ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI DATA PANEL FIXED EFFECT DENGAN METODE LEAST SQUARE DUMMY VARIABLE (LSDV)

SKRIPSI

oleh :
FIBRIANA RATNA PUTRI
NIM. 07610072

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI DATA PANEL FIXED EFFECT DENGAN METODE LEAST SQUARE DUMMY VARIABLE (LSDV)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh :
FIBRIANA RATNA PUTRI
NIM. 07610072

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2011

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI DATA PANEL FIXED EFFECT DENGAN METODE LEAST SQUARE DUMMY VARIABLE (LSDV)

SKRIPSI

oleh :
FIBRIANA RATNA PUTRI
NIM. 07610072

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 15 Juli 2011

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Abdul Aziz, M.Si	Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002	NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI DATA PANEL FIXED EFFECT DENGAN METODE LEAST SQUARE DUMMY VARIABLE (LSDV)

SKRIPSI

oleh :
FIBRIANA RATNA PUTRI
NIM. 07610072

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juli 2011

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1. Penguji Utama	:	**Sri Harini, M.Si** **NIP. 19731014 200112 2 002**	( )
2. Ketua Penguji	:	**Drs. Usman Pagalay, M.Si** **NIP. 19650414 200312 1 001**	( )
3. Sekretaris Penguji	:	**Abdul Aziz, M.Si** **NIP.19760318 200604 1 002**	( )
4. Anggota Penguji	:	**Fachrur Rozi, M.Si** **NIP. 19800527 200801 1 012**	( )

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

motto

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَـٰنِ ٱلرَّحِيمِ

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ

"Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri"

(Q.S. Ar-Ra'd: 11)

PERSEMBAHAN

Untuk :

Bapak Miftahul Huda dan Ibu Ulfiyah

Tiada Kata yang Pantas dan Patut untuk Diucapkan Selain Terima Kasih
Atas Segala Pengorbanan, Do'a serta Kasih Sayangnya

Adik tersayang Happy Prio El-Ridlo dan Jimi Pria Wirawan

yang Selalu Menerangi dan Membahagiakan

Nenek Hj. Yatmi'ah

Terima Kasih Atas Do'a dan Nasehatnya

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : FIBRIANA RATNA PUTRI

NIM : 07610072

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 15 Juli 2011

Yang membuat pernyataan,

Fibriana Ratna Putri
NIM. 07610072

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur *alhamdulillah* penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "***Estimasi Parameter Model Regresi Data Panel Fixed Effect dengan Metode Least Square Dummy Variable (LSDV)***" dengan baik.

Sholawat serta salam yang tak pernah terlupakan tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah mengantarkan umat manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman yang terang benderang, yaitu agama Islam.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis tidak dapat menyelesaikan sendiri tanpa bantuan dari berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si dan Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman yang berharga.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Ayahanda (Miftahul Huda, S.Pd.I), Ibunda tercinta (Ulfiyah), Adik tersayang (Happy Prio El Ridlo dan Jimi Pria Wirawan), dan Nenek (Hj. Yatmiah) yang senantiasa memberikan do'a dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu.
7. Sahabat-sahabat terbaik (Heffia Praba Kusuma, Yanti, Lina, Binti, Yuli, Desi, Zuni dan Novi) terima kasih atas do'a, semangat, kebersamaan, dan kenangan indah selama ini.
8. Sahabat-sahabat senasib seperjuangan mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2007, terimakasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
9. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terima kasih atas keikhlasan bantuan moril dan spirituil yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis berdo'a semoga bantuan dan sumbangsih yang telah diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapatkan balasan yang setimpal dan semoga skripsi ini bermanfaat. Amin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 15 Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Lambang Matematika

$\sim$: Berdistribusi

$<$: Lebih kecil daripada

$>$: Lebih besar daripada

$=$: Sama dengan

$\neq$: Tidak sama dengan

$\sum$: Sigma untuk penjumlahan

Abjad Yunani

α : Alpha

β : Bheta

ε : Epsilon

θ : Theta

Lambang Khusus

$t_{(\alpha, n-1)}$: Distribusi t dengan derajat bebas $n-1$

$\hat{Y}$: Estimasi dari Y

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$: Estimasi dari vektor $\boldsymbol{\beta}$

E : *Expectation* (nilai harapan)

$\boldsymbol{X}$: Matriks yang entri-entrinya merupakan variabel bebas

y	: Vektor yang entri-entrinya merupakan variabel terikat
μ	: Nilai Tengah (rataan)
N	: Normal
$X_1, X_2, ..., X_n$	: Peubah acak
$\bar{X}$	: Rata-rata pada pengamatan X
s^2	: Ragam untuk sampel
σ^2	: Ragam untuk populasi
T	: *Transpose*

ABSTRAK

Putri, Fibriana Ratna. 2011. **Estimasi Parameter Model Regresi Data Panel Fixed Effect dengan Metode Least Square Dummy Variable (LSDV)**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Kata Kunci: estimasi, parameter, data panel, *fixed effect*, variabel *dummy*

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk estimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan metode *Least Square Dummy Variable* dan mengetahui model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954.

Data panel merupakan gabungan antara data *cross section* dengan data *time series*. Salah satu model regresi pada data panel adalah model *fixed effect*. Model ini mengasumsikan bahwa koefisien *slope* konstan tetapi intersep bervariasi sepanjang individu. Estimasi yang dilakukan yaitu dengan menggunakan variabel *dummy* untuk menjelaskan adanya perbedaan intersep antar individu. Dari hasil estimasi parameter diperoleh,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}, \text{ dan}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{y}$$

Penerapan model *fixed effect* dalam skripsi ini adalah investasi (Y) tiga perusahaan yang dipengaruhi oleh stok modal riil (X) selama sepuluh tahun dengan model *fixed effect* dugaannya adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y}_{1t} = 1,576201 + 0,230094X_{1t}$$

$$\hat{Y}_{2t} = 387,6953 + 0,230094X_{2t}$$

$$\hat{Y}_{3t} = 23,35587 + 0,230094X_{3t}$$

ABSTRACT

Putri, Fibriana Ratna. 2011. **Parameters Estimation of Fixed Effect Panel Data Regression Model with Least Square Dummy Variable (LSDV) Method**. Thesis. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Islamic State University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Keywords: estimation, parameter, panel data, fixed effects, dummy variable

This research aims to determine the shape of the parameters estimation of fixed effect panel data regression model with least square dummy variable method and know fixed effect models on the investment data of three companies in the United States in 1945-1954.

Panel data are combination of cross section with time series data. One of the panel data regression model is the fixed effect model. This model assumes that the slope coefficient is constant but the intercept varies over individuals. Estimates done by using dummy variables to explain differences between individuals intercept. From the results of parameters estimation obtained,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\text{, and}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{y}$$

Application of fixed effect model in this thesis is an investment (Y) are three companies that are affected by the real capital stock (X) for ten years with expected fixed effect models are as follows:

$$\hat{Y}_{1t} = 1,576201 + 0,230094X_{1t}$$

$$\hat{Y}_{2t} = 387,6953 + 0,230094X_{2t}$$

$$\hat{Y}_{3t} = 23,35587 + 0,230094X_{3t}$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam pembahasan masalah pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi dari segi Islam, sudah selayaknya bila kita meneliti kembali apa yang dikatakan oleh sumber ajarannya, yaitu Al-Qur'an mengenai hal tersebut. Untuk mengembangkannya memerlukan observasi yang berulang-ulang secara teliti serta pengumpulan data secara sistematis yang kemudian dianalisis untuk memperoleh suatu kesimpulan. Kesimpulan tersebut memerlukan kemampuan berfikir secara kritis. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat An Nahl ayat 11:

يُنۢبِتُ لَكُم بِهِ ٱلزَّرۡعَ وَٱلزَّيۡتُونَ وَٱلنَّخِيلَ وَٱلۡأَعۡنَٰبَ وَمِن كُلِّ ٱلثَّمَرَٰتِۚ إِنَّ فِي ذَٰلِكَ

لَأٓيَةٗ لِّقَوۡمٖ يَتَفَكَّرُونَ ١١

Artinya:

"Dia menumbuhkan bagi kamu dengan air hujan itu tanam-tanaman; zaitun, korma, anggur dan segala macam buah-buahan. Sesungguhnya pada yang demikian itu benar-benar ada tanda (kekuasaan Allah) bagi kaum yang memikirkan"

Namun untuk sampai pada kesimpulan-kesimpulan yang dapat dihimpun menjadi suatu sistem yang logis atau kesatuan yang rasional yang kita sebut sebagai ilmu pengetahuan perlu digunakan pertimbangan-

pertimbangan yang melibatkan akal. Dan hal ini diungkapkan dalam ayat lanjutannya yaitu ayat 12 surat An Nahl:

وَسَخَّرَ لَكُمُ ٱلَّيۡلَ وَٱلنَّهَارَ وَٱلشَّمۡسَ وَٱلۡقَمَرَۖ وَٱلنُّجُومُ مُسَخَّرَٰتُۢ بِأَمۡرِهِۦٓۚ إِنَّ فِي ذَٰلِكَ لَأٓيَٰتٖ لِّقَوۡمٖ يَعۡقِلُونَ ١٢

Artinya:

"dan Dia menundukkan malam dan siang, matahari dan bulan untukmu. dan bintang-bintang itu ditundukkan (untukmu) dengan perintah-Nya. Sesungguhnya pada yang demikian itu benar-benar ada tanda-tanda (kekuasaan Allah) bagi kaum yang memahami (Nya)"

Setiap manusia telah dianugerahkan akal yang menjadikannya lebih mulia dibandingkan makhluk lainnya. Namun hanya orang yang selalu mengembangkan akallah yang senantiasa mengambil pelajaran dari segala sesuatu yang tercipta di dunia ini. Pengembangan akal ini dapat dilakukan dengan cara selalu menambah ilmu yang dimiliki, selalu berkeinginan untuk mendapatkan sesuatu pengetahuan baru. Salah satu ilmu yang dipelajari dalam ekonometri adalah regresi.

Regresi pertama kali dikenalkan oleh Francis Galton pada tahun 1886. Pada sebuah karya tulisnya yang terkenal, Galton menemukan bahwa walaupun terdapat kecenderungan dari orang tua yang berbadan tinggi untuk memiliki anak dengan badan yang tinggi, serta orang tua yang berbadan pendek cenderung memiliki anak dengan badan yang pendek. Rata-rata tinggi badan anak yang lahir dari orang tua yang berbadan tinggi tertentu cenderung untuk bergerak atau “beregresi” menuju rata-rata tinggi badan populasi secara keseluruhan, yang disebut *Hukum Regresi Universal* oleh Galton. Kemudian hukum Galton ini dikonfirmasi oleh temannya, Karl Pearson yang menemukan bahwa rata-rata tinggi badan anak laki-laki dari kelompok ayah yang berbadan tinggi, lebih rendah dari tinggi badan ayahnya dan rata-rata tinggi badan anak laki-laki dari kelompok ayah berbadan pendek, lebih besar dari tinggi ayahnya, sehingga “meregresi” anak yang berbadan tinggi dan berbadan pendek secara bersama akan mengarahkan pada tinggi badan rata-rata semua laki-laki, dan disebut “regresi menuju (*mediokrasi*)” (Gujarati, 2010: 19).

Sedangkan regresi dalam pengertian modern sangat berbeda. Secara umum, dapat dikatakan bahwa analisis regresi berkenaan dengan studi ketergantungan suatu variabel, yaitu variabel terikat (*dependent*), pada satu atau lebih variabel yang lain, yaitu variabel bebas (*independent*), dengan maksud menduga dan atau meramalkan nilai rata-rata hitung (*mean*) atau rata-rata (populasi) dari variabel terikat, dipandang dari segi nilai yang diketahui atau tetap (dari pengambilan sampel berulang) dari variabel bebas (Firdaus, 2004: 22). Contohnya dalam bidang ekonomi, seorang direktur pemasaran sebuah perusahaan mungkin ingin mengetahui bagaimana permintaan produk perusahaannya sehubungan dengan biaya iklan. Penelitian akan hal ini sangat berguna dalam mengetahui elastisitas permintaan terhadap biaya iklan, yaitu perubahan persentasi dari permintaan sebagai respon, misalnya dari 1% perubahan dana pengiklanan. Informasi ini sangat berguna dalam menentukan dana iklan secara optimal.

Keberhasilan sebuah analisis ekonometrika sangat bergantung pada data. Oleh karena itu mengetahui jenis-jenis data sangatlah penting. Data menurut waktu pengumpulannya dapat dibagi menjadi data *cross section* dan data *time series*. Menurut Rosadi (2006: 1) data *cross section* yaitu data yang dikumpulkan pada sejumlah individu/kategori untuk sejumlah variabel pada suatu titik waktu, sedangkan data *time series* yaitu data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Namun terkadang ditemukan data yang merupakan gabungan dari data *cross section* dan data *time series*. Gabungan data ini disebut dengan *pooled data* (data panel). Menurut Rosadi (2006: 1) data panel adalah data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu/kategori. Semakin banyak data dalam suatu penelitian dengan rentang waktu yang semakin panjang maka akan didapatkan informasi yang banyak pula dalam pengolahan data. Sebagaimana firman Allah SWT yang tercantum dalam Al-Qur'an surat Al Hujuraat ayat 6:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ

عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya:

"Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, Maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu".

Dalam ayat tersebut dijelaskan adanya suatu berita, dimana berita tersebut harus dicari kebenaranya dari berbagai sumber agar keputusan yang diambil adalah benar. Seperti adanya data panel yang diambil dari data *time series* dan *cross-section* untuk mendapatkan hasil yang lebih informatif.

Estimasi parameter pada data panel digunakan metode kuadrat terkecil. Akan tetapi pada model ini tidak dapat diketahui perbedaan intersep dan *slope* baik antar waktu maupun antar individu. Salah satu metode untuk mengatasi permasalahan tersebut dengan menggunakan model *fixed effect*. Model *fixed effect* pada data panel adalah model regresi data panel dengan menggunakan variabel *dummy* untuk menjelaskan adanya perbedaan intersep antar individu. Parameter model *fixed effect* pada data panel diestimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Oleh karena itu model *fixed effect* disebut juga pendekatan *Least Square Dummy Variable* (LSDV). Berdasarkan latar belakang tersebut, maka penulis mengambil judul ”***Estimasi Parameter Model Regresi Data Panel Fixed Effect dengan Metode Least Square Dummy Variable (LSDV)”***.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk estimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan metode *Least Square Dummy Variable*?
2. Bagaimana penerapan model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk:

1. Menentukan bentuk estimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan metode *Least Square Dummy Variable*.
2. Mengetahui model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954.

1.4 Batasan Masalah

Untuk membatasi masalah pada penelitian ini agar sesuai dengan yang dimaksudkan dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka peneliti memberikan batasan yaitu mengestimasi parameter koefisien regresi dengan *Least Square Dummy Variable* (LSDV). Data panel yang dipakai adalah *balanced panel*, yaitu data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954.

1.5 Manfaat Penelitian

a. Bagi Peneliti

1. Dapat mengestimasi parameter koefisien regresi pada model regresi data panel *fixed effect* dengan metode LSDV dan mengaplikasikan model tersebut dalam bidang ekonomi.
2. Untuk memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari dalam mengkaji permasalahan tentang model *fixed effect* pada data panel.

b. Bagi Pembaca

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan bacaan atau referensi bagi pembaca dan peneliti lainnya mengenai cara mengestimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan metode *Least Square Dummy Variable* dan penerapannya di bidang ekonomi.

c. Bagi Instansi

1. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan Matematika, khususnya bidang ekonometrika.
2. Untuk meningkatan kualitas keilmuan fakultas dengan adanya penelitian dan pengembangan penelitian.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan untuk mengestiamsi parameter koefisien regresi dalam penelitian ini adalah metode *library research* atau studi literatur, dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan bermacam-macam buku yang terdapat di perpustakaan dan dari internet. Sedangkan metode yang digunakan dalam penerapan model regresi data panel *fixed effect* yaitu dengan metode kuantitatif.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan bentuk umum model regresi linier data panel *fixed effect.*
2. Mengasumsikan bahwa semua variabel bebas adalah *nonstochastic* dan *error term* mengikuti asumsi klasik yaitu berdistribusi normal.

3. Menentukan model *fixed effect* pada data panel adalah model regresi data panel dengan menggunakan variabel *dummy* yang digunakan untuk menjelaskan adanya perbedaan intersep antar individu.
4. Mentransformasikan model *fixed effect* pada data panel dengan pendekatan matriks.
5. Menentukan estimasi parameter koefisien regresi model regresi data panel dengan metode OLS dengan cara:
   a. Meminimumkan fungsi total kuadrat *error*
   b. Melakukan turunan pertama pada fungsi *error* terhadap parameter koefisien regresi
   c. Menyamakan turunan pertama dari fungsi *error* dengan nol
6. Penerapan model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954 dengan cara:
   a. statistik deskriptif data dan residual regresi (melihat tebaran data dan residual regresi) dengan histogram dengan bantuan *software Eviews*
   b. estimasi parameter model *fixed effect* pada data panel
   c. menguji model *fixed effect*
7. Merumuskan kesimpulan dari beberapa rumusan masalah yang telah dikemukakan.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I : Pendahuluan, yang meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : Kajian pustaka, berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain estimasi parameter, data panel, uji hipotesis, variabel *dummy*, metode *Ordinary Least Square* (OLS), dan kajian Al-Qur'an tentang estimasi.

BAB III : Pembahasan, pada bab ini berisi tentang pembahasan mengenai cara mengestimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan metode LSDV serta penerapan model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat tahun 1945-1954 dan interpretasi dari Al-Qur'an tentang kajian estimasi dan data panel.

BAB IV : Penutup, pada bab ini penulis memberikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Estimasi Parameter

Parameter adalah nilai yang mengikuti acuan keterangan atau informasi yang dapat menjelaskan batas-batas atau bagian-bagian tertentu dari suatu sistem persamaan. Sedangkan pendugaan (estimasi) adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel, dalam hal ini sampel *random*, yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan pendugaan ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui. Secara umum, parameter diberi lambang β dan penduga diberi lambang $\hat{\beta}$ (Hasan, 2002: 111).

2.2 Data Panel

2.2.1 Pengertian Data Panel

Menurut Rosadi (2006: 1) data panel yakni tipe data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu/kategori. Menurut Winarno (2007: 9.1) data panel merupakan gabungan antara data silang (*cross section*) dengan data runtut waktu (*time series*). Menurut Setiawan (2010: 181) Ada banyak sebutan untuk data panel ini, misalnya data terkelompok (*pooled data*), kombinasi berkala (kumpulan data berkala dan tampang lintang), data mikropanel (*micropanel data*), data bujur (*longitudinal data* atau studi sekian waktu pada sekelompok objek penelitian), analisis riwayat peristiwa (*event history analysis* atau studi sepanjang waktu dari sekumpulan objek sampai mencapai keberhasilan atau kondisi tertentu).

Data panel diperkenalkan oleh Howles pada tahun 1950. Contoh dari data panel ini yaitu terdapat tiga perusahaan A, B, dan C yang mana masing-masing perusahaan memiliki data penjualan, biaya iklan, dan laba dalam kurun waktu empat tahun, yaitu 2001 hingga 2004. Sehingga struktur data tersebut adalah data panel (*cross section* = banyak perusahaan dengan data penjualan, biaya iklan, dan laba, *time series* = banyak data series 4 tahun) (Winarno, 2007: 9.1). Menurut Gujarati (2003: 640) data panel dapat dibedakan menjadi dua, *balanced panel* dan *unbalanced panel*. *Balanced panel* terjadi jika panjangnya waktu untuk setiap unit *cross section* sama. Sedangkan *unbalanced* terjadi jika panjangnya waktu tidak sama untuk setiap unit *cross section*.

Menurut Setiawan (2010: 181) kelebihan data panel dibandingkan dengan data *time series* dan data *cross section* adalah sebagai berikut:

1. Data panel memberikan data yang lebih informatif, lebih variatif, kurang korelasi antarvariabelnya, lebih banyak derajat kebebasannya, dan lebih efisien.
2. Lebih sesuai untuk mempelajari perubahan secara dinamis, misalnya untuk mempelajari pengangguran atau perpindahan pekerjaan.

3. Data panel dapat digunakan untuk mempelajari model-model perilaku, misalnya pembelajaran fenomena perubahan skala ekonomi dan teknologi.

Adapun struktur data panel adalah dapat disusun sebagaimana tabel berikut:

Tabel 2.1 Struktur Data Panel Secara Umum

Individu (i)	Waktu (t)	Variabel Terikat (Y)	Variabel Bebas (X_1)	Variabel Bebas (X_2)	…..	Variabel Bebas (X_p)
1 1 … 1	1 2 … T	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..
2 2 … 2	1 2 … T	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..
… … …	… … …	….. ….. …..	….. ….. …..	….. ….. …..	….. ….. …..	….. ….. …..
N N … N	1 2 … T	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..	….. ….. ….. …..

2.2.2 Model Regresi Data Panel

Menurut Firdaus (2004: 22) analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Regresi dengan menggunakan data panel disebut model regresi data panel. Bentuk umum model regresi data panel adalah sebagai berikut:

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^{p} \beta_{kit} X_{kit} + \varepsilon_{it} \qquad (2.1)$$

dimana:

Y_{it} = variabel terikat untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

X_{kit} = variabel bebas ke-*k* untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

β = parameter yang tidak diketahui atau koefisien variabel bebas

ε_{it} = *error* untuk individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

i = 1, 2, …, *N* untuk unit individu

t = 1, 2, …, *T* untuk waktu

Asumsi yang digunakan pada data panel adalah bahwa semua variabel bebas adalah *nonstochastic* dan *error term* mengikuti asumsi klasik yaitu berdistribusi normal, $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$ (Judge dkk, 1980: 325).

Menurut Gujarati (2003) dalam menentukan model regresi data panel terdapat beberapa kemungkinan antar intersep, koefisien *slope* dan *error term*, yaitu:

1. Intersep dan koefisien *slope* konstan sepanjang waktu dan individu, *error* berbeda sepanjang waktu dan individu.
2. Koefisien *slope* konstan, tetapi intersep bervariasi sepanjang individu.
3. Koefisien *slope* konstan, tetapi intersep bervariasi sepanjang waktu dan individu.
4. Intersep dan koefisien *slope* bervariasi sepanjang individu.
5. Intersep dan koefisien *slope* bervariasi sepanjang waktu dan individu.

Beberapa kemungkinan tersebut menunjukkan bahwa semakin banyak variabel penjelasnya, semakin kompleks estimasi parameternya, sehingga diperlukan beberapa metode untuk melakukan estimasi parameternya, seperti pendekatan model *common effect*, *fixed effect*, dan *random effect* (Gujarati, 2003: 640-641). Tetapi dalam penelitian ini hanya membahas pendekatan model *fixed effect.*

2.2.3 Model Fixed Effect

Salah satu metode estimasi yang digunakan pada model regresi data panel yaitu model *fixed effect*. Bentuk umum model regresi data panel dengan model *fixed effect* adalah sebagai berikut:

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \tag{2.2}$$

dimana:

Y_{it} = variabel terikat untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

X_{kit} = variabel bebas ke-*k* untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

β_{0i} = intersep untuk unit individu ke-*i*

β_k = *slope* bersama untuk semua unit

ε_{it} = *error* untuk individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

i = 1, 2, …, *N* untuk unit individu

t = 1, 2, …, *T* untuk waktu (Gujarati, 2003: 640-641).

Model *fixed effect* pada data panel mengasumsikan bahwa koefisien *slope* konstan tetapi intersep bervariasi sepanjang individu. Istilah *fixed effect* berasal dari kenyataan bahwa meskipun intersep β_{0i} berbeda antar individu namun intersep antar waktu sama (*time invarian*), sedangkan *slope* β_k tetap sama antar individu dan antar waktu. Estimasi yang dilakukan yaitu dengan menggunakan variabel *dummy* untuk menjelaskan adanya perbedaan intersep antar individu. Sehingga persamaan (2.2) dapat ditulis menjadi

$$Y_{it} = \beta_{0i} D_{it} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \tag{2.3}$$

dengan $D_{it} = 1$ untuk objek pertama dan $D_{it} = 0$ untuk objek lainnya (Gujarati, 2003: 642).

Parameter model *fixed effect* pada data panel diestimasi dengan menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS). Oleh karena itu model *fixed effect* disebut juga pendekatan *Least Square Dummy Variable* (LSDV). Pada perkembangannya, dapat pula memasukkan unsur *time effect*, sehingga intersep individu tidak konstan lagi sepanjang waktu. Pengaruh *time effect* itu dihitung dengan menambahkan variabel *dummy* untuk waktu (Gujarati, 2003: 642-643).

2.3 Uji Hipotesis

Pengujian hipotesis adalah salah satu cara dalam statistika untuk menguji 'parameter' populasi berdasarkan statistik sampelnya, untuk dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi tertentu. Pada prinsipnya pengujian hipotesis ini adalah membuat kesimpulan sementara untuk melakukan penyanggahan atau pembenaran dari permasalahan yang akan ditelaah. Sebagai wahana untuk menetapkan kesimpulan sementara tersebut kemudian ditetapkan hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya (Supangat, 2008: 293).

Hipotesis nol $\left(H_0\right)$ untuk memprediksi bahwa variabel bebas tidak mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_0 juga untuk memprediksi tidak adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lain. Sedangkan hipotesis alternatif, biasa dilambangkan dengan H_1, yang memprediksi bahwa variabel bebas mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_1 juga untuk memprediksi adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lainnya (Irianto, 2006: 97-98).

Menurut Supangat (2008: 294), pernyataan hipotesis nol ini merupakan dugaan terhadap parameter suatu permasalahan yang akan dilakukan kajian untuk membenarkan atau menyanggah informasi dari suatu populasinya, berdasarkan statistik sampel pada tingkat signifikansi tertentu. Ada beberapa pengertian dalam pelaksanaan pengujian hipotesis, diantaranya:

- Tingkat signifikansi / taraf nyata $\left(\alpha\right)$

  Tingkat signifikansi (taraf nyata) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penolakan hipotesis nolnya.

- Tingkat keyakinan / tingkat kepercayaan $\left(1-\alpha\right)$

  Tingkat keyakinan (tingkat kepercayaan) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penerimaan hipotesis nolnya.

2.3.1 Uji t

Pengujian hipotesis dapat dilakukan dengan metode uji t, yaitu uji signifikansi tiap-tiap parameter.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_i = 0$ untuk suatu i tertentu; i = 1, 2, 3, …, p

$H_1 : \beta_i \neq 0$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$t_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)} \quad ; i = 1, 2, 3, \ldots, p$$

H_0 ditolak jika $\left| t_{\text{hitung}} \right| > t_{\text{tabel}(\alpha,\text{n-1})}$; dengan α adalah tingkat signifikansi yang dipilih. Bila H_0 ditolak, artinya parameter tersebut signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi α (Wei, 1994).

2.3.2 Uji F

Uji F digunakan untuk menguji apakah model *fixed effect* pada data panel signifikan atau tidak.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} \ldots = \beta_{0N}$, (β_{0i} tidak signifikan)

H_1 : terdapat β_{0i} yang tidak sama (β_{0i} signifikan)

dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$ dan statistik uji

$$F_{\text{hitung}} = \frac{(SSE_P - SSE_D)/(N-1)}{SSE_D/(NT-N-k)}$$

dimana:

SSE_P	:	jumlah kuadrat kesalahan (*Sum Square Error*) dari model regresi data panel
SSE_D	:	jumlah kuadrat kesalahan (*Sum Square Error*) dari model Variabel *Dummy*
N	:	banyaknya unit individu
T	:	banyaknya waktu
k	:	$K-1$, dengan K adalah banyaknya variabel

dengan kriteria penolakan:

H_0 ditolak jika statistik uji lebih besar dari statistik tabel atau $F_{hitung} > F_{(N-1, NT-N-k)}$ (Park, 2009: 18).

2.4 Variabel Dummy

Menurut Firdaus (2004) variabel *dummy* adalah variabel dengan skala nominal, misalnya variabel jenis kelamin, agama, warna kulit, suku bangsa, jenis pekerjaan, dan lain sebagainya. Dalam analisis regresi, variabel *dummy* ini digunakan nomor kode 1 untuk pengamatan yang masuk satu kategori dan nomor kode 0 untuk pengamatan yang masuk kategori lainnya. Misalnya kode 1 untuk menunjukkan bahwa seorang pekerja adalah laki-laki dan kode 0 untuk menunjukkan seorang pekerja adalah perempuan.

Misalkan sebuah regresi data sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 + D_i + \varepsilon_i \tag{2.4}$$

dimana:

Y_i = gaji per bulan dosen Perguruan Tinggi

β_i = parameter yang tidak diketahui, dengan $i = 0,1$

ε_i = *error*

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{jika dosen tersebut laki-laki} \\ 0, & \text{jika dosen tersebut perempuan} \end{cases}$$

Menurut Firdaus (2004) persamaan (2.4) sama dengan model regresi sederhana, hanya variabel bebasnya bersifat kualitatif dan diberi simbol *D*.

Model regresi dengan variabel *dummy* mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

a. Jika suatu variabel kualitatif mempunyai sebanyak *c* kategori maka variabel dummy-nya *c* - 1.

b. Nilai 1 dan 0 untuk dua kategori seperti (*D* = 1 untuk laki-laki, *D* = 0 untuk perempuan), ditentukan secara sembarang, dalam arti dapat juga ditentukan *D* = 0 untuk laki-laki, *D* = 1 untuk perempuan.

c. Kelompok, kategori atau klasifikasi yang diberi nilai nol sering disebut sebagai kategori dasar atau kontrol.

d. Koefisien yang diberikan untuk variabel *dummy D* dapat disebut koefisien intersep diferensial karena koefisien tersebut menyatakan berapa banyak nilai untuk intersep dari kategori yang mendapat nilai satu berbeda dari koefisien intersep dari kategori dasar.

2.5 Metode Ordinary Least Square (OLS)

Kuadrat terkecil biasa (*Ordinary Least Square*) merupakan salah satu metode bagian dari kuadrat terkecil dan sering hanya disebut kuadrat terkecil saja. Metode ini sering digunakan oleh para ilmuwan atau peneliti dalam proses penghitungan suatu persamaan regresi sederhana. Dalam penggunaan regresi, terdapat beberapa asumsi dasar yang dapat menghasilkan estimator linier tidak bias yang terbaik dari model regresi yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil biasa atau biasa dikenal dengan regresi OLS agar taksiran koefisien regresi itu bersifat BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*).

Misalkan ada persamaan model regresi linier *multivariate*:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon \tag{2.5}$$

dengan sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \cdots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

yang dapat disederhanakan sebagai

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.7}$$

Variabel ε sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS.

Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, *Gauss* telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$E(\varepsilon) = 0 \tag{2.8}$$

Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai X. Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j. Dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2, yaitu

$$Var(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \tag{2.9}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} var(\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ cov(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & var(\varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_2, \varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & cov(\varepsilon_n, \varepsilon_2) & \cdots & var(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk

$$\begin{aligned} Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j) &= E[(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))(\varepsilon_j - E(\varepsilon_j))] \\ &= E\left[\varepsilon_i\varepsilon_j - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)\right] \\ &= E(\varepsilon_i\varepsilon_j) - 2E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \\ &= E(\varepsilon_i\varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \\ &= E(\varepsilon_i\varepsilon_j) \\ &= \sigma_{ij} \end{aligned} \tag{2.11}$$

3. Variabel X dan variabel ε adalah saling tidak tergantung untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned} Cov(X_i,\varepsilon_i) &= E[(X_i - E(X_i))(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))] \\ &= E[(X_i - \bar{X})(\varepsilon_i - 0)] \\ &= E[(X_i - \bar{X})\varepsilon_i] \\ &= (X_i - \bar{X})E(\varepsilon_i) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Dari ketiga asumsi ini diperoleh:

$$E(\mathbf{y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \tag{2.13}$$

dan kovariansi:

$$Cov(Y_i,Y_j) = \sigma_{i,j} \tag{2.14}$$

Misalkan sampel untuk Y diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari β adalah dengan membuat $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematik yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang $\mathbf{y}$. Dengan kata lain, $\mathbf{X}$ tidak mampu menjelaskan $\mathbf{y}$.

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter $\boldsymbol{\beta}$ sehingga

$$S = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \tag{2.15}$$

sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.15) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} S &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= (\mathbf{y}^T - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \tag{2.16}$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap $\boldsymbol{\beta}$,

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\boldsymbol{\beta}} &= 0 - 2\mathbf{y}^T \mathbf{X} + 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \\ &= -2\mathbf{y}^T \mathbf{X} + 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \end{aligned} \tag{2.17}$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$\begin{aligned} -2\mathbf{y}^T \mathbf{X} + 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} &= 0 \\ 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} &= 2\mathbf{y}^T \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} &= \mathbf{y}^T \mathbf{X} \\ \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= \mathbf{X}^T \mathbf{y} \end{aligned} \tag{2.18}$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \tag{2.19}$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter $\boldsymbol{\beta}$ secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*, OLS) (Aziz, 2010: 16-19).

2.6 Model Regresi dalam Pendekatan Matriks

Model regresi yang paling sederhana adalah model regresi linier. Model regresi linier sederhana terdiri dari satu variabel bebas. Model tersebut dapat digeneralisasikan menjadi lebih dari satu atau dalam k variabel bebas. Persamaan model regresi linier dengan k variabel bebas diberikan sebagai

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon \tag{2.20}$$

Bila pengamatan mengenai $Y, X_1, \ldots, X_p$ dinyatakan masing-masing dengan $Y_i, X_{i1}, \ldots, X_{ip}$ dan galatnya ε_i, maka persamaan (2.20) dapat dituliskan sebagai

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.21}$$

Dinotasikan dalam bentuk matriks, sehingga menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Menurut Sembiring (1995: 113-114) persamaan (2.22) dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.23}$$

dimana:

$\mathbf{y} =$ vektor respon n x 1

$\mathbf{X} =$ matrik peubah bebas ukuran n x k

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter ukuran k x 1

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor galat ukuran n x 1

Persamaan matriks (2.22) dikenal sebagai penyajian matrik model regresi linier (*k-variables*).

2.7 Kajian Al-Qur'an tentang Estimasi

Al-Qur'an merupakan kitabullah yang di dalamnya terkandung ilmu-ilmu Allah, untuk mendapatkan ilmu tersebut perlu mengkaji Al-Qur'an secara mendalam. Al-Qur'an bukan hanya berbicara ilmu agama yaitu halal dan haram, pahala dan dosa, surga dan neraka, lebih dari itu di dalamnya terdapat banyak hal yang berkaitan dengan masalah keduniawian, mulai masalah sains dan teknologi, sosial, politik, ekonomi, hukum, dan yang lainnya. Ada banyak sumber kajian tentang itu semua yang menjadikan Al-Qur'an sebagai acuannya (Abtokhi, 2007: 182). Oleh karena itu di sini akan dibuktikan bahwa Al-Qur'an tidak hanya membahas tentang ilmu agama saja akan tetapi membahas tentang masalah ekonometrika juga.

Salah satu materi ekonometrika yang dibahas dalam penelitian ini adalah tentang estimasi yang ternyata telah disinggung sejak zaman Nabi Muhammad SAW. Hal tersebut terbukti sebagaimana yang telah dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Ash Shaaffat. Surat Ash Shaaffat terdiri atas 182 ayat, termasuk golongan surat Makkiyah, yakni turun sebelum Nabi Hijrah ke Madinah. Pada surat tersebut terdapat ayat yang menyinggung masalah estimasi, yaitu pada ayat 147:

وَأَرۡسَلۡنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلۡفٍ أَوۡ يَزِيدُونَ ١٤٧

Artinya:

"dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih"

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat kesan ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100.000 orang atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah SWT mengetahui yang ghaib dan yang nyata? Bukankah Allah SWT Maha Mengetahui Segala Sesuatu, termasuk jumlah umat Nabi Yunus? (Abdusysyakir, 2007: 153). Dari gambaran tersebut diketahui bahwa Allah SWT mengajarkan suatu konsep dalam ekonometrika, yaitu estimasi.

Menurut Abdusysyakir (2007: 155-156) estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak/jumlah (*numerositas*), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional.

1. Estimasi banyak/jumlah

   Estimasi banyak adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Objek di sini maknanya sangat luas. Objek dapat bermakna orang, uang, kelereng, titik, dan mobil. Estimasi pada QS. Ash Shaaffat ayat 147 adalah estimasi banyak yaitu banyaknya orang.

2. Estimasi Pengukuran

   Estimasi pengukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran di sini maknanya sangat luas. Ukuran dapat bermakna ukuran waktu, panjang, luas, usia dan volume. Ketika melihat orang berjalan tanpa menanyakan tanggal lahirnya, pembaca dapat menebak/menaksir usianya. Atau pembaca menaksir waktu yang diperlukan untuk melakukan perjalanan dari Malang ke Jakarta menggunakan sepeda motor. Pembaca juga dapat menaksir berat suatu benda hanya dengan melihat bentuknya.

3. Estimasi Komputasional

   Estimasi komputasional adalah menentukan hasil suatu operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Ketika diminta menentukan hasil 97 x 23 dalam waktu sepuluh detik, seorang mungkin akan melihat puluhannya saja sehingga memperoleh hasil 90 x 20 = 1800. Inilah estimasi komputasional. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan pada puluhan terdekat.

Dari penjelasan di atas telah dibuktikan bahwa Al-Qur'an tidak hanya berbicara tentang ilmu-ilmu agama saja, akan tetapi juga berbicara tentang ekonometrika. Namun, dalam Al-Qur'an konsep-konsep ekonometrika tidak disajikan secara langsung, akan tetapi berupa pengetahuan yang membutuhkan penafsiran secara mendalam.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Model Regresi Data Panel Fixed Effect

Bentuk umum model linier *fixed effect* yaitu sebagai berikut:

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \tag{3.1}$$

dimana:

Y_{it}	=	variabel terikat untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t
X_{kit}	=	variabel bebas ke-k untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t
β_{0i}	=	intersep untuk unit individu ke-i
β_k	=	*slope* bersama untuk semua unit
ε_{it}	=	*error* untuk individu ke-i dan waktu ke-t
i	=	1, 2,…, N untuk unit individu
t	=	1, 2,…, T untuk waktu

Asumsi yang digunakan pada model regresi data panel adalah bahwa semua variabel bebas adalah *nonstochastic* dan *error term* mengikuti asumsi klasik yaitu berdistribusi normal, $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$.

Dalam model ini diasumsikan bahwa intersep β_{0i} berbeda antar individu namun intersep antar waktu sama (*time invarian*), sedangkan *slope* β_k tetap sama antar individu dan antar waktu. Untuk menjelaskan adanya perbedaan intersep antar individu, model *fixed effect* pada regresi data panel menggunakan variabel *dummy*. Sehingga persamaan (3.1) dapat ditulis menjadi

$$Y_{it} = \beta_{0i} D_{it} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \tag{3.2}$$

dimana

$$D_{it} = \begin{cases} 1, & \text{jika } i = t \\ 0, & \text{jika } i \neq t \end{cases}$$

Model *fixed effect* pada data panel terdapat *N* persamaan individu dengan masing-masing *T* observasi waktu dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{1t} = \beta_{01} D_{1t} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{k1t} + \varepsilon_{1t}$$

$$Y_{2t} = \beta_{02} D_{2t} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{k2t} + \varepsilon_{2t}$$

$$\vdots$$

$$Y_{Nt} = \beta_{0N} D_{Nt} + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{kNt} + \varepsilon_{Nt}$$

Untuk i = 1 dan t = 1, 2,…, T, model *fixed effect* pada persamaan (3.2) dapat ditulis dalam bentuk sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{untuk } t = 1,\quad Y_{11} &= \beta_{01} D_{11} + \beta_1 X_{111} + \beta_2 X_{211} + \ldots + \beta_p X_{p11} + \varepsilon_{11} \\
&= \beta_{01}\ .\ 1 + \beta_1 X_{111} + \beta_2 X_{211} + \ldots + \beta_p X_{p11} + \varepsilon_{11} \\
\text{untuk } t = 2,\quad Y_{12} &= \beta_{01} D_{12} + \beta_1 X_{112} + \beta_2 X_{212} + \ldots + \beta_p X_{p12} + \varepsilon_{12} \\
&= \beta_{01}\ .\ 0 + \beta_1 X_{112} + \beta_2 X_{212} + \ldots + \beta_p X_{p12} + \varepsilon_{12} \\
\vdots \qquad\quad \vdots \qquad & \vdots \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\
\text{untuk } t = T,\quad Y_{1T} &= \beta_{01} D_{1T} + \beta_1 X_{11T} + \beta_2 X_{21T} + \ldots + \beta_p X_{p1T} + \varepsilon_{1T} \\
&= \beta_{01}\ .\ 0 + \beta_1 X_{11T} + \beta_2 X_{21T} + \ldots + \beta_p X_{p1T} + \varepsilon_{1T}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Sistem (3.3) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \vdots \\ Y_{1T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{111} & X_{211} & \cdots & X_{p11} \\ 0 & X_{112} & X_{212} & \cdots & X_{p12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & X_{11T} & X_{21T} & \cdots & X_{p1T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1T} \end{bmatrix}$$

Untuk i = 2 dan t = 1, 2,…, T, dengan cara yang sama seperti sistem (3.3) model *fixed effect* pada persamaan (3.2) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_{21} \\ Y_{22} \\ \vdots \\ Y_{2T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{121} & X_{221} & \cdots & X_{p21} \\ 0 & X_{122} & X_{222} & \cdots & X_{p22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & X_{12T} & X_{22T} & \cdots & X_{p2T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{02} \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2T} \end{bmatrix}$$

Untuk i = N dan t = 1, 2,…, T, dengan cara yang sama seperti sistem (3.3) model *fixed effect* pada persamaan (3.2) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_{N1} \\ Y_{N2} \\ \vdots \\ Y_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{1N1} & X_{2N1} & \cdots & X_{pN1} \\ 0 & X_{1N2} & X_{2N2} & \cdots & X_{pN2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & X_{1NT} & X_{2NT} & \cdots & X_{pNT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0N} \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{N1} \\ \varepsilon_{N2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{NT} \end{bmatrix}$$

Maka secara keseluruhan *NT* observasi dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\underset{(NT\text{x}1)}{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \end{bmatrix}} = \underset{(NT\text{x}N)}{\begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j} \end{bmatrix}} \underset{(N\text{x}1)}{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{01} \\ \boldsymbol{\beta}_{02} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_{0N} \end{bmatrix}} + \underset{(NT\text{x}p)}{\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{bmatrix}} \underset{(p\text{x}1)}{\boldsymbol{\beta}} + \underset{(NT\text{x}1)}{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_N \end{bmatrix}} \tag{3.4}$$

dimana

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} X_{1i1} & X_{2i1} & \dots & X_{pi1} \\ X_{1i2} & X_{2i2} & \dots & X_{pi2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1iT} & X_{2iT} & \dots & X_{piT} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

dengan $\boldsymbol{j}$ dan $\mathbf{0}$ adalah vektor berukuran T x 1, maka matriks (3.4) dapat ditulis dalam bentuk

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{D}\boldsymbol{\beta}_0 + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0 \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Misal $\begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{X} \end{bmatrix} = \mathbf{M}$ dan $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0 \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\theta}$, maka persamaan (3.5) dapat ditulis menjadi

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.6}$$

Setelah didapatkan model dari regresi data panel *fixed effect* maka selanjutnya dicari estimasi parameter $\boldsymbol{\theta}$.

3.2 Estimasi Parameter dengan Metode LSDV

Untuk mengestimasi parameter $\boldsymbol{\theta}$ dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan fungsi total kuadrat *error*.

$$\begin{aligned}
S &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\
&= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 & \dots & \boldsymbol{\varepsilon}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_N \end{bmatrix} \\
&= \boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \ldots + \boldsymbol{\varepsilon}_N \boldsymbol{\varepsilon}_N \\
&= \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{\,2} \\
&= \left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)^2 \\
&= \left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)^T \left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Untuk meminimumkan suatu fungsi maka dapat dilakukan dengan melakukan turunan pertama S terhadap $\boldsymbol{\theta}$, kemudian menyamakannya dengan nol.

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{d\boldsymbol{\theta}} &= \frac{d\left(\left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)^T \left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)\right)}{d\boldsymbol{\theta}} \\
&= \frac{d\left(\left(\mathbf{y}^T - \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T\right)\left(\mathbf{y} - \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)\right)}{d\boldsymbol{\theta}} \\
&= \frac{d\left(\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{M}\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)}{d\boldsymbol{\theta}} \\
&= \frac{d\left(\mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{M}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{y}^T \mathbf{M}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M}\boldsymbol{\theta}\right)}{d\boldsymbol{\theta}} \\
&= 0 - \mathbf{y}^T \mathbf{M} - \mathbf{y}^T \mathbf{M} + 2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \\
&= -2\mathbf{y}^T \mathbf{M} + 2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-2\mathbf{y}^T \mathbf{M} + 2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} &= 0 \\
2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} &= 2\mathbf{y}^T \mathbf{M} \\
\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} &= \mathbf{y}^T \mathbf{M} \\
\mathbf{M}^T \mathbf{M}\hat{\boldsymbol{\theta}} &= \mathbf{M}^T \mathbf{y}
\end{aligned}$$

dimana $\mathbf{M} = [\mathbf{D} \quad \mathbf{X}]$ dan $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0 \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$, sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}^T \\ \mathbf{X}^T \end{bmatrix} [\mathbf{D} \quad \mathbf{X}] \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_0 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^T \\ \mathbf{X}^T \end{bmatrix} \mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}^T\mathbf{D} & \mathbf{D}^T\mathbf{X} \\ \mathbf{X}^T\mathbf{D} & \mathbf{X}^T\mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_0 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^T\mathbf{y} \\ \mathbf{X}^T\mathbf{y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 + \mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{D}^T\mathbf{y} \tag{3.8}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 + \mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y} \tag{3.9}$$

Berdasarkan persamaan (3.8) bentuk estimasi parameter dari $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$ yaitu

$$\mathbf{D}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 + \mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{D}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{D}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \mathbf{D}^T\mathbf{y} - \mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \tag{3.10}$$

Sedangkan bentuk estimasi parameter dari $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (3.10) ke dalam persamaan (3.9),

$$\mathbf{X}^T\mathbf{D}\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 + \mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{D}\left[\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right] + \mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \mathbf{X}^T\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{X}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{X}^T\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} + \mathbf{X}^T\left[\mathbf{I} - \mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\right]\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

misalkan $\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T = \mathbf{P}$, maka diperoleh

$$\mathbf{X}^T\mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T\mathbf{y} - \mathbf{X}^T\mathbf{P}\mathbf{y}$$

$$\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y} \tag{3.11}$$

Untuk mempermudah proses estimasi pada data maka bentuk estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$ pada persamaan (3.10) dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ pada persamaan (3.11) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$(\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1} = \left[\begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{j} \end{bmatrix}\right]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} T & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \frac{1}{T} \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \frac{1}{T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \frac{1}{T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{11} + y_{12} + \ldots + y_{1T} \\ y_{21} + y_{22} + \ldots + y_{2T} \\ \vdots \\ y_{N1} + y_{N2} + \ldots + y_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_N \end{bmatrix}$$

$$\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{X}_1 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_1 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_N \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_1 \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_1 \\ \bar{y}_2 - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_N - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\bar{\mathbf{X}}_N \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{y}_1 - (\hat{\beta}_1\bar{X}_{11} + \hat{\beta}_2\bar{X}_{21} + \dots + \hat{\beta}_p\bar{X}_{p1}) \\ \bar{y}_2 - (\hat{\beta}_1\bar{X}_{12} + \hat{\beta}_2\bar{X}_{22} + \dots + \hat{\beta}_p\bar{X}_{p2}) \\ \vdots \\ \bar{y}_N - (\hat{\beta}_1\bar{X}_{1N} + \hat{\beta}_2\bar{X}_{2N} + \dots + \hat{\beta}_p\bar{X}_{pN}) \end{bmatrix}$$

dan

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{y}$$

dimana $\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)$ adalah matriks *idempotent*

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{I}-\mathbf{P})^T(\mathbf{I}-\mathbf{P}) &= (\mathbf{I}-\mathbf{P})(\mathbf{I}-\mathbf{P}) \\
&= \left[\mathbf{I}-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\right]\left[\mathbf{I}-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\right] \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T+\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T+\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{D}\left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{P})
\end{aligned}
$$

Sehingga

$$
\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \left[\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y} \\
&= \left[\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y} \\
&= \left[\left((\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right)^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right]^{-1}\left((\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right)^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{I}-\boldsymbol{P} &= \mathbf{I}-\boldsymbol{D}\left(\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D}\right)^{-1}\boldsymbol{D}^T \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j} \end{bmatrix}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{T} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}^T \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\mathbf{j} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{j} & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{j}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{T}\mathbf{j}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \frac{1}{T}\mathbf{j}^T & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{1}{T}\mathbf{j}^T\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{I}-\frac{1}{T}\mathbf{jj}^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}-\frac{1}{T}\mathbf{jj}^T & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}-\frac{1}{T}\mathbf{jj}^T\end{bmatrix}$$

Misalkan $\mathbf{I}-\frac{1}{T}\mathbf{jj}^T=\mathbf{Q}$

$$(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}=\begin{bmatrix}\mathbf{Q} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{Q}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{X}_1\\ \mathbf{X}_2\\ \vdots\\ \mathbf{X}_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{QX}_1\\ \mathbf{QX}_2\\ \vdots\\ \mathbf{QX}_N\end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y}=\begin{bmatrix}\mathbf{Q} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} & \dots & \mathbf{0}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{Q}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\\ \vdots\\ \mathbf{y}_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Qy}_1\\ \mathbf{Qy}_2\\ \vdots\\ \mathbf{Qy}_N\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}=\mathbf{I}-\frac{1}{T}\mathbf{jj}^T,\ \mathbf{jj}^T=\begin{bmatrix}1\\1\\ \vdots\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\frac{1}{T} & \frac{1}{T} & \cdots & \frac{1}{T}\\ \frac{1}{T} & \frac{1}{T} & \cdots & \frac{1}{T}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{1}{T} & \frac{1}{T} & \cdots & \frac{1}{T}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ -\frac{1}{T} & 1-\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & 1-\frac{1}{T}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{QX}_i=\begin{bmatrix}1-\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ -\frac{1}{T} & 1-\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & 1-\frac{1}{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{X}_1\\ \mathbf{X}_2\\ \vdots\\ \mathbf{X}_N\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{X}_1-\frac{1}{T}(\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_2+\ldots+\mathbf{X}_N)\\ \mathbf{X}_2-\frac{1}{T}(\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_2+\ldots+\mathbf{X}_N)\\ \vdots\\ \mathbf{X}_N-\frac{1}{T}(\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_2+\ldots+\mathbf{X}_N)\end{bmatrix}, \text{dimana } \mathbf{X}_i=\begin{bmatrix}X_{1i1} & X_{2i1} & \cdots & X_{pi1}\\ X_{1i2} & X_{2i2} & \cdots & X_{pi2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ X_{1iT} & X_{2iT} & \cdots & X_{piT}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \cdots & X_{pi1}-\bar{X}_{pi}\\ X_{1i2}-\bar{X}_{1i} & \cdots & X_{pi2}-\bar{X}_{pi}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ X_{1iT}-\bar{X}_{1i} & \cdots & X_{piT}-\bar{X}_{pi}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Qy}_i=\begin{bmatrix}1-\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ -\frac{1}{T} & 1-\frac{1}{T} & \cdots & -\frac{1}{T}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} & \cdots & 1-\frac{1}{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_{i1}\\ y_{i2}\\ \vdots\\ y_{iT}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} y_{i1}-\dfrac{1}{T}(y_{i1}+y_{i2}+\ldots+y_{iT}) \\ y_{i2}-\dfrac{1}{T}(y_{i1}+y_{i2}+\ldots+y_{iT}) \\ \vdots \\ y_{iT}-\dfrac{1}{T}(y_{i1}+y_{i2}+\ldots+y_{iT}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y_{i1}-\bar{y}_i \\ y_{i2}-\bar{y}_i \\ \vdots \\ y_{iT}-\bar{y}_i \end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}=\left[\left((\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right)^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right]^{-1}\left((\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{X}\right)^T(\mathbf{I}-\mathbf{P})\mathbf{y}$$

$$=\left[\begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi1}-\bar{X}_{pi} \\ X_{1i2}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi2}-\bar{X}_{pi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1iT}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi1}-\bar{X}_{pi} \\ X_{1i2}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi2}-\bar{X}_{pi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1iT}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix}\right]^{-1}$$

$$\left[\begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi1}-\bar{X}_{pi} \\ X_{1i2}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi2}-\bar{X}_{pi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1iT}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} y_{i1}-\bar{y}_i \\ y_{i2}-\bar{y}_i \\ \vdots \\ y_{iT}-\bar{y}_i \end{bmatrix}\right]$$

$$=\left[\begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{1iT}-\bar{X}_{1i} \\ X_{2i1}-\bar{X}_{2i} & \ldots & X_{2iT}-\bar{X}_{2i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{pi1}-\bar{X}_{pi} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi1}-\bar{X}_{pi} \\ X_{1i2}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{pi2}-\bar{X}_{pi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1iT}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix}\right]^{-1}$$

$$\left[\begin{bmatrix} X_{1i1}-\bar{X}_{1i} & \ldots & X_{1iT}-\bar{X}_{1i} \\ X_{2i1}-\bar{X}_{2i} & \ldots & X_{2iT}-\bar{X}_{2i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{pi1}-\bar{X}_{pi} & \ldots & X_{piT}-\bar{X}_{pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i1}-\bar{y}_i \\ y_{i2}-\bar{y}_i \\ \vdots \\ y_{iT}-\bar{y}_i \end{bmatrix}\right]$$

$$
= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} (X_{1i1} - \bar{X}_{1i})(X_{1i1} - \bar{X}_{1i}) + & \dots & +(X_{1iT} - \bar{X}_{1i})(X_{1iT} - \bar{X}_{1i}) \\ (X_{2i1} - \bar{X}_{2i})(X_{2i1} - \bar{X}_{2i}) + & \dots & +(X_{2iT} - \bar{X}_{2i})(X_{2iT} - \bar{X}_{2i}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_{pi1} - \bar{X}_{pi})(X_{pi1} - \bar{X}_{pi}) + & \dots & +(X_{piT} - \bar{X}_{pi})(X_{piT} - \bar{X}_{pi}) \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1}
$$

$$
\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} (X_{1i1} - \bar{X}_{1i})(y_{i1} - \bar{y}_i) + & \dots & +(X_{1iT} - \bar{X}_{1i})(y_{iT} - \bar{y}_i) \\ (X_{2i1} - \bar{X}_{2i})(y_{i1} - \bar{y}_i) + & \dots & +(X_{2iT} - \bar{X}_{2i})(y_{iT} - \bar{y}_i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (X_{pi1} - \bar{X}_{pi})(y_{i1} - \bar{y}_i) + & \dots & +(X_{piT} - \bar{X}_{pi})(y_{iT} - \bar{y}_i) \end{bmatrix} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{1it} - \bar{X}_{1i})^2 \\ \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{2it} - \bar{X}_{2i})^2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{pit} - \bar{X}_{pi})^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{1it} - \bar{X}_{1i})(y_{it} - \bar{y}_i) \\ \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{2it} - \bar{X}_{2i})(y_{it} - \bar{y}_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (X_{pit} - \bar{X}_{pi})(y_{it} - \bar{y}_i) \end{bmatrix} \end{bmatrix}
$$

3.3 Penerapan Model Fixed Effect pada Data Panel

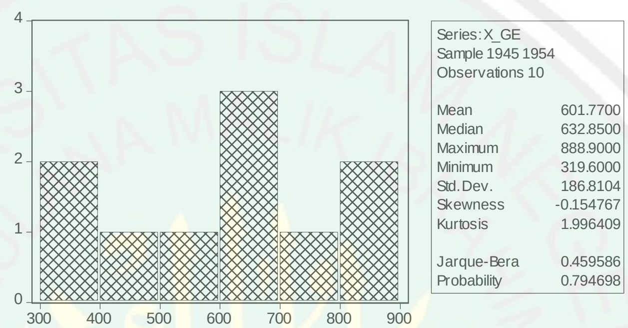
Dalam penelitian ini, penerapan model *fixed effect* pada data panel digunakan untuk mengetahui estimasi investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat berdasarkan stok modal riil. Data yang dipakai adalah data tahunan dari tahun 1945 sampai dengan tahun 1954 yang diambil dari Gujarati (2003). Jadi, terdapat tiga unit *cross section* dan 10 periode waktu sehingga jumlahnya ada 30 observasi.

Tabel 3.1 Data Investasi dari Tiga Perusahaan di Amerika Serikat

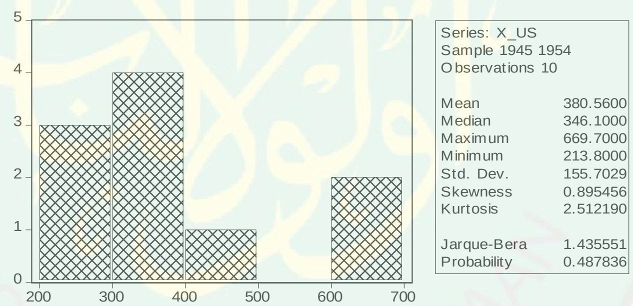
Perusahaan	Tahun	Investasi (*Y*)	Stok Modal Riil (*X*)
General Electric	1945	93.6	319.6
General Electric	1946	159.9	346
General Electric	1947	147.2	456.4
General Electric	1948	146.3	543.4
General Electric	1949	98.3	618.3
General Electric	1950	93.5	647.4
General Electric	1951	135.2	671.3
General Electric	1952	157.3	726.1
General Electric	1953	179.5	800.3
General Electric	1954	189.6	888.9
US Steel	1945	258.7	213.8
US Steel	1946	420.3	232.6
US Steel	1947	420.5	264.8
US Steel	1948	494.5	306.9
US Steel	1949	406.1	351.1
US Steel	1950	418.8	357.8
US Steel	1951	588.2	341.1
US Steel	1952	645.2	444.2
US Steel	1953	641	623.6
US Steel	1954	459.3	669.7
Westinghouse	1945	39.27	92.4
Westinghouse	1946	53.46	86
Westinghouse	1947	55.56	111.1
Westinghouse	1948	49.56	130.6
Westinghouse	1949	32.04	141.8
Westinghouse	1950	32.24	136.7
Westinghouse	1951	54.38	129.7
Westinghouse	1952	71.78	145.5
Westinghouse	1953	90.08	174.8
Westinghouse	1954	68.6	213.5

3.3.1 Uji Normalitas Data

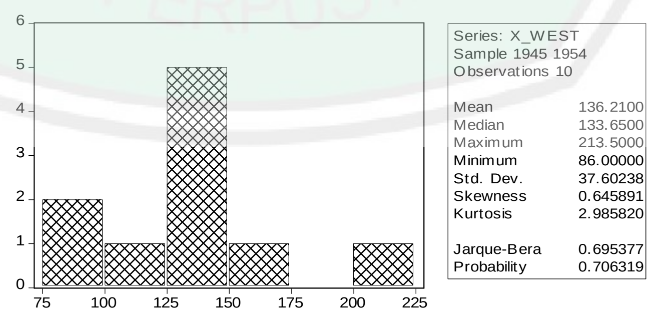
Setelah dilakukan analisis data maka langkah selanjutnya adalah menguji normalitas data dengan tujuan untuk mengetahui apakah data yang diambil berdistribusi normal atau tidak, dengan menggunakan *software Eviews* didapat histogram normal data sebagai berikut:



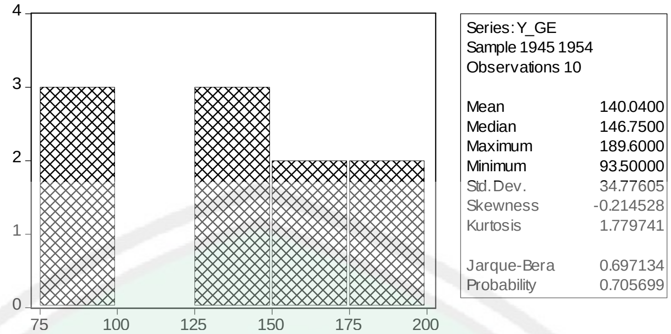
Gambar 3.1 Histogram Stok Modal Riil Perusahaan GE



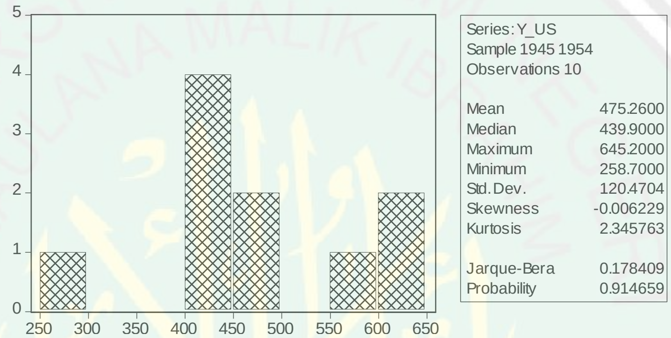
Gambar 3.2 Histogram Stok Modal Riil Perusahaan US



Gambar 3.3 Histogram Stok Modal Riil Perusahaan WEST



Gambar 3.4 Histogram Investasi Perusahaan GE



Gambar 3.5 Histogram Investasi Perusahaan US

Gambar 3.6 Histogram Investasi Perusahaan WEST

<u>Hipotesis</u> :

H_0 = data berdistribusi normal

H_1 = data tidak berdistribusi normal

Daerah penolakan :

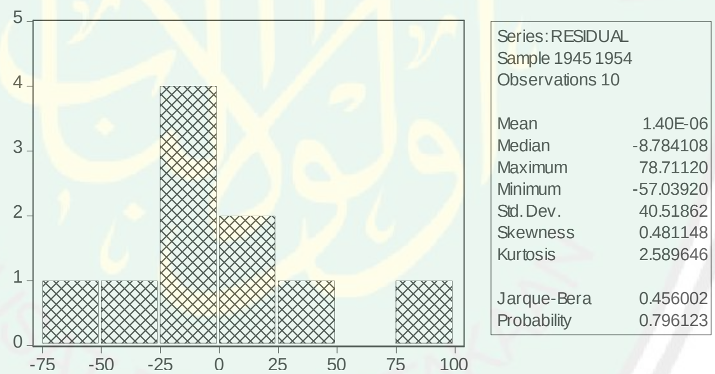
H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

Dari gambar histogram stok modal riil dan investasi pada perusahaan GE, US, dan WEST didapatkan hasil bahwa semua data berdistribusi normal karena $p - value > \alpha$.

3.3.2 Uji Normalitas Residual Regresi

Langkah selanjutnya dalam penerapan data adalah menguji kenormalan residual regresi. Dalam hal ini digunakan *software Eviews* untuk membuat histogram residual regresi.

Diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 3.7 Histogram Residual

Hipotesis :

H_0 = residual berdistribusi normal

H_1 = residual tidak berdistribusi normal

Daerah penolakan :

H_0 ditolak jika $p - value < \alpha$

Dari gambar 3.7 nilai probabilitas *Jarque-Bera* adalah 0,705699, dan 0,796123. Artinya $p - value > \alpha$, menerima H_0. Sehingga residual regresi berdistribusi normal.

3.3.3 Estimasi Parameter Model Fixed Effect pada Data Panel

Dari data di atas akan diestimasi parameter-parameter model *fixed effect* pada data panel dengan asumsi bahwa variabel bebas adalah *nonstochastic* dan *error term* mengikuti asumsi klasik yaitu berdistribusi normal, $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$.

Model *fixed effect* pada data panel dugaan:

$$\hat{Y}_{it} = \hat{\beta}_{0i} D_{it} + \hat{\beta}_1 X_{it} \tag{3.12}$$

atau

$$\hat{Y}_{1t} = \hat{\beta}_{01} D_{1t} + \hat{\beta}_1 X_{1t}$$
$$\hat{Y}_{2t} = \hat{\beta}_{02} D_{2t} + \hat{\beta}_1 X_{1t}$$
$$\hat{Y}_{3t} = \hat{\beta}_{03} D_{3t} + \hat{\beta}_1 X_{1t}$$

dimana:

Y_{it}	=	jumlah investasi
X_{it}	=	stok modal riil
D_{it}	=	variabel *dummy*
β_{0i}	=	intersep masing-masing perusahaan
β_1	=	koefisien variabel X_{it}
i	=	1, 2, 3 dengan 1=General Electric, 2=US Steel, 3=Westinghouse
t	=	1, 2, 3,…, 10

Berdasarkan perhitungan pada lampiran 1 diperoleh hasil estimasi parameter model *fixed effect* pada data panel, yaitu

$$\hat{\beta} = \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{t=1}^{10} (X_{it} - \overline{X}_i)^2 \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{3} \sum_{t=1}^{10} (X_{it} - \overline{X}_i)(y_{it} - \overline{y}_i) \right]$$

$$= [544999,3]^{-1} [125401,19]$$

$$= 0,0000018349 \cdot 125401,19$$

$$= 0,23009422$$

$$\hat{\beta}_{01} = \overline{y}_1 - \hat{\beta}\overline{X}_1$$

$$= 140,04 - 0,23009422 \times 601,77$$

$$= 1,576201$$

$$\hat{\beta}_{02} = \overline{y}_2 - \hat{\beta}\overline{X}_2$$

$$= 475,26 - 0,23009422 \times 380,56$$

$$= 387,69534$$

$$\hat{\beta}_{03} = \overline{y}_3 - \hat{\beta}\overline{X}_3$$

$$= 54.697 - 0,23009422 \times 136,21$$

$$= 23,355866$$

Apabila diestimasi dengan bantuan *software eviews* diperoleh *output* sebagai berikut:

Tabel 3.2 Hasil Analisis Fixed Effect

Dependent Variable: Y?				
Method: Pooled Least Squares				
Date: 07/18/11 Time: 13:38				
Sample: 1945 1954				
Included observations: 10				
Total panel observations 30				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X?	0.230094	0.090349	2.546715	0.0159
Fixed Effects				
_GE--C	1.576201			
_US--C	387.6953			
_WEST--C	23.35587			
R-squared	0.897904	Mean dependent var	223.3323	
Adjusted R-squared	0.886124	S.D. dependent var	197.6547	
S.E. of regression	66.69961	Sum squared resid	115669.8	
Log likelihood	-131.3202	Durbin-Watson stat	1.138924	

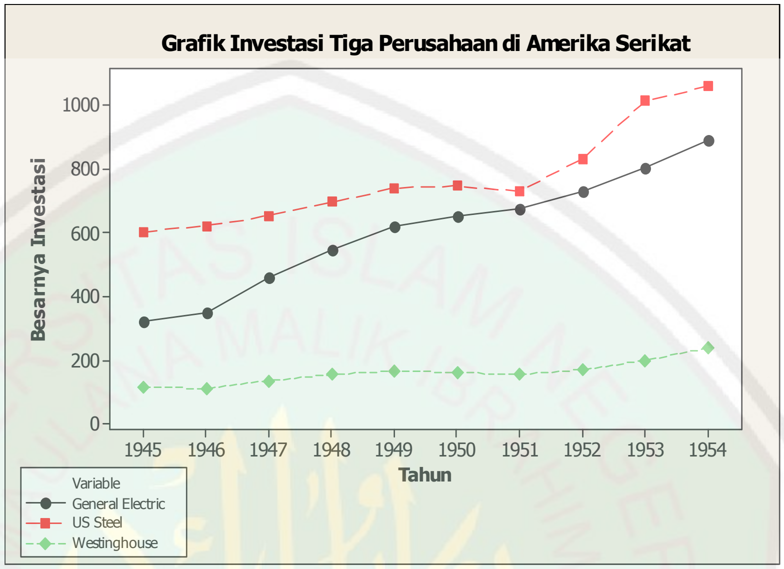
Hasil estimasi nilai koefisien X dan nilai intersep yang diperoleh dari perhitungan manual sama dengan hasil estimasi menggunakan *software Eviews.*

Nilai koefisien $\hat{\beta}$ menunjukkan besarnya pengaruh stok modal riil terhadap investasi perusahaan. Dari *output* di atas terlihat pengaruh stok modal riil terhadap investasi perusahaan sebesar 0,230094, ini berarti jika stok modal riil bertambah 1 maka besarnya investasi ketiga perusahaan akan bertambah sebesar 0,230094. Sedangkan jika stok modal riil bernilai 0 (nol) atau tidak berubah, maka besarnya investasi pada perusahaan ke-1 adalah 1,576201, pada perusahaan ke-2 adalah 387,6953, dan pada perusahaan ke-3 adalah 23,35587, dengan dipengaruhi oleh faktor-faktor lain, seperti nilai riil, besarnya keuntungan perusahaan, dan jumlah tenaga kerja. *P-value* dari koefisien stok modal riil sebesar 0,0159 lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ yang berarti stok modal riil secara statistik berpengaruh signifikan terhadap investasi perusahaan. Nilai koefisien determinan sebesar 0.898 yang berarti model mampu menjelaskan hubungan antara investasi dengan stok modal riil sebesar 89,8%.

Persamaan regresi untuk masing-masing perusahaan yaitu,

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{1t} &= 1,576201 + 0,230094 X_{1t} \\ \hat{Y}_{2t} &= 387,6953 + 0,230094 X_{2t} \\ \hat{Y}_{3t} &= 23,35587 + 0,230094 X_{3t} \end{aligned} \quad (3.13)$$

dari persamaan regresi (3.13) dapat dibuat grafik investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat, yaitu sebagai berikut



Gambar 3.8 Grafik Investasi Tiga Perusahaan di Amerika Serikat

Berdasarkan grafik di atas dapat digambarkan bahwa besarnya investasi tiap-tiap perusahaan tidaklah sama. Investasi terbesar adalah perusahaan US Steel, investasi terbesar kedua adalah perusahaan General Electric, dan investasi terendah adalah perusahaan Westinghouse. Perbedaan investasi tersebut dikarenakan jumlah stok modal riil tiap perusahaan berbeda dan dapat juga dipengaruhi oleh faktor-faktor lain misalnya nilai riil, besarnya keuntungan perusahaan, dan jumlah tenaga kerja.

3.3.4 Uji Model Fixed Effect

Pada penelitian ini untuk menguji signifikansi model *fixed effect* pada data panel dengan menggunakan uji F.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} = \beta_{03} = 0$

H_1 : terdapat β_{0i} yang tidak sama dengan nol

dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$ dan statistik uji

$$F_{hitung} = \frac{(SSE_P - SSE_D)/(N-1)}{SSE_D/(NT-N-k)}$$

dimana:

SSE_P	:	jumlah kuadrat kesalahan (*Sum Square Error*) dari model regresi data panel
SSE_D	:	jumlah kuadrat kesalahan (*Sum Square Error*) dari model Variabel *Dummy*
N	:	banyaknya unit individu
T	:	banyaknya waktu
k	:	$K-1$, dengan K adalah banyaknya variabel

dengan kriteria penolakan:

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{(N-1,NT-N-k)}$

Berdasarkan *output* data investasi perusahaan model *fixed effect* diperoleh SSE_D = 115669,8 adalah *sum squared resid* model *fixed effect* pada data panel dan berdasarkan output data investasi perusahaan model *common effect* pada lampiran diperoleh SSE_P = 1056398 adalah *sum squared resid* model regresi data panel menggunakan metode kuadrat terkecil.

$$F_{\text{hitung}} = \frac{(1056398 - 115669,8)/(3-1)}{115669,8/(3 \text{x} 10 - 3 - 1)}$$
$$= \frac{940728,2/2}{115669,8/26}$$
$$= 105,728$$

Karena $F_{hitung} = 105,728 > F_{0,05(2,26)} = 3,37$ maka H_0 ditolak yang berarti model mempunyai pengaruh yang signifikan. Untuk mengetahui pengaruh investasi terhadap stok modal riil dari masing-masing perusahaan dapat dilihat dengan menguji signifikansi dari masing-masing model dengan uji t. H_0 ditolak jika $t_{\text{hitung}} > t_{(0.05,9)}$.

$$t_{\text{hitung}}(\hat{\beta}_{01}) = \frac{\hat{\beta}_{01}}{SE(\hat{\beta}_0)} = \frac{1,576201}{6,19610} = 0,254386$$

$$t_{\text{hitung}}(\hat{\beta}_{02}) = \frac{\hat{\beta}_{02}}{SE(\hat{\beta}_0)} = \frac{387,6953}{6,19610} = 62,57084$$

$$t_{\text{hitung}}(\hat{\beta}_{03}) = \frac{\hat{\beta}_{03}}{SE(\hat{\beta}_0)} = \frac{23,35587}{6,19610} = 3,769446$$

Dari hasil uji t untuk $\hat{\beta}_{01}, \hat{\beta}_{02}$, dan $\hat{\beta}_{03}$ didapatkan hasil bahwa perusahaan 1 mempunyai pengaruh yang tidak signifikan terhadap investasi, hal ini didukung dari hasil uji $t_{\text{hitung}} < t_{\text{tabel}}$ = 0,254386 < 1,833. Sedangkan pada perusahaan 2 dan 3 mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap investasi, hal ini didukung dari hasil uji $t_{\text{hitung}} > t_{\text{tabel}}$.

Model *fixed effect* pada data panel mampu menjelaskan perbedaaan investasi ketiga perusahaan di Amerika Serikat. Nilai intersep masing-

masing perusahaan adalah General Electric sebesar 1,576201, US Steel sebesar 387,6953, dan Westinghouse sebesar 23,35587.

3.4 Inspirasi dari Al-Qur'an tentang Kajian Estimasi dan Data Panel

Al-Qur'an tidak hanya berbicara tentang ilmu-ilmu agama saja, akan tetapi juga berbicara tentang ilmu pengetahuan, salah satunya yaitu ilmu ekonometrika. Namun, dalam Al-Qur'an konsep-konsep ekonometrika tidak disajikan secara langsung, akan tetapi berupa pengetahuan yang membutuhkan penafsiran secara mendalam, dimana penafsiran ini memerlukan kemampuan berfikir yang melibatkan akal. Oleh karena itu Allah SWT telah memberi akal dan pikiran kepada manusia untuk berpikir dan mengkaji Al-Qur'an, menguak rahasia-rahasia yang terkandung di dalam Al-Qur'an.

Salah satu materi ekonometrika adalah tentang estimasi dan data panel. Estimasi ternyata telah disinggung dalam Al-Qur'an surat Ash Shaaffat ayat 147. Estimasi merupakan keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak/jumlah (*numerositas*), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional. Pada Al-Qur'an surat Ash Shaaffat ayat 147 estimasi terletak pada kalimat *"miati alfin au yaziiduun"* yang artinya seratus ribu orang atau lebih. Dalam ayat tersebut penentuan jumlah umat Nabi Yunus tidak dengan perhitungan secara eksak, melainkan dengan taksiran dan termasuk jenis estimasi banyak yaitu banyaknya orang (umat Nabi Yunus). Estimasi banyak yaitu menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Dalam menentukan banyaknya umat nabi Yunus Ibnu Abbas mengatakan dalam sebuah riwayat darinya, bahwa jumlah mereka 130.000 orang, dan darinya pula berjumlah 133.000-139.000 orang, dan masih darinya pula berjumlah 143.000-149.000 orang. Menurut Sa'id bin Jubair jumlah mereka lebih dari 70.000 orang. Menurut Mak-hul mereka berjumlah 110.000 orang (Ghoffar, 2007: 39). Objek dalam hal ini maknanya sangat luas. Objek dapat bermakna orang, uang, kelereng, titik, dan mobil. Jika seseorang sedang menonton suatu pertunjukan, lalu ditanya berapa penonton yang ada, maka tidak mungkin menghitung satu persatu. Tentunya akan dilakukan penaksiran dengan mengatakan misalnya, "penonton sebanyak 1000 orang atau lebih", "tidak kurang dari 1000 orang", atau tidak sampai 1000 orang".

Estimasi biasanya digunakan pada data *cross section* atau data *time series*. Pemakaian salah satu jenis data ini hanya memberikan sedikit informasi, sehingga untuk mendapatkan lebih banyak informasi harus menggunakan gabungan dari kedua jenis data tersebut atau disebut data panel. Perintah ini diinspirasikan oleh firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat Al Hujuraat ayat 6 yang menjelaskan jika datang orang fasik yang membawa suatu berita, maka hendaknya mencari kejelasan dari berita tersebut dan meneliti kebenaran informasinya dengan menggunakan berbagai cara agar keputusan yang diambil benar dan tidak menimbulkan penyesalan.

Dalam data *time series*, observasi dilakukan berdasarkan kesesuaian waktu dan hanya melibatkan satu variabel, sehingga tidak dapat mengobservasi lebih dari satu variabel, sedangkan dalam data *cross section* nilai akan diambil dari satu atau lebih variabel dalam satu waktu, sehingga tidak dapat melakukan observasi dalam jangka waktu yang lama, dan hal ini menyebabkan data kurang akurat dan hanya diperoleh sedikit informasi. Untuk mengatasi masalah tersebut, diperlukan data panel yang merupakan gabungan dari data *time series* dan data *cross section*, sehingga informasi yang diperoleh lebih banyak, lebih variatif, lebih sesuai untuk mempelajari perubahan secara dinamis, misalnya untuk mempelajari penggangguran atau perpindahan pekerjaan, dapat mendeteksi dan mengukur efek suatu data.

Data panel secara tersirat juga disinggung dalam Al-Qur’an surat Al Baqarah ayat 284:

لِّلَّهِ مَا فِي ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَمَا فِي ٱلْأَرْضِۗ وَإِن تُبْدُوا۟ مَا فِىٓ أَنفُسِكُمْ أَوْ تُخْفُوهُ يُحَاسِبْكُم

بِهِ ٱللَّهُۖ فَيَغْفِرُ لِمَن يَشَآءُ وَيُعَذِّبُ مَن يَشَآءُۗ وَٱللَّهُ عَلَىٰ كُلِّ شَىْءٍ قَدِيرٌ ﴿٢٨٤﴾

Artinya:

“kepunyaan Allah-lah segala apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi. dan jika kamu melahirkan apa yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikan, niscaya Allah akan membuat perhitungan dengan kamu tentang perbuatanmu itu. Maka Allah mengampuni siapa yang dikehendaki-Nya dan menyiksa siapa yang dikehendaki-Nya; dan Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu”.

Menurut Ibnu Katsir (2007), dalam ayat ini Allah menyatakan kebesaran-Nya yang meliputi langit dan bumi serta mengetahui semua yang terang maupun yang tersembunyi dalam hati dan tiada yang mengetahui kecuali Allah sendiri, dan Allah mengancam akan mengadakan perhitungan terhadap semua perbuatan lahir batin, terang dan samar. Allah dapat mengadakan perhitungan atas semua itu.

Sedangkan menurut ’Aidh al-Qarni (2007), ayat ini menjelaskan bahwa semua yang ada di alam semesta adalah milik Allah, baik itu kerajaan, penciptaan, dan hamba-hamba. Barang siapa yang menampakkan keburukan atau menyembunyikannya maka Allah Maha Mengetahuinya dan juga melihatnya karena yang terang dan rahasia adalah sama bagi-Nya. Allah akan memperhitungkan setiap orang sesuai dengan apa yang dia perbuat dan sesuai dengan dosanya. Allah memiliki kehendak yang absolut. Barang siapa dikehendaki oleh-Nya untuk diampuni maka Dia akan mengampuni dosanya dan memaafkan kesalahannya. Barang siapa dikehendaki oleh-Nya untuk disiksa maka Dia akan memperhitungkan dosanya dan membalasnya sesuai dengan maksiat yang telah dilakukannya.

Berdasarkan penjelasan di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa setiap manusia akan dihisab karena apa yang dirahasiakan dalam hatinya berupa keragu-raguan, kemusyrikan, kemunafikan dan lain-lainnya, seperti benci kepada orang-orang yang dekat kepada Allah, dan mencintai musuh-musuh-Nya. Allah akan membalas perbuatan itu semua, dan mengampuni keinginan berbuat kesalahan dan dosa, selain ragu, syirik (kemusyrikan) dan cinta serta benci dari orang mukmin yang benar-benar imannya, karena ada hadits shahih yang terdapat dalam *kutubus sittah* (enam kitab hadits) yang artinya:

"Sesungguhnya Allah melewatkan atau membiarkan (mengampuni) umatku demi aku, dari keinginan dalam hati selama dia belum mengucapkannya atau melakukannya".

Berkaitan dengan data panel, surat Al Baqarah ayat 284 memberikan informasi bahwa perbuatan manusia yang satu tidak sama dengan perbuatan manusia yang lain, dimana dalam hal ini menunjukkan adanya data *cross section* dan ruang lingkup penelitiannya adalah amal perbuatan yang terlihat maupun tidak terlihat yang dihitung dalam rentang waktu yang beruntun artinya tiap hari amal perbuatan manusia dilihat/diketahui oleh Allah, dimana hal ini menunjukkan adanya data *time series*.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Bentuk estimasi dari parameter model regresi data panel *fixed effect* dengan menggunakan metode *least square dummy variable* (LSDV) adalah sebagai berikut:

   $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{y} - \left(\mathbf{D}^T\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$, dan

   $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}^T\left(\mathbf{I}-\mathbf{P}\right)\mathbf{y}$

2. Model *fixed effect* pada data investasi tiga perusahaan di Amerika Serikat adalah sebagai berikut:

   $$\hat{Y}_{1t} = 1,576201 + 0,230094X_{11t}$$
   $$\hat{Y}_{2t} = 387,6953 + 0,230094X_{12t}$$
   $$\hat{Y}_{3t} = 23,35587 + 0,230094X_{13t}$$

   Model *fixed effect* pada data panel mampu menjelaskan perbedaaan investasi ketiga perusahaan di Amerika Serikat. Nilai intersep masing-masing perusahaan adalah General Electric sebesar 1,576201, US Steel sebesar 387,6953, dan Westinghouse sebesar 23,35587. Berdasarkan uji F diperoleh $F_{hitung} = 105,728 > F_{0,05(2,26)} = 3,37$ sehingga model *fixed effect* pada data investasi perusahaan signifikan.

4.2 Saran

Dalam penelitian ini peneliti mengestimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* pada regresi linier berganda. Diharapkan penelitian selanjutnya mengestimasi parameter model regresi data panel *fixed effect* pada regresi *non* linier berganda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Maliki Press.

Abtokhi, Ahmad. 2007. *Akankah Al-Qur'an yang Kubaca Menolongku*. Malang: UIN-Maliki Press.

Al-Qarni, 'Aidh. 2007. *Tafsir Muyassar*. Jakarta: Qisthi Press.

Aziz, Abdul. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-Maliki Press.

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara.

Ghoffar, Abdul dan Abu Ihsan al-Atsari. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i

Gujarati, Damodar N. 2003. *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill.

Gujarati, Damodar N. 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj.Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Greene, William H. (1997). *Econometric Analysis*. New York: Prentice Hall International, Inc.

Hasan, Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Irianto, Agus. 2006. *Statistik Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media.

Judge, G.G., W.E. Griffiths, R.C. Hill, T. Lee. 1980. *The Theory and Practice of Econometrics*. New York: John Wiley and Sons.

Park, Hun Myoung. 2009. *Linear Regression Models for Panel Data Using SAS,Stata,LIMDEP,andSPSS*.http://www.indiana.edu/~statmath/stat/all/panel/index.html[17 Maret 2011].

Rosadi, Dedi. 2006. *Diktat Kuliah Pengantar Analisis Runtun Waktu*. Yogyakarta: FMIPA UGM.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB.

Setiawan dan Dwi Endah Kusrini. 2010. *Ekonometrika*. Yogyakarta: C.V ANDI OFFSET.

Sunariyah. 2003. *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal*. Yogyakarta: UUP AMP YKPN.

Supangat, Andi. 2008. *Statistika dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Wei, W.W.S. 1994. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods.* New York: Addison-Wesley Publishing Company.

Winarno, W.W. 2007. *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan Eviews.* Yogyakarta: UPP STIM YKPN.

LAMPIRAN 1

Output Estimasi Investasi Perusahaan Model Common Effect

Dependent Variable: Y?				
Method: Pooled Least Squares				
Date: 07/18/11 Time: 13:41				
Sample: 1945 1954				
Included observations: 10				
Total panel observations 30				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	142.5201	66.90321	2.130243	0.0421
X?	0.216744	0.152157	1.424477	0.1654
R-squared	0.067572	Mean dependent var		223.3323
Adjusted R-squared	0.034271	S.D. dependent var		197.6547
S.E. of regression	194.2383	Sum squared resid		1056398.
Log likelihood	-157.2346	F-statistic		2.029136
Durbin-Watson stat	0.124032	Prob(F-statistic)		0.165359

Data Investasi Perusahaan di Amerika Serikat

t	Y			X		
	i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3
1	93.6	258.7	39.27	319.6	213.8	92.4
2	159.9	420.3	53.46	346	232.6	86
3	147.2	420.5	55.56	456.4	264.8	111.1
4	146.3	494.5	49.56	543.4	306.9	130.6
5	98.3	406.1	32.04	618.3	351.1	141.8
6	93.5	418.8	32.24	647.4	357.8	136.7
7	135.2	588.2	54.38	671.3	341.1	129.7
8	157.3	645.2	71.78	726.1	444.2	145.5
9	179.5	641	90.08	800.3	623.6	174.8
10	189.6	459.3	68.6	888.9	669.7	213.5

Rata-rata dari y dan X masing-masing perusahaan adalah

$\bar{y}_1 = 140.04$ $\bar{X}_1 = 601.77$

$\bar{y}_2 = 475.26$ $\bar{X}_2 = 380.56$

$\bar{y}_3 = 53.697$ $\bar{X}_3 = 136.21$

LAMPIRAN 2

Tabel Bentuk Deviasi Rata-Rata

t	$y_{it} - \bar{y}_i$			$X_{it} - \bar{X}_i$		
	i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3
1	-46.44	-216.56	-15.427	-282.17	-166.76	-43.81
2	19.86	-54.96	-1.237	-255.77	-147.96	-50.21
3	7.16	-54.76	0.863	-145.37	-115.76	-25.11
4	6.26	19.24	-5.137	-58.37	-73.66	-5.61
5	-41.74	-69.16	-22.657	16.53	-29.46	5.59
6	-46.54	-56.46	-22.457	45.63	-22.76	0.49
7	-4.84	112.94	-0.317	69.53	-39.46	-6.51
8	17.26	169.94	17.083	124.33	63.64	9.29
9	39.46	165.74	35.383	198.53	243.04	38.59
10	49.56	-15.96	13.903	287.13	289.14	77.29

t	$(X_{it} - \bar{X}_i)^2$			$(X_{it} - \bar{X}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)$		
	i=1	i=2	i=3	i=1	i=2	i=3
1	79619.909	27808.9	1919.316	13103.975	36113.546	675.85687
2	65418.293	21892.16	2521.044	-5079.5922	8131.8816	62.10977
3	21132.437	13400.38	630.5121	-1040.8492	6339.0176	-21.66993
4	3407.0569	5425.796	31.4721	-365.3962	-1417.2184	28.81857
5	273.2409	867.8916	31.2481	-689.9622	2037.4536	-126.65263
6	2082.0969	518.0176	0.2401	-2123.6202	1285.0296	-11.00393
7	4834.4209	1557.092	42.3801	-336.5252	-4456.6124	2.06367
8	15457.949	4050.05	86.3041	2145.9358	10814.982	158.70107
9	39414.161	59068.44	1489.188	7833.9938	40281.45	1365.42997
10	82443.637	83601.94	5973.744	14230.163	-4614.6744	1074.56287
Jumlah = 544999.3				Jumlah = 125401.19		

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Fibriana Ratna Putri
NIM	:	07610072
Fakultas/ Jurusan	:	Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi	:	Estimasi Parameter Model Regresi Data Panel Fixed Effect dengan Metode Least Square Dummy Variable (LSDV)
Pembimbing I	:	Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II	:	Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	24 Maret 2011	Proposal	1.
2.	30 Maret 2011	Revisi Proposal	2.
3.	05 April 2011	Proposal Keagamaan	3.
4.	10 Juni 2011	Bab I dan Bab II	4.
5.	11 Juni 2011	Bab I dan Bab II Keagamaan	5.
6.	17 Juni 2011	Revisi Bab I dan Bab II	6.
7.	17 Juni 2011	Seminar 1 Bab I dan Bab II	7.
8.	01 Juli 2011	Seminar 2 Bab I dan Bab II	8.
9.	04 Juli 2011	Konsultasi Bab III	9.
10.	05 Juli 2011	Konsultasi Bab III Keagamaan	10.
11.	11 Juli 2011	Revisi Bab III	11.
12.	12 Juli 2011	Seminar Bab III	12.
13.	15 Juli 2011	Revisi Bab III Keagamaan	13.
14.	15 Juli 2011	ACC Keseluruhan	14.

Malang, 15 Juli 2011

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001