

**ALGORITMA GENETIKA DENGAN OPERATOR *PARTIALLY MAPPED
CROSSOVER* UNTUK MENYELESAIKAN OPTIMASI *VEHICLE
ROUTING PROBLEM***

SKRIPSI

Oleh:
HUDA KHOIRUSSOLEH
NIM. 09610012



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ALGORITMA GENETIKA DENGAN OPERATOR *PARTIALLY MAPPED
CROSSOVER* UNTUK MENYELESAIKAN OPTIMASI *VEHICLE
ROUTING PROBLEM***

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
HUDA KHOIRUSSOLEH
NIM. 09610012

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

**ALGORITMA GENETIKA DENGAN OPERATOR *PARTIALLY MAPPED
CROSSOVER* UNTUK MENYELESAIKAN OPTIMASI *VEHICLE
ROUTING PROBLEM***

SKRIPSI

Oleh:
HUDA KHOIRUSSOLEH
NIM. 09610012

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 14 November 2013

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004

H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**ALGORITMA GENETIKA DENGAN *OPERATOR PARTIALLY MAPPED
CROSSOVER* UNTUK MENYELESAIKAN OPTIMASI *VEHICLE
ROUTING PROBLEM***

SKRIPSI

Oleh:
HUDA KHOIRUSSOLEH
NIM. 09610012

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 26 November 2013

Penguji Utama : Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001 _____

Ketua Penguji : Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001 _____

Sekretaris Penguji : Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004 _____

Anggota Penguji : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003 _____

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Huda Khoirussoleh
NIM : 09610012
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Algoritma Genetika dengan Operator *Partially Mapped Crossover* untuk Menyelesaikan Optimasi *Vehicle Routing Problem*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa tugas akhir/skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan tugas akhir/skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 22 Januari 2014
Yang membuat pernyataan,

Huda Khoirussoleh
NIM. 09610012

MOTTO

“Segala sesuatu yang menimpa kita adalah buah
dari apa yang kita lakukan”
(Ngunduh wohing pekerti)



PERSEMBAHAN

الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ

Dengan penuh rasa syukur, karya ini penulis persembahkan kepada:

Ayahanda Suwarji, ibunda Sunarsih, & ibunda Siti Nafikah
Nur Sofiati & Khoirul Anwar

Seseorang yang selalu memberi motivasi

Semua guru-guru, terutama pembimbing yang selalu
meluangkan waktunya

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Syukur alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat dan Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan tugas akhir/skripsi yang berjudul “Algoritma Genetika dengan Operator *Partially Mapped Crossover* untuk Menyelesaikan Optimasi *Vehicle Routing Problem*” dengan baik.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu selesainya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, selaku rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Hj. Bayyinatul M., drh., M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd dan H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing tugas akhir/skripsi yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Ayah dan Ibu serta adik-adik penulis yang selalu memberikan do'a dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.
7. Teman-teman mahasiswa-mahasiswi Jurusan Matematika angkatan 2009, khususnya Nurul Hotmah terima kasih atas dukungannya serta telah memberikan kenangan dan pengalaman yang tidak terlupakan.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang ikut membantu dalam menyelesaikan tugas akhir/skripsi ini baik berupa materiil maupun moril.

Penulis berharap semoga tugas akhir/skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. Semoga Allah SWT senantiasa membalas kebaikan kita semuanya. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Januari 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Metode Penelitian	5
1.7 Sistematika Penulisan	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Graf	8
2.2 Probabilitas	9
2.3 <i>Travelling Salesman Problem</i> (TSP)	11
2.4 <i>Vehicle Routing Problem</i> (VRP)	12
2.5 Algoritma Genetika	15
2.5.1 Teknik Penyandian	17
2.5.1.1 <i>Permutation Encoding</i>	17
2.5.2 Inisialisasi Populasi	18
2.5.2.1 Random Generator	19
2.5.3 Fungsi Evaluasi	19
2.5.4 Seleksi	21
2.5.4.1 <i>Roulette Wheel Selection</i>	21
2.5.5 <i>Crossover</i>	22
2.5.5.1 <i>Partially Mapped Crossover</i> (PMX)	23
2.5.6 Proses Mutasi	24
2.5.6.1 <i>Swapping Mutation</i>	24
2.5.7 Penentuan Parameter	26

2.6 Kajian dalam Al-Qur'an	26
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Deskripsi Masalah	29
3.2 Analisis Kendala Model VRP	31
3.3 Penerapan Masalah Menggunakan Algoritma Genetika	36
3.3.1 Inisialisasi Populasi	36
3.3.2 Proses Seleksi	47
3.3.3 Proses <i>Crossover</i>	58
3.3.4 Proses Mutasi	86
3.4 Perbandingan Rute Solusi Optimal	94
3.5 Kajian Agama	96
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan.....	99
4.2 Saran.....	99
DAFTAR PUSTAKA	100
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Graf dengan 4 Titik dan 6 Sisi	8
Gambar 2.2	Graf Berarah (<i>Digraf</i>)	8
Gambar 2.3	Graf Terhubung dan Graf Tidak Terhubung	9
Gambar 2.4	Contoh Penyelesaian TSP	12
Gambar 2.5	Contoh Penyelesaian VRP	15
Gambar 2.6	Visualisasi Algoritma Genetika	17
Gambar 2.7	<i>Permutation Encoding</i>	17
Gambar 2.8	Contoh Lintasan (Rute)	19
Gambar 2.9	Contoh Probabilitas Terpilihnya suatu Kromosom dalam Roda <i>Roulette</i>	22
Gambar 2.10	Ilustrasi dari PMX	24
Gambar 3.1	Truk Pengangkut Berkapasitas 6.000 liter	30
Gambar 3.2	Ilustrasi Kendala 1 VRP	32
Gambar 3.3	Ilustrasi Kendala 2 VRP	33
Gambar 3.4	Ilustrasi Kendala 3 VRP	34
Gambar 3.5	Ilustrasi Kendala 4 VRP	34
Gambar 3.6	Ilustrasi Kendala 5 VRP	35
Gambar 3.7	Selisih	52
Gambar 3.8	Teknik <i>Roulette Wheel Selection</i>	54
Gambar 3.9	Rute Solusi Optimal	91
Gambar 3.10	Rute Kendaraan Penelitian Terdahulu	94
Gambar 3.11	Rute Solusi Optimal dan Rute Penelitian Terdahulu	96

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Distribusi dari Peubah Acak X	10
Tabel 3.1	Jarak Populasi Awal	47
Tabel 3.2	Populasi sesudah Proses Seleksi	58
Tabel 3.3	Kromosom-kromosom Pilihan Akibat Proses <i>Crossover</i>	84
Tabel 3.4	Populasi sesudah Proses <i>Crossover</i>	86
Tabel 3.5	Populasi sesudah Proses Mutasi	88
Tabel 3.6	Rute Solusi Optimal untuk Kendaraan Pertama	89
Tabel 3.7	Rute Solusi Optimal untuk Kendaraan Kedua	89
Tabel 3.8	Rute 1 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Pertama	91
Tabel 3.9	Rute 2 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Pertama	91
Tabel 3.10	Rute 1 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Kedua	92
Tabel 3.11	Rute 2 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Kedua	92
Tabel 3.12	Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Penelitian Terdahulu ..	94
Tabel 3.13	Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Penelitian Terdahulu dengan Menggunakan Data Jarak Antar Daerah Pelayanan Terbaru	95
Tabel 3.14	Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Hasil Penelitian	95

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Jarak Antar Daerah Pelayanan	103
Lampiran 2	Data Sampah yang Harus dimuat Setiap Satu Hari	104
Lampiran 3	Sepuluh Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab	105
Lampiran 4	Perhitungan Rute Proses Inisialisasi Populasi dengan Menggunakan Mapple	108
Lampiran 5	Sampah yang Dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Inisialisasi Populasi dengan Menggunakan Mapple	109
Lampiran 6	Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab	110
Lampiran 7	Perhitungan Nilai <i>Fitness</i> dengan Menggunakan Mapple	111
Lampiran 8	Perhitungan Rute Proses Seleksi dengan Menggunakan Mapple	113
Lampiran 9	Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Seleksi dengan Menggunakan Mapple	114
Lampiran 10	Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab	115
Lampiran 11	Perhitungan Rute Proses <i>Crossover</i> Pilihan dengan Menggunakan Mapple	116
Lampiran 12	Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses <i>Crossover</i> Pilihan dengan Menggunakan Mapple	120
Lampiran 13	Perhitungan Rute <i>Crossover</i> Terpilih dengan Menggunakan Mapple	124
Lampiran 14	Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab	125
Lampiran 15	Perhitungan Rute Proses Mutasi dengan Menggunakan Mapple	126
Lampiran 16	Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Mutasi dengan Menggunakan Mapple	127

ABSTRAK

Khoirussoleh, Huda. 2014. **Algoritma Genetika dengan Operator *Partially Mapped Crossover* untuk Menyelesaikan Optimasi *Vehicle Routing Problem***. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd. (II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd.

Kata kunci: Transportasi, *Vehicle Routing Problem*, Algoritma Genetika

Peningkatan efisiensi dari sistem transportasi dapat dilakukan dengan memaksimalkan utilitas dari alat transportasi yang ada. Untuk mengurangi waktu transportasi dan juga untuk meningkatkan pelayanan kepada para pelanggan, perlu dicari jalur atau rute transportasi terbaik yang dapat meminimalkan jarak dan waktu. Dalam hal ini metode yang digunakan peneliti adalah algoritma genetika dengan *partially mapped crossover*. Pemecahan permasalahan rute menggunakan algoritma genetika menghasilkan rute yang meminimalkan jarak dan mengoptimalkan proses pengangkutan dengan satu kali putaran.

Dalam penelitian ini akan dilakukan perhitungan rute terhadap lima belas daerah pelayanan untuk mendapatkan rute optimal berdasarkan lima kendala *vehicle routing problem* yang telah ditetapkan. Adapun proses algoritma genetika terhadap daerah-daerah pelayanan tersebut antara lain: proses membangkitkan populasi awal dengan menggunakan algoritma *random generator*, proses seleksi dengan menggunakan *roulette wheel selection*, proses *crossover* dengan menggunakan *partially mapped crossover*, dan proses mutasi dengan menggunakan *swapping mutation*.

Menggunakan algoritma genetika yang dipadukan dengan graf dan statistik, diperoleh visualisasi rute terpendek. Rute yang dihasilkan untuk kedua truk dapat menghemat jarak tempuh sejumlah 31,35 km dengan jumlah angkutan 9.080 liter sampah.

Untuk penelitian selanjutnya, diharapkan untuk melakukan pengembangan kasus dengan menambah batasan-batasan pada *vehicle routing problem*, sehingga dapat menjadi lebih spesifik. Kemudian dilakukan perbandingan *crossover* dalam algoritma genetika dengan *crossover* yang lain dan dilakukan dalam beberapa generasi sampai diperoleh nilai *fitness* yang tidak berubah agar mendapatkan nilai yang lebih optimal.

ABSTRACT

Khoirussoleh, Huda. 2014. **Genetic Algorithm with Partially Mapped Crossover Operators to Solve Vehicle Routing Optimization Problem**. Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology. State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd. (II) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd.

Keywords: Transportation, *Vehicle Routing Problem*, Genetic Algorithm

Increasing the efficiency of the transportation system can be done by maximizing the utility of existing transportation. To reduce transportation time and improve service to customers, is necessary to find the best path or route to minimize transport distance and time. In this case, the method used by researchers is a genetic algorithm with the *partially mapped crossover*. Solving these problems using genetic algorithm produces routes that minimize distances and optimizing processes with one round.

This study will be conducted in the calculation of the fifteen service area to obtain the optimal route based on five predefined constraints *vehicle routing problem*. The process of genetic algorithms to the areas of service include: processes generate the initial population by using algorithm *random generator*, the selection process by using the *roulette wheel selection*, the *crossover* process by using *partially mapped crossover*, and the mutation processes by using the *swapping mutation*.

Using a genetic algorithm combined with graph and statistics, obtained by visualizing the shortest route. Routes generated for two trucks managed to save 31.35 kilometres with total transport 9,080 liters of rubbish.

For further research, are expected to conduct development case by adding restrictions on the *vehicle routing problem*, so it could be more specific. Then do a comparison *crossover* in genetic algorithms with *crossover* others and performed in several generations until a *fitness* value has not changed in order to get a more optimal.

ملخص

خير الصالحي، هدى. 2014. الخوارزميات الجينية مع المعونة جزئيا كروس مشغلي لحل المركبة التوجيه الأمثل مشكلة. الأطروحة. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة الدولة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (I) أري كسومستوتي، بكالوريوس في العلوم والتكنولوجيا، ماجستير في التربية (II) الحج وحى هنكي إروان، ماجستير في التربية

الكلمات الرئيسية: وسائل النقل، المركبات التوجيه مشكلة، الخوارزميات الجينية

زيادة كفاءة نظام النقل يمكن أن يتم من خلال تعظيم المنفعة من وسائل النقل الحالية. لتقليل وقت النقل وأيضاً لتحسين الخدمة للعملاء، أمر ضروري لإيجاد أفضل مسار أو طريق لتقليل مسافة النقل والوقت. في هذه الحالة استخدم الباحثون هذه الطريقة الخوارزمية الجينية مع كروس تعيين جزئياً. حل هذه المشاكل باستخدام الخوارزمية الجينية تنتج الطرق التي تقلل من المسافات ووسائل نقل والعمليات الأمثل مع جولة واحدة. وستجرى هذه الدراسة في حساب خمسة عشر منطقة الخدمة للحصول على المسار الأمثل يعتمد على خمس عربات القيد مشكلة التوجيه التي تم تعيينها. عملية الخوارزميات الجينية لمجالات الخدمة وتشمل: عمليات توليد السكان الأولي باستخدام خوارزمية عشوائية مولد، وعملية الاختيار باستخدام التحديد عجلة الروليت، وعملية باستخدام المعين جزئياً كروس كروس، والعمليات طفرة عن طريق مبادلة الطفرة. باستخدام الخوارزمية الجينية جنباً إلى جنب مع الرسم البياني والإحصاءات، التي تم الحصول عليها من خلال وضع تصور أقصر الطرق. ولدت لشاحنة عدد الثاني يمكن أن تنقذ بعض مبلغ 31.35 كيلومتر مع 9,080 لتراً من نقل القمامة. لمزيد من البحث، ومن المتوقع أن تجري حالة التطور بإضافة قيود على مشكلة توجيه السيارة، لذلك يمكن أن يكون أكثر تحديداً. ثم لا تقاطع المقارنة في الخوارزميات الجينية مع عبور الآخرين، والتي أجريت في عدة أجيال حتى لم تتغير قيمة اللياقة البدنية من أجل الحصول على مزيد من الأمثل.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pelayanan pelanggan merupakan suatu aspek penting dalam suatu bisnis. Ketepatan waktu pelayanan menyumbang satu hingga dua pertiga bagian dari kenyamanan pelanggan, sehingga peningkatan efisiensi dengan cara memaksimalkan penggunaan transportasi menjadi pusat perhatian utama dalam logistik. Menentukan rute optimal dapat mengurangi jarak dan waktu dalam transportasi.

Peningkatan efisiensi dari sistem transportasi dapat dilakukan dengan memaksimalkan utilitas dari alat transportasi yang ada. Untuk mengurangi waktu transportasi dan juga untuk meningkatkan pelayanan kepada para pelanggan, perlu dicari jalur atau rute transportasi terbaik yang dapat meminimalkan jarak dan waktu. Permasalahan yang bertujuan untuk membuat suatu rute yang optimal untuk sekelompok kendaraan agar dapat melayani sejumlah pelanggan disebut sebagai *Vehicle Routing Problem* (VRP).

VRP pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959. Secara umum, VRP dapat digambarkan sebagai permasalahan dalam mendesain rute dari satu depot ke sekumpulan titik (daerah, konsumen, dll) yang tersebar. Rute tersebut harus dibuat sedemikian rupa sehingga setiap titik dikunjungi oleh tepat satu kendaraan, dan semua rute berawal dan berakhir di

depot, serta total permintaan dari semua titik dalam suatu rute tidak boleh melebihi kapasitas dari kendaraan (Raditya, 2009:3).

Berbagai macam pendekatan digunakan untuk memecahkan VRP. VRP tidak mudah diselesaikan dengan persamaan matematis sehingga dalam hal ini digunakan metode heuristik sebagai solusi pemecahan VRP. Salah satunya adalah dengan menggunakan metode algoritma genetika. Algoritma genetika adalah suatu algoritma atau prosedur penelusuran yang berdasarkan pada mekanisme dari *natural selection* dan *natural genetics* yang dapat digunakan untuk memecahkan *combinatorial optimization problems* yang sulit. Algoritma genetika ini diperkenalkan oleh John Holland dan para peneliti dari Universitas Michigan pada tahun 1979.

Terdapat tiga komponen penting dalam algoritma genetika yaitu: dua operator (*crossover* dan mutasi), dan satu operasi evaluasi (seleksi). Karena operator *crossover* memainkan peranan penting dalam algoritma genetika, maka banyak operator *crossover* yang telah ditemukan. *Crossover* yang tertua adalah *Partially Mapped Crossover* (PMX) disebut juga *Partially Matched Crossover* yang ditemukan oleh Goldberg dan Lingle pada tahun 1985. Operator *crossover* tersebut mampu menemukan solusi optimal untuk menyelesaikan 33 titik pada masalah *Travelling Salesman Problem* (Ahmed, 2010:97).

Pada penelitian terdahulu Salipadang (2011), membahas masalah VRP dengan mengambil studi kasus pengangkutan sampah di daerah Makassar dengan menggunakan metode algoritma *savings*. Sedangkan dalam penelitian ini, penulis menyelesaikan masalah pengangkutan sampah di daerah Makassar tersebut

menggunakan algoritma genetika. Sehingga, akan diperoleh hasil yang berbeda dan lebih optimal. Selain itu, dalam penelitian ini penulis juga menambahkan kajian matematika yaitu graf dan statistik untuk memperjelas pengerjaan kasus VRP menggunakan algoritma genetika dengan *Partially Mapped Crossover*.

Metode untuk menyelesaikan suatu masalah telah banyak diterapkan pada kehidupan manusia, begitu pula Allah SWT terhadap ciptaan-Nya seperti halnya pada firman Allah SWT dalam QS. Ar-Rum ayat 8:

أَوَلَمْ يَتَفَكَّرُوا فِي أَنفُسِهِمْ ۗ مَا خَلَقَ اللَّهُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَا إِلَّا بِالْحَقِّ
وَأَجَلٍ مُّسَمًّى ۗ وَإِنَّ كَثِيرًا مِّنَ النَّاسِ بِلِقَائِ رَبِّهِمْ لَكٰفِرُونَ ﴿٨﴾

Artinya: "Dan mengapa mereka tidak memikirkan tentang (kejadian) diri mereka? Allah tidak menjadikan langit dan bumi dan apa yang ada diantara keduanya melainkan dengan (tujuan) yang benar dan waktu yang ditentukan. Dan sesungguhnya kebanyakan di antara manusia benar-benar ingkar akan pertemuan dengan Tuhannya."

Ayat di atas bermakna apakah mereka tidak berfikir tentang diri mereka. Misalnya, suatu ketika pernah mereka tidak berada di bumi ini lalu wujud, ini pasti ada yang mewujudkan mereka. Apakah mereka tidak berfikir tentang anatomi tubuh serta jiwa dan pikiran mereka yang demikian serasi, dan lain sebagainya, karena sungguh banyak yang dapat dipikirkan manusia tentang dirinya.

Sangatlah banyak hal-hal yang membuktikan bahwasanya sesuatu yang ada di bumi pasti ada penciptanya, dan semua yang tercipta mempunyai langkah-langkah pembuatan yang benar dan runtut. Dengan demikian, Al-Qur'an diturunkan secara berangsur-angsur dengan adanya maksud dan tujuan yang jelas. Hal tersebut dapat meyakinkan bahwa Al-Qur'an dapat memecahkan suatu

masalah yang ada di bumi ini dengan adanya penurunannya yang tidak secara sekaligus dan dengan cara-cara yang telah Allah tentukan, karena setiap penurunannya pasti mempunyai tujuan yang benar dalam menyelesaikan suatu masalah pada ciptaan-Nya.

Dari paparan di atas, maka penulis ingin menganalisis permasalahan tersebut dalam skripsi ini dengan judul “Algoritma Genetika dengan Operator *Partially Mapped Crossover* untuk Menyelesaikan Optimasi *Vehicle Routing Problem*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah yang diberikan dalam penelitian ini adalah bagaimana penerapan algoritma genetika dengan operator *Partially Mapped Crossover* pada kasus optimasi *Vehicle Routing Problem* secara matematis?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menganalisis penerapan algoritma genetika dengan operator *Partially Mapped Crossover* pada kasus optimasi *Vehicle Routing Problem* secara matematis.

1.4 Batasan Masalah

Sesuai rumusan masalah dan tujuan penelitian, serta agar pembahasan lebih fokus, maka penulis membuat beberapa batasan yaitu:

1. Daerah-daerah yang akan dilewati berada di Kecamatan Mamajang, Makassar (menggunakan data penelitian Salipadang, 2011).
2. Dalam *Vehicle Routing Problem* hal utama yang ingin didapat adalah memperoleh rute perjalanan yang paling pendek.
3. Asumsi perjalanan tidak macet.
4. Jumlah daerah pelayanan maksimal adalah 15 daerah.
5. Terdapat 1 depot sebagai pusat.
6. Depot tidak termasuk daerah pelayanan.
7. Setiap kendaraan mempunyai beban maksimal yang dapat diangkut.
8. Terdapat 2 kendaraan yang tersedia.
9. Permintaan pelanggan telah diketahui sebelumnya (statis).
10. Biaya apapun tidak termasuk dalam perhitungan.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Dapat memahami konsep dasar graf, algoritma genetika, dan *Vehicle Routing Problem*.
2. Dapat menyelesaikan *Vehicle Routing Problem* dengan algoritma genetika, khususnya menggunakan operator *Partially Mapped Crossover*.
3. Dapat digunakan sebagai pembandingan antara metode-metode yang digunakan dalam menyelesaikan *Vehicle Routing Problem*.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode kajian pustaka (*library research*). Untuk menganalisis *Vehicle Routing Problem* menggunakan

algoritma genetika dengan operator *Partially Mapped Crossover*, digunakan data daerah pelayanan dan permintaan menggunakan data *sekunder* dari penelitian Salipadang (2011).

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan *Vehicle Routing Problem* menggunakan algoritma genetika dengan operator *Partially Mapped Crossover* dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan masalah yang akan dibahas dan simbol-simbol yang akan digunakan.
2. Menganalisis kendala model *Vehicle Routing Problem*.
3. Melakukan proses algoritma genetika terhadap data yang didapatkan, yaitu: menggunakan algoritma *random generator* (membangkitkan populasi awal), proses seleksi dengan *roulette wheel selection* (terdapat proses evaluasi), proses *crossover* dengan *Partially Mapped Crossover*, dan proses mutasi dengan *swapping mutation*.
4. Kromosom yang memenuhi kendala-kendala pada *Vehicle Routing Problem* adalah solusi dari permasalahan ini.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami penulisan ini secara keseluruhan, maka penulis menggambarkan sistematika penulisannya sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Memaparkan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Menyajikan konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung dalam skripsi ini yaitu graf, probabilitas, *Travelling Salesman Problem* (TSP), *Vehicle Routing Problem* (VRP), algoritma genetika, *Partially Mapped Crossover* (PMX), dan kajian agama.

Bab III Pembahasan

Menganalisis dan membahas bagaimana penyelesaian kendala-kendala pada *Vehicle Routing Problem* dalam matematika menggunakan algoritma genetika dengan operator *Partially Mapped Crossover* (PMX).

Bab IV Penutup

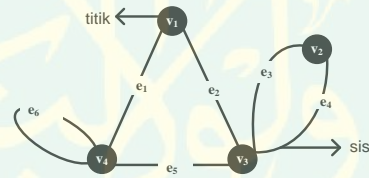
Memaparkan hasil dari pembahasan berupa kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

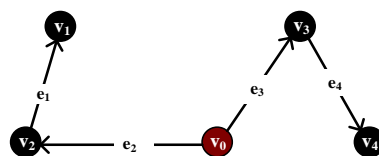
2.1 Graf

Suatu graf G terdiri dari suatu himpunan titik-titik (V) dan suatu himpunan sisi-sisi sedemikian sehingga untuk setiap sisi $e \in E$ dikaitkan dengan satu titik yang tidak terurut. Jika ada suatu sisi tunggal yang dikaitkan dengan titik v dan w , dituliskan $e = (v, w)$ atau $e = (w, v)$. Pada konteks ini, (v, w) dinotasikan sebagai sisi antara v dan w pada graf tidak berarah dan bukan pasangan berurutan (Hardianti, 2013:7-8).



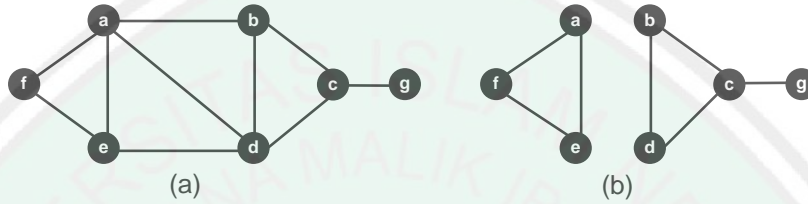
Gambar 2.1: Contoh Graf dengan 4 Titik dan 6 Sisi

Suatu graf berarah (*directed graph*) atau *digraf* G terdiri dari suatu himpunan titik-titik (V) dan suatu himpunan sisi-sisi berarah (E) sedemikian sehingga tiap-tiap sisi berarah $e \in E$ dikaitkan dengan suatu titik-titik yang berurutan. Jika ada suatu sisi tunggal yang dikaitkan dengan titik v dan w , dituliskan $e = (v, w)$ yang menotasikan satu sisi dari v ke w (Hardianti, 2013:8).



Gambar 2.2: Graf Berarah (*Digraf*)

Suatu graf G dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap titik v dan w di G terdapat lintasan $v-w$ di G . Sebaliknya, jika ada dua titik v dan w di G , tetapi tidak ada lintasan $v-w$ di G , maka G dikatakan tak terhubung (*disconnected*) (Abdussakir, *dkk.*, 2009:55-56).



Gambar 2.3: (a) Graf Terhubung, (b) Graf Tak Terhubung

2.2 Probabilitas

Probabilitas merupakan alat pengukur ketidakpastian suatu kejadian. Dengan kata lain, probabilitas adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa di antara kejadian seluruhnya yang mungkin terjadi (Danapriatna & Setiawan, 2005:51).

Menurut Danapriatna & Setiawan (2005), bila suatu percobaan mempunyai N hasil percobaan yang berbeda (banyaknya ruang contoh = $n(S)$) dan n adalah banyaknya kejadian A maka peluang kejadian A adalah sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{n}{N} \text{ atau } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Menurut Lipschutz *dkk.* (1988), misalkan S^* ruang probabilitas berhingga. Berdasarkan n buah percobaan bebas atau percobaan-percobaan berulang, terbentuklah ruang probabilitas S yang memuat unsur-unsur berbentuk pasangan terurut n obyek pada S^* , yang memenuhi kemungkinan pasangan terurut n obyek tersebut sama dengan hasil kali probabilitas komponen-komponennya:

$$P((x_1, x_2, \dots, x_n)) = P(x_1)P(x_2) \dots P(x_n)$$

Peubah acak X adalah fungsi dari suatu ruang sampel S ke bilangan riil. Misalkan R_x menunjukkan jangkauan suatu peubah acak $X : R_x = X(S)$. selanjutnya R_x disebut sebagai ruang hasil.

Misalkan $R_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ merupakan ruang hasil dari peubah acak X yang didefinisikan pada suatu ruang sampel berhingga S . Maka menginduksi suatu pengaitan probabilitas pada ruang hasil sebagai berikut:

$$p_i = P(x_i) = \text{jumlah probabilitas unsur-unsur di } S \text{ yang prapetanya } x_i$$

fungsi pengaitan p_i ke x_i , atau pasangan terurut $(x_1, p_1), \dots, (x_n, p_n)$ yang biasa diberikan oleh tabel berikut:

Tabel 2.1: Distribusi dari Peubah Acak X

x_1	x_2	...	x_n
p_1	p_2	...	p_n

Menurut Setyaningsih & Murtiyasa (2010), andaikan X adalah variabel acak diskrit, fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak X , atau fungsi distribusi variabel acak X , didefinisikan dengan:

$$q_i = P(X \leq x_i)$$

dimana x sebarang bilangan real, atau $-\infty \leq x \leq \infty$. Sehingga apabila ruang hasil

$R_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, maka fungsi distributif dari X adalah:

$$q_i = \begin{cases} 0 & \text{untuk } -\infty \leq x \leq x_1 \\ p_1 & \text{untuk } x_1 \leq x \leq x_2 \\ p_1 + p_2 & \text{untuk } x_2 \leq x \leq x_3 \\ \text{M} & \text{M} \\ p_1 + p_2 + \dots + p_n & \text{untuk } x_n \leq x \leq \infty \end{cases}$$

Jika X adalah variabel acak kontinyu, maka fungsi distribusi kumulatif atau fungsi distribusi $F(x)$ didefinisikan dengan:

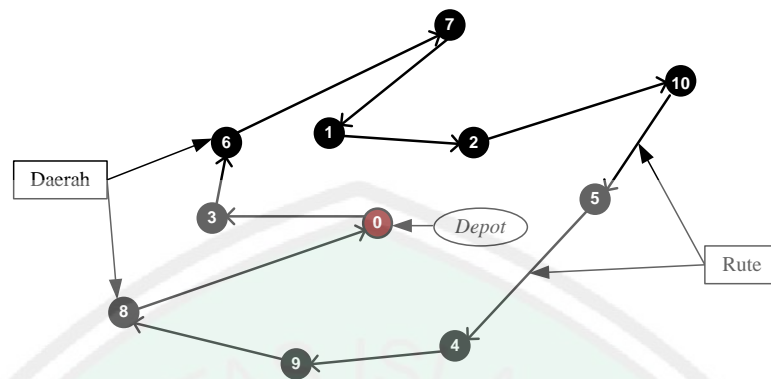
$$F(x) = P(X \leq x) = P(-\infty < X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(s) ds$$

untuk $-\infty \leq x \leq \infty$, dan dimana $f(s)$ adalah nilai fungsi densitas $f(x)$ pada $x = s$.

2.3 Travelling Salesman Problem (TSP)

Gutin & Punnen (2004) mendefinisikan permasalahan TSP (*Travelling Saleman Problem*) adalah suatu permasalahan untuk menemukan lintasan dari seorang *salesman* yang berawal dari daerah asal, mengunjungi sekumpulan daerah dan kembali lagi ke daerah asal untuk setiap daerah yang dilewati tepat hanya satu kali dan total jarak yang ditempuh adalah minimum.

Menurut Garfinkel dan Nemhauser (1972), secara matematis TSP dapat dinyatakan sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = \{0, 1, \dots, n\}$ menyatakan himpunan titik yang menunjukkan lokasi daerah dan $A = \{(i, j) \mid i, j \in V, i \neq j\}$ merupakan himpunan sisi yang menyatakan jalan penghubung tiap daerah. Titik 0 menyatakan daerah asal (depot) yang merupakan tempat seorang *salesman* memulai perjalanan.



Gambar 2.4: Contoh Penyelesaian TSP

Gambar di atas menunjukkan suatu solusi dengan seorang *salesman* yang beroperasi menuju daerah yang telah dijadwalkan dari daerah asal dan berakhir di daerah asal pula. Rute yang telah ditentukan tidak terdapat *subroute* dan tidak terdapat perulangan daerah tujuan di dalamnya.

2.4 Vehicle Routing Problem (VRP)

Kallehauge *dkk.* (2001) mendefinisikan permasalahan *m*-TSP (*Multiple Salesman Problem*) sebagai salah satu variasi dari TSP, dimana terdapat *m*-*salesman* mengunjungi sejumlah kota dan tiap kota hanya dapat dikunjungi oleh satu *salesman* saja. Tiap *salesman* berawal dari depot dan pada akhir perjalanannya juga harus kembali ke depot tersebut.

m-TSP sering disebut sebagai *Vehicle Routing Problem* (VRP), dimana terdapat sejumlah pelanggan yang memiliki permintaan dan setiap kendaraan yang digunakan untuk beroperasi mempunyai kapasitas tertentu. Total jumlah permintaan dalam satu rute tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan yang beroperasi di daerah tersebut. Sama halnya dengan TSP, dalam VRP juga terdapat

satu depot, setiap pelanggan hanya boleh dilayani satu kali oleh satu kendaraan, dan setiap kendaraan yang beroperasi harus berawal dan berakhir di depot.

Perbedaan *m*-TSP dengan VRP terletak pada apa atau siapa yang mengunjungi suatu daerah tertentu. Pada *m*-TSP yang mengunjungi setiap daerah tertentu adalah *salesman*, sedangkan dalam VRP adalah kendaraan yang memiliki kapasitas tertentu. Selain bertujuan untuk meminimalkan total jarak atau total biaya perjalanan, VRP juga dapat untuk menentukan jumlah kendaraan yang akan digunakan.

VRP juga dapat dilihat sebagai kombinasi dari dua permasalahan, yaitu *Bin Packing Problem* (BPP) dan *Travelling Salesman Problem* (TSP). BPP dapat dideskripsikan sebagai berikut: “diberikan sejumlah angka yang melambangkan ukuran dari sejumlah item, dan konstanta *K* yang melambangkan kapasitas dari *bin*. Berapa jumlah *bin* minimum yang diperlukan? Tentu saja satu item hanya dapat berada dalam satu *bin* saja, dan total kapasitas item pada setiap *bin* tidak boleh melebihi kapasitas dari *bin* tersebut.” Disamping itu, TSP adalah suatu permasalahan tentang seorang *salesman* yang ingin mengunjungi sejumlah kota. Dia harus mengunjungi tiap kota sekali saja, dimulai dan diakhiri dari kota awal. Inti permasalahan adalah untuk menemukan jalur terpendek melalui semua kota yang ada. Hubungan keduanya dengan VRP adalah, *vehicle* dapat dihubungkan dengan *customer* menggunakan BPP, dan urutan kunjungan *vehicle* terhadap tiap *customer* diselesaikan menggunakan TSP (Hendrawan, 2007:7-8).

Menurut Toth dan Vigo (2002), formulasi masalah VRP dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk} \quad (2.1)$$

Dengan kendala:

$$1. \sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2.2)$$

$$2. \sum_{k=1}^K y_{0k} = K \quad (2.3)$$

$$3. \sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \forall i \in V, k = 1, 2, \dots, K \quad (2.4)$$

$$4. \sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C_k, \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (2.5)$$

$$5. \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, |S| \geq 2, k = 1, 2, \dots, K \quad (2.6)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \forall i \in V, k = 1, 2, \dots, K \quad (2.7)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V, k = 1, 2, \dots, K \quad (2.8)$$

Dengan ketentuan:

V = himpunan daerah

A = himpunan sisi berarah, $\{(i, j) \mid i, j \in V, i \neq j\}$

c_{ij} = jarak perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j

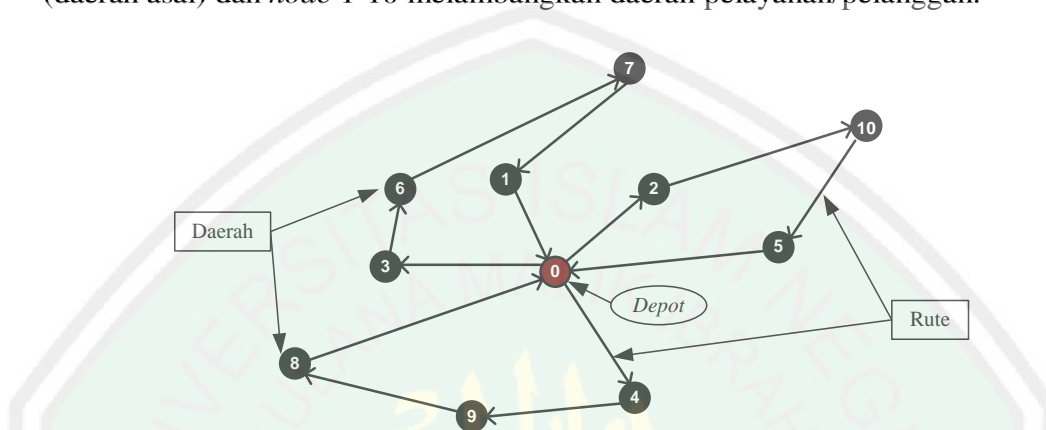
d_i = jumlah permintaan pelanggan i

C_k = kapasitas kendaraan ke- k

K = banyaknya kendaraan yang tersedia

x_{ijk} = muatan kendaraan ke- k pada saat mengunjungi pelanggan ke- j dari pelanggan ke- i

Gambar 2.5 menunjukkan contoh solusi rute dari suatu permasalahan VRP dalam bentuk graf. Pada gambar di bawah ini, *node* 0 melambangkan depot (daerah asal) dan *node* 1-10 melambangkan daerah pelayanan/pelanggan.



Gambar 2.5: Contoh Penyelesaian VRP

Gambar di atas menunjukkan suatu solusi dengan beberapa kendaraan yang beroperasi menuju daerah yang telah dijadwalkan dari daerah asal dan berakhir di daerah asal pula. Rute yang telah ditentukan tidak terdapat *subroute* dan tidak terdapat perulangan daerah tujuan di dalamnya. Pada rute tersebut menggunakan beberapa kendaraan yang beroperasi karena terdapat batas maksimal angkut kendaraan yang tidak dapat mengangkut permintaan pelanggan sekaligus dalam satu putaran.

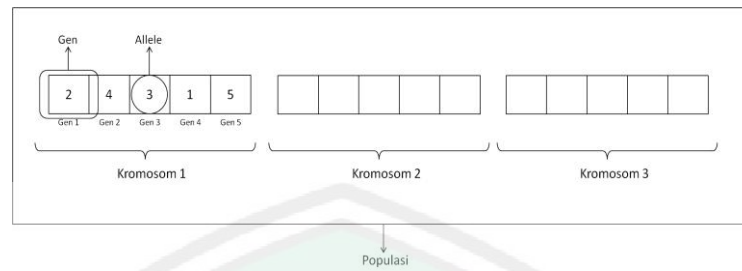
2.5 Algoritma Genetika

Menurut Sutojo *dkk.* (2011), algoritma genetika adalah teknik pencarian heuristik yang didasarkan pada gagasan evolusi seleksi alam dan genetik. Algoritma genetika pertama kali ditemukan di Universitas Michigan, Amerika Serikat, oleh John Holland pada tahun 1975 melalui suatu penelitian dan baru didemonstrasikan kemudian (pada tahun yang sama) oleh De Jong, dan kemudian

dipopulerkan oleh salah satu muridnya, David Golberg pada tahun 1989. Konsep dasar algoritma genetika sebenarnya dirancang untuk mensimulasikan proses-proses dalam sistem alam yang diperlukan untuk evolusi.

Pada algoritma genetika, teknik pencarian dilakukan sekaligus atas sejumlah solusi yang mungkin dikenal dengan istilah populasi. Individu yang terdapat dalam satu populasi disebut dengan istilah kromosom. Kromosom ini merupakan suatu solusi yang masih berbentuk simbol. Populasi awal dibangun secara acak, sedangkan populasi berikutnya merupakan hasil evolusi kromosom-kromosom melalui iterasi yang disebut dengan istilah generasi. Pada setiap generasi, kromosom akan melalui proses evaluasi dengan menggunakan alat ukur yang disebut sebagai fungsi *fitness*. Nilai *fitness* dari suatu kromosom akan menunjukkan kualitas kromosom dalam populasi tersebut (Hardianti, 2013:14).

Generasi berikutnya disebut dengan istilah anak (*offspring*) yang terbentuk dari gabungan 2 kromosom generasi sekarang yang bertindak sebagai induk (*parent*) dengan menggunakan operator *crossover*. Selain operator *crossover* suatu kromosom dapat juga dimodifikasi dengan operator mutasi. Populasi generasi yang baru dibentuk dengan cara menyeleksi nilai *fitness* dari kromosom induk dan nilai *fitness* dan kromosom anak, serta menolak kromosom-kromosom yang lainnya sehingga ukuran populasi (jumlah kromosom dalam suatu populasi) konstan. Setelah melalui beberapa generasi, maka algoritma ini akan konvergen ke kromosom terbaik (Hardianti, 2013:15).



Gambar 2.6: Visualisasi Algoritma Genetika

Menurut Kusumadewi & Purnomo (2005), terdapat 6 komponen utama dalam algoritma genetika, yaitu teknik penyandian, prosedur inialisasi, seleksi, fungsi evaluasi, dua operator genetika (*crossover* dan mutasi), dan penentuan parameter.

2.5.1 Teknik Penyandian

Teknik penyandian disini meliputi penyandian gen dan kromosom, gen merupakan bagian dari kromosom, satu gen biasanya akan mewakili satu variabel (Kusumadewi & Purnomo, 2005:232).

Beragam-macam teknik penyandian yang dapat dilakukan dalam algoritma genetika antara lain: *binary encoding*, *permutation encoding*, *value encoding*, dan *tree encoding*.

2.5.1.1 *Permutation Encoding*

Untuk jenis *permutation encoding* ini digunakan untuk permasalahan proses pengurutan (Anonim, 2008). Pada *permutation encoding*, setiap gen pada kromosom berupa angka dimana dapat ditampilkan seperti gambar di bawah ini:

Kromosom A	1 5 3 1 6 4 8 9 8
Kromosom B	8 5 6 7 2 3 1 4 9

Gambar 2.7: *Permutation Encoding*

Gambar 2.7 menjelaskan bahwa kromosom A mempunyai lintasan perjalanan yang dimulai dari daerah 1 dan berakhir pula di daerah 1. Demikian pula untuk kromosom B yang berawal dari daerah 8 dan berakhir pula di daerah 8.

Lain halnya dengan pendapat Toth dan Vigo (2002), gambar 2.7 menjelaskan bahwa kromosom A mempunyai lintasan perjalanan yang dimulai dari daerah 1 namun tidak kembali lagi ke daerah 1 dan kromosom B yang berawal dari daerah 8 juga tidak kembali lagi ke daerah 8. Sehingga perjalanan kembali ke titik awal (depot) tidak diperhitungkan.

2.5.2 Inisialisasi Populasi

Proses pencarian solusi yang optimal dengan algoritma genetika tidak dimulai dari suatu nilai awal melainkan dari sekumpulan nilai awal yang disebut populasi. Populasi awal sebagai daerah awal pencarian solusi optimal dilakukan secara acak. Pada kebanyakan algoritma genetika, panjang kromosom akan disesuaikan dengan banyaknya variabel dalam fungsi objektif yang akan dioptimasi (Berlianti & Arifin, 2010:112).

Ukuran populasi tergantung pada masalah yang akan dipecahkan dan jenis operator genetika yang akan diimplementasikan. Setelah ukuran populasi ditentukan, kemudian harus dilakukan inisialisasi terhadap kromosom yang terdapat pada populasi tersebut. Inisialisai kromosom dilakukan secara acak, namun demikian harus tetap memperhatikan domain solusi dan kendala permasalahan yang ada (Kusumadewi & Purnomo, 2005:233).

Teknik dalam pembangkitan populasi awal dalam VRP terdapat beberapa cara, salah satunya adalah menggunakan teknik *random generator*.

2.3.2.1 *Random Generator*

Menurut Irawati (2010), inti dari *random generator* adalah melibatkan pembangkitan bilangan *random* untuk nilai setiap gen sesuai gen dengan representasi kromosom yang digunakan. Contoh penggunaan *random generator* dalam representasi permutasi adalah pada saat dibangkitkan populasi awal untuk penyelesaian permasalahan VRP. Sebagai contoh, suatu kromosom untuk lima daerah dapat direpresentasikan:

[0.1576 0.9706 0.9572 0.4854 0.8003]

dimana posisi i dalam *list* menunjukkan daerah i . Nilai acak dalam posisi i menentukan urutan didatanginya daerah i dalam lintasan TSP. Dengan kunci-kunci *random* di atas, dapat ditentukan bahwa nilai 0.1576 adalah yang terkecil, sehingga daerah ke-1 menempati urutan pertama. 0.4854 adalah nilai terkecil kedua, sehingga daerah ke-4 menempati urutan kedua, sampai dengan nilai 0.8003 menempati urutan ketiga. Sehingga dengan demikian, dari kunci-kunci *random* di atas diperoleh lintasan:

1→4→5→3→2

Gambar 2.8: Contoh Lintasan (Route)

2.5.3 Fungsi Evaluasi

Setelah populasi awal telah terbentuk, maka langkah selanjutnya adalah mengevaluasi populasi tersebut dengan suatu nilai *fitness* (ketahanan). Nilai *fitness* menyatakan seberapa baik nilai dari suatu kromosom (individu) atau solusi yang didapat. Pada evolusi alam, individu yang bernilai *fitness* tinggi yang akan

bertahan hidup, sementara individu bernilai *fitness* rendah tidak akan bertahan (Sukatun, 2011:24).

Menurut Sarwadi & Anjar (2004), fungsi evaluasi nilai *fitness* mempunyai tahap-tahap perhitungan sebagai berikut:

1. Mencari jarak tempuh tiap rute (Z_i), $\forall i = 1, 2, 3, \dots, n$
2. Mencari total jarak dari seluruh rute $\sum_{i=1}^n Z_i = Z_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$
3. Mencari nilai *fitness* tiap rute (f_i)

$$f_i = \frac{Z_k}{Z_i}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

4. Mencari total *fitness* $\left(\sum_{i=1}^n f_i \right) = f_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$.
5. Mencari probabilitas masing-masing kromosom (p_i).

$$p_i = \frac{f_i}{f_k}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

6. Mencari probabilitas kumulatif tiap kromosom (q_i).

$$q_i = \sum_{k=1}^i p_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Selanjutnya pemilihan suatu rute yang menghasilkan populasi berikutnya dilakukan dengan cara mengambil sebanyak n bilangan *random* r dengan $0 < r < 1$ dan membandingkan bilangan *random* tersebut dengan probabilitas kumulatif *fitness* tiap rute (Sarwadi & Anjar, 2004).

2.5.4 Seleksi

Seleksi bertujuan memberikan kesempatan reproduksi yang lebih besar bagi anggota populasi yang paling fit. Langkah pertama dalam seleksi ini adalah pencarian nilai *fitness*. Masing-masing individu dalam suatu wadah seleksi akan menerima probabilitas reproduksi yang tergantung pada nilai objektif dirinya sendiri terhadap nilai objektif dari semua individu dalam wadah seleksi tersebut. Nilai *fitness* inilah yang nantinya akan digunakan pada tahap-tahap seleksi berikutnya (Kusumadewi & Purnomo, 2005:235).

Proses seleksi menurut Lukas *dkk.* (2005), digunakan agar kromosom-kromosom yang berkualitas saja yang dapat melanjutkan peranannya dalam proses algoritma genetika berikutnya.

Terdapat banyak teknik yang dapat digunakan pada proses seleksi ini, di antaranya adalah *proportionate selection*, *roulette wheel selection*, *fitness scalling technique*, *tournament elitist model*, dan *ranking methods* (Berlianty & Arifin, 2010:113).

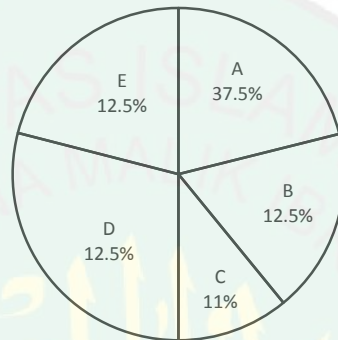
2.5.4.1 *Roulette Wheel Selection*

Roulette wheel selection merupakan teknik seleksi yang paling sederhana serta paling banyak digunakan, dan biasa disebut dengan nama *stochastic sampling with replacement*.

Menurut Berlianty & Arifin (2010), proses seleksi dimulai dengan memutar *roulette* sejumlah populasi masing-masing waktu, dari sini memilih satu kromosom dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah 1 dibuat suatu angka *random r* pada kisaran (0.1)

Langkah 2 jika $r < q$ untuk setiap r dan $q = 1, 2, 3, \dots, n$, kemudian pilih kromosom ke- k sebagai *parent* dengan syarat $q_{k-1} < r < q_k$. Dengan kata lain, jika r berada di dalam q maka kromosom ke- k digantikan kromosom ke- q .



Gambar 2.9: Contoh Probabilitas Terpilihnya suatu Kromosom dalam Roda *Roulette*

Untuk mempertahankan jumlah kromosom tetap pada satu generasi, maka perlu dibangkitkan kromosom baru yang merupakan hasil penyilangan dari kromosom yang hidup. Untuk itu selanjutnya dilakukan proses *crossover*.

2.5.5 Crossover

Proses *crossover* menurut Lukas *dkk.* (2005) adalah menyilangkan dua kromosom sehingga membentuk kromosom baru yang harapannya lebih baik dari pada yang disilangkan. Tidak semua kromosom pada suatu populasi akan mengalami proses ini, melainkan didasarkan pada probabilitas *crossover* yang telah ditentukan terlebih dahulu.

Suatu individu yang mengarah pada solusi optimal dapat diperoleh melalui proses *crossover*, dengan catatan bahwa *crossover* hanya dapat dilakukan jika suatu bilangan *random* r dalam interval $[0, 1]$ yang dibangkitkan nilainya lebih

kecil dari probabilitas tertentu (p_c), dengan kata lain: $r < p_c$. Biasanya nilai (p_c) diberikan mendekati 1 (Sutojo *dkk.*, 2011:418).

Ada beberapa teknik *crossover* yang dapat digunakan untuk menyelesaikan VRP, salah satunya adalah menggunakan *Partially Mapped Crossover* (PMX).

2.5.5.1 *Partially Mapped Crossover* (PMX)

Partially Mapped Crossover (PMX) diciptakan oleh Golberg dan Lingle pada tahun 1985. Prosedur dalam menggunakan PMX adalah sebagai berikut: pertama tentukan dua posisi pada kromosom dengan aturan acak, *substring* yang berada dalam dua posisi ini dinamakan daerah pemetaan, kemudian tukar *substring* antar induk untuk menghasilkan keturunan, lalu tentukan hubungan *mapping* di antara dua daerah pemetaan, dan yang terakhir tentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping* (Coley, 1999:63).

Contoh proses PMX menurut Irawati (2010) adalah sebagai berikut:

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent 1</i>	8	4	3	6	1	5	7	2
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	---

<i>parent 2</i>	4	7	5	3	8	1	2	6
-----------------	---	---	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*. Sehingga *substring* pada *parent1* berganti menjadi *substring parent2*, dan sebaliknya.

<i>proto-child 1</i>			5	3	8			
			↓	↓	↓			
<i>proto-child 2</i>			3	6	1			

3. Menentukan hubungan *mapping*. Sehingga pemetaan yang terjadi adalah: $5 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 6$ dan $8 \leftrightarrow 1$. Tanda panah menunjukkan pemetaan yang terjadi, misalnya $8 \leftrightarrow 1$ maka 8 dapat dipetakan ke 1 dan sebaliknya 1 juga dapat dipetakan ke 8.
4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring 1</i>	1	4	5	3	8	6	7	2
<i>offspring 2</i>	4	7	3	6	1	8	2	5

Gambar 2.10: Ilustrasi dari PMX

2.5.6 Mutasi

Menurut Lukas *dkk.* (2005), proses mutasi dilakukan dengan cara memilih kromosom yang akan dimutasi secara acak kemudian menentukan titik mutasi pada kromosom tersebut secara acak pula. Banyaknya kromosom yang akan mengalami mutasi dihitung berdasarkan probabilitas mutasi yang telah ditentukan terlebih dahulu. Apabila probabilitas mutasi adalah 100% maka semua kromosom yang ada pada populasi tersebut akan mengalami mutasi. Sebaliknya, jika probabilitas mutasi yang digunakan adalah 0% maka tidak ada kromosom yang mengalami mutasi pada populasi tersebut.

Ada beberapa teknik mutasi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan VRP, salah satunya adalah menggunakan teknik *swapping mutation*.

2.5.6.1 *Swapping Mutation*

Pada teknik ini, proses mutasi dilakukan dengan cara menukar gen yang dipilih secara acak dengan gen sesudahnya. Jika gen tersebut berada di akhir kromosom, maka ditukar dengan gen yang pertama.

Langkah pertama yang harus dilakukan menurut Fitrah *dkk.* (2006) adalah menghitung panjang total gen yang ada dalam satu populasi.

$$\text{panjang total gen} = \text{jumlah gen dalam satu kromosom} \times \text{jumlah kromosom}$$

Misalkan ada lima kromosom sebagai berikut:

$$\text{Kromosom 1} = (1, 2, 3, 4)$$

$$\text{Kromosom 2} = (1, 3, 2, 4)$$

$$\text{Kromosom 3} = (2, 1, 3, 4)$$

$$\text{Kromosom 4} = (4, 2, 1, 3)$$

$$\text{Kromosom 5} = (1, 4, 3, 2)$$

Maka panjang total gen adalah $4 \times 5 = 20$.

Untuk memilih posisi gen yang mengalami mutasi dilakukan dengan membangkitkan bilangan bulat acak antara 1 sampai panjang total gen yaitu 20. Misalkan ditentukan probabilitas mutasi sebesar 20%, maka jumlah gen yang akan dimutasi adalah $20\% \times 20 = 4$ (Fitrah *dkk.*, 2006).

Langkah selanjutnya adalah membangkitkan bilangan bulat secara acak antara 1 sampai 20. Misalkan didapatkan bilangan bulat acak tersebut adalah:

[17 19 3 19 13]

Maka proses mutasinya adalah:

1. Gen ke-17 ditukar dengan gen sesudahnya yaitu gen ke-18
2. Gen ke-19 ditukar dengan gen ke-20
3. Gen ke-3 ditukar dengan gen ke-4
4. Gen ke-19 ditukar dengan gen ke-20, dan
5. Gen ke-13 ditukar dengan gen ke-14

Sehingga kromosom-kromosom yang telah dimutasi berubah menjadi:

$$Kromosom 1 = (1, 2, 4, 3)$$

$$Kromosom 2 = (1, 3, 2, 4)$$

$$Kromosom 3 = (2, 1, 3, 4)$$

$$Kromosom 4 = (2, 4, 1, 3)$$

$$Kromosom 5 = (4, 1, 3, 2)$$

2.5.7 Penentuan Parameter

Menurut Kusumadewi & Purnomo (2005), yang dimaksud penentuan parameter adalah parameter kontrol algoritma genetika, yaitu: ukuran populasi (*popsiz*), peluang *crossover* (p_c), dan peluang mutasi (p_m). Nilai parameter ini ditentukan juga berdasarkan permasalahan yang akan dipecahkan.

Setelah semua proses algoritma genetika dilakukan mulai dari inisialisasi populasi hingga proses terakhir yaitu mutasi, maka proses algoritma genetika untuk satu generasi telah selesai (Fitrah *dkk.*, 2006).

2.6 Kajian dalam Al-Qur'an

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Qur'an, salah satunya adalah matematika. Konsep dari disiplin ilmu matematika serta berbagai cabangnya yang ada dalam Al-Qur'an di antaranya adalah konsep optimasi, meskipun tidak eksplisit sebagaimana dalam firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat Al-Israa' ayat 26-27:

وَأَاتِ ذَا الْقُرْبَىٰ حَقَّهُ وَالْمِسْكِينَ وَابْنَ السَّبِيلِ وَلَا تَبْذُرْ تَبْذِيرًا ۖ إِنَّ
 الْمُبْذِرِينَ كَانُوا إِخْوَانَ الشَّيْطَانِ ۗ وَكَانَ الشَّيْطَانُ لِرَبِّهِ كَفُورًا ۖ

Artinya: “Dan berikanlah kepada keluarga-keluarga yang dekat akan haknya, kepada orang miskin dan orang yang dalam perjalanan dan janganlah kamu menghambur-hamburkan (hartamu) secara boros. Sesungguhnya

pemboros-pemboros itu adalah saudara-saudara syaitan dan syaitan itu adalah sangat ingkar kepada Tuhannya.”

Pada surat Al-Israa' ayat 26-27 di atas dijelaskan tentang larangan menghambur-hamburkan harta secara boros. Penghamburan harta secara boros ini mengandung arti bahwa setiap yang dimiliki (harta, uang, dan sumber daya yang lain) harus digunakan secukupnya saja namun dapat mendatangkan manfaat yang maksimal pada kebutuhan diri sendiri maupun orang lain.

Berdasarkan ayat tersebut dapat dikaji bahwa dalam QS. Al-Israa' ayat 26-27 terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya, yaitu aktivitas yang mendapatkan hasil terbaik di bawah keadaan yang diberikan dengan meminimalkan usaha yang dilakukan atau memaksimalkan manfaat yang diperoleh. Inilah yang dalam matematika dinamakan optimasi.

Sebagaimana firman Allah dalam surat Al-A'raf ayat 31 juga dijelaskan mengenai larangan bersikap berlebih-lebihan atau boros:

يَبْنِيْٓ اٰدَمَ خُدُوْا زِيْنَتَكُمْ عِنْدَ كُلِّ مَسْجِدٍ وَكُلُوْا وَاشْرَبُوْا وَلَا تُسْرِفُوْا ۗ اِنَّهٗ لَا يُحِبُّ الْمُسْرِفِيْنَ ﴿٣١﴾

Artinya: “Hai anak Adam, pakailah pakaianmu yang indah di setiap (memasuki) masjid, makan dan minumlah, dan janganlah berlebih-lebihan. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebih-lebihan.”

Ayat di atas bermaksud agar tidak sampai melampaui batas yang dibutuhkan oleh tubuh dan tidak pula sampai melampaui batas-batas makanan yang diharamkan.

Dari kedua ayat di atas ditegaskan bahwa Islam sebagai agama melarang keras kepada umatnya untuk menjalankan hidup secara berlebihan dan bermewah-

mewahan. Bukan tanpa sebab larangan itu dikeluarkan agar umat Islam benar-benar menjauhi hidup secara berlebihan dan boros. Pola hidup boros akan menjerumuskan umat Islam kepada kemalasan dan hidup santai. Pola hidup itu akan merusak aqidah dan mengikis rasa kepedulian sesama umat. Di antara cermin kehidupan modern, hidup boros sekarang ini adalah tenggelam dalam memenuhi kebutuhan *sekunder* secara berlebihan.



BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi Masalah

Penelitian ini menggunakan studi kasus pada permasalahan pengangkutan sampah yang muncul di Kecamatan Mamajang, yaitu salah satu daerah di Propinsi Makassar, Indonesia. Proses pengambilan sampah pada daerah tersebut dilakukan dengan menggunakan cara pengambilan rute dan truk yang tersebar di setiap jalan umum. Keadaan tersebut tidak ditunjang dengan sistem pengangkutan yang efektif dan efisien, khususnya pada penentuan rute pelayanan pengangkutan sampah sehingga terjadi penumpukan sampah di sebagian wilayah. Proses pengangkutan sampah hanya dapat dilakukan sebanyak satu kali putaran untuk setiap kendaraan pengangkut yaitu dari depot (disimbolkan dengan *node* 0) ke setiap daerah pelayanan tertentu kemudian dibawa ke TPA (disimbolkan dengan *node* X) dan kembali lagi ke depot (0).

Permasalahan tersebut harus diperhatikan karena berhubungan dengan efisiensi biaya, waktu, dan kondisi kendaraan yang akan beroperasi. Dibutuhkan rute pengangkutan sampah yang efektif dan efisien untuk mendapatkan rute pengangkutan yang paling optimum supaya dapat meminimalkan penumpukan sampah, sehingga pengangkutan sampah menjadi lebih cepat, mudah, serta biaya yang murah nantinya akan memberikan dampak kesehatan dan kenyamanan bagi masyarakat.

Kondisi pengangkutan sampah Kecamatan Mamajang, Makassar dilakukan dengan pengambilan sampah dari depot (0) ke lokasi pelayanan kemudian sampah tersebut dibuang ke TPA (X) dan kendaraan langsung kembali ke depot (0). Dengan menggunakan truk pengangkut berkapasitas 6.000 liter serta pada jadwal pengangkutan pagi hari, dimana truk yang beroperasi berjumlah dua unit (disimbolkan dengan K , $\forall k_i \in K$) dengan satu kali putaran (Salipadang, 2011).



Gambar 3.1: Truk Pengangkut Berkapasitas 6.000 liter
Sumber: Salipadang (2011)

Jumlah bahan bakar yang disediakan untuk pengangkutan setiap hari untuk seluruh kendaraan adalah 30 liter bensin, jika dirupiahkan dengan asumsi harga bensin Rp 6.500/liter adalah sebesar Rp 195.000. Dengan bahan bakar tersebut, setiap hari truk hanya mampu menempuh jarak dari depot (0) ke sebagian daerah pelayanan lalu menuju ke TPA (X) dan kembali lagi ke depot (0) (Salipadang, 2011).

Daerah wilayah pelayanan yang akan dikunjungi adalah sebagai berikut:

1. Jl. Lanto Dg. Pasewang (disimbolkan dengan *node 1*)
2. Jl. Anuang Selatan (disimbolkan dengan *node 2*)
3. Jl. Onta Baru (disimbolkan dengan *node 3*)
4. Jl. Serigala (disimbolkan dengan *node 4*)
5. Jl. Tupai (disimbolkan dengan *node 5*)

6. Jl. Amirullah (disimbolkan dengan *node* 6)
7. Jl. Mawas Timur (disimbolkan dengan *node* 7)
8. Jl. Singa (disimbolkan dengan *node* 8)
9. Jl. Macan (disimbolkan dengan *node* 9)
10. Jl. Onta Lama (disimbolkan dengan *node* 10)
11. Jl. Beruang (disimbolkan dengan *node* 11)
12. Jl. Kancil Tengah (disimbolkan dengan *node* 12)
13. Jl. Badak (disimbolkan dengan *node* 13)
14. Jl. Tupai Selatan (disimbolkan dengan *node* 14)
15. Jl. Serigala Selatan (disimbolkan dengan *node* 15)

Lokasi depot (0) pengangkut sampah Kota Makassar berada pada Jl. Kerung-kerung, Kecamatan Makassar. Sedangkan lokasi TPA (X) pada Jl. Tamengapa, Kecamatan Manggala (Salipadang, 2011). Data jarak tempuh antar daerah pelayanan dan muatan yang harus diangkut setiap daerahnya dapat dilihat pada bagian Lampiran 1.

3.2 Analisis Kendala Model VRP

Menurut Toth & Vigo (2002), model VRP pada persamaan (2.1) yaitu

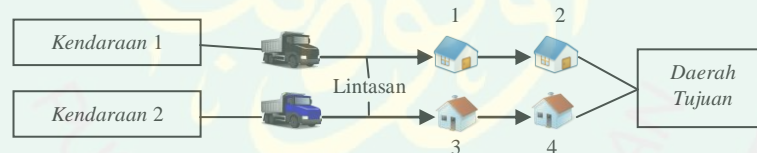
Minimumkan $z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=1}^K x_{ijk}$, mempunyai tujuan yaitu meminimumkan total

jarak tempuh dari rute perjalanan kendaraan dengan memperhatikan kendala-kendala (batasan), sehingga rute-rute yang terbentuk merupakan rute-rute dengan jarak yang minimum dan memenuhi semua kendala-kendala tersebut.

Adapun kendala-kendala yang dimaksud adalah:

1. Kendala 1 persamaan (2.2) yaitu $\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \forall i \in V \setminus \{0\}$, dapat diartikan bahwa hanya kendaraan yang beroperasi saja (k) dari jumlah kendaraan yang tersedia (K), melayani daerah tujuan ($i, \forall i \in V$) dengan V merupakan sekumpulan daerah pelayanan (tujuan) dan 0 tidak merupakan tujuan melainkan hanya sebagai depot (daerah asal). y_{ik} merupakan variabel keputusan berupa *integer biner*, $y_{ik} \in \{0,1\}, \forall i \in V, k = 1, \dots, K$. Jika y_{ik} bernilai 1, maka pelanggan hanya dilayani oleh 1 kendaraan saja. Sehingga kendala ini memastikan bahwa untuk setiap daerah pelayanan harus dikunjungi satu kali oleh satu kendaraan.

Berikut merupakan ilustrasi gambar dari kendala 1 di atas:



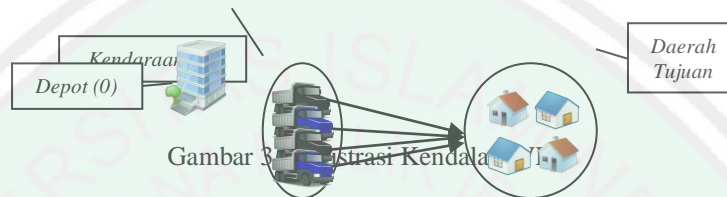
Gambar 3.2: Ilustrasi Kendala 1 VRP

Gambar tersebut menunjukkan bahwasanya terdapat dua kendaraan (k) dari beberapa kendaraan yang tersedia (K) dengan k_1 mengunjungi daerah 1 dan 2 tepat satu kali dan k_2 mengunjungi daerah 3 dan 4 tepat satu kali.

2. Kendala 2 persamaan (2.4) yaitu $\sum_{k=1}^K y_{0k} = K$, dapat diartikan bahwa 0 merupakan depot, sehingga variabel keputusan dari y_{ik} harus sama dengan K yang membuktikan bahwa K berangkat dari depot (0). Jika jumlah variabel keputusan tidak sama dengan jumlah kendaraan yang tersedia, maka ada

kendaraan yang tidak berangkat dari depot (0). Sehingga jumlah variabel keputusan harus sama dengan jumlah kendaraan yang tersedia untuk memastikan bahwa K kendaraan memulai rute kendaraan dari depot (0).

Berikut merupakan ilustrasi gambar dari kendala 2 di atas:

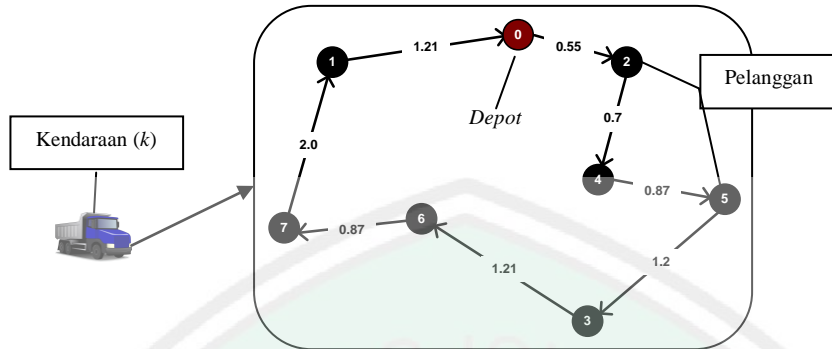


Gambar tersebut menunjukkan bahwasanya seluruh kendaraan yang ada (K) berangkat bersama-sama menuju daerah tujuan dari daerah yang serupa yaitu depot (0).

3. Kendala 3 persamaan (2.5) yaitu $\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \forall i \in V, k = 1, 2, \dots, K,$

dapat diartikan bahwa dari setiap daerah pemberangkatan ke daerah tujuan berupa rute yang telah ditentukan memiliki variabel keputusan yang dikunjungi oleh satu kendaraan saja. Jika variabel keputusan setiap daerah yang dikunjungi kendaraan (ke- k) adalah satu, maka dapat dipastikan bahwa dengan kendala tersebut setiap pelanggan akan dikunjungi oleh kendaraan yang telah dijadwalkan.

Berikut merupakan ilustrasi gambar dari kendala 3 di atas:

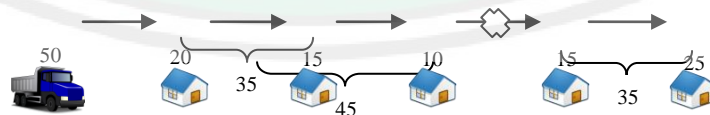


Gambar 3.4: Ilustrasi Kendala 3 VRP

Gambar tersebut menunjukkan bahwasanya terdapat kendaraan yang beroperasi pada lintasan TSP yang telah ditentukan sebelumnya atau telah dijadwalkan terlebih dahulu.

4. Kendala 4 persamaan (2.6) yaitu $\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \leq C_k, \forall k = 1, 2, \dots, K$, dapat diartikan bahwa setiap kendaraan (k - k) mempunyai batas maksimal angkut (C_k) dengan mengunjungi pelanggan (i) yang mempunyai permintaan yang harus terpenuhi (d_i), harus tidak melebihi, atau sama dengan batas maksimal angkut kendaraan tersebut. Sehingga kendala tersebut memastikan bahwa jumlah permintaan pelanggan dalam setiap rute tidak melebihi batas maksimal angkut kendaraan.

Berikut merupakan ilustrasi gambar dari kendala 4 di atas:



Gambar 3.5: Ilustrasi Kendala 4 VRP

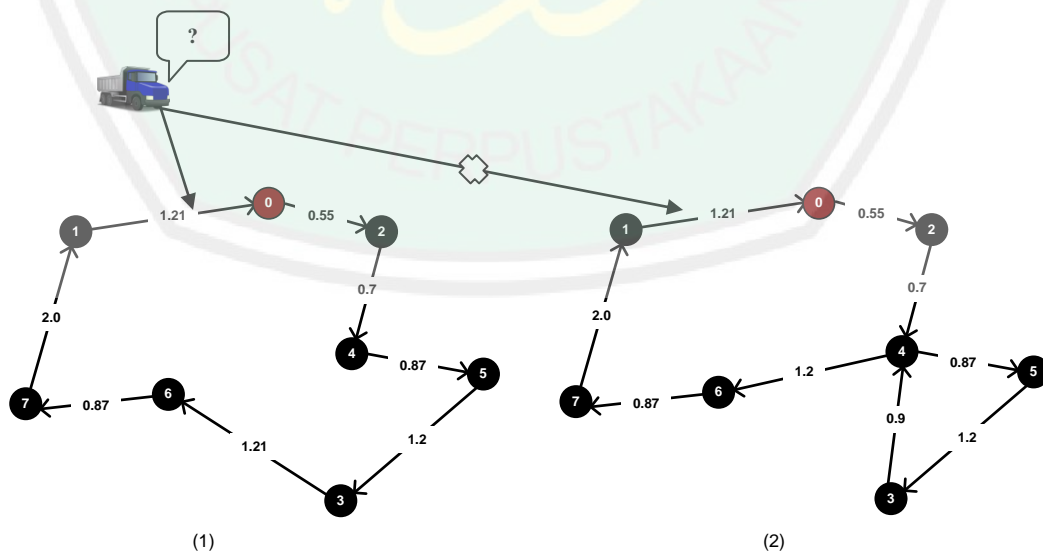
Gambar tersebut menunjukkan bahwasanya terdapat kendaraan yang mempunyai batas maksimal angkut dan terdapat beberapa pelanggan dengan masing-masing permintaan. Kendaraan tersebut akan berhenti mengangkut

ketika telah memenuhi batas maksimal angkut atau tidak sampai melebihi. Sehingga daerah pelayanan selanjutnya akan dikunjungi setelah kendaraan dikosongkan muatannya.

5. Kendala 5 persamaan (2.7) yaitu
$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq V \setminus \{0\},$$

$|S| \geq 2, k = 1, 2, \dots, K$, dapat diartikan bahwa rute perjalanan dari daerah pemberangkatan (i) menuju daerah tujuan (j) dengan kendaraan yang beroperasi di daerah tersebut, jumlah rute tersebut harus lebih kecil atau sama dengan jumlah daerah i dengan j (S) yang dikurangi dengan satu, dengan kata lain jumlah rute perjalanan tidak boleh melebihi dari jumlah daerah dikurangi satu, dengan S bagian dari seluruh daerah yang ada (V) namun tidak termasuk depot (0). Sehingga dengan kendala tersebut dapat dipastikan bahwa tidak terdapat *subroute* pada rute perjalanan yang ada.

Berikut merupakan ilustrasi gambar dari kendala 5 di atas:



Gambar 3.6: Ilustrasi Kendala 5 VRP

Gambar tersebut menunjukkan bahwasanya terdapat kendaraan yang akan menggunakan rute (1) karena tidak terdapat *subroute* di dalamnya sedangkan pada rute (2) terdapat *subroute* di dalamnya.

Persamaan (2.8 dan 2.9) yaitu, y_{ik} dan $x_{ijk} \in \{0,1\}$, $\forall i, j \in V, k = 1, 2, \dots, K$, memastikan variabel keputusan berupa bilangan *biner*, yaitu 1 dan 0. Dengan variabel keputusan:

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{jika pelanggan } i \text{ dilayani oleh kendaraan ke-} k \\ 0, & \text{jika selainnya} \end{cases}$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan ke-} k \text{ dari pelanggan } i \text{ langsung ke pelanggan } j \\ 0, & \text{jika selainnya} \end{cases}$$

Dari model di atas, Toth dan Vigo (2002) hanya memperhitungkan rute perjalanan awal dari depot, kemudian mengunjungi semua daerah pelayanan tanpa memperhitungkan perjalanan kembali ke depot (0) pada akhir perjalanan. Model tersebut mempunyai tujuan utama yaitu meminimumkan total jarak tempuh dari setiap rute perjalanan.

3.3 Penerapan Masalah Menggunakan Algoritma Genetika

3.3.1 Inisialisasi Populasi

Setelah data jarak telah didapatkan (pada bagian Lampiran 1), tahap selanjutnya adalah melakukan inisialisasi populasi atau membangkitkan populasi awal dari data jarak tersebut. Untuk membangkitkan kromosom sebagai awal proses algoritma genetika, digunakan algoritma *random generator* karena lebih mempercepat proses penentuan rute pilihan dan untuk menghindari kesamaan rute yang akan digunakan.

Terdapat 10 kromosom yang berfungsi sebagai rute pilihan dengan 15 gen sebagai daerah pelayanan yang merupakan anggota dari kromosom. Untuk menentukan angka acak sebanyak lima belas angka, digunakan program *matlab* dengan menggunakan fungsi $\text{rand}(1,15)$. Setiap kromosom disimbolkan dengan (Z_i) untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, 10$.

1. Kromosom 1 (disimbolkan dengan Z_1)

[0.8147 0.9058 0.1270 0.9134 0.6324 0.0975 0.2785 0.5469
0.9575 0.9649 0.1576 0.9706 0.9572 0.4854 0.8003]

Angka acak di atas mewakili daerah-daerah yang akan dikunjungi sesuai urutan daerah yang ada, yaitu daerah 1 (*node 1*) Jl. Lanto Dg. Pasewang, daerah 2 (*node 2*) Jl. Anuang Selatan, daerah 3 (*node 3*) Jl. Onta Baru, daerah 4 (*node 4*) Jl. Serigala, daerah 5 (*node 5*) Jl. Tupai, daerah 6 (*node 6*) Jl. Amirullah, daerah 7 (*node 7*) Jl. Mawas Timur, daerah 8 (*node 8*) Jl. Singa, daerah 9 (*node 9*) Jl. Macan, daerah 10 (*node 10*) Jl. Onta Lama, daerah 11 (*node 11*) Jl. Beruang, daerah 12 (*node 12*) Jl. Kancil, daerah 13 (*node 13*) Jl. Badak, daerah 14 (*node 14*) Jl. Tupai Selatan, dan daerah 15 (*node 15*) Jl. Serigala Selatan.

Menurut *random generator*, angka-angka acak di atas diurutkan mulai dari yang terkecil. Angka acak terkecil adalah 0.0975 yang berada pada urutan ke-6, sehingga daerah 6 menjadi daerah yang pertama. Angka terkecil berikutnya adalah 0.1270 yang berada pada urutan ke-3, sehingga daerah 3 menjadi daerah kedua. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.1576 yang berada pada urutan ke-11, sehingga daerah 11 menjadi daerah ketiga. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.2785 yang berada pada urutan ke-7, sehingga daerah 7 menjadi daerah keempat.

Angka terkecil selanjutnya adalah 0.4854 yang berada pada urutan ke-14, sehingga daerah 14 menjadi daerah kelima. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.5469 yang berada pada urutan ke-8, sehingga daerah 8 menjadi daerah keenam. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.6324 yang berada pada urutan ke-5, sehingga daerah 5 menjadi daerah ketujuh. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.8003 yang berada pada urutan ke-15, sehingga daerah 15 menjadi daerah kedelapan. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.8147 yang berada pada urutan ke-1, sehingga daerah 1 menjadi daerah kesembilan. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.9058 yang berada pada urutan ke-2, sehingga daerah 2 menjadi daerah kesepuluh. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.9134 yang berada pada urutan ke-4, sehingga daerah 4 menjadi daerah kesebelas. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.9572 yang berada pada urutan ke-13, sehingga daerah 13 menjadi daerah keduabelas. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.9575 yang berada pada urutan ke-9, sehingga daerah 9 menjadi daerah ketigabelas. Angka terkecil selanjutnya adalah 0.9649 yang berada pada urutan ke-10, sehingga daerah 10 menjadi daerah keempatbelas. Angka terakhir adalah 0.9706 yang berada pada urutan ke-12, sehingga daerah 12 menjadi daerah kelimabelas. Rute pilihan satu yang didapatkan dari langkah tersebut adalah:

$$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12$$

Rute pilihan satu di atas memenuhi kendala 1 VRP, karena setiap daerah pelayanan dikunjungi satu kali oleh satu kendaraan, dengan daerah $V = \{0,1,2,\dots,15\}$. V adalah himpunan daerah yang terdiri dari depot (0), daerah pelayanan (1 sampai 15), dan terdapat dua kendaraan (setiap kendaraan

disimbolkan dengan k) yang merupakan bagian dari jumlah kendaraan (disimbolkan dengan K) yang tersedia. Jika kendaraan pertama yang beroperasi, maka $k = 1$ dan daerah pelayanan $i = 1, 2, 3, \dots, 15, \forall i \in V$. Karena daerah pelayanan yang akan dikunjungi pertama adalah 6, maka $i = 6$, sehingga:

$y_{ik} = y_{61} = 1$, selainnya adalah $y_{62} = 0$, sehingga:

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \forall i \in V \setminus \{0\}$$

Karena 0 merupakan depot yaitu tempat penyimpanan dan pemberangkatan semua kendaraan, sehingga 0 tidak merupakan daerah pelayanan, maka:

$$\sum_{k=1}^2 y_{1k} = 1$$

Sehingga:

$$(y_{61} + y_{62}) = (1 + 0) = 1$$

Begitu pula untuk daerah selanjutnya yaitu $i = 3, 11, 7$, sampai dengan 12 menggunakan cara yang serupa dengan langkah di atas. Sehingga daerah pelayanan tersebut dikunjungi tepat satu kali oleh satu kendaraan yaitu kendaraan pertama.

Semua kendaraan yang tersedia (K) memenuhi kendala 2 VRP, karena setiap kendaraan (k) berawal dari depot (0),

maka: $y_{01} = y_{02} = 1$

$$\text{sehingga : } \sum_{k=1}^K y_{0k} = K$$

$$\text{jadi: } \sum_{k=1}^2 y_{0k} = 2$$

maka:

$$(y_{01} + y_{02}) = (1+1) = 2$$

Rute pilihan satu di atas memenuhi kendala 3 VRP, karena setiap daerah pelayanan dikunjungi oleh kendaraan yang sudah dijadwalkan yaitu rute pilihan pertama. Rute tersebut menunjukkan bahwa kendaraan pertama ($k = 1$) yang beroperasi dari *depot* (0) menuju daerah 6 kemudian ke daerah 3, selanjutnya ke daerah 11 sampai daerah 12. Sehingga:

$$y_{61} = 1, \text{selainnya } y_{62} = 0$$

dan karena kendaraan pertama bergerak langsung ke daerah 3, maka:

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \forall i \in V, k = 1$$

$$x_{631} = 1, \text{selainnya } x_{631} = x_{361} = x_{631} = x_{631} = x_{631} = 0$$

Karena pada kendala 4 VRP untuk setiap daerah pelayanan mempunyai tumpukan sampah yang harus diangkut dan kendaraan yang tersedia memiliki batas maksimal angkut, maka berdasarkan data tumpukan sampah yang harus diangkut setiap harinya (pada bagian Lampiran 2), setiap kendaraan hanya dapat mengangkut sampah sebagian saja dengan tidak melebihi batas maksimal angkut kendaraan yaitu 6.000 liter, maka:

$$d_6 + d_3 + d_{11} + d_7 + d_{14} + d_8 + d_5 + d_{15} + d_1 + d_2 + d_4 + d_{13} + d_9 + d_{10} + d_{12} \leq C_k$$

$$1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880 + 1200+300+600+750+370 \leq 6000$$

$$9080 \not\leq 6000$$

Karena total sampah yang harus diangkut adalah 9.080 liter, maka kendaraan pertama tidak dapat mengangkut seluruhnya, sehingga kendaraan pertama hanya mampu mengangkut sampah dengan daerah pelayanan ($i = 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, \text{ dan } 2$).

Maka untuk kendaraan pertama ($k = 1$):

$$\sum_{i \in V} d_i y_{i1} \leq C_1$$

$$d_6 + d_3 + d_{11} + d_7 + d_{14} + d_8 + d_5 + d_{15} + d_1 + d_2 \leq 6000$$

dengan permintaan:

$$1250 + 120 + 310 + 260 + 340 + 1200 + 560 + 700 + 240 + 880 \leq 5860$$

$$5860 \leq 6000$$

Sehingga kendaraan pertama hanya mampu mengangkut sampah 5.860 liter dengan sepuluh daerah pelayanan saja. Rute pelayanan yang terbentuk untuk kendaraan pertama adalah:

$$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X$$

Kemudia daerah pelayanan yang belum diangkut sampahnya akan dikunjungi oleh kendaraan kedua, yaitu dengan daerah pelayanan ($i = 4, 13, 9, 10, \text{ dan } 12$).

Maka untuk kendaraan kedua ($k = 2$):

$$\sum_{i \in V} d_i y_{i2} \leq C_2$$

$$d_4 + d_{13} + d_9 + d_{10} + d_{12} \leq 6000$$

dengan permintaan:

$$1200 + 300 + 600 + 750 + 370 \leq 6000$$

$$3220 \leq 6000$$

Sehingga kendaraan kedua hanya mampu mengangkut sampah 3.220 liter dengan lima daerah pelayanan saja. Rute pelayanan yang terbentuk untuk kendaraan kedua adalah:

$$0 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$$

Rute pilihan satu di atas memenuhi kendala 5 VRP, karena tidak terdapat *subroute* pada kedua rute perjalanan yang ada. Untuk rute kendaraan pertama ($k=1$) dengan rute $0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X$. Karena $S = 12$, yaitu jumlah daerah yang akan dikunjungi oleh kendaraan pertama adalah 12, maka $|S|-1=11$:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S|-1$$

sehingga:

$$\sum_{i \in S} (x_{i01} + x_{i61} + x_{i31} + x_{i111} + x_{i71} + x_{i141} + x_{i81} + x_{i51} + x_{i151} + x_{i11} + x_{i21} + x_{iX1}) \leq 11$$

$$(x_{001} + x_{061} + x_{031} + x_{0111} + x_{071} + x_{0141} + x_{081} + x_{051} + x_{0151} + x_{011} + x_{021} + x_{0X1}) \leq 11$$

jadi:

$$(0+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1) \leq 11$$

$$11 \leq 11$$

Sedangkan untuk rute kendaraan kedua ($k=2$) dengan rute $0 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$. Karena $S = 7$, yaitu jumlah daerah yang akan dikunjungi oleh kendaraan kedua adalah 7, maka $|S|-1=6$:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S|-1$$

sehingga:

$$\sum_{i \in S} (x_{i02} + x_{i42} + x_{i132} + x_{i92} + x_{i102} + x_{i122} + x_{iX2}) \leq 6$$

$$(x_{001} + x_{042} + x_{4132} + x_{1392} + x_{9102} + x_{10122} + x_{12X2}) \leq 6$$

jadi:

$$(0+1+1+1+1+1+1) \leq 6$$

$$6 \leq 6$$

Rute pilihan satu di atas merupakan VRP dengan memenuhi 5 kendala yang ada pada VRP. Sehingga rute pilihan satu tersebut menjadi rute sebagai berikut:

$$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

2. Kromosom 2 (disimbolkan dengan Z_2)

$$[0.1419 \quad 0.4218 \quad 0.9157 \quad 0.7922 \quad 0.9595 \quad 0.6557 \quad 0.0357 \quad 0.8491$$

$$0.9340 \quad 0.6787 \quad 0.7577 \quad 0.7431 \quad 0.3922 \quad 0.6555 \quad 0.1712]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_2 = (0, 7, 1, 15, 13, 2, 14, 6, 10, 12, 11, X, 4, 8, 3, 9, 5, X)$$

3. Kromosom 3 (disimbolkan dengan Z_3)

$$[0.7060 \quad 0.0318 \quad 0.2769 \quad 0.0462 \quad 0.0971 \quad 0.8235 \quad 0.6948 \quad 0.3171 \\ 0.9502 \quad 0.0344 \quad 0.4387 \quad 0.3816 \quad 0.7655 \quad 0.7952 \quad 0.1869]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$$

4. Kromosom 4 (disimbolkan dengan Z_4)

$$[0.4898 \quad 0.4456 \quad 0.6463 \quad 0.7094 \quad 0.7547 \quad 0.2760 \quad 0.6797 \quad 0.6551 \\ 0.1626 \quad 0.1190 \quad 0.4984 \quad 0.9597 \quad 0.3404 \quad 0.5853 \quad 0.2238]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \rightarrow 13 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow X \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 12 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_4 = (0, 10, 9, 15, 6, 13, 2, 1, 11, 14, 3, X, 8, 7, 4, 5, 12, X)$$

5. Kromosom 5 (disimbolkan dengan Z_5)

$$[0.7513 \quad 0.2551 \quad 0.5060 \quad 0.6991 \quad 0.8909 \quad 0.9593 \quad 0.5472 \quad 0.1386 \\ 0.1493 \quad 0.2575 \quad 0.8407 \quad 0.2543 \quad 0.8143 \quad 0.2435 \quad 0.9293]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow X \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_5 = (0, 8, 9, 14, 12, 2, 10, 3, 7, 4, 1, X, 13, 11, 5, 15, 6, X)$$

6. Kromosom 6 (disimbolkan dengan Z_6)

$$[0.3500 \quad 0.1966 \quad 0.2511 \quad 0.6160 \quad 0.4733 \quad 0.3517 \quad 0.8308 \quad 0.5853 \\ 0.5497 \quad 0.9172 \quad 0.2858 \quad 0.7572 \quad 0.7537 \quad 0.3804 \quad 0.5678]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 14 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow X \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 12 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_6 = (0, 2, 3, 11, 1, 6, 14, 5, 9, 15, X, 8, 4, 13, 12, 7, 10, X)$$

7. Kromosom 7 (disimbolkan dengan Z_7)

$$[0.0759 \quad 0.0540 \quad 0.5308 \quad 0.7792 \quad 0.9340 \quad 0.1299 \quad 0.5688 \quad 0.4694 \\ 0.0119 \quad 0.3371 \quad 0.1622 \quad 0.7943 \quad 0.3112 \quad 0.5285 \quad 0.1656]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 11 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow X \rightarrow 8 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_7 = (0, 9, 2, 1, 6, 11, 15, 13, 10, X, 8, 14, 3, 7, 4, 12, 5, X)$$

8. Kromosom 8 (disimbolkan dengan Z_8)

$$[0.6020 \quad 0.2630 \quad 0.6541 \quad 0.6892 \quad 0.7482 \quad 0.4505 \quad 0.0838 \quad 0.2290 \\ 0.9133 \quad 0.1524 \quad 0.8258 \quad 0.5383 \quad 0.9961 \quad 0.0782 \quad 0.4427]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow X \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 13 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_8 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$$

9. Kromosom 9 (disimbolkan dengan Z_9)

$$[0.1067 \quad 0.9619 \quad 0.0046 \quad 0.7749 \quad 0.8173 \quad 0.8687 \quad 0.0844 \quad 0.3998 \\ 0.2599 \quad 0.8001 \quad 0.4314 \quad 0.9106 \quad 0.1818 \quad 0.2638 \quad 0.1455]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow 4 \rightarrow X \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 2 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_9 = (0, 3, 7, 1, 15, 13, 9, 14, 8, 11, 4, X, 10, 5, 6, 12, 2, X)$$

10. Kromosom 10 (disimbolkan dengan Z_{10})

$$[0.1361 \quad 0.8693 \quad 0.5797 \quad 0.5499 \quad 0.1450 \quad 0.8530 \quad 0.6221 \quad 0.3510 \\ 0.5132 \quad 0.4018 \quad 0.0760 \quad 0.2399 \quad 0.1233 \quad 0.1839 \quad 0.2400]$$

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 adalah:

$$0 \rightarrow 11 \rightarrow 13 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_{10} = (0, 11, 13, 1, 5, 14, 12, 15, 8, 10, 9, X, 4, 3, 7, 6, 2, X)$$

Setelah melakukan inisialisai populasi menggunakan *random generator*, maka didapatkan sepuluh kromosom sebagai populasi awal yang digambarkan pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Populasi Awal

No	Kromosom	Total Jarak
1	$Z_1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
2	$Z_2 = (0, 7, 1, 15, 13, 2, 14, 6, 10, 12, 11, X, 4, 8, 3, 9, 5, X)$	40.39
3	$Z_3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$	40.84
4	$Z_4 = (0, 10, 9, 15, 6, 13, 2, 1, 11, 14, 3, X, 8, 7, 4, 5, 12, X)$	48.63
5	$Z_5 = (0, 8, 9, 14, 12, 2, 10, 3, 7, 4, 1, X, 13, 11, 5, 15, 6, X)$	47.28
6	$Z_6 = (0, 2, 3, 11, 1, 6, 14, 5, 9, 15, X, 8, 4, 13, 12, 7, 10, X)$	43.97
7	$Z_7 = (0, 9, 2, 1, 6, 11, 15, 13, 10, X, 8, 14, 3, 7, 4, 12, 5, X)$	49.21
8	$Z_8 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$	38.21
9	$Z_9 = (0, 3, 7, 1, 15, 13, 9, 14, 8, 11, 4, X, 10, 5, 6, 12, 2, X)$	45.236
10	$Z_{10} = (0, 11, 13, 1, 5, 14, 12, 15, 8, 10, 9, X, 4, 3, 7, 6, 2, X)$	46.02

Proses perhitungan populasi di atas dapat dilihat pada Lampiran 4 dan 5. Setelah didapatkan populasi awal yang merupakan awal dari semua proses yang dilakukan pada algoritma genetika, kemudian dapat dilakukan tahap selanjutnya yaitu proses seleksi.

3.3.2 Proses Seleksi

Seleksi digunakan agar kromosom-kromosom yang berkualitas saja yang dapat melanjutkan peranannya dalam proses algoritma genetika berikutnya, yaitu proses *crossover* dan mutasi. Langkah pertama dalam seleksi ini adalah pencarian

nilai *fitness* (ketahanan). Nilai *fitness* menyatakan seberapa baik nilai dari suatu kromosom (individu) atau solusi yang didapat. Semakin tinggi nilai *fitness* suatu kromosom, maka semakin besar kemungkinannya untuk terpilih. Tahap-tahap perhitungan fungsi evaluasi nilai *fitness* adalah sebagai berikut:

1. Mencari jarak tempuh tiap rute yaitu rute yang telah didapatkan dari proses inisialisasi (Z_i), $\forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$

$$\begin{aligned} Z_1 &= 2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61+2.4+0.6+0.6+0.45+ \\ &\quad +0.5+11.18 \\ &= 40.64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= 1.1+1.2+1.2+2.2+1.1+2.4+2.6+0.85+0.5+0.4+10.94+2.4+0.4+0.4+0.6+ \\ &\quad +0.4+11.7 \\ &= 40.39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_3 &= 1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18+3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+ \\ &\quad +1.3+10.77 \\ &= 19.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_4 &= 2.7+0.45+2.4+1.3+0.6+1.1+0.5+1.3+4.1+3.3+10.75+2.9+2.7+2.5+0.35+ \\ &\quad +0.5+11.18 \\ &= 48.63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_5 &= 2.9+0.35+4.0+3.2+1.5+1.0+0.2+2.3+2.5+1.4+11.28+2.8+0.45+0.45+0.35+ \\ &\quad +1.3+11.3 \\ &= 47.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_6 &= 1.6+0.65+0.5+1.3+0.18+2.6+3.4+0.4+2.4+11.9+2.9+0.35+0.6+0.29+2.9+ \\ &\quad +1.6+10.4 \\ &= 43.97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_7 &= 3.0+1.4+0.5+0.18+1.1+2.5+2.2+0.18+10.4+2.9+4.0+3.3+2.3+2.5+0.55+ \\ &\quad +0.5+11.7 \\ &= 49.21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_8 &= 1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28 + 2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+ \\ &\quad +0.55+10.78 \\ &= 38.21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_9 &= 2.5+2.3+1.2+1.2+2.2+0.6+4.0+3.4+0.22+0.26+10.65 + 2.7+0.096+1.0+0.8+ \\ &\quad +1.5+10.61 \\ &= 45.236 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{10} &= 3.0+0.45+0.8+1.1+3.4+3.2+2.6+2.3+0.29+0.45+10.77 + 2.4+0.6+2.3+1.2+ \\ &\quad +0.55+10.61 \\ &= 46.02 \end{aligned}$$

2. Mencari total jarak dari seluruh rute dengan menjumlahkan jarak rute yang telah didapatkan.

$$\sum_{i=1}^n Z_i = Z_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\begin{aligned} Z_k &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 + Z_7 + Z_8 + Z_9 + Z_{10} \\ &= 40.64 + 40.39 + 40.84 + 48.63 + 47.28 + 43.97 + 49.21 + 38.21 + 45.236 + \\ &\quad + 46.02 \\ &= 440.426 \end{aligned}$$

3. Mencari nilai *fitness* tiap rute (f_i), dengan membagi total jarak rute dengan tiap-tiap rute.

$$f_i = \frac{Z_k}{Z_i}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$f_1 = \frac{Z_k}{Z_1} = \frac{440.426}{40.64} = 10.83725$$

$$f_2 = \frac{Z_k}{Z_2} = \frac{440.426}{40.39} = 10.90433$$

$$f_3 = \frac{Z_k}{Z_3} = \frac{440.426}{40.84} = 10.78418$$

$$f_4 = \frac{Z_k}{Z_4} = \frac{440.426}{48.63} = 9.056673$$

$$f_5 = \frac{Z_k}{Z_5} = \frac{440.426}{47.28} = 9.315271$$

$$f_6 = \frac{Z_k}{Z_6} = \frac{440.426}{43.97} = 10.01651$$

$$f_7 = \frac{Z_k}{Z_7} = \frac{440.426}{49.21} = 8.949929$$

$$f_8 = \frac{Z_k}{Z_8} = \frac{440.426}{38.21} = 11.52646$$

$$f_9 = \frac{Z_k}{Z_9} = \frac{440.426}{45.236} = 9.736184$$

$$f_{10} = \frac{Z_k}{Z_{10}} = \frac{440.426}{46.02} = 9.570317$$

4. Mencari total *fitness* dengan menjumlahkan nilai *fitness* yang telah didapatkan.

$$\sum_{i=1}^n f_i = f_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\begin{aligned} f_k &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 + f_9 + f_{10} \\ &= 10.83725 + 10.90433 + 10.78418 + 9.056673 + 9.315271 + 10.01651 + \\ &\quad + 8.949929 + 11.52646 + 9.736184 + 9.570317 \\ &= 100.697104 \end{aligned}$$

5. Mencari probabilitas *fitness* masing-masing kromosom (p_i), yaitu dengan

menggunakan rumus probabilitas $P(A) = \frac{n}{N}$ atau $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, dimana N

adalah hasil percobaan atau banyaknya ruang = $n(S)$ dan n adalah banyaknya

kejadian A . Maka $n(A) = f_i$ menyatakan banyaknya kejadian di f , dan $n(S) =$

$\sum_{i=1}^n f_i$ menyatakan banyaknya kejadian di f_i . Sehingga probabilitas p_i adalah

sebagai berikut:

$$p_i = \frac{f_i}{f_k}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$p_1 = \frac{f_1}{f_k} = \frac{10.83725}{100.697104} = 0.1076222609$$

$$p_2 = \frac{f_2}{f_k} = \frac{10.90433}{100.697104} = 0.1082884171$$

$$p_3 = \frac{f_3}{f_k} = \frac{10.78418}{100.697104} = 0.1070952348$$

$$p_4 = \frac{f_4}{f_k} = \frac{9.056673}{100.697104} = 0.08993975636$$

$$p_5 = \frac{f_5}{f_k} = \frac{9.315271}{100.697104} = 0.09250783419$$

$$p_6 = \frac{f_6}{f_k} = \frac{10.01651}{100.697104} = 0.09947167895$$

$$p_7 = \frac{f_7}{f_k} = \frac{8.949929}{100.697104} = 0.08887970601$$

$$p_8 = \frac{f_8}{f_k} = \frac{11.52646}{100.697104} = 0.1144666484$$

$$p_9 = \frac{f_9}{f_k} = \frac{9.736184}{100.697104} = 0.09668782530$$

$$p_{10} = \frac{f_{10}}{f_k} = \frac{9.570317}{100.697104} = 0.09504063791$$

6. Mencari probabilitas kumulatif tiap kromosom (q_i).

$$q_i = \sum_{k=1}^i p_k, \forall i = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$q_1 = 0.1076222609$$

$$q_2 = 0.1076222609 + 0.1082884171 = 0.2159106780$$

$$q_3 = 0.2159106780 + 0.1070952348 = 0.3230059128$$

$$q_4 = 0.3230059128 + 0.08993975636 = 0.4129456692$$

$$q_5 = 0.4129456692 + 0.09250783419 = 0.5054535034$$

$$q_6 = 0.5054535034 + 0.09947167895 = 0.6049251824$$

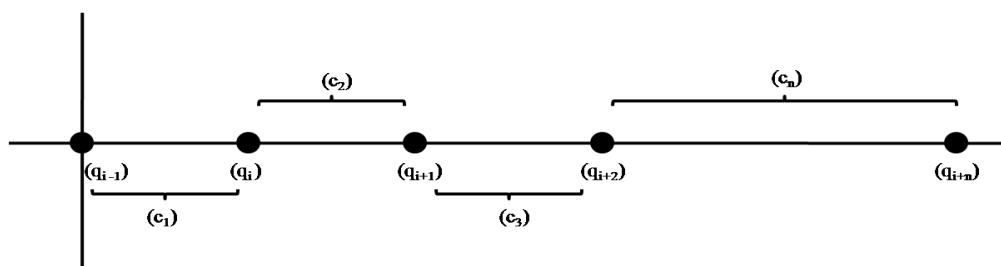
$$q_7 = 0.6049251824 + 0.08887970601 = 0.6938048884$$

$$q_8 = 0.6938048884 + 0.1144666484 = 0.8082715368$$

$$q_9 = 0.8082715368 + 0.09668782530 = 0.9049593621$$

$$q_{10} = 0.9049593621 + 0.09504063791 = 1.000000000$$

Setelah itu digunakan teknik *roulette wheel selection* untuk melakukan proses seleksi. Namun, terlebih dahulu dihitung selisih yang merupakan interval atau jarak antar titik tertentu dengan titik sebelumnya, yaitu probabilitas komulatif tiap kromosom. Dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.7: Selisih

Dari gambar di atas, maka selisih atau interval $c_1 - c_i$ antara lain sebagai berikut:

$$c_1 = q_1 - (q_{1-1})$$

$$c_2 = (q_{1+1}) - q_1$$

$$c_3 = (q_{1+2}) - (q_{1+1})$$

M

$$c_i = [q_{1+(i-1)}] - [q_{1+(i-2)}]$$

Dari pembuktian di atas, maka dapat digunakan rumus

$c_i = q_i - (q_{i-1}), \forall_i = 1, 2, 3, \dots, 10$. Sehingga diperoleh interval c_i sebagai berikut:

$$c_1 = 0.1076222609 - 0 = 0.1076222609$$

$$c_2 = 0.2159106780 - 0.1076222609 = 0.1082884171$$

$$c_3 = 0.3230059128 - 0.2159106780 = 0.1070952348$$

$$c_4 = 0.4129456692 - 0.3230059128 = 0.0899397564$$

$$c_5 = 0.5054535034 - 0.4129456692 = 0.0925078342$$

$$c_6 = 0.6049251824 - 0.5054535034 = 0.0994716790$$

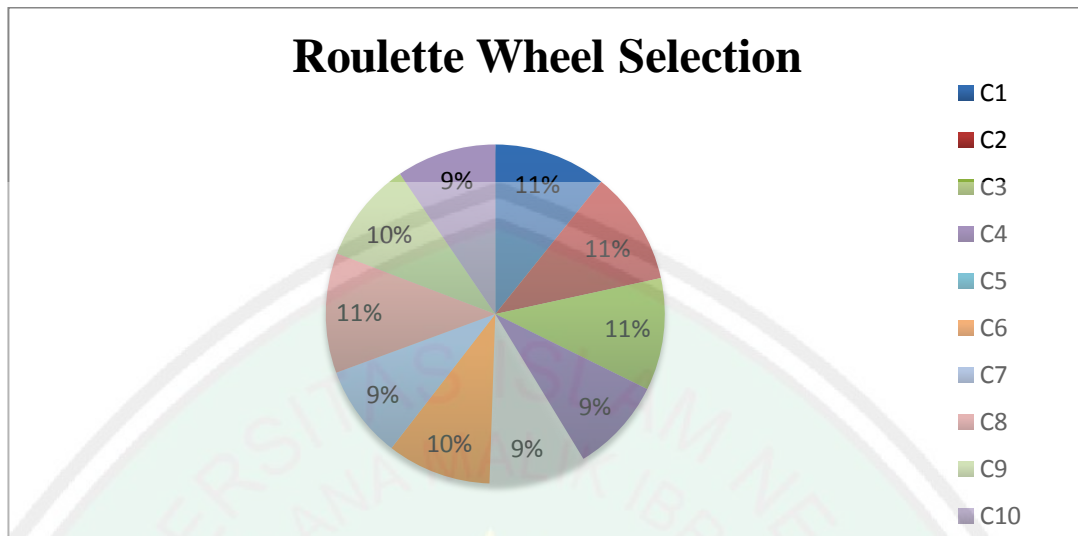
$$c_7 = 0.6938048884 - 0.6049251824 = 0.0888797060$$

$$c_8 = 0.8082715368 - 0.6938048884 = 0.1144666484$$

$$c_9 = 0.9049593621 - 0.8082715368 = 0.0966878253$$

$$c_{10} = 1.000000000 - 0.9049593621 = 0.0950406379$$

Jika digambarkan dengan menggunakan teknik *roulette wheel selection*:



Gambar 3.8: Teknik *Roulette Wheel Selection*

Langkah-langkah *roulette wheel selection* adalah sebagai berikut:

1. Bangkitkan bilangan *random* r antara 0 sampai 1 sebanyak kromosom dalam satu populasi.
2. Jika $r_k < c_i$ untuk setiap k dan $i=1,2,3,\dots,10$, maka kromosom ke- k dipilih sebagai *parent*. Selain itu pilih kromosom ke- k sebagai *parent* dengan syarat $c_{i-1} < r_k < c_i$. Dengan kata lain, jika r_k berada di dalam c_i maka kromosom ke- k digantikan kromosom ke- i .

Nilai r dibangkitkan 10 angka sebagai jumlah kromosom dalam satu populasi dengan menggunakan fungsi $\text{rand}(1,10)$ pada program *matlab*. Hasilnya adalah:

[0.7060 0.0318 0.2769 0.0462 0.0971 0.8235 0.6948 0.3171 0.9502 0.0344]

1. $r_1 = 0.7060$

Nilai r_1 berada di dalam Z_8 yaitu interval 0.6938048884–0.8082715368

sehingga kromosom $1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$

digantikan oleh kromosom $8 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$

menjadi:

$$Z_1 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X).$$

2. $r_2 = 0.0318$

Nilai r_2 berada di dalam Z_1 yaitu interval $0 - 0.1076222609$ sehingga

kromosom $2 = (0, 7, 1, 15, 13, 2, 14, 6, 10, 12, 11, X, 4, 8, 3, 9, 5, X)$ digantikan oleh

kromosom $1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$ menjadi:

$$Z_2 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

3. $r_3 = 0.2769$

Nilai r_3 berada di dalam Z_3 yaitu interval $0.2159106780 - 0.3230059128$

sehingga kromosom $3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$ tetap

menjadi kromosom $3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$ menjadi:

$$Z_3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$$

4. $r_4 = 0.0462$

Nilai r_4 berada di dalam Z_1 yaitu interval $0 - 0.1076222609$ sehingga

kromosom $4 = (0, 10, 9, 15, 6, 13, 2, 1, 11, 14, 3, X, 8, 7, 4, 5, 12, X)$ digantikan oleh

kromosom $1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$ menjadi:

$$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

5. $r_5 = 0.0971$

Nilai r_5 berada di dalam Z_1 yaitu interval $0-0.1076222609$ sehingga kromosom $5 = (0, 8, 9, 14, 12, 2, 10, 3, 7, 4, 1, X, 13, 11, 5, 15, 6, X)$ digantikan oleh kromosom $1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$ menjadi:

$$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

6. $r_6 = 0.8235$

Nilai r_6 berada di dalam Z_9 yaitu interval $0.8082715368-0.9049593621$ sehingga kromosom $6 = (0, 2, 3, 11, 1, 6, 14, 5, 9, 15, X, 8, 4, 13, 12, 7, 10, X)$ digantikan oleh kromosom $9 = (0, 3, 7, 1, 15, 13, 9, 14, 8, 11, 4, X, 10, 5, 6, 12, 2, X)$ menjadi:

$$Z_6 = (0, 3, 7, 1, 15, 13, 9, 14, 8, 11, 4, X, 10, 5, 6, 12, 2, X)$$

7. $r_7 = 0.6948$

Nilai r_7 berada di dalam Z_8 yaitu interval $0.6938048884-0.8082715368$ sehingga kromosom $7 = (0, 9, 2, 1, 6, 11, 15, 13, 10, X, 8, 14, 3, 7, 4, 12, 5, X)$ digantikan oleh kromosom $8 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$ menjadi:

$$Z_7 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$$

8. $r_8 = 0.3171$

Nilai r_8 berada di dalam Z_3 yaitu interval $0.2159106780-0.3230059128$ sehingga kromosom $8 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$

digantikan oleh kromosom $3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$

menjadi:

$$Z_8 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$$

9. $r_9 = 0.9502$

Nilai r_9 berada di dalam Z_{10} yaitu interval $0.9049593621-1.0000000000$

sehingga kromosom $9 = (0, 3, 7, 1, 15, 13, 9, 14, 8, 11, 4, X, 10, 5, 6, 12, 2, X)$

digantikan oleh kromosom $10 = (0, 11, 13, 1, 5, 14, 12, 15, 8, 10, 9, X, 4, 3, 7, 6, 2, X)$

menjadi:

$$Z_9 = (0, 11, 13, 1, 5, 14, 12, 15, 8, 10, 9, X, 4, 3, 7, 6, 2, X)$$

10. $r_{10} = 0.0344$

Nilai r_{10} berada di dalam Z_1 yaitu interval $0-0.1076222609$ sehingga

kromosom $10 = (0, 11, 13, 1, 5, 14, 12, 15, 8, 10, 9, X, 4, 3, 7, 6, 2, X)$ tetap menjadi

kromosom $1 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$ menjadi:

$$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

Dengan demikian, maka populasi baru akan terbentuk. Proses perhitungan populasi di atas dapat dilihat pada Lampiran 7, 8, dan 9. Setelah melakukan proses seleksi menggunakan metode *roulette wheel selection*, terlihat seluruh kromosom pada populasi awal terseleksi. Berikut tabel populasi sesudah proses seleksi:

Tabel 3.2 : Populasi Sesudah Proses Seleksi

No	Kromosom	Total Jarak
1	$Z_1 = (0,14,7,10,8,2,15,6,12,1,X,3,4,5,11,9,13,X)$	38.21
2	$Z_2 = (0,6,3,11,7,14,8,5,15,1,2,X,4,13,9,10,12,X)$	40.64
3	$Z_3 = (0,2,10,4,5,15,3,8,12,X,11,7,1,13,14,6,9,X)$	40.84
4	$Z_4 = (0,6,3,11,7,14,8,5,15,1,2,X,4,13,9,10,12,X)$	40.64
5	$Z_5 = (0,6,3,11,7,14,8,5,15,1,2,X,4,13,9,10,12,X)$	40.64
6	$Z_6 = (0,3,7,1,15,13,9,14,8,11,4,X,10,5,6,12,2,X)$	45.236
7	$Z_7 = (0,14,7,10,8,2,15,6,12,1,X,3,4,5,11,9,13,X)$	38.21
8	$Z_8 = (0,2,10,4,5,15,3,8,12,X,11,7,1,13,14,6,9,X)$	40.84
9	$Z_9 = (0,11,13,1,5,14,12,15,8,10,9,X,4,3,7,6,2,X)$	46.02
10	$Z_{10} = (0,6,3,11,7,14,8,5,15,1,2,X,4,13,9,10,12,X)$	40.64

Dari populasi baru yang terbentuk, kromosom-kromosom tersebut akan digunakan untuk proses selanjutnya yaitu proses *crossover*.

3.3.3 Proses Crossover

Crossover bertujuan menambah keanekaragaman kromosom dalam populasi dengan penyilangan antar kromosom yang diperoleh dari sebelumnya, yang harapannya lebih baik dari pada yang disilangkan.

Probabilitas *crossover* (p_c) yang digunakan adalah 0.8 (Sutojo, *dkk.*, 2011:419). Berarti jika bilangan random yang dihasilkan kurang dari 0.8, maka akan dipilih menjadi *parent* baru. Tetap menggunakan fungsi $\text{rand}(1,10)$ pada program *Matlab* didapatkan 10 bilangan random r yaitu:

[0.4314 0.9106 0.1818 0.2638 0.1455 0.1361 0.8693 0.5797
0.5499 0.1450]

Bilangan random yang didapatkan di atas yang memiliki nilai kurang dari 0,8 adalah $r_1 = 0.4314$, $r_3 = 0.1818$, $r_4 = 0.2638$, $r_5 = 0.1455$, $r_6 = 0.1361$, $r_8 = 0.5797$, $r_9 = 0.5499$, dan $r_{10} = 0.1450$. Sehingga, $Z_1, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_8, Z_9, Z_{10}$ yang akan menjadi *parent* baru untuk *crossover*. Kemudian proses *crossover* baru dapat dilakukan.

Crossover 1: $Z_1 \times Z_3$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9

Pada kromosom pertama dipilih gen 7, 8, 2, 12, 3, 11, dan 9 sedangkan pada kromosom kedua dipilih gen 10, 5, 15, 12, 7, 14, dan 6.

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	

Gen-gen yang tidak dilakukan proses penyilangan dihilangkan dan gen yang telah dipilih untuk dilakukan penyilangan ditukar. Sehingga gen 7, 8, 2, 12, 3, 11, dan 9 menjadi gen 10, 5, 15, 12, 7, 14, dan 6, berlaku sebaliknya.

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$10 \leftrightarrow 7$, $5 \leftrightarrow 8$, $15 \leftrightarrow 2$, $12 \leftrightarrow 12$, $7 \leftrightarrow 3$, $14 \leftrightarrow 11$ dan $6 \leftrightarrow 9$.

Karena $10 \leftrightarrow 7$ dan $7 \leftrightarrow 3$, maka $10 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 3$.

Sehingga menjadi:

$10 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 3$, $5 \leftrightarrow 8$, $15 \leftrightarrow 2$, $12 \leftrightarrow 12$, $14 \leftrightarrow 11$, dan $6 \leftrightarrow 9$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	11	10	3	5	15	2	9	12	1	7	4	8	14	6	13
-------------------	----	----	---	---	----	---	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>Offspring2</i>	15	7	4	8	2	10	5	12	14	3	1	13	11	9	6
-------------------	----	---	---	---	---	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 11 → 10 → 3 → 5 → 15 → 2 → 9 → 12 → 1 → 7 → 4 → X → 8 → 14 → 6 → 13 → X

0 → 15 → 7 → 4 → 8 → 2 → 10 → 5 → 12 → X → 14 → 3 → 1 → 13 → 11 → 9 → 6 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_1 = (0, 11, 10, 3, 5, 15, 2, 9, 12, 1, 7, 4, X, 8, 14, 6, 13, X)$$

$$Z_3 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$$

Crossover 2: $Z_1 \times Z_4$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

8 ↔ 7 ↔ 3 ↔ 2 ↔ 14, 15 ↔ 12, dan 10 ↔ 9 ↔ 11.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	8	3	11	7	14	12	6	15	1	2	4	5	9	10	13
-------------------	---	---	----	---	----	----	---	----	---	---	---	---	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	7	10	8	2	14	5	12	1	3	4	13	11	9	15
-------------------	---	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	----	----	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 5 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$

$Z_4 = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$

Crossover 3: $Z_1 \times Z_5$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$8 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 14$, $15 \leftrightarrow 12$, dan $10 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 11$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	8	3	11	7	14	12	6	15	1	2	4	5	9	10	13
-------------------	---	---	----	---	----	----	---	----	---	---	---	---	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	7	10	8	2	14	5	12	1	3	4	13	11	9	15
-------------------	---	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	----	----	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 5 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$

$Z_5 = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$

Crossover 4: $Z_1 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$7 \leftrightarrow 7$, $15 \leftrightarrow 8 \leftrightarrow 12 \leftrightarrow 9$, $13 \leftrightarrow 2$, $4 \leftrightarrow 3$, dan $6 \leftrightarrow 11$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	14	7	10	15	13	9	11	8	1	4	3	5	6	12	2
-------------------	----	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---	----	---

<i>Offspring2</i>	4	7	1	8	2	15	14	12	6	3	10	5	11	9	13
-------------------	---	---	---	---	---	----	----	----	---	---	----	---	----	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada

bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow X \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 2 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 15 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 13 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_1 = (0, 14, 7, 10, 15, 13, 9, 11, 8, 1, 4, X, 3, 5, 6, 12, 2, X)$

$$Z_6 = (0, 4, 7, 1, 8, 2, 15, 14, 12, X, 6, 3, 10, 5, 11, 9, 13, X)$$

Crossover 5: $Z_1 \times Z_8$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$10 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 3$, $5 \leftrightarrow 8$, $15 \leftrightarrow 2$, $12 \leftrightarrow 12$, $14 \leftrightarrow 11$, dan $6 \leftrightarrow 9$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	11	10	3	5	15	2	9	12	1	7	4	8	14	6	13
-------------------	----	----	---	---	----	---	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>Offspring2</i>	15	7	4	8	2	10	5	12	14	3	1	13	11	9	6
-------------------	----	---	---	---	---	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow X \rightarrow 8 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 13 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 15 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 6 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$$Z_1 = (0, 11, 10, 3, 5, 15, 2, 9, 12, 1, 7, 4, X, 8, 14, 6, 13, X)$$

$$Z_8 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$$

Crossover 6: $Z_1 \times Z_9$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$13 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 11$, $5 \leftrightarrow 8 \leftrightarrow 12$, $14 \leftrightarrow 2$, dan $6 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 3$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	2	13	10	5	14	15	3	8	1	9	4	12	7	6	11
-------------------	---	----	----	---	----	----	---	---	---	---	---	----	---	---	----

<i>Offspring2</i>	13	7	1	8	2	5	15	12	10	3	4	6	11	9	14
-------------------	----	---	---	---	---	---	----	----	----	---	---	---	----	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 12 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 11 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 13 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 12 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 14 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_1 = (0, 2, 13, 10, 5, 14, 15, 3, 8, 1, 9, X, 4, 12, 7, 6, 11, X)$

$Z_9 = (0, 13, 7, 1, 8, 2, 5, 15, 12, 10, 3, X, 4, 6, 11, 9, 14, X)$

Crossover 7: $Z_1 \gg Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	14	7	10	8	2	15	6	12	1	3	4	5	11	9	13
----------------	----	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		7		8	2			12		3			11	9	
---------------------	--	---	--	---	---	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$8 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 14$, $15 \leftrightarrow 12$, dan $10 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 11$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	8	3	11	7	14	12	6	15	1	2	4	5	9	10	13
-------------------	---	---	----	---	----	----	---	----	---	---	---	---	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	7	10	8	2	14	5	12	1	3	4	13	11	9	15
-------------------	---	---	----	---	---	----	---	----	---	---	---	----	----	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 5 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$$

$$Z_{10} = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$$

Crossover 8: $Z_3 \times Z_4$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 10 \leftrightarrow 6$, $2 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 5$, dan $9 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 12$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12
<i>Offspring2</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$

$Z_4 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$

Crossover 9: $Z_3 \times Z_5$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 10 \leftrightarrow 6$, $2 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 5$, dan $9 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 12$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12
-------------------	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9
-------------------	---	----	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 5 → 3 → 4 → 7 → 14 → 6 → 8 → 15 → 11 → X → 2 → 1 → 13 → 9 → 10 → 12 → X

0 → 3 → 10 → 11 → 5 → 15 → 8 → 2 → 12 → 1 → 7 → X → 4 → 13 → 14 → 6 → 9 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$$

$$Z_5 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$$

Crossover 10: $Z_3 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$$10 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 4, 5 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 13, \text{ dan } 8 \leftrightarrow 12 \leftrightarrow 6 \leftrightarrow 14.$$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	2	7	10	15	13	3	14	8	11	4	1	5	6	12	9
-------------------	---	---	----	----	----	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---

<i>Offspring2</i>	3	10	1	5	15	9	8	12	11	7	4	13	14	6	2
-------------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 9 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_3 = (0, 2, 7, 10, 15, 13, 3, 14, 8, 11, X, 4, 1, 5, 6, 12, 9, X)$

$Z_6 = (0, 3, 10, 1, 5, 15, 9, 8, 12, 11, 7, X, 4, 13, 14, 6, 2, X)$

Crossover 11: $Z_3 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$10 \leftrightarrow 10, 5 \leftrightarrow 5, 15 \leftrightarrow 15, 12 \leftrightarrow 12, 7 \leftrightarrow 7, 14 \leftrightarrow 14, \text{ dan } 6 \leftrightarrow 6.$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
-------------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>Offspring2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
-------------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$

$Z_8 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$

Crossover 12: $Z_3 \times Z_9$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$13 \leftrightarrow 10$, $5 \leftrightarrow 5$, $15 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 9$, $8 \leftrightarrow 12$, dan $6 \leftrightarrow 6$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	2	13	4	5	14	3	12	8	11	9	1	10	7	6	15
-------------------	---	----	---	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---	---	----

<i>Offspring2</i>	11	10	1	5	15	8	9	12	13	7	4	3	14	6	2
-------------------	----	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 13 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 12 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow X \rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 12 \rightarrow 13 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_3 = (0, 2, 13, 4, 5, 14, 3, 12, 8, 11, 9, X, 1, 10, 7, 6, 15, X)$

$$Z_9 = (0, 11, 10, 1, 5, 15, 8, 9, 12, 13, 7, X, 4, 3, 14, 6, 2, X)$$

Crossover 13: $Z_3 \times Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$$3 \leftrightarrow 10 \leftrightarrow 6, 2 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 5, \text{ dan } 9 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 12.$$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12
-------------------	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9
-------------------	---	----	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$$0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$$

$$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$$

atau dapat ditulis:

$$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$$

$$Z_{10} = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$$

Crossover 14: $Z_4 \times Z_5$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 3, 7 \leftrightarrow 7, 14 \leftrightarrow 14, 15 \leftrightarrow 15, 2 \leftrightarrow 2, 9 \leftrightarrow 9,$ dan $10 \leftrightarrow 10$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

$$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$$

Crossover 15: $Z_4 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 8$, $13 \leftrightarrow 14$, $4 \leftrightarrow 2$, $6 \leftrightarrow 9$, dan $12 \leftrightarrow 10$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	9	7	11	15	13	3	5	8	1	4	2	14	6	12	10
-------------------	---	---	----	----	----	---	---	---	---	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	8	3	1	7	14	6	13	15	11	2	12	5	9	10	4
-------------------	---	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	---	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 11 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow X \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 10 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow X \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$$Z_4 = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$$

$$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$$

Crossover 16: $Z_4 \times Z_8$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 10 \leftrightarrow 6$, $5 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 2$, dan $12 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 9$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9
<i>Offspring2</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_4 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$

$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$

Crossover 17: $Z_4 \times Z_8$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$13 \leftrightarrow 3$, $5 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 2$, $14 \leftrightarrow 14$, $8 \leftrightarrow 15$, dan $6 \leftrightarrow 10$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	10	13	11	5	14	15	2	8	1	9	4	3	7	6	12
-------------------	----	----	----	---	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

<i>Offspring2</i>	11	3	1	7	14	12	8	15	6	2	4	13	9	10	5
-------------------	----	---	---	---	----	----	---	----	---	---	---	----	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 10 → 13 → 11 → 5 → 14 → 15 → 2 → 8 → 1 → 9 → X → 4 → 3 → 7 → 6 → 12 → X

0 → 11 → 3 → 1 → 7 → 14 → 12 → 8 → 15 → 6 → 2 → X → 4 → 13 → 9 → 10 → 5 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_4 = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$$

$$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$$

Crossover 18: $Z_4 \times Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

3 ↔ 3, 7 ↔ 7, 14 ↔ 14, 15 ↔ 15, 2 ↔ 2, 9 ↔ 9, dan 10 ↔ 10.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$

$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$

Crossover 19: $Z_5 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 8, 13 \leftrightarrow 14, 4 \leftrightarrow 2, 6 \leftrightarrow 9, \text{ dan } 12 \leftrightarrow 10.$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	9	7	11	15	13	3	5	8	1	4	2	14	6	12	10
-------------------	---	---	----	----	----	---	---	---	---	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	8	3	1	7	14	6	13	15	11	2	12	5	9	10	4
-------------------	---	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	---	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 11 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow X \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 10 \rightarrow X$

0 → 8 → 3 → 1 → 7 → 14 → 6 → 13 → 15 → 11 → 2 → 12 → X → 5 → 9 → 10 → 4 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_5 = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$$

$$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$$

Crossover 20: $Z_5 \times Z_6$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$$3 \leftrightarrow 10 \leftrightarrow 6, 5 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 2, \text{ dan } 12 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 14 \leftrightarrow 9.$$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9
-------------------	---	----	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---

<i>Offspring2</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12
-------------------	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 3 → 10 → 11 → 5 → 15 → 8 → 2 → 12 → 1 → 7 → X → 4 → 13 → 14 → 6 → 9 → X

0 → 5 → 3 → 4 → 7 → 14 → 6 → 8 → 15 → 11 → X → 2 → 1 → 13 → 9 → 10 → 12 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_5 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$$

$$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$$

Crossover 21: $Z_5 \times Z_9$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

13↔3, 5↔7↔9↔2, 14↔14, 8↔15, dan 6↔10.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	10	13	11	5	14	15	2	8	1	9	4	3	7	6	12
-------------------	----	----	----	---	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

<i>Offspring2</i>	11	3	1	7	14	12	8	15	6	2	4	13	9	10	5
-------------------	----	---	---	---	----	----	---	----	---	---	---	----	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 10 → 13 → 11 → 5 → 14 → 15 → 2 → 8 → 1 → 9 → X → 4 → 3 → 7 → 6 → 12 → X

0 → 11 → 3 → 1 → 7 → 14 → 12 → 8 → 15 → 6 → 2 → X → 4 → 13 → 9 → 10 → 5 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_5 = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$$

$$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$$

Crossover 22: $Z_5 \times Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 3$, $7 \leftrightarrow 7$, $14 \leftrightarrow 14$, $15 \leftrightarrow 15$, $2 \leftrightarrow 2$, $9 \leftrightarrow 9$, dan $10 \leftrightarrow 10$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
-------------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$

$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$

Crossover 23: $Z_6 \times Z_8$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

<i>parent2</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

<i>proto-child2</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$10 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 4$, $5 \leftrightarrow 15 \leftrightarrow 13$, dan $8 \leftrightarrow 12 \leftrightarrow 6 \leftrightarrow 14$.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	3	10	1	5	15	9	8	12	11	7	4	13	14	6	2
-------------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>Offspring2</i>	2	7	10	15	13	3	14	8	11	4	1	5	6	12	9
-------------------	---	---	----	----	----	---	----	---	----	---	---	---	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 15 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 14 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 9 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_6 = (0, 3, 10, 1, 5, 15, 9, 8, 12, 11, 7, X, 4, 13, 14, 6, 2, X)$

$Z_8 = (0, 2, 7, 10, 15, 13, 3, 14, 8, 11, X, 4, 1, 5, 6, 12, 9, X)$

Crossover 24: $Z_6 \times Z_8$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

<i>proto-child2</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

14↔13↔7↔6↔12, 5↔15, 8↔8, dan 9↔4.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	3	13	1	5	14	4	12	8	11	9	10	15	7	6	2
-------------------	---	----	---	---	----	---	----	---	----	---	----	----	---	---	---

<i>Offspring2</i>	11	7	1	15	13	14	5	8	10	4	9	3	6	12	2
-------------------	----	---	---	----	----	----	---	---	----	---	---	---	---	----	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 3 → 13 → 1 → 5 → 14 → 4 → 12 → 8 → 11 → 9 → 10 → X → 15 → 7 → 6 → 2 → X

0 → 11 → 7 → 1 → 15 → 13 → 14 → 5 → 8 → 10 → 4 → X → 9 → 3 → 6 → 12 → 2 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_6 = (0, 3, 13, 1, 5, 14, 4, 12, 8, 11, 9, 10, X, 15, 7, 6, 2, X)$$

$$Z_9 = (0, 11, 7, 1, 15, 13, 14, 5, 8, 10, 4, X, 9, 3, 6, 12, 2, X)$$

Crossover 25: $Z_6 \gg Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	3	7	1	15	13	9	14	8	11	4	10	5	6	12	2
----------------	---	---	---	----	----	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		7		15	13			8		4			6	12	
---------------------	--	---	--	----	----	--	--	---	--	---	--	--	---	----	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

3↔7↔15↔8, 14↔13, 2↔4, 9↔6, dan 10↔12.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	8	3	1	7	14	6	13	15	11	2	12	5	9	10	4
-------------------	---	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	---	---	----	---

<i>Offspring2</i>	9	7	11	15	13	3	5	8	1	4	2	14	6	12	10
-------------------	---	---	----	----	----	---	---	---	---	---	---	----	---	----	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 8 → 3 → 1 → 7 → 14 → 6 → 13 → 15 → 11 → 2 → 12 → X → 5 → 9 → 10 → 4 → X

0 → 9 → 7 → 11 → 15 → 13 → 3 → 5 → 8 → 1 → 4 → X → 2 → 14 → 6 → 12 → 10 → X

atau dapat ditulis:

$$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$$

$$Z_{10} = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$$

Crossover 26: $Z_8 \times Z_9$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

13 ↔ 10, 5 ↔ 5, 15 ↔ 14 ↔ 7 ↔ 9, 8 ↔ 12, dan 6 ↔ 6.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	2	13	4	5	14	3	12	8	11	9	1	10	7	6	15
-------------------	---	----	---	---	----	---	----	---	----	---	---	----	---	---	----

<i>Offspring2</i>	11	10	1	5	15	8	9	12	13	7	4	3	14	6	2
-------------------	----	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 2 → 13 → 4 → 5 → 14 → 3 → 12 → 8 → 11 → 9 → X → 1 → 10 → 7 → 6 → 15 → X

0 → 11 → 10 → 1 → 5 → 15 → 8 → 9 → 12 → 13 → 7 → X → 4 → 3 → 14 → 6 → 2 → X

atau dapat ditulis:

$Z_8 = (0, 2, 13, 4, 5, 14, 3, 12, 8, 11, 9, X, 1, 10, 7, 6, 15, X)$

$Z_9 = (0, 11, 10, 1, 5, 15, 8, 9, 12, 13, 7, X, 4, 3, 14, 6, 2, X)$

Crossover 27: $Z_8 \times Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	2	10	4	5	15	3	8	12	11	7	1	13	14	6	9
----------------	---	----	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		10		5	15			12		7			14	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	----	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

3 ↔ 10 ↔ 6, 5 ↔ 7 ↔ 2, dan 12 ↔ 15 ↔ 14 ↔ 9.

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	5	3	4	7	14	6	8	15	11	2	1	13	9	10	12
-------------------	---	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	----

<i>Offspring2</i>	3	10	11	5	15	8	2	12	1	7	4	13	14	6	9
-------------------	---	----	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada bagian inisialisasi populasi adalah:

0 → 5 → 3 → 4 → 7 → 14 → 6 → 8 → 15 → 11 → X → 2 → 1 → 13 → 9 → 10 → 12 → X

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 12 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$

$Z_{10} = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$

Crossover 28: $Z_9 \times Z_{10}$

1. Pilih secara acak *substring* dari kedua *parent*.

<i>parent1</i>	11	13	1	5	14	12	15	8	10	9	4	3	7	6	2
----------------	----	----	---	---	----	----	----	---	----	---	---	---	---	---	---

<i>parent2</i>	6	3	11	7	14	8	5	15	1	2	4	13	9	10	12
----------------	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---	----	---	----	----

2. Tukar posisi *substring* pada kedua *parent*.

<i>proto-child1</i>		3		7	14			15		2			9	10	
---------------------	--	---	--	---	----	--	--	----	--	---	--	--	---	----	--

<i>proto-child2</i>		13		5	14			8		9			7	6	
---------------------	--	----	--	---	----	--	--	---	--	---	--	--	---	---	--

3. Menentukan hubungan *mapping*:

$3 \leftrightarrow 13, 5 \leftrightarrow 7 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 2, 14 \leftrightarrow 14, 15 \leftrightarrow 8, \text{ dan } 10 \leftrightarrow 6.$

4. Menentukan kromosom keturunan mengacu pada hubungan *mapping*.

<i>offspring1</i>	11	3	1	7	14	12	8	15	6	2	4	13	9	10	5
-------------------	----	---	---	---	----	----	---	----	---	---	---	----	---	----	---

<i>Offspring2</i>	10	13	11	5	14	15	2	8	1	9	4	3	7	6	12
-------------------	----	----	----	---	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Rute yang didapat menggunakan langkah yang sama dengan kromosom 1 pada

bagian inisialisasi populasi adalah:

$0 \rightarrow 11 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow X$

$0 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow X \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow X$

atau dapat ditulis:

$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$

$$Z_{10} = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$$

Terdapat kromosom-kromosom pilihan baru akibat proses *crossover*, kemudian diambil kromosom paling minimum dari kromosom pilihan yang ada.

Kromosom-kromosom tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 3.3: Kromosom-kromosom Pilihan Akibat Proses *Crossover*

No	Kromosom	Total Jarak
1	$Z_1 = (0, 11, 10, 3, 5, 15, 2, 9, 12, 1, 7, 4, X, 8, 14, 6, 13, X)$	44.34
2	$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$	40.97
3	$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$	40.97
4	$Z_1 = (0, 14, 7, 10, 15, 13, 9, 11, 8, 1, 4, X, 3, 5, 6, 12, 2, X)$	40.75
5	$Z_1 = (0, 11, 10, 3, 5, 15, 2, 9, 12, 1, 7, 4, X, 8, 14, 6, 13, X)$	44.34
6	$Z_1 = (0, 2, 13, 10, 5, 14, 15, 3, 8, 1, 9, X, 4, 12, 7, 6, 11, X)$	42.436
7	$Z_1 = (0, 8, 3, 11, 7, 14, 12, 6, 15, 1, 2, X, 4, 5, 9, 10, 13, X)$	40.97
1	$Z_3 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$	39.986
2	$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
3	$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
4	$Z_3 = (0, 2, 7, 10, 15, 13, 3, 14, 8, 11, X, 4, 1, 5, 6, 12, 9, X)$	45.16
5	$Z_3 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$	40.84
6	$Z_3 = (0, 2, 13, 4, 5, 14, 3, 12, 8, 11, 9, X, 1, 10, 7, 6, 15, X)$	42.19
7	$Z_3 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
1	$Z_4 = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$	44.40
2	$Z_4 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
3	$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
4	$Z_4 = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$	44.69
5	$Z_4 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
6	$Z_4 = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$	44.13
7	$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
1	$Z_5 = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$	44.40
2	$Z_5 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
3	$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64

Tabel 3.3: Kromosom-kromosom Pilihan Akibat Proses *Crossover* (lanjutan)

4	$Z_5 = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$	44.69
5	$Z_5 = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
6	$Z_5 = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$	44.13
7	$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
1	$Z_6 = (0, 4, 7, 1, 8, 2, 15, 14, 12, X, 6, 3, 10, 5, 11, 9, 13, X)$	41.366
2	$Z_6 = (0, 3, 10, 1, 5, 15, 9, 8, 12, 11, 7, X, 4, 13, 14, 6, 2, X)$	42.05
3	$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$	44.88
4	$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$	44.88
5	$Z_6 = (0, 3, 10, 1, 5, 15, 9, 8, 12, 11, 7, X, 4, 13, 14, 6, 2, X)$	42.05
6	$Z_6 = (0, 3, 13, 1, 5, 14, 4, 12, 8, 11, 9, 10, X, 15, 7, 6, 2, X)$	39.26
7	$Z_6 = (0, 8, 3, 1, 7, 14, 6, 13, 15, 11, 2, 12, X, 5, 9, 10, 4, X)$	44.88
1	$Z_8 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$	39.986
2	$Z_8 = (0, 2, 10, 4, 5, 15, 3, 8, 12, X, 11, 7, 1, 13, 14, 6, 9, X)$	40.84
3	$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
4	$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
5	$Z_8 = (0, 2, 7, 10, 15, 13, 3, 14, 8, 11, X, 4, 1, 5, 6, 12, 9, X)$	45.16
6	$Z_8 = (0, 2, 13, 4, 5, 14, 3, 12, 8, 11, 9, X, 1, 10, 7, 6, 15, X)$	42.19
7	$Z_8 = (0, 5, 3, 4, 7, 14, 6, 8, 15, 11, X, 2, 1, 13, 9, 10, 12, X)$	43.13
1	$Z_9 = (0, 13, 7, 1, 8, 2, 5, 15, 12, 10, 3, X, 4, 6, 11, 9, 14, X)$	44.27
2	$Z_9 = (0, 11, 10, 1, 5, 15, 8, 9, 12, 13, 7, X, 4, 3, 14, 6, 2, X)$	43.65
3	$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$	42.696
4	$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$	42.696
5	$Z_9 = (0, 11, 7, 1, 15, 13, 14, 5, 8, 10, 4, X, 9, 3, 6, 12, 2, X)$	45.00
6	$Z_9 = (0, 11, 10, 1, 5, 15, 8, 9, 12, 13, 7, X, 4, 3, 14, 6, 2, X)$	43.65
7	$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$	42.696
1	$Z_{10} = (0, 6, 7, 10, 8, 2, 14, 5, 12, 1, 3, X, 4, 13, 11, 9, 15, X)$	44.40
2	$Z_{10} = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
3	$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
4	$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
5	$Z_{10} = (0, 9, 7, 11, 15, 13, 3, 5, 8, 1, 4, X, 2, 14, 6, 12, 10, X)$	44.69

Tabel 3.3: Kromosom-kromosom Pilihan Akibat Proses *Crossover* (lanjutan)

6	$Z_{10} = (0, 3, 10, 11, 5, 15, 8, 2, 12, 1, 7, X, 4, 13, 14, 6, 9, X)$	43.67
7	$Z_{10} = (0, 10, 13, 11, 5, 14, 15, 2, 8, 1, 9, X, 4, 3, 7, 6, 12, X)$	44.13

Kromosom-kromosom dalam populasi akan berubah setelah dilakukan proses *crossover*. Proses perhitungan populasi di atas dapat dilihat pada Lampiran 11 dan 12. Sesudah dilakukannya proses *crossover* dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3.4: Populasi sesudah Proses *Crossover*

No	Kromosom	Total Jarak
1	$Z_1 = (0, 14, 7, 10, 15, 13, 9, 11, 8, 1, 4, X, 3, 5, 6, 12, 2, X)$	40.75
2	$Z_2 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
3	$Z_3 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$	39.986
4	$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
5	$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64
6	$Z_6 = (0, 3, 13, 1, 5, 14, 4, 12, 8, 11, 9, 10, X, 15, 7, 6, 2, X)$	39.26
7	$Z_7 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$	38.21
8	$Z_8 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 9, 6, X)$	39.986
9	$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$	42.696
10	$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	40.64

Setelah didapatkan populasi dari proses *crossover* (dapat dilihat pada Lampiran 13), kemudian dapat dilakukan proses mutasi dari populasi baru tersebut.

3.3.4 Proses Mutasi

Proses mutasi bertujuan untuk mengubah salah satu atau lebih bagian dari kromosom. Proses mutasi diperlukan untuk mengembalikan informasi yang hilang akibat proses *crossover*. Jika proses mutasi dilakukan terlalu sering, maka akan

menghasilkan individu yang lemah karena konfigurasi gen pada individu yang unggul akan dirusak.

Probabilitas mutasi (p_m) yang digunakan adalah 10% . Langkah-langkah dalam proses mutasi adalah:

1. Banyaknya gen dalam satu kromosom adalah 15, dan jumlah kromosom dalam populasi adalah 10. Maka panjang total gen adalah $15 \times 10 = 150$ buah.
2. Jumlah gen yang akan dimutasi adalah $10\% \times 150 = 15$. Dengan demikian akan dibangkitkan sebanyak 15 bilangan bulat antara 1 sampai 150.
3. Pembangkitan bilangan bulat acak dilakukan dengan fungsi `randint(1,15,[1,150])` pada program *matlab*. Bilangan acak yang didapatkan adalah:

[43 114 114 58 86 12 9 80 117 141 20 86 71 2 51]

Dari nilai acak yang didapat, 15 angka tersebut akan menukarkan posisi gen dengan gen setelahnya (bersebelahan) sesuai urutan dari gen pertama. Kemudian gen pada kromosom selanjutnya dihitung meneruskan gen pada kromosom sebelumnya.

4. Proses mutasi:
 - a) Pada kromosom ke-3 gen ke-13 ditukar dengan gen ke-14.
 - b) Pada kromosom ke-8 gen ke-9 ditukar dengan gen ke-10.
 - c) Pada kromosom ke-8 gen ke-9 ditukar dengan gen ke-10.
 - d) Pada kromosom ke-4 gen ke-13 ditukar dengan gen ke-14.
 - e) Pada kromosom ke-6 gen ke-11 ditukar dengan gen ke-12.

- f) Pada kromosom ke-1 gen ke-12 ditukar dengan gen ke-13.
- g) Pada kromosom ke-1 gen ke-9 ditukar dengan gen ke-10.
- h) Pada kromosom ke-6 gen ke-5 ditukar dengan gen ke-5.
- i) Pada kromosom ke-8 gen ke-12 ditukar dengan gen ke-13.
- j) Pada kromosom ke-10 gen ke-6 ditukar dengan gen ke-7.
- k) Pada kromosom ke-2 gen ke-5 ditukar dengan gen ke-6.
- l) Pada kromosom ke-6 gen ke-11 ditukar dengan gen ke-12.
- m) Pada kromosom ke-5 gen ke-11 ditukar dengan gen ke-12.
- n) Pada kromosom ke-1 gen ke-2 ditukar dengan gen ke-3.
- o) Pada kromosom ke-4 gen ke-6 ditukar dengan gen ke-7.

Kromosom-kromosom dalam populasi akan berubah setelah dilakukan proses mutasi yang dapat dilihat pada Lampiran 15 dan 16. Sesudah dilakukannya proses mutasi dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3.5 Populasi sesudah Proses Mutasi

No	Kromosom	Total Jarak
1	$Z_1 = (0, 14, 10, 7, 15, 13, 9, 11, 8, 4, 1, X, 3, 6, 5, 12, 2, X)$	42.07
2	$Z_2 = (0, 6, 3, 11, 7, 8, 14, 5, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	43.99
3	$Z_3 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 13, 11, 6, 9, X)$	40.446
4	$Z_4 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 5, 8, 15, 1, 2, X, 4, 13, 10, 9, 12, X)$	42.27
5	$Z_5 = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 8, 5, 15, 1, 2, X, 13, 4, 9, 10, 12, X)$	40.64
6	$Z_6 = (0, 3, 13, 1, 5, 4, 14, 12, 8, 11, 9, 10, X, 15, 7, 6, 2, X)$	38.86
7	$Z_7 = (0, 14, 7, 10, 8, 2, 15, 6, 12, 1, X, 3, 4, 5, 11, 9, 13, X)$	38.21
8	$Z_8 = (0, 15, 7, 4, 8, 2, 10, 5, 12, X, 14, 3, 1, 11, 13, 9, 6, X)$	40.976
9	$Z_9 = (0, 11, 3, 1, 7, 14, 12, 8, 15, 6, 2, X, 4, 13, 9, 10, 5, X)$	42.696
10	$Z_{10} = (0, 6, 3, 11, 7, 14, 5, 8, 15, 1, 2, X, 4, 13, 9, 10, 12, X)$	42.69

Proses algoritma genetika untuk satu generasi telah selesai dilakukan. Dari hasil akhir mutasi di atas menghasilkan kromosom yang memiliki total jarak terpendek adalah kromosom $Z_7 = (0,14,7,10,8,2,15,6,12,1,X,3,4,5,11,9,13,X)$ dengan jarak tempuh 38.21.

Setelah didapatkan rute kendaraan untuk pengangkutan sampah di Kecamatan Mamajang yang dapat meminimumkan total jarak tempuh kendaraan dalam pengangkutan sampah setiap harinya. Rute kendaraan tersebut memberikan informasi tentang perbandingan rute kendaraan dari penelitian terdahulu dengan rute yang dihasilkan dari penelitian kali ini. Pada tabel 3.6 dan tabel 3.7 diberikan solusi optimal yang diperoleh dari masalah penentuan rute yang diselesaikan.

Tabel 3.6 Rute Solusi Optimal untuk Kendaraan Pertama

Node	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
14	Jl. Tupai Selatan	340
7	Jl. Mawas Timur	260
10	Jl. Onta Lama	750
8	Jl. Singa	1200
2	Jl. Anuang Selatan	880
15	Jl. Serigala Selatan	700
6	6. Jl. Amirullah	1250
12	Jl. Kancil	370
1	Jl. Lanto Dg. Pasewang	240
X	TPA	0

Tabel 3.7 Rute Solusi Optimal untuk Kendaraan Kedua

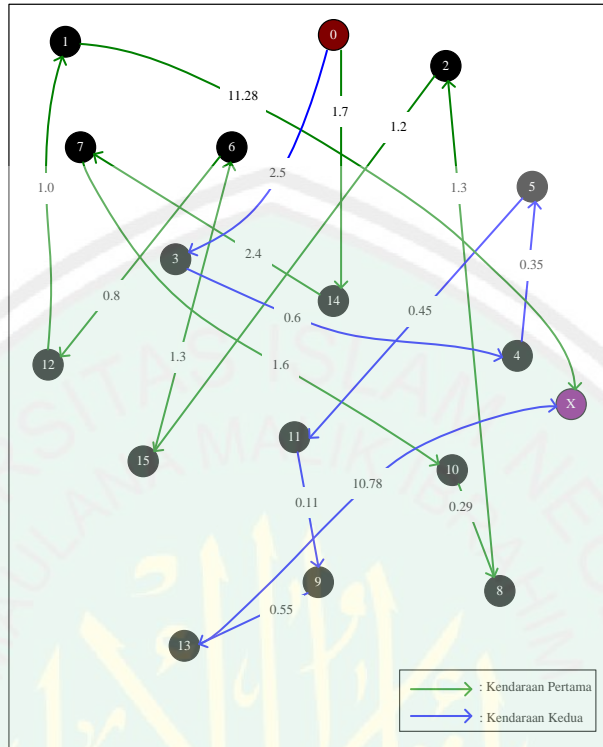
Node	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
3	Jl. Onta Baru	120
4	Jl. Serigala	1200
5	Jl. Tupai	560
11	Jl. Beruang	310
9	Jl. Macan	600
13	Jl. Badak	300

X	TPA	0
---	-----	---

Berdasarkan kedua tabel di atas, dapat dijelaskan bahwa untuk melayani seluruh daerah pelayanan sesuai dengan permintaannya masing-masing maka dibutuhkan dua unit kendaraan. Untuk kendaraan pertama, rute yang dilalui adalah berawal dari depot, daerah 14, daerah 7, daerah 10, daerah 8, daerah 2, daerah 15, daerah 6, daerah 12, daerah 1, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh kendaraan pertama adalah 22,87 km dan membawa total muatan sebanyak 5.990 liter sampah. Sedangkan rute yang dilalui kendaraan kedua adalah meliputi depot, daerah 3, daerah 4, daerah 5, daerah 11, daerah 9, daerah 13, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh 15,34 km dan membawa total muatan sebanyak 3.090 liter sampah.

Total jarak yang ditempuh oleh kedua kendaraan tersebut dalam melayani seluruh daerah pelayanan adalah 38,21 km dengan jumlah permintaan seluruh daerah pelayanan adalah 9080 liter.

Rute solusi optimal dapat dilihat pada Gambar 3.9 sebagai berikut:



Gambar 3.9: Rute Solusi Optimal

Rute solusi di atas dibandingkan dengan rute hasil penelitian terdahulu dalam melayani 15 daerah pelayanan adalah seperti pada Tabel 3.8, 3.9, 3.10, dan 3.11 sebagai berikut:

Tabel 3.8 Rute 1 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Pertama

Node	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
1	Jl. Lanto Dg. Pasewang	240
6	Jl. Amirullah	1250
7	Jl. Mawas Timur	260
3	Jl. Onta Baru	120
5	Jl. Tupai	560
X	TPA	0

Tabel 3.9 Rute 2 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Pertama

Node	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
1	Jl. Lanto Dg. Pasewang	240

Tabel 3.9 Rute 2 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Pertama (lanjutan)

2	Jl. Anuang Selatan	880
4	Jl. Serigala	1200
5	Jl. Tupai	560
X	TPA	0

Tabel 3.10 Rute 1 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Kedua

<i>Node</i>	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
8	Jl. Singa	1200
12	Jl. Kancil	370
11	Jl. Beruang	310
13	Jl. Badak	300
10	Jl. Onta Lama	750
X	TPA	0

Tabel 3.11 Rute 2 Penelitian Terdahulu untuk Kendaraan Kedua

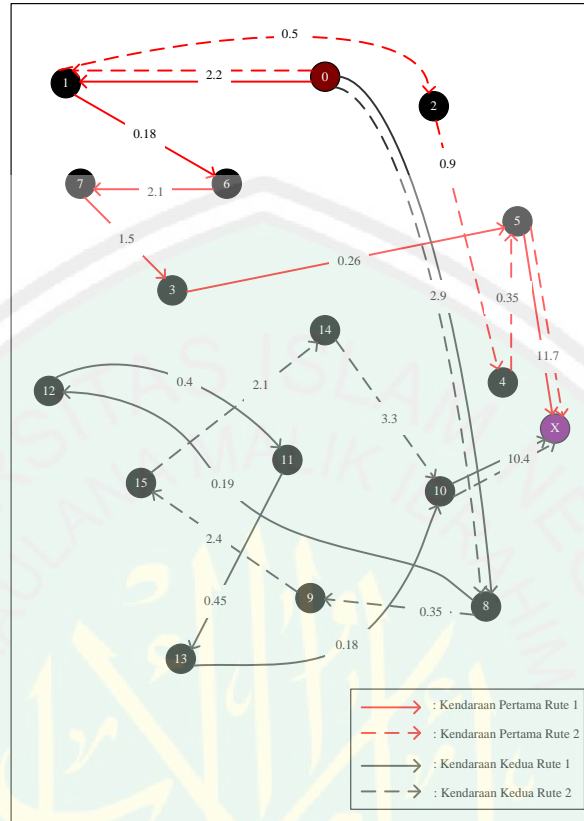
<i>Node</i>	Nama Daerah	Jumlah Permintaan (liter)
0	Jl. Kerung-Kerung	0
8	Jl. Singa	1200
9	Jl. Macan	600
15	Jl. Serigala Selatan	700
14	Jl. Tupai Selatan	340
10	Jl. Onta Lama	750
X	TPA	0

Berdasarkan kedua tabel di atas, dapat dijelaskan bahwa untuk melayani seluruh daerah pelayanan sesuai dengan permintaannya masing-masing maka dibutuhkan dua unit kendaraan. Untuk rute 1 yang dilalui kendaraan pertama, rute yang dilalui adalah berawal dari depot, daerah 1, daerah 6, daerah 7, daerah 3, daerah 5, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh kendaraan pertama adalah 17,94 km dan membawa total muatan sebanyak 4.860 liter sampah. Untuk rute 2 yang dilalui kendaraan pertama, rute yang dilalui adalah berawal dari depot, daerah 1, daerah 2, daerah 4, daerah 5, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh kendaraan pertama adalah 15,65 km

dan membawa total muatan sebanyak 5.760 liter sampah. Untuk rute 1 yang dilalui kendaraan kedua, rute yang dilalui adalah berawal dari depot, daerah 8, daerah 12, daerah 11, daerah 13, daerah 10, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh kendaraan pertama adalah 14,52 km dan membawa total muatan sebanyak 5.860 liter sampah. Sedangkan rute 2 yang dilalui kendaraan kedua adalah meliputi depot, daerah 8, daerah 9, daerah 15, daerah 14, daerah 10, TPA kemudian kembali ke depot dengan total jarak tempuh 21,45 km dan membawa total muatan sebanyak 6.000 liter sampah.

Total jarak yang ditempuh oleh kedua kendaraan tersebut dalam melayani seluruh daerah pelayanan adalah 69,56 km dengan jumlah permintaan seluruh daerah pelayanan adalah 22.480 liter.

Rute kendaraan penelitian terdahulu dapat dilihat pada Gambar 3.10 sebagai berikut:



Gambar 3.10: Rute Kendaraan Penelitian Terdahulu

3.4 Perbandingan Rute Solusi Optimal

Perbandingan rute hasil solusi optimal dari penelitian terdahulu dengan menggunakan algoritma *savings*, dilakukan dengan membandingkan rute kendaraan solusi optimal berdasarkan muatan kendaraan dan total jarak tempuh kendaraan. Hal tersebut dapat dilihat pada tabel-tabel sebagai berikut:

Tabel 3.12 Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Penelitian Terdahulu

Truk	Hari	Rute	Sampah yang Terangkut (liter)	Jarak (Km)	Total Sampah yang Terangkut (liter)	Total Jarak (Km)
1	1	0-1-6-7-3-5-X-0	±4.860	±27,15	±10.620	±55
	2	0-1-2-4-5-X-0	±5.760	±27,85		
2	1	0-8-12-11-13-10-X-0	±5.860	±27,35	±11.860	±55,53
	2	0-8-9-15-14-10-X-0	±6.000	±28,18		

Tabel 3.13 Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Penelitian Terdahulu dengan Menggunakan Data Jarak Antar Daerah Pelayanan Terbaru

Truk	Hari	Rute	Sampah yang Terangkut (liter)	Jarak (Km)	Total Sampah yang Terangkut (liter)	Total Jarak (Km)
1	1	0-1-6-7-3-5-X-0	±4.860	±17.94	±10.620	±33.59
	2	0-1-2-4-5-X-0	±5.760	±15.65		
2	1	0-8-12-11-13-10-X-0	±5.860	±14.52	±11.860	±35.97
	2	0-8-9-15-14-10-X-0	±6.000	±21.45		

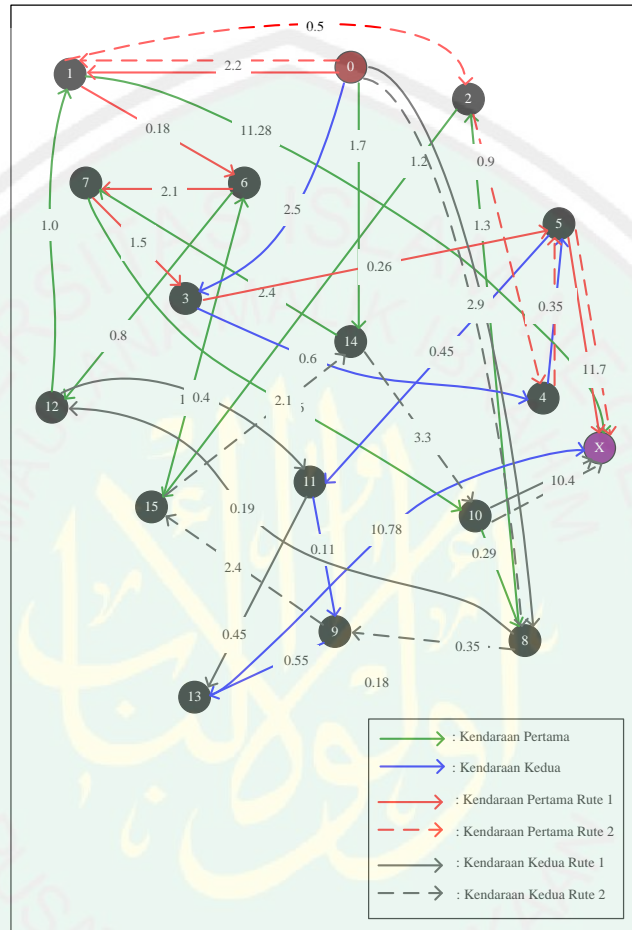
Tabel 3.14 Rute yang dilalui Truk Pengangkut dari Hasil Penelitian

Truk	Rute	Total Sampah yang Terangkut (liter)	Total Jarak (Km)
1	0-14-7-10-8-2-15-6-12-1-X-0	±5.990	±22,87
2	0-3-4-5-11-9-13-X-0	±3.090	±15,34

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa masing-masing rute kendaraan pada solusi optimal memiliki total jarak tempuh yang lebih pendek dibandingkan dengan total jarak tempuh dari penelitian terdahulu. Pada rute solusi optimal, total jarak tempuh untuk kedua kendaraan adalah 38,21 kilometer, sedangkan total jarak tempuh dari penelitian terdahulu adalah 69,56 kilometer. Sehingga terdapat penghematan jarak tempuh 31,35 kilometer. Total muatan yang dibawa oleh kedua kendaraan pada solusi optimal lebih sedikit dari total muatan kedua kendaraan pada penelitian terdahulu. Total muatan kedua kendaraan pada solusi optimal adalah 9.080 liter sampah, sedangkan total muatan kedua kendaraan pada penelitian terdahulu adalah 22.480 liter sampah.

Pada rute solusi optimal setiap harinya dapat mengangkut seluh sampah yang ada di setiap daerah, sedangkan pada penelitian terdahulu setiap harinya tidak dapat mengangkut seluruh sampah yang ada di setiap daerah.

Perbedaan antara rute kendaraan solusi optimal dengan rute kendaraan dari penelitian terdahulu dapat dilihat pada Gambar 3.11 sebagai berikut:



Gambar 3.11: Rute Solusi Optimal dan Rute Penelitian Terdahulu

Dari hasil perbandingan rute kendaraan solusi optimal dan dari penelitian terdahulu, perbedaan total jarak tempuh semua kendaraan dapat menjadi pertimbangan Dinas Pertamanan dan Kebersihan Kecamatan Mamajang, Makassar.

3.5 Kajian Agama

Secara umum, beberapa syarat dalam VRP (*Vehicle Routing Problem*) antara lain: rute yang dibentuk harus memenuhi batasan-batasan yaitu setiap

pelanggan hanya dikunjungi satu kali oleh satu kendaraan, semua pelanggan harus dilayani sesuai dengan permintaannya masing-masing yang diketahui sebelumnya. Kendaraan yang digunakan memiliki batasan kapasitas tertentu sehingga rute yang dilalui tidak melebihi kapasitasnya. Setiap rute kendaraan berawal dari depot dan pada akhirnya juga harus kembali ke depot.

Syarat pertama adalah setiap pelanggan hanya dikunjungi oleh satu kendaraan, dengan kata lain rute yang sudah dikunjungi oleh kendaraan tidak boleh dikunjungi oleh kendaraan yang lain. Sebagaimana aturan dalam Islam, bahwa wanita yang sudah diperistri (belum bercerai) oleh seorang laki-laki maka diharamkan diperistri oleh laki-laki yang lain (kecuali budaknya sendiri), sebagaimana dalam firman Allah dalam surat An-Nisa ayat 24:

﴿ وَالْمُحْصَنَاتُ مِنَ النِّسَاءِ إِلَّا مَا مَلَكَتْ أَيْمَانُكُمْ ۖ كَتَبَ اللَّهُ عَلَيْكُمْ ... ﴾

Artinya: “Dan (diharamkan juga kamu mengawini) wanita yang bersuami, kecuali budak-budak yang kamu miliki (Allah telah menetapkan hukum itu) sebagai ketetapan-Nya atas kamu”

Selanjutnya syarat kedua yaitu setiap rute kendaraan berawal dari depot dan pada akhirnya juga harus kembali ke depot. Hal ini sesuai dengan firman Allah dalam Qur'an surat At-Thaahaa ayat 55 yang berbunyi:

﴿ مِنْهَا خَلَقْنَاكُمْ وَفِيهَا نُعِيدُكُمْ وَمِنْهَا نُخْرِجُكُمْ تَارَةً أُخْرَى ۗ ﴾

Artinya: “Dari bumi atau (tanah) itulah Kami menjadikan kamu dan kepadanya Kami akan mengembalikan kamu dan daripadanya Kami akan mengeluarkan kamu pada kali yang lain”

Oleh Ibnu Abbas, ayat tersebut ditafsirkan bahwa manusia berasal dari Adam, Adam berasal dari debu, dan debu berasal dari bumi. Setelah meninggal, manusia dikubur atau dikembalikan ke bumi yang kemudian akan dikeluarkan lagi

dari bumi. Hal ini menegaskan kita bahwa manusia berasal dari satu tempat dan akan kembali ke tempat yang sama pula (Abbas, 2011).

Syarat yang terakhir adalah total permintaan (*demand*) tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan. Begitupun dalam ajaran Islam, Allah-pun tidak akan membebani seseorang di luar kemampuannya. Sebagaimana firman-Nya dalam surat Al-Baqarah ayat 286:

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا ... ﴿٢٨٦﴾

Artinya: “Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya...”

Pembebanan adalah perkara yang menyulitkan. Karena itu harus berbanding lurus dengan kemampuan. Imam Qurtuby berkata, “Allah menggariskan bahwa Dia tidak akan membebani hamba-Nya –sejak ayat ini diturunkan– dengan amalan-amalan hati atau anggota badan, sesuai dengan kemampuan orang tersebut. Dengan demikian umat Islam terangkat kesulitannya. Artinya, Allah tidak membebani apa-apa yang terlintas dalam perasaan dan tercetus dalam hati” (Al-Qurtubi, 2008).

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan algoritma genetika dengan operator *partially mapped crossover* untuk menyelesaikan optimasi *vehicle routing problem*, dapat disimpulkan bahwa analisis matematika untuk menyelesaikan masalah pengangkutan sampah tersebut, didapatkan dua rute berbeda yang akan dioperasikan dengan dua kendaraan. Untuk kendaraan pertama diperoleh rute optimal 22,87 km dengan mengangkut 5.990 liter sampah. Sedangkan untuk kendaraan kedua diperoleh rute optimal 15,34 km dengan mengangkut 3.090 liter sampah. Rute pada kedua kendaraan tersebut memenuhi kendala-kendala pada VRP.

4.2 Saran

Penelitian ini masih perlu pengembangan keilmuan sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya diharapkan untuk melakukan pengembangan kasus dengan menambah batasan-batasan pada VRP sehingga dapat menjadi lebih spesifik. Kemudian dilakukan perbandingan *crossover* dalam algoritma genetika dengan *crossover* yang lain dan dilakukan dalam beberapa generasi sampai diperoleh nilai *fitness* yang tidak berubah agar mendapatkan nilai yang lebih optimal.

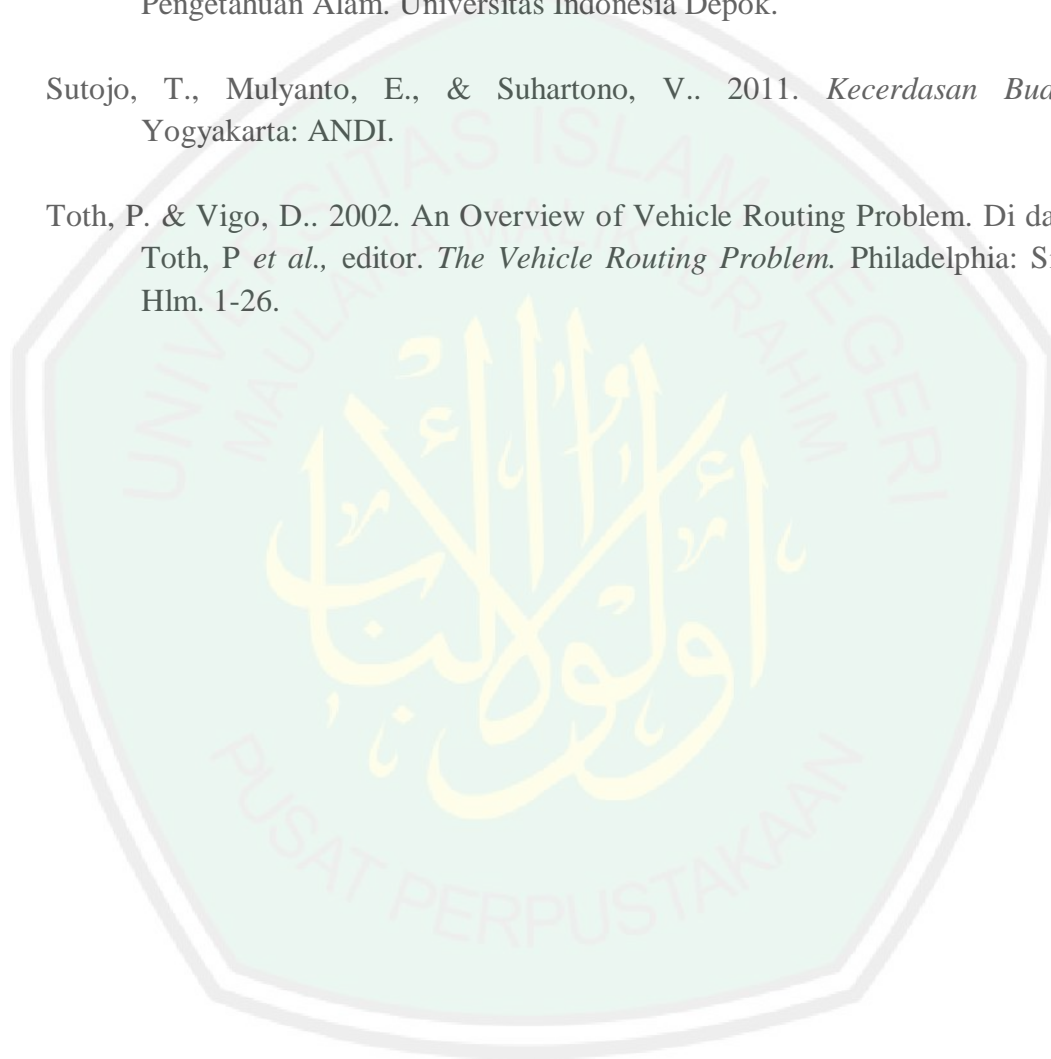
DAFTAR PUSTAKA

- Abbas, I.. 2011. *Tafsir Al Qur'an Al Adzim*. Semarang: Toha Putra.
- Abdussakir, Azizah, N.N., & Novandika, F.F.. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN-Malang Press.
- Ahmed, Z.H.. 2010. *Genetic Algorithm for the Traveling Salesman Problem using Sequential Constructive Operator*. International Journal of Biometrics and Bioformatics (IJBB). Volume 3: Issue 6.
- Al-Qurtubi, S.I.. 2008. *Tafsir Al Qurtubi*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Anonim. 2008. *Referensi Kesehatan*. <http://creasoft.wordpress.com/2008/04/21/algorithm-genetika-genetic-algorithm/>. (diakses pada tanggal 3 oktober 2013 pukul 09:02 WIB).
- Berlianty, I. & Arifin, M.. 2010. *Teknik-teknik Optimasi Heuristik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Coley, D.. 1999. *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Danapriatna, N. & Setiawan, R.. 2005. *Pengantar Statistika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Fitrah, A., Zaky A., & Fitrasani. 2006. *Penerapan Algoritma Genetika pada Persoalan Pedagang Keliling*. Makalah, Fakultas Teknik Elektro dan Informatika. Institut Teknologi Bandung.
- Gutin, G., & Punnen, A.. 2004. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Garfinkel, R.S. & Nemhauser, G.L.. 1972. *Integer Programming*. New York: Springer-Verlag.
- Hardianti, Y.. 2013. *Penerapan Algoritma Genetika dalam Penyelesaian Traveling Salesman Problem with Precedence Contrints (TSPPC)*. Skripsi.

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika.
Universitas Negeri Malang.

- Hendrawan, B.E.. 2007. *Implementasi Algoritma Paralel Genetic Algorithm untuk Penyelesaian Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem*. Skripsi. Fakultas Teknologi Informasi Jurusan Teknik Informatika. Institut Sepuluh November Surabaya.
- Irawati, I.. 2010. *Penerapan Algoritma Genetika dalam Pencarian Nilai Maksimum Fungsi*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika. Universitas Negeri Malang.
- Kallehauge, B., Larsen, J., & Marsen, O.B.G.. 2001. *Lagrangian Duality Applied on Vehicle Routing with Time Windows*. Technical Report. IMM. Technical University of Denmark.
- Kusumadewi, S. & Purnomo, H.. 2005. *Penyelesaian Masalah Optimasi Menggunakan Teknik-teknik Heuristik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Lipschutz, S., Hall, G.G., & Margha. 1988. *Seri Buku Schaum Teori dan Soal-Soal Matematika Hingga Edisi Si (Metrik)*. Jakarta: Erlangga.
- Lukas, S., Anwar, T., & Yuliani, W.. 2005. *Penerapan Algoritma Genetika untuk Traveling Salesman Problem dengan Menggunakan Metode Order Crossover dan Insertion Mutation*. Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2005. ISBN: 979-756-061-6.
- Raditya, A.. 2009. *Penggunaan Metode Heuristik dalam Permasalahan Vehicle Routing Problem dan Implementasinya di PT Nippon Indosari Corpindo*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Pertanian Bogor.
- Salipadang, J.C.. 2011. *Analisis Sistem Pengangkutan Sampah Kota Makassar dengan Menggunakan Metode Penyelesaian Vehicle Routing Problem*. Skripsi. Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin Makassar.
- Sarwadi & Anjar, K.S.W.. 2004. Algoritma Genetika untuk Penyelesaian Masalah Vehicle Routing. *Jurnal Matematika dan Komputer* vol. 7. No. 2, 1-10, Agustus 2004, ISSN: 1410-8518 Jurusan Matematika Universitas Diponegoro.

- Setyaningsih, N. & Murtiyasa, B.. 2010. *Pengantar Statistika Matematika*. Surakarta: Muhammadiyah University Press.
- Sukaton, R.M.. 2011. *Penggunaan Algoritma Genetika dalam Masalah Jalur Terpendek pada Jaringan Data*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Indonesia Depok.
- Sutojo, T., Mulyanto, E., & Suhartono, V.. 2011. *Kecerdasan Buatan*. Yogyakarta: ANDI.
- Toth, P. & Vigo, D.. 2002. An Overview of Vehicle Routing Problem. Di dalam Toth, P *et al.*, editor. *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia: Siam. Hlm. 1-26.



Lampiran 1

Data Jarak Antar Daerah Pelayanan

Daerah	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	2.2	1.6	2.5	2.4	2.6	2.3	1.1	2.9
1	2.3	0	0.5	0.9	1.4	1.1	0.18	2.0	1.1
2	1.6	0.5	0	0.65	0.9	0.75	0.55	1.6	1.3
3	2.6	0.9	0.65	0	0.6	0.26	0.7	2.3	0.4
4	2.3	1.4	0.9	0.6	0	0.35	1.3	2.5	0.4
5	2.6	1.2	0.75	0.26	0.35	0	1.0	2.4	0.35
6	2.4	0.18	0.55	0.7	1.3	1.0	0	2.1	1.0
7	1.1	1.2	0.8	1.5	2.5	1.5	1.2	0	1.9
8	2.9	1.1	1.3	0.4	0.35	0.35	1.0	2.7	0
9	3.0	1.4	1.4	0.6	0.2	0.4	1.3	2.7	0.35
10	2.7	1.0	1.0	0.2	0.4	0.096	0.85	2.4	0.29
11	3.1	1.3	1.4	0.5	0.26	0.45	1.1	2.8	0.22
12	3.1	1.0	1.5	0.55	0.55	0.5	0.8	2.9	0.19
13	2.8	0.8	1.1	0.23	0.6	0.29	0.6	2.6	0.25
14	2.0	2.5	2.6	3.3	3.8	3.4	2.6	2.4	3.4
15	0.65	1.2	1.2	0.6	0.35	0.35	1.3	2.5	2.3

Daerah	9	10	11	12	13	14	15	X
0	3.0	2.7	3.0	3.1	2.8	1.7	0.65	0
1	1.4	1.0	1.3	1.0	0.8	2.5	1.2	11.28
2	1.4	1.0	1.4	1.5	1.1	2.4	1.2	10.61
3	0.6	0.2	0.5	0.55	0.23	3.3	0.6	10.75
4	0.2	0.4	0.26	0.55	0.6	3.8	0.35	10.65
5	0.4	0.096	0.45	0.5	0.29	3.4	0.35	11.7
6	1.3	0.85	1.1	0.8	0.6	2.6	1.3	11.3
7	1.9	1.6	2.0	2.0	1.7	2.2	1.7	11.7
8	0.35	0.29	0.22	0.19	0.25	4.0	2.4	10.59
9	0	0.45	0.11	0.5	0.55	4.0	2.4	10.77
10	0.45	0	0.4	0.5	0.18	3.7	2.1	10.4
11	0.11	0.4	0	0.4	0.45	4.1	2.5	10.94
12	0.5	0.5	0.4	0	0.29	4.2	2.6	11.18
13	0.6	0.18	0.45	0.29	0	2.3	2.3	10.78
14	3.7	3.3	3.6	3.2	2.2	0	2.7	11.31
15	2.4	2.1	2.4	2.5	2.2	2.1	0	11.9

Keterangan: 0. Jl. Kerung-Kerung; 1. Jl. Lanto Dg. Pasewang, 2. Jl. Anuang Selatan; 3. Jl. Onta Baru; 4. Jl. Serigala; 5. Jl. Tupai; 6. Jl. Amirullah; 7. Jl. Mawas Timur; 8. Jl. Singa; 9. Jl. Macan; 10. Jl. Onta Lama; 11. Jl. Beruang; 12. Jl. Kancil; 13. Jl. Badak; 14. Jl. Tupai Selatan; 15. Jl. Serigala Selatan; X. TPA.

Lampiran 2

Data Sampah yang Harus dimuat Setiap Satu Hari

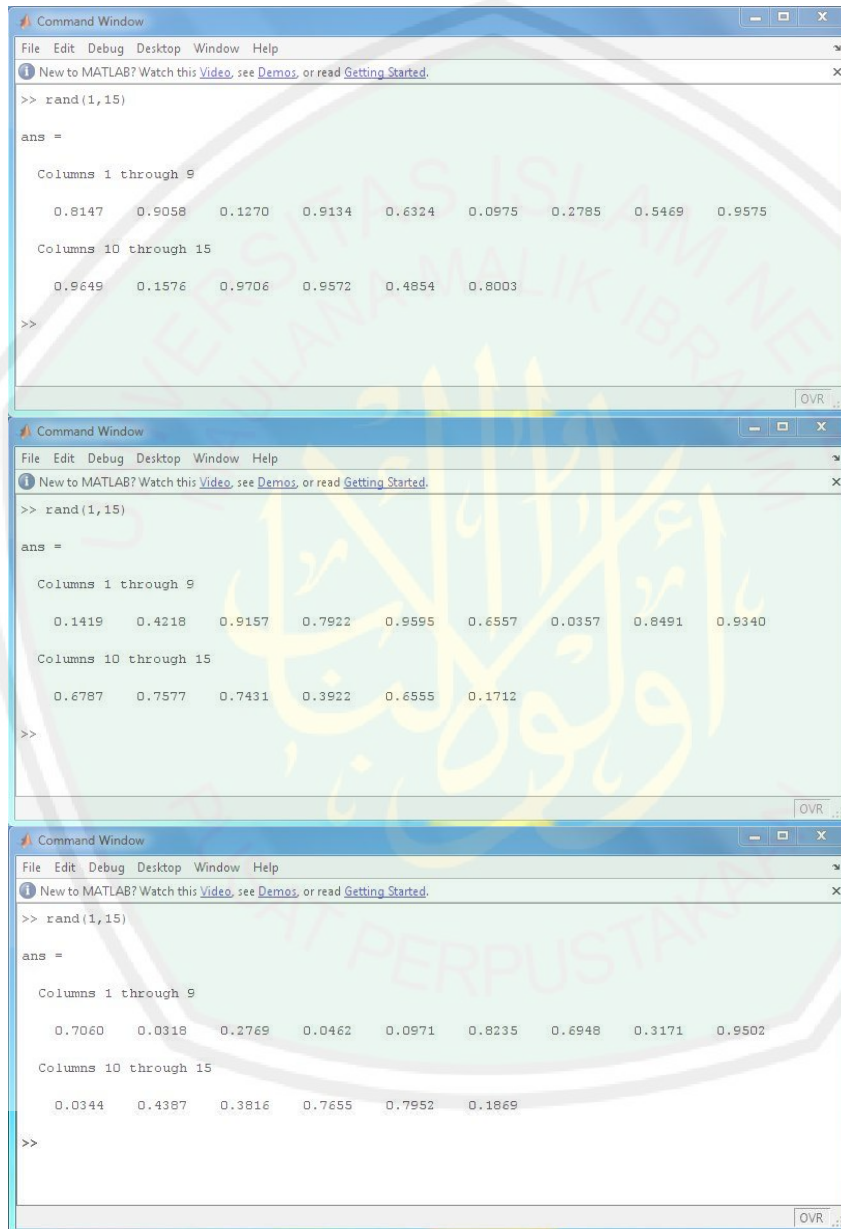
<i>Customer</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>Demand</i>	240	880	120	1200	560	1250	260

<i>Customer</i>	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>Demand</i>	1200	600	750	310	370	300	340	700



Lampiran 3

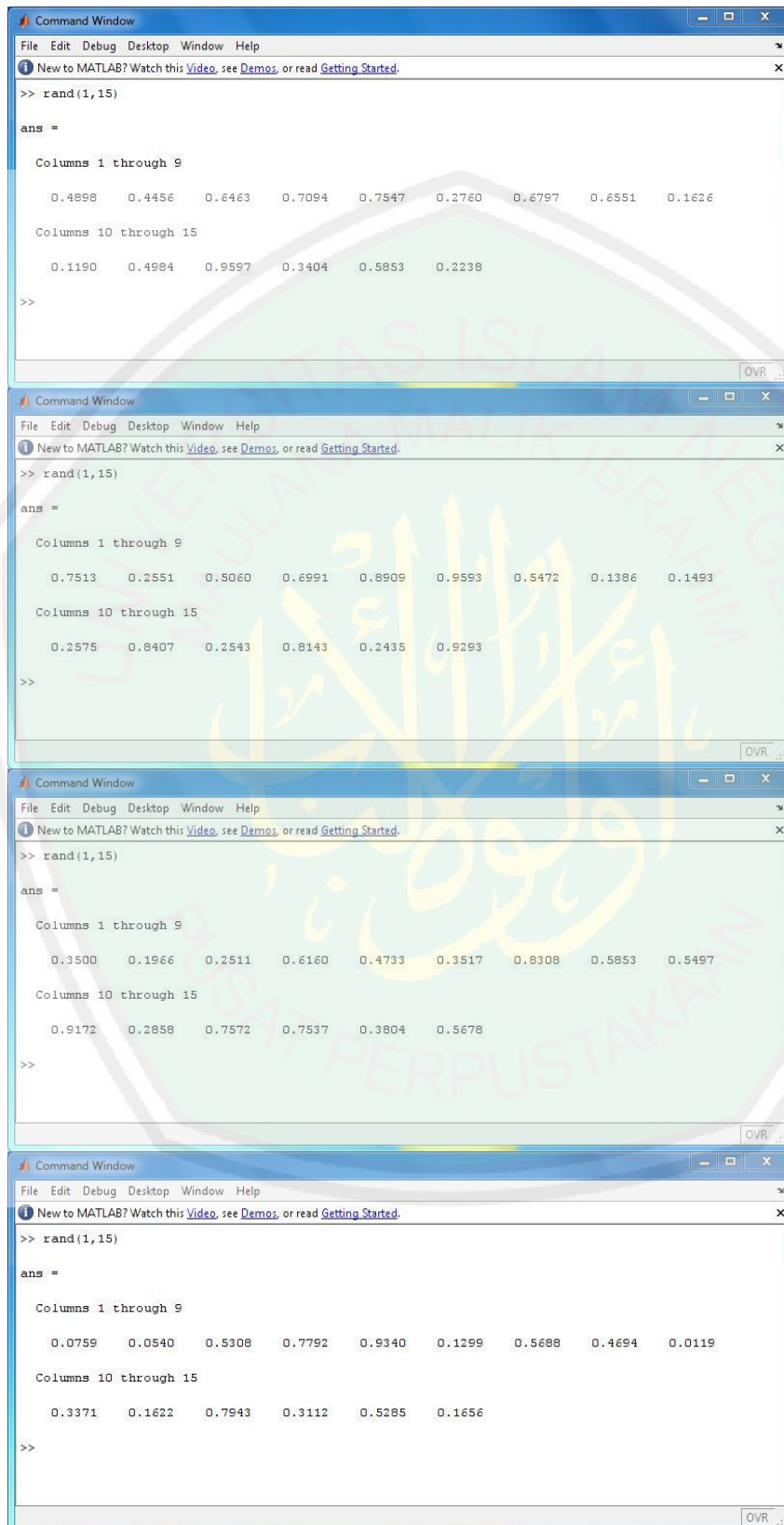
Sepuluh Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab

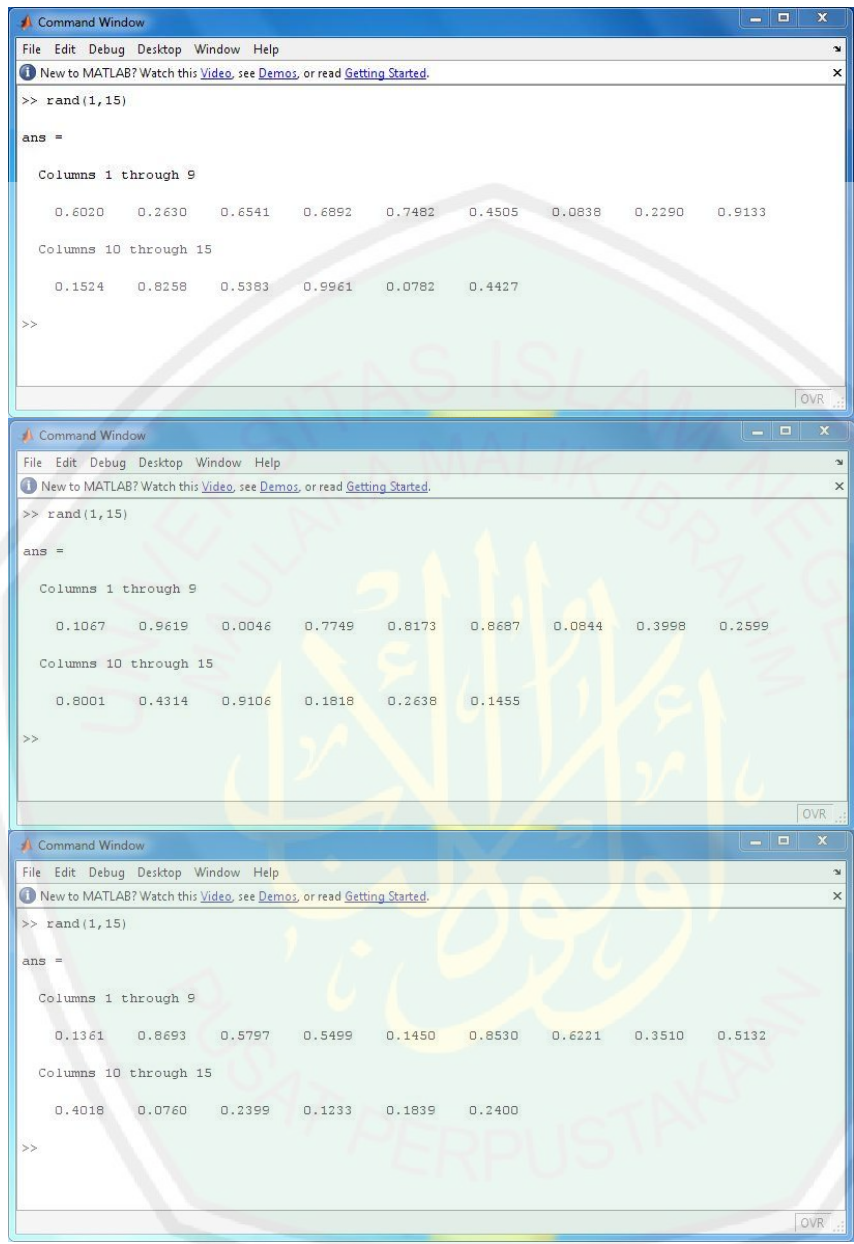


```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> rand(1,15)
ans =
Columns 1 through 9
    0.8147    0.9058    0.1270    0.9134    0.6324    0.0975    0.2785    0.5469    0.9575
Columns 10 through 15
    0.9649    0.1576    0.9706    0.9572    0.4854    0.8003
>>
```

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> rand(1,15)
ans =
Columns 1 through 9
    0.1419    0.4218    0.9157    0.7922    0.9595    0.6557    0.0357    0.8491    0.9340
Columns 10 through 15
    0.6787    0.7577    0.7431    0.3922    0.6555    0.1712
>>
```

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> rand(1,15)
ans =
Columns 1 through 9
    0.7060    0.0318    0.2769    0.0462    0.0971    0.8235    0.6948    0.3171    0.9502
Columns 10 through 15
    0.0344    0.4387    0.3816    0.7655    0.7952    0.1869
>>
```



Lampiran 4

Perhitungan Rute Proses Inisialisasi Populasi dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_1:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z1_2:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z1:=z1_1+z1_2;
> z2_1:=1.1+1.2+1.2+2.2+1.1+2.4+2.6+0.85+0.5+0.4+10.94;
z2_2:=2.4+0.4+0.4+0.6+0.4+11.7;
Z2:=z2_1+z2_2;
> z3_1:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z3_2:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z3:=z3_1+z3_2;
> z4_1:=2.7+0.45+2.4+1.3+0.6+1.1+0.5+1.3+4.1+3.3+10.75;
z4_2:=2.9+2.7+2.5+0.35+0.5+11.18;
Z4:=z4_1+z4_2;
> z5_1:=2.9+0.35+4.0+3.2+1.5+1.0+0.2+2.3+2.5+1.4+11.28;
z5_2:=2.8+0.45+0.45+0.35+1.3+11.3;
Z5:=z5_1+z5_2;
> z6_1:=1.6+0.65+0.5+1.3+0.18+2.6+3.4+0.4+2.4+11.9;
z6_2:=2.9+0.35+0.6+0.29+2.9+1.6+10.4;
Z6:=z6_1+z6_2;
> z7_1:=3.0+1.4+0.5+0.18+1.1+2.5+2.2+0.18+10.4;
z7_2:=2.9+4.0+3.3+2.3+2.5+0.55+0.5+11.7;
Z7:=z7_1+z7_2;
> z8_1:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z8_2:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z8:=z8_1+z8_2;
> z9_1:=2.5+2.3+1.2+1.2+2.2+0.6+4.0+3.4+0.22+0.26+10.65;
z9_2:=2.7+0.096+1.0+0.8+1.5+10.61;
Z9:=z9_1+z9_2;
> z10_1:=3.0+0.45+0.8+1.1+3.4+3.2+2.6+2.3+0.29+0.45+10.77;
z10_2:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.55+10.61;
Z10:=z10_1+z10_2;

```

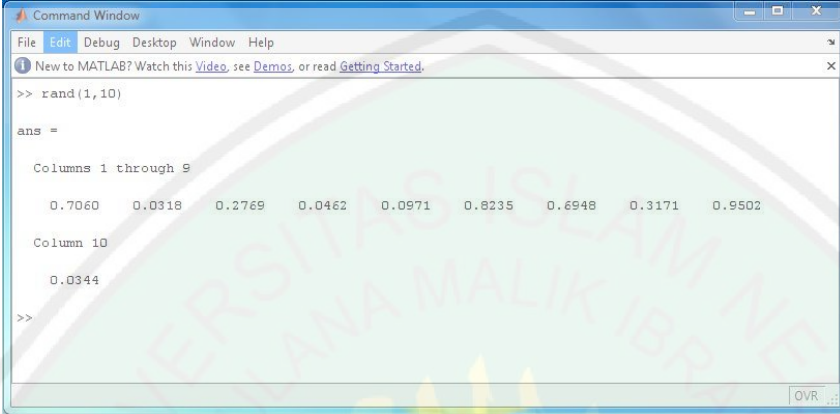
Lampiran 5

Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Inisialisasi Populasi dengan Menggunakan Mapple

```
> restart;
> z1_1:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z1_2:=1200+300+600+750+370;
z1:=z1_1+z1_2;
> z2_1:=260+240+700+300+880+340+1250+750+370+310;
z2_2:=1200+1200+120+600+560;
> z3_1:=880+750+1200+560+700+120+1200+370;
z3_2:=310+260+240+300+340+1250+600;
> z4_1:=750+600+700+1250+300+880+240+310+340+120;
z4_2:=1200+260+1200+560+370;
> z5_1:=1200+600+340+370+880+750+120+260+1200+240;
z5_2:=300+310+560+700+1250;
> z6_1:=880+120+310+240+1250+340+560+600+700;
z6_2:=1200+1200+300+370+260+750;
> z7_1:=600+880+240+1250+310+700+300+750;
z7_2:=1200+340+120+260+1200+370+560;
> z8_1:=340+260+750+1200+880+700+1250+370+240;
z8_2:=120+1200+560+310+600+300;
> z9_1:=120+260+240+700+300+600+340+1200+310+1200;
z9_2:=750+560+1250+370+880;
> z10_1:=310+300+240+560+340+370+700+1200+750+600;
z10_2:=1200+120+260+1250+880;
```

Lampiran 6

Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> rand(1,10)
ans =
Columns 1 through 9
    0.7060    0.0318    0.2769    0.0462    0.0971    0.8235    0.6948    0.3171    0.9502
Column 10
    0.0344
>>
```

Lampiran 7

Perhitungan Nilai *Fitness* dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_1:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z1_2:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z1:=z1_1+z1_2;
> z2_1:=1.1+1.2+1.2+2.2+1.1+2.4+2.6+0.85+0.5+0.4+10.94;
z2_2:=2.4+0.4+0.4+0.6+0.4+11.7;
Z2:=z2_1+z2_2;
> z3_1:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z3_2:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z3:=z3_1+z3_2;
> z4_1:=2.7+0.45+2.4+1.3+0.6+1.1+0.5+1.3+4.1+3.3+10.75;
z4_2:=2.9+2.7+2.5+0.35+0.5+11.18;
Z4:=z4_1+z4_2;
> z5_1:=2.9+0.35+4.0+3.2+1.5+1.0+0.2+2.3+2.5+1.4+11.28;
z5_2:=2.8+0.45+0.45+0.35+1.3+11.3;
Z5:=z5_1+z5_2;
> z6_1:=1.6+0.65+0.5+1.3+0.18+2.6+3.4+0.4+2.4+11.9;
z6_2:=2.9+0.35+0.6+0.29+2.9+1.6+10.4;
Z6:=z6_1+z6_2;
> z7_1:=3.0+1.4+0.5+0.18+1.1+2.5+2.2+0.18+10.4;
z7_2:=2.9+4.0+3.3+2.3+2.5+0.55+0.5+11.7;
Z7:=z7_1+z7_2;
> z8_1:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z8_2:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z8:=z8_1+z8_2;
> z9_1:=2.5+2.3+1.2+1.2+2.2+0.6+4.0+3.4+0.22+0.26+10.65;
z9_2:=2.7+0.096+1.0+0.8+1.5+10.61;
Z9:=z9_1+z9_2;
> z10_1:=3.0+0.45+0.8+1.1+3.4+3.2+2.6+2.3+0.29+0.45+10.77;
z10_2:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.55+10.61;
Z10:=z10_1+z10_2;
> Zk:=Z1+Z2+Z3+Z4+Z5+Z6+Z7+Z8+Z9+Z10;
> a:=evalf[7];
f1:=a(Zk/Z1);
f2:=a(Zk/Z2);
f3:=a(Zk/Z3);
f4:=a(Zk/Z4);
f5:=a(Zk/Z5);
f6:=a(Zk/Z6);
f7:=a(Zk/Z7);
f8:=a(Zk/Z8);
f9:=a(Zk/Z9);
f10:=a(Zk/Z10);
> fk:=(f1+f2+f3+f4+f5+f6+f7+f8+f9+f10);
> p1:=f1/fk;
p2:=f2/fk;
p3:=f3/fk;
p4:=f4/fk;
p5:=f5/fk;

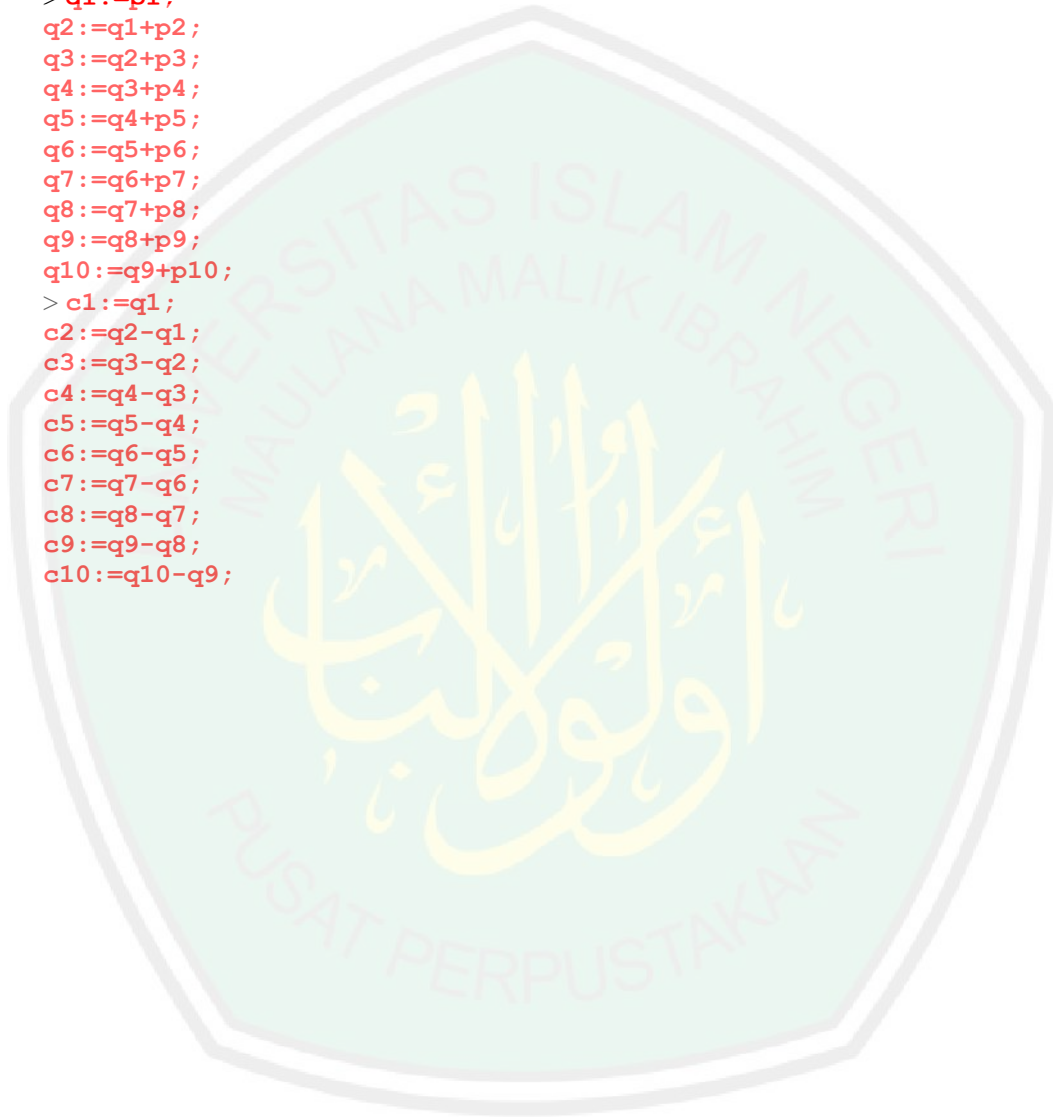
```



```

p6:=f6/fk;
p7:=f7/fk;
p8:=f8/fk;
p9:=f9/fk;
p10:=f10/fk;
> q1:=p1;
q2:=q1+p2;
q3:=q2+p3;
q4:=q3+p4;
q5:=q4+p5;
q6:=q5+p6;
q7:=q6+p7;
q8:=q7+p8;
q9:=q8+p9;
q10:=q9+p10;
> c1:=q1;
c2:=q2-q1;
c3:=q3-q2;
c4:=q4-q3;
c5:=q5-q4;
c6:=q6-q5;
c7:=q7-q6;
c8:=q8-q7;
c9:=q9-q8;
c10:=q10-q9;

```



Lampiran 8

Perhitungan Rute Proses Seleksi dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_a:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z1_b:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z1:=z1_a+z1_b;
> z2_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z2_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z2:=z2_a+z2_b;
> z3_a:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z3_b:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z3:=z3_a+z3_b;
> z4_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z4_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z4:=z4_a+z4_b;
> z5_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z5_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z5:=z5_a+z5_b;
> z6_a:=2.5+2.3+1.2+1.2+2.2+0.6+4.0+3.4+0.22+0.26+10.65;
z6_b:=2.7+0.096+1.0+0.8+1.5+10.61;
Z6:=z6_a+z6_b;
> z7_a:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z7_b:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z7:=z7_a+z7_b;
> z8_a:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z8_b:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z8:=z8_a+z8_b;
> z9_a:=3.0+0.45+0.8+1.1+3.4+3.2+2.6+2.3+0.29+0.45+10.77;
z9_b:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.55+10.61;
Z9:=z9_a+z9_b;
> z10_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z10_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z10:=z10_a+z10_b;

```

Lampiran 9

Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Seleksi dengan Menggunakan Mapple

```
> restart;
> z1_1:=340+260+750+1200+880+700+1250+370+240;
z1_2:=120+1200+560+310+600+300;
> z2_1:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z2_2:=1200+300+600+750+370;
> z3_1:=880+750+1200+560+700+120+1200+370;
z3_2:=310+260+240+300+340+1250+600;
> z4_1:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z4_2:=1200+300+600+750+370;
> z5_1:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z5_2:=1200+300+600+750+370;
> z6_1:=120+260+240+700+300+600+340+1200+310+1200;
z6_2:=750+560+1250+370+880;
> z7_1:=340+260+750+1200+880+700+1250+370+240;
z7_2:=120+1200+560+310+600+300;
> z8_1:=880+750+1200+560+700+120+1200+370;
z8_2:=310+260+240+300+340+1250+600;
> z9_1:=310+300+240+560+340+370+700+1200+750+600;
z9_2:=1200+120+260+1250+880;
> z10_1:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z10_2:=1200+300+600+750+370;
```

Lampiran 10

Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> rand(1,10)
ans =
Columns 1 through 9
    0.4314    0.9106    0.1818    0.2638    0.1455    0.1361    0.8693    0.5797    0.5499
Column 10
    0.1450
>>
```

Lampiran 11

Perhitungan Rute Proses *Crossover* Pilihan dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_1a:=3.0+0.4+0.2+0.26+0.35+1.2+1.4+0.5+1.0+2.0+2.5+10.65;
z1_1b:=2.9+4.0+2.6+0.6+10.78;
Z1_1:=z1_1a+z1_1b;
> z1_2a:=2.9+0.4+0.5+2.8+2.2+3.2+0.8+1.3+1.2+0.5+10.61;
z1_2b:=2.4+0.35+0.4+0.45+0.18+10.78;
Z1_2:=z1_2a+z1_2b;
> z1_3a:=2.9+0.4+0.5+2.8+2.2+3.2+0.8+1.3+1.2+0.5+10.61;
z1_3b:=2.4+0.35+0.4+0.45+0.18+10.78;
Z1_3:=z1_3a+z1_3b;
> z1_4a:=1.7+2.4+1.6+2.1+2.2+0.6+0.11+0.22+1.1+1.4+10.65;
z1_4b:=2.5+0.26+1.0+0.8+1.5+10.61;
Z1_4:=z1_4a+z1_4b;
> z1_5a:=3.0+0.4+0.2+0.26+0.35+1.2+1.4+0.5+1.0+2.0+2.5+10.65;
z1_5b:=2.9+4.0+2.6+0.6+10.78;
Z1_5:=z1_5a+z1_5b;
> z1_6a:=1.6+1.1+0.18+0.096+3.4+2.7+0.6+0.4+1.1+1.4+10.77;
z1_6b:=2.4+0.55+2.9+1.2+1.1+10.94;
Z1_6:=z1_6a+z1_6b;
> z1_7a:=2.9+0.4+0.5+2.8+2.2+3.2+0.8+1.3+1.2+0.5+10.61;
z1_7b:=2.4+0.35+0.4+0.45+0.18+10.78;
Z1_7:=z1_7a+z1_7b;
> z3_1a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z3_1b:=1.7+3.3+0.9+0.8+0.45+0.11+1.3+11.3;
Z3_1:=z3_1a+z3_1b;
> z3_2a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z3_2b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z3_2:=z3_2a+z3_2b;
> z3_3a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z3_3b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z3_3:=z3_3a+z3_3b;
> z3_4a:=1.6+1.6+1.6+2.1+2.2+0.23+3.3+3.4+0.22+10.94;
z3_4b:=2.4+1.4+1.1+1.0+0.8+0.5+10.77;
Z3_4:=z3_4a+z3_4b;
> z3_5a:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z3_5b:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z3_5:=z3_5a+z3_5b;
> z3_6a:=1.6+1.1+0.6+0.35+3.4+3.3+0.55+0.19+0.22+0.11+10.77;
z3_6b:=2.2+1.0+2.4+1.2+1.3+11.9;
Z3_6:=z3_6a+z3_6b;
> z3_7a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z3_7b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z3_7:=z3_7a+z3_7b;
> z4_1a:=2.3+2.1+1.6+0.29+1.3+2.4+3.4+0.5+1.0+0.9+10.75;
z4_1b:=2.4+0.6+0.45+0.11+2.4+11.9;
Z4_1:=z4_1a+z4_1b;
> z4_2a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;
z4_2b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z4_2:=z4_2a+z4_2b;

```

```

> z4_3a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z4_3b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z4_3:=z4_3a+z4_3b;
> z4_4a:=3.0+2.7+2.0+2.5+2.2+0.23+0.26+0.35+1.1+1.4+10.65;
z4_4b:=1.6+2.4+2.6+0.8+0.5+10.4;
Z4_4:=z4_4a+z4_4b;
> z4_5a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;
z4_5b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z4_5:=z4_5a+z4_5b;
> z4_6a:=2.7+0.18+0.45+0.45+3.4+2.7+1.2+1.3+1.1+1.4+10.77;
z4_6b:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.8+11.18;
Z4_6:=z4_6a+z4_6b;
> z4_7a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z4_7b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z4_7:=z4_7a+z4_7b;
> z5_1a:=2.3+2.1+1.6+0.29+1.3+2.4+3.4+0.5+1.0+0.9+10.75;
z5_1b:=2.4+0.6+0.45+0.11+2.4+11.9;
Z5_1:=z5_1a+z5_1b;
> z5_2a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;
z5_2b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z5_2:=z5_2a+z5_2b;
> z5_3a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z5_3b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z5_3:=z5_3a+z5_3b;
> z5_4a:=3.0+2.7+2.0+2.5+2.2+0.23+0.26+0.35+1.1+1.4+10.65;
z5_4b:=1.6+2.4+2.6+0.8+0.5+10.4;
Z5_4:=z5_4a+z5_4b;
> z5_5a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;
z5_5b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;
Z5_5:=z5_5a+z5_5b;
> z5_6a:=2.7+0.18+0.45+0.45+3.4+2.7+1.2+1.3+1.1+1.4+10.77;
z5_6b:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.8+11.18;
Z5_6:=z5_6a+z5_6b;
> z5_7a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z5_7b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z5_7:=z5_7a+z5_7b;
> z6_1a:=2.4+2.5+1.2+1.1+1.3+1.2+2.1+3.2+11.18;
z6_1b:=2.3+0.7+0.2+0.096+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z6_1:=z6_1a+z6_1b;
> z6_2a:=2.5+0.2+1.0+1.1+0.35+2.4+0.35+0.19+0.4+2.8+11.7;
z6_2b:=2.4+0.6+2.3+2.6+0.55+10.61;
Z6_2:=z6_2a+z6_2b;
> z6_3a:=2.9+0.4+0.9+2.0+2.2+2.6+0.6+2.3+2.4+1.4+1.5+11.18;
z6_3b:=2.6+0.4+0.45+0.4+10.65;
Z6_3:=z6_3a+z6_3b;
> z6_4a:=2.9+0.4+0.9+2.0+2.2+2.6+0.6+2.3+2.4+1.4+1.5+11.18;
z6_4b:=2.6+0.4+0.45+0.4+10.65;
Z6_4:=z6_4a+z6_4b;
> z6_5a:=2.5+0.2+1.0+1.1+0.35+2.4+0.35+0.19+0.4+2.8+11.7;
z6_5b:=2.4+0.6+2.3+2.6+0.55+10.61;
Z6_5:=z6_5a+z6_5b;
> z6_6a:=2.5+0.23+0.8+1.1+3.4+3.8+0.55+0.19+0.22+0.11+0.45+10.4;
z6_6b:=0.65+2.5+1.2+0.55+10.61;
Z6_6:=z6_6a+z6_6b;
> z6_7a:=2.9+0.4+0.9+2.0+2.2+2.6+0.6+2.3+2.4+1.4+1.5+11.18;

```



```

z6_7b:=2.6+0.4+0.45+0.4+10.65;
z6_7:=z6_7a+z6_7b;
> z8_1a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z8_1b:=1.7+3.3+0.9+0.8+0.45+0.11+1.3+11.3;
z8_1:=z8_1a+z8_1b;
> z8_2a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z8_2b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
z8_2:=z8_2a+z8_2b;
> z8_3a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z8_3b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
z8_3:=z8_3a+z8_3b;
> z8_4a:=1.6+1.6+1.6+2.1+2.2+0.23+3.3+3.4+0.22+10.94;
z8_4b:=2.4+1.4+1.1+1.0+0.8+0.5+10.77;
z8_4:=z8_4a+z8_4b;
> z8_5a:=1.6+1.0+0.4+0.35+0.35+0.6+0.4+0.19+11.18;
z8_5b:=3.0+2.8+1.2+0.8+2.3+2.6+1.3+10.77;
z8_5:=z8_5a+z8_5b;
> z8_6a:=1.6+1.1+0.6+0.35+3.4+3.3+0.55+0.19+0.22+0.11+10.77;
z8_6b:=2.2+1.0+2.4+1.2+1.3+11.9;
z8_6:=z8_6a+z8_6b;
> z8_7a:=2.6+0.26+0.6+2.5+2.2+2.6+1.0+2.4+2.4+10.94;
z8_7b:=1.6+0.5+0.8+0.6+0.45+0.5+11.18;
z8_7:=z8_7a+z8_7b;
> z9_1a:=2.8+2.6+1.2+1.1+1.3+0.75+0.35+2.5+0.5+0.2+10.75;
z9_1b:=2.4+1.3+1.1+0.11+4.0+11.31;
z9_1:=z9_1a+z9_1b;
> z9_2a:=3.0+0.4+1.0+1.1+0.35+2.3+0.35+0.5+0.29+2.6+11.7;
z9_2b:=2.4+0.6+3.3+2.6+0.55+10.61;
z9_2:=z9_2a+z9_2b;
> z9_3a:=3.0+0.5+0.9+2.0+2.2+3.2+0.19+2.4+1.3+0.55+10.61;
z9_3b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.096+11.7;
z9_3:=z9_3a+z9_3b;
> z9_4a:=3.0+0.5+0.9+2.0+2.2+3.2+0.19+2.4+1.3+0.55+10.61;
z9_4b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.096+11.7;
z9_4:=z9_4a+z9_4b;
> z9_5a:=3.0+2.8+1.2+1.2+2.2+2.3+3.4+0.35+0.29+0.4+10.65;
z9_5b:=3.0+0.6+0.7+0.8+1.5+10.61;
z9_5:=z9_5a+z9_5b;
> z9_6a:=3.0+0.4+1.0+1.1+0.35+2.3+0.35+0.5+0.29+2.6+11.7;
z9_6b:=2.4+0.6+3.3+2.6+0.55+10.61;
z9_6:=z9_6a+z9_6b;
> z9_7a:=3.0+0.5+0.9+2.0+2.2+3.2+0.19+2.4+1.3+0.55+10.61;
z9_7b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.096+11.7;
z9_7:=z9_7a+z9_7b;
> z10_1a:=2.3+2.1+1.6+0.29+1.3+2.4+3.4+0.5+1.0+0.9+10.75;
z10_1b:=2.4+0.6+0.45+0.11+2.4+11.9;
z10_1:=z10_1a+z10_1b;
> z10_2a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;
z10_2b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;
z10_2:=z10_2a+z10_2b;
> z10_3a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z10_3b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
z10_3:=z10_3a+z10_3b;
> z10_4a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z10_4b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;

```

```
z10_4:=z10_4a+z10_4b;  
> z10_5a:=3.0+2.7+2.0+2.5+2.2+0.23+0.26+0.35+1.1+1.4+10.65;  
z10_5b:=1.6+2.4+2.6+0.8+0.5+10.4;  
z10_5:=z10_5a+z10_5b;  
> z10_6a:=2.5+0.2+0.4+0.45+0.35+2.3+1.3+1.5+1.0+2.0+11.7;  
z10_6b:=2.4+0.6+2.3+2.6+1.3+10.77;  
z10_6:=z10_6a+z10_6b;  
> z10_7a:=2.7+0.18+0.45+0.45+3.4+2.7+1.2+1.3+1.1+1.4+10.77;  
z10_7b:=2.4+0.6+2.3+1.2+0.8+11.18;  
z10_7:=z10_7a+z10_7b;
```



Lampiran 12

Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses *Crossover* Pilihan dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_1a:=310+750+120+560+700+880+600+370+240+260+1200;
z1_1b:=1200+340+1250+300;
Z1_1:=z1_1a+z1_1b;
> z1_2a:=1200+120+310+260+340+370+1250+700+240+880;
z1_2b:=1200+560+600+750+300;
Z1_2:=z1_2a+z1_2b;
> z1_3a:=1200+120+310+260+340+370+1250+700+240+880;
z1_3b:=1200+560+600+750+300;
Z1_3:=z1_3a+z1_3b;
> z1_4a:=340+260+750+700+300+600+310+1200+240+1200;
z1_4b:=120+560+1250+370+880;
Z1_4:=z1_4a+z1_4b;
> z1_5a:=310+750+120+560+700+880+600+370+240+260+1200;
z1_5b:=1200+340+1250+300;
Z1_5:=z1_5a+z1_5b;
> z1_6a:=880+300+750+560+340+700+120+1200+240+600;
z1_6b:=1200+370+260+1250+310;
Z1_6:=z1_6a+z1_6b;
> z1_7a:=1200+120+310+260+340+370+1250+700+240+880;
z1_7b:=1200+560+600+750+300;
Z1_7:=z1_7a+z1_7b;
> z3_1a:=700+260+1200+1200+880+750+560+370;
z3_1b:=340+120+240+300+310+600+1250;
Z3_1:=z3_1a+z3_1b;
> z3_2a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;
z3_2b:=880+240+300+600+750+370;
Z3_2:=z3_2a+z3_2b;
> z3_3a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;
z3_3b:=880+240+300+600+750+370;
Z3_3:=z3_3a+z3_3b;
> z3_4a:=880+260+750+700+300+120+340+1200+310;
z3_4b:=1200+240+560+1250+370+600;
Z3_4:=z3_4a+z3_4b;
> z3_5a:=880+750+1200+560+700+120+1200+370;
z3_5b:=310+260+240+300+340+1250+600;
Z3_5:=z3_5a+z3_5b;
> z3_6a:=880+300+1200+560+340+120+370+1200+310+600;
z3_6b:=240+750+260+1250+700;
Z3_6:=z3_6a+z3_6b;
> z3_7a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;
z3_7b:=880+240+300+600+750+370;
Z3_7:=z3_7a+z3_7b;
> z4_1a:=1250+260+750+1200+880+340+560+370+240+120;
z4_1b:=1200+300+310+600+700;
Z4_1:=z4_1a+z4_1b;
> z4_2a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;

```

```

z4_2b:=1200+300+340+1250+600;
z4_2:=z4_2a+z4_2b;
> z4_3a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z4_3b:=1200+300+600+750+370;
z4_3:=z4_3a+z4_3b;
> z4_4a:=600+260+310+700+300+120+560+1200+240+1200;
z4_4b:=880+340+1250+370+750;
z4_4:=z4_4a+z4_4b;
> z4_5a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;
z4_5b:=1200+300+340+1250+600;
z4_5:=z4_5a+z4_5b;
> z4_6a:=750+300+310+560+340+700+880+1200+240+600;
z4_6b:=1200+120+260+1250+370;
z4_6:=z4_6a+z4_6b;
> z4_7a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z4_7b:=1200+300+600+750+370;
z4_7:=z4_7a+z4_7b;
> z5_1a:=1250+260+750+1200+880+340+560+370+240+120;
z5_1b:=1200+300+310+600+700;
z5_1:=z5_1a+z5_1b;
> z5_2a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;
z5_2b:=1200+300+340+1250+600;
z5_2:=z5_2a+z5_2b;
> z5_3a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z5_3b:=1200+300+600+750+370;
z5_3:=z5_3a+z5_3b;
> z5_4a:=600+260+310+700+300+120+560+1200+240+1200;
z5_4b:=880+340+1250+370+750;
z5_4:=z5_4a+z5_4b;
> z5_5a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;
z5_5b:=1200+300+340+1250+600;
z5_5:=z5_5a+z5_5b;
> z5_6a:=750+300+310+560+340+700+880+1200+240+600;
z5_6b:=1200+120+260+1250+370;
z5_6:=z5_6a+z5_6b;
> z5_7a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z5_7b:=1200+300+600+750+370;
z5_7:=z5_7a+z5_7b;
> z6_1a:=1200+260+240+1200+880+700+340+370;
z6_1b:=1250+120+750+560+310+600+300;
z6_1:=z6_1a+z6_1b;
> z6_2a:=120+750+240+560+700+600+1200+370+310+260;
z6_2b:=1200+300+340+1250+880;
z6_2:=z6_2a+z6_2b;
> z6_3a:=1200+120+240+260+340+1250+300+700+310+880+370;
z6_3b:=560+600+750+1200;
z6_3:=z6_3a+z6_3b;
> z6_4a:=1200+120+240+260+340+1250+300+700+310+880+370;
z6_4b:=560+600+750+1200;
z6_4:=z6_4a+z6_4b;
> z6_5a:=120+750+240+560+700+600+1200+370+310+260;
z6_5b:=1200+300+340+1250+880;
z6_5:=z6_5a+z6_5b;
> z6_6a:=120+300+240+560+340+1200+370+1200+310+600+750;
z6_6b:=700+260+1250+880;

```

$z6_6:=z6_6a+z6_6b;$
 $> z6_7a:=1200+120+240+260+340+1250+300+700+310+880+370;$
 $z6_7b:=560+600+750+1200;$
 $z6_7:=z6_7a+z6_7b;$
 $> z8_1a:=700+260+1200+1200+880+750+560+370;$
 $z8_1b:=340+120+240+300+310+600+1250;$
 $z8_1:=z8_1a+z8_1b;$
 $> z8_2a:=880+750+1200+560+700+120+1200+370;$
 $z8_2b:=310+260+240+300+340+1250+600;$
 $z8_2:=z8_2a+z8_2b;$
 $> z8_3a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;$
 $z8_3b:=880+240+300+600+750+370;$
 $z8_3:=z8_3a+z8_3b;$
 $> z8_4a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;$
 $z8_4b:=880+240+300+600+750+370;$
 $z8_4:=z8_4a+z8_4b;$
 $> z8_5a:=880+260+750+700+300+120+340+1200+310;$
 $z8_5b:=1200+240+560+1250+370+600;$
 $z8_5:=z8_5a+z8_5b;$
 $> z8_6a:=880+300+1200+560+340+120+370+1200+310+600;$
 $z8_6b:=240+750+260+1250+700;$
 $z8_6:=z8_6a+z8_6b;$
 $> z8_7a:=560+120+1200+260+340+1250+1200+700+310;$
 $z8_7b:=880+240+300+600+750+370;$
 $z8_7:=z8_7a+z8_7b;$
 $> z9_1a:=300+260+240+1200+880+560+700+370+750+120;$
 $z9_1b:=1200+1250+310+600+340;$
 $z9_1:=z9_1a+z9_1b;$
 $> z9_2a:=310+750+240+560+700+1200+600+370+300+260;$
 $z9_2b:=1200+120+340+1250+880;$
 $z9_2:=z9_2a+z9_2b;$
 $> z9_3a:=310+120+240+260+340+370+1200+700+1250+880;$
 $z9_3b:=1200+300+600+750+560;$
 $z9_3:=z9_3a+z9_3b;$
 $> z9_4a:=310+120+240+260+340+370+1200+700+1250+880;$
 $z9_4b:=1200+300+600+750+560;$
 $z9_4:=z9_4a+z9_4b;$
 $> z9_5a:=310+260+240+700+300+340+560+1200+750+1200;$
 $z9_5b:=600+120+1250+370+880;$
 $z9:=z9_5a+z9_5b;$
 $> z9_6a:=310+750+240+560+700+1200+600+370+300+260;$
 $z9_6b:=1200+120+340+1250+880;$
 $z9_6:=z9_6a+z9_6b;$
 $> z9_7a:=310+120+240+260+340+370+1200+700+1250+880;$
 $z9_7b:=1200+300+600+750+560;$
 $z9_7:=z9_7a+z9_7b;$
 $> z10_1a:=1250+260+750+1200+880+340+560+370+240+120;$
 $z10_1b:=1200+300+310+600+700;$
 $z10_1:=z10_1a+z10_1b;$
 $> z10_2a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;$
 $z10_2b:=1200+300+340+1250+600;$
 $z10_2:=z10_2a+z10_2b;$
 $> z10_3a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;$
 $z10_3b:=1200+300+600+750+370;$
 $z10_3:=z10_3a+z10_3b;$

```
> z10_4a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;  
z10_4b:=1200+300+600+750+370;  
z10_4:=z10_4a+z10_4b;  
> z10_5a:=600+260+310+700+300+120+560+1200+240+1200;  
z10_5b:=880+340+1250+370+750;  
z10_5:=z10_5a+z10_5b;  
> z10_6a:=120+750+310+560+700+1200+880+370+240+260;  
z10_6b:=1200+300+340+1250+600;  
z10_6:=z10_6a+z10_6b;  
> z10_7a:=750+300+310+560+340+700+880+1200+240+600;  
z10_7b:=1200+120+260+1250+370;  
z10_7:=z10_7a+z10_7b;
```



Lampiran 13

Perhitungan Rute *Crossover* Terpilih dengan Menggunakan Mapple

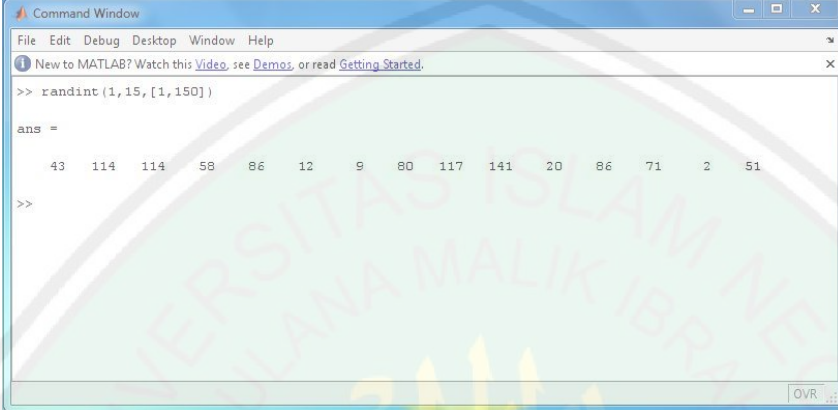
```

> restart;
> z1_a:=1.7+2.4+1.6+2.1+2.2+0.6+0.11+0.22+1.1+1.4+10.65;
z1_b:=2.5+0.26+1.0+0.8+1.5+10.61;
Z1:=z1_a+z1_b;
> z2_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z2_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z2:=z2_a+z2_b;
> z3_a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z3_b:=1.7+3.3+0.9+0.8+0.45+0.11+1.3+11.3;
Z3:=z3_a+z3_b;
> z4_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z4_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z4:=z4_a+z4_b;
> z5_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z5_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z5:=z5_a+z5_b;
> z6_a:=2.5+0.23+0.8+1.1+3.4+3.8+0.55+0.19+0.22+0.11+0.45+10.4;
z6_b:=0.65+2.5+1.2+0.55+10.61;
Z6:=z6_a+z6_b;
> z7_a:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z7_b:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z7:=z7_a+z7_b;
> z8_a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z8_b:=1.7+3.3+0.9+0.8+0.45+0.11+1.3+11.3;
Z8:=z8_a+z8_b;
> z9_a:=3.0+0.5+0.9+2.0+2.2+3.2+0.19+2.4+1.3+0.55+10.61;
z9_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.096+11.7;
Z9:=z9_a+z9_b;
> z10_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z10_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z10:=z10_a+z10_b;

```

Lampiran 14

Bilangan Random dengan Menggunakan Matlab



The screenshot shows a MATLAB Command Window with the following content:

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> randint(1,15,[1,150])
ans =
    43    114    114    58    86    12     9    80    117    141    20    86    71     2    51
>>
```

The Command Window displays the output of the `randint` function, which generates 15 random integers between 1 and 150. The output is shown as a single row of numbers: 43, 114, 114, 58, 86, 12, 9, 80, 117, 141, 20, 86, 71, 2, and 51.

Lampiran 15

Perhitungan Rute Proses Mutasi dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_a:=1.7+3.3+2.4+1.7+2.2+0.6+0.11+0.22+0.35+1.4+11.28;
z1_b:=2.5+0.7+1.0+0.5+1.5+10.61;
Z1:=z1_a+z1_b;
> z2_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+1.9+4.0+3.4+0.35+1.2+0.5+10.61;
z2_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z2:=z2_a+z2_b;
> z3_a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z3_b:=1.7+3.3+0.9+0.8+0.45+1.1+1.3+10.77;
Z3:=z3_a+z3_b;
> z4_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+2.4+1.2+0.5+10.61;
z4_b:=2.4+0.6+0.18+0.45+0.5+11.18;
Z4:=z4_a+z4_b;
> z5_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+0.35+1.2+0.5+10.61;
z5_b:=2.8+0.6+0.2+0.45+0.5+11.18;
Z5:=z5_a+z5_b;
> z6_a:=2.5+0.23+0.8+1.1+0.35+3.8+3.2+0.19+0.22+0.11+0.45+10.4;
z6_b:=0.65+2.5+1.2+0.55+10.61;
Z6:=z6_a+z6_b;
> z7_a:=1.7+2.4+1.6+0.29+1.3+1.2+1.3+0.8+1.0+11.28;
z7_b:=2.5+0.6+0.35+0.45+0.11+0.55+10.78;
Z7:=z7_a+z7_b;
> z8_a:=0.65+2.5+2.5+0.4+1.3+1.0+0.096+0.5+11.18;
z8_b:=1.7+3.3+0.9+1.3+0.45+0.6+1.3+11.3;
Z8:=z8_a+z8_b;
> z9_a:=3.0+0.5+0.9+2.0+2.2+3.2+0.19+2.4+1.3+0.55+10.61;
z9_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.096+11.7;
Z9:=z9_a+z9_b;
> z10_a:=2.3+0.7+0.5+2.8+2.2+3.4+0.35+2.4+1.2+0.5+10.61;
z10_b:=2.4+0.6+0.6+0.45+0.5+11.18;
Z10:=z10_a+z10_b;

```

Lampiran 16

Sampah yang dimuat Berdasarkan Rute dari Proses Mutasi dengan Menggunakan Mapple

```

> restart;
> z1_a:=340+750+260+700+300+600+310+1200+1200+240;
z1_b:=120+1250+560+370+880;
Z1:=z1_a+z1_b;
> z2_a:=1250+120+310+260+1200+340+560+700+240+880;
z2_b:=1200+300+600+750+370;
Z2:=z2_a+z2_b;
> z3_a:=700+260+1200+1200+880+750+560+370;
z3_b:=340+120+240+300+310+1250+600;
Z3:=z3_a+z3_b;
> z4_a:=1250+120+310+260+340+560+1200+700+240+880;
z4_b:=1200+300+750+600+370;
Z4:=z4_a+z4_b;
> z5_a:=1250+120+310+260+340+1200+560+700+240+880;
z5_b:=300+1200+600+750+370;
Z5:=z5_a+z5_b;
> z6_a:=120+300+240+560+1200+340+370+1200+310+600+750;
z6_b:=700+260+1250+880;
Z6:=z6_a+z6_b;
> z7_a:=340+260+750+1200+880+700+1250+370+240;
z7_b:=120+1200+560+310+600+300;
Z7:=z7_a+z7_b;
> z8_a:=700+260+1200+1200+880+750+560+370;
z8_b:=340+120+240+310+300+600+1250;
Z8:=z8_a+z8_b;
> z9_a:=310+120+240+260+340+370+1200+700+1250+880;
z9_b:=1200+300+600+750+560;
Z9:=z9_a+z9_b;
> z10_a:=1250+120+310+260+340+560+1200+700+240+880;
z10_b:=1200+300+600+750+370;
Z10:=z10_a+z10_b;

```