

**ANALISIS POLA KETERHUBUNGAN PADA GRAF NON IDENTIK**

**SKRIPSI**

Oleh:  
**SITI AMINAH**  
**NIM. 08610047**



**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**  
**MALANG**  
**2012**

**ANALISIS POLA KETERHUBUNGAN PADA GRAF NON IDENTIK**

**SKRIPSI**

Diajukan kepada:  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:  
**SITI AMINAH**  
**NIM. 08610047**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**  
**MALANG**  
**2012**

**ANALISIS POLA KETERHUBUNGAN PADA GRAF NON IDENTIK**

**SKRIPSI**

Oleh:  
**SITI AMINAH**  
**NIM. 08610047**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:  
Tanggal: 15 Desember 2012

Pembimbing I

Pembimbing II

Evawati Alisah, M.Pd  
NIP. 19720604 199903 2 001

Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd  
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

# ANALISIS POLA KETERHUBUNGAN PADA GRAF NON IDENTIK

## SKRIPSI

Oleh:  
**SITI AMINAH**  
**NIM. 08610047**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan  
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)  
Tanggal: 29 Desember 2012

### Susunan Dewan Penguji

### Tanda Tangan

- |                  |  |     |
|------------------|--|-----|
| 1. Penguji Utama | : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd<br>NIP. 19710420 200003 1 003     | ( ) |
| 2. Ketua         | : Hairur Rahman, M.Si<br>NIP. 19800429 200604 1 003          | ( ) |
| 3. Sekretaris    | : Evawati Alisah, M.Pd<br>NIP. 19720604 199903 2 001         | ( ) |
| 4. Anggota       | : Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd<br>NIP. 19770521 200501 2 004 | ( ) |

Mengesahkan,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Aminah  
NIM : 08610047  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 15 Desember 2012  
Yang membuat pernyataan,

Siti Aminah  
NIM. 08610047

**MOTTO**

*HIDUP SEKALI, JADILAH YANG  
MANFAAT!*



## ***PERSEMBAHAN***

*Alhamdulillahirobbil 'Alamin*

*Segala puji bagi Allah SWT seru sekalian alam  
Terima kasih atas rahmat, taufik, hidayah dan inayah-Nya  
yang telah dianugerahkan kepada penulis*

*Karya ini penulis persembahkan untuk  
Ayahanda Sabaro dan Ibunda Rohani*

*Kakak Mohammad Ridwan, Sholichah, Nur Ali Said, Nur  
Afifah, Abdurrahman Shaleh dan Syaifuddin Zuhri*

*Adik David Imam Al-Farisi dan Annida Kholiful Habsy*

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Wr. Wb.*

Syukur alhamdulillah penulis hanturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sholawat serta salam selalu tercurah kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus penulisan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis hanturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan memberikan barokah dan manfaat kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd dan Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd, selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak arahan dan pengalaman yang berharga.

5. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingan.
6. Ayahanda (Sabaro) dan ibunda tercinta (Rohani) yang senantiasa memberikan do'a dan restunya dalam setiap sujudnya.
7. Kakak-kakak terbaik (Mohammad Ridwan, Sholichah, Nur Ali Said, Nur Afifah, Abdurrahman Shaleh, dan Syaifuddin Zuhri), Adik-adik tersayang (David Imam Al-Farisi dan Annida Kholiful Habsyi), terima kasih atas do'a dan motivasinya.
8. Abah Syaifuddin Zuhri dan Ummi Ana Hamidah yang selalu memberikan do'a dan bimbingan akan arti kesabaran dalam menghadapi kehidupan.
9. Ahmad Zamrani yang selalu memberi inspirasi serta dukungan.
10. Saudara seperjuangan di MSAA.
11. Sahabat-sahabat seperjuangan mahasiswa Jurusan Matematika 2008, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan terutama teman seperjuangan PKLI.
12. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca, khususnya bagi penulis secara pribadi. Amin.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb.*

Malang, 15 Desember 2012

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b>	
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>	
<b>MOTTO</b>	
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>xiv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xv</b>
<b>ملخص</b> .....	<b>xvi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian .....	4
1.4 Manfaat Penelitian .....	4
1.5 Metode Penelitian .....	5
1.6 Sistematika Penulisan .....	7
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Definisi Graf .....	8
2.2 Derajat Titik .....	9
2.3 Terhubung Langsung ( <i>Adjacent</i> ) dan Terkait Langsung ( <i>Incident</i> ) ...	10
2.4 Graf Terhubung dan Tak Terhubung .....	11
2.5 Macam-Macam Graf .....	15
2.6 Graf Isomorfik .....	17
2.7 Graf Identik.....	17
2.8 Kajian Solusi dalam al-Qur'an .....	20
<b>BAB III PEMBAHASAN</b>	
3.1 Menghitung Maksimal Sisi dan Banyak Graf Non Identik .....	24
3.2 Menggambar Graf Non Identik .....	25
3.3 Membedakan Graf Non Identik Sesuai Banyak Sisinya .....	26
3.4 Menganalisis Graf yang Memiliki Banyak Sisi yang Sama .....	27
3.5 Mencari Graf yang Tidak Terhubung, Perlu Pemeriksaan dan Pasti Terhubung dari Semua Graf Non Identik .....	32
3.6 Mencari Pola Maksimal Sisi, Graf Tidak Terhubung, Graf yang Perlu Pemeriksaan dan Graf yang Pasti Terhubung pada Graf Non Identik .....	34
3.7 Kajian Agama .....	43

**BAB IV PENUTUP**

4.1 Kesimpulan.....	47
4.2 Saran .....	47

**DAFTAR PUSTAKA**



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf $G$ .....	9
Gambar 2.2 Derajat pada Graf .....	10
Gambar 2.3 Adjacent dan Incident pada Graf .....	10
Gambar 2.4 Lintasan Graf $G$ .....	12
Gambar 2.5 Sirkuit dan Trail Graf $G$ .....	12
Gambar 2.6 Graf Terhubung Sederhana .....	13
Gambar 2.7 Pohon .....	14
Gambar 2.8 Graf Terhubung $G$ .....	14
Gambar 2.9 Graf Tak Terhubung $H$ .....	14
Gambar 2.10 Graf Komplit $K_1$ Sampai $K_5$ .....	15
Gambar 2.11 Graf Sikel $C_3$ Sampai $C_6$ .....	15
Gambar 2.12 Graf Bipartisi ( $G_1$ ) dan Bipartisi Komplit $K_{3,2}(G_2)$ .....	16
Gambar 2.13 Graf Isomorfik .....	17
Gambar 2.14 Graf Non Identik dengan Order 4 .....	18
Gambar 2.15 Graf Non Identik dengan Order 3 dan Ukuran 3 .....	19
Gambar 3.1 Graf Komplit $K_n$ .....	24
Gambar 3.2 Graf Non Identik dengan Order 3 .....	25
Gambar 3.3 Graf Non Identik dengan Order 4 .....	25
Gambar 3.4 Sebagian Graf Non Identik dengan Order 5 .....	26
Gambar 3.5 Graf Non Identik dengan Order 4 dan Ukuran 3 .....	30
Gambar 3.6 Sebagian Graf Non Identik dengan Order 5 .....	31

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Maksimal Sisi dan Graf Non Identik .....	25
Tabel 3.2 Graf Non Identik dengan Order 5 .....	27
Tabel 3.3 Graf Non Identik dengan Order 3 .....	27
Tabel 3.4 Graf Non Identik dengan Order 4 .....	28
Tabel 3.5 Maksimal Sisi .....	31
Tabel 3.6 Graf Terhubung pada Graf Non Identik .....	32
Tabel 3.7 Kesimpulan Banyak Graf Non Identik .....	33
Tabel 3.8 Kesimpulan Graf Non Identik Berdasarkan Banyak Sisi $q$ .....	34
Tabel 3.9 Keterhubungan Graf pada Order 3 .....	36
Tabel 3.10 Keterhubungan Graf pada Order 4 .....	37
Tabel 3.11 Keterhubungan Graf pada Order 5 .....	37
Tabel 3.12 Keterhubungan Graf pada Order 6 .....	39
Tabel 3.13 Kesimpulan Graf Perlu Pemeriksaan .....	42

## ABSTRAK

Aminah, Siti. 2012. **Analisis Pola Keterhubungan pada Graf Non Identik.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd (II) Ari Kusumastuti, S.Si, M, Pd.

**Kata Kunci:** Graf non identik, Keterhubungan.

Graf non identik adalah keseluruhan graf mulai dari graf tanpa sisi sampai komplit atau sisi maksimal. Graf terhubung adalah graf dimana tidak ada titik yang terisolasi. Namun, tentunya jika ada graf yang terhubung maka ada graf yang tidak terhubung dan perlu pemeriksaan. Pentingnya penelitian ini adalah untuk memperoleh pola keterhubungan tersebut. Diantaranya kapan graf tersebut pasti tidak terhubung, perlu pemeriksaan dan pasti terhubung.

Kesimpulan penelitian, bahwasanya banyak  $q$  (sisi), batas  $q$  awal dan  $q$  akhir dari graf terhubung, perlu pemeriksaan dan tidak terhubung pada graf non identik adalah sebagai berikut:

1. Tidak terhubung  
 Batas  $q$  : 0 sampai  $(n - 2)$   
 $0, (0 + 1), \dots, (n - 3), (n - 2)$
2. Perlu pemeriksaan  
 Batas  $q$  :  $(n - 1)$  sampai  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$   
 $(n - 1), n, \dots, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} - 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}$
3. Pasti terhubung  
 Batas  $q$  :  $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$  sampai  $\frac{n(n-1)}{2}$   
 $\frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 2, \dots, \frac{n(n - 1)}{2} - 1, \frac{n(n - 1)}{2}$

## ABSTRACT

Aminah, Siti. 2012. **Analysis Patterns of Connectedness in A Non Identical Graph**. Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology of the State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Evawati Alisah, M. Pd (II) Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd.

**Keywords:** Non-identical Graph, Connectedness.

Non identical graph is the all graphs from graph without side until complete or the maximum. Connected graph is a graph in which no points are isolated. But, of course, if there is a connected graph then the graph is not connected unisex and necessary examination. The importance of this research is to gain the connectivity pattern. Among them are certainly not when connected graph, need examination and definitely connected.

The conclusion from the observation that is many  $q$  (edge),  $q$  start and  $q$  boundary end of the connected graph, need examination and not connected to the non-identical graphs are as follows:

1. Not connected

$$\text{Limit } q : 0 \text{ until } (n - 2) \\ 0, (0 + 1), \dots, (n - 3), (n - 2)$$

2. Need examination

$$\text{Limit } q : (n - 1) \text{ until } \frac{(n-1)(n-2)}{2} \\ (n - 1), n, \dots, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} - 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}$$

3. Connected

$$\text{Limit } q : \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 \text{ until } \frac{n(n-1)}{2} \\ \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 2, \dots, \frac{n(n - 1)}{2} - 1, \frac{n(n - 1)}{2}$$

## ملخص

أمنية، سيتي. 2012. تحليل نمط العلاقة في غراف (graf) غير المتشابه. بحث جامعي. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا بجامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانق. المشرف: (1) عفاوتي أليسة الماجستير، (2) أري كوسوماستوتي الماجستير.

الكلمات المفتاحية: غراف المتشابه، العلاقة

وأما غراف غير المتشابه فهو كل الغراف من الغراف دون الجانب حتى الغراف الكامل جانبه. فالغراف المتعلق هو الذي لا نقطة فيه محدودة، ومع ذلك إذا كان هناك غراف متعلق فيوجد أيضا بالطبع غراف غير متعلق الذي يجلب التفتيش والفحص عنه. ثم إن أهمية هذا البحث هي الحصول على نمط العلاقة، من بينها متى لا يتعلق ذلك الغراف، فيحتاج إلى الفحص عنه ويتعلق حتما بعد ذلك.

والحاصل أن عدد  $q$  وحدود  $q$  الأول و  $q$  الأخير من الغراف المتعلق يحتاج إلى الفحص عنه ولا يتعلق بغراف غير المتشابه وهو يتضح فيما يلي:

(1) لا يتعلق

$$\text{حدود } q: 0 - (n - 2)$$

(2) يحتاج إلى الفحص

$$\text{حدود } q: (n - 1) - \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

(3) يتعلق حتما

$$\text{حدود } q: \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 - \frac{n(n-1)}{2}$$

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1. Latar Belakang

Allah berfirman dalam al-Qur'an surat al-Mujadalah ayat 114 dijelaskan ketinggian dan utamanya menuntut ilmu.

يَتَأْتِيهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَأَفْسَحُوا يَفْسَحِ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ أَنْشُرُوا فَأَنْشُرُوا يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ۗ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١٤﴾

*Artinya : Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan. (Q.S al-Mujadalah : 114)*

Ayat di atas menjelaskan bahwa jika seseorang disuruh melapangkan majlis, yang berarti melapangkan hati, bahkan jika dia disuruh berdiri sekalipun lalu memberikan tempatnya kepada orang yang patut didudukkan di muka, janganlah dia berkecil hati. Melainkan hendaklah dia berlapang dada. Karena orang yang berlapang dada itulah kelak yang akan diangkat Allah imannya dan ilmunya, sehingga derajatnya bertambah naik sebagaimana isi ayat di atas (Amrullah, 1975:45).

Banyak sekali ilmu pengetahuan di dunia ini dan salah satunya adalah matematika. Matematika seringkali digunakan untuk membantu menyelesaikan

permasalahan dalam kajian ilmu-ilmu lain. Untuk menyelesaikan suatu permasalahan dengan bantuan matematika diperlukan pengkajian dan analisis terlebih dahulu kemudian menjadikan masalah tersebut dalam model matematika. Salah satu model matematika yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah adalah menjadikannya dalam bentuk graf. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto, 1998:1).

Pada dasarnya konsep matematika sudah ada di dalam alam semesta. Alam semesta menyimpan simbol-simbol pengetahuan yang apabila dikaji secara benar akan menghasilkan konsep-konsep ilmu pengetahuan. Jadi kesimpulannya, semua ilmu pengetahuan adalah hasil penyimbolan atas apa yang ada di alam semesta ini. Allah SWT telah menciptakan alam semesta ini dengan ukuran-ukuran cermat dan persamaan yang rapi (Abdussakir, 2007:79-80)

Salah satu cabang dari matematika adalah teori graf. Teori graf merupakan pokok bahasan yang mempunyai banyak terapan sampai sekarang. Graf disajikan secara grafik atau gambar, dan justru dengan bentuk gambar inilah sifat-sifat graf dapat dikenali secara detail. Titik disajikan dalam bentuk noktah atau lingkaran kecil dan sisi disajikan dalam bentuk garis atau kurva yang memasangkan dua titik. Penyajian graf secara gambar tidak harus tunggal. Penempatan posisi titik dan sisi tidak menjadi perhatian yang serius (Abdussakir, dkk, 2009:5).

Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$ , ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari titik-

titik (*vertex*) dan  $E$  adalah himpunan yang mungkin kosong dari sisi (*edge*) yang menghubungkan sepasang titik. Himpunan dari titik-titik (*vertex*) dari graf  $G$  dinotasikan dengan  $V(G)$ , sedangkan himpunan sisi (*edge*) dinotasikan dengan  $E(G)$  (Chartrand dan Lesniak, 1986:4). Dari definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa  $V$  tidak boleh kosong sedangkan  $E$  boleh kosong. Jadi, suatu graf memungkinkan tidak mempunyai sisi satu pun, tetapi titiknya harus ada minimal satu.

Misalkan  $G$  dan  $H$  graf.  $G$  disebut isomorfik dengan graf  $H$ , jika terdapat fungsi  $\phi$  yang bersifat bijektif dari  $V(G)$  ke  $V(H)$ , yang disebut isomorfisme, sedemikian hingga  $uv \in E(G)$  jika dan hanya jika  $\phi(u)\phi(v) \in E(H)$ . Jika graf  $G$  isomorfik dengan graf  $H$ , maka dinotasikan dengan  $G \cong H$  (Chartrand dan Lesniak, 1986:3).

Dua graf  $G$  dan  $H$  disebut identik, dinotasikan dengan  $G=H$ , jika  $V(G)=V(H)$  dan  $E(G)=E(H)$ . Dengan kata lain, graf  $G$  identik dengan  $H$  jika keduanya memuat himpunan titik yang sama dan memuat himpunan sisi yang sama. Jika  $G=H$ , maka jelaslah  $G \cong H$ . Di lain pihak, jika  $G \cong H$ , maka belum tentu  $G=H$  (Abdussakir, dkk, 2009:27).

Salah satu topik yang menarik untuk dikaji pada teori graf adalah tentang analisis pola keterhubungan pada graf non identik, sehingga hal ini membuka peluang bagi matematikawan dan pemerhati matematika untuk melakukan riset-riset dalam membangun teori-teori tentang hal tersebut. Pada penelitian ini, penulis mengkaji graf yang diberi judul “**Analisis Pola Keterhubungan pada Graf Non Identik**”.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana analisis pola keterhubungan pada graf non identik?

## 1.3. Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui analisis pola keterhubungan pada graf non identik.

## 1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari skripsi ini adalah:

### 1. Bagi Pengembangan Ilmu Pengetahuan

Skripsi ini diharapkan memberikan wacana terhadap pengembangan khasanah keilmuan bidang ilmu matematika tentang graf, khususnya pada topik analisis pola keterhubungan pada graf non identik.

### 2. Bagi Penulis

Skripsi ini diharapkan dapat memberikan pemahaman sebagai wawasan baru secara menyeluruh.

### 3. Bagi Lembaga UIN Maliki Malang,

Sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah teori graf.

## 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi serta objek masalah yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Studi kepustakaan merupakan penampilan argumentasi penalaran keilmuan untuk memaparkan hasil olah pikir mengenai suatu topik kajian kepustakaan yang dibahas dalam penelitian ini. Dengan menggunakan metode ini diharapkan kemampuan analisis dan pemahaman tentang masalah yang diangkat dapat terselesaikan dan dibahas secara detail.

Dalam penelitian ini penulis menggunakan beberapa langkah. Hal ini dilakukan untuk mempermudah penulis dalam memperoleh hasil yang akurat. Adapun langkah-langkah yang digunakan oleh penulis dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut :

- a. Menghitung maksimal sisi dan jumlah graf non identik dengan rumus yang ditentukan pada titik yang ditentukan pula.

Pada langkah ini, penulis menentukan titik yang akan dihitung terlebih dahulu. Kemudian menghitung sisi maksimal dan jumlah total graf non identiknya. Agar menemukan pola yang diinginkan, penulis menghitung dan membandingkan dari beberapa titik.

- b. Membedakan graf non identik berdasarkan jumlah sisinya.

Pada langkah ini, penulis membedakan masing-masing graf dengan jumlah sisi yang berbeda. Mulai dari graf tanpa sisi sampai graf komplit. Tujuannya agar penulis lebih dapat melihat pola pada graf non identik.

- c. Menggambar beberapa graf non identik dari titik yang ditentukan.

Pada langkah ini, penulis menggambar seluruh graf non identik dari titik yang ditentukan. Dengan tujuan pembuktian bahwa gambar dengan rumus yang menjadi dasar adalah benar dan sama dengan gambarnya.

- d. Menganalisis graf yang memiliki jumlah sisi yang sama.

Pada langkah ini, penulis menganalisis pada tiap graf yang memiliki jumlah sisi yang sama. Tujuannya untuk memperjelas pola pada graf non identik.

- e. Mencari graf yang tidak terhubung, perlu pemeriksaan dan pasti terhubung dari semua graf non identik.

Pada langkah ini, penulis mulai mencari graf yang tidak terhubung, perlu pemeriksaan dan pasti terhubung saat kapan.

- f. Mencari pola keterhubungan pada graf non identik.

Pada langkah ini, penulis melakukan pengurutan terhadap hasil pencarian total graf terhubung dari masing-masing graf non identik yang menjadi objek penelitian. Dari hasil pengurutan tersebut kemudian dicari pola/rumus dari graf terhubungnya.

- g. Membuktikan pola dari graf non identik.

Tahapan ini, penulis melakukan pembuktian terhadap pola rumus yang ditemukan pada langkah sebelumnya. Hal ini dimaksudkan untuk menguji kebenaran dari pola rumus graf.

- h. Mencari banyak graf terhubung dan tidak terhubung pada obyek yang ditentukan.

Tahapan ini, penulis akan memberi cara untuk mengetahui banyaknya graf yang terhubung dan tidak terhubung pada kelompok graf yang dinamai oleh penulis perlu pemeriksaan.

## 1.6 Sistematika Penelitian

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

### Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang pengertian graf, *incident* dan *adjacent*, derajat titik pada graf, graf terhubung, komponen graf, macam-macam graf, graf non identik, graf isomorfik, dan kajian keagamaan.

### Bab III Pembahasan

Pembahasan berisi tentang bagaimana analisis pola keterhubungan pada graf non identik serta bagaimana perhitungan banyaknya graf terhubung dan tidak terhubung pada graf non identik.

### Bab IV Penutup

Pada bab ini akan dibahas tentang kesimpulan dan saran.



## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Definisi Graf

Graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss, Leonhard Euler pada tahun 1736 lewat artikel yang berjudul “Masalah Jembatan Königsberg”. Jembatan Königsberg adalah tujuh jembatan yang terletak di kota Königsberg dan digunakan untuk melewati sungai Pregolya. Penduduk kota Königsberg menyukai berjalan-jalan di jembatan-jembatan tersebut tetapi sekeras apapun mereka mencoba, tidak seorang pun penduduk dapat melewati ketujuh jembatan tersebut tepat sekali. Euler mempelajari fenomena ini yang membuat penduduk frustrasi dan menulis artikel tentang permasalahan tersebut. Artikel yang berjudul “Masalah Jembatan Königsberg” ini dianggap oleh banyak orang sebagai awal dari teori graf (Harris, dkk, 2008:1).

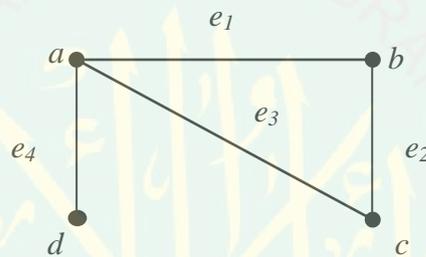
Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Secara matematis graf didefinisikan sebagai berikut:

##### Definisi 2.1.1

Graf  $G$  adalah pasangan himpunan  $(V, E)$  dengan  $V(G)$  adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan  $E(G)$  adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di  $V(G)$  yang disebut sebagai sisi.

Himpunan titik di  $G$  dinotasikan dengan  $V(G)$  dari himpunan sisi dinotasikan dengan  $E(G)$ . Sedangkan banyaknya unsur di  $V$  disebut *order* dari  $G$  dan dilambangkan dengan  $p(G)$  dan banyaknya unsur di  $E$  disebut *size* dari  $G$  dan dilambangkan dengan  $q(G)$ . Jika graf yang dibicarakan hanya graf  $G$ , maka *order* dan *size* dari  $G$  tersebut cukup ditulis dengan  $G(p, q)$  (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

### Contoh 2.1.1



Gambar 2.1 Graf  $G$

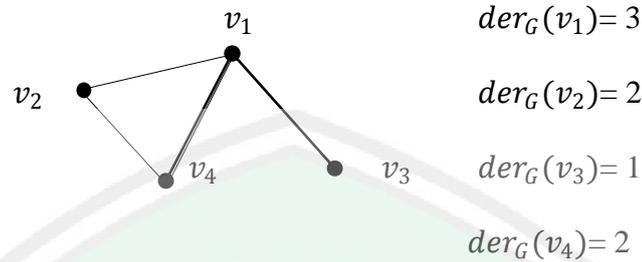
Graf  $G$  pada Gambar 2.1 mempunyai order 4 dan mempunyai 4 sisi, dapat dinyatakan sebagai  $G = (V(G), E(G))$  dengan  $V(G) = \{a, b, c, d\}$  dan  $E(G) = \{(a, b), (b, c), (a, d), (a, c)\}$  atau ditulis dengan  $V(G) = \{a, b, c, d\}$  dan  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$  untuk  $e_1 = (a, b)$ ,  $e_2 = (b, c)$ ,  $e_3 = (a, c)$ ,  $e_4 = (a, d)$ .

## 2.2 Derajat Titik

### Definisi 2.2.1

Derajat titik  $v$  pada graf  $G$ , ditulis dengan  $der_G(v)$ , adalah banyaknya sisi yang terkait langsung (*incident*) pada  $v$ . Dengan kata lain, banyak sisi yang memuat  $v$  sebagai titik ujung. Titik  $v$  dikatakan genap atau ganjil tergantung dari jumlah  $der_G(v)$  genap atau ganjil (Chartrand dan Lesniak, 1986:7).

**Contoh 2.2.1**



Gambar 2.2 Derajat pada Graf

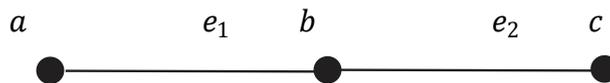
**2.3 Terhubung Langsung (*Adjacent*) dan Terkait Langsung (*Incident*)**

Dari definisi graf, suatu graf paling tidak memiliki satu titik. Jika suatu graf memiliki lebih dari satu titik dan lebih dari satu sisi maka secara matematis hubungan antara titik dan sisi itu didefinisikan sebagai berikut:

**Definisi 2.3.1**

Sisi  $e = (v, u)$  dikatakan menghubungkan titik  $v$  dan  $u$ . Jika  $e = (v, u)$  adalah sisi di graf  $G$ , maka  $v$  dan  $u$  disebut terhubung langsung (*Adjacent*),  $v$  dan  $e$  serta  $u$  dan  $e$  disebut terkait langsung (*Incident*), titik  $v$  dan  $u$  disebut ujung dari sisi  $e$ . Untuk selanjutnya, sisi  $e = (u, v)$  dilalui  $e = uv$  (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

**Contoh 2.3.1**



Gambar 2.3 *Adjacent* dan *Incident* pada Graf

Keterangan:

$a$  dan  $b$ ,  $b$  dan  $c$  terhubung langsung (*adjacent*)

$a$  dan  $b$  terkait langsung (*incident*) dengan  $e_1$

$b$  dan  $c$  terkait langsung (*incident*) dengan  $e_2$

$e_1$  dan  $e_2$  terhubung langsung (*adjacent*)

## 2.4 Graf Terhubung dan Tak Terhubung

Keterhubungan dua titik adalah sangat penting di dalam graf. Dua titik  $u$  dan  $v$  dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari  $u$  ke  $v$ . Jika dua titik terhubung maka pasti titik yang pertama dapat dicapai dari titik kedua.

### Definisi 2.4.1

Misalkan  $G$  graf. Misalkan  $u$  dan  $v$  adalah titik di  $G$  (yang tidak harus berbeda). Jalan  $u$ - $v$  pada graf  $G$  adalah barisan berhingga yang berselang seling

$$W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n = v$$

antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik dengan:

$$e_i = v_{i-1}v_i \text{ dengan } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

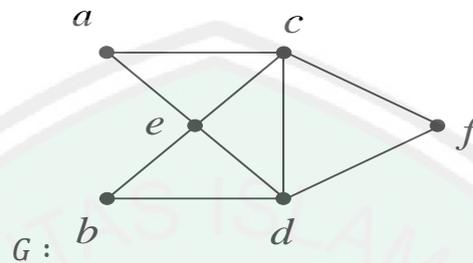
adalah sisi di  $G$ .  $v_0$  sebagai titik awal, dan  $v_n$  sebagai titik akhir, titik  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$  adalah titik internal, dan  $n$  menyatakan panjang dari  $W$ . Jika  $v_0 \neq v_n$  maka  $W$  disebut jalan terbuka. Jika  $v_0 = v_n$  maka  $W$  disebut jalan tertutup (Abdussakir, dkk, 2009:49).

### Definisi 2.4.2

Jalan  $W$  yang semua sisinya berbeda disebut trail. Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan. Dengan demikian setiap lintasan adalah

trail, tetapi tidak semua trail adalah lintasan (Abdussakir, dkk, 2009:51-52).

Perhatikan graf  $G$  berikut :



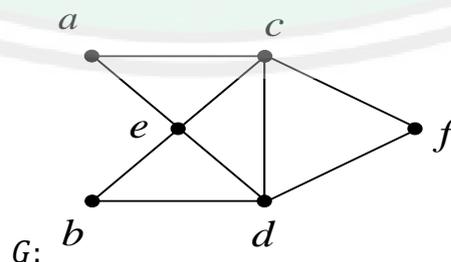
Gambar 2.4 Lintasan Graf  $G$

Jalan  $W_1 = a, c, e, b, d, f$  ;  $W_2 = a, e$  dan  $W_3 = a, e, b, d$  adalah lintasan di  $G$  karena semua titiknya berbeda. Sedangkan  $W_4 = a, c, e, b, d, f, d, e, a$  dan  $W_5 = a, e, b, e, c$  bukan merupakan lintasan karena ada titik yang sama.  $W_6 = f, c, a, e, b, d, e, c, d, f$  adalah jalan tertutup dan merupakan trail karena semua sisinya berbeda.

### Definisi 2.4.3

Jalan tertutup  $W$  tak trivial yang semua sisinya berbeda disebut sirkuit.

Dengan kata lain, sirkuit adalah trail tertutup yang tak trivial (Abdussakir, dkk, 2009:53). Perhatikan graf  $G$  berikut :



Gambar 2.5 Sirkuit dan Trail Graf  $G$

Jalan  $W_1 = a, e, b, d, e, c, a$  adalah jalan tertutup, dan merupakan trail karena semua sisinya berbeda. Jadi  $W_1$  adalah sirkuit dan  $W_2 = a, e, b, d, e, d, c, a$

adalah jalan tertutup dan bukan trail karena  $e, d$  dilalui lebih dari satu kali.

Dengan demikian  $W_2$  bukan sirkuit.

**Definisi 2.4.4**

Jalan tertutup tak trivial yang semua titiknya berbeda disebut siklus.

Dengan demikian setiap siklus pasti merupakan sirkuit, tetapi tidak semua sirkuit merupakan siklus (Abdussakir, dkk, 2009:54).

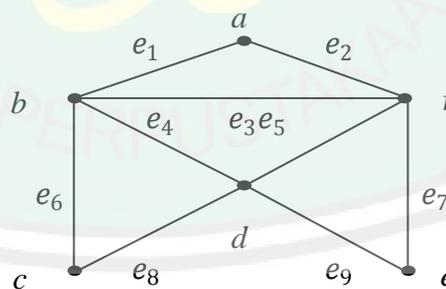
**Definisi 2.4.5**

Sirkuit  $v_1, v_2, \dots, v_n, v_1$  ( $n \geq 3$ ) memiliki  $n$  titik dengan  $v_i$  adalah titik-titik berbeda untuk  $1 \leq i \leq n$  disebut siklus (*Cycle*). Graf asiklik adalah graf yang tidak memuat siklus (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

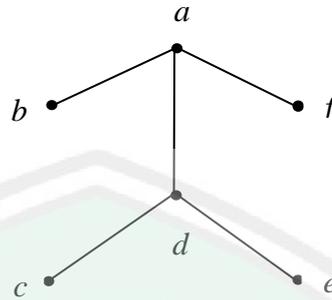
**Definisi 2.4.6**

Pohon adalah graf terhubung asiklik, hutan adalah graf asiklik (Chartrand dan Lesniak, 1996:57).

**Contoh 2.4.4**



Gambar 2.6 Graf Terhubung Sederhana



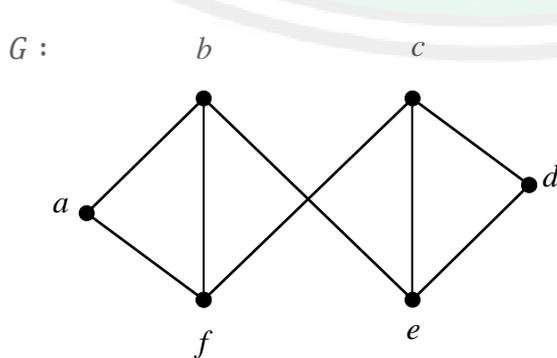
Gambar 2.7 Pohon

Pada Gambar 2.6 adalah jalan  $a, e_1, b, e_3, f, e_2, a$  sebagai contoh siklus dan Gambar 2.7 adalah pohon sebagai contoh graf asiklik.

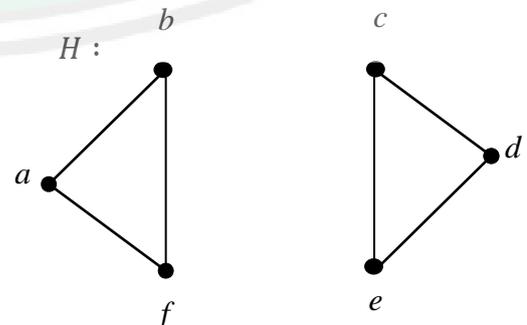
**Definisi 2.4.7**

Misalkan  $u$  dan  $v$  titik berbeda pada graf  $G$ . Titik  $u$  dan  $v$  dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan  $u-v$  di  $G$ . Suatu graf  $G$  dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap  $u$  dan  $v$  yang berbeda adalah terhubung di  $G$ . Dengan kata lain, suatu graf  $G$  dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap titik  $u$  dan  $v$  di  $G$  terdapat lintasan  $u-v$  di  $G$ . Sebaliknya, jika ada dua titik  $u$  dan  $v$  di  $G$ , tetapi tidak ada lintasan  $u-v$  di  $G$ , maka  $G$  dikatakan tak terhubung (*disconnected*) (Abdussakir, dkk, 2009:55-56).

**Contoh 2.4.5**



Gambar 2.8 Graf Terhubung  $G$



Gambar 2.9 Graf Tak Terhubung  $H$

## 2.5 Macam-Macam Graf

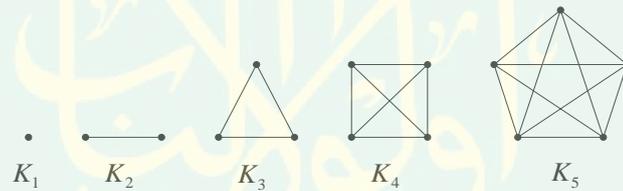
Graf memiliki jenis yang bermacam-macam, tergantung dari sudut mana memandangnya. Berdasarkan titik, sisi, dan derajatnya, terdapat beberapa jenis graf sebagai berikut:

### 1. Graf komplit

#### Definisi 2.5.1

Graf komplit adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan  $n$  titik dinotasikan dengan  $K_n$  (Wilson dan Watkins, 1989:36).

#### Contoh 2.5.1



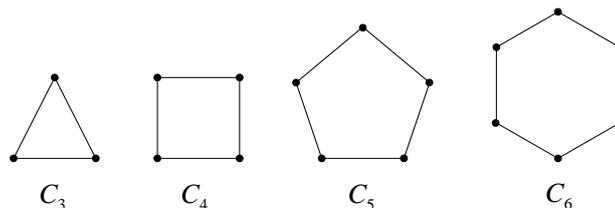
Gambar 2.10 Graf Komplit  $K_1$  Sampai  $K_5$

### 2. Graf sikel

#### Definisi 2.5.2

Graf berbentuk sikel dengan titik sebanyak  $n, (n \geq 3)$ , disebut graf sikel dan ditulis  $C_n$  (Abdussakir, dkk, 2009:55).

#### Contoh 2.5.2



Gambar 2.11 Graf Sikel  $C_3$  Sampai  $C_6$

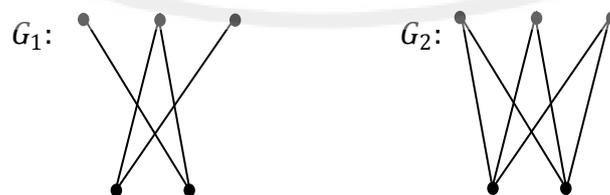
### 3. Graf bipartisi

#### Definisi 2.5.3

Graf  $G$  dikatakan bipartisi jika himpunan titik pada  $G$  dapat dipartisi menjadi dua himpunan tak kosong  $V_1$  dan  $V_2$  sehingga masing-masing sisi pada graf  $G$  tersebut menghubungkan satu titik di  $V_1$  dengan satu titik di  $V_2$ . Jika  $G$  adalah graf bipartisi beraturan- $r$  dengan  $r \geq 1$ , maka  $|V_1| = |V_2|$ . Graf  $G$  dikatakan partisi- $n$  jika himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi sebanyak  $n$  himpunan tak kosong  $V_1, V_2, \dots, V_n$  sehingga masing-masing sisi pada graf  $G$  menghubungkan titik pada  $V_i$  dengan titik pada  $V_j$ , untuk  $i \neq j$ . Jika  $n = 3$ , maka graf partisi- $n$  disebut tripartisi (Abdussakir, dkk, 2009:21-22).

Suatu graf  $G$  disebut bipartisi komplit jika  $G$  adalah graf bipartisi dan masing-masing titik pada suatu partisi terhubung langsung dengan semua titik partisi yang lain. Graf bipartisi komplit dengan  $m$  titik pada salah satu partisi dan  $n$  titik pada partisi yang lain ditulis  $K_{m,n}$  (Abdussakir, dkk, 2009:22).

Berikut adalah contoh gambar graf bipartisi dan bipartisi komplit :



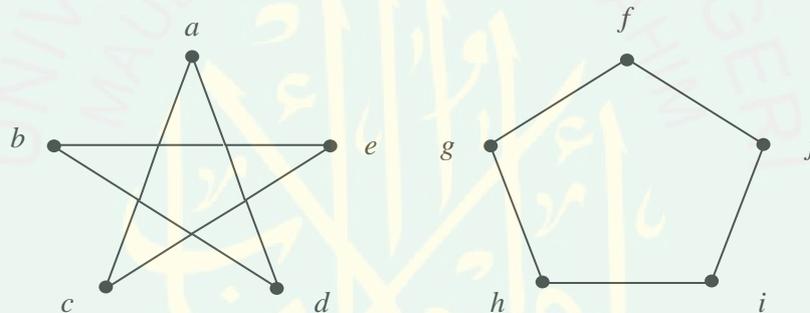
Gambar 2.12 Graf Bipartisi ( $G_1$ ) dan Bipartisi Komplit  $K_{3,2}$  ( $G_2$ )

## 2.6 Graf Isomorfik

### Definisi 2.6.1

Misalkan  $G$  dan  $H$  graf.  $G$  disebut isomorfik dengan graf  $H$ , jika terdapat fungsi  $\phi$  yang bersifat bijektif dari  $V(G)$  ke  $V(H)$ , yang disebut isomorfisme, sedemikian hingga  $uv \in E(G_1)$  jika dan hanya jika  $\phi(u)\phi(v) \in E(H)$ . Jika graf  $G$  isomorfik dengan graf  $H$ , maka dinotasikan dengan  $G \cong H$  (Abdussakir, dkk, 2009:27).

### Contoh 2.6.1



Gambar 2.13 Graf Isomorfik

Berdasarkan gambar dan penamaan titiknya, graf  $G$  dan  $H$  seolah berbeda. Padahal graf  $G$  dan  $H$  mempunyai struktur yang sama, dan hanya beda dalam penamaan titiknya.

Karena graf  $G$  dan  $H$  ternyata mempunyai struktur yang sama, maka graf  $G$  dan  $H$  disebut graf isomorfik.

## 2.7 Graf Identik

### Definisi 2.7.1

Dua graf  $G$  dan  $H$  disebut identik, dinotasikan dengan  $G=H$ , jika  $V(G)=V(H)$  dan  $E(G)=E(H)$ . Dengan kata lain, graf  $G$  identik dengan  $H$  jika

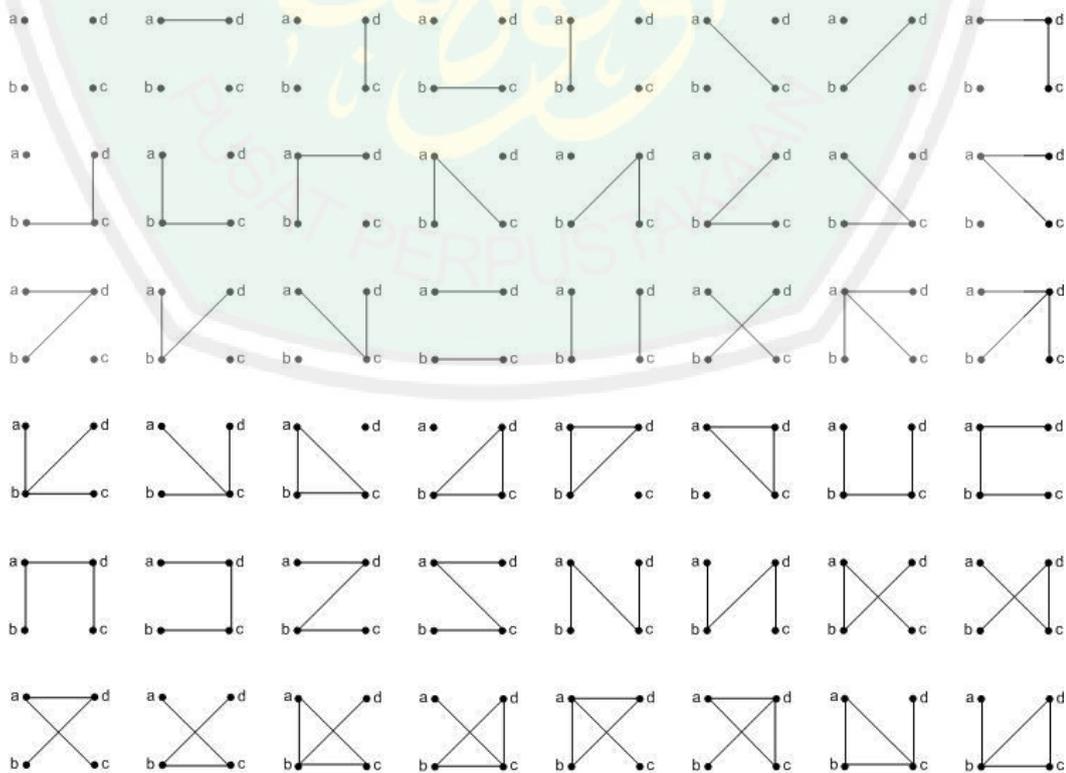
keduanya memuat himpunan titik yang sama dan memuat himpunan sisi yang sama. Jika  $G=H$ , maka jelaslah  $G \cong H$ . Di lain pihak, jika  $G \cong H$ , maka belum tentu  $G=H$  (Abdussakir, dkk, 2009:27).

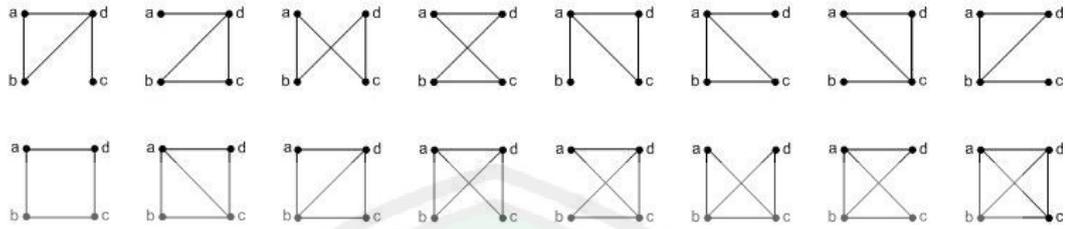
**Definisi 2.7.2**

Secara umum, banyak graf yang tak isomorfik dengan order  $p$  dan himpunan titik  $V$  adalah  $2^{\frac{p(p-1)}{2}}$ . Karena terdapat sebanyak  $\frac{p(p-1)}{2}$  pasangan titik, maka terdapat sebanyak  $2^{\frac{p(p-1)}{2}}$  yang non identik (Abdussakir, dkk, 2009:28).

**Contoh 2.7.1**

Jika terdapat  $p = 4$  himpunan titik (a, b, c, d) maka banyak graf yang non identik dengan order  $p = 4$  dan himpunan titik (a,b,c, d) adalah  $2^{\frac{p(p-1)}{2}} = 2^{\frac{4(4-1)}{2}} = 2^{\frac{4(3)}{2}} = 2^{\frac{12}{2}} = 2^6 = 64$ . Jadi total graf yang non identik adalah 64 graf.





Gambar 2.14 Graf Non Identik dengan Order 4

Jika  $p \geq 1$  dan  $0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2} = \binom{p}{2}$ , maka banyaknya graf non identik

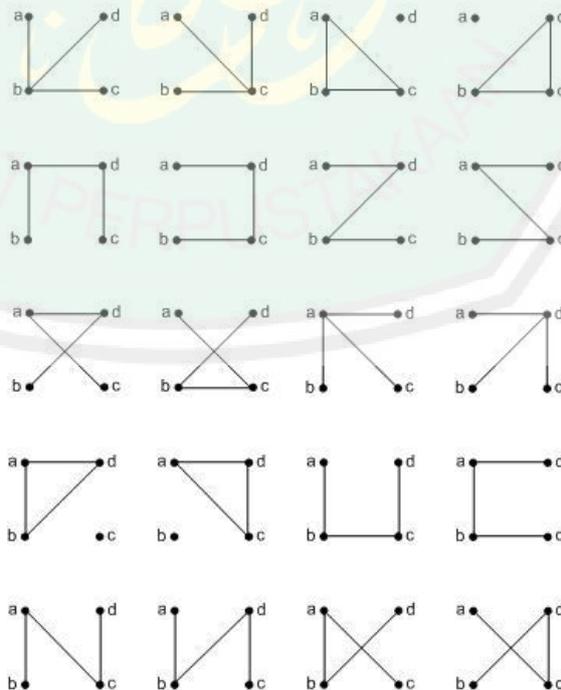
dengan order  $p$  dan ukuran  $q$  adalah  $\binom{\frac{p(p-1)}{2}}{q}$  (Abdussakir, dkk, 2009:28-29).

**Contoh 2.7.2**

Untuk graf dengan  $p = 4$  dan  $q = 3$ , maka banyaknya graf non identik

$$\text{adalah} = \binom{\frac{p(p-1)}{2}}{q} = \binom{\frac{4(4-1)}{2}}{3} = \binom{\frac{4(3)}{2}}{3} = \binom{\frac{12}{2}}{3} = \binom{6}{3} = 20$$

Jadi terdapat 20 graf non identik yang memiliki order 4 dan ukuran 3.



Gambar 2.15 Graf Non Identik dengan Order 3 dan Ukuran 3

## 2.8 Hubungan Sang Kholiq dengan Makhluk-Nya

Sifat hubungan sang kholiq dengan makhluk-Nya dalam ajaran islam bersifat timbal-balik, yaitu sang kholiq menciptakan makhluk-Nya dan Makhluk beribadah kepada sang kholiq. Sebagaimana dalam al-Qur'an surat adz-Dzariat ayat 56 sebagai berikut :

وَمَا خَلَقْتُ الْجِنَّ وَالْإِنْسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ﴿٥٦﴾

*Artinya : Dan aku tidak menciptakan jin dan manusia melainkan supaya mereka menyembah-Ku.*

Secara garis besar, Allah menciptakan makhluk-Nya tidak secara cuma-cuma dan telah jelas bahwa penciptaan itu mempunyai tujuan yang jelas pula yaitu beribadah kepada Allah. Ibadah yang bisa di aplikasikan dalam banyak cara dan jalan. Ibadah kepada Allah tidak harus dengan cara yang berlebih atau cara yang susah payah. Secara garis besar, ibadah kepada Allah itu ada dua macam, yaitu ibadah yang bentuk dan tata caranya telah di tentukan oleh Allah SWT, dan ibadah dan bentuk tata caranya yang tidak di tentukan oleh Allah SWT. Ibadah jenis pertama adalah Mahdhoh, yaitu ibadah dalam arti ritual khusus, misalnya sholat, puasa, dan haji. Jenis ibadah yang kedua disebut ibadah ghairu mahdoh atau ibadah dalam pengetahuan umum, yaitu segala bentuk perbuatan yang ditujukan untuk kemaslahatan, kesuksesan, dan keuntungan. Contoh dari ibadah semacam ini adalah menyingkirkan duri dari jalan atau membantu orang yang kesusahan. Semua perbuatan tersebut, asalkan diniatkan karena Allah SWT dan bermanfaat bagi kepentingan umum, adalah pengabdian atau ibadah kepada Allah SWT.

Begitulah prinsip dasar ajaran Islam mengenai hubungan manusia dengan Tuhannya. Intinya adalah pengabdian dan penyembahan kepada Allah (ibadah), baik dengan cara yang ditentukan oleh Allah maupun yang tidak ditentukan, dan dengan mengacu kepada aturan qur'aniyah dan kauniyah.

## 2.9 Hubungan Manusia dengan Manusia

Jika seseorang sudah memiliki hubungan baik dengan tuhannya maka manusia juga perlu mengatur hubungan dengan sesama manusia. Hubungan Manusia dengan Sesamanya adalah tolong-menolong dalam kebaikan dan bukan tolong-menolong dalam keburukan. Allah berfirman dalam al-Qur'an surat al-Maidah ayat 2.

وَتَعَاوَنُوا عَلَى الْبِرِّ وَالتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا عَلَى الْإِثْمِ وَالْعُدْوَانِ ۗ وَاتَّقُوا اللَّهَ ۖ إِنَّ اللَّهَ شَدِيدُ الْعِقَابِ ﴿٢﴾

*Artinya : Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. dan bertakwalah kamu kepada Allah, Sesungguhnya Allah Amat berat siksa-Nya.*

Perbuatan saling menolong itu terjadi antara sesama individu dalam masyarakat. Seorang yang membantu tetangganya adalah bentuk tolong-menolong antarindividu. Perlu dicatat bahwa yang juga termasuk dalam katagori hubungan manusia dengan manusia adalah hubungan manusia dengan dirinya sendiri. Hubungan ini dapat berupa koreksi diri, yaitu mengevaluasi perbuatan yang telah dilakukan dari segi agama dan berusaha memperbaiki kesalahannya untuk masa yang akan datang. Dalam hal ini, inti hubungan manusia dengan dirinya adalah

kemampuannya mendengarkan kata nurani dari hati yang sangat dalam yang biasanya memihak kepada kebaikan dan kebenaran. Sebab, orang yang suka melakukan koreksi diri berarti dekat dengan Allah. Dalam sebuah hadits dikatakan bahwa “barang siapa yang mengetahui (memahami) dirinya berarti ia memahami Tuhannya”.

## 2.10 Hubungan Manusia dengan Alam

Prinsip dasar hubungan manusia dengan alam atau makhluk lain di sekitarnya pada dasarnya ada dua: pertama, kewajiban menggali dan mengelola alam dengan segala kekayaannya; dan kedua, manusia sebagai pengelola alam tidak diperkenankan merusak lingkungan, karena pada akhirnya hal itu akan merusak kehidupan umat manusia itu sendiri.

Mengenai prinsip yang pertama, Allah berfirman dalam al-Qur'an surat Hud ayat 61:

﴿ وَإِلَىٰ ثَمُودَ أَخَاهُمْ صَالِحًا قَالَ يَا قَوْمِ أَعْبُدُوا اللَّهَ مَا لَكُمْ مِنِّي غَيْرُهُ هُوَ أَنشَأَكُم مِّنَ الْأَرْضِ وَأَسْتَخْرُكُم بِهَا فَاسْتَغْفِرُوا لَهُ ثُمَّ تَوْبُوا إِلَيْهِ إِنَّ رَبِّي قَرِيبٌ مُّجِيبٌ ﴾

*Artinya : dan kepada Tsamud (kami utus) saudara mereka shaleh. Shaleh berkata: "Hai kaumku, sembahlah Allah, sekali-kali tidak ada bagimu Tuhan selain Dia. Dia telah menciptakan kamu dari bumi (tanah) dan menjadikan kamu pemakmurnya, karena itu mohonlah ampunan-Nya, kemudian bertobatlah kepada-Nya, Sesungguhnya Tuhanku Amat dekat (rahmat-Nya) lagi memperkenankan (doa hamba-Nya).*

Adapun mengenai prinsip yang kedua, yaitu agar manusia jangan merusak alam, dinyatakan oleh Allah melalui berbagai ayat dalam al-Qur'an, di antaranya dalam surat al-A'raf ayat 56:

وَلَا تُفْسِدُوا فِي الْأَرْضِ بَعْدَ إِصْلَاحِهَا وَادْعُوهُ حَوْفًا وَطَمَعًا إِنَّ رَحْمَتَ اللَّهِ قَرِيبٌ مِّنَ الْمُحْسِنِينَ ﴿٥٦﴾

*Artinya : dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi, sesudah (Allah) memperbaikinya dan Berdoalah kepada-Nya dengan rasa takut (tidak akan diterima) dan harapan (akan dikabulkan). Sesungguhnya rahmat Allah Amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik.*

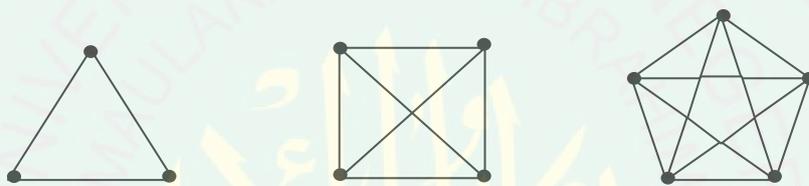
Dengan demikian, dapat dipahami dengan jelas bahwa kesadaran melestarikan lingkungan, sebagaimana yang dikampanyekan oleh orang-orang sekarang ini, dasar-dasarnya telah digariskan oleh Islam sejak lima belas abad yang lalu. Hanya saja, karena keterbelakangan, kemiskinan, dan kebodohnya sendiri, umat Islam seringkali kurang memahami arti dari ayat-ayat dari al-Qur'an. Oleh karena itu, salah satu tugas utama Islam adalah menghapus keterbelakangan, kemiskinan, dan kebodohan dari kehidupan umat. Apa yang dikemukakan diatas merupakan prinsip dasar hubungan manusia dengan alam sekitar, yaitu prinsip pemanfaatan dan sekaligus pelestarian lingkungan alam. Agama memberi motivasi kepada manusia untuk mewujudkan kedua hubungan itu dengan sebaik-baiknya.

### BAB III

### PEMBAHASAN

#### 3.1 Menghitung Maksimal Sisi dan Banyak Graf Non Identik

Graf komplit adalah graf sederhana yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan  $n$  titik dilambangkan dengan  $K_n$ . Setiap titik pada  $K_n$  berderajat  $n - 1$ . Perhatikan graf komplit  $K_n$  berikut:



Gambar 3.1 Graf Komplit  $K_n$

Banyak sisi pada graf komplit yang terdiri dari  $n$  titik adalah  $\frac{n(n-1)}{2}$ . Rumus ini diperoleh dari rincian sebagai berikut : untuk setiap titik terhubung dengan  $(n - 1)$  titik lainnya, maka untuk  $n$  titik terdapat  $n(n - 1)$  sisi. Karena setiap sisi terhitung dua kali untuk pasangan titik yang bersisian dengannya, maka banyak sisi seluruhnya dibagi dua, yaitu  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

Maksimal sisi pada graf komplit dihitung dengan rumus  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

Sedangkan untuk perhitungan graf non identik dengan rumus  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ .

Contoh :

Diketahui  $n = 3$ , maka maksimal sisinya adalah  $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{3(3-1)}{2} = \frac{3(2)}{2} = 3$ .

Jadi banyak graf non identiknya adalah  $2^{\frac{n(n-1)}{2}} = 2^3 = 8$ . Untuk  $n = 3$ , memiliki 3

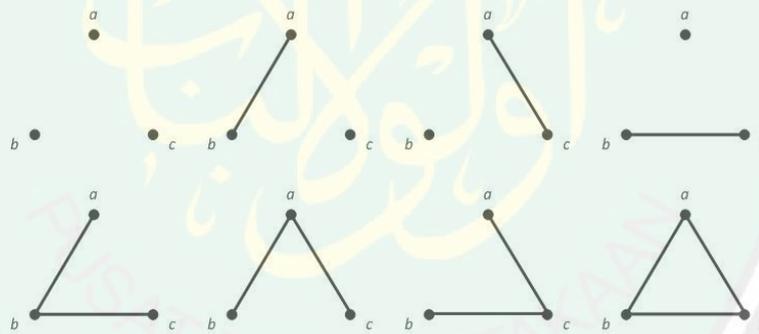
maksimal sisi dan 8 graf non identik. Tabel berikut adalah sedikit contoh perhitungan maksimal sisi dan banyaknya graf non identik pada beberapa nilai  $n$ .

Tabel 3.1 Maksimal Sisi dan Graf Non Identik

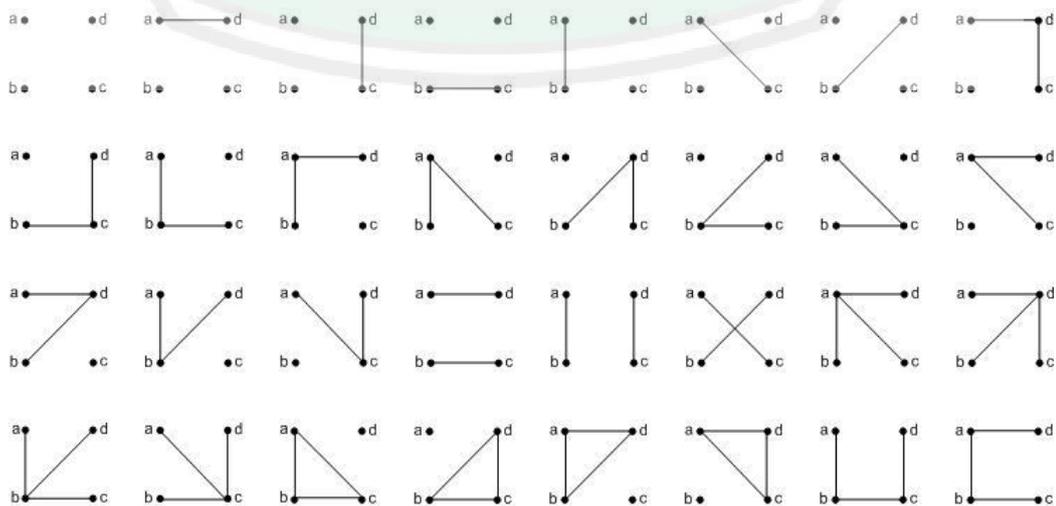
Titik ( $n$ )	Maksimal sisi	Graf non identik
3	3	8
4	6	64
5	10	1024
$N$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$2^{\frac{n(n-1)}{2}}$

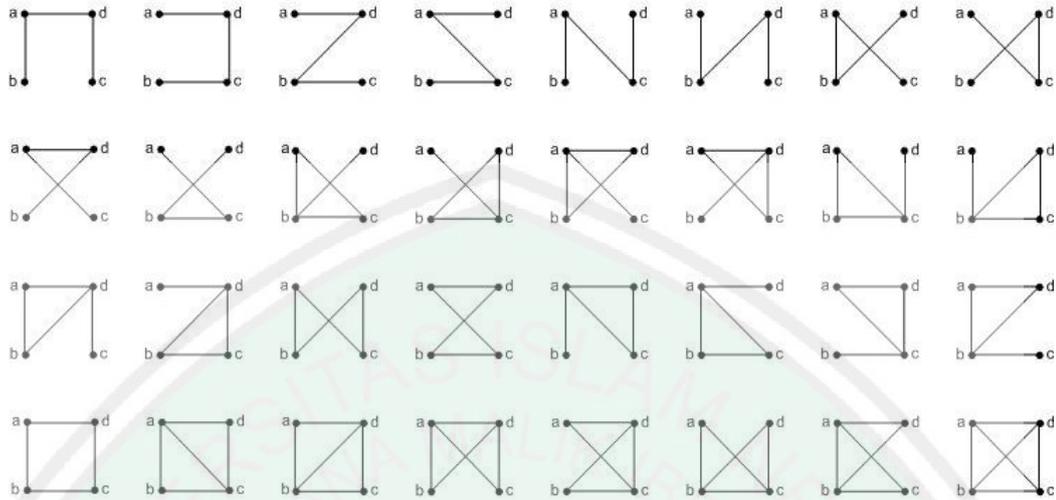
### 3.2 Menggambar Graf Non Identik

Dari tabel dan hasil diatas akan diperjelas dengan gambar graf non identik sebagai berikut.

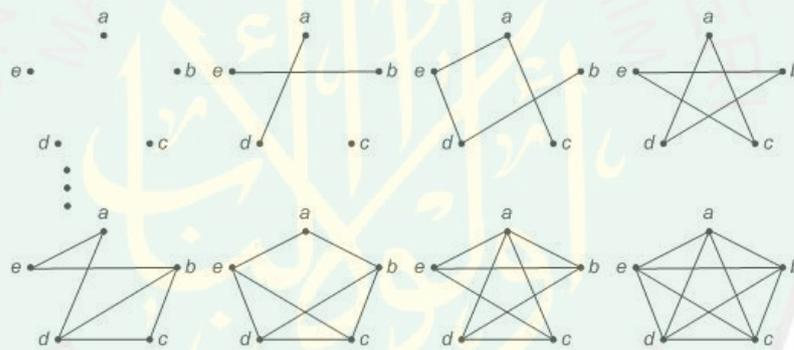


Gambar 3.2 Graf Non identik dengan order 3





Gambar 3.3 Graf Non Identik dengan Order 4



Gambar 3.4 Sebagian Graf Non Identik dengan Order 5

### 3.3 Membedakan Graf Non Identik Sesuai Banyak Sisinya

Mengetahui banyak graf non identik dari titik yang ditentukan tentu masih kurang jelas. Perlu penjelasan atau urain yang lebih detail. Misalnya tentang berapa banyak graf yang memiliki 1 sisi, 2 sisi, dan seterusnya. Maka,

digunakan rumus  $\binom{n(n-1)}{2q}$  dengan  $q$  adalah banyak sisi yang diinginkan.

Diketahui  $n = 3, q = 3$ , maka graf non identik pada  $q = 3$  adalah

$$\binom{\frac{n(n-1)}{2}}{q} = \binom{\frac{3(3-1)}{2}}{3} = \binom{3}{3} = \frac{3!}{3!(3-3)!} = 1 . \text{ Jadi, terdapat 1 graf yang}$$

memiliki 3 sisi pada  $n = 3$ . Untuk melihat lebih jelas hasil perhitungannya, maka tabel di bawah ini mewakili perhitungannya.

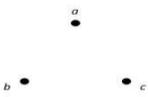
Tabel 3.2 Graf Non Identik dengan Order 3, 4, dan 5

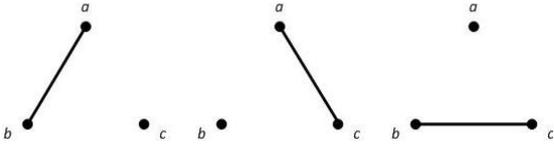
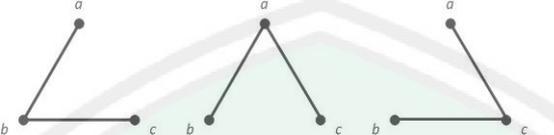
$q$	$\binom{\frac{n(n-1)}{2}}{q}$		
	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
0	1	1	1
1	3	6	10
2	3	15	45
3	1	20	120
4		15	210
5		6	252
6		1	210
7			120
8			45
9			10
10			1

### 3.4 Menganalisis Graf yang Memiliki Banyak Sisi yang Sama

Menganalisis satu persatu adalah tahap untuk memperjelas graf non identik dengan banyak titik yang ditentukan, menentukan yang pasti terhubung, pasti tidak terhubung dan perlu pemeriksaan untuk membedakan berapa banyak sisi yang terhubung dan tidak terhubung.

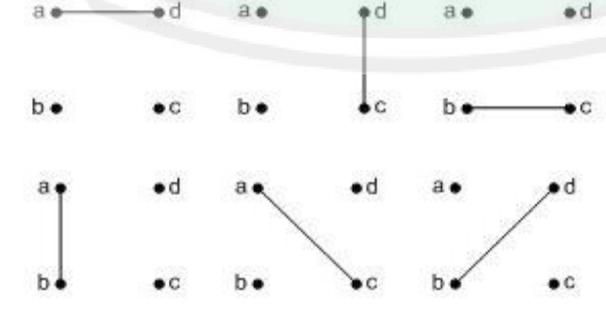
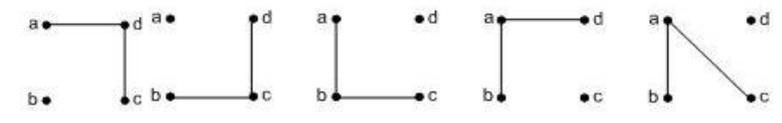
Tabel 3.3 Graf Non Identik dengan Order 3

$q$	Gambar	Keterangan
0		Belum ada sisi, jadi tidak ada graf yang terhubung

1		Mulai terdapat sisi, namun belum ada graf yang terhubung
2		Terhubung
3		Terhubung

Dari tabel di atas, dapat dilihat graf mulai terhubung pada ukuran  $(q) = 2$  atau dengan kata lain dapat ditulis  $n-1$  terhubung sebagai dugaan sementara. Pada ukuran  $(q) = 3$  terhubung karena banyak alasan, pertama ukuran  $(q)$  merupakan banyaknya sisi maksimal dan yang kedua graf ini adalah graf komplit jadi  $n$  pasti terhubung.

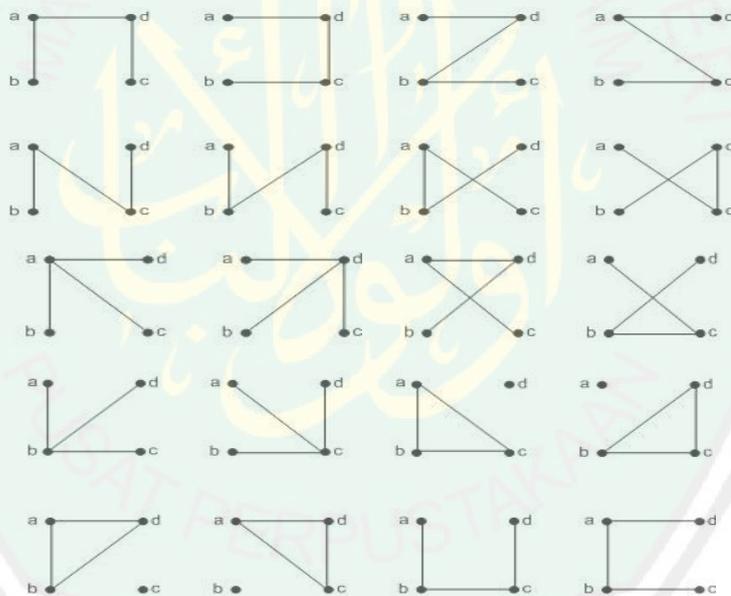
Tabel 3.4 Graf Non Identik dengan Order 4

$q$	Gambar	Keterangan
0		Belum ada sisi, jadi tidak ada graf yang terhubung
1		Mulai terdapat sisi, namun belum ada graf yang terhubung
2		belum ada graf yang terhubung

3		<p>Terdapat 16 graf yang terhubung dan 4 graf tidak terhubung</p>
4		<p>Terhubung</p>
5		<p>Terhubung</p>

6		Terhubung

Dari tabel di atas, dapat dilihat graf mulai terhubung pada ukuran  $(q) = 3$ . Namun, tidak semua terhubung ada 4 graf yang masih belum terhubung atau memiliki titik terisolasi atau dengan kata lain dapat ditulis  $n-1$  terhubung dengan sebuah syarat. Mari dilihat dan diperiksa syarat apa yang harus dipenuhi.

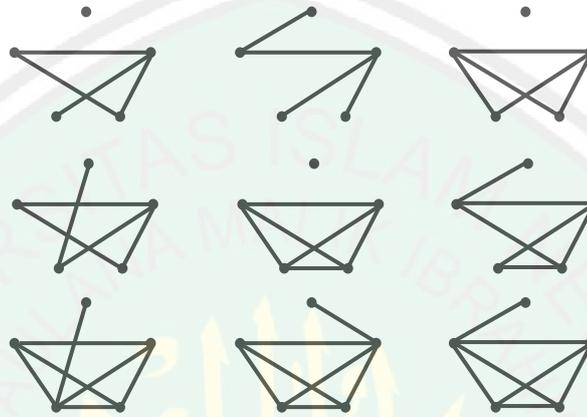


Gambar 3.5 Graf Non Identik dengan Order 4 dan ukuran 3

Dari gambar di atas terdapat 4 graf yang tak terhubung, 4 graf tersebut tak terhubung karena pada graf tersebut terdapat siklus. Berarti graf yang terhubung pada  $n-1$  adalah graf asiklik, yaitu graf yang tidak memiliki siklus.

Untuk ukuran  $(q)$  sama dengan order  $(n)$  pada graf berorder 3 dan 4 terlihat bahwa graf non identiknya sudah pasti terhubung. Ternyata tidak berlaku

ketika diterapkan pada graf non identik dengan order ( $n$ ) 5. Agar lebih jelas dan ununtut mengetahui syarat sebenarnya, maka perlu pemeriksaan pada graf non identik berorder ( $n$ ) sebagai berikut.



Gambar 3.6 Sebagian Graf Non Identik dengan Order 5

Dari gambar di atas dapat dilihat bahwa graf yang pasti terhubung pada order ( $n$ )= 5 adalah ketika memiliki ukuran ( $q$ )= 7. Ketika diperiksa ternyata graf non identik yang memiliki ukuran yang lebih besar dari ordernya belum tentu terhubung. Graf pasti terhubung adalah ketika graf tersebut memiliki ukuran ( $q$ ) lebih besar 1 dari sisi maksimal pada graf dengan order sebelumnya.

Contohnya dapat dilihat sebagai berikut :

Tabel 3.5 Maksimal Sisi

$n$	3	4	5	6	7
$\frac{\text{Maks } q}{\frac{n(n-1)}{2}}$	3	6	10	15	21

Pada tabel di atas dapat dilihat maksimal  $q$  yang dimiliki oleh tiap order. Pada order = 3 memiliki maksimal  $q = 3$ , order = 4 memiliki maksimal  $q = 6$ , order = 5 memiliki maksimal  $q = 10$ , order = 6 memiliki maksimal  $q = 15$ , dan order = 7

memiliki maksimal  $q = 21$ . Dari gambar dan tabel dapat disimpulkan seperti tabel berikut:

Tabel 3.6 Graf Terhubung pada Graf Non identik

$n$	2	3	4	5	6
Maks sisi $\frac{n(n-1)}{2}$	1	3	6	10	15
Pasti terhubung mulai $q$ ke	1	2	4	7	11

Jadi graf non identik berorder  $n$  pasti terhubung ketika:

- $n - 1$ , asiklik
- $\frac{n-1(n-2)}{2} + 1$

Pada graf non identik terdapat graf yang pasti tidak terhubung dan pasti terhubung. Graf non identik berorder  $n$  pasti terhubung ketika banyak sisinya  $q = n - 1$  dan asiklik. Sedangkan graf mulai terhubung pada banyak sisi maksimal pada titik sebelumnya ditambah 1 atau dapat ditulis  $\left(\frac{n-1(n-2)}{2} + 1\right)$ . Pembahasan ini akan diperjelas pada sub bab selanjutnya.

### 3.5 Mencari Graf yang Tidak Terhubung, Perlu Pemeriksaan dan Pasti Terhubung dari Semua Graf Non Identik

Istilah perlu pemeriksaan adalah dipergunakan untuk mempermudah dan tujuannya adalah mengetahui bahwa graf yang perlu diperiksa adalah graf pada banyak sisi tertentu terdapat graf yang terhubung dan tidak terhubung. Oleh karena itu, graf tersebut dikelompokan dengan istilah sendiri dan dibagian akhir

akan dibahas kembali untuk mengetahui pencarian banyak graf yang terhubung dan tidak terhubung.

Agar lebih terlihat mudah, maka akan di sajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel 3.7 Kesimpulan Banyak Graf Non Identik

Banyak Titik	Sisi Max	Banyaknya Graf yang dapat dibuat	Banyak Sisi	Banyak Graf Non Identik	Banyak Graf Terhubung	Banyak Graf yang Harus diperiksa	Banyak Graf Tidak Terhubung
3	3	8	0	1	1	-	-
			1	3	3	-	-
			2	3	-	-	3
			3	1	-	-	1
					4	-	4
4	6	64	0	1	1	-	-
			1	6	6	-	-
			2	15	15	-	-
			3	20	-	20	-
			4	15	-	-	15
			5	6	-	-	6
			6	1	-	-	1
					22	20	22
5	10	1024	0	1	1	-	-
			1	10	10	-	-
			2	45	45	-	-
			3	120	120	-	-
			4	210	-	210	-
			5	252	-	252	-
			6	210	-	210	-
			7	120	-	-	120
			8	45	-	-	45
			9	10	-	-	10
			10	1	-	-	1
					176	672	176
$n$	$\frac{n(n-1)}{2}$	$2^{\frac{n(n-1)}{2}}$	$q$	$\binom{n(n-1)}{2}$			

Pada tabel di atas telah diberi warna berbeda-beda karena memiliki keterangan dan arti yang berbeda. Baris yang berwarna biru memiliki arti graf

pada sisi tertentu yang pasti tidak terhubung. Baris yang berwarna kuning adalah baris graf non identik yang memerlukan pemeriksaan, dengan kata lain pada graf non identik tersebut ada yang terhubung dan ada yang tidak terhubung. Baris yang berwarna merah adalah baris graf non identik yang pasti terhubung.

Banyaknya graf non identik yang pasti tidak terhubung dengan graf non identik yang pasti terhubung selalu sama. Oleh karena itu, pembahasannya akan terfokus pada graf yang ada pada golongan tengah atau dalam kata lain perlu pemeriksaan.

**3.6 Mencari Pola Maksimal Sisi, Graf Tidak Terhubung, Graf yang Perlu Pemeriksaan dan Graf yang Pasti Terhubung pada Graf Non Identik**

Perhitungan ini dipergunakan untuk mempermudah mengetahui batas graf non identik yang terhubung, perlu pemeriksaan dan tidak terhubung dari segi banyak sisinya.

Tabel 3.8 Kesimpulan Graf Non Identik Berdasarkan Banyak Sisi  $q$

Titik	Sisi min	Sisi max	$G$ tidak terhubung untuk $q$ yang ke-	$G$ perlu pemeriksaan untuk $q$ yang ke-	$G$ terhubung untuk $q$ yang ke-
1	0	0	-	-	-
2	0	1	0	-	1
3	0	3	0, 1	-	2, 3
4	0	6	0, 1, 2	3	4, 5, 6
5	0	10	0, 1, 2, 3	4, 5, 6	7, 8, 9, 10
6	0	15	0, 1, 2, 3, 4	5,6,7,8,9,10	11,12,13,14,15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n$		$\frac{n(n-1)}{2}$	$0 \text{ s/d } (n-2)$	$\frac{(n-1) \text{ s/d } (n-1)(n-2)}{2}$	$\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$ $\text{s/d } \frac{n(n-1)}{2}$

Dari tabel di atas dapat dilihat banyaknya  $q$ , batas  $q$  awal dan  $q$  akhir dari graf terhubung, perlu pemeriksaan dan tidak terhubung adalah sebagai berikut:

1. Tidak terhubung

Batas  $q$  : 0 sampai  $(n - 2)$   
 $0, (0 + 1), \dots, (n - 3), (n - 2)$

Bukti langsung batas  $q$  yang tidak terhubung:

Diketahui  $p = n$ ,

$q = 0$ , maka trivial

$q = 1$ , maka minimal ada  $n - 2$  titik yang tidak terhubung

$q = 2$ , maka minimal ada 3 titik yang terhubung dan ada  $n - 3$  titik yang tidak terhubung

...

$q = n - 2$ , maka minimal ada 1 titik yang tidak terhubung

Dari bukti di atas, maka terbukti benar bahwa 0 sampai  $(n - 2)$  adalah batas  $q$  yang tidak terhubung.

2. Pasti terhubung

Batas  $q$  :  $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$  sampai  $\frac{n(n-1)}{2}$   
 $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1, \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2, \dots, \frac{n(n-1)}{2} - 1, \frac{n(n-1)}{2}$

Bukti langsung batas  $q$  yang terhubung:

Diketahui  $p=n$ , maka grafnya terhubung minimal berbentuk lintasan dengan banyak sisi  $q = n - 1$  atau berupa graf star.

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 = (n-1) \frac{(n-2)}{2} + 1 = (n-1) \frac{1}{2} n$$

Karena  $(n-1)\frac{1}{2}n > n-1$

$$(n-1)\frac{(n-2)}{2} + 1 > n-1$$

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 > n-1$$

Jadi graf dengan order  $n$  dan  $q = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$  pasti terhubung.

### 3. Perlu pemeriksaan

Batas  $q$  :  $(n-1)$  sampai  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

$$(n-1), n, \dots, \frac{(n-1)(n-2)}{2} - 1, \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

Bukti langsung batas  $q$  yang memerlukan pemeriksaan:

Cara perhitungan banyak graf yang terhubung, tidak terhubung dan perlu pemeriksaan pada titik 4, 5, 6 dan 7.

Tabel 3.9 Keterhubungan Graf pada Order 3

Banyak sisi	Banyak graf	Banyak graf yang terhubung	Banyak graf yang tidak terhubung
0	1	-	1
1	3	-	3
2	3	3	-
3	1	1	-

Tabel keterhubungan graf pada 3 titik ditampilkan untuk mendukung pendeskripsian tabel keterhubungan pada 4 titik. Pada 3 titik tidak dibahas karena tidak ada graf non identik yang memerlukan pemeriksaan untuk menggolongkan keterhubungannya.

Tabel 3.10 Keterhubungan Graf pada Order 4

Banyak sisi	Banyak graf	Banyak graf yang terhubung	Banyak graf yang tidak terhubung
0	1	-	1
1	6	-	6
2	15	-	15
3	20	16 = $20 - (4 \times 1)$ = $20 - (p \times 1)$ 1 adalah banyaknya graf pada pada order 3 dengan ukuran 3	4 = $(4 \times 1)$ = $(p \times 1)$
4	15	15	-
5	6	6	-
6	1	1	-

Pada tabel di atas terdapat 1 baris yang harus dideskripsikan. Sisi yang perlu diperiksa pada 4 titik adalah graf dengan banyak sisi 3, maka harus dilihat pula berapa banyak graf non identik pada 3 titik dengan banyak sisi yang sama yaitu 3. Banyak graf non identik pada 3 titik dengan banyak sisi 3 adalah 1.

Tabel 3.11 Keterhubungan Graf pada Order 5

Banyak sisi	Banyak graf	Banyak graf yang terhubung	Banyak graf yang tidak terhubung
0	1	-	1
1	10	-	10
2	45	-	45
3	120	-	120
4	210	135 = $210 - (5 \times 15)$ = $210 - (p \times 15)$ 15 adalah banyaknya graf non identik pada order 4 dengan ukuran 4	75 = $(5 \times 15)$ = $(p \times 15)$
5	252	222 = $252 - (5 \times 6)$ = $252 - (p \times 6)$ 6 adalah banyaknyagraf non identik pada order 4 dengan ukuran 5	30 = $(5 \times 6)$ = $(p \times 6)$

6	210	$205$ $= 210 - (5 \times 1)$ $= 210 - (p \times 1)$ <p>1 adalah banyaknya graf non identik pada order 4 dengan ukuran 6</p>	$5$ $= 210 - (5 \times 1)$ $= 210 - (p \times 1)$
7	120	120	-
8	45	45	-
9	10	10	-
10	1	1	-

Pada graf non identik dengan banyak titik 5 terdapat 3 baris yang perlu diperiksa.

Adapun 3 baris tersebut adalah graf dengan banyak sisi 4, 5 dan 6. Dimulai dari graf non identik dengan banyak sisi 4, banyak graf non identiknya adalah 210.

Dari 210 graf non identik tersebut belum jelas banyak graf yang terhubung dan tidak terhubung. Mengacuh pada perhitungan sebelumnya, maka akan diketahui banyak graf yang terhubung dari graf non identik dikurangi banyaknya graf yang tidak terhubung. Graf yang tidak terhubung dihitung dari banyaknya titik dikali banyaknya graf non identik pada order sebelumnya dengan banyak sisi yg sama yaitu 4. Jadi graf yang tidak terhubung adalah  $5 \times 15 = 75$ . Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $210 - 75$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 135.

Begitu juga dengan banyak sisi 5, banyak graf non identiknya adalah 252. Graf yang tidak terhubung adalah  $5 \times 6 = 30$ , dimana 6 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 4 dengan ukuran 5. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $252 - 30$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 222.

Terakhir adalah graf non identik dengan banyak sisi 6, banyak graf non identiknya adalah 210. Graf yang tidak terhubung adalah  $5 \times 1 = 5$ , dimana 1

didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 4 dengan ukuran 6. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $210 - 5$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 205.

Tabel 3.12 Keterhubungan Graf pada Order 6

Banyak sisi	Banyak graf	Banyak graf yang terhubung	Banyak graf yang tidak terhubung
0	1	-	1
1	15	-	15
2	105	-	105
3	455	-	455
4	1365	-	1365
5	3003	1491 = $3003 - (6 \times 252)$ = $3003 - (p \times 252)$ 252 adalah banyaknyagraf non identik pada order 5 dengan ukuran 5	1512 = $(6 \times 252)$ = $(p \times 252)$
6	5005	3745 = $5005 - (6 \times 210)$ = $5005 - (p \times 210)$ 210 adalah banyaknyagraf non identik pada order 5 dengan ukuran 6	1260 = $(6 \times 210)$ = $(p \times 210)$
7	6435	5715 = $6435 - (6 \times 120)$ = $6435 - (p \times 120)$ 120 adalah banyaknyagraf non identik pada order 5 dengan ukuran 7	720 = $(6 \times 120)$ = $(p \times 120)$
8	6435	6165 = $6435 - (6 \times 45)$ = $6435 - (p \times 45)$ 45 adalah banyaknyagraf non identik pada order 5 dengan ukuran 8	270 = $(6 \times 45)$ = $(p \times 45)$
9	5005	4945 = $5005 - (6 \times 10)$ = $5005 - (p \times 10)$ 10 adalah banyaknyagraf non identik pada order 5 dengan ukuran 9	60 = $(6 \times 10)$ = $(p \times 10)$
10	3003	2997	6

		$= 3003 - (6 \times 1)$ $= 3003 - (p \times 1)$ 1 adalah banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 10	$= (6 \times 1)$ $= (p \times 1)$
11	1365	1365	-
12	455	455	-
13	105	105	-
14	15	15	-
15	1	1	-

Pada graf non identik dengan banyak titik 6 terdapat 6 baris yang perlu diperiksa. Adapun 6 baris tersebut adalah graf dengan banyak sisi 5, 6, 7, 8, 9 dan 10. Dimulai dari graf non identik dengan banyak sisi 5, banyak graf non identiknya adalah 3003. Dari 3003 graf non identik tersebut belum jelas banyak graf yang terhubung dan tidak terhubung. Mengacuh pada perhitungan sebelumnya, maka akan diketahui banyak graf yang terhubung dari graf non identik dikurangi banyaknya graf yang tidak terhubung. Graf yang tidak terhubung dihitung dari banyaknya titik dikali banyaknya graf non identik pada order sebelumnya dengan banyak sisi yg sama yaitu 5. Jadi graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 252 = 1512$ . Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $3003 - 1512$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 1491.

Begitu juga dengan banyak sisi 6, banyak graf non identiknya adalah 5005. Graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 210 = 1260$ , dimana 210 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 6. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $5005 - 1260$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 3745.

Graf dengan banyak sisi 7, banyak graf non identiknya adalah 6435. Graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 120 = 720$ , dimana 120 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 7. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $6435 - 720$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 5715.

Graf dengan banyak sisi 8, banyak graf non identiknya adalah 6435. Graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 45 = 270$ , dimana 45 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 8. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $6435 - 270$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 6165.

Graf dengan banyak sisi 9, banyak graf non identiknya adalah 5005. Graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 10 = 60$ , dimana 10 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 9. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $5005 - 60$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 4945.

Terakhir yaitu graf dengan banyak sisi 10, banyak graf non identiknya adalah 3003. Graf yang tidak terhubung adalah  $6 \times 1 = 6$ , dimana 1 didapatkan dari banyaknya graf non identik pada order 5 dengan ukuran 10. Setelah mengetahui banyak graf yang tidak terhubung maka akan diketahui banyak graf yang terhubung yaitu  $3003 - 6$ , berarti banyak graf yang terhubung adalah 2997.

Tabel 3.13 Kesimpulan Graf Perlu Pemeriksaan

$n$	Perlu Diperiksa	Banyak Graf	Banyak Graf Terhubung	Banyak Graf Tidak Terhubung
4	3	20	20-(4.1)	(4.1)
5	4	210	210-(5.15)	(5.15)
	5	252	210-(5.6)	(5.6)
	6	210	210-(5.1)	(5.1)
6	5	3003	3003-(6.252)	(6.252)
	6	5005	5005-(6.210)	(6.210)
	7	6435	6435-(6.120)	(6.120)
	8	6435	6435-(6.45)	(6.45)
	9	5005	5005-(6.10)	(6.10)
	10	3003	3003-(6.1)	(6.1)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$\frac{(n-1) s/d}{(n-1)(n-2)} \frac{2}{2}$	$\left(\frac{n(n-1)}{2} \frac{q}{q}\right)$	$\left(\frac{n(n-1)}{2} \frac{q}{q}\right) - (n) \cdot$ (banyak graf pada order $n-1$ dengan ukuran $q$ )	$(n) \cdot$ (banyak graf pada order $n-1$ dengan ukuran $q$ )

Batas  $q$  yang perlu diperiksa adalah  $(n-1) + n + \dots + \frac{(n-1)(n-2)}{2} - 1 + \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

Untuk  $n = 4$ , maka sisi yang perlu diperiksa adalah  $q = 3$  benar.

Untuk  $n = k$ , maka sisi yang perlu diperiksa adalah sisi ke :

$$(k-1) + k + \dots + \frac{(k-1)(k-2)}{2} - 1 + \frac{(k-1)(k-2)}{2} \text{ dianggap benar.}$$

Akan ditunjukkan bahwa untuk  $n = k + 1$ , maka sisi yang perlu diperiksa adalah

sisi ke :  $k + (k+1) + (k+2) + \dots + \frac{k(k-1)}{2} - 1 + \frac{k(k-1)}{2}$  benar.

Dari asumsi di atas bahwa :

$$(k-1) + k + \dots + \frac{(k-1)(k-2)}{2} - 1 + \frac{(k-1)(k-2)}{2}$$

$$(k-1) + k + \dots + \frac{k(k-1)}{2} - \frac{2(k-1)}{2} - 1 + \frac{k(k-1)}{2} - \frac{2(k-1)}{2}$$

$$(k-1) + k + \dots + \left(\frac{k(k-1)}{2} - (k-1) - 1\right) + \left(\frac{k(k-1)}{2} - (k-1)\right)$$

Selanjutnya,

$$k + (k + 1) + (k + 2) + \dots + \frac{k(k-1)}{2} - 1 + \frac{k(k-1)}{2} - (k-1)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + (k-2) + (k-1) + k + \dots + \left( \frac{k(k-1)}{2} - (k-1) \right)$$

Karena  $(k-1) + k + \dots + \left( \frac{k(k-1)}{2} - (k-1) \right)$  benar, maka  $1 + 2 + 3 + \dots + (k-2)$  juga benar untuk batas  $q$  pada graf tidak terhubung.

Untuk  $k = 4$ , maka jika nilai  $k$  dimasukkan pada  $1 + 2 + 3 + \dots + (k-2)$  adalah  $1 + 2 + 3 + \dots + (4-2)$ . Oleh karena itu terbukti benar bahwa batas  $q$  pada graf tidak terhubung adalah  $q$  dengan banyak sisi 1 dan 2.

### 3.7 Kajian Agama

Seperti halnya pada pembahasan di atas, dari sisi agama terdapat pula hal yang benar-benar tidak boleh dijalankan dan wajib di jalankan. Diantara dua hal tersebut ada satu hal pula yang sangat membuat hati seseorang bimbang. Tiga hal tersebut adalah haram, halal dan syubhat. (Nawawi, 1999:558) menjelaskan dengan hadits yang diriwayatkan oleh Bukhari dan Muslim :

عَنْ أَبِي عَبْدِ اللَّهِ النُّعْمَانِ بْنِ بَشِيرٍ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا قَالَ: سَمِعْتُ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ يَقُولُ: إِنَّ الْحَالَ بَيْنَ وَإِنَّ الْحَرَامَ بَيْنٌ وَبَيْنَهُمَا أُمُورٌ مُسْتَبْهَاتٌ لَا يَعْلَمُهُنَّ كَثِيرٌ مِنَ النَّاسِ، فَمَنْ اتَّقَى الشُّبُهَاتِ فَقَدْ اسْتَبْرَأَ لِدِينِهِ وَعَرْضِهِ، وَمَنْ وَقَعَ فِي الشُّبُهَاتِ وَقَعَ فِي الْحَرَامِ، كَالرَّاعِي يَرْعَى حَوْلَ الْحِمَى يُوشِكُ أَنْ يَرْتَعَ فِيهِ، أَلَا وَإِنَّ لِكُلِّ مَلِكٍ حِمَى أَلَا وَإِنَّ حِمَى اللَّهِ مَحَارِمُهُ أَلَا وَإِنَّ فِي الْجَسَدِ مُضْغَةً إِذَا صَلَحَتْ صَلَحَ الْجَسَدُ كُلُّهُ وَإِذَا فَسَدَتْ فَسَدَ الْجَسَدُ كُلُّهُ أَلَا وَهِيَ الْقَلْبُ [رواه البخاري ومسلم]

Artinya : *Dari Abu 'Abdillah An-Nu'man bin Basyir radhiallahu 'anhuma berkata, "Aku mendengar Rasulullah bersabda: "Sesungguhnya yang halal itu jelas dan yang haram itu jelas, dan diantara keduanya ada perkara yang syubhat (samar-samar), kebanyakan manusia tidak mengetahuinya, maka siapa yang menjaga dirinya dari yang syubhat itu, berarti ia telah menyelamatkan agama dan kehormatannya, dan siapa yang terjerumus dalam perkara syubhat maka ia telah terjerumus kedalam wilayah yang haram, seperti penggembala yang menggembala di sekitar daerah terlarang maka hampir-hampir dia terjerumus kedalamnya. Ingatlah setiap raja memiliki larangan dan ingatlah bahwa larangan Allah apa-apa yang diharamkan-Nya. Ingatlah bahwa dalam jasad ada segumpal daging jika ia baik maka baiklah seluruh jasadnya dan jika ia rusak maka rusaklah seluruh jasadnya. Ketahuilah bahwa segumpal daging itu adalah hati"*(HR. Bukhari dan Muslim).

Penjelasan dari hadits di atas akan dibahas secara detil satu persatu.

إِنَّ الْحَالَ بَيْنَ وَإِنَّ الْحَرَامَ بَيْنٌ وَبَيْنَهُمَا أُمُورٌ مُّشْتَبِهَاتٌ

Artinya : *Sesungguhnya yang halal itu sudah jelas dan yang haram itu sudah jelas pula, serta di antara keduanya terdapat perkara-perakara yang syubhat.*

Kalimat “sesungguhnya yang halal itu jelas dan yang haram itu jelas, dan diantara keduanya ada perkara yang samar-samar” maksudnya segala sesuatu terbagi kepada tiga macam hukum, yaitu :

1. Sesuatu yang ditegaskan halalnya oleh Allah, maka dia adalah halal, seperti firman Allah :

يَأْتِيهَا النَّاسُ كُلُّوْا مِمَّا فِي الْأَرْضِ حَلَالًا طَيِّبًا وَلَا تَتَّبِعُوا خُطُوَاتِ الشَّيْطَانِ  
إِنَّهُ لَكُمْ عَدُوٌّ مُّبِينٌ

Artinya : *Wahai sekalian manusia, makanlah sebagian dari makanan yang ada dibumi ini, yang halal dan baik dan janganlah kamu menurut jejak langkah setan, sesungguhnya setan itu adalah musuh kamu yang nyata (al-Baqarah : 168).*

Halal adalah suatu istilah dalam ilmu yang berhubungan dengan ketentuan hukum, yaitu sesuatu atau perkara-perkara yang dibolekan, dianjurkan, bahkan diwajibkan oleh syara'. Ibnu Mas'ud r.a meriwayatkan

bahwasannya Rasulullah Saw bersabda, "Mencari kehidupan yang halal adalah fardu bagi setiap Muslim". Jadi dapat disimpulkan bahwa mencari rizki yang halal hukumnya wajib bagi umat Muslim. Orang-orang yang telah dikuasai oleh kemalasan menganggap saat ini tidak ada lagi yang halal, sehingga ia melakukan apa saja yang diinginkannya. Padahal ini adalah suatu kebodohan. Sebab Rasulullah telah menggambarkan mana yang halal dan mana yang haram (Fudhailurrahman, 2010:203).

2. Adapun yang Allah nyatakan dengan tegas haramnya, maka dia menjadi haram, seperti firman Allah :

إِنَّ الَّذِينَ يَأْكُلُونَ أَمْوَالَ الْيَتَامَىٰ ظُلْمًا إِنَّمَا يَأْكُلُونَ فِي بُطُونِهِمْ نَارًا  
وَسَيَصْلَوْنَ سَعِيرًا ﴿١٠﴾

*Artinya : Sesungguhnya orang-orang yang makan harta anak-anak yatim secara dzalim, sebenarnya mereka itu menelan api neraka sepenuh perut mereka dan mereka akan masuk kedalam neraka sa'ir (an-Nisa' : 10).*

Sebagai lawan dari yang halal adalah haram. Suatu istilah dalam ilmu yang berhubungan dengan ketentuan hukum, yaitu sesuatu atau perkara-perkara yang dilarang oleh syara'. Berdosa jika mengerjakannya dan berpahala jika meninggalkannya. Terhadap sesuatu barang yang diharamkan, baik haramnya zatnya, hasil dari yang haram, kita disuruh Allah untuk menjauhi sejauh-jauhnya. Sebab dengan makanan barang atau sesuatu yang haram berakibat terdindingnya doa kita, sekaligus dapat menggelapkan hati kita untuk cenderung kepada hal-hal yang baik, bahkan dapat mencampakkan diri ke dalam neraka.

Menurut Imam Al-Ghazali secara ijmal (global) benda-benda yang dianggap haram itu dikelompokkan menjadi dua bagian, yaitu :

1. Benda yang diharamkan karena zatnya, seperti babi, anjing, darah dll.
2. Benda yang haramnya dikarenakan sebab cara memperolehnya.

Contoh mencuri, merampok, korupsi, dll (Al-Ghazali, 2002:25).

3. Adapun yang syubhat yaitu setiap hal yang dalilnya masih dalam pembicaraan atau perselisihan. Para Ulama berbeda pendapat mengenai pengertian syubhat yang diisyaratkan Rasulullah. Pada hadits tersebut, sebagian Ulama berpendapat bahwa hal semacam itu haram hukumnya berdasarkan sabda Rasulullah, “siapa menjaga dirinya dari yang samar-samar itu, berarti ia telah menyelamatkan agama dan kehormatannya”. Siapa yang tidak menyelamatkan agama dan kehormatannya, berarti dia telah terjerumus ke dalam perbuatan haram. Sebagian yang lain berpendapat bahwa hal yang syubhat itu hukumnya halal dengan alasan sabda Rasulullah, “seperti penggembala yang menggembala di sekitar daerah terlarang” kalimat ini menunjukkan bahwa syubhat itu pada dasarnya halal, tetapi meninggalkan yang syubhat adalah sifat yang wara’. Sebagian lain lagi berkata bahwa syubhat yang tersebut pada hadits ini tidak dapat dikatakan halal atau haram, karena Rasulullah menempatkannya diantara halal dan haram.

## BAB IV

### KESIMPULAN

#### 4.1 Kesimpulan

Kesimpulan dari bab sebelumnya bahwasanya banyak  $q$ , batas  $q$  awal dan  $q$  akhir dari graf terhubung, perlu pemeriksaan dan tidak terhubung pada graf non identik adalah sebagai berikut :

1. Tidak terhubung

$$\text{Batas } q : 0 \text{ sampai } (n - 2) \\ 0, (0 + 1), \dots, (n - 3), (n - 2)$$

2. Perlu pemeriksaan

$$\text{Batas } q : (n - 1) \text{ sampai } \frac{(n-1)(n-2)}{2} \\ (n - 1), n, \dots, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} - 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}$$

3. Pasti terhubung

$$\text{Batas } q : \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 \text{ sampai } \frac{n(n-1)}{2} \\ \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 1, \frac{(n - 1)(n - 2)}{2} + 2, \dots, \frac{n(n - 1)}{2} - 1, \frac{n(n - 1)}{2}$$

#### 4.2 Saran

Penulis menyarankan agar penelitian ini dapat dilanjutkan pada jumlah titik yang lebih banyak, sehingga akan menghasilkan teorema yang lebih umum.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir, Nilna N. Azizah dan Fifi F. Nofandika. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN-Malang Press.
- Al-Ghazali, Imam. 2002. *Benang Tipis antara Halal dan Haram*. Semarang: Penerbit Putra Pelajar.
- Amrullah, Abdul Malik Abdul Karim. 1975. *Tafsir Al-Azhar Juz 28*. Surabaya: Yayasan Latimojong.
- Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: Division of Wadsworth.Inc.
- Chartrand, Gery dan Lesniak, Linda. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. Florida: CRC Press LLC.
- Fudhailurrahman, Aida Humara. 2010. *Ringkasan Ihya' 'Ulumuddin karangan Imam Ghazali*. Jakarta: PT Sahara Intisains.
- Harris, John M., Hirst, Jeffry L. dan Mossinghoff, Michael J. 2008. *Combinatorics And Graph Theory Second Edition*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- Nawawi, Imam. 1999. *Terjemahan Riyadus Shalihin Jilid I*. Jakarta: Pustaka Amani.
- Purwanto. 1998. *Teori Graf*. Malang: IKIP MALANG.
- Vasudev, C.. 2007. *Combinatorics and Graph Theory*. New Delhi: New AgeInternational (P) Ltd., Publishers.
- Wilson, Robin J dan Watkins John J. 1989. *Graph: An Introductory Approach: A first Course in Discrete Mathematics*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 DinoyoMalang (0341)551345  
Fax. (0341)572533**

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Siti Aminah  
NIM : 08610047  
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika  
Judul Skripsi : Analisis Pola Keterhubungan Pada Graf Non Identik  
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd  
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd

No	Tanggal	Hal	TandaTangan
1.	27 Maret 2011	Konsultasi BAB I	1.
2.	03 April 2012	Revisi BAB I dan Konsultasi BAB II	2.
3.	10 April 2012	Revisi BAB II	3.
4.	11 April 2012	RevisiKajian Agama BAB I dan II	4.
5.	12 Juni 2012	Konsultasi BAB III	5.
6.	19 Juni 2012	Konsultasi BAB III	6.
7.	18 Juli 2012	Konsultasi BAB III	7.
8.	26 Juli 2012	Revisi Kajian Agama BAB II	8.
9.	06 Agustus 2012	Refisi BAB III	9.
10.	07 Agustus 2012	Refisi BAB III dan konsultasi BAB IV	10.
11.	12 Agustus 2012	Konsultasi keseluruhan	11.
12.	15 Agustus 2012	Konsultasi Kajian Agama Bab III	12.
13.	09 September 2012	Konsultasi keseluruhan	13.
14.	29 September 2012	Konsultasi keseluruhan	14.
15.	14 Desember 2012	ACC Kajian Agama	15.
16.	15 Desember 2012	ACC Keseluruhan	16.

Malang, 15 Desember 2012  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001