ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI TOBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
TRI WAHYUDIANTO
NIM. 08610028

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK BRAHIM
MALANG
2012

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI TOBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
TRI WAHYUDIANTO
NIM. 08610028

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2012

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI TOBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
TRI WAHYUDIANTO
NIM. 08610028

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 30 Nopember 2012

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Abdul Aziz, M.Si	Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002	NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI TOBIT DENGAN METODE GRIZZLE STARMER KOCH

SKRIPSI

Oleh:
TRI WAHYUDIANTO
NIM. 08610028

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 27 Desember 2012

Susunan Dewan Penguji			**Tanda Tangan**
Penguji Utama	:	Dr. Sri Harini, M.Si	
		NIP. 19731014 200112 2 002	....
Ketua Penguji	:	Drs. H. Turmudi, M.Si	
		NIP. 19571005 198203 1 006	....
Sekretaris Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	
		NIP. 19760318 200604 1 002	....
Anggota Penguji	:	Fachrur Rozi, M.Si	
		NIP. 19800527 200801 1 012	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: TRI WAHYUDIANTO
NIM	: 08610028
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Penelitian	: Estimasi Parameter Model Regresi Tobit dengan Metode Grizzle Starmer Koch

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan atas karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan, maka saya bersedia untuk mempertanggungjawabkan, serta diproses sesuai peraturan yang berlaku.

Malang, 27 Desember 2012

Yang membuat pernyataan,

TRI WAHYUDIANTO
NIM. 08610028

MOTTO

Membaca hanyalah menggerakkan pikiran saja.

Tetapi membaca disertai dengan menulis akan menggerakkan dunia.

PERSEMBAHAN

Skripsi ini dipersembahkan sebagai tanda bukti penghormatan kepada

Bapak dan Ibu tersayang dan tercinta, yang telah menjembatani antara jurang "yang telah dilakukan" dan "yang harus dilakukan" dengan do'a dan kasih sayang yang tak ternilai harganya

Kakak yang selalu memberi motivasi, inspirasi dan kasih sayang yang tulus agar dapat mengasihi diri sendiri, menatap lebih baik, dan mengajarkan akan kesungguhan

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur *alhamdulillah* penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Estimasi Parameter Model Regresi Tobit dengan Metode Grizzle Starmer Koch**" dengan baik. Sholawat serta salam yang tak pernah terlupakan tetap tercurahkan kepada nabi Muhammad SAW, yang telah mengantarkan umat manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman yang terang benderang, yaitu agama Islam.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis tidak dapat menyelesaikan sendiri tanpa bantuan dari berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., DSc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan banyak kemudahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
4. Abdul Aziz, M.Si dan Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan, arahan dan motivasi dalam penulisan skripsi.

5. Dosen dan admin Jurusan Matematika dan staf Fakultas Saintek yang selalu membantu dan memberikan dorongan semangat semasa kuliah.
6. Kedua orang tua penulis, Suntono, M.M, dan Naziatu Naroh, S.Pd serta Abdul Khamid, kakek tercinta yang tidak pernah berhenti memberikan do'a, dan semangat kepada penulis.
7. Kakak penulis, Asrurin Nafsiyah, S.E dan Dwi Wahyono, S.Pd yang selalu ada untuk penulis.
8. Keponakan penulis, Arfala Nafila Ramadhani, Alfa Ringgo J., Early Tamaya N., Roy S., Fristhyana Kharisma Tika, Wanda Adi S., dan Sekar.
9. Sahabat-sahabat tercinta, yang telah memberikan pengalaman dan kenangan dalam hidup.
10. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2008, terima kasih atas do'a serta kenangan yang kalian berikan.
11. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 27 Desember 2012

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK

Wahyudianto, Tri. 2012. **Estimasi Parameter Model Regresi Tobit dengan Metode Grizzle Starmer Koch**. Skripsi. Program S1 Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si.
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Kata kunci: estimasi parameter, model Tobit, Grizzle Starmer Koch (GSK).

Estimasi parameter merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Dengan estimasi parameter ini kita dapat mengetahui karakteristik parameter suatu populasi. Metode yang paling sering dipakai peneliti untuk mengestimasi parameter adalah metode *Least Square*. Dengan metode ini akan didapatkan estimator yang tidak bias, konsisten dan efisien. Jika variable tak bebas ada yang terbatas, yaitu tidak mendapatkan informasi yang sama untuk kedua nilainya, dikenal sebagai model sensor *(censored model)*, maka analisis probit dan logit tidak dapat dipakai, dan sebagai gantinya adalah analisis tobit. Untuk menggunakan metode ini harus memenuhi asumsi-asumsi yang disebut asumsi klasik.

Least Square yang memenuhi asumsi-asumsi ini disebut *Ordinary Least Square* (OLS). Namun, pada pelaksanaannya sering kali terjadi penyimpangan asumsi-asumsi ini, salah satunya terjadinya heteroskedastisitas (nilai variansi tidak konstan), sehingga akan dihasilkan estimator yang bias, konsisten namun tidak efisien. Untuk itu estimasi dilakukan menggunakan metode Grizzle Starmer Koch (GSK). Pada penelitian ini diperoleh bentuk estimator dari parameter regresi tobit dengan menggunakan metode GSK adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menggunakan metode estimasi lain atau mengestimasi parameter regresi variabel dummy model yang lain.

ABSTRACT

Wahyudianto, Tri. 2012. **Parameter Estimation of Tobit Regression Model With Grizzle Starmer Koch (GSK) Method.** Thesis. S1 Department of Mathematics Faculty of Science and Technology State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Keywords: parameter estimation, Tobit model, using Grizzle Starmer Koch (GSK).

Parameter estimation is a process that uses statistical sampling to estimate or assess the relationship of the unknown population parameter. With the estimated parameters, we can determine the characteristics of a population parameter. The method most commonly used to estimate the parameters of researchers is Least Quare method. With this method we will get an unbiased estimator, consistent and efficient. If variable not frees available circumscribed one, which is doesn't get same information for point second it, known as censor model (censored is model), therefore analisis probit and logit unfit for use, and from it is analisis tobit. To use this method should satisfy the assumptions called classical assumptions.

Least Square that meets these assumptions is called Ordinary Least Quare (OLS). However, the implementation is often a deviation of these assumptions, one of the heteroscedasticity (variance is not a constant value), so it will be an unbiased estimator, consistent but not efficient. For that estimation using the method of Grizzle Starmer Koch (GSK). In this research, obtained form the estimator by the tobit regression parameters using GSK is as follows:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

This research can be developed using other estimating method orestimating parameters dummy variable other model.

الملخص

ا ناسكن محمد انسرودن ٢٠١٢.الاحتمالية معلمة نموذج الانحدار طريقة تقدير مع غريزل كوخ. الأطروحة. قسم الأطروحة. (ش١) قسم رياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا التابعة لجامعة ولاية مولانا الإسلامية مالانج ابراهيم مالك.

مؤدب : (١)عبدالعزيز, ماجستير في العلوم
(٢) فخرالرازي, ماجستير في العلوم

إلى الكلمة: المعلمةi، نموذج الاحتمالية، أشيب كوخ (GSK)

تقدير المعلمة هي عملية أخذ العينات الإحصائية التي تستخدم لتقدير أو تقييم العلاقة بين المعلمة السكان غير معروف. مع المعلمات المقدرة، يمكننا تحديد خصائص معلمة السكان. الأسلوب الأكثر شيوعا لتقدير المعلمات من الباحثين هو الأسلوب الأقل سكوير. مع هذا الأسلوب سوف نحصل على مقدر غير متحيز والاتساق والفعالية. يجب استخدام هذا الأسلوب تلبية الافتراضات دعا الافتراضات الكلاسيكية. وتسمى المربعات الصغرى التي تلبي هذه الافتراضات ساحة العادية الأقل (OLS). ومع ذلك، فإن تنفيذ وغالبا ما يكون الانحراف من هذه الافتراضات، واحدة من عدم تجانس (الفرق ليس قيمة ثابتة)، لذلك سوف يكون مقدر غير متحيز، بما يتفق ولكن لا كفاءة. لذلك تقدير باستخدام أسلوب غريزل كوخ (GSK). في هذه الدراسة، التي تم الحصول عليها تشكل مقدر من المعلمات باستخدام الانحدار الاحتمالية GSK هي كما يلي:

ويمكن تطوير هذا البحث باستخدام طرق التقدير المختلفة تقدير المعلمات أو دمية نموذج الانحدار المتغير.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al-Qur’an merupakan sumber ilmu pengetahuan. Al-Qur’an telah menjelaskan dimensi baru dan aktual terhadap studi mengenai fenomena jagad raya dan membantu manusia melakukan terobosan terhadap batas penghalang dari alam materi. Al-Qur’an membawa manusia kepada Allah SWT melalui ciptaan-Nya dan realitas konkret yang terdapat di bumi dan di langit (Rahman, 2000:1).

Mengingat Al-Qur’an adalah kitab suci serta mu’jizat yang paling besar, maka Al-Qur’an mengajarkan segala macam pengetahuan term asuk matematika. Matematika membawa peran yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Berbagai bentuk simbol digunakan. Firman Allah SWT dalam Al-Qur’an surat Al-Imran (191) sebagai berikut.

ٱلَّذِينَ يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ
رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ١٩١

Artinya: *(Yaitu) Orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan Ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, Maka peliharalah kami dari siksa neraka.*

Tentunya yang dipikirkan oleh seorang ulul albab bukan hanya berpikir yang biasa. Akan tetapi lebih dari itu adalah berpikir yang rasional, empiris, dan metodik. Pada konteks ini matematika adalah sebuah tawaran berpikir dalam merenungkan penciptaan alam ini.

Menurut Abdussakir (2007:79), matematika telah diciptakan dan sengaja disediakan untuk menuntun manusia memahami kebesaran dan kekuasaan Allah SWT. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah SWT dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Matematika adalah bahasa simbol yang digunakan untuk menyederhanakan masalah dalam kehidupan. Dalam kehidupan sehari-hari pun tidak bisa lepas dari matematika, meski hanya masalah sederhana. Begitu pentingnya ilmu matematika, maka para ahli terus mengembangkan matematika untuk dapat diterapkan dalam menyederhanakan masalah. Hingga matematika memiliki cabang ilmu yang begitu banyak. Pada dasarnya ilmu matematika terdiri dari berbagai bidang ilmu, salah satu di antaranya adalah ilmu statistika.

Dalam ilmu statistika menurut Supranto (1986:29), estimasi merupakan suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasikan itu berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ. Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari semua contoh disebut nilai taksir. Salah satu metode statistika yang banyak digunakan adalah regresi. Analisis regresi telah berkembang dan memiliki perubahan yang semakin banyak. Selain dengan data kuantitatif, analisis regresi juga dapat dilakukan terhadap data kualitatif. Data kualitatif adalah data yang tidak bersifat numerik, tetapi dapat diolah dan dihitung dengan cara mengubah dari data kualitatif menjadi data kuantitatif. Data kualitatif misalnya adalah status perkawinan, tingkat pendidikan, kepemilikan mobil dan sebagainya. Agar dapat diolah, data kualitatif harus diubah ke dalam data kuantitatif, misalnya status kawin dinyatakan 1, tidak kawin dinyatakan 0. Data seperti ini sering juga disebut data kategorik, (karena angka menunjukkan kategori data), atau data dikotomis (karena membagi observasi ke dalam beberapa klasifikasi), atau data *dummy* (karena datanya bukan merupakan data sesungguhnya, tetapi hanya representasi, misalnya status kawin diwakili dengan angka 1, tetapi angka 1 tidak selalu berarti statusnya kawin, karena bisa saja angka 1 berarti pria). Variabel kategorik dapat digunakan pada variabel dependen maupun variabel independen (Wahyu, 2007:23).

Regresi model tobit menurut Gujarati (2003:616), merupakan analisis regresi yang digunakan untuk variabel tak bebas yang sebagian datanya berskala diskrit dan sebagian data berskala kontinu. Model tobit juga dikenal sebagai *censored* atau variabel dependen terbatas *(limited)* karena restriksi pengambilan nilai oleh data variabel tak bebas *(regressor)* atau variabel terikat *(regressand)* .

Saat ini banyak metode estimasi yang berkembang sangat luas. Salah satu metode di antaranya adalah metode Grizzle Starmer Koch. Grizzle Starmer Koch menggunakan prosedur *Weighted least square* untuk memperkirakan parameter yang tidak diketahui pada model. Sehingga *Weighted Least Square* merupakan salah satu metode yang tepat digunakan untuk mengatasi sifat heteroskedastik (sifat ragam yang tidak konstan) pada model tobit.

Berdasarkan uraian di atas, pada skripsi ini penulis mengkaji lebih dalam tentang metode penaksiran yang ada pada statistik yakni estimasi. Sehingga penulis tertarik untuk mengambil judul penelitian **“Estimasi Parameter Model Regresi Tobit dengan Metode Grizzle Starmer Koch”.**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, maka masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan yaitu bagaimana estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu untuk mengetahui bentuk estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

1.4 Batasan Masalah

Sesuai rumusan masalah dan tujuan penelitian, serta agar pembahasan lebih fokus, maka pada pembatasan penelitian ini yang digunakan dibatasi pada jenis pembobot yang digunakan yaitu pembobot Kappa.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

a. Bagi penulis

   Penulis mengetahui tentang estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

b. Bagi lembaga

   Sebagai sumbangan pemikiran dan sebagai upaya peningkatan kualitas keilmuan khususnya dalam bidang Matematika di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

c. Bagi pembaca

Memberikan gambaran tentang estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi literatur yaitu penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berkaitan dan yang dibutuhkan untuk melakukan penelitian ini. Untuk mengestimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch terlebih dahulu dikaji mengenai definisi dan sifat-sifat penaksir.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Menentukan model regresi tobit dengan asumsi $\varepsilon \sim NID(0,1)$.
2. Mencari parameter model regresi tobit dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square*.
3. Melakukan uji heteroskedastis
4. Mencari parameter model regresi tobit dengan menggunakan metode *Weighted Least Square*.
5. Mencari parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.
6. Mengaplikasikan estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch pada data.
7. Menganalisis hasil aplikasi.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa sub bab dengan rumusan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini menyajikan kajian teori mengenai estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch yang diambil dari beberapa referensi yang terkait dengan topik tersebut.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini membahas tentang estimasi parameter model regresi tobit dengan metode Grizzle Starmer Koch.

Bab IV Penutup

Pada bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Estimasi Parameter

Menurut Turmudi dan Harini (2008:14), parameter adalah hasil pengukuran yang menggambarkan karakteristik dari populasi. Sedangkan estimasi menurut Hasan (2002:111), adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel, dalam hal ini sampel *random*, yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui. Secara umum, parameter diberi lambang β dan estimasi diberi lambang $\hat{\beta}$.

Dalam statistik, estimasi adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Nilai-nilai sampel sering disebut dengan parameter populasi, sedangkan nilai-nilai sampel sering disebut dengan statistik sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasi itu adalah berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ. Dengan menggunakan data sampel maka berusaha untuk mengetahui karakteristik populasi (Supranto, 1986:29).

Pendugaan (*estimasi*) adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel, dalam hal ini sampel random, yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan pendugaan ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002:111).

2.2 Sifat-Sifat Penaksir

Menurut Yitnosumarto (1990:211-212), penduga (*estimator*) adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan penduga terhadap data dari semua contoh disebut nilai duga (*estimate*). Ada beberapa kriteria yang dapat dipakai untuk mendapatkan penduga yang baik tersebut di antaranya:

a. Tak bias (*unbiased*)

Suatu hal yang menjadi tujuan dalam estimasi adalah estimasi harus mendekati nilai sebenarnya dari parameter yang diduga tersebut. Misalkan terdapat parameter β. Jika $\hat{\beta}$ merupakan estimasi tak bias dari parameter β, maka $E(\hat{\beta}) = \beta$ (Yitnosumarto, 1990:212).

b. Efisien

Suatu estimasi (misalkan $\hat{\beta}$) dikatakan efisien bagi parameter β apabila estimasi tersebut mempunyai varians yang kecil. Apabila terdapat lebih dari satu estimasi, estimasi yang efisien adalah estimasi yang mempunyai varians terkecil. Dua estimasi dapat dibandingkan efisien relatif $\hat{\beta}_2$ terhadap $\hat{\beta}_1$ dirumuskan:

$$R(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) = \frac{E(\hat{\beta}_1 - \beta)^2}{E(\hat{\beta}_2 - \beta)^2}$$

$$= \frac{E\left(\hat{\beta}_1 - E(\hat{\beta}_1)\right)^2}{E\left(\hat{\beta}_2 - E(\hat{\beta}_2)\right)^2}$$

$$= \frac{var\ \hat{\beta}_1}{var\ \hat{\beta}_2}$$

$R = \frac{var\,\hat{\beta}_1}{var\,\hat{\beta}_2}$, jika R>1 maka $var\ \hat{\beta}_1 > var\ \hat{\beta}_2$ artinya secara relatif $\hat{\beta}_2$ lebih efisien dari pada $\hat{\beta}_1$, dan jika R<1 maka $var\ \hat{\beta}_1 < var\ \hat{\beta}_2$ artinya secara relatif $\hat{\beta}_1$ lebih efisien dari pada $\hat{\beta}_2$.

c. Konsisten

$\hat{\beta}$ merupakan estimasi yang konsisten dari β, jika limit dari β untuk n menuju tak terhingga akan mendekati β. $\bar{X}$ merupakan estimasi yang konsisten dari U dimana $U = \frac{1}{N}$, sebab untuk n mendekati tak terhingga $\bar{X}$ akan mendekati U. Jika $n \to N$, $\bar{X} \to U$, $E \to 0$ (tanda anak panah dibaca mendekati). n mendekati tak terhingga dapat diartikan n mendekati N sama dengan banyaknya elemen populasi, sebab N merupakan nilai terbesar yang dapat diambil oleh n (Supranto, 1986:36).

Menurut Hasan (2002:113-115), suatu estimasi dikatakan konsisten apabila memenuhi syarat sebagai berikut:

i. Jika ukuran sampel semakin bertambah maka estimasi akan mendekati parameternya. Jika besar sampel menjadi tidak terhingga maka estimasi konsisten harus dapat memberi suatu estimasi titik yang sempurna terhadap parameternya. Jadi, $\hat{\beta}$ merupakan estimasi konsisten, jika dan hanya jika:

$$E\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^2 \to 0 \text{ jika } n \to \infty$$

ii. Jika ukuran sampel bertambah besar maka distribusi sampling estimasi akan mengecil menjadi suatu garis tegak lurus di atas parameter yang sama dengan probabilitasnya sama dengan 1.

2.3 Analisis Regresi

Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877, dalam makalahnya yang berjudul *Family Likeness In Stature*. Analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Prosedur analisisnya didasarkan atas distribusi probabilitas bersama peubah-peubahnya. Bila hubungan ini dapat dinyatakan dalam persamaan matematik, maka kita dapat memanfaatkan untuk keperluan lain misalnya peramalan (Sembiring, 1995:30).

Menurut Supranto (1986:262), hubungan fungsi antara variabel X (variabel bebas) dan Y (variabel tak bebas) tidak selalu bersifat linier, akan tetapi bisa juga nonlinier. Diagram pencar dari hubungan yang linier akan menunjukan suatu pola yang dapat didekati dengan garis lurus, sedangkan yang bukan linier harus didekati dengan garis lengkung.

Menurut Gujarati (2003:17) analisis regresi menyangkut studi tentang hubungan antara satu variabel yang di sebut dengan variabel tak bebas atau variabel yang di jelaskan dan satu atau lebih variabel lain yang disebut varibel bebas atau variabel penjelas. Tujuan utama dari analisis regresi adalah mendapatkan dugaan atau ramalan dari suatu variabel dengan menggunakan variabel lain yang diketahui. Analisis regresi mempunyai dua jenis pilihan yaitu regresi linier dan regresi nonlinier. Namun yang akan dibahas dalam penelitian ini hanyalah mengenai regresi nonlinier dengan model tobit.

2.4 Model Regresi Linier dalam Pendekatan Matriks

Model regresi yang paling sederhana adalah model regresi linier. Model regresi linier sederhana (*simple regression analysis*) terdiri dari satu variabel bebas. Model tersebut dapat digeneralisasikan menjadi lebih dari satu atau dalam k variabel bebas. Persamaan model regresi linier dengan p variabel bebas diberikan sebagai berikut (Sembiring, 1995:36):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{2.1}$$

Bila pengamatan mengenai $Y, X_1, \ldots, X_k$ dinyatakan masing-masing dengan $Y_i, X_{i1}, \ldots, X_{ik}$ dan *error*nya ε_i, maka persamaan (2.1) dapat didefinisikan sebagai:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \tag{2.2}$$

Dimana $i = 1,2, \ldots, n$

Jika persamaan di atas dinotasikan dalam bentuk matriks, menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \ldots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & \ldots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n2} & \ldots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Misalkan:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \ldots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & \ldots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n2} & \ldots & X_{nk} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = \varepsilon \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Menurut Sembiring (1995:113-114) persamaan (2.3) dapat dinyatakan sebagai:

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{2.4}$$

Dimana:

$\vec{Y}$ = vektor respon $n \; x \; 1$

$\boldsymbol{X}$ = matriks peubah bebas ukuran $n \; x \; k$

$\vec{\beta}$ = vektor parameter ukuran $k \; x \; 1$

$\vec{\varepsilon}$ = vektor galat $n \; x \; 1$

Persamaan matriks (2.3) dikenal sebagai penyajian matriks model regresi linier (*k-variables*).

2.5 Regresi Variabel Dummy

Persamaan regresi, biasanya menggunakan simbol Y untuk variabel tak bebas *(dependent variable)* dan X variabel bebas *(independent variable)*. Variabel X bisa lebih dari satu *(multivariate)*. Baik X maupun Y bisa berupa variabel kualitatif (Djalal, 2004:167).

Variabel dalam persamaan regresi yang sifatnya kualitatif ini biasanya menunjukkan ada tidaknya suatu *"quality"* atau suatu *"attribute"*, misalnya laki-laki atau perempuan, Jawa atau luar Jawa, sarjana atau bukan dan sebagainya. Salah satu metode untuk membuat kuantifikasi (berbentuk angka) dari data kualitatif (tidak berbentuk angka) adalah dengan membentuk variabel-variabel *artificial* yang memperhitungkan nilai-nilai 0 atau 1, 0 menunjukkan ketiadaan sebuah atribut dan 1 menunjukkan keberadaan (kepemilikan) atribut itu. Misalnya, 1 mungkin menunjukkan bahwa seseorang adalah wanita dan 0 adalah menunjukkan seorang laki-laki. Variabel yang mengasumsikan nilai-nilai seperti 0 dan 1 ini disebut dengan variabel buatan *(dummy variable)* (Gujarati, 2009:1).

Variabel Dummy adalah variabel yang digunakan untuk membuat kategori data yang bersifat kualitatif (Djalal, 2004:171). Menurut Supranto (2004:175) variabel dummy disebut juga variabel indikator, biner, kategorik, kualitatif, boneka atau variabel dikotomi. Suatu persamaan regresi tidak hanya menggunakan variabel kategorik sebagai variabel bebas, tetapi dapat pula disertai oleh variabel bebas lain yang numerik. Persamaan regresi dengan variabel terikat berupa dummy dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon \tag{2.5}$$

Dimana:

Y = variabel terikat *(dummy variable)*

X = variabel bebas

ε = kesalahan *random*

β = vektor parameter

Variabel dummy bisa saja digunakan pada variabel tak bebas (Y), sehingga Y bernilai 1 atau 0, yang memiliki arti ya atau tidak. Misalkan pada penelitian partisipasi angkatan kerja pria dewasa sebagai fungsi tingkat pengangguran, pendapatan keluarga, tingkat pendidikan dan lain-lain. Seseorang bisa di dalam atau di luar angkatan kerja. Jadi keberadaan orang ini di dalam atau di luar angkatan kerja hanya memiliki dua nilai saja: 1 jika orang ini ada di dalam angkatan kerja dan 0 jika tidak.

Variabel kategorik dapat digunakan pada variabel dependen atau variabel independen, maka analisis regresinya tidak dapat menggunakan regresi dengan OLS (Wahyu, 2007:6).

Persamaan model ini dapat ditulis:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon \tag{2.6}$$

Model persamaan ini terlihat seperti regresi linier sederhana pada umumnya, tapi ternyata bukan, karena koefisien kemiringan β_2 yang menunjukan tingkat perubahan Y untuk setiap perubahan unit X tidak dapat ditafsirkan, karena Y hanya menggunakan dua nilai, 1 dan 0. Maka persamaan tersebut disebut dengan model probabilitas linier karena ekspektasi bersyarat Y bila X diketahui, $E(Y|X)$, bisa ditafsirkan sebagai probabilitas bersyarat, mengingat kejadian tersebut akan terjadi bila X diketahui, yakni $P(Y = 1|X)$ (Gujarati, 2009:21).

2.6 Metode *Estimasi Least Square*

Kuadrat terkecil biasa (*Ordinary Least Square*) merupakan salah satu teknik estimasi parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Metode yang dikembangkan oleh Carl Friedrich Gauss ini dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata (*central moments*) dari peubah acak. Gauss adalah yang pertama mengaplikasikan perataan kuadrat terkecil dalam hitungan masalah astronomi sehingga metode *least square* ini menjadi populer (Firdaus, 2004:30).

Misalkan ada persamaan model regresi linier:

$$Y_i = \beta_1 X_{i1} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \tag{2.7}$$

Dengan sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai,

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Yang dapat disederhanakan sebagai.

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \tag{2.9}$$

Variabel ε sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS (Firdaus, 2004:31).

Menurut Sembiring (1995) kuadrat terkecil memiliki beberapa sifat yang baik. Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, *Gauss* telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$E(\varepsilon) = 0 \tag{2.10}$$

Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai X. Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j , tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas, artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2, yaitu:

$$Var\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = \begin{cases} \sigma^2, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}$$

Atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} var\ (\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & \cdots & cov(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & var\ (\varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_2, \varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & cov(\varepsilon_n, \varepsilon_2) & \cdots & var\ (\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

Sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk:

$$Cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = E\left[\left(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)\right)\left(\varepsilon_j - E\left(\varepsilon_j\right)\right)\right]$$

$$= E\left[\varepsilon_i \varepsilon_j - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)\right]$$

$$= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - 2E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)$$

$$= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)$$

$$= E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$$

$$= \sigma_{ij} \tag{2.12}$$

3. Variabel X dan variabel ε adalah saling tidak tergantung untuk setiap observasi sehingga.

$$Cov\ (X_i, \varepsilon_i) = E\left[\left(X_i - E(X_i)\right)\left(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)\right)\right]$$

$$= E[(X_i - \bar{X})(\varepsilon_i - 0)]$$

$$= E[(X_i - \bar{X})\varepsilon_i]$$

$$= \left((X_i - \bar{X})E(\varepsilon_i)\right)$$

$$= O \tag{2.13}$$

Dari ketiga asumsi ini diperoleh,

$$E(Y) = X\beta \tag{2.14}$$

dan kovariansi,

$$Cov\ (Y_i, Y_j) = \sigma_{ij} \tag{2.15}$$

Misalkan sampel untuk Y diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari β adalah dengan membuat $\varepsilon = Y - X\beta$ yang berfungsi untuk meminimumkan *error*nya sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematik yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang Y. Dengan kata lain, X tidak mampu menjelaskan Y.

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter β sehingga:

$$S = \vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \tag{2.16}$$

sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.16) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Akibatnya, transpos skalar tidak mengubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai berikut (Aziz, 2010:23):

$$\begin{aligned} S &= \left(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}\right)^T (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}) \\ &= \left(\vec{Y}^T - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T\right)\left(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta}\right) \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \left(\vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \vec{Y}\right)^T + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - 2\vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Untuk mengestimasi parameter regresi (β) maka jumlah kuadrat *error* harus diminimumkan, sehingga hal tersebut bisa diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama S terhadap β.

$$\frac{dS}{d\beta} = 0$$

$$\frac{dS}{d\beta} = \vec{Y}^T \vec{Y} - 2\vec{Y}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0 - \left(2\vec{Y}^T \boldsymbol{X}\right)^T + \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \left(\vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\right)^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ 0 &= 0 - 2\boldsymbol{X}^T \vec{Y} + \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \\ 0 &= 0 - 2\boldsymbol{X}^T \vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X}\vec{\beta} \end{aligned} \tag{2.18}$$

Hasil estimasi parameter β didapatkan dengan menyamakan hasil turunan jumlah kuadrat *error* dengan nol, sehingga pada saat hasil turunan jumlah kuadrat *error* disamakan dengan nol sehingga diperoleh:

$$0 = 0 - 2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$0 = \boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} = \boldsymbol{X}^T\vec{Y}$$

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{Y} \qquad (2.19)$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\beta}_{OLS} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{Y} \qquad (2.20)$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter β secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*, OLS) (Aziz, 2010:24).

Metode estimasi *least square* pada umumnya digunakan pada model linier karena jika digunakan pada model nonlinier lebih sulit untuk diselesaikan dan tidak praktis. Jika digunakan pada model nonlinier, maka perlu dilakukan linierisasi atau ditransformasikan ke dalam bentuk linier terlebih dahulu karena hubungan nonlinier dalam kasus tertentu dapat ditransformasikan menjadi hubungan linier, dengan cara mengubah variabel-variabel yang terkait secara tepat (Gujarati, 1999:35).

2.7 Metode Estimasi *Weighted Least Square*

Metode kuadrat terkecil terboboti adalah suatu metode untuk memboboti (w_i) yang dapat ditentukan berdasarkan data pengamatan. Draper (1992) menyatakan bahwa pembobot diberikan agar ditemukan model baru yang memenuhi asumsi dari model tersebut. Sehingga pada model tersebut dapat diterapkan hal-hal yang bersangkutan dengan metode kuadrat terkecil (Gujarati, 2010:493).

Secara matematis persamaan model regresi linier terboboti dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_1 W_i X_{1i} + \cdots + \beta_k W_i X_{ki} + \varepsilon_i$$

Atau dijabarkan untuk $i = 1,2,3, \ldots n$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_1 = \beta_1 W_1 X_{11} + \cdots + \beta_k W_1 X_{k1} + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_1 W_2 X_{12} + \cdots + \beta_k W_2 X_{k2} + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \beta_1 W_n X_{1n} + \cdots + \beta_k W_n X_{kn} + \varepsilon_n \qquad (2.21)$$

Dengan memisalkan dalam model terdapat n pengamatan, dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 X_{11} & W_1 X_{21} & \cdots & W_1 X_{k1} \\ W_2 X_{12} & W_2 X_{22} & \cdots & W_2 X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_n X_{1n} & W_n X_{2n} & \cdots & W_n X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{1n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

Persamaan (2.22) dapat disederhanakan menjadi:

$$\vec{Y} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \qquad (2.23)$$

dimana **W** adalah matriks pembobot, dan

$$E(Y) = E\left(\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \varepsilon\right)$$

$$= E\left(\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + E(\varepsilon)\right.$$

$$= E\left(\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}\right) + 0$$

$$= \boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

dimana varian dari *error* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$var(\varepsilon) = \begin{bmatrix} var\ (\varepsilon_1) & cov(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & \cdots & cov(\varepsilon_n, \varepsilon_1) \\ cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & var\ (\varepsilon_2) & \cdots & cov(\varepsilon_n, \varepsilon_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\varepsilon_1, \varepsilon_n) & cov(\varepsilon_2, \varepsilon_n) & \cdots & var\ (\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter β dari model regresi terboboti, maka model (2.23) dapat dicari nilai kuadrat *error*nya dengan cara sebagai berikut:

$$\vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = (\vec{Y} - \boldsymbol{WX}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \boldsymbol{WX}\vec{\beta}) \quad (2.25)$$

Dengan,

$$\varepsilon^T \varepsilon = S$$

dimana persamaan (2.25) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Akibatnya, transpose skalar tidak mengubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= (\vec{Y} - \boldsymbol{WX}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \boldsymbol{WX}\vec{\beta}) \\ &= \left(\vec{Y}^T - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T}\right)(\vec{Y} - \boldsymbol{WX}\vec{\beta}) \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{Y}^T \boldsymbol{WX}\vec{\beta} - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T WX} \vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \left(\vec{Y}^T \boldsymbol{WX}\vec{\beta}\right)^T - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T WX} \vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T WX} \vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - 2\vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T WX} \vec{\beta} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap,

$$\frac{dS}{d\beta} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\beta} &= \frac{\vec{Y}^T \vec{Y} - 2\vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T} WX\vec{\beta}}{d\beta} \\ &= 0 - 2\boldsymbol{X^T W^T} \vec{Y} + \boldsymbol{X^T W^T WX} \vec{\beta} + (\vec{\beta}^T \boldsymbol{X^T W^T WX})^T \end{aligned}$$

$$= 0 - 2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\vec{Y} + \boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$= -2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\vec{Y} + 2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} \quad (2.27)$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$0 = -2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\vec{Y} + 2\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$= -\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\vec{Y} + \boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta}$$

$$\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}\vec{\beta} = \boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W^T}\vec{Y} \quad (2.28)$$

Kemudian didapatkan parameter β

$$\hat{\beta}_{WLS} = (\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X^T}\boldsymbol{W})\vec{Y} \quad (2.29)$$

Penaksir parameter $\hat{\beta}$ pada model (2.29) merupakan penaksir β dari model regresi terboboti.

2.8 Metode Grizzle Starmer Koch

Grizzle Starmer Koch (GSK) merupakan pendekatan model linier pada analisa kategori data berdasarkan aplikasi *Weighted Least Squares* umum teknik untuk mengestimasi fungsi (linier atau log-linier) dalam data kategori. Prosedur *Weighted Least Square* digunakan pada pendekatan GSK untuk menduga parameter yang tidak diketahui adanya (Grizzle, 1969:489).

Secara matematis persamaan model regresi linier terboboti untuk metode Grizzle Starmer Koch dinyatakan sebagai berikut:

$$W_i Y_i = \beta_1 W_i X_{1i} + \cdots + \beta_k W_i X_{ki} + \varepsilon_i \quad (2.30)$$

Yang dapat dijabarkan untuk $i = 1,2 \ldots, n$ sebagai berikut:

$$W_1 Y_1 = \beta_1 W_1 X_{11} + \cdots + \beta_k W_1 X_{k1} + \varepsilon_1$$

$$W_2 Y_2 = \beta_1 W_2 X_{12} + \cdots + \beta_k W_2 X_{k2} + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$W_n Y_n = \beta_1 W_n X_{1n} + \cdots + \beta_k W_n X_{kn} + \varepsilon_n \quad (2.31)$$

Dengan memisalkan dalam model terdapat *n* pengamatan, atau dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} W_1 Y_1 \\ W_2 Y_2 \\ \vdots \\ W_n Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 X_{11} & W_1 X_{21} & \cdots & W_1 X_{k1} \\ W_2 X_{12} & W_2 X_{22} & \cdots & W_2 X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_n X_{1n} & W_n X_{2n} & \cdots & W_n X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \qquad (2.32)$$

Persamaan (2.32) dapat disederhanakan menjadi bentuk matriks,

$$W\vec{Y} = \boldsymbol{WX}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \qquad (2.33)$$

Dimana *W* adalah matriks pembobot dengan nilai $W_i = \frac{1-(i-j)^2}{(I-1)^2}$.

Konsep metode GSK ini sesungguhnya tersirat dalam surat Al-Baqarah ayat 286,

لَا يُكَلِّفُ ٱللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا ۚ لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا ٱكْتَسَبَتْ ۗ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَآ إِن نَّسِينَآ
أَوْ أَخْطَأْنَا ۚ رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ عَلَيْنَآ إِصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُۥ عَلَى ٱلَّذِينَ مِن قَبْلِنَا ۚ رَبَّنَا وَلَا
تُحَمِّلْنَا مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِۦ ۖ وَٱعْفُ عَنَّا وَٱغْفِرْ لَنَا وَٱرْحَمْنَآ ۚ أَنتَ مَوْلَىٰنَا فَٱنصُرْنَا عَلَى ٱلْقَوْمِ
ٱلْكَٰفِرِينَ ﴿٢٨٦﴾

Artinya : *"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya. (mereka berdoa): "Ya Tuhan kami, janganlah Engkau hukum kami jika kami lupa atau kami tersalah. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau bebankan kepada kami beban yang berat sebagaimana Engkau bebankan kepada orang-orang sebelum kami. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau pikulkan kepada kami apa yang tak sanggup kami memikulnya. beri ma'aflah Kami; ampunilah Kami; dan rahmatilah kami. Engkaulah penolong kami, Maka tolonglah kami terhadap kaum yang kafir".*

2.9 Kajian Keagamaan

2.9.1 Ayat Regresi Model Tobit dalam Al-Qur'an

Perhatikan Surat Al-Israa' ayat 12, yaitu:

وَجَعَلْنَا ٱلَّيْلَ وَٱلنَّهَارَ ءَايَتَيْنِ ۖ فَمَحَوْنَآ ءَايَةَ ٱلَّيْلِ وَجَعَلْنَآ ءَايَةَ ٱلنَّهَارِ مُبْصِرَةً لِّتَبْتَغُوا۟ فَضْلًا مِّن
رَّبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُوا۟ عَدَدَ ٱلسِّنِينَ وَٱلْحِسَابَ ۚ وَكُلَّ شَىْءٍ فَصَّلْنَٰهُ تَفْصِيلًا ﴿١٢﴾ وَكُلَّ إِنسَٰنٍ أَلْزَمْنَٰهُ
طَٰٓئِرَهُۥ فِى عُنُقِهِۦ ۖ وَنُخْرِجُ لَهُۥ يَوْمَ ٱلْقِيَٰمَةِ كِتَٰبًا يَلْقَىٰهُ مَنشُورًا ﴿١٣﴾

Artinya : *12. Dan kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda, lalu kami hapuskan tanda malam dan kami jadikan tanda siang itu terang, agar kamu mencari kurnia dari Tuhanmu, dan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan. dan segala sesuatu Telah kami terangkan dengan jelas.*

13. Dan tiap-tiap manusia itu Telah kami tetapkan amal perbuatannya (sebagaimana tetapnya kalung) pada lehernya. dan kami keluarkan baginya pada hari kiamat sebuah Kitab yang dijumpainya terbuka.

Kaitan dari ayat tersebut dengan regresi model tobit terletak pada lafadh “ و جعلنا اليل و النها ر ء ا يتين ” yang mempunyai arti ”*Dan Kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda*”. Waktu yang ada di dunia dapat dikategorikan menjadi dua, yaitu waktu siang dan malam. Pada ayat ini juga dianjurkan agar manusia memanfaatkan waktu dengan sebaik-baiknya serta menyuruh manusia mencari karunia dari Tuhannya, dan dianjurkan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan (ilmu matematika) dan segala sesuatu telah kami terangkan dengan jelas. Dari penjelasan ayat di atas, terdapat dua waktu di dunia ini yang dikategorikan siang dan malam, dan pengkategorian tersebut ada yang bebas tetapi dibatasi. Karena waktu dapat kategorikan menjadi dua bagian yaitu antara waktu siang dan malam, maka ayat di atas ada kaitannya dengan tobit yang merupakan nama lain kategorik.

2.9.2 Ayat Estimasi dalam Al-Qur’an

Dalam Al-Qur’an pada surat Ash-Shaffaat terdapat ayat yang menyinggung masalah matematika, yaitu tentang estimasi. Surat Ash-Shaffaat adalah Makiyah, yakni turun sebelum Nabi hijrah ke Madinah. Ash-Shaffaat berarti yang berbaris-baris, kalimat yang pertama dari ayat yang pertama. Yang disebutkan berbaris-baris itu adalah Malaikat-malaikat Tuhan di alam malakut, yang tidak tahu berapa jutakah bilangannya, kecuali Allah Swt sendiri. Sedangkan bintang di langit, yang dapat dilihat mata. Pasir di pantai yang dapat ditampung tangan. Sedangkan daun dirimba yang dapat dilihat ketika berpucuk, berdaun dan tanggal dari tampuknya, lagi tidak dapat kita manusia menghitungnya, apa lagi Malaikat yang ghaib. Estimasi dalam statistik diartikan sebagai estimasi parameter. Di dalam Al-Qur'an terdapat suatu ayat yang menjelaskan tentang estimasi. Seperti yang disebutkan dalam Al-Qur'an Surat Ali-Imran ayat 24:

ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا۟ لَن تَمَسَّنَا ٱلنَّارُ إِلَّآ أَيَّامًا مَّعْدُودَٰتٍ ۖ وَغَرَّهُمْ فِى دِينِهِم مَّا كَانُوا۟ يَفْتَرُونَ ﴿٢٤﴾

Artinya: *"Hal itu adalah karena mereka mengaku: "Kami tidak akan disentuh oleh api neraka kecuali beberapa hari yang dapat di hitung". mereka diperdayakan dalam agama mereka oleh apa yang selalu mereka ada-adakan".*

Kaitan dari ayat tersebut dengan metode estimasi terletak pada lafadh "إلاّأيامامعدودات", yang dimaksud pada lafadz tersebut adalah hari-hari yang terbilang (tertentu). Pada ayat tersebut tidak dijelaskan secara jelas lama waktu ketika orang yahudi menentukan masa akan disentuh oleh api neraka, akan tetapi hanya tertulis "beberapa hari saja".

Abdussakir (2007:155-156) mengatakan bahwa estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak atau jumlah (*numerositas*), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional. Segala sesuatu yang berhubungan dengan ilmu pengetahuan telah tercantum dalam Al-Qur'an. Begitu pula dengan kajian ilmu matematika. Salah satunya yang diterangkan adalah ayat estimasi yang terkandung dalam estimasi dalam matematika disinggung dalam surat Ash-Shaffaat ayat 147, yaitu:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: *Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih (Qs. Ash-Shaffaat/37:147)*

Tafsir surat Ash-Shaffaat:147 sebagaimana berikut:

Diriwayatkan oleh Syahr bin Hausyab dari Ibnu Abbas ra. Dia pernah bercerita, "Bahwasanya kerasulan Yunus as berlangsung setelah beliau dilemparkan oleh ikan besar. Hadis tersebut juga diriwayatkan oleh Ibnu Jarir bahwa Al-Harits memberitahuku, Abu Hilal memberitahu kami, dari Syahr dengan lafadznya. Ibnu Abi Najih menceritakan dari mujahid bahwa Yunus as diutus kepada mereka sebelum beliau ditelan oleh ikan besar".

Syahr bin Hausyab berpendapat bahwa sangat mungkin ummat yang ia utus kepada mereka, ummat itu pula yang ia perintahkan untuk kembali pada mereka setelah keluar dari perut ikan, sehingga mereka semua membenarkan dan mempercayainya. Al-Baghawi mengisahkan bahwa Yunus as diutus kepada ummat lain setelah keluar dari perut ikan besar yang berjumlah 100.000 orang atau lebih.

Firman Allah SWT yang berarti "atau lebih", Ibnu Abbas mengatakan sebuah riwayat darinya, bahwa jumlah mereka lebih dari itu, dimana mereka berjumlah 130.000 orang. Dan darinya pula, yakin berjumlah sekitar 143.000-149.000 orang. Sa'id bin Jubair mengatakan bahwa jumlah mereka lebih dari 70.000 orang. Sedangkan Makhul mengatakan bahwa mereka berjumlah 110.000 orang. Demikian yang diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim.

Dari Ibnu Jarir menceritakan dari orang yang mendengar Abu Aliyah mengatakan, telah bercerita kepada Ubay bin Ka'ab, bahwasanya dia pernah bertanya kepada Rasullallah saw. mengenai firman Allah swt. tersebut. Dia mengatakan, "Mereka lebih dari 20.000 orang". Hal itu juga diriwayatkan oleh Ibnu Abi Hasyim. Sebagian bangsa Arab dari penduduk Basrah berpendapat mengenai itu. Artinya, sampai 100.000 orang atau lebih menurut kalian. Ia berkata, "Demikianlah jumlah mereka menurut kalian". Oleh karena itu, Ibnu Jarir mengikuti pendapatnya mengenai firman Allah dalam surat Al-Najm: 9, yang artinya: *"Maka jadilah dia dekat (pada Muhammad sejarak) dua ujung busur panah atau lebih dekat (lagi)".* Maksudnya tidak kurang dari itu, melainkan lebih dari itu.

Menurut peneliti, kaitan suatu metode estimasi pada surat ini terletak pada kalimat " او يز يد ون ", karena ayat tersebut dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus tidak dengan perhitungan secara eksak. Sehingga terdapat perbedaan pendapat para ulama' dalam menafsirkan ayat tersebut. Jika dipahami dalam arti atau, maka ayat ini bagaikan menyatakan jumlah mereka banyak, menurut perhitungannya adalah seratus ribu atau lebih.

Jika dipahami dalam arti dan bahkan, maka itu berarti mereka diutus kepada dua kelompok, yang pertama berjumlah seratus ribu (100.000) dan yang satu lagi adalah yang lebih dari itu. Dalam satu riwayat dinyatakan jumlah dua puluh ribu. Yang seratus ribu adalah orang-orang Yahudi penduduk Nainawa, yang ketika itu berada dalam kerajaan Asy'ur, sedang yang lebih adalah selain orang Yahudi yang bermukim juga di negeri itu.

Al-Maraghi dalam Tafsir Al-Maraghi (1984:138), menceritakan bahwa Nabi Yunus sekali lagi diutus oleh kaum itu dan mereka ada 100.000 bahkan lebih. Maka menjadi stabil keadaan mereka dan beriman kepada Yunus. Karena, setelah Yunus keluar dari kalangan mereka, mereka berpikir benar-benar telah melakukan kekeliruan, dan jika mereka tidak mengikuti Rasul, maka mereka akan binasa, seperti yang terjadi atas umat-umat sebelum mereka. Maka tatkala Yunus kembali kepada mereka dan menyeru kepada Tuhannya, maka mereka menyambut seruan Yunus itu dengan taat dan tunduk kepada perintah dan larangan Allah. Maka kami anugrahi kenikmatan kepada mereka dalam kehidupan ini hingga ajal, dan mereka pun mati sebagaimana matinya orang-orang lain.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Regresi Variabel Dummy Model Tobit

Regresi model tobit adalah merupakan analisis regresi yang digunakan untuk variabel tak bebas yang sebagian datanya berskala diskrit dan sebagian data berskala kontinu. Tujuan model tobit, adalah mencari tahu keterkaitan sebuah atribut dilakukan atau tidaknya suatu tindakan dengan variabel sosioekonomi. Model ini juga dikenal sebagai *censored* atau *limeted dependent variable* karena batasan pengambilan nilai oleh data variabel tak bebas. Secara matematis bentuk model tobit dapat dinyatakan dengan:

$$Y_i = \begin{cases} Y_i^* = \beta^T X_i + \varepsilon_i & \text{jika RHS} > 0 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \tag{3.1}$$

Dengan β adalah vektor koefisien dan X adalah vektor peubah bebas. Y_i tidak dapat diamati tetapi kita dapat mengamati tindakan atau pilihan tindakan individu bila Y_i melewati batas tertentu.

Untuk menganalisis sifat-sifat variabel kategorik terikat, diperlukan untuk memilih fungsi distribusi CDF yang tepat (Djalal, 2004:262). Misalkan terdapat variabel X mengikuti distribusi normal dengan rata-rata μ dan varian σ^2, maka memiliki PDF (*Probability Density Function),*

$$f(X) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-(1/2\sigma^2)(X)^2} \tag{3.2}$$

dan disebut CDF (*Cumulative Distribution Function*),

$$F(X_0) = \int_{-\infty}^{X_0} \frac{1}{\sigma(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-X^T/2\sigma^2} dx \tag{3.3}$$

dimana X_0 adalah nilai dari beberapa variabel model (Gujarati, 2009:608).

Model tobit dikembangkan berdasarkan teori utilitas atau pemikiran pemilihan rasional yang dikembangkan oleh Mc.Fadden. Model tobit dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P_i = P(Y_i > 0|X) = P(Y_i \geq I^*) = P(I^* \leq Y_i) = P(I^* \leq X_i\beta) = F(Y_i)$$

Dimana $P(Y_i > 0|X)$ adalah rata-rata probabilitas dari variabel bebas X. Misalkan X adalah berdistribusi normal, $X \sim NID(0,1)$. F adalah CDF normal,yang mana dapat dituliskan:

$$F(Y_i) = F(\beta^T X_i, \sigma^2) = \int_{-\infty}^{\beta^T X_i} \frac{1}{\sigma(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-X^T/2\sigma^2} dx \qquad (3.4)$$

dimana indeks Y_i menunjukkan indeks utilitas yang tidak terobservasi *latent variable*), yang dipengaruhi oleh satu atau lebih variabel bebas (Gujarati, 2010:609).

Kemudian persamaan regresi variabel dummy dengan model Tobit sebagai berikut,

$$Y_i = \beta^T X_i + \sigma\lambda_i + \varepsilon_i \qquad (3.5)$$

Dimana $i = 1,2, \ldots, n$ dan Y_i bernilai 1 atau 0 (biner), dengan nilai 1 menunjukkan terjadinya suatu kejadian atau 0 menunjukkan tidak terjadinya suatu kejadian sedangkan $\lambda_i = \frac{\phi_i}{\Phi_i}$, ϕ_i dan Φ_i masing-masing merupakan fungsi kepekatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif normal baku yang dievaluasi pada $\beta^T X_i/\sigma$.

Dalam regresi variabel dummy model tobit diasumsikan bahwa Y_i bernilai 1 atau 0 bergantung pada index Y_i yang tidak teramati dan yang ditentukan oleh variabel bebas, X_i, sedemikian hingga semakin besar nilai Y_i, maka semakin besar pula probabilitas suatu kejadian terjadi (Y_i bernilai 1).

Kemudian diasumsikan bahwa untuk tiap-tiap i mempunyai titik kritis I_i^* sedemikian sehingga,

$$Y_i = 0 \Leftrightarrow Y_i > I_i^*$$

$$Y_i = 1 \Leftrightarrow Y_i \leq I_i^*$$

Oleh karena itu, Y_i dapat dinyatakan sebagai:

$$Y = X\beta + \sigma\lambda + \varepsilon \tag{3.6}$$

Selanjutnya akan dicari penaksir parameter β pada model tobit dengan menggunakan metode Grizzle Starmer Koch.

3.2 Estimasi Parameter Secara Grizzle Starmer Koch

Untuk mengestimasi perameter β maka persamaan persamaan (3.5) dapat ditransformasi ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_k X_{1k} + \sigma\lambda_1 + \varepsilon_n \\ Y_2 &= \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \sigma\lambda_2 + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Y_n &= \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \cdots + \beta_k X_{nk} + \sigma\lambda_n + \varepsilon_n \end{aligned} \tag{3.7}$$

Kemudian dimisalkan,

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Sehingga secara umum persamaan (3.7) dapat disederhanakan menjadi,

$$\vec{Y} = \boldsymbol{X}\vec{\beta} + \sigma\vec{\lambda} + \vec{\varepsilon} \tag{3.8}$$

dan untuk mendapatkan *error* maka dari persamaan (3.8) diperoleh,

$$\vec{\varepsilon} = \vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda} \tag{3.9}$$

Untuk $I = 1$:

$$\vec{\varepsilon} = \vec{I} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda}$$

Dengan probabilitas P_i dan untuk $Y_i = 0$ maka:

$$\vec{\varepsilon} = -\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda}$$

Dengan probabilitas $1 - P_i$.

Diasumsikan ε mengikuti distribusi Binomial dengan n independen observasi, masing-masing dengan probabilitas P_i untuk sukses dan probabilitas $1 - P_i$ untuk gagal. Dengan menggunakan probabilitas dari ε_i diperoleh:

$$var(\varepsilon_i) = E(Y_i|X_i)[1 - E(Y_i|X_i)]$$

$$= p_i(1 - p_i)$$

Karena $var(\varepsilon_i)$ tergantung pada probabilitas p_i yang berbeda-beda pada setiap observasi ke-i, dengan demikian $var(\varepsilon_i)$ heteroskedastis.

Oleh karena itu estimasi parameter regresi variabel dummy tidak dapat dilakukan dengan menggunakan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) melainkan menggunakan *Weighted Least Square* (WLS).

Kemudian menggunakan metode Grizzle Starmer Koch untuk mengestimasi persamaan (3.8) dengan meminimumkan fungsi jumlah kuadrat *error*.

$$S = \sum_{i-1}^{n} \vec{\varepsilon}_i^{\,2}$$

$$= \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots + \varepsilon_n^2$$

$$= [\varepsilon_1 \; \varepsilon_2 \; \dots \; \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$= \vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon}$$

$$= (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda})^T (\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda})$$

$$= (\vec{Y}^T - \vec{\beta}^T \boldsymbol{X}^T - \vec{\lambda}^T \sigma^T)(\vec{Y} - \boldsymbol{X}\vec{\beta} - \sigma\vec{\lambda})$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - \vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} - \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T X\vec{\beta} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda} - \vec{\lambda}^T\sigma^T\vec{Y} +$$
$$\vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\lambda}^T\sigma^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - \vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} - \left(\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\vec{Y}\right)^T + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \left(\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda}\right)^T -$$
$$\left(\vec{\lambda}^T\sigma^T\vec{Y}\right)^T + \vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \lambda^T\sigma^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - \vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} - \vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} - \vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} +$$
$$\vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\lambda}^T\sigma^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$= \vec{Y}^T\vec{Y} - 2\vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\lambda}^T\sigma^T\sigma\vec{\lambda} \quad (3.10)$$

Meminimumkan fungsi total kuadrat *error* dengan cara menurunkan persamaan (3.10) terhadap β dan menyamakannya dengan nol.

$$\frac{ds}{d\beta} = \frac{\vec{Y}^T\vec{Y} - 2\vec{Y}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\vec{Y}^T\sigma\vec{\lambda} + \vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \vec{\lambda}^T\sigma^T\sigma\vec{\lambda}}{d\beta}$$

$$= 0 - \left(2\vec{Y}^T\boldsymbol{X}\right)^T + 0 + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \left(\vec{\beta}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\right)^T + 2\left(\vec{\lambda}^T\sigma^T\boldsymbol{X}\right)^T + 0$$

$$= 0 - 2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda} + 0$$

$$= -2\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + 2\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + 2\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$0 = -\boldsymbol{X}^T\vec{Y} + \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} = \boldsymbol{X}^T\vec{Y} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda}$$

$$\vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{Y} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\sigma\vec{\lambda} \quad (3.11)$$

Dari persamaan (3.11) diperoleh estimasi parameter β adalah:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda} \quad (3.12)$$

Estimasi parameter pada persamaan (3.12) dikatakan sebagai estimasi parameter β_{GSK} . Setelah didapatkan β_{GSK} , maka selanjutnya dicari sifat-sifat estimasi dari parameter β_{GSK} tersebut.

3.3 Sifat-Sifat Estimasi

Salah satu cara menentukan sifat-sifat estimasi model regresi linier terboboti yang mengandung *outlier* adalah dengan menentukan sifat-sifat dari parameter $\hat{\beta}$.

3.3.1 Tak Bias (*Unbiased*)

$\hat{\beta}$ dikatakan estimasi tak bias $E(\hat{\beta}) = \vec{\beta}$

Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS} - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

$$E(\hat{\beta}) = E\left[(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\vec{Y} - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\vec{\lambda}\right]$$

$$= E\left[(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\vec{Y}\right] - E\left[(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\vec{\lambda}\right]$$

$$= E(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}E\left(\vec{Y}\right) - E(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\, E(\vec{\lambda})$$

$$= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\vec{Y} - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \hat{\sigma}\,\vec{\lambda}\right) - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda}\right) - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\vec{\beta} + (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda} - (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\hat{\sigma}\,\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\vec{\beta} - (0)$$

$$= I\beta$$

$$= \beta \qquad (3.13)$$

Dari persamaan (3.13) diperoleh $E(\hat{\beta}) = \beta$ maka $\hat{\beta}$ merupakan estimasi tak bias bagi β.

3.3.2 Konsisten

Estimasi yang konsisten adalah:

$$E\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^2 \to 0 \text{ jika } n \to \infty$$

Sehingga

$$E\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^2 = E\left[\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^T\right]$$

dari persamaan (3.13) diperoleh $E(\hat{\beta}) = \beta$ maka:

$$\begin{aligned} E\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^2 &= E\left[\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^T\right] \\ &= E\left[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T\right] \\ &= E(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T \\ &= \left(E(\hat{\beta}) - E(\beta)\right)(\hat{\beta} - \beta)^T \\ &= (\beta - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T \\ &= (0)(\hat{\beta} - \beta)^T \\ &= 0 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Dari persamaan (3.14) diperoleh $E\left[\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)\left(\hat{\beta} - E(\beta)\right)^T\right] = 0$, maka untuk $\hat{\beta}$ merupakan estimasi yang konsisten.

3.3.3 Efisien

Suatu estimasi dikatakan efisien apabila estimasi tersebut mempunyai variansi kecil.

Perhatikan bahwa :

$$Var(\hat{\beta}) = E\left[\left(\hat{\beta} - E\left(\vec{\beta}\right)\right)^T\left(\hat{\beta} - E\left(\vec{\beta}\right)\right)\right]$$

$$= \left[\left(\hat{\beta} - \vec{\beta}\right)^T\left(\hat{\beta} - \vec{\beta}\right)\right] \quad (3.15)$$

Karena,

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{Y} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \hat{\sigma}\vec{\lambda} + \vec{\varepsilon}) - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + \boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda} + \boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}) - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\vec{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

$$= \vec{\beta} + (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}$$

$$\hat{\beta} - \vec{\beta} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}$$

Maka:

$$var(\hat{\beta}) = E\left[\left(\hat{\beta} - \vec{\beta}\right)^T\left(\hat{\beta} - \vec{\beta}\right)\right]$$

$$= E\left[\left((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}\right)^T\left((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}\right)\right]$$

$$= E\left(\left((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}^T\right)\left((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\vec{\varepsilon}\right)\right)$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}\,E\left(\vec{\varepsilon}^T\vec{\varepsilon}\right)(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}\,E\left(\vec{\varepsilon}^T\vec{\varepsilon}\right)(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= \hat{\sigma}^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$$

$$= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\hat{\sigma}^2$$

Sehingga fungsi variansinya adalah:

$$Var(\hat{\beta}) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\hat{\sigma}^2$$

dimana $\hat{\sigma}^2$ nilainya harus sekecil mungkin agar $\hat{\beta}$ efisien.

3.4 Kajian Matematika dalam Al-Qur-an

Dalam Al-Qur'an pada surat Al-Waqi'ah ayat 68-70 menyebutkan:

أَفَرَءَيْتُمُ ٱلْمَآءَ ٱلَّذِى تَشْرَبُونَ ﴿٦٨﴾ ءَأَنتُمْ أَنزَلْتُمُوهُ مِنَ ٱلْمُزْنِ أَمْ نَحْنُ ٱلْمُنزِلُونَ ﴿٦٩﴾ لَوْ نَشَآءُ
جَعَلْنَٰهُ أُجَاجًا فَلَوْلَا تَشْكُرُونَ ﴿٧٠﴾

Artinya: *Maka Terangkanlah kepadaku tentang air yang kamu minum. Kamukah yang menurunkannya atau kamikah yang menurunkannya? kalau kami kehendaki, niscaya kami jadikan dia asin, Maka mengapakah kamu tidak bersyukur.*

Kata (المزن) *al-muzn* adalah bentuk jamak dari kata al-muznah yaitu awan yang mengandung air. Ada juga yang mengartikannya awan putih yang mengandung air (yaitu, air yang paling jernih dan sedap). Ayat ini mengisyaratkan bahwa tidak semua awan dapat mengakibatkan turunnya hujan, tetapi hanya awan tertentu yang mengandung lahirnya benih-benih. Penggunaan bentuk (المنز لون) *al-munzilun* selain untuk menunjukan kuasa dan kebesaran Allah SWT, juga untuk mengisyaratkan bahwa ada malaikat yang ditugaskan Allah mengatur turunnya hujan, dan ada juga sistem dan hukum-hukum alam yang dapat dimanfaatkan manusia untuk maksud tersebut (Shihab, 2003:569).

Ayat di atas dikomentari oleh tim penyusun *Tafsir al-muntakhab* bahwa: untuk terjadinya hujan diperlukan keadaan cuaca tertentu yang berada diluar kemampuan manusia, seperti adanya angin dingin yang berhembus di atas angin panas, atau keadaan cuaca yang tidak stabil. Adapun hujan buatan yang dikenal sampai saat ini masih merupakan percobaan yang prosentase keberhasilannya masih sangat kecil dan masih memerlukan beberapa kondisi alam tertentu.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis pada pembahasan didapatkan hasil estimasi parameter β dari model regresi tobit adalah:

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS} - (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\hat{\sigma}\vec{\lambda}$$

sehingga dari pembahasan tobit dan probit mempunyai kesamaan, akan tetapi dari kesamaan tersebut ada yang membedakannya yaitu pada penentuan titik sensornya atau titik potongnya. Sehingga pada model probit akan mengambil nilai titik kritis dari 0 sampai 1 sedangkan untuk model tobit akan memakai nilai titik kritis dari probit tetapi dari nilai titik kritis tersebut masih akan diambil lagi nilai titik kritisnya.

4.2 Saran

Dalam penelitian ini peneliti mengestimasi parameter regresi model tobit menggunakan metode Grizzle Starmer Koch. Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa peneliti menyarankan:

1. Menggunakan regresi dengan model lain dan diestimasi dengan metode yang sama, yaitu metode Grizzle Starmer Koch.
2. Menggunakan regresi model yang sama dan diestimasi dengan metode yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2006. *Ada Matematika dalam Al-Quran*. Malang: UIN-Malang Press.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Ahmad Musthafa Al-Maraghi. 1984. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi 6*. Semarang: CV Toha Putra.

Aziz, Abdul. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-Maliki Press.

Djalal, Nachrowi. 2004. *Teknik Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Gasindo

Draper, N.R. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: Pustaka Utama

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: PT.Bumi Aksara.

Ghoffar, Abdul dan Abu Ihsan al-Atsari. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.

Gujarati, Damodar. 1999. *Ekonometrika Dasar*. Jakarta: Erlangga.

Gujarati, Damodar N., 2003. Basics Econometrics. Fourt Edition. Singapore: Mc. Graw Hill Company.

Gujarati, Damodar N., 2009. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Gujarati, Damodar N., 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj. Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

Greene, William H. (1997). *Econometric Analysis*. New York: Prentice Hall International, Inc.

Grizzle, James. 1969. Analysis of Categorical Data by Linier Models. North Carolina: JSTOR

Turmudi dan Harini, Sri. 2008. *Metode Statistika: Kajian Teori dan Aplikatif*. Malang: UIN-Malang Press.

Hasan, Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Rahman, Afzalur. 2000. *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta: Rineka Cipta.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB.

Shihab, M. Quraish. 2003. *Tafsir Al-Mishbah, volume 7,10,11 dan 13*. Jakarta: Lentera Hati

Supranto, M.A.1986. *Pengantar Probabilita Dan Statistik Induk*. Jakarta: Erlangga

Supranto, J. 2004. *Ekonometri Buku Kedua*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Wahyu, Wing. 2007. *Encyclopedia of Statistic*. Jakarta: Graha Ilmu

Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: C.V Rajawali.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Tri Wahyudianto
NIM	:	08610028
Fakultas/ Jurusan	:	Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi	:	Estimasi Parameter Model Regresi Tobit dengan Metode Grizzle Starmer Koch
Pembimbing I	:	Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II	:	Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	3 Mei 2012	Konsultasi Bab I	1.
2.	10 Mei 2012	Revisi Bab I	2.
3.	10 Juni 2012	Bab II	3.
4.	27 September 2012	Revisi Bab II	4.
5.	29 September 2012	Agama: Bab I dan Bab II	5.
6.	11 Oktober 2012	Presentasi Bab II	6.
7.	20 Oktober 2012	Bab III	7.
8.	21 Oktober 2012	Presentasi 1 Bab III	8.
9.	23 Oktober 2012	Presentasi 2 Bab III	9.
10.	1 November 2012	ACC Keseluruhan	10.
11.	3 Desember 2012	ACC Kajian Agama	11.
12.	12 Desember 2012	Konsultasi Agama Bab I dan II	12.
13.	13 Desember 2012	Konsultasi Kajian Agama	13.
14.	14 Desember 2012	Agama: ACC Keseluruhan	14.

Malang, 14 Desember 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001