah dilakukan.

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, Mahasiswa telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan dan menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Mahasiswa dapat menyusun kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, selain itu mahasiswa dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks masalah dengan menyatakan hubungan informasi dari masalah dengan konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.

C. Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa Berkemampuan Matematika Rendah

Pada bagian ini, peneliti memaparkan hasil temuan-temuan penelitian serta mengaplikasikan alasan dan menghubungkan teori-teori yang terkait dengan hal-hal yang terjadi ketika penelitian berlangsung pada mahasiswa berkemampuan matematika tinggi. Pada tahap mengamati pola, mahasiswa mengumpulkan informasi dengan menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan pada masalah dalam bentuk narasi, mahasiswa merepresentasikan informasi dengan menyatakan apa yang dipahami dari aturan permainan pada masalah yang diberikan, mahasiswa menghubungkan informasi diperoleh dari masalah untuk menemukan unsur-unsur penyusun pola dengan menghitung secara manual menggunakan operasi penjumlahan. Hal tersebut selaras dengan pernyataan Karesenty dkk (2007) dan Vilkomir dan O'Donoghue (2009), bahwa karakteristik siswa berkemampuan matematika rendah yaitu menghindari notasi simbolik. Lebih lanjut, Widarti (2013) menyatakan bahwa siswa berkemampuan matematika rendah tidak dapat mengaitkan masalah dengan konsep matematika.

Pada tahap membangun generalisasi dan konjektur, mahasiswa tidak dapat menentukan rumus umum yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Hal ini sejalan dengan pernyataan Karesenty dkk (2007) dan Vilkomir dan O'Donoghue (2009) karakteristik siswa berkemampuan matematika rendah salah satunya ketidakmampuan dalam generalisasi. Lebih lanjut, Apriliawan (2013) memaparkan siswa berkemampuan matematika rendah cenderung tidak dapat menentukan rumus yang sesuai.

Pada tahap membuktikan konjektur, mahasiswa tidak memenuhi indikator melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan, hal tersebut dikarenakan mahasiswa tidak dapat menentukan rumus umum penyelesaian masalah. Tetapi mahasiswa memenuhi indikator menentukan hasil penyelesaian, mahasiswa menentukan hasil penyelesaian masalah secara manual tanpa bantuan rumus.

Pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa tidak memenuhi indikator menganalisis hasil penyelesaian dan merepresentasikan hasil penyelesaian. Mahasiswa tidak melakukan analisis terhadap hasil penyelesaian yang sudah ditentukan. Selain itu mahasiswa tidak dapat merepresentasikan hasil penyelesaian, hal tersebut dikarenakan mahasiswa hanya bertumpu pada jawaban yang ditemukan secara manual (tanpa rumus).

Pada tahap memvalidasi kesimpulan, mahasiswa telah memenuhi indikator menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditentukan, tetapi mahasiswa tidak memenuhi indikator menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan. Mahasiswa dapat menyusun kesimpulan dari penyelesaian yang ditentukan dengan benar, tetapi mahasiswa tidak dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah, karena mahasiswa tidak menemukan konsep matematis yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan

BAB VI

PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan pada bagian-bagian sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Proses penalaran mahasiswa berkemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah matematika yaitu: (1) pada tahap mengamati pola, mahasiswa dapat mengumpulkan informasi dengan benar dan lengkap, mahasiswa dapat merepresentasikan informasi yang diberikan dalam bentuk matematis, selanjutnya mahasiswa menghubungkan informasi yang direpresentasikan untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. (2) pada tahap membangun generalisasi, mahasiswa dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola, mahasiswa dapat melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola, serta mahasiswa dapat menentukan rumus berdasarkan pola yang ditentukan untuk menyelesaikan masalah. (3) pada tahap membuktikan konjektur, mahasiswa dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dengan tepat dan benar, serta mahasiswa dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar. (4) pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang ditentukan, serta merepresentasikan hasil penyelesaian masalah. (5) pada tahap memvalidasi kesimpulan, mahasiswa menyusun kesimpulan berdasarkan hasil penyelesaian dengan benar, serta mahasiswa dapat menghubungkan kesimpulan yang disusun dengan konteks permasalahan yang diberikan.

2. Proses penalaran mahasiswa berkemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah matematika yaitu: (1) pada tahap mengamati pola, mahasiswa dapat mengumpulkan informasi dengan benar, mahasiswa dapat merepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan dengan benar, mahasiswa menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola. (2) pada tahap membangun generalisasi, mahasiswa dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola, mahasiswa dapat melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola, mahasiswa dapat menentukan rumus berdasarkan pola yang ditentukan untuk menyelesaikan masalah. (3) pada tahap membuktikan konjektur, mahasiswa dapat melakukan operasi terhadap rumus umum yang ditentukan dengan tepat dan benar, serta mahasiswa dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar. (4) pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang ditentukan, serta merepresentasikan hasil penyelesaian masalah. (5) pada tahap memvalidasi kesimpulan, mahasiswa menyusun kesimpulan berdasarkan hasil penyelesaian dengan benar, serta dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan yang diberikan.
3. Proses penalaran aljabar mahasiswa berkemampuan matematika rendah dalam menyelesaikan masalah matematika yaitu: (1) pada tahap mengamati pola, mahasiswa dapat mengumpulkan informasi dengan benar, mahasiswa dapat merepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan dengan benar, mahasiswa menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur

penyusun pola. (2) pada tahap membangun generalisasi, mahasiswa dapat menentukan unsur-unsur penyusun pola, mahasiswa dapat melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola, tetapi mahasiswa tidak dapat menentukan rumus umum untuk penyelesaian masalah. (3) pada tahap membuktikan konjektur, mahasiswa melakukan operasi terhadap cara perhitungan yang telah ditentukan sebelumnya dengan benar, selain itu mahasiswa dapat menentukan hasil penyelesaian dengan benar. (4) pada tahap membangun dan mengevaluasi argumen matematis, mahasiswa tidak melakukan analisa terhadap hasil jawaban yang ditentukan, selain itu mahasiswa tidak dapat merepresentasikan hasil perhitungan matematis yang dilakukan, hal tersebut dikarenakan mahasiswa melakukan perhitungan dengan cara manual. (5) pada tahap memvalidasi kesimpulan, mahasiswa menyusun kesimpulan berdasarkan hasil penyelesaian dengan benar, tetapi mahasiswa tidak dapat menghubungkan kesimpulan dengan konteks permasalahan yang diberikan.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan kesimpulan yang telah diuraikan, maka saran yang perlu diperhatikan dan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Penelitian terkait penalaran aljabar perlu diteliti kembali menggunakan alat analisa yang lebih tajam, seperti teori APOS, teori tiga dunia, teori OSA, dan lain-lain.
2. Penelitian terkait penalaran aljabar dapat dilakukan terhadap subjek yang lebih luas seperti, mengkategorikan subjek berdasarkan level kognitif piaget.

DAFTAR RUJUKAN

- Abidin, Z., Tohir, M. (2019). Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi dalam Memecahkan Deret Aritmatika Dua Dimensi Berdasarkan Taksonomi Bloom. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 1(1), 44-60. <https://journal.ibrahimy.ac.id/index.php/Alifmatika>
- Ammar, A. S., & Dewanto. (2020). Peta Kemampuan Dasar Mahasiswa dengan Latar Belakang Sekolah (SMK dan SMA) di Prodi S-1 Pendidikan Teknik Mesin Produksi 2013 Universitas Negeri Surabaya. *Jurnal Pendidikan Teknik Mesin*, 9(2). <https://jurnalmahasiswa.unesa.ac.id/index.php/jurnal-pendidikan-teknik-mesin/article/view/31778>
- Andriani, P. (2015). Penalaran Aljabar dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Beta : Jurnal Tadris Matematika*, 8(1) 1-13. <http://jurnalbeta.ac.id>
- Ayuningtyas, W., Mardiyana., Pramudya, I. (2019). The profile of high school students' algebraic reasoning abilities: from the perspective of gender difference. *International Seminar STEMEIF*.
- Blanton, M. L., & Kaput, J.J. (2005). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. *International Reviews on Mathematical Education*, 37(1), 34–42.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades. In *Early Algebraization* (pp. 5–23). Springer.
- Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L., & Stylianou, D. (2018). Implementing a Framework for Early Algebra. *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5 to 12 Years Old, ICME-13 Monographs* (pp. 27–49). https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2
- Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades. Research Report: *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*, 5, 1–22.
- Conner, A. M., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Fransisco, R. T. (2014). Identifying kind of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 181–200. <https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131>
- Fauziah, Asmaul. (2020). *Analisis Level Penalaran Aljabar Peserta Didik Dalam Menyelesaikan Soal Timss Dibedakan Dari Kecerdasan Logis-Matematis*. Skripsi. Surabaya : UIN Sunan Ampel
- Hailikari T., Katajavuori, N., & Lindblom-Ylänne, S. (2008). *The relevance of prior knowledge in learning and instructional design*. *American Association of Colleges of Pharmacy*. 72(5), 113. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2630138/>

- Hairunnisa. (2019). *Analisis Kemampuan Penalaran dan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika UIN Alauddin Makassar Ditinjau Dari Asal Sekolah*. UIN Alauddin Makassar.
- Hajizah, M. N., Darhim, Suryadi, D., & Juandi, D. (2020). Analysis of Students' Algebraic Thinking Skills and Realistic Mathematics Education Approach to Help Students Learn Function. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(7) 277-283.
- Harahap, R. E., Surya, Edy. (2017). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Kelas VII Dalam Menyelesaikan Persamaan Linear Satu Variabel. *SEMNASATIKA UNIMED*.
- Hashemi, N., Abu Mohd S., Kashefi, H., & Rahimi, K. (2014). Undergraduate Students' Difficulties in Conceptual Understanding of Derivation. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 143, 358 – 366.
- Istinaro, U., Setianingsih, R. (2019). Profil Penalaran Aljabar Siswa SMA yang Memiliki Kecerdasan Linguistik dan Logis-Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 8(2), 459-464.
- John, P., & Mst, B. O. (2016). Logical Reasoning Abilities of Junior High School Students in the Province of Cotabato , *Philippines*, 4(4), 18–21.
- Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (2017). *Algebra in the Early Grades*. Routledge.
- Kemendikbud, R. (2022). *Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 13 Tahun 2022 Tentang Perubahan atas Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 22 Tahun 2020 (No.13)*
- Keraf, G. (2010). *Argumentasi dan narasi*. PT Gramedia.
- King, B. (2019). Using Teaching Trough Problem Solving to Transfrom In-Service Teachers' Thinking about Instruction. *MERGA*.,1, 169-189.
- King, L. A. (2012). *Psikologi umum*. Salemba Humanika.
- Kusumaryono, I., Suyitno., Dwi, D. (2018). Analysis of Abstract Reasoning from Grade 9 Student in Mathematical Problem Solving with SOLO Taxtonomy Guide. *Journal of Mathematics Education*, 7, 69-81.
- Lailiyah, S., Nusantara, T., Sa'dijah, C., Irawan, B, E. (2015). Proses Berpikir Versus Penalaran Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). Fundamentals of qualitative data analysis. *Qualitative data analysis: A methods sourcebook*, 3.
- NTCM. (2000). *Principles and Standards for Schools Mathematics*
- Ontario Ministry of Education. (2014). *K-12 Paying Attention To Algebraic Reasoning*. In Ontario.

- Otten, M., Panhuizen, M., Veldhuis, M., Boom, J., Heinze, A. (2020). Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning? An Evaluation of two Learning Environments for Linear Equations. *Journal Education Science*, 20, 163.
- Paridjo. (2018). Kemampuan Berpikir Aljabar Mahasiswa dalam Materi Trigonometri ditinjau dari Latar Belakang Sekolah melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *PRISMA*, 1(1) 814-829. Universitas Negeri Semarang.
- Raof, M. (2016). Memahami Tipologi Pesantren dan Madrasah sebagai Lembaga Pendidikan Islam Indonesia. *Jurnal UM Surabaya*.
- Rosyidah, U., Setyawati, A., Qomariyah, S. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran dan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Aljabar Dasar. *SJME (Supermum Journal of Mathematics Education)*, 5(1) 63-71.
- Ruslan, A. S., & Santoso, B. (2013). Pengaruh pemberian soal open-ended terhadap kemampuan penalaran matematis siswa. *UNNES JOURNAL*, 04(02), 138– 150.
- Sanit, R, Irma., Subanji., Sulandra, M. (2019). Profil Penalaran Aljabaris Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient. *Jurnal Pendidikan*, 4(9), 1213-1221.
- Sayidani, A., Gunawan, W. S., Muhammad, I., & Fuady, J. (2016). Perbandingan prestasi belajar mahasiswa lulusan SMA dan SMK pada prodi S1 Pendidikan Teknik Informatika Universitas Negeri Malang. *Teknologi Dan Kejuruan: Jurnal Teknologi, Kejuruan Dan Pengajarannya*, 39(2), 155–162. <http://journal.um.ac.id/index.php/teknologi-kejuruan/article/view/7789>
- Siregar, N. Eko. (2017). *Problem Solving dalam Al-Qur'an Analisis Tafsir Al-Azhar*. Skripsi. Medan: UIN Sumatrera Utara
- Silma, U. (2018). Analisis Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa dalam Model Pembelajaran Learning Cycle 5E. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, 5(3) 300-319.
- Siniguian, M.T. (2017). Students Difficulty In Solving Mathematical Problems, *International Journal of Advanced Research in Engineering and Applied Sciences*, 6(2). <http://www.garph.co.uk/IJAREAS/Feb2017/1>.
- Smith, J.P.; Thompson, P.W. (2008) Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. *Lawrence Erlbaum Associates New York, NY, USA*, 95–132.
- Stephens, A.C.; Fonger, N.; Strachota, S.; Isler, I.; Blanton, M.; Knuth, E.; Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Math. Think. Learn*, 19, 143–166.
- Subanji. (2011). *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*. Malang: UM Press

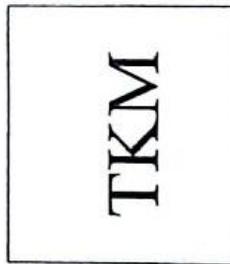
- Twohill , A. (2013). *Algebraic reasoning in primary school: developing a framework of growth points*. Smith, C. (Ed.) Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 33(2).
- Usman, H. (2017). *Pengembangan Instrumen Tes untuk Mengukur Kemampuan Penalaran Matematis Siswa MTs 1 Model Makassar*. Skripsi. Makassar : UIN Aalauddin
- Wahyuni, I., & Kharimah, N. I. (2017). Analisis Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematis Mahasiswa Tingkat IV Materi Sistem Bilangan Kompleks pada Mata Kuliah Analisis Kompleks. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v1i2.608>
- Warhamni, O. (2017). *Pengaruh Asal Sekolah dan Minat Belajar Terhadap Hasil Belajar Siswa Pada Mata Pelajaran Ekonomi di Kelas X SMA Negeri Suralaga Tahun Pelajaran 2016/2017* [UIN Mataram]. <http://etheses.uinmataram.ac.id/id/eprint/128>
- Windsor, Will. (2009). *Algebraic Thinking- More to Do with Why, Than X and Y. Proceedings of the 10th International Conference "Models in Developing Mathematics Education"*. The Mathematics Education into the 21st Century Project.
- Yasin, V., Zarlis, M., & Nasution, M. K. M. (2018). Filsafat logika dan ontologi ilmu komputer. *JISAMAR (Journal Of Information System, Applied, Management, Accounting and Research)*, 2(2), 68–75

LAMPIRAN-LAMPIRAN

1. Lampiran 1 Lembar Tes Kemampuan Matematika
2. Lampiran 2 Lembar Tes Penalaran Aljabar
3. Lampiran 3 Pemilihan Subjek
4. Lampiran 4 Pedoman Wawancara
5. Lampiran 5 Lembar Validasi Tes Kemampuan Matematika
6. Lampiran 6 Lembar Validasi Tes Penalaran Aljabar
7. Lampiran 7 Lembar Validasi Pedoman Wawancara
8. Lampiran 8 Hasil Tes Penalaran Aljabar
9. Lampiran 9 Surat Izin Penelitian
10. Lampiran 10 Dokumentasi Penelitian

Lampiran 1 Lembar Tes Kemampuan Matematika

TES KEMAMPUAN MATEMATIKA



PETUNJUK UMUM

1. Sebelum mengerjakan soal, berdoaalah agar saudara dapat mengerjakan dengan tenang
2. Tes Kemampuan Matematika (TKM) terdiri atas 15 soal dari 5 komponen materi yaitu
Aljabar 4 soal (nomor 1 – 4)
Kalkulus 3 soal (nomor 5 – 7)
Geometri 3 soal (nomor 8 – 10)
Trigonometri 1 soal (nomor 11)
Statistika dan Peluang 4 soal (nomor 12 – 15)
3. Bacalah dengan cermat setiap petunjuk yang menjelaskan cara menjawab soal
4. Tulislah nama, NIM, dan nomor WA saudara pada lembar jawaban di tempat yang disediakan
5. Tulislah jawaban saudara pada lembar jawaban tes yang tersedia sesuai dengan petunjuk yang diberikan
6. Selama waktu mengerjakan soal berlangsung, saudara tidak diperkenankan menggunakan alat hitung dalam segala bentuk
7. Selama waktu mengerjakan soal berlangsung, saudara tidak diperkenankan menggunakan alat komunikasi
8. Selama waktu mengerjakan soal berlangsung, saudara tidak diperkenankan bertanya atau meminta penjelasan mengenai soal-soal yang diberikan kepada siapapun,
9. Waktu mengerjakan soal yang disediakan adalah 45 menit
10. Untuk keperluan coret mencoret pergunakanlah lembar coretan yang telah disediakan dan jangan sekali-kali menggunakan lembar jawaban

Disusun Oleh :
Imduudin

PETUNJUK KHUSUS

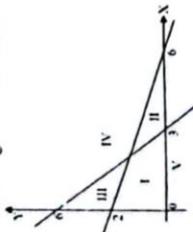
Petunjuk : Pilih salah satu yang paling benar (A , B , C , D , atau E)

SOAL

1. Diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = 3x - 7$. Hasil dari fungsi komposisi $(f \circ g)(x)$ adalah...

- a. $6x - 9$
- b. $6x - 12$
- c. $6x^2 + 2$
- d. $6x - 19$
- e. $6x^2 - 12$

2. Perhatikan grafik dibawah ini



Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 6$, $x + 3y \geq 6$, $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ pada grafik di atas adalah ...

- a. V
- b. IV
- c. III
- d. II
- e. I

3. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan pergi dan datang, maka hasil maksimum tempat parkir itu adalah....

- a. Rp340.000,00
- b. Rp300.000,00
- c. Rp260.000,00
- d. Rp200.000,00
- e. Rp176.000,00

4. Seorang penjual daging pada bulan Januari dapat menjual 120 kg, bulan Februari 130 kg, Maret dan seterusnya selama 10 bulan selalu bertambah 10 kg dari bulan sebelumnya. Jumlah daging yang terjual selama 10 bulan ada....

- a. 1.050 kg
- b. 1.250 kg
- c. 1.350 kg
- d. 1.650 kg
- e. 1.750 kg

5. Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{3x^2 - 5x - 2} = \dots$

- a. 1
- b. -1
- c. $\frac{5}{7}$
- d. $\frac{7}{5}$
- e. $\frac{1}{5}$

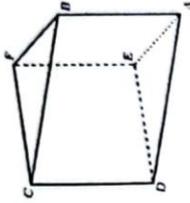
6. Turunan pertama fungsi $f(x) = (4x^2 - 12x)(x + 2)$ adalah ...

- a. $f'(x) = 12x^2 - 8x - 24$
- b. $f'(x) = 12x^2 - 16x - 24$
- c. $f'(x) = 12x^2 - 8x - 12$
- d. $f'(x) = 12x^2 - 16x - 12$
- e. $f'(x) = 12x^2 - 24x - 8$

7. Hasil dari $\int (3x^2 - 5x + 4) dx = \dots$

- a. $3x^3 - 5x^2 + 4x + C$
- b. $6x^3 - 5x^2 + 4x + C$
- c. $x^3 - 5x^2 + 4x + C$
- d. $x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x + C$
- e. $6x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x + C$

8. Pada prisma $ADE.BCF$, diketahui $DA = 6$ dan jarak E ke AD adalah 3.



Berapa tinggi prisma $ADE.BCF$?

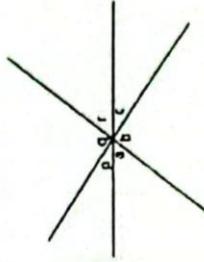
Putuskan apakah pernyataan (1) dan (2) berikut cukup untuk menjawab pertanyaan tersebut.

(1) Volume prisma = 180

(2) $AF = 5$

- a. Pernyataan (2) saja cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (1) saja tidak cukup
- b. Pernyataan (1) saja cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan (2) saja tidak cukup
- c. Kedua pernyataan bersama-sama cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi satu pernyataan saja tidak cukup
- d. Pernyataan (1) saja cukup untuk menjawab pertanyaan, dan pernyataan (2) saja cukup
- e. Pernyataan (1) dan pernyataan (2) tidak cukup untuk menjawab

9. Perhatikan gambar berikut:



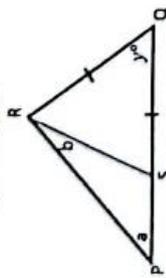
Berdasarkan gambar di atas, diketahui

- (1) $a + b = 180^\circ$
- (2) $b + c = 130^\circ$

Untuk menentukan nilai r , pernyataan berikut yang bernilai benar adalah ...

- a. (1) saja cukup, tapi (2) saja tidak cukup
- b. (2) saja cukup, tapi (1) saja tidak cukup
- c. (1) saja cukup, dan (2) saja cukup
- d. (1) dan (2) tidak cukup
- e. (1) dan (2) cukup untuk menjawab pertanyaan, tapi satu pernyataan saja tidak cukup

10. Perhatikan gambar berikut:



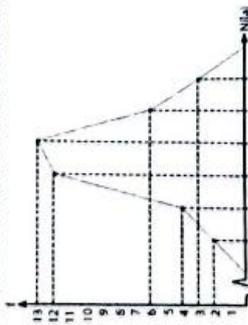
Segitiga QRS adalah segitiga sama kaki dengan $QR = QS$. Titik P terletak pada garis perpanjangan QS . Jika $a = 48^\circ$ dan $b = 22^\circ$, maka nilai y adalah...

- a. 40° b. 45° c. 60° d. 65° e. 70°

11. Nilai dari $\sin 60^\circ + \cos 45^\circ - \tan 30^\circ$ adalah...

- a. $\frac{1}{2}$ b. 1 c. $\sqrt{3}$ d. 2 e. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. Diberikan data nilai Matematika dalam bentuk polygon seperti penyajian data dibawah ini



Penyajian data dalam bentuk tabel yang sesuai untuk penyajian data dalam bentuk polygon di atas adalah...

a.

Nilai	Frekuensi
71-75	2
76-80	4
81-85	12
86-90	13
91-95	6
96-100	3

b.

Nilai	Frekuensi
71-75	2
76-80	4
81-85	12
86-90	12
91-95	6
96-100	3

c.

Nilai	Frekuensi
71-75	2
76-80	4
81-85	13
86-90	13
91-95	3
96-100	6

d.

Nilai	Frekuensi
71-75	4
76-80	2
81-85	4
86-90	13
91-95	6
96-100	3

13. Tabel berikut menyajikan data banyaknya siswa kelas A dan kelas B berdasarkan banyaknya kucing yang dimiliki.

Banyaknya Kucing	Banyaknya Siswa	
	Kelas A	Kelas B
0	3	4
1	6	12
2	10	7
3	8	9
4	1	0

Berdasarkan informasi dan tabel di atas didapatkan pernyataan sebagai berikut:

- Modus banyaknya kucing dari data gabungan sama dengan 3
- Median banyaknya kucing yang dimiliki siswa Kelas A lebih besar dari pada Kelas B
- Jumlah kucing yang dimiliki siswa Kelas B lebih besar dari kelas A
- Jumlah banyaknya kucing yang dimiliki siswa dari data gabungan sama dengan 1
- Median kucing yang dimiliki siswa kelas B sama dengan kelas A

Dari pernyataan-pernyataan di atas, manakah yang bernilai benar...

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 e. 5

14. Median tujuh bilangan adalah 12, 15, 6, x, 14, 4, 20 adalah x

Manakah hubungan yang benar antara kuantitas P dan Q berikut berdasarkan informasi berikut.

P	Q
x	Rata-rata data

- a. $P > Q$ b. $Q = P$ c. $Q > P$ d. $2P = Q$ e. $2Q = P$

15. Tersedia 8 kursi yang disusun berjajar dan setiap kursi ditempati paling banyak oleh satu orang. Manakah hubungan yang benar antara kuantitas P dan Q berdasarkan informasi berikut.

P	Q
Banyak susunan 4 orang yang duduk pada kursi yang disediakan	1.550 susunan

- a. $P > Q$ b. $Q = P$ c. $Q > P$ d. $2P = Q$ e. $2Q = P$

LEMBAR TUGAS PENALARAN ALJABAR

Petunjuk:

1. Sebelum mengerjakan soal, isilah identitas yang telah tercantum pada lembar tugas terlebih dahulu.
2. Baca dan pahami dengan cermat apa yang telah diperintahkan dalam soal.
3. Kerjakan serta tuliskan jawaban Saudara secara rinci pada lembar jawaban yang telah disediakan.
4. Gunakan lembar coretan yang telah disediakan apabila Saudara membuat coretan berupa: perhitungan, ilustrasi, dan contoh.

Soal :



Terdapat sebuah permainan memindahkan bendera ke dalam botol yang diilustrasikan seperti gambar di atas. Berikut merupakan aturan main dari permainan tersebut:

- Peserta mulai bergerak dari kotak bendera
- Dalam kotak telah tersedia 10 bendera yang harus dipindahkan ke botol secara berurutan mulai dari botol ke 1 sampai botol ke 10. Setiap botol berisi satu bendera.
- Peserta hanya diperbolehkan membawa 1 bendera setiap akan memindahkan bendera ke botol.

Berdasarkan aturan main permainan di atas :

Jika jarak yang ditempuh peserta ketika meletakkan bendera ke botol 4 adalah 56 meter dan jarak yang ditempuh peserta ketika meletakkan bendera ke botol 8 adalah 120 meter. Tentukan jumlah jarak yang dilalui peserta dalam permainan tersebut.

Lampiran 3 Pemilihan Subjek

No	Inisial Nama	Kelas	Benar	Salah	Nilai	Kategori
1	ENF	D	13	2	86.71	Tinggi
2	ASM	A	12	3	80.04	Tinggi
3	FJS	A	12	3	80.04	Tinggi
4	R	A	12	3	80.04	Tinggi
5	RZ	A	12	3	80.04	Tinggi
6	SM	A	11	4	73.37	Tinggi
7	DPA	A	11	4	73.37	Tinggi
8	SF	A	11	4	73.37	Tinggi
9	JSBR	D	11	4	73.37	Tinggi
10	KAMR	D	11	4	73.37	Tinggi
11	S	D	11	4	73.37	Tinggi
12	IDEA	A	11	4	73.37	Tinggi
13	SNAD	D	11	4	73.37	Tinggi
14	SAA	A	10	5	66.7	Sedang
15	SPP	A	10	5	66.7	Sedang
16	HS	A	10	5	66.7	Sedang
17	M	A	10	5	66.7	Sedang
18	AZA	A	10	5	66.7	Sedang
19	MZF	A	10	5	66.7	Sedang
20	EF	A	10	5	66.7	Sedang
21	MIZP	D	10	5	66.7	Sedang
22	MR	D	10	5	66.7	Sedang
23	AN	D	10	5	66.7	Sedang
24	HMPB	D	9	6	60.03	Sedang
25	NA	A	9	6	60.03	Sedang
26	FZ	A	9	6	60.03	Sedang
27	AFZ	A	9	6	60.03	Sedang
28	CMA	A	8	7	53.36	Rendah
29	RYK	A	8	7	53.36	Rendah
30	AR	A	7	8	46.69	Rendah
31	DIM	A	7	8	46.69	Rendah
32	FHU	A	7	8	46.69	Rendah
33	RA	A	6	9	40.02	Rendah
34	HZ	D	8	7	53.36	Rendah
35	Z	D	8	7	53.36	Rendah
36	AINL	D	8	7	53.36	Rendah
37	AFBBA	D	8	7	53.36	Rendah
38	NBA	D	7	8	46.69	Rendah
39	FAZ	D	7	8	46.69	Rendah
40	NNR	D	6	9	40.02	Rendah
41	DSS	D	6	9	40.02	Rendah
42	MAS	D	6	9	40.02	Rendah
43	MHAR	D	5	10	33.35	Rendah
44	NAS	D	5	10	33.35	Rendah
45	MAA	D	5	10	33.35	Rendah
46	AKA	D	5	10	33.35	Rendah

Lampiran 4 Pedoman Wawancara

Keterangan :

- Jenis wawancara merupakan semi terstruktur.
- Wawancara dilakukan setelah mahasiswa mengerjakan lembar tugas penalaran aljabar. Wawancara bertujuan untuk mendalami dan memperoleh data tambahan terkait jawaban mahasiswa yang tidak diperoleh dari lembar tugas penalaran aljabar.

No	Indikator	Pertanyaan
1	Mengumpulkan informasi dari masalah yang diberikan	<ul style="list-style-type: none">• Informasi apa yang saudara ketahui dari soal?• Apakah terdapat informasi lain?
2	Merepresentasikan informasi dari masalah yang diberikan	<ul style="list-style-type: none">• Apa yang saudara pahami dari informasi tersebut? Beri penjelasan
3	Menghubungkan informasi untuk menentukan unsur-unsur penyusun pola	<ul style="list-style-type: none">• Apakah ada keterkaitan antar informasi yang saudara sebutkan?• Mengapa saudara mengatakan demikian? Beri penjelasan
4	Menentukan unsur-unsur penyusun pola	<ul style="list-style-type: none">• Apakah terdapat pola yang dapat dibangun berdasarkan informasi yang saudara ketahui?• Bagaimana pola yang dapat dibangun?
5	Melakukan eksplorasi terhadap unsur-unsur penyusun pola	<ul style="list-style-type: none">• Unsur-unsur pola mana saja yang saudara gunakan pada soal untuk menjawab pertanyaan?• Apakah terdapat pola lain?
6	Menentukan persamaan umum berdasarkan unsur-unsur penyusun pola	<ul style="list-style-type: none">• Apakah ada rumus yang dapat ditentukan berdasarkan unsur-unsur pola yang saudara gunakan untuk menjawab pertanyaan? Beri penjelasan
7	Melakukan operasi terhadap persamaan umum yang ditentukan	<ul style="list-style-type: none">• Apa yang saudara lakukan setelah mendapatkan rumus untuk menjawab soal?
8	Mahasiswa menentukan hasil penyelesaian masalah	<ul style="list-style-type: none">• Apakah saudara dapat menentukan hasil jawaban dengan menggunakan rumus tersebut?

		<ul style="list-style-type: none"> • Apakah saudara yakin jawaban tersebut sudah benar?
9	Merepresentasikan hasil penyelesaian masalah	<ul style="list-style-type: none"> • Bagaimana saudara yakin jika jawaban saudara sudah benar? Berikan penjelasan
10	Menganalisis hasil penyelesaian masalah	<ul style="list-style-type: none"> • Apakah saudara sudah menganalisa kembali jawaban saudara? • Bagaimana hasil analisa saudara terhadap jawaban soal yang saudara tentukan? Beri penjelasan
11	Menyusun kesimpulan berdasarkan solusi yang ditemukan	<ul style="list-style-type: none"> • Apa yang dapat saudara simpulkan dari hasil jawaban?
12	Menghubungkan kesimpulan dengan konteks masalah yang diberikan	<ul style="list-style-type: none"> • Apakah terdapat korelasi antara kesimpulan yang saudara buat dengan soal? • Bagaimana korelasi antara kesimpulan yang saudara buat dengan soal? Beri penjelasan

Lampiran 5 Lembar Validasi Tes Kemampuan Matematika

LEMBAR VALIDASI

TES KEMAMPUAN MATEMATIKA (TKM)

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP : 19771026 200312 2 003
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mengetahui kemampuan matematika mahasiswa jurusan matematika, yang selanjutnya digunakan sebagai dasar memilih mahasiswa sebagai subjek penelitian tesis.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada tempat yang disediakan.

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Materi soal sesuai dengan tingkat penguasaan materi bagi mahasiswa		✓		
2	Materi soal sesuai dengan komponen kemampuan matematika		✓		
B. Konstruksi					
3	Rumusan soal dalam TKM terstruktur dengan baik		✓		
4	Rumusan soal dan Pilihan jawaban sudah sesuai dan homogen		✓		
C. Bahasa					
5	Rumusan soal dalam TKM menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar			✓	
6	Rumusan soal dalam TKM tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓	
7	Rumusan soal dalam TKM menggunakan bahasa yang komunikatif			✓	
Jumlah					
Total Nilai		17			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

F. Komentar dan Saran

Perbaik - sesuai dengan saran yang
 terdapat dalam naskah soal

Malang, April 2023
 Validator



Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP. 19771026 200312 2 003

LEMBAR VALIDASI
TES KEMAMPUAN MATEMATIKA (TKM)

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP : 19630502 198703 1 005
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mengetahui kemampuan matematika mahasiswa jurusan matematika, yang selanjut digunakan sebagai dasar memilih mahasiswa sebagai subjek penelitian tesis.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada ta skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung p tempat yang disediakan.

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Materi soal sesuai dengan tingkat penguasaan materi bagi mahasiswa			✓	
2	Materi soal sesuai dengan komponen kemampuan matematika				✓
B. Konstruksi					
3	Rumusan soal dalam TKM terstruktur dengan baik				✓
4	Rumusan soal dan Pilihan jawaban sudah sesuai dan homogen			✓	
C. Bahasa					
5	Rumusan soal dalam TKM menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar			✓	
6	Rumusan soal dalam TKM tidak menimbulkan penafsiran ganda				✓
7	Rumusan soal dalam TKM menggunakan bahasa yang komunikatif				✓
Jumlah					
Total Nilai		25			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

F. Komentar dan Saran

① Das baik Hens mut.
 ② -1- Hens banyak (Pang Rude d'klu)

Malang, 13 April 2023

Validator



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP. 19630502 198703 1 005

Lampiran 6 Lembar Validasi Tes Penalaran Aljabar

LEMBAR VALIDASI

TUGAS PENALARAN ALJABAR (TPA)

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP : 19771026 200312 2 003
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mengungkap proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada tempat yang disediakan.

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Materi soal sesuai dengan tingkat penguasaan materi bagi mahasiswa			✓	
2	Materi soal dapat memunculkan penalaran aljabar mahasiswa dan sesuai dengan indikator penalaran aljabar			✓	
B. Konstruksi					
3	Rumusan soal dalam TPA terstruktur dengan baik		✓		
4	Gambar pada soal tercantum dengan jelas dan sesuai dengan fungsinya.			✓	
C. Bahasa					
5	Rumusan soal dalam TPA menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar			✓	
6	Rumusan soal dalam TPA tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓	
7	Rumusan soal dalam TPA menggunakan bahasa yang komunikatif			✓	
Jumlah					
Total Nilai		20			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

F. Komentar dan Saran

Perbaik: sesuai dengan saran yang
 terdapat dalam naskah soal.

Malang, April 2023
 Validator



Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP. 19771026 200312 2 003

LEMBAR VALIDASI
TUGAS PENALARAN ALJABAR (TPA)

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP : 19630502 198703 1 005
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mengungkap proses penalaran aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada tempat yang disediakan.

F. Komentar dan Saran

.....
baik!

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Materi soal sesuai dengan tingkat penguasaan materi bagi mahasiswa				✓
2	Materi soal dapat memunculkan penalaran aljabar mahasiswa dan sesuai dengan indikator penalaran aljabar			✓	
B. Konstruksi					
3	Rumusan soal dalam TPA terstruktur dengan baik			✓	
4	Gambar pada soal tercantum dengan jelas dan sesuai dengan fungsinya.				✓
C. Bahasa					
5	Rumusan soal dalam TPA menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar				✓
6	Rumusan soal dalam TPA tidak menimbulkan penafsiran ganda				✓
7	Rumusan soal dalam TPA menggunakan bahasa yang komunikatif			✓	
Jumlah					
Total Nilai		25			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

Malang, 5 April 2023
 Validator


 Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP. 19630502 198703 1 005

Lampiran 7 Lembar Validasi Pedoman Wawancara

LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP : 19771026 200312 2 003
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mendalami dan memperoleh data tambahan terkait jawaban mahasiswa yang tidak diperoleh atau terkuat dari lembar tugas penalaran aljabar.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada tempat yang disediakan.

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Kesesuaian pertanyaan dalam pedoman wawancara dengan indikator penalaran aljabar mahasiswa			✓	
2	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara dapat memunculkan penalaran aljabar mahasiswa			✓	
B. Konstruksi					
3	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara terstruktur dengan baik			✓	
4	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara sesuai dengan tujuan penelitian			✓	
C. Bahasa					
5	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar			✓	
6	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓	
7	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara menggunakan bahasa yang komunikatif			✓	
Jumlah					
Total Nilai		21			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

F. Komentar dan Saran

Bisa digunakan untuk pengambilan data

.....

.....

.....

Malang, April 2023
 Validator



Dr. Marhayati, M.PMat
 NIP. 19771026 200312 2 003

**LEMBAR VALIDASI
PEDOMAN WAWANCARA**

A. Identitas Penyusun

Nama : Imaduddin
 NIM : 210108210009
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Judul Penelitian : Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

B. Identitas Ahli

Nama : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP : 19630502 198703 1 005
 Instansi : UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

C. Tujuan

Untuk mendalami dan memperoleh data tambahan terkait jawaban mahasiswa yang tidak diperoleh atau terkuat dari lembar tugas penalaran aljabar.

D. Petunjuk

- Mohon Bapak/Ibu berkenan memberikan penilaian dengan memberi centang (✓) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kurang
2	Cukup
3	Baik
4	Sangat Baik

- Apabila ada komentar atau saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada tempat yang disediakan.

E. Aspek Penilaian

Penilaian terhadap materi soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi					
1	Kesesuaian pertanyaan dalam pedoman wawancara dengan indikator penalaran aljabar mahasiswa				✓
2	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara dapat memunculkan penalaran aljabar mahasiswa			✓	
B. Konstruksi					
3	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara terstruktur dengan baik				✓
4	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara sesuai dengan tujuan penelitian				✓
C. Bahasa					
5	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar				✓
6	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓	
7	Rumusan pertanyaan dalam pedoman wawancara menggunakan bahasa yang komunikatif				✓
Jumlah					
Total Nilai		26			
Kesimpulan					

Keterangan Kesimpulan :

No	Keterangan	Total Nilai
1	Layak digunakan	20-28
2	Layak digunakan dengan revisi	10-19
3	Tidak layak digunakan	1-9

F. Komentar dan Saran

① Untuk lebih /
 ② Antayah sesuai dgn kebutuhan

Malang, 13 April 2023
 Validator



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
 NIP. 19630502 198703 1 005

LEMBAR JAWABAN TUGAS PENALARAN ALJABAR

LEMBAR JAWABAN TUGAS PENALARAN ALJABAR

NAMA: M. Hafish Alhamdulillah Rongdan JURUSAN/FAKULTAS: Matematika / Sastrak
 NIM : 22060110097 SEMESTER : 2

NAMA Nickya Bintang A JURUSAN/FAKULTAS: Matematika / Sastrak
 NIM : 22060110096 SEMESTER : 2

Diket: dan jarak dari babak ke babak ke 4 = 56m
 jarak peserta saat ada di babak 8 = 120 m
 Peserta harus bawa 1 bendera setiap memindahkan bendera

Dit: jumlah jarak yg dilalui peserta dari memindahkan bendera ke babak 1 sampai babak 10?

Jawaban: Kita cari jumlah jarak setiap langkah dilalui yakni,
 jika diketahui jarak langkah saat ke bendera ke babak ke 4 = 56 m, maka kita hitung dgn langkah peserta dari babak sebelumnya (babak 3) lalu kembali ke babak. Maka 7 langkah, sehingga $56 m : 7 = 8$ meter

lalu kita menghitung jarak langkah peserta di setiap babak dan dijumlahkan

babak 1	: 1 langkah	$\times 8$ m	= 8 m	
---	2	: 3 langkah	$\times 8$ m	= 24 m
3	: 5	---	$\times 8$ m	= 40 m
4	: 7	---	$\times 8$ m	= 56 m
5	: 9	---	$\times 8$ m	= 72 m
6	: 11	---	$\times 8$ m	= 88 m
7	: 13	---	$\times 8$ m	= 104 m
8	: 15	---	$\times 8$ m	= 120 m
9	: 17	---	$\times 8$ m	= 136 m
10	: 19	---	$\times 8$ m	= 152 m
				<u>800 meter</u>

jadi jumlah jarak peserta yg ingin memindahkan bendera dari babak 1 sampai babak 10 secara berurutan dan kembali ke babak dilalui adalah 800 meter.

Dikalahi: 56 meter . jarak meletakkan bendera ke-4
 120 meter . jarak meletakkan bendera ke-8

Peserta ~~meny~~ kembali ketolak dari babak 3 sebanyak 3 langkah
 Peserta menuju babak 4 sebanyak 4 langkah
 Maka, peserta memindahkan 7 langkah.

Jika, 7 langkah = 56 meter
~~Maka, 120 meter~~
 Maka, 1 langkah = $\frac{56}{7} = 8$ meter

Untuk menuju ke babak 8, babak-7 \rightarrow babak 8, $7 \times 8 = 15$ langkah
 Jika, 15 langkah = 120 meter
 Maka, 1 langkah = $\frac{120}{15} = 8$ meter

~~untuk menuju~~

1	$\times 1 \times 2 - 1$	= 1 langkah $\times 8$ m	= 8 m
2	$\times 2 \times 2 - 1$	= 3 langkah $\times 8$ m	= 24 m
3	$\times 3 \times 2 - 1$	= 5 langkah $\times 8$ m	= 40 m
4	$\times 4 \times 2 - 1$	= 7 langkah $\times 8$ m	= 56 m
5	$\times 5 \times 2 - 1$	= 9 langkah $\times 8$ m	= 72 m
6	$\times 6 \times 2 - 1$	= 11 langkah $\times 8$ m	= 88 m
7	$\times 7 \times 2 - 1$	= 13 langkah $\times 8$ m	= 104 m
8	$\times 8 \times 2 - 1$	= 15 langkah $\times 8$ m	= 120 m
9	$\times 9 \times 2 - 1$	= 17 langkah $\times 8$ m	= 136 m
10	$\times 10 \times 2 - 1$	= 19 langkah $\times 8$ m	= 152 m
			<u>800 m</u>

Jadi, jarak yang dilalui peserta
 Jadi, jumlah jarak yang dilalui peserta adalah 800 meter.

Lampiran 9 Surat Izin Penelitian



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS ILMU TARBİYAH DAN KEGURUAN
PROGRAM PASCASARJANA

Jalan Gajayana 50 Telepon (0341) 552398 Faximile (0341) 552398 Malang
http://fitk.uin-malang.ac.id email: fitk@uin-malang.ac.id

Nomor : 1037/Un.03.1/TL.00.1/04/2023 18 April 2023
Sifat : Penting
Lampiran : -
Hal : Izin Penelitian

Kepada

Yth. Kepala Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

Di
Malang

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

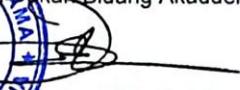
Dengan hormat, dalam rangka menyelesaikan tugas akhir berupa penyusunan tesis mahasiswa Pascasarjana Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, kami mohon dengan hormat agar mahasiswa berikut:

Nama : Imaduddin
NIM : 210108210009
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika (MPMAT)
Pembimbing : 1. Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
2. Dr. Sri Harini, M.Si
Semester - Tahun Akademik : Genap - 2022/2023
Judul Tesls : **Proses Penalaran Aljabar Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika**
Lama Penelitian : Mei 2023 sampai dengan Juli 2023 (3 bulan)

Mohon diberi izin untuk melakukan penelitian secara offline atau online di lembaga / instansi yang menjadi wewenang Bapak/Ibu.

Demikian, atas perkenan dan kerjasama Bapak/Ibu yang baik disampaikan terima kasih.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Wakil Dekan,
Bidang Akademik

Muhammad Walid, MA
19730823 200003 1 002

Tembusan :

1. Yth. Ketua Program Studi MPMat
2. Arsip

Lampiran 10 Dokumentasi Penelitian

