BILANGAN DOMINASI GANDA KABUR DAN BILANGAN KROMATIK PADA GRAF LINTASAN KABUR $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$

SKRIPSI

Oleh:
ARINI HIDAYATI
NIM. 09610003

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

BILANGAN DOMINASI GANDA KABUR DAN BILANGAN KROMATIK PADA GRAF LINTASAN KABUR $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ARINI HIDAYATI
NIM. 09610003

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

BILANGAN DOMINASI GANDA KABUR DAN BILANGAN KROMATIK PADA GRAF LINTASAN KABUR $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$

SKRIPSI

Oleh:
ARINI HIDAYATI
NIM. 09610003

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 1 Juli 2013

Pembimbing I,	Pembimbing II,
H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19710420 200003 1 003	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

BILANGAN DOMINASI GANDA KABUR DAN BILANGAN KROMATIK PADA GRAF LINTASAN KABUR $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$

SKRIPSI

Oleh:
ARINI HIDAYATI
NIM. 09610003

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 8 Juli 2013

Penguji Utama	: Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	______________
Ketua Penguji	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	______________
Sekretaris Penguji	: H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	______________
Anggota Penguji	: Ach. Nashichuddin, M.A NIP. 19730705 200003 1 002	______________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arini Hidayati

NIM : 09610003

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 1 Juli 2013

Yang membuat pernyataan,

Arini Hidayati
NIM. 09610003

MOTTO

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ ١

فَإِنَّ مَعَ ٱلۡعُسۡرِ يُسۡرًا ٥ إِنَّ مَعَ ٱلۡعُسۡرِ يُسۡرًا ٦

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.
Sesungguhnya setelah kesulitan itu ada kemudahan."

(Q.S. AL-INSYIRAH: 5-6)

I'm not everything, but everything without me is nothing
(Penulis)

PERSEMBAHAN

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

ٱلۡحَمۡدُ لِلَّهِ رَبِّ ٱلۡعَٰلَمِينَ

Dengan iringan do'a serta rasa syukur yang tidak terbatas, karya sederhana ini penulis persembahkan kepada:

Mama (Rosyidah) dan Ayah (Adi Sucipto, S.Pd.I) yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberikan dukungan, motivasi, dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu, serta selalu memberikan teladan yang baik bagi penulis.

Untuk adik tersayang (Alfiatus Sholehah), kakek, nenek, dan semua keluarga serta kerabat yang selalu memberikan doa dan motivasinya kepada penulis.

Seseorang yang selalu menjadi inspirasi dan penyemangat

(Ahmad Zairudin)

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Tiada ucapan yang lebih utama selain syukur *Alhamdulillah* penulis haturkan kepada Tuhan Yang Maha Sempurna, Allah SWT, yang telah melimpahkan segala nikmat, rahmat, karunia serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus penulisan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring doa dan harapan *jazakumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu penulis terutama dalam penyelesaian skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, sebagai dosen pembimbing dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran,

motivasi, dan kesabarannya, serta pengalaman yang berharga sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

5. Achmad Nashichuddin, M.A, sebagai dosen pembimbing agama yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman yang berharga.
6. Segenap sivitas akademika Seluruh Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terimakasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
7. Kepada ibunda dan ayahanda tercinta yang senantiasa memberikan doa dan restunya, serta dukungan moral maupun material kepada penulis dalam menuntut ilmu. Adik tersayang, seluruh keluarga dan kerabat, serta *special someone* yang telah memberikan dukungan, doa, dan motivasi bagi penulis.
8. Sahabat-sahabat terbaik Ifa Noviyanti, Eva Ayu Safitri, Lailatul Fitriah, Siti Khamidatus Zahro, dan Rina Fajaria, serta seluruh teman-teman seperjuangan mahasiswa Jurusan Matematika khususnya angkatan 2009. Terima kasih atas doa, semangat, kebersamaan, dan kenangan indah selama ini.

Akhirnya semoga skripsi ini menjadi khasanah kepustakaan baru yang akan memberi celah manfaat bagi semua pihak. *Aamiin Yaa Rabbal'Alamiin.*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Juli 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini adalah:

$\tilde{G} = (\sigma, \mu)$: Graf kabur

$\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$: Graf lintasan kabur

$\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$: Derajat keanggotaan titik

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(v_j, v_{j+1})$: Derajat keanggotaan sisi

$|D|$: Kardinalitas himpunan dominasi

$|\widetilde{D}|$: Kardinalitas kabur himpunan dominasi

$\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n)$: Kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur

$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n)$: Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur

$\chi_F(\tilde{P}_n)$: Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur

ABSTRAK

Hidayati, Arini. 2013. **Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Achmad Nashichuddin, M.A

Kata kunci: Graf Kabur, Graf Lintasan Kabur, Bilangan Dominasi Ganda Kabur, Bilangan Kromatik pada Graf Kabur

Graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ adalah sebuah himpunan dengan dua fungsi $\sigma: V \rightarrow [0,1]$ dan $\mu: E \rightarrow [0,1]$ sedemikian hingga $\mu(\{x, y\}) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $x, y \in V$. Lintasan P pada graf kabur $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \ldots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ untuk $1 \leq i \leq n$. Bilangan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi ganda kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$. Bilangan kromatik pada graf kabur $\tilde{G}$ adalah nilai k terkecil sedemikian hingga graf kabur $\tilde{G}$ memiliki pewarnaan kabur-k dan dinotasikan dengan $\chi_F(\tilde{G})$.

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$, dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan, monoton naik, dan selang-seling.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan, monoton naik, dan selang-seling sebagai berikut:

1. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times x$, untuk setiap n dan $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
2. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} ((m+1) \times x) + ((m+1) \times \delta m), & n \text{ ganjil} \\ ((m+1) \times x) + (m^2 \times \delta), & n \text{ genap} \end{cases}$
   Untuk setiap n dan $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
3. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} (m+1) \times x, & n \text{ ganjil} \\ (m \times x) + (1 \times y), & n \text{ genap} \end{cases}$
   Untuk setiap n dan $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$

ABSTRACT

Hidayati, Arini. 2013. **Fuzzy Double Domination Number and Chromatic Number of Fuzzy Path Graph $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$.** Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology The State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Supervisor: (I) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
(II) Achmad Nashichuddin, M.A

Keywords: Fuzzy Graph, Fuzzy Path Graph, Fuzzy Double Domination Number, Chromatic Number of Fuzzy Graph

A fuzzy graph $\tilde{G} = (\sigma,\mu)$ is a set with two functions $\sigma: V \to [0,1]$ and $\mu: E \to [0,1]$ such that $\mu(\{x,y\}) \le \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ for all $x, y \in V$. A path P in a fuzzy graph $\tilde{G} = (V,\sigma,\mu)$ is a squence of distinct vertices $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ such that $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ for $1 \le i \le n$. The double domination number of $\tilde{G}$ is the minimum fuzzy cardinality of a double dominating set of $\tilde{G}$ and is denoted by $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$. Fuzzy chromatic number of $\tilde{G}$ is the least value of k for which the fuzzy graph $\tilde{G}$ has k-fuzzy coloring and is denoted by $\chi_F(\tilde{G})$.

This research aimed to get a pola of fuzzy double domination number and chromatic number of fuzzy path graph $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$, with different three kinds of degree membership each of vertices $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ is constant, up monotone, and sandwich.

Based on discussion the results obtained the pola of double domination number and chromatic number of a fuzzy path graph $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$ with different three kinds of degree membership each of vertices $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ is monotone, up monotone, and sandwich are as follows:

1. For every $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ is constant
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times x$, for n and $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
2. For every $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ is up monotone
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} ((m+1) \times x) + ((m+1) \times \delta m), & \text{for } n \text{ is odd} \\ ((m+1) \times x) + (m^2 \times \delta), & \text{for } n \text{ is even} \end{cases}$
   For n and $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
3. For every $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ is sandwich
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} (m+1) \times x, & \text{for } n \text{ is odd} \\ (m \times x) + (1 \times y), & \text{for } n \text{ is even} \end{cases}$
   For n and $m \in \mathbb{N}$
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$

ملخص

هدايتي، أربي . 2013. **ضبابي مزدوجة عدد الهيمنة و عدد من لوني في مسار الرسم البياني ضبابي** $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج.

المشرف: (1) الحاج وهيوهنكي إراون، الماجستير

(2) أحمد نصيح الدين، الماجستير

كلمات البحث: الرسم البياني غامض، مسار الرسم البياني ضبابي، ضبابي مزدوجة عدد الهيمنة، عدد من لوني الرسم البياني ضبابي.

رسم بياني غامض $\tilde{G} = (\sigma,\mu)$ هي مجموعة مع اثنين من وظائف $\sigma: V \to [0,1]$ و $\mu: E \to [0,1]$ مثل أن $\mu(\{x,y\}) \le \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ لجميع $x, y \in V$. مسار P في الرسم البياني غامض $\tilde{G} = (V,\sigma,\mu)$ هي خط نقطة نقطة من القمم متميزة $(u_0,u_1,u_2,\dots,u_n)$ بحيث $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ ل$1 \le i \le n$. عدد مزدوج من السيطرة $\tilde{G}$ هو الحد الأدنى للأصل غامض من مجموعة الهيمنة المزدوجة من $\tilde{G}$ وراشي $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$. عدد وني غامض من $\tilde{G}$ هو الأقل قيمة ك التي يكون غامض الرسم البياني $\tilde{G}$ لديها التلوين k-غامض وراشي $\chi_F(\tilde{G})$.

يهدف هذا البحث إلى الحصول على بولا من غامض عدد هيمنة مزدوجة وعدد لوني من مسار الرسم البياني غامض $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$، مع ثلاثة أنواع مختلفة من عضوية كل درجة من القمم $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ هو ثابت، وتصل رتيبة، وشطيرة.

استنادا إلى مناقشة النتائج التي تم الحصول عليها من بولا من ضعف عدد الهيمنة وعدد من لوني الرسم البياني غامض $\tilde{P}_n =$ (σ,μ) مسار مختلف مع ثلاثة أنواع من العضوية درجة كل من القمم $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ هو رتيبة، حتى رتيبة، وسانلويتش هي كما يلي:

1. لكل $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ هو ثابت
   a. $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times x$ ، ل n هو الفردية والزوجية
   ل$m \in \mathbb{N}$ وn
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
2. لكل $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ هو ما يصل رتيبة
   a. $$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} ((m+1) \times x) + ((m+1) \times \delta m), & \text{ل } n \text{ هو غريب} \\ ((m+1) \times x) + (m^2 \times \delta) & , \text{ل } n \text{ هو حتى} \end{cases}$$
   ل$m \in \mathbb{N}$ وn
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$
3. لكل $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ هو شطيرة
   a. $$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} (m+1) \times x & , \text{ل } n \text{ هو غريب} \\ (m \times x) + (1 \times y) & , \text{ل } n \text{ هو حتى} \end{cases}$$
   ل$m \in \mathbb{N}$ وn
   b. $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf kabur merupakan salah satu sub dari graf, yang mana graf kabur ini diperkenalkan oleh Azriel Rosenfeld pada tahun 1975, sedangkan definisi graf kabur pertama kali dikemukakan oleh Kauffman. Graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ merupakan graf yang terdiri dari pasangan himpunan titik dan himpunan garis, dimana setiap titik dan garis tersebut memiliki derajat keanggotaan yang memenuhi bilangan real dalam selang tertutup [0,1]. Graf kabur terdiri dari tiga bentuk, yaitu graf dengan titik tegas dan sisi kabur, graf dengan titik kabur dan sisi tegas, dan graf dengan titik dan sisi kabur (Munawaroh, 2007:31).

Salah satu contoh graf kabur adalah graf lintasan kabur $(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ yang merupakan pengembangan dari graf lintasan tegas P_n. Lintasan P pada graf kabur $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ untuk $1 \leq i \leq n$ dan n disebut panjang dari P. Lintasan P disebut $u_0 - u_n$ lintasan (Somasundaram, 2005:2).

Banyak yang dapat dipelajari dari suatu graf, salah satu di antaranya adalah himpunan dominasi dan pewarnaan graf. Pada graf tegas, misalkan $G = (V, E)$, merupakan pasangan himpunan titik-titik V dan himpunan sisi E. Misalkan D merupakan subset dari V. Jika setiap titik dari $V - D$ adalah bertetangga dengan paling sedikit satu titik di D, maka D dikatakan himpunan dominasi dalam G. Himpunan dominasi dikatakan himpunan dominasi ganda kabur jika setiap titik di $V - D$ bertetangga dengan paling sedikit dua titik di D. Bilangan dominasi ganda kabur dari sebuah graf G dinotasikan $\gamma_{fdd}(G)$ merupakan kardinalitas terkecil dari sebuah himpunan dominasi ganda dalam G (Mahadevan, dkk., 2011:495).

Konsep tentang dominasi pada graf kabur diteliti oleh Sumasundaram pada tahun 1998 dan 2004. Sedangkan konsep tentang dominasi ganda pada graf diperkenalkan oleh Hrary dan Haynes pada tahun 2000. Menurut Somasundaram dan Somasundaram (1998:788), misalkan $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah graf kabur dan misalkan $x, y \in V$. Kita katakan bahwa x mendominasi y jika $\mu(xy) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$. Sebuah subset S dari V dikatakan himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$ jika untuk setiap $y \in V - S$, terdapat $x \in S$ sedemikian hingga x mendominasi y. Bilangan dominasi kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma(\tilde{G})$ atau secara sederhana γ, dimana $\gamma(\tilde{G}) = |S| = \sum_{v \in S \subseteq V} \sigma(v)$. Sedangkan menurut Mahioub dan Soner (2012:3), misalkan $\tilde{G}\ (\sigma, \mu)$ adalah graf kabur. Sebuah subset D dari V disebut himpunan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ jika untuk setiap titik di $V - D$ didominasi oleh sedikitnya dua titik di D. Bilangan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi ganda kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$ atau secara sederhana γ_{fdd}.

Masalah tentang dominasi juga banyak terdapat dalam Al-Quran, salah satunya adalah firman Allah SWT dalam surat Al-A’raaf ayat 179, yaitu:

وَلَقَدۡ ذَرَأۡنَا لِجَهَنَّمَ كَثِيرٗا مِّنَ ٱلۡجِنِّ وَٱلۡإِنسِۖ لَهُمۡ قُلُوبٞ لَّا يَفۡقَهُونَ بِهَا وَلَهُمۡ أَعۡيُنٞ لَّا يُبۡصِرُونَ بِهَا وَلَهُمۡ ءَاذَانٞ لَّا يَسۡمَعُونَ بِهَآۚ أُوْلَٰٓئِكَ كَٱلۡأَنۡعَٰمِ بَلۡ هُمۡ أَضَلُّۚ أُوْلَٰٓئِكَ هُمُ ٱلۡغَٰفِلُونَ ١٧٩

Artinya: *"Dan Sesungguhnya Kami jadikan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, mereka mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). Mereka Itulah orang-orang yang lalai"* (Q.S. Al-A'raaf:179).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa sesungguhnya Allah menciptakan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, yang artinya kelak penghuni neraka Jahannam didominasi oleh jin dan manusia, yaitu manusia yang mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). Sehingga dapat disimpulkan bahwa manusia yang dimaksud adalah manusia yang perbuatan baiknya lebih sedikit daripada perbuatan buruknya, yaitu manusia-manusia yang telah didominasi oleh jin atau syaitan. Dalam Tafsir Ibnu Katsir dijelaskan bahwa Allah mempersiapkan jin dan manusia untuk mengisi Neraka Jahannam dan dengan amalan penghuni Nerakalah mereka akan beramal ('Abdullah, 2006:489).

Selanjutnya tentang pewarnaan graf, ada tiga macam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah. Dalam pewarnaan graf, kita tidak hanya sekedar mewarnai titik-titik dengan warna yang berbeda dengan warna titik tetangganya saja, namun kita juga menginginkan agar jumlah warna yang digunakan sesedikit mungkin. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai titik atau sisi disebut dengan bilangan kromatik dari graf G , yang dinotasikan dengan $\chi(G)$. Sedangkan pewarnaan-k pada graf kabur $\tilde{G}(V,\sigma,\mu)$ adalah keluarga himpunan kabur pada $V: \Gamma = \{\delta_1,\delta_2,\delta_3,\dots,\delta_k\}$ yang memenuhi: i) $\vee\Gamma = \sigma$; ii) $\delta_i \wedge \delta_j = 0$; Untuk setiap titik u, v yang bertetangga kuat di graf kabur $\tilde{G}$, $min\ \{\delta_i(u),\delta_j(v)\} = 0$ $(1 \leq i \leq k)$. Bilangan asli terkecil k pada pewarnaan-k dari graf kabur $\tilde{G}$ ini disebut bilangan kromatik dari $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\chi_F(\tilde{G})$ (Rosyida, 2012:3).

Sama halnya dengan masalah dominasi, masalah pewarnaan graf juga banyak dijelaskan di dalam Al-Quran, seperti firman Allah SWT dalam surat Al-Hujuraat ayat 13, yaitu:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ
ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

Artinya: *"Hai manusia, Sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu disisi Allah ialah orang yang paling taqwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal"* (Q.S. Al-Hujuraat:13).

Al-Jazairi (2009:918) dalam Tafsir Al-Aisar menjelaskan bahwa Allah menciptakan manusia berbangsa-bangsa dan bersuku-suku untuk sebuah hikmah, yaitu saling mengenal yang menghasilkan sikap saling membantu. Sebagai contoh di negara Indonesia kita ketahui bahwa setiap suku memiliki ciri khas masing-masing yang membedakan mereka dengan suku yang lain, seperti tradisi adat, pakaian adat, bahasa daerah, dan lain-lain, tetapi mereka disatukan oleh semboyan

"*Bhinneka tunggal ika*". Hal ini sesuai dengan konsep pewarnaan pada graf, yaitu suku-suku bangsa tersebut kita misalkan sebagai himpunan warna yang digunakan dalam pewarnaan graf, dan hikmah saling mengenal tersebut kita misalkan sebagai keterhubungan antara titik-titik pada graf. Karena menurut konsep pewarnaan graf, setiap titik yang terhubung langsung harus diberi warna yang berbeda.

Penelitian tentang bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur masih jarang dilakukan. Namun penelitian tentang bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur ini pernah dilakukan oleh Mahadevan, V.K. Shanthi, dan A. Mydeen Bibi dan menghasilkan beberapa teorema dan pembuktian yang membuat tema ini menarik untuk diteliti dan dibahas lebih lanjut. Sehingga berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis tertarik untuk mengembangkan tema tersebut dan meneliti tentang **"Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur ($\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu)$)".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur ($\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu)$) dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\widetilde{P}_n)}(v_i)$ konstan?

2. Bagaimana pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik?
3. Bagaimana pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan.
2. Mengetahui pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik.
3. Mengetahui pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan derajat keanggotaan setiap titik $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling.

1.4 Batasan Masalah

Agar pembahasan skripsi ini tidak meluas, maka penulis membatasi objek kajian hanya pada bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$, yang dimulai dari $\widetilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma,\mu)$ dan seterusnya sampai $\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu)$.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Bagi penulis

   Mengetahui tentang bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur, khususnya pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu))$. Dapat menjadi wacana pengembangan ilmu pengetahuan khususnya dalam pengembangan ilmu matematika yang dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari.

2. Bagi pembaca

   Memberikan gambaran tentang bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur, khususnya pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$, sehingga pembaca dapat menentukan bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur jenis lain.

3. Bagi lembaga

   Pengembangan ilmu dalam memberikan alternatif bila dihadapkan pada permasalahan dalam teori graf khususnya dalam menentukan bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur, sehingga dapat menjadi khasanah baru dalam perkuliahan.

1.6 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang akan digunakan oleh penulis dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi data yang digunakan dalam penelitian ini, dalam hal ini data yang digunakan himpunan titik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu))$, khususnya $\widetilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma,\mu)$.
2. Menganalisa data yang meliputi langkah-langkah berikut:
   a. Mendefinisikan beberapa graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu))$ yang dimulai dari $\widetilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma,\mu)$ dengan tiga karakteristik yang berbeda, yaitu:
      i. Graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu))$ konstan didefinisikan untuk setiap $v_i \in V$, maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$, dengan $1 \leq i \leq n$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j,v_{j+1}) \in E$, berlaku $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j,v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1})$ juga konstan yaitu $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j,v_{j+1})\right) = x \in [0,1]$, dengan $1 \leq j \leq n-1$.
      ii. Graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma,\mu))$ monoton naik didefinisikan untuk $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \leq i \leq n$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1,v_2) \in E$, berlaku $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_1,v_2)) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$, maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j,v_{j+1})\right)$ juga monoton naik yaitu

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x + (j-1)\delta$ dengan $\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_{j+1}, v_{j+2})\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right)$, untuk $1 \leq j \leq n-1$.

iii. Graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ selang-seling didefinisikan untuk setiap $v_i \in V$, dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq n$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$, $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$, untuk j ganjil atau $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma(v_j) \wedge \sigma(v_{j+1}) = \sigma(v_{j+1})$, untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq n$. Dengan kata lain nilai $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right)$ konstan yaitu $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x \in [0,1]$.

b. Menentukan semua himpunan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ yang dimulai dari $\widetilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ dengan tiga karakteristik yang ditentukan.

c. Menentukan himpunan dominasi ganda kabur minimal dan kardinalitasnya pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ yang dimulai dari $\widetilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ dengan tiga karakteristik yang ditentukan.

d. Menentukan bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n)$ yang dimulai dari $\widetilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\widetilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ dengan tiga karakteristik yang ditentukan.

e. Menentukan pola bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan tiga karakteristik yang ditentukan.

f. Menentukan pola bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\chi_F(\tilde{P}_n)$ dengan tiga karakteristik yang ditentukan.

3. Memberikan kesimpulan akhir dari hasil penelitian dan melaporkan.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan penelitian ini sistematis dan mempermudah pembaca memahami tuisan ini, penulis membagi tulisan ini ke dalam empat bab sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Pada bab ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II Kajian Pustaka

Pada bab ini dikemukakan hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji, yaitu himpunan kabur (*fuzzy set*), definisi graf kabur, order dan ukuran dari graf kabur, kardinalitas kabur dari graf kabur, komplemen graf kabur, sisi efektif pada graf kabur, kekuatan keterhubungan antara dua titik dalam graf kabur, himpunan dominasi pada graf kabur, bilangan dominasi pada graf kabur, himpunan dominasi minimal dan kardinalitasnya pada graf kabur, himpunan dominasi ganda pada graf kabur, bilangan dominasi ganda kabur pada graf kabur, pewarnaan titik dan bilangan kromatik pada graf kabur, dan jenis-jenis graf kabur, serta kajian agama tentang dominasi jin atau syaitan terhadap manusia.

BAB III Pembahasan

Pada bab ini dipaparkan hasil penelitian yang mengkaji tentang penentuan pola bilangan dominasi ganda kabur dan penentuan pola bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$ dengan tiga karakteristik $\sigma_{V(\widetilde{P}_n)}(v_i)$ yang berbeda-beda, serta pembuktian pola benar secara umum.

BAB IV Penutup

Pada bab ini dikemukakan kesimpulan dari pembahasan dan beberapa saran yang berkaitan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Kabur

Dalam perkembangan teori himpunan, telah dikembangkan pula mengenai himpunan kabur. Pada himpunan tegas terdapat batas yang tegas antara unsur-unsur yang merupakan anggota dan unsur-unsur yang tidak merupakan anggota dari suatu himpunan. Tetapi dalam kenyataannya tidak semua himpunan yang kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari terdefinisi secara demikian, misalnya himpunan orang kaya, himpunan mahasiswa pandai, dan sebagainya. Himpunan orang kaya misalnya, hal ini tidak dapat ditentukan secara pasti ukuran "kaya" itu seperti apa. Hal itu menunjukkan bahwa kelompok orang kaya dan kelompok orang tidak kaya tidak dapat ditentukan secara tegas. Untuk mengatasi himpunan dengan batas tidak tegas itu, Prof. Zadeh mengaitkan himpunan semacam itu dengan suatu fungsi yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam semestanya dengan konsep yang merupakan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Fungsi itu disebut fungsi keanggotaan dan nilai fungsi itu disebut derajat keanggotaan suatu unsur dalam himpunan itu, yang selanjutnya himpunan semacam ini disebut himpunan kabur. Dengan demikian setiap unsur dalam wacananya mempunyai derajat keanggotaan tertentu dalam himpunan tersebut. Derajat keanggotaan dinyatakan dengan suatu bilangan real dalam selang tertutup [0,1]. Nilai keanggotaan menunjukkan suatu variabel yang tidak hanya bernilai benar atau salah, tetapi terdapat nilai diantaranya (Susilo, 2006:50).

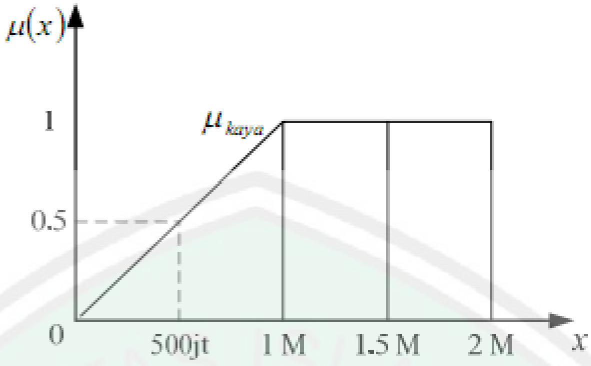
Fungsi keanggotaan dari suatu himpunan kabur $\bar{A}$ dalam semesta X adalah pemetaan $\mu_{\bar{A}}$ dari X ke selang [0,1], yaitu $\mu_{\bar{A}} : X \rightarrow [0,1]$. Nilai fungsi $\mu_{\bar{A}}(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan kabur $\bar{A}$. Nilai fungsi sama dengan 1 menyatakan keanggotaan penuh, dan nilai fungsi sama dengan 0 menyatakan sama sekali bukan anggota himpunan kabur tersebut (Susilo, 2006:50).

Definisi 1

Misalkan X adalah ruang dari objek-objek. Sebuah himpunan kabur A di X adalah himpunan yang didefinisikan dengan $\{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$, dimana μ_A adalah fungsi yang memetakan X ke interval [0,1] ditulis $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$. μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur A, dan $\mu_A(x)$ di x melambangkan tingkatan atau derajat keanggotaan dari x di dalam A (Rosyida, dkk., 2012:2).

Contoh:

Diberikan himpunan orang kaya dengan kekayaan sebesar $\geq$ 1 M, dengan semestanya merupakan himpunan orang kaya dengan kekayaan 500 juta sampai 2 M. Himpunan tersebut dapat dinyatakan dengan keanggotaan μ_{kaya} dengan grafik seperti di bawah ini:



Gambar 2.1 Fungsi Keanggotaan Himpunan Kabur "Kaya"

Misalnya seseorang mempunyai kekayaan 500 juta mempunyai derajat keanggotaan 0.5, yaitu $\mu_{\text{kaya}}(500) = 0.5$, dalam himpunan kabur "kaya" tersebut.

Definisi 2

Sebuah himpunan kabur μ pada X dikatakan kosong jika dan hanya jika $\mu(x) = 0$ untuk semua $x \in X$. Misalkan μ dan σ adalah himpunan-himpunan kabur pada X. Gabungan (*union*) $\mu \cup \sigma$ adalah himpunan kabur pada X yang didefinisikan dengan $(\mu \cup \sigma)(x) = max\ \{\mu(x), \sigma(x)\}$ untuk semua $x \in X$. Irisan (*intersection*) $\mu \cap \sigma$ adalah himpunan kabur pada X yang didefinisikan dengan $(\mu \cap \sigma)(x) = min\ \{\mu(x), \sigma(x)\}$ untuk semua $x \in X$ (Rosyida, dkk., 2012:2).

2.2 Graf Kabur

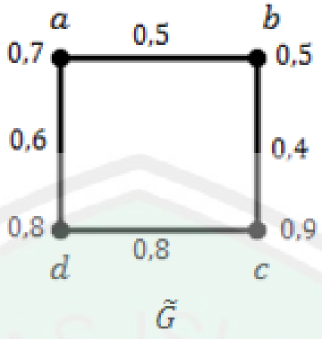
Tahun 1975 Rosenfeld memperkenalkan gagasan tentang graf kabur dan beberapa analog kabur dari konsep-konsep teoritik graf, seperti lintasan, sikel, dan keterhubungan. Bhattacharya (1987) dan Bhutani (1989) meneliti konsep tentang grup automorfisma kabur. Tahun 1993 Mordeson memperkenalkan konsep tentang graf garis kabur dan mengembangkannya (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:787).

Definisi 3

Graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ adalah sebuah himpunan dengan dua fungsi $\sigma: V \rightarrow [0,1]$ dan $\mu: E \rightarrow [0,1]$ sedemikian hingga $\mu(\{x,y\}) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $x, y \in V$. Selanjutnya kita tulis $\mu(xy)$ untuk $\mu(\{x,y\})$ (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:787).

Penulis mendefinisikan graf kabur $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah graf yang terdiri dari himpunan tidak kosong V dengan pasangan fungsi himpunan titik kabur $\sigma : V \rightarrow [0,1]$ dan himpunan sisi kabur $\mu : E \rightarrow [0,1]$, sedemikian hingga untuk setiap x, $y \in V$ memenuhi syarat $\mu(xy) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$, yang artinya derajat keanggotaan setiap sisi kurang dari atau sama dengan minimum derajat keanggotaan titik yang insiden dengan sisi tersebut. Selanjutnya penulisan notasi graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ dapat ditulis $\tilde{G}(\sigma, \mu)$ atau $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ atau $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$, atau secara sederhana $\tilde{G}$. Penulisan $\sigma(x)$ dan $\mu(x,y)$ pada Bab Pembahasan selanjutnya akan ditulis dengan $\sigma_{V(\tilde{G})}(x)$ dan $\mu_{E(\tilde{G})}\big((x,y)\big)$, berdasarkan penulisan derajat keanggotaan pada himpunan kabur.

Contoh:



Gambar 2.2 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c, d\}$, graf $\tilde{G}$ di atas adalah graf kabur karena memenuhi syarat-syarat graf kabur, yaitu:

$\mu(ab) \leq \sigma(a) \wedge \sigma(b) = 0{,}5 \leq 0{,}7 \wedge 0{,}5$

$\mu(bc) \leq \sigma(b) \wedge \sigma(c) = 0{,}4 \leq 0{,}5 \wedge 0{,}9$

$\mu(cd) \leq \sigma(c) \wedge \sigma(d) = 0{,}8 \leq 0{,}9 \wedge 0{,}8$

$\mu(ad) \leq \sigma(a) \wedge \sigma(d) = 0{,}6 \leq 0{,}7 \wedge 0{,}8$

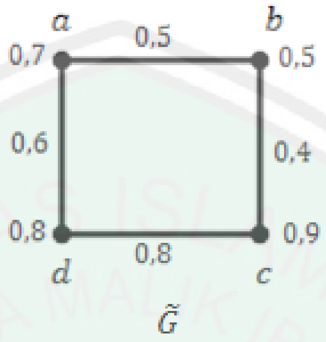
Definisi 4

Order p dan ukuran q dari graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ didefinisikan dengan $p = \sum_{x \in V} \sigma(x)$ dan $q = \sum_{xy \in E} \mu(xy)$ (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:787).

Penulis mendefinisikan order dari graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ yang dinotasikan p adalah jumlah derajat keanggotaan semua titik di $\tilde{G}(\sigma, \mu)$ dan ditulis $p = \sum_{x \in V} \sigma(x)$. Sedangkan ukuran dari graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ yang dinotasikan q adalah jumlah derajat keanggotaan semua sisi di $\tilde{G}(\sigma, \mu)$ dan ditulis $q = \sum_{xy \in E} \mu(xy)$.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.3 Graf Kabur $\tilde{G}$

Order graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $p = \sum_{x \in V} \sigma(x) = \sigma(a) + \sigma(b) + \sigma(c) + \sigma(d) = 0{,}7 + 0{,}5 + 0{,}9 + 0{,}8 = 2{,}9$. Sedangkan ukuran dari graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $q = \sum_{xy \in E} \mu(xy) = \mu(ab) + \mu(bc) + \mu(cd) + \mu(ad) = 0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}8 + 0{,}6 = 2{,}3$.

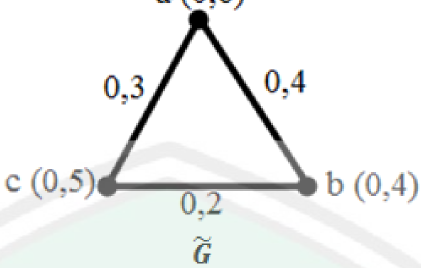
Definisi 5

Misalkan $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ graf kabur pada V dan $S \subseteq V$. Maka kardinalitas kabur dari S didefinisikan sebagai $\sum_{v \in S} \sigma(v)$ (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:787).

Penulis mendefinisikan kardinalitas kabur dari $S \subseteq V$ pada graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ adalah jumlah derajat keanggotaan semua titik $v \in S$ dan dinotasikan dengan $|\widetilde{S}|$.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.4 Graf Kabur $\tilde{G}$

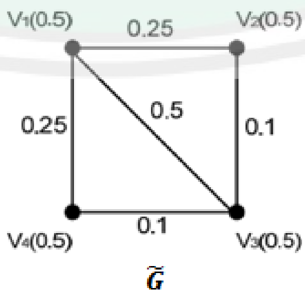
Himpunan titik dari graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c\}$. Misalkan $S \subseteq V = \{a, b\}$. Maka kardinalitas kabur dari S adalah $|\tilde{S}| = \sum_{v \in S} \sigma(v) = \sigma(a) + \sigma(b) = 0{,}6 + 0{,}4 = 1{,}0$.

Definisi 6

Komplemen graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ adalah graf kabur $\overline{G} = (\overline{\sigma}, \overline{\mu})$, dimana $\overline{\sigma} = \sigma$ dan $\overline{\mu}(u, v) = min\{\sigma(u), \sigma(v)\} - \mu(u, v)$ untuk semua $u, v \in V$ (Rosyida, dkk., 2012:3).

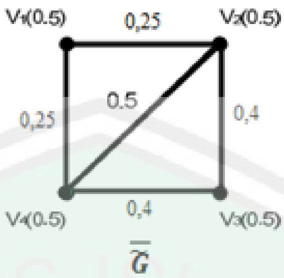
Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.5 Graf Kabur $\tilde{G}$

Maka berdasarkan definisi 6, komplemen dari graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah



Gambar 2.6 Komplemen Graf Kabur $\overline{\tilde{G}}$

Kita lihat pada gambar komplemen graf kabur $\tilde{G}$ di atas $\overline{\sigma}(v_1) = \sigma(v_1) = 0{,}5$, $\overline{\sigma}(v_2) = \sigma(v_2) = 0{,}5$, $\overline{\sigma}(v_3) = \sigma(v_3) = 0{,}5$, dan $\overline{\sigma}(v_4) = \sigma(v_4) = 0{,}5$. Sedangkan,

a. $\overline{\mu}(v_1, v_2) = min\{\sigma(v_1), \sigma(v_2)\} - \mu(v_1, v_2) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0{,}25 = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$,

b. $\overline{\mu}(v_2, v_3) = min\{\sigma(v_2), \sigma(v_3)\} - \mu(v_2, v_3) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0{,}1 = 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}4$,

c. $\overline{\mu}(v_3, v_4) = min\{\sigma(v_3), \sigma(v_4)\} - \mu(v_3, v_4) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0{,}1 = 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}4$,

d. $\overline{\mu}(v_1, v_4) = min\{\sigma(v_1), \sigma(v_4)\} - \mu(v_1, v_4) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0{,}25 = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$,

e. $\overline{\mu}(v_1, v_3) = min\{\sigma(v_1), \sigma(v_3)\} - \mu(v_1, v_3) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0{,}5 = 0{,}5 - 0{,}5 = 0$, dan

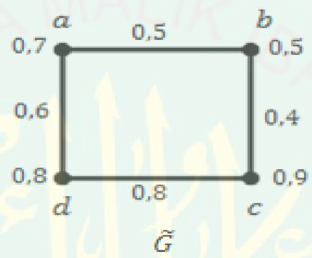
f. $\overline{\mu}(v_2, v_4) = min\{\sigma(v_2), \sigma(v_4)\} - \mu(v_2, v_4) = min\{0{,}5\ ,0{,}5\} - 0 = 0{,}5 - 0 = 0{,}5$.

Definisi 7

Misalkan $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ graf kabur, sebuah sisi $e = xy$ dari graf kabur $\tilde{G}$ dikatakan sisi efektif jika $\mu(xy) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:788).

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.7 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c, d\}$. Berdasarkan definisi dari sisi efektif, maka sisi ab dikatakan sisi efektif karena

$\mu(ab) \quad = \sigma(a) \wedge \sigma(b)$

$0{,}5 \quad = 0{,}7 \wedge 0{,}5$,

sisi bc bukan sisi efektif karena

$\mu(bc) \quad \neq \sigma(b) \wedge \sigma(c)$

$0{,}4 \quad \neq 0{,}5 \wedge 0{,}9$,

sisi cd dikatakan sisi efektif karena

$\mu(cd) \quad = \sigma(c) \wedge \sigma(d)$

$0{,}8 \quad = 0{,}9 \wedge 0{,}8$,

dan sisi ad bukan sisi efektif karena

$\mu(ad) \quad \neq \sigma(a) \wedge \sigma(d)$

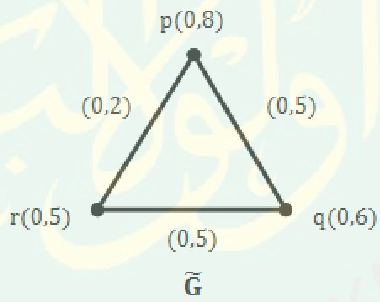
0,6 $\quad \neq$ 0,7 $\wedge$ 0,8.

Definisi 8

Dua titik u dan v pada graf kabur $\tilde{G}(V,\sigma,\mu)$ dikatakan bertetangga atau terhubung kuat jika $\mu(u,v) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma(u),\sigma(v)\}$, sebaliknya dikatakan bertetangga atau terhubung lemah yaitu jika $\mu(u,v) < \frac{1}{2} min\{\sigma(u),\sigma(v)\}$ (Rosyida, dkk., 2012:3).

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.8 Graf Kabur $\tilde{G}$

Berdasarkan definisi 8 titik p dan q dikatakan terhubung kuat karena

$\mu(p,q) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma(p),\sigma(q)\}$

0,5 $\quad \geq \frac{1}{2}$min{0,8 ,0,6}

0,5 $\quad \geq \frac{1}{2}$(0,6)

0,5 $\quad \geq$ 0,3,

dan titik q dan r juga terhubung kuat karena

$\mu(q,r) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma(q), \sigma(r)\}$

$0,5 \qquad \geq \frac{1}{2} \min\{0,6\ , 0,5\}$

$0,5 \qquad \geq \frac{1}{2}(0,5)$

$0,5 \qquad \geq 0,25.$

Sedangkan titik p dan r dikatakan terhubung lemah karena

$\mu(p,r) < \frac{1}{2} min\{\sigma(p), \sigma(r)\}$

$0,2 \qquad < \frac{1}{2} min\{0,8\ , 0,5\}$

$0,2 \qquad < \frac{1}{2}(0,5)$

$0,2 \qquad < 0,25.$

2.3 Himpunan dan Bilangan Dominasi pada Graf Kabur

Konsep tentang dominasi pada graf kabur diteliti oleh Somasundaram pada tahun 1998 dan 2004, sedangkan konsep tentang dominasi ganda pada graf diperkenalkan oleh Hrary dan Haynes pada tahun 2000 (Somasundaram, 2005:195).

Definisi 9

Misalkan $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah graf kabur dan misalkan $x, y \in V$. Kita katakan bahwa x mendominasi y jika $\mu(xy) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$. Sebuah subset S dari V dikatakan himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$ jika untuk setiap $y \in V - S$, terdapat $x \in S$ sedemikian hingga x mendominasi y (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:788).

Definisi 10

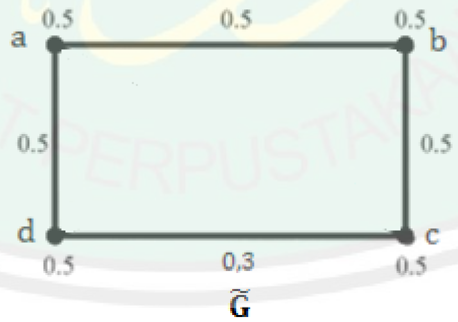
Bilangan dominasi kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma(\tilde{G})$ atau secara sederhana γ, dimana $\gamma(\tilde{G}) = |S| = \sum_{v \in S \subseteq V} \sigma(v)$ (Gani, 2011:1305).

Beberapa catatan tentang dominasi pada graf kabur antara lain (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:788):

1. Untuk sembarang $x, y \in V$, jika x mendominasi y maka y mendominasi x, oleh karena itu dominasi adalah sebuah relasi simetrik pada V.
2. Jika $\mu(x,y) < \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $x, y \in V$, maka jelas himpunan dominasi di $\tilde{G}$ hanyalah V.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut



Gambar 2.9 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c, d\}$. Berdasarkan definisi, titik a dikatakan mendominasi b karena

$\mu(ab) = \sigma(a) \wedge \sigma(b)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik b mendominasi a. Titik b dikatakan mendominasi c karena

$\mu(bc) = \sigma(b) \wedge \sigma(c)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik c mendominasi b. Titik a dikatakan mendominasi d karena

$\mu(ad) = \sigma(a) \wedge \sigma(d)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik d mendominasi a. Sedangkan titik c dikatakan tidak mendominasi d karena

$\mu(cd) \neq \sigma(c) \wedge \sigma(d)$

$0{,}3 \quad \neq 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}3 \quad \neq 0{,}5$

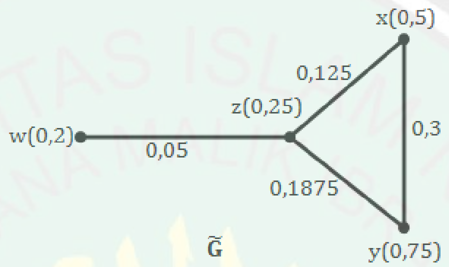
dan sebaliknya titik d tidak mendominasi c.

Misalkan $S_1 \subseteq V = \{a, b\}$ sehingga $V - S_1 = \{c, d\}$. Berdasarkan definisi 9, S_1 dikatakan himpunan dominasi kabur karena titik a dan b di S_1 mendominasi titik c dan d di $V - S_1$ dan sebaliknya. Sehingga $|\widetilde{S_1}| = \sum_{v \in S_1 \subseteq V} \sigma(v) = 0{,}5 + 0{,}5 = 1$. Misalkan $S_2 \subseteq V = \{a, b, c\}$ sehingga $\mathrm{V} - S_2 = \{d\}$. Berdasarkan definisi 9, S_2 dikatakan himpunan dominasi kabur karena titik a di S_2 mendominasi titik d di $V - S_2$ dan sebaliknya. Sehingga $|\widetilde{S_2}| = \sum_{\mathrm{v} \in \mathrm{S_2} \subseteq \mathrm{V}} \sigma(\mathrm{v}) =$

$0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 = 1{,}5$. Karena $|\widetilde{S_1}| < |\widetilde{S_2}|$ maka bilangan dominasi kabur dari graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $\gamma(\tilde{G}) = |\widetilde{S_1}| = \sum_{v \in S_1 \subseteq V} \sigma(v) = 0{,}5 + 0{,}5 = 1$.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.10 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{w, x, y, z\}$. Berdasarkan keterangan dari dominasi pada graf kabur menurut Somasundaram, maka himpunan dominasi pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{w, x, y, z\}$, dengan kardinalitas kabur $|\tilde{V}| = \sum_{v \in V} \sigma(v) = 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}75 + 0{,}25 = 1{,}7$. Sedemikian hingga bilangan dominasi dari $\tilde{G}$ adalah $\gamma(\tilde{G}) = 1{,}7$.

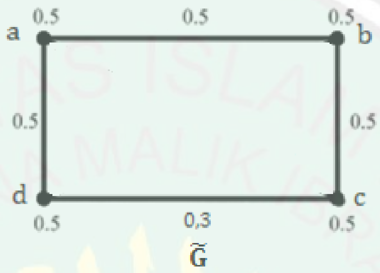
Definisi 11

Misalkan $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ graf kabur, misalkan $D \subseteq V$ dan D adalah himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$. Himpunan dominasi kabur D dari graf kabur $\tilde{G}$ dikatakan himpunan dominasi kabur minimal jika dan hanya jika untuk masing-masing titik $v \in V$, maka $D - \{v\}$ bukan himpunan dominasi kabur di $\tilde{G}$ (Shubatah, 2012:119).

Penulis menotasikan kardinallitas dari himpunan dominasi kabur minimal pada graf kabur $\tilde{G}$ dengan $\varphi(\tilde{G})$, atau dapat dituliskan $\varphi(\tilde{G}) = |D|$.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.11 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c, d\}$. Berdasarkan definisi, titik a dikatakan mendominasi b karena

$\mu(ab) = \sigma(a) \wedge \sigma(b)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik b mendominasi a. Titik b dikatakan mendominasi c karena

$\mu(bc) = \sigma(b) \wedge \sigma(c)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik c mendominasi b. Titik a dikatakan mendominasi d karena

$\mu(ad) = \sigma(a) \wedge \sigma(d)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}5$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik d mendominasi a. Sedangkan titik c dikatakan tidak mendominasi d karena

$\mu(cd) \neq \sigma(c) \wedge \sigma(d)$

$0,3 \quad \neq 0,5 \wedge 0,5$

$0,3 \quad \neq 0,5$

dan sebaliknya titik d tidak mendominasi c.

Misalkan $S_1 \subseteq V = \{a, b, c\}$ sehingga $V - S_1 = \{d\}$. Berdasarkan definisi 11, S_1 dikatakan himpunan dominasi kabur karena titik d di $V - S_1$ didominasi oleh minimal satu titik di S_1 yaitu titik a. Misalkan $S_1 - \{c\} = \{a, b\}$ tetap himpunan dominasi karena titik d di $V - S_1$ masih didominasi oleh minimal satu titik di $S_1 - \{c\}$ yaitu titik a. Jadi $S_1 = \{a, b, c\}$ bukan himpunan dominasi kabur minimal.

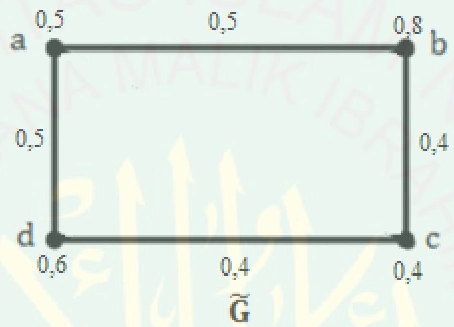
Misalkan $S_2 \subseteq V = \{a, b\}$ sehingga $\mathrm{V} - S_2 = \{c, d\}$. Berdasarkan definisi 11, S_2 dikatakan himpunan dominasi kabur karena titik a dan b di S_1 mendominasi titik c dan d di $V - S_2$ dan sebaliknya. Misalkan $S_2 - \{a\} = \{b\}$ bukan merupakan himpunan dominasi kabur lagi karena titik d di $V - S_2$ tidak didominasi oleh satu titik pun di $S_2 - \{a\}$. Jadi $S_2 = \{a, b\}$ merupakan himpunan dominasi kabur minimal di $\tilde{G}$ dan $\varphi(\tilde{G}) = |S_2| = 2$.

Definisi 12

Misalkan $\tilde{G}\,(\sigma, \mu)$ adalah graf kabur. Sebuah subset D dari V disebut himpunan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ jika untuk setiap titik di $V - D$ didominasi oleh sedikitnya dua titik di D. Bilangan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi ganda kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$ atau secara sederhana γ_{fdd} (Mahioub dan Soner, 2012:3).

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}$ sebagai berikut:



Gambar 2.12 Graf Kabur $\tilde{G}$

Himpunan titik pada graf kabur $\tilde{G}$ di atas adalah $V = \{a, b, c, d\}$. Berdasarkan definisi, titik a dikatakan mendominasi b karena

$\mu(ab) = \sigma(a) \wedge \sigma(b)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}8$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik b mendominasi a. Titik b dikatakan mendominasi c karena

$\mu(bc) = \sigma(b) \wedge \sigma(c)$

$0{,}4 \quad = 0{,}8 \wedge 0{,}4$

$0{,}4 \quad = 0{,}4$

dan sebaliknya titik c mendominasi b. Titik c dikatakan mendominasi d karena

$\mu(cd) = \sigma(c) \wedge \sigma(d)$

$0{,}4 \quad = 0{,}4 \wedge 0{,}6$

$0{,}4 \quad = 0{,}4$

dan sebaliknya titik d mendominasi c. Titik a dikatakan mendominasi d karena

$\mu(ad) = \sigma(a) \wedge \sigma(d)$

$0{,}5 \quad = 0{,}5 \wedge 0{,}6$

$0{,}5 \quad = 0{,}5$

dan sebaliknya titik d mendominasi a.

Misalkan $D_1 \subseteq V = \{a, c\}$ sehingga $V - D_1 = \{b, d\}$. Berdasarkan definisi 12, D_1 dikatakan himpunan dominasi ganda kabur karena titik b di $V - D_1$ didominasi oleh dua titik di D_1 yaitu titik a dan c, begitu pula dengan titik d di $V - D_1$ juga didominasi oleh dua titik di D_1 yaitu titik a dan c. Sehingga $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1 \subseteq V} \sigma(v) = 0{,}5 + 0{,}4 = 0{,}9$. Misalkan $D_2 \subseteq V = \{b, d\}$ sehingga $V - D_2 = \{a, c\}$. Berdasarkan definisi D_2 dikatakan himpunan dominasi ganda kabur karena titik a di $V - D_2$ didominasi oleh dua titik di D_2 yaitu titik b dan d, begitu juga dengan titik c di $V - D_2$ juga didominasi oleh dua titik di D_2 yaitu titik b dan d. Sehingga $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2 \subseteq V} \sigma(v) = 0{,}8 + 0{,}6 = 1{,}4$. Maka bilangan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ di atas adalah $\gamma_{fdd}\left(\tilde{G}\right) = min\{0{,}9 \,, 1{,}4\,\} = 0{,}9$.

2.4 Pewarnaan Titik dan Bilangan Kromatik pada Graf Kabur

Definisi 13

Sebuah keluarga himpunan $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k\}$ dari subset-subset kabur pada V dikatakan pewarnaan kabur-k dari graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ jika:

i. $\delta_1 \cup \delta_2 \cup \ldots \cup \delta_k = \sigma$,

ii. $min\{\delta_i(u), \delta_j(u) | 1 \leq i \neq j \leq k\} = 0$ untuk semua $u \in V$,

iii. untuk setiap titik-titik u, v di $\tilde{G}$ yang bertetangga atau terhubung kuat, $min\{\delta_i(u), \delta_i(v)\} = 0$ $(1 \leq i \leq k)$.

Bilangan kromatik kabur pada graf kabur $\tilde{G}$ adalah nilai k terkecil sedemikian hingga graf kabur $\tilde{G}$ memiliki pewarnaan kabur-k dan dinotasikan dengan $\chi_F(\tilde{G})$ (Rosyida, 2012:3).

Penulis mendefinisikan pewarnaan-k pada graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ adalah keluarga himpunan kabur pada V: $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k\}$ yang memenuhi:

i. $maks\{\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k\} = \sigma$,

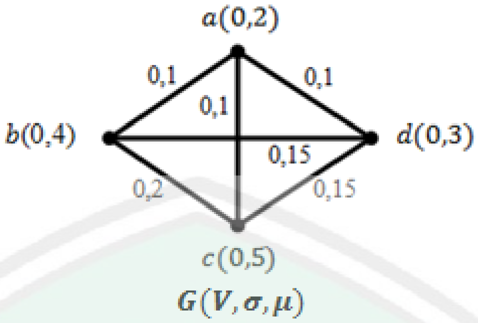
ii. $\delta_i(u) \wedge \delta_j(u) = 0$ atau $min\{\delta_i(u), \delta_j(u) | 1 \leq i \neq j \leq k\} = 0$ untuk semua $u \in V$,

iii. untuk setiap titik-titik u, v di $\tilde{G}$ yang bertetangga atau terhubung kuat, $min\{\delta_i(u), \delta_i(v)\} = 0$ $(1 \leq i \leq k)$.

Bilangan asli terkecil k pada pewarnaan-k dari graf kabur $\tilde{G}$ disebut bilangan kromatik dari $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\chi_F(\tilde{G})$.

Contoh:

Diberikan graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ sebagai berikut:



Gambar 2.13 Graf Kabur $\tilde{G}(V,\sigma,\mu)$

Misalkan $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$ adalah keluarga himpunan yang didefinisikan pada V seperti pada tabel berikut:

Tabel 2.1: Keluarga $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$ dari Himpunan-Himpunan Kabur pada V pada Graf Kabur $\tilde{G}(V,\sigma,\mu)$

Titik	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	Maks
a	0,2	0	0	0	0,2
b	0	0,4	0	0	0,4
c	0	0	0,5	0	0,5
d	0	0	0	0,3	0,3

Kita lihat pada tabel 2.1 di atas bahwa keluarga Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf kabur $\tilde{G}(V,\sigma,\mu)$ di atas adalah $\chi_F(\tilde{G}) = 4$.

2.5 Jenis-Jenis Graf Kabur

2.5.1 Graf Lintasan Kabur

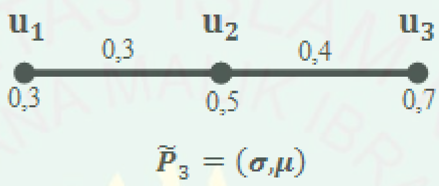
Definisi 14

Lintasan P pada graf kabur $\tilde{G} = (V,\sigma,\mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_{i-1}u_i) > 0$ untuk $1 \le i \le$

n dan n disebut panjang dari P. Lintasan P disebut $u_0 - u_n$ lintasan (Somasundaram, 2005:2).

Berdasarkan penulisan notasi graf kabur maka penulis menotasikan penulisan graf lintasan kabur dengan $\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu)$.

Contoh:



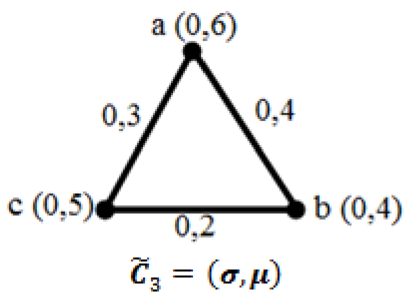
Gambar 2.14 Graf Lintasan Kabur $\widetilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$

2.5.2 Graf Sikel Kabur

Definisi 15

Sebuah sikel C pada graf kabur $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah barisan titik-titik yang jelas $(u_0, u_1, u_2, \dots, u_n)$ sedemikian hingga $\mu(u_i, u_{i+1}) > 0$ untuk $1 \leq i \leq n$ dan $\mu(u_j, u_k) = 0$ untuk $k \neq j + 1$, dengan $u_1 = u_n$ dan n dikatakan panjang dari C. Sebuah sikel C pada graf kabur $\tilde{G}$ dapat disebut graf sikel kabur (Rosyida, 2012:4).

Contoh:



Gambar 2.15 Graf Sikel Kabur $\tilde{C}_3 = (\sigma, \mu)$

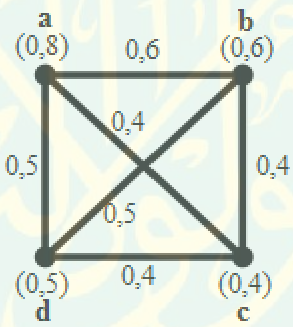
2.5.3 Graf Komplit Kabur

Definisi 16

Misalkan $\sigma: V \to [0,1]$ adalah subset kabur dari V. Maka graf komplit kabur pada σ didefinisikan dengan (σ, μ) dengan $\mu(x,y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $xy \in E$ dan dinotasikan dengan $\tilde{K}_{\sigma}$ (Somasundaram dan Somasundaram, 1998:787).

Penulis mendefinisikan graf kabur $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ dikatakan komplit jika $\mu(x,y) = min\, \{\sigma(x), \sigma(y)\} \forall u, v \in V$ dan dinotasikan dengan $\tilde{K}_{\sigma}$.

Contoh:



Gambar 2.16 Graf Komplit Kabur

2.6 Dominasi Jin atau Syaitan terhadap Manusia

Masalah tentang dominasi jin atau syaitan terhadap manusia banyak dijelaskan dalam Al-Quran, salah satu di antaranya adalah firman Allah dalam surat Al-A'raaf ayat 179 sebagaimana berikut:

وَلَقَدْ ذَرَأْنَا لِجَهَنَّمَ كَثِيرًا مِّنَ ٱلْجِنِّ وَٱلْإِنسِ ۖ لَهُمْ قُلُوبٌ لَّا يَفْقَهُونَ بِهَا وَلَهُمْ أَعْيُنٌ لَّا
يُبْصِرُونَ بِهَا وَلَهُمْ ءَاذَانٌ لَّا يَسْمَعُونَ بِهَآ ۚ أُو۟لَـٰٓئِكَ كَٱلْأَنْعَـٰمِ بَلْ هُمْ أَضَلُّ ۚ أُو۟لَـٰٓئِكَ هُمُ
ٱلْغَـٰفِلُونَ ﴿١٧٩﴾

Artinya: *"Dan Sesungguhnya Kami jadikan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, mereka mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). mereka itu sebagai binatang ternak, bahkan mereka lebih sesat lagi. mereka Itulah orang-orang yang lalai"* (Q.S. Al-A'raaf:179).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa sesungguhnya Allah menciptakan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, yang artinya kelak penghuni neraka Jahannam didominasi oleh jin dan manusia, yaitu manusia yang mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). Sehingga dapat disimpulkan bahwa manusia yang dimaksud adalah manusia yang perbuatan baiknya lebih sedikit daripada perbuatan buruknya, yaitu manusia-manusia yang telah didominasi oleh syaitan atau jin ('Abdullah, 2006:489).

'Abdullah (2006:489) dalam Tafsir Ibnu Katsir menjelaskan bahwa Allah mempersiapkan jin dan manusia untuk mengisi Neraka Jahannam dan dengan amalan penghuni Nerakalah mereka akan beramal. Pada ayat di atas disebutkan pula bahwa *"Mereka mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah), mereka itu sebagai binatang ternak, bahkan mereka lebih sesat lagi."* Maksudnya, mereka sama sekali tidak memanfaatkan anggota badan ini, yang telah dijadikan oleh Allah sebagai sarana untuk mendapatkan petunjuk. Sebagaimana firman-Nya dalam Q.S. Al-Ahqaaf:26 yang artinya: "*Dan Kami telah memberikan kepada mereka pendengaran, penglihatan, dan hati mereka itu tidak berguna sedikit pun bagi mereka, karena mereka selalu mengingkari ayat-ayat Allah.*" Padahal sebenarnya mereka itu tidaklah tuli, bisu, dan buta, kecuali terhadap petunjuk Allah SWT. Sedangkan perumpamaan mereka sebagai binatang ternak, maksudnya mereka tidak dapat mendengar kebenaran dan tidak pula membelanya, serta tidak dapat melihat petunjuk, adalah seperti binatang yang digembalakan yang tidak dapat memanfaatkan anggota tubuhya, kecuali untuk mempertahankan kehidupan dunia saja. Bahkan mereka lebih sesat daripada binatang, karena binatang itu walaupun demikian, terkadang masih mau mentaati sang penggembala jika dilarang, meskipun binatang itu tidak memahami ucapannya, berbeda dengan orang-orang tersebut ('Abdullah, 2006: 490).

Terjadinya fenomena tersebut tidak lain adalah dikarenakan godaan jin atau syaitan yang terkutuk. Mereka telah berjanji untuk selalu menggoda dan menyesatkan umat manusia sampai datangnya hari kiamat, seperti yang disebutkan oleh firman Allah SWT dalam Q.S. Shaad ayat 71-85. Ayat yang serupa dengan ayat tersebut diantaranya adalah dalam Q.S. Al-Kahfi ayat 50 dan ayat 39-40 pada Q.S. Al-Hijr, yaitu sebagai berikut (Ramadhani, 2009:23):

وَإِذْ قُلْنَا لِلْمَلَـٰٓئِكَةِ ٱسْجُدُوا۟ لِءَادَمَ فَسَجَدُوٓا۟ إِلَّآ إِبْلِيسَ كَانَ مِنَ ٱلْجِنِّ فَفَسَقَ عَنْ أَمْرِ رَبِّهِۦٓ ۗ
أَفَتَتَّخِذُونَهُۥ وَذُرِّيَّتَهُۥٓ أَوْلِيَآءَ مِن دُونِى وَهُمْ لَكُمْ عَدُوٌّۢ ۚ بِئْسَ لِلظَّـٰلِمِينَ بَدَلًا ﴿٥٠﴾

Artinya: *"Dan (ingatlah) ketika Kami berfirman kepada Para Malaikat: "Sujudlah kamu kepada Adam, Maka sujudlah mereka kecuali iblis. Dia adalah dari golongan jin, Maka ia mendurhakai perintah Tuhannya. Patutkah kamu mengambil Dia dan turanan-turunannya sebagai* *pemimpin selain daripada-Ku, sedang mereka adalah musuhmu? Amat buruklah iblis itu sebagai pengganti (dari Allah) bagi orang-orang yang zalim"* (Q.S. Al-Kahfi:50).

قَالَ رَبِّ بِمَآ أَغۡوَيۡتَنِي لَأُزَيِّنَنَّ لَهُمۡ فِي ٱلۡأَرۡضِ وَلَأُغۡوِيَنَّهُمۡ أَجۡمَعِينَ ٣٩ إِلَّا عِبَادَكَ مِنۡهُمُ
ٱلۡمُخۡلَصِينَ ٤٠

Artinya: *"Iblis berkata: "Ya Tuhanku, oleh sebab Engkau telah memutuskan bahwa aku sesat, pasti aku akan menjadikan mereka memandang baik (perbuatan ma'siat) di muka bumi, dan pasti aku akan menyesatkan mereka semuanya, Kecuali hamba-hamba Engkau yang mukhlis di antara mereka"* (Q.S. Al-Hijr: 39-40).

Fenomena gangguan jin atau syaitan terhadap manusia adalah hal ikhwal yang nyata, karena pada dasarnya perang antara kejahatan dan kebaikan tidak akan pernah berhenti sampai akhir jaman. Dan sesungguhnya syaitan adalah musuh yang nyata bagi manusia dan tidak akan pernah berhenti untuk menyesatkan manusia dengan berbagai cara. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Q.S. Yaasin ayat 60, yaitu (Arifuddin, 2010:10):

أَلَمۡ أَعۡهَدۡ إِلَيۡكُمۡ يَٰبَنِيٓ ءَادَمَ أَن لَّا تَعۡبُدُواْ ٱلشَّيۡطَٰنَۖ إِنَّهُۥ لَكُمۡ عَدُوّٞ مُّبِينٞ ٦٠

Artinya: *"Bukankah aku telah memerintahkan kepadamu Hai Bani Adam supaya kamu tidak menyembah syaitan? Sesungguhnya syaitan itu adalah musuh yang nyata bagi kamu"* (Q.S. Yaasiin:60).

Melihat kembali sumpah iblis untuk menyesatkan manusia dalam surat Al-Hijr ayat 39-40, maka sudah seharusnya kita sebagai seorang muslim senantiasa waspada terhadap musuh abadi kita, yaitu iblis dan balatentaranya dalam menyesatkan manusia (Ramadhani, 2009:25).

Manusia pada dasarnya terlahir secara fitrah sebagai manusia yang hatinya bersih, maka hati manusialah yang menjadi sasaran utama syaitan untuk disesatkan. Lalu, bagaimana cara jin atu syaitan itu menyesatkan manusia?

Menurut Ibnu Qoyyim, jin atau syaitan mengganggu manusia pertama melalui bisikan, selanjutnya muncul kehendak, akhirnya lahirlah perbuatan. Cara yang paling mudah melawan syaitan adalah menolak semua bentuk bisikan yang pertama kali muncul. Apabila bisikan ini tidak segera ditepis dengan berlindung kepada Allah SWT, maka bisikan itu akan menjadi kehendak, kalau diikuti terus akan menjadi perbuatan. Kalau sudah teraplikasi menjadi perbuatan, maka untuk melawannya juga membutuhkan energi keimanan yang besar (Arifuddin, 2010:11).

Ibaratnya kalau gangguan jin itu masih sepuluh persen, maka lebih mudah diatasi dibandingkan dengan yang lima puluh persen apalagi yang sudah mencapai seratus persen. Oleh karena itu Allah SWT mengingatkan apabila kita merasakan adanya gangguan syaitan dari golongan jin pada diri kita agar segera berlindung dan meminta pertolongan kepada Allah dari gangguan dan kejahatan syaitan tersebut (Arifuddin, 2010:11).

"Dan jika syaitan mengganggumu dengan suatu gangguan, maka mohonlah perlindungan kepada Allah. Sesungguhnya Dia-lah yang Maha Mendengar lagi Maha Mengetahui"(Q.S. Fushilat: 36).

Syaitan mengelilingi manusia dari segala sudut. Sebagian mereka ada yang mengganggu, ada yang menyembur dan ada pula yang menguasainya dengan mengganggunya, dan menyemburnya terhadap yang tidak ber-ta'awwuz dan doa. Orang yang dikuasainya itu kebingungan. Ia tidak dapat membedakan mana yang makruf sehingga ia menganggap mungkar. Ia tidak mengetahui yang mungkar sehingga ia menganggap makruf. Hal itu tentu memberikan pengaruh bagi jiwa dan anggota badan dengan kondisi keragu-raguan. Orang itu akan mengerjakan sesuatu tanpa tujuan. Ia merasa senang mengerjakan sesuatu yang bukan keinginannya karena syaitan menguasainya. Mereka yang mengalaminya adalah kaum fasik dan pelaku maksiat. Sebagaimana firman Allah Ta'ala (Arifuddin, 2010:12):

ٱسْتَحْوَذَ عَلَيْهِمُ ٱلشَّيْطَٰنُ فَأَنسَىٰهُمْ ذِكْرَ ٱللَّهِ ۚ أُو۟لَٰٓئِكَ حِزْبُ ٱلشَّيْطَٰنِ ۚ أَلَآ إِنَّ حِزْبَ ٱلشَّيْطَٰنِ هُمُ ٱلْخَٰسِرُونَ ١٩

Artinya: "Syaitan telah menguasai mereka lalu menjadikan mereka lupa mengingat Allah, mereka itulah golongan syaitan. Ketahuilah, bahwa sesungguhnya golongan syaitan itulah golongan yang merugi" (Q.S. Al-Mujaadalah:19).

Ibnu Katsir menyatakan dalam tafsirnya bahwa syaitan menguasai hati mereka sehingga sering melupakan mereka untuk berdzikir kepada Allah Azza wa Jalla. Ia meriwayatkan dari Abu Darda bahwa Rasulullah Shallallahu 'Alaihi wa Sallam bersabda, "*Tidaklah tiga kampung atau pelosok yang tidak dilaksanakan shalat di antara mereka melainkan syaitan menguasai mereka, maka hendaklah kamu berjamaah karena serigala hanya memakan kambing yang berpisah (dari jamaahnya)*" (HR. Ahmad, Abu Dawud, dan an-Nasa'i). Ia menambahkan bahwa as-Saib berkata mengenai shalat berjamaah. Firman Allah Ta'ala (Ramadhani, 2009:27):

وَمَن يَعْشُ عَن ذِكْرِ ٱلرَّحْمَٰنِ نُقَيِّضْ لَهُۥ شَيْطَٰنًا فَهُوَ لَهُۥ قَرِينٌ ٣٦

Artinya: "Barangsiapa yang berpaling dari pengajaran (Tuhan) yang maha pemurah (Al-Qur'an), kami adakan baginya syaitan (yang menyesatkan maka syaitan itulah yang menjadi teman yang selalu menyertainya" (Q.S. Az-Zukhruf:36).

Al-Baghawi menyatakan mengenai berpaling dari zikir kepada Ar-Rahman, sehingga ia tidak merasa takut kepada siksa-Nya dan tidak mengharapkan ganjaran-Nya. *Nuqayyidh Lahusy Syaithan* artinya kita yang dipengaruhi syaitan dan dikuasainya, yang dijadikan teman, tak pernah berpisah dengannya, dihiasai sifat buta kepadanya dan mengkhayalkan bahwa itulah hidayah (Ramadhani, 2009:28).

Arifuddin (2010:20) menjelaskan bahwa gangguan jin terhadap manusia dalam bentuk non-fisik banyak sekali, misalnya dalam bentuk gangguan prilaku, gangguan psikis, gangguan cara berpikir dan yang lebih berbahaya adalah gangguan kenyakinan (keimanan). Ketika seseorang terindikasi terkena gangguan jin disadari ataupun tidak akan muncul berbagai dampak negatif dalam dirinya.

Pertama, Gangguan prilaku: ketika seseorang terkena gangguan jin, maka akan terjadi perubahan prilaku secara bertahap ke arah yang negatif. Misalnya, seorang suami berlaku zhalim terhadap istrinya, ataupun kalau istri senantiasa berani terhadap suaminya, berbuat maksiat (selingkuh, miras, dan lain-lain). Jika pelaku itu seorang anak maka ia akan menjadi anak yang durhaka terhadap orang tua. Jika ia seorang karyawan dibuat tidak jujur, korupsi dan begitulah seterusnya sesuai dengan kedudukan dan fungsi seseorang sesuai dengan status sosialnya (Arifuddin, 2010:20).

Kedua, gangguan psikis; secara psikis orang terkena gangguan jin akan muncul rasa cemas, was-was, takut, gelisah, dan merasa tidak nyaman. Yang jelas hatinya senantiasa gelisah, kalut, bingung terhadap dirinya. Titik klimaksnya adalah depresi, dan kalau tidak ada penanganan yang tepat dapat menjadi gila (Arifuddin, 2010:21).

Ketiga, gangguan cara berpikir; segala bentuk pikirannya itu merupakan pikiran yang salah, menyelesihi Al-Quran dan As-Sunnah adalah bagian dari produk pikiran yang di dalamnya ditunggangi syaitan. Sekarang ini, yang populer adalah pikiran orang-orang liberal (JIL), pengusung paham pluralis (semua agama sama), sekuler dan berbagai bentuk pemikiran yang pada intinya berseberangan dengan Al-Quran dan As-Sunnah. Begitu juga dengan segala bentuk perilaku dosa dan maksiat adalah produk dari kesalahan berpikir yang itu ditunggangi jin atau syaitan (Arifuddin, 2010:21).

Keempat, gangguan kenyakinan (keimanan); jenis gangguan ini adalah jenis gangguan jin atau syaitan yang paling berbahaya. Yaitu menjauhkan kita dari ketaatan kepada Allah Subhanahu Wa Ta'ala. Pelan namun pasti, secara bertahap menyesatkan manusia. Dapat dalam betuk kesyirikan atau perbuatan bid'ah. Jenis yang keempat ini, jika menimpa seseorang kerap kali pelakunya tidak sadar, bahwa apa yang dilakukan adalah salah, bahkan menganggapnya sebagai kebenaran dan cenderung marah terhadap orang yang berusaha mengingatkan terhadap kesalahan tersebut. Ini adalah salah satu hakekat kesurupan yang terbesar. Sebagaimana yang telah dinyatakan oleh Syekhul Islam Ibnu Taimiyah dalam kitabnya Al-Furqon Baina Auliya'Rrahman wa Auliya' Syaithon (Arifuddin, 2010:22).

Keempat gangguan tersebut, berada dalam diri seseorang secara berkesinambungan. Awalnya jin atau syaitan membisiki manusia, lalu bisikan itu direspon oleh otaknya menghasilkan pola pikir. Dari pikiran direspon hatinya, jadilah gangguan psikis. Jika direspon tubuhnya, jadilah gangguan prilaku, dan puncaknya mempengaruhi keimanannya. Karena kita sering melalaikan gangguan ini, maka kita pun menganggapnya sepele. Memang respon setiap orang terhadap model gangguan ini berbeda. Bagi mereka yang memang berada dalam keimanan yang tinggi, gangguan ini dapat langsung segera ditepis dengan ketaatannya. Jika keimanannya berada di tengah-tengah, maka akan terjadi pertarungan di dalamnya. Akan tetapi bagi mereka dalam kondisi keimanan yang minim atau bahkan kondisi yang jauh dari Allah Subhanahu Wa Ta'ala, maka gangguan ini akan semakin mensupport dirinya untuk semakin jauh dari Allah Subhanahu Wa Ta'ala (Arifuddin, 2010:22-23).

Mahluk ruh (gaib) seperti jin, syaitan, genderuwo, siluman dan lain sebagainya selalu berusaha menanamkan pengaruh buruk dan negatif kedalam hati dan fikiran manusia. Sebaliknya malaikat selalu berusaha membisikan pengaruh baik dan positif dalam kehidupan manusia. Orang yang suka memperturutkan keinginan hawa nafsu, tidak percaya pada Allah dan kehidupan akhirat, cenderung untuk mengikuti bisikan syaitan dan jin untuk melakukan perbuatan buruk dan negatif. Orang yang tidak suka memperturutkan keinginan hawa nafsu serta beriman pada Allah dan kehidupan akhirat cenderung mengikuti bisikan Malaikat yang mengajak untuk berbuat kebaikan. Setiap saat kita selalu berinteraksi dengan mahluk ruh (ghaib) disekitar kita, itu adalah hal alamiah yang tidak dapat kita hindari. Bisikan baik dan buruk dari mahluk ruh disekitar kita silih berganti masuk ke dalam fikiran dan hati kita. Bisikan yang dominan, akan membentuk karakter dan kepribadian seseorang. Mereka yang banyak dipengaruhi bisikan negatif dari golongan jin dan syaitan akan cenderung melakukan perbuatan negatif dan buruk. Mereka yang beriman dan yakin akan kehidupan akhirat terpelihara dari bisikan negatif tersebut dan mereka cenderung pada bisikan Malaikat yang selalu mengajak pada kebaikan (Fadhil, 2011:17).

Perlu diingat, bahwa banyak dari kita yang tidak paham terhadap berbagai bentuk gangguan jin tersebut. Kita hanya menganggap gangguan jin hanya ada pada orang yang mengalami kesurupan saja. Apabila gangguan jin tersebut bersifat permanen dan terus menerus maka akan membentuk karakter atau kepribadian (Arifuddin, 2010:25).

Menurut Fadhil (2011:32) bangsa jin adalah makhluk yang kuat. Sebagai contoh dalam Q.S. An-Naml ayat 30 dimana dalam surah tersebut Nabi Sulaiman As tidak mengingkari pernyataan jin Ifrit. Tapi harus diperhatikan bahwa hal ini tidak dapat disimpulkan bahwa jin dapat melakukan segala hal, apalagi hal-hal yang dapat membuat seseorang menjadi syirik. Sebab sebagaimana kita ketahui bahwa tidak ada satupun makhluk yang dapat melakukan sesuatu kecuali mendapatkan izin dari Allah SWT. Seperti firman Allah SWT dalam Q.S. Al-An’am ayat 112 sebagai berikut:

وَكَذَٰلِكَ جَعَلۡنَا لِكُلِّ نَبِيٍّ عَدُوًّا شَيَٰطِينَ ٱلۡإِنسِ وَٱلۡجِنِّ يُوحِي بَعۡضُهُمۡ إِلَىٰ بَعۡضٖ زُخۡرُفَ ٱلۡقَوۡلِ
غُرُورٗاۚ وَلَوۡ شَآءَ رَبُّكَ مَا فَعَلُوهُۖ فَذَرۡهُمۡ وَمَا يَفۡتَرُونَ ١١٢

Artinya: *“Dan Demikianlah Kami jadikan bagi tiap-tiap Nabi itu musuh, Yaitu syaitan-syaitan (dari jenis) manusia dan (dan jenis) jin, sebahagian mereka membisikkan kepada sebahagian yang lain perkataan-perkataan yang indah-indah untuk menipu (manusia). Jikalau Tuhanmu menghendaki, niscaya mereka tidak mengerjakannya, Maka tinggalkanlah mereka dan apa yang mereka ada-adakan”* (Q.S. Al-An’am:12).

Fadhil (2011:33) menyatakan bahwa kekuatan syaitan dalam menyesatkan atau menggelincirkan hanya dapat terlaksana bagi orang-orang yang keluar dari wilayah penghambaan dan tauhid, dan mereka lebih memilih akan bisikan-bisikan syaitan. Sebagaimana syaitan sendiri yang menyatakan bahwa saya tidak memiliki kekuasaan terhadap hamba-hamba yang *mukhlas*, yaitu hamba-hamba yang disucikan (dari dosa) atau hamba-hamba yang telah diberi taufiq untuk mentaati segala petunjuk dan perintah Allah SWT. Lagipula wilayah syaitan terhadap manusia hanya dalam batasan was-was atau bisikan semata, dan tidak sampai menghilangkan ikhtiar yang ada pada manusia. Dikarenakan syaitan adalah wujud *mitsâli* dan *khiyâli* yang tidak akan pernah sampai kepada makam *mukhlas* yaitu makam *akli* atau makam manusia sempurna. Ketaatan manusia kepada nafsu *ammarah* akan memberikan jalan kepada syaitan untuk mendominasi manusia, kemudian secara perlahan-lahan manusia akan jatuh ke dalam perangkap syaitan. Akhirnya manusia akan terjerembab pada jalan kesesatan. Satu-satunya jalan agar dapat terhindar dari bisikan dan was-was syaitan adalah perhatian penuh kepada Tuhan dan mengerdilkan diri dalam berhadapan dengan Singgasana Tuhan. Allah SWT berfirman dalam Q.S. Al-Hijr ayat 42 sebagai berikut:

إِنَّ عِبَادِى لَيْسَ لَكَ عَلَيْهِمْ سُلْطَٰنٌ إِلَّا مَنِ ٱتَّبَعَكَ مِنَ ٱلْغَاوِينَ ﴿٤٢﴾

Artinya: "*Sesungguhnya hamba-hamba-Ku tidak ada kekuasaan bagimu terhadap mereka, kecuali orang-orang yang mengikut kamu, Yaitu orang-orang yang sesat"* (Q.S. Al-Hijr:42).

BAB III

PEMBAHASAN

Misalkan $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ adalah graf kabur. Sebuah subset D dari V disebut himpunan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ jika untuk setiap titik di $V - D$ didominasi oleh sedikitnya dua titik di D. Bilangan dominasi ganda kabur dari $\tilde{G}$ adalah kardinalitas kabur terkecil dari himpunan dominasi ganda kabur di $\tilde{G}$ dan dinotasikan dengan $\gamma_{fdd}(\tilde{G})$ atau secara sederhana γ_{fdd} (Mahioub dan Soner, 2012:3).

Sebuah keluarga himpunan $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k\}$ dari subset-subset kabur pada V dikatakan pewarnaan kabur-k dari graf kabur $\tilde{G}(V, \sigma, \mu)$ jika:

i. $\delta_1 \cup \delta_2 \cup \ldots \cup \delta_k = \sigma$

ii. $min\{\delta_i(u), \delta_j(u) \middle| 1 \leq i \neq j \leq k\} = 0$ untuk semua $u \in V$

iii. untuk setiap titik-titik u, v di $\tilde{G}$ yang bertetangga atau terhubung kuat, $min\{\delta_i(u), \delta_i(v)\} = 0 \ (1 \leq i \leq k)$.

Bilangan kromatik kabur pada graf kabur $\tilde{G}$ adalah nilai k terkecil sedemikian hingga graf kabur $\tilde{G}$ memiliki pewarnaan kabur-k dan dinotasikan dengan $\chi_F(\tilde{G})$ (Rosyida, 2012:3).

Penulis menotasikan kardinalitas dari himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{G}$ dengan $\varphi_{fdd}(\tilde{G})$, atau dapat dituliskan $\varphi_{fdd}(\tilde{G}) = |D|$.

3.1 Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur untuk Setiap $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)}$ Konstan

Pembahasan pada bab ini akan dimulai pada (1) mendefinisikan graf kabur lintasan ($\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$) untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan, monoton naik, dan selang-seling; (2) penentuan semua himpunan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur yang dimulai dari $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$; (3) penentuan himpunan dominasi ganda kabur minimal dan kardinalitasnya pada graf lintasan kabur yang dimulai dari $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$; (4) penentuan bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur yang dimulai dari $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ - $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$; (5) penentuan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\chi_F(\tilde{P}_n)$; kemudian (6) menentukan pola himpunan dominasi ganda kabur minimal, pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur ($\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$); dan (7) membuktikan bahwa pola benar secara umum.

Pada pembahasan ini graf lintasan kabur yang diteliti dimulai dari $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$, karena graf lintasan kabur yang memiliki himpunan dominasi ganda kabur adalah $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$.

3.1.1 Graf Lintasan Kabur-3 $(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu))$

Pada pembahasan bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur ini, penulis membatasi objek penelitian yaitu untuk setiap graf lintasan kabur ($\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$) didefinisikan untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], \forall\, v_i \in V$, dengan $1 \leq i \leq n$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}\left(v_j\right) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}\left(v_{j+1}\right) = x \in [0,1]$$

dengan $1 \leq j \leq n-1$.

Dengan kata lain untuk setiap $v_i \in V$, nilai $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan yaitu $x \in [0,1]$, sedemikian hingga untuk semua $\left(v_j v_{j+1}\right) \in E$ nilai $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right)$ juga konstan yaitu $x \in [0,1]$. Sehingga untuk setiap titik v_j dan v_{j+1} saling mendominasi, yaitu titik v_j mandominasi titik v_{j+1} dan sebaliknya.

Graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], \forall\, v_i \in V$, dengan $1 \leq i \leq 3$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}\left(v_j\right) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}\left(v_{j+1}\right) = x \in [0,1]$$

dengan $1 \leq j \leq 2$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V\left(\tilde{P}_3\right) = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x)\}$. Misalkan $D \subseteq V$, dengan $D = \{(v_1, x), (v_3, x)\}$, maka $V - D = \{(v_2, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D yaitu $|\widetilde{D}| = \sum_{v \in D} \sigma(v) = x + x = 2x$.

Karena himpunan dominasi ganda kabur pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ hanya D, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-3 $\gamma_{fdd}\left(\tilde{P}_3\right) = 2x$.

Himpunan $D = \{(v_1, x), (v_2, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_3) = |D| = 2$.

3.1.2 Graf Lintasan Kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], \forall\, v_i \in V$, dengan $1 \leq i \leq 4$, sedemikian hingga untuk setiap $\left(v_j, v_{j+1}\right) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right) = \sigma_{V\,(\tilde{P}_n)}\left(v_j\right) \wedge \sigma_{V\,(\tilde{P}_n)}\left(v_{j+1}\right) = x \in [0,1]$$

dengan $1 \leq j \leq 3$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V\left(\tilde{P}_4\right) = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_4, x)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v\,\in D_1} \sigma(v) = x + x + x = 3x$,

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v\,\in D_2} \sigma(v) = x + x + x = 3x$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, x), (v_4, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 bukan merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena titik v_4 pada himpunan $V - D_3$ didominasi oleh hanya satu titik di D_3 yaitu titik v_3.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_2, x), (v_4, x)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_1, x), (v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 bukan merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena titik v_1 pada himpunan $V - D_4$ didominasi oleh hanya satu titik di D_4 yaitu titik v_2.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-4 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_4) = min\{3x, 3x\} = 3x$. Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x)\}$ dan $D_2 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_4) = |D_1| = |D_2| = 3$.

3.1.3 Graf Lintasan Kabur-5 $(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu))$

Graf lintasan kabur-5 $(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu))$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], \forall\, v_i \in V$, dengan $1 \le i \le 5$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = x \in [0,1]$$

dengan $1 \le j \le 4$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-5 $(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu))$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_5) = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_5, x)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, x), (v_4, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + x + x = 3x$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_4, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-5 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = min\{3x, 4x, 4x, 4x\} = 3x$. Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = |D_1| = 3$.

3.1.4 Graf Lintasan Kabur-6 $(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu))$

Graf lintasan kabur-6 $(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu))$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], \forall\, v_i \in V$, dengan $1 \leq i \leq 6$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = x \in [0,1]$$

dengan $1 \leq j \leq 5$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-6 $(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu))$ dimisalkan sebagai $\mathrm{V}(\tilde{P}_6) = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, x), (v_4, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, x), (v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x), (v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + x + x + x = 4x$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_2, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + x + x + x + x = 5x$.

e) Misalkan $D_5 \subseteq V$, dengan $D_5 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_5 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_5 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_5$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_5 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_5 yaitu $|\widetilde{D_5}| = \sum_{v \in D_5} \sigma(v) = x + x + x + x + x = 5x$.

f) Misalkan $D_6 \subseteq V$, dengan $D_6 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_6 = \{(v_4, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_6 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_6$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_6 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_6 yaitu $|\widetilde{D_6}| = \sum_{v \in D_6} \sigma(v) = x + x + x + x + x = 5x$.

g) Misalkan $D_7 \subseteq V$, dengan $D_7 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_6, x)\}$, maka $V - D_7 = \{(v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_7 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_7$ yaitu titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_7 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_7 yaitu $|\widetilde{D_7}| = \sum_{v \in D_7} \sigma(v) = x + x + x + x + x = 5x$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-6 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = min\{4x, 4x, 4x, 5x, 5x, 5x, 5x\} = 4x$.

Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, x)\}$, $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, x), (v_6, x)\}$, dan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x), (v_4, x), (v_6, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = |D_1| = |D_2| = |D_3| = 4$.

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$di atas, maka didapatkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4x$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_8) = 5x$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5x$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 6x$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m+1}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3, \ldots}$

dan $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0, 1]}$

sedangkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 3, 4, \ldots}$

dan $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0, 1]}$.

Demikian pula berdasarkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, maka didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_8) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 6$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m + 1}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3}$ ...

sedangkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 3, 4}$, ...

Pewarnaan titik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah sebagai berikut, karena setiap pasangan titik pada graf lintasan kabur pada pembahasan ini adalah bertetangga atau terhubung kuat yaitu

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma(v_j), \sigma(v_{j+1})\}$$

$$x \geq \frac{1}{2} \min\{x, x\}$$

$$x \geq \frac{1}{2} x$$

maka berdasarkan definisi 13 keluarga himpunan kabur yang dapat dibentuk untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ adalah V: $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$, baik untuk n ganjil maupun n genap, sehingga dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1,3,5,\dots,n \\ 0 & ,\ i = 2,4,6,\dots,n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & ,\ i = 1,3,5,\dots,n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2,4,6,\dots,n-1 \end{cases}$$

Sedangkan keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$ dengan n genap dapat dikonstruksi sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma(v_i) = x \in [0,1], & i = 1,3,5,\dots,n-1 \\ 0 & ,\ i = 2,4,6,\dots,n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & ,\ i = 1,3,5,\dots,n-1 \\ \sigma(v_i) = x \in [0,1], & i = 2,4,6,\dots,n \end{cases}$$

Sehingga dapat digambarkan seperti pada tabel berikut

Tabel 3.1 Keluarga Himpunan Kabur untuk Graf Lintasan Kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Titik	δ_1	δ_2	Maks
v_1	x	0	x
v_2	0	x	x
v_3	x	0	x
v_4	0	x	x
. . .	. . .	. . .	. . .
v_i, i ganjil	x	0	x
v_i, i genap	0	x	x

Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan, baik untuk n ganjil maupun n genap adalah $\boldsymbol{\chi_F(\tilde{P}_n) = 2}$.

Dari hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal, pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.2 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal, Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

No.	Graf Lintasan Kabur $(\tilde{P}_n)$	Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n)$	Bilangan Dominasi Ganda Kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n)$	Bilangan Kromatik $\chi_F(\tilde{P}_n)$
1.	$\tilde{P}_3$	2	$2x$	2
2.	$\tilde{P}_4$	3	$3x$	2
3.	$\tilde{P}_5$	3	$3x$	2
4.	$\tilde{P}_6$	4	$4x$	2
5.	$\tilde{P}_7$	4	$4x$	2
6.	$\tilde{P}_8$	5	$5x$	2
7.	$\tilde{P}_n$	$\boldsymbol{m+1}$, $\boldsymbol{n}$ **ganjil** dan **genap**	$\boldsymbol{(m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)}$, $\boldsymbol{n}$ **ganjil** dan **genap**	**2**

Dari pola di atas dapat diperoleh Lemma sebagai berikut:

Lemma 3.1

Kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah

$\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$, untuk n dan $m \in \mathbb{N}$

Untuk n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \dots$, sedangkan untuk n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \dots$.

Bukti Lemma 3.1

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \dots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ maka

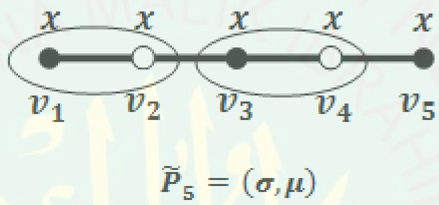
$n = 2m + 1$

$5 = 2m + 1$

$4 = 2m$

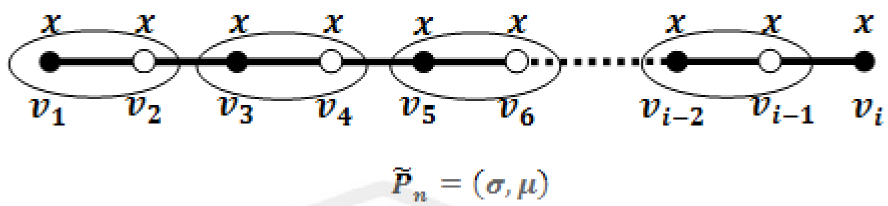
$m = 2$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = 2 + 1 = 3$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$. Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.2 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

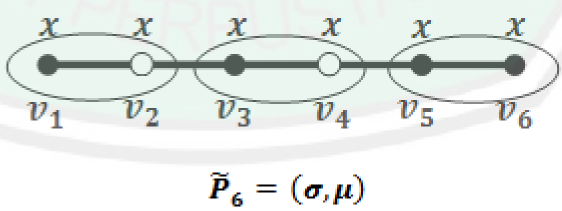
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ maka

   $n = 2m$

   $6 = 2m$

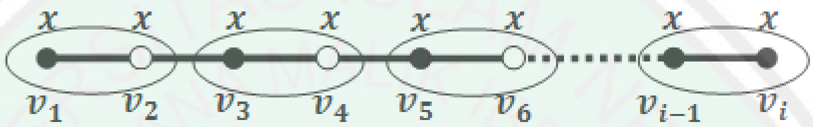
   $m = 3$

   Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.3 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi kecuali pada m terakhir terdapat 2 titik dominasi. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = 3 + 1 = 4$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$. Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada m terakhir, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



$\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$

Gambar 3.4 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Lemma 3.2

Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah

$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m + 1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk n dan $m \in \mathbb{N}$

Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$

Untuk n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Bukti Lemma 3.2

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ maka

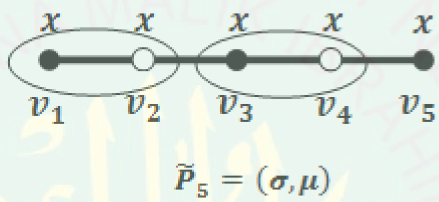
$n\ = 2m + 1$

$5\ = 2m + 1$

$4\ = 2m$

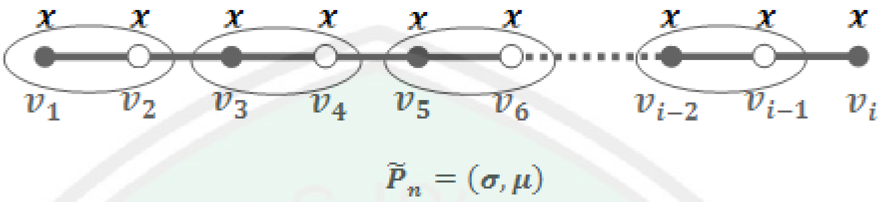
$m = 2$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.5 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Berdasarkan bukti lemma 3.1 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan yaitu $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = (x + x) + x = 2x + x = 3x$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m + 1)x = (m + 1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$. Artinya bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan didapatkan dari kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimalnya dikalikan dengan derajat keanggotaan dari $v_i \in V$, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.6 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

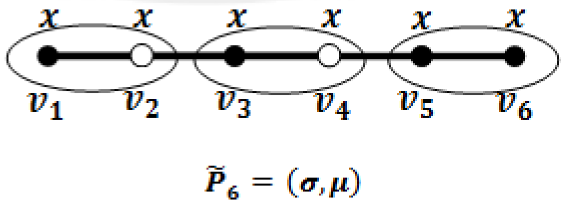
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ maka

$n = 2m$

$6 = 2m$

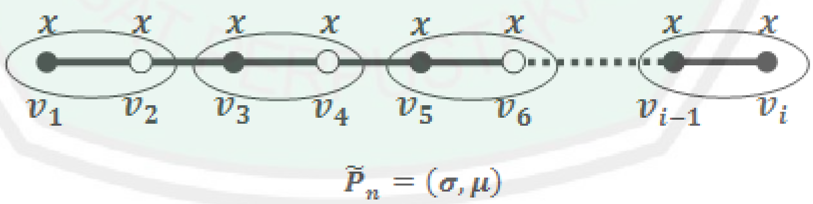
$m = 3$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.7 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Berdasarkan bukti lemma 3.1 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi kecuali pada m terakhir terdapat 2 titik dominasi. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan yaitu $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = x + x + x + x = 3x + x = 4x$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m + 1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$. Artinya bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan didapatkan dari kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimalnya dikalikan dengan derajat keanggotaan dari $v_i \in V$, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.8 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Konstan

Lemma 3.3

Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$.

Bukti Lemma 3.3

Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n genap. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F(\tilde{P}_n) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \leq j \leq n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) = 0$ dengan $l \neq k+1$. Karena $\frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) < \frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan $V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \dots, v_{n-1}\}$ dan $V_2 = \{v_2, v_4, v_6, \dots, v_n\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$, untuk n genap.

Dengan cara yang sama, misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n ganjil. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F(\tilde{P}_n) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \leq j \leq n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) = 0$ dengan $l \neq k+1$.

Karena $\frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) < \frac{1}{2} min$ $\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan $V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \dots, v_n\}$ dan $V_2 = \{v_2, v_4, v_6, \dots, v_{n-1}\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \dots, n \\ 0 & , \ i = 2, 4, 6, \dots, n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , \ i = 1, 3, 5, \dots, n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \dots, n-1 \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$, untuk n ganjil.

3.2 Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Pada pembahasan bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur ini, penulis membatasi objek penelitian yaitu untuk setiap graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ didefinisikan untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \leq i \leq n$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1, v_2) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\big((v_1, v_2)\big) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$$

maka

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x + (j-1)\delta$$

dengan

$$\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_{j+1}, v_{j+2})\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right), \text{ untuk } 1 \leq j \leq n-1.$$

Dengan kata lain untuk semua $v_i \in V$, nilai $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik, sedemikian hingga untuk semua $(v_j v_{j+1}) \in E$ nilai $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\big((v_j v_{j+1})\big)$ juga monoton naik. Sehingga untuk setiap titik v_j dan v_{j+1} saling mendominasi, dengan kata lain titik v_j mendominasi titik v_{j+1} dan sebaliknya.

3.2.1 Graf Lintasan Kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \leq i \leq 3$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1, v_2) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\big((v_1, v_2)\big) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1],$$

maka

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right) = x + (j-1)\delta$$

dengan

$$\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_{j+1}, v_{j+2}\right)\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left(\left(v_j, v_{j+1}\right)\right), \text{ untuk } 1 \leq j \leq 2.$$

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V\left(\tilde{P}_3\right) = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_3, x+2\delta)\}$. Misalkan $D \subseteq V$, dengan $D = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta)\}$, maka $V - D = \{(v_2, x+\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D yaitu $|\widetilde{D}| = \sum_{v \in D} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) = 2x + 2\delta$.

Karena himpunan dominasi ganda kabur pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ hanya D, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-3 $\gamma_{fdd}\left(\tilde{P}_3\right) = 0{,}4$. Himpunan $D = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta)\}$ merupakan himpunan dominai ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}\left(\tilde{P}_3\right) = |D| = 2$.

3.2.2 Graf Lintasan Kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \leq i \leq 4$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1, v_2) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\big((v_1, v_2)\big) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$$

maka

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x + (j-1)\delta$$

dengan

$$\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_{j+1}, v_{j+2})\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right), \text{ untuk } 1 \leq j \leq 3.$$

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_4) = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_3, x+2\delta), (v_4, x+3\delta)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta), (v_4, x+3\delta)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, x+\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|D_1| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + (x+2\delta) + (x+3\delta) = 3x + 5\delta$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_4, x+3\delta)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_3, x+2\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + (x+\delta) + (x+3\delta) = 3x + 4\delta$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-4 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_4) = min\{3x+5\delta, 3x+4\delta\} = 3x+4\delta$.

Himpunan $D_1 = \{(v_1,x),(v_3,x+2\delta),(v_4,x+3\delta)\}$ dan $D_2 = \{(v_1,x),(v_2,x+\delta),(v_4,x+3\delta)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_4 = (\sigma,\mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_4) = |D_1| = |D_2| = 3$.

3.2.3 Graf Lintasan Kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma,\mu)\right)$

Graf lintasan kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma,\mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \le i \le 5$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1,v_2) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_1,v_2)) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$$

maka

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j,v_{j+1})\right) = x + (j-1)\delta$$

dengan

$$\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_{j+1},v_{j+2})\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j,v_{j+1})\right), \text{untuk } 1 \le j \le 4$$

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma,\mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_5) = \{(v_1,x),(v_2,x+\delta),(v_3,x+2\delta),(v_4,x+3\delta),(v_5,x+4\delta)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1,x),(v_3,x+2\delta),(v_5,x+4\delta)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2,x+\delta),(v_4,x+3\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) + (x + 4\delta) = 3x + 6\delta$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x + 2\delta), (v_4, x + 3\delta), (v_5, x + 4\delta)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, x + \delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) + (x + 3\delta) + (x + 4\delta) = 4x + 9\delta$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x + \delta), (v_4, x + 3\delta), (v_5, x + 4\delta)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x + 2\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + (x + \delta) + (x + 3\delta) + (x + 4\delta) = 4x + 8\delta$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_2, x + \delta), (v_3, x + 2\delta), (v_5, x + 4\delta)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_4, x + 3\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + (x+\delta) + (x+2\delta) + (x+4\delta) = 4x + 7\delta$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-5 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = min\{3x+6\delta, 4x+9\delta, 4x+8\delta, 4x+7\delta\} = 3x+6\delta$. Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta), (v_5, x+4\delta)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = |D_1| = 3$.

3.2.4 Graf Lintasan Kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$ maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $\delta \in [0,1] = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk $1 \le i \le 6$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_1, v_2) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_1, v_2)) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1) = x \in [0,1]$$

maka

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x + (j-1)\delta$$

dengan

$$\delta \in [0,1] = \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_{j+1}, v_{j+2})\right) - \mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right), \text{ untuk } 1 \le j \le 5$$

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_6) = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_3, x+2\delta), (v_4, x+3\delta), (v_5, x+4\delta), (v_6, x+5\delta)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x + 2\delta), (v_5, x + 4\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, x + \delta), (v_4, x + 3\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) + (x + 4\delta) + (x + 5\delta) = 4x + 11\delta$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x + 2\delta), (v_4, x + 3\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, x + \delta), (v_5, x + 4\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) + (x + 3\delta) + (x + 5\delta) = 4x + 10\delta$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x + \delta), (v_4, x + 3\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x + 2\delta), (v_5, x + 4\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + (x + \delta) + (x + 3\delta) + (x + 5\delta) = 4x + 9\delta$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_3, x + 2\delta), (v_4, x + 3\delta), (v_5, x + 4\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_2, x + \delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + (x + 2\delta) + (x + 3\delta) + (x + 4\delta) + (x + 5\delta) = 5x + 14\delta$.

e) Misalkan $D_5 \subseteq V$, dengan $D_5 = \{(v_1, x), (v_2, x + \delta), (v_4, x + 3\delta), (v_5, x + 4\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_5 = \{(v_3, x + 2\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_5 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_5$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_5 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_5 yaitu $|\widetilde{D_5}| = \sum_{v \in D_5} \sigma(v) = x + (x + \delta) + (x + 3\delta) + (x + 4\delta) + (x + 5\delta) = 5x + 13\delta$.

f) Misalkan $D_6 \subseteq V$, dengan $D_6 = \{(v_1, x), (v_2, x + \delta), (v_3, x + 2\delta), (v_5, x + 4\delta), (v_6, x + 5\delta)\}$, maka $V - D_6 = \{(v_4, x + 3\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_6 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_6$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_6 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_6 yaitu $|\widetilde{D_6}| = \sum_{v \in D_6} \sigma(v) = x + (x+\delta) + (x+2\delta) + (x+4\delta) + (x+5\delta) = 5x + 12\delta$.

g) Misalkan $D_7 \subseteq V$, dengan $D_7 = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_3, x+2\delta), (v_4, x+3\delta), (v_6, x+5\delta)\}$, maka $V - D_7 = \{(v_5, x+4\delta)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_7 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_7$ yaitu titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_7 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_7 yaitu $|\widetilde{D_7}| = \sum_{v \in D_7} \sigma(v) = x + (x+\delta) + (x+2\delta) + (x+3\delta) + (x+5\delta) = 5x + 11\delta$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-6 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = min\{4x + 11\delta, 4x + 10\delta, 4x + 9\delta, 5x + 14\delta, 5x + 13\delta, 5x + 12\delta, 5x + 11\delta\} = 4x + 9\delta$.

Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta), (v_5, x+4\delta), (v_6, x+5\delta)\}$, $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x+2\delta), (v_4, x+3\delta), (v_6, x+5\delta)\}$, dan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, x+\delta), (v_4, x+3\delta), (v_6, x+5\delta)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = |D_1| = |D_2| = |D_3| = 4$.

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, maka didapatkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4x + 12\delta$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_8) = 5x + 16\delta$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5x + 20\delta$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 6x + 25\delta$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n dalam kasus ini adalah

$$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_1) < \gamma_{fdd}(\tilde{P}_2) < \gamma_{fdd}(\tilde{P}_3) < \cdots < \gamma_{fdd}(\tilde{P}_{n-1}) < \gamma_{fdd}(\tilde{P}_n).$$

Sehingga didapatkan pola bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \left((m+1) \times \sigma_{V(P_n)}(v_1)\right) + \left((m+1) \times \delta m\right)}$$

$$\boldsymbol{= \left((m+1) \times \sigma_{V(P_n)}(v_1)\right) + (m^2\delta + m\delta)}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3, \ldots}$,

sedangkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \left((m+1) \times \sigma_{V(P_n)}(v_1)\right) + (m^2 \times \delta)}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 3, 4, \ldots}$

dan $\boldsymbol{\delta = \sigma_{V(P_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(P_n)}(v_i)}$

serta $\boldsymbol{\sigma_{V(P_n)}(v_1) = x}$.

Demikian pula berdasarkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, maka didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_8) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 6$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m + 1}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3}, \ldots$

sedangkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 4, 5}$ ....

Pewarnaan titik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah sebagai berikut, karena setiap pasangan titik pada graf lintasan kabur pada pembahasan ini adalah bertetangga atau terhubung kuat yaitu

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1})\}$$

$$x + (i-1)\delta \geq \frac{1}{2} min\{x + (i-1)\delta, x + i\delta\}$$

$$x + (i-1)\delta \geq \frac{1}{2}(x + (i-1)\delta)$$

maka berdasarkan definisi 13 keluarga himpunan kabur yang dapat dibentuk untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ adalah $V: \Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$, baik untuk n ganjil maupun n genap, sehingga dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur

$\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), & i = 1, 3, 5, \dots, n \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \dots, n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \dots, n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), & i = 2, 4, 6, \dots, n-1 \end{cases}$$

Sedangkan keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n genap dapat dikonstruksi sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), & i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), & i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

Sehingga dapat digambarkan seperti pada tabel berikut:

Tabel 3.3 Keluarga Himpunan Kabur untuk Graf Lintasan Kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Titik	$\boldsymbol{\delta_1}$	$\boldsymbol{\delta_2}$	Maks
v_1	0,1	0	0,1
v_2	0	0,2	0,2
v_3	0,3	0	0,3
v_4	0	0,4	0,4
. . .	. . .	. . .	. . .
v_i, i ganjil	$x + (i-1)\delta = \sigma(v_i)$	0	$x + (i-1)\delta = \sigma(v_i)$
v_i, i genap	0	$x + (i-1)\delta = \sigma(v_i)$	$x + (i-1)\delta = \sigma(v_i)$

Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik, baik untuk n ganjil maupun n genap adalah $\boldsymbol{\chi_F(\tilde{P}_n) = 2}$.

Dari hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal, pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.4 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal, Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

No.	**Graf Lintasan Kabur ($\tilde{P}_n$)**	**Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n)$**	**Bilangan Dominasi Ganda Kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n)$**	**Bilangan Kromatik $\chi_F(\tilde{P}_n)$**
1.	$\tilde{P}_3$	2	$2x + 2\delta$	2
2.	$\tilde{P}_4$	3	$3x + 4\delta$	2
3.	$\tilde{P}_5$	3	$3x + 6\delta$	2
4.	$\tilde{P}_6$	4	$4x + 9\delta$	2
5.	$\tilde{P}_7$	4	$4x + 12\delta$	2
6.	$\tilde{P}_8$	5	$5x + 16\delta$	2
7.	$\tilde{P}_n$	$\boldsymbol{m+1}$, $\boldsymbol{n}$ **ganjil** dan **genap**	$\begin{cases} \left((\boldsymbol{m}+1)\times \boldsymbol{x}\right) + \left((\boldsymbol{m}+1)\times \boldsymbol{\delta m}\right), & \text{untuk } \boldsymbol{n} \textbf{ ganjil} \\ \left((\boldsymbol{m}+1)\times \boldsymbol{x}\right) + +\left(\boldsymbol{m}^2 \times \boldsymbol{\delta}\right), & \text{untuk } \boldsymbol{n} \textbf{ genap} \end{cases}$	**2**

Dari pola di atas dapat diperoleh Lemma sebagai berikut:

Lemma 3.4

Kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah

$\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$, untuk n dan $m \in \mathbb{N}$

Untuk n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \dots$, sedangkan untuk n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \dots$.

Bukti Lemma 3.4

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, maka

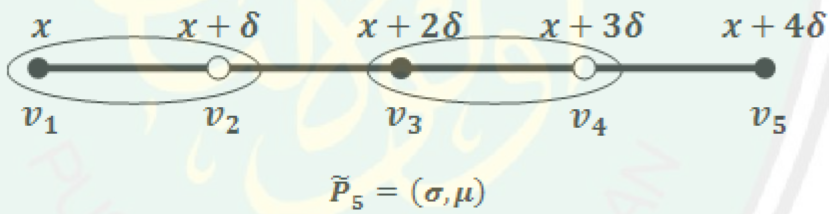
$n \ = 2m + 1$

$5 \ = 2m + 1$

$4 \ = 2m$

$m = 2$

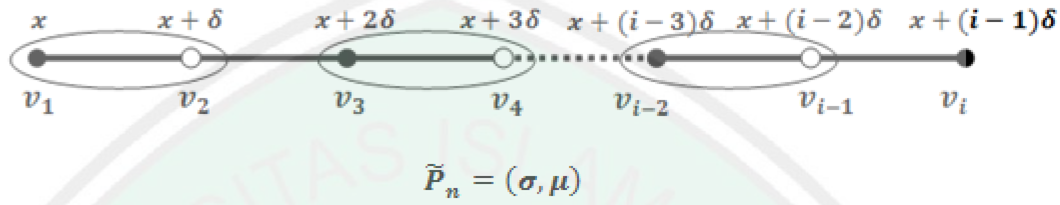
Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = 2 + 1 = 3$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$.

Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.10 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

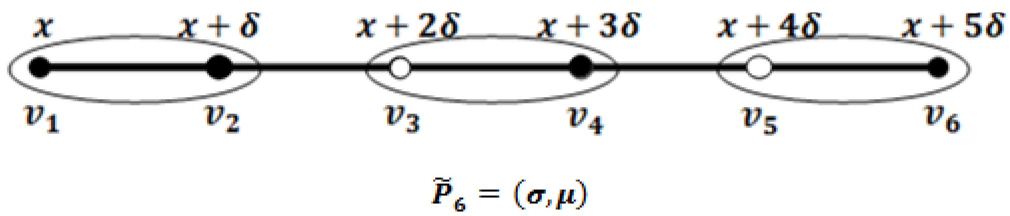
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, maka

$n = 2m$

$6 = 2m$

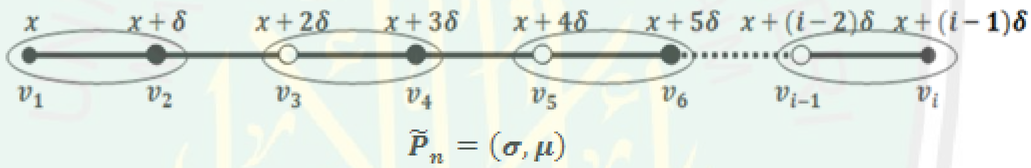
$m = 3$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.11 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi kecuali pada m awal terdapat 2 titik dominasi. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = 3 + 1 = 4$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$. Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada m awal, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.12 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Lemma 3.5

Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah

$$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} \left((m+1)\times x\right) + \left((m+1)\times \delta m\right), & \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ \left((m+1)\times x\right) + (m^2 \times \delta) & \text{,untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Untuk n dan $m \in \mathbb{N}$, jika n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Untuk setiap $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)$ dan $\delta = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$

Bukti Lemma 3.5

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, ...$ Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, maka

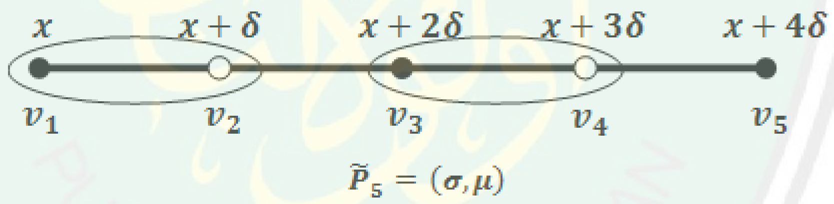
$n \ = 2m + 1$

$5 \ = 2m + 1$

$4 \ = 2m$

$m = 2$

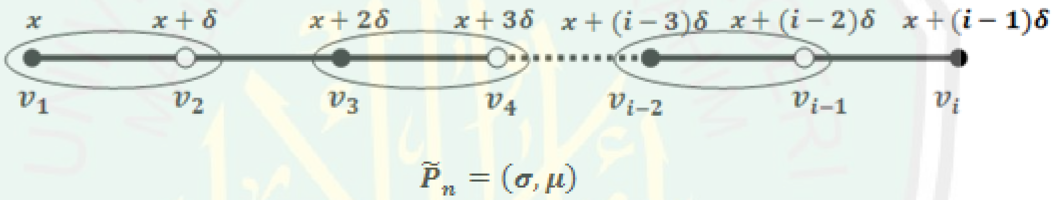
Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.13 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Berdasarkan bukti lemma 3.4 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik yaitu untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)$

dan $\delta = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = x + (x + 2\delta) + (x + 4\delta) = 3x + 6\delta$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1)x + (m+1)\delta m = \left((m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)\right) + \left((m+1) \times \left(\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)\right) m\right)$, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.14 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

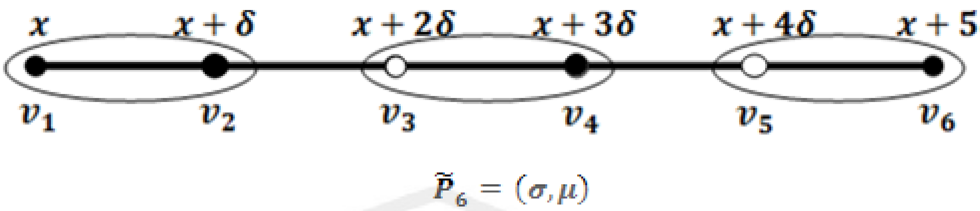
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ maka

$n = 2m$

$6 = 2m$

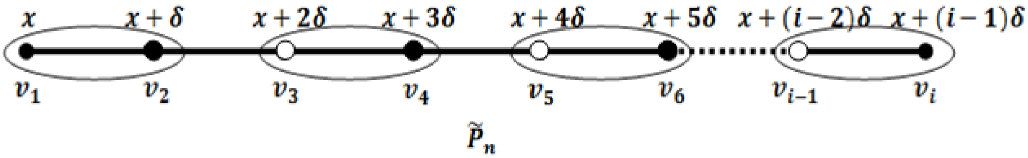
$m = 3$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.15 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Berdasarkan bukti lemma 3.4 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi lagi pada m awal. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik yaitu untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x + (i-1)\delta$, dengan $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)$ dan $\delta = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = x + (x+\delta) + (x+3\delta) + (x+5\delta) = 4x + 9\delta$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1)x + m^2\delta = \left((m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)\right) + \left(m^2 \times \left(\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)\right)\right)$, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.16 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Monoton Naik

Lemma 3.6

Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$.

Bukti Lemma 3.6

Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n genap. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \leq j \leq n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) = 0$ dengan $l \neq k+1$. Karena $\frac{1}{2} min\,\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) < \frac{1}{2} min\,\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan $V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \dots, v_{n-1}\}$ dan $V_2 = \{v_2, v_4, v_6, \dots, v_n\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n genap sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$, untuk n genap.

Dengan cara yang sama, misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, dengan n ganjil. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F(\tilde{P}_n) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \leq j \leq n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) = 0$ dengan $l \neq k+1$.

Karena $\frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_k, v_l)) < \frac{1}{2} min$ $\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan $V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \ldots, v_n\}$ dan $V_2 = \{v_2, v_4, v_6, \ldots, v_{n-1}\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$, untuk n ganjil.

3.3 Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Pada pembahasan bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur ini, penulis membatasi objek penelitian yaitu untuk setiap graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$ didefinisikan untuk setiap $v_i \in V, \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq n$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$$

untuk j ganjil atau

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma(v_j) \wedge \sigma(v_{j+1}) = \sigma(v_{j+1})$$

untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq n$.

Dengan kata lain untuk semua $v_i \in V$, nilai $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling, sedemikian hingga untuk semua $(v_i v_{i+1}) \in E$ nilai $\mu_{E(\tilde{P}_n)}((v_i, v_{i+1}))$ konstan yaitu $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = x \in [0,1]$. Sehingga untuk setiap titik v_j dan v_{j+1} saling mendominasi, dengan kata lain titik v_j mendominasi titik v_{j+1} dan sebaliknya.

3.3.1 Graf Lintasan Kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $v_i \in V, \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq 3$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$$

untuk j ganjil atau

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma(v_j) \wedge \sigma(v_{j+1}) = \sigma(v_{j+1})$$

untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq 2$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-3 $\left(\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_3) = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x)\}$. Misalkan $D \subseteq V$, dengan $D = \{(v_1, x), (v_3, x)\}$, maka $V - D = \{(v_2, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D yaitu $|\widetilde{D}| = \sum_{v \in D} \sigma(v) = x + x = 2x$. Karena himpunan dominasi ganda kabur pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ hanya D, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-3 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_3) = 2x$. Himpunan $D = \{(v_1, x), (v_3, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_3) = |D| = 2$.

3.3.2 Graf Lintasan Kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $v_i \in V, \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq 4$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$ berlaku

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$$

untuk j ganjil atau

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1})$$

untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq 3$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-4 $\left(\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_4) = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_4, y)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + x + y = 2x + y$,

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu

v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + y + y = x + 2y$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-4 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_4) = min\{2x + y, x + 2y\} = 2x + y$. Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y)\}$ dan $D_2 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_4 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_4) = |D_1| = |D_2| = 3$.

3.3.3 Graf Lintasan Kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $v_i \in V, \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq 5$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$$

untuk j ganjil atau

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1})$$

untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq 4$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-5 $\left(\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_5) = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_4, y), (v_5, x)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, y), (v_4, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di

D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + x + x = 3x$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y), (v_5, x)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + x + y + x = 3x + y$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y), (v_5, x)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + y + y + x = 2x + 2y$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_5, x)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_4, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + y + x + x = 3x + y$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-5 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = min\{3x, 3x + y, 2x + 2y, 3x + y\} = 3x$. Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = |D_1| = 3$.

3.3.4 Graf Lintasan Kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$

Graf lintasan kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$ pada kasus ini didefinisikan sebagai berikut, untuk setiap $v_i \in V, \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1]$ dan untuk i genap maka $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1]$, untuk $1 \leq i \leq 6$, dengan $x < y$, sedemikian hingga untuk setiap $(v_j, v_{j+1}) \in E$

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j)$$

untuk j ganjil atau

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_j) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1}) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{j+1})$$

untuk j genap, dengan $1 \leq j \leq 5$.

Himpunan titik pada graf lintasan kabur-6 $\left(\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)\right)$ dimisalkan sebagai $V(\tilde{P}_6) = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_4, y), (v_5, x), (v_6, y)\}$.

a) Misalkan $D_1 \subseteq V$, dengan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, y)\}$, maka $V - D_1 = \{(v_2, y), (v_4, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_1 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_1$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_1 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_1 yaitu $|\widetilde{D_1}| = \sum_{v \in D_1} \sigma(v) = x + x + x + y = 3x + y$.

b) Misalkan $D_2 \subseteq V$, dengan $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y), (v_6, y)\}$, maka $V - D_2 = \{(v_2, y), (v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_2 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_2$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_1 dan v_3, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_2 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_2 yaitu $|\widetilde{D_2}| = \sum_{v \in D_2} \sigma(v) = x + x + y + y = 2x + 2y$.

c) Misalkan $D_3 \subseteq V$, dengan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y), (v_6, y)\}$, maka $V - D_3 = \{(v_3, x), (v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_3 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_3$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_2 dan v_4, dan titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_3 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_3 yaitu $|\widetilde{D_3}| = \sum_{v \in D_3} \sigma(v) = x + y + y + y = x + 3y$.

d) Misalkan $D_4 \subseteq V$, dengan $D_4 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y), (v_5, x), (v_6, y)\}$, maka $V - D_4 = \{(v_2, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_4 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-

masing titik pada himpunan $V - D_4$ yaitu titik v_2 didominasi oleh minimal dua titik di D_4 yaitu v_1 dan v_3. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_4 yaitu $|\widetilde{D_4}| = \sum_{v \in D_4} \sigma(v) = x + x + y + x + y = 3x + 2y$.

e) Misalkan $D_5 \subseteq V$, dengan $D_5 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y), (v_5, x), (v_6, y)\}$, maka $V - D_5 = \{(v_3, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_5 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_5$ yaitu titik v_3 didominasi oleh minimal dua titik di D_5 yaitu v_2 dan v_4. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_5 yaitu $|\widetilde{D_5}| = \sum_{v \in D_5} \sigma(v) = x + y + y + x + y = 2x + 3y$.

f) Misalkan $D_6 \subseteq V$, dengan $D_6 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, y)\}$, maka $V - D_6 = \{(v_4, y)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_6 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_6$ yaitu titik v_4 didominasi oleh minimal dua titik di D_6 yaitu v_3 dan v_5. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_6 yaitu $|\widetilde{D_6}| = \sum_{v \in D_6} \sigma(v) = x + y + x + x + y = 3x + 2y$.

g) Misalkan $D_7 \subseteq V$, dengan $D_7 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_3, x), (v_4, y), (v_6, y)\}$, maka $V - D_7 = \{(v_5, x)\}$. Berdasarkan definisi dari himpunan dominasi ganda kabur maka D_7 merupakan himpunan dominasi ganda kabur karena masing-masing titik pada himpunan $V - D_7$ yaitu titik v_5 didominasi oleh minimal dua titik di D_7 yaitu v_4 dan v_6. Dengan demikian kardinalitas kabur himpunan dominasi ganda kabur D_7 yaitu $|\widetilde{D_7}| = \sum_{v \in D_7} \sigma(v) = x + y + x + y + y = 2x + 3y$.

Maka bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-6 $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = min\{3x + y, 2x + 2y, x + 3y, 3x + 2y, 2x + 3y, 3x + 2y, 2x + 3y\}$ $= 3x + y$.

Himpunan $D_1 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_5, x), (v_6, y)\}$, $D_2 = \{(v_1, x), (v_3, x), (v_4, y), (v_6, y)\}$, dan $D_3 = \{(v_1, x), (v_2, y), (v_4, y), (v_6, y)\}$ merupakan himpunan dominasi ganda kabur minimal pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, sedemikian hingga $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = |D_1| = |D_2| = |D_3| = 4$.

Berdasarkan hasil pembahasan bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, maka didapatkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4x$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_8) = 4x + y$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5x$, $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 5x + y$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i} \textbf{ ganjil}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m + 1}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3}$ ...

dan $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i}$ **ganjil** $\boldsymbol{= x \in [0,1]}$

sedangkan bilangan dominasi ganda kabur untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \left(m \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i \textbf{ ganjil}\right) + \left(1 \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i \textbf{ genap}\right)}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 3, 4, \ldots}$

dan $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i}$ **ganjil** $\boldsymbol{= x \in [0,1]}$ dan $\boldsymbol{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i}$ **genap** $\boldsymbol{= y \in [0,1]}$.

Demikian pula berdasarkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma, \mu)$ sampai $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, maka didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_7) = 4$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_8) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_9) = 5$, $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_{10}) = 6$, dan seterusnya. Sehingga dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling dengan $\boldsymbol{n}$ **ganjil** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m + 1}$, untuk $\boldsymbol{m = 1, 2, 3}, \dots$

dan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling dengan $\boldsymbol{n}$ **genap** adalah

$$\boldsymbol{\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1}$$

dengan $\boldsymbol{n = 2m}$, untuk $\boldsymbol{m = 2, 3, 4}, \dots$

Pewarnaan titik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah sebagai berikut, karena setiap pasangan titik pada graf lintasan kabur pada pembahasan ini adalah bertetangga atau terhubung kuat yaitu

$$\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_j, v_{j+1})\right) \geq \frac{1}{2} min\{\sigma(v_j), \sigma(v_{j+1})\}$$

$$x \geq \frac{1}{2} min\{x, y\}$$

$$x \geq \frac{1}{2}x$$

Maka berdasarkan definisi 13 keluarga himpunan kabur yang dapat dibentuk untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ adalah V: $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$, baik untuk n ganjil maupun n genap, sehingga dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

Sedangkan keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n genap dapat dikonstruksi sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \ldots, n-1 \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \ldots, n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \ldots, n-1 \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \ldots, n \end{cases}$$

Sehingga dapat digambarkan seperti pada tabel berikut:

Tabel 3.5 Keluarga Himpunan Kabur untuk Graf Lintasan Kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Titik	$\boldsymbol{\delta_1}$	$\boldsymbol{\delta_2}$	**Maks**
v_1	x	0	x
v_2	0	y	y
v_3	x	0	x
v_4	0	y	y
. . .	. . .	. . .	. . .
v_i, i ganjil	x	0	x
v_i, i genap	0	y	y

Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$, untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling baik untuk n ganjil maupun n genap adalah $\boldsymbol{\chi_F(\tilde{P}_n) = 2}$.

Dari hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal, pola bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling baik sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.6 Pola Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal, Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_3 = (\sigma,\mu)$ sampai $\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

No.	**Graf Lintasan Kabur ($\tilde{P}_n$)**	**Kardinalitas Himpunan Dominasi Ganda Kabur Minimal $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n)$**	**Bilangan Dominasi Ganda Kabur $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n)$**	**Bilangan Kromatik $\chi_F(\tilde{P}_n)$**
1.	$\tilde{P}_3$	2	$2x$	2
2.	$\tilde{P}_4$	3	$2x+y$	2
3.	$\tilde{P}_5$	3	$3x$	2
4.	$\tilde{P}_6$	4	$3x+y$	2
5.	$\tilde{P}_7$	4	$4x$	2
6.	$\tilde{P}_8$	5	$4x+y$	2
7.	$\tilde{P}_n$	$\boldsymbol{m+1}$, **n ganjil** dan **genap**	$\begin{cases} (\boldsymbol{m+1})\times \boldsymbol{x}, & \text{untuk } \boldsymbol{n} \textbf{ ganjil} \\ (\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{x}) + (\boldsymbol{1}\times\boldsymbol{y}), & \text{untuk } \boldsymbol{n} \textbf{ genap} \end{cases}$	**2**

Dari pola di atas dapat diperoleh lemma sebagai berikut:

Lemma 3.7

Kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma,\mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah

$\varphi(\tilde{P}_n) = m + 1$, untuk n dan $m \in \mathbb{N}$

Untuk n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan untuk n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Bukti Lemma 3.7

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, maka

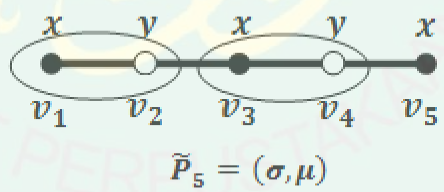
$n \ = 2m + 1$

$5 \ = 2m + 1$

$4 \ = 2m$

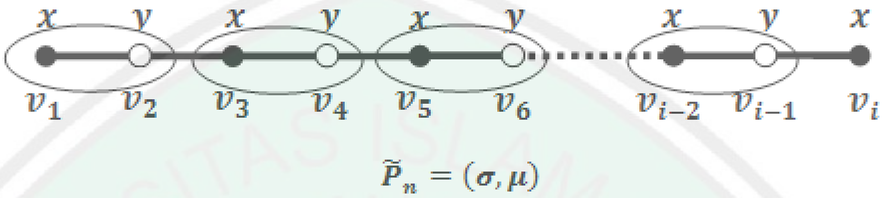
$m = 2$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.17 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa. Sehingga himpunan kardinalitas dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_5) = 2 + 1 = 3$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$. Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.18 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

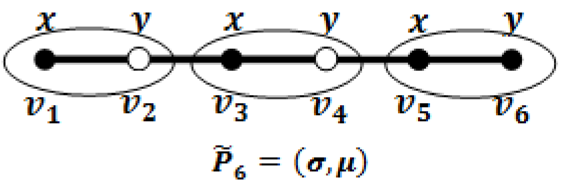
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, maka

$n = 2m$

$6 = 2m$

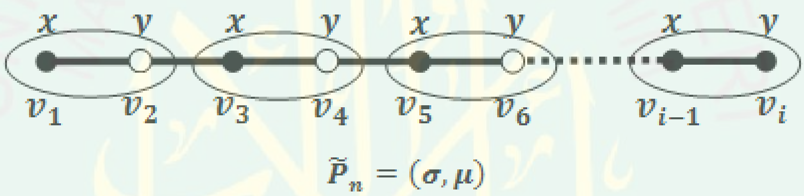
$m = 3$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.19 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Selanjutnya untuk kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi kecuali pada m terakhir terdapat 2 titik dominasi. Sehingga kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_6) = 3 + 1 = 4$. Dengan demikian dapat disimpulkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $\varphi_{fdd}(\tilde{P}_n) = m + 1$. Artinya dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi ditambah 1 titik dominasi pada m terakhir, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.20 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Lemma 3.8

Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah

$$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \begin{cases} (m+1) \times x & \text{, untuk } n \text{ ganjil} \\ (m \times x) + (1 \times y), & \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Untuk n dan $m \in \mathbb{N}$, jika n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Untuk setiap $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil dan $y\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i genap

Bukti Lemma 3.8

1) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil, maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak m kali maka akan tersisa 1 titik. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$, maka

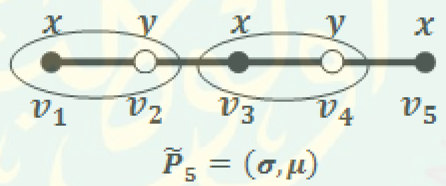
   $n = 2m + 1$

   $5 = 2m + 1$

   $4 = 2m$

   $m = 2$

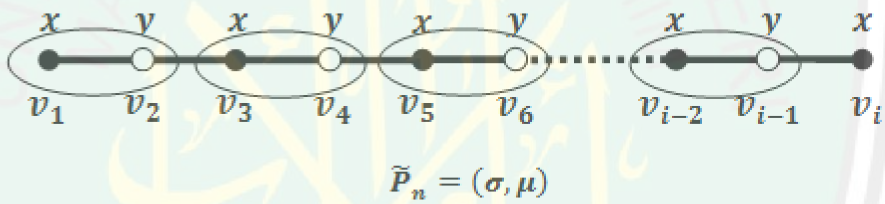
   Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 2 kali maka akan tersisa 1 titik, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.21 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

   Berdasarkan bukti lemma 3.7 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi yaitu pada setiap titik $v_i \in V$ dengan i ganjil, ditambah 1 titik dominasi pada titik sisa yang juga merupakan titik $v_i \in V$ dengan i ganjil. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling yaitu $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$, untuk i ganjil dan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) =$

y, untuk i genap dan $x < y$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_5 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_5) = (x + x) + x = 2x + x = 3x$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = (m + 1)\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i$ ganjil $= (m + 1)x$. Artinya bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n ganjil untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling didapatkan dari kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimalnya dikalikan dengan derajat keanggotaan dari $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ untuk i ganjil, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.22 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Ganjil untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

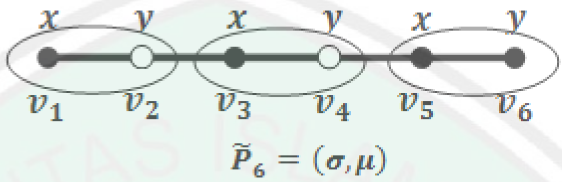
2) Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap, maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$. Artinya titik-titik di $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ akan habis atau tidak tersisa jika diambil dua titik sebanyak m kali. Sebagai contoh untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$, maka

$n = 2m$

$6 = 2m$

$m = 3$

Artinya titik-titik pada $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ jika diambil dua titik sebanyak 3 kali maka titik-titik tersebut tidak akan tersisa, sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:

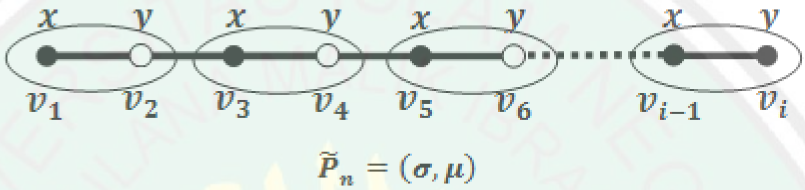


Gambar 3.23 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Berdasarkan bukti lemma 3.7 tentang kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal pada graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap, didapatkan kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimal untuk graf kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah $m + 1$. Dari gambar $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ di atas, kita ketahui bahwa dalam setiap m terdapat 1 titik dominasi yaitu pada setiap titik $v_i \in V$ dengan i ganjil ditambah satu titik lagi pada m terakhir yang merupakan titik $v_i \in V$ dengan i genap. Karena dalam kasus ini setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling yaitu $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$, untuk i ganjil dan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = y$, untuk i genap dan $x < y$, maka bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_6 = (\sigma, \mu)$ adalah $\gamma_{fdd}(\tilde{P}_6) = (x + x + x) + y = 3x + y$. Dengan demikian dapat disimpulkan bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap adalah

$$\gamma_{fdd}(\tilde{P}_n) = \left(m \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i \text{ ganjil}\right) + \left(1 \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i \text{ genap}\right)$$

Artinya bilangan dominasi ganda kabur untuk $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n genap untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling didapatkan dari kardinalitas himpunan dominasi ganda kabur minimalnya dikalikan dengan derajat keanggotaan dari $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, yaitu titik dominasi sebanyak m dikalikan dengan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i$ ganjil ditambah dengan satu titik dominasi lagi pada m terakhir yang dikalikan dengan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i), i$ genap, atau dapat dijelaskan dengan gambar berikut:



Gambar 3.24 Graf Lintasan Kabur $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ dengan n Genap untuk Setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ Selang-Seling

Lemma 3.9

Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah $\chi_F(\tilde{P}_n) = 2$

Bukti Lemma 3.9

Misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik genap. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n genap. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F(\tilde{P}_n) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \leq j \leq n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) = 0$ dengan $l \neq k+1$. Karena $\frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) < \frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan

$V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \dots, v_{n-1}\}$ dan $V_2 = \{v_2, v_4, v_6, \dots, v_n\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n genap sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ 0 & , i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , i = 1, 3, 5, \dots, n-1 \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$, untuk n genap.

Dengan cara yang sama, misalkan $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur dengan jumlah titik ganjil. Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dengan n ganjil. Karena graf $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ bukan trivial maka $\chi_F(\tilde{P}_n) > 1$. Selanjutnya, karena $\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)$ adalah graf lintasan kabur maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_1, v_{j+1})\right) > 0$, untuk $1 \le j \le n-1$, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) = 0$ dengan $l \neq k+1$.

Karena $\frac{1}{2} min\ \{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\} \neq 0$ maka $\mu_{E(\tilde{P}_n)}\left((v_k, v_l)\right) < \frac{1}{2} min$ $\{\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_k), \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_l)\}$. Ini berarti semua pasangan titik (v_k, v_l) dengan $l \neq k+1$ adalah bertetangga atau terhubung lemah. Dengan demikian himpunan titik V dapat dibagi menjadi dua himpunan $V_1 = \{v_1, v_3, v_5, \dots, v_n\}$ dan $V_2 =$

$\{v_2, v_4, v_6, \ldots, v_{n-1}\}$ dengan setiap pasangan titik di V_i terhubung lemah. Selanjutnya dapat dikonstruksi keluarga himpunan kabur $\Gamma = \{\delta_1, \delta_2\}$ untuk graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ dengan n ganjil sebagai berikut:

$$\delta_1 = \begin{cases} \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ 0 & , \; i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , \; i = 1, 3, 5, \ldots, n \\ \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x \in [0,1], & i = 2, 4, 6, \ldots, n-1 \end{cases}$$

Keluarga himpunan kabur Γ memenuhi semua kondisi pada definisi 13. Keluarga himpunan kabur Γ adalah pewarnaan kabur minimal karena untuk sembarang keluarga himpunan kabur Γ dengan anggota himpunan kurang dari 2 tidak dapat memnuhi semua kondisi pada definisi 13. Dengan demikian bilangan kromatik untuk graf lintasan kabur dengan setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$, untuk n ganjil.

3.4 Konsep Dominasi pada Graf Kabur dalam Pandangan Islam

Firman Allah SWT dalam Al Quran surat Al-A'raaf ayat 179 menyebutkan:

وَلَقَدْ ذَرَأْنَا لِجَهَنَّمَ كَثِيرًا مِّنَ ٱلْجِنِّ وَٱلْإِنسِ ۖ لَهُمْ قُلُوبٌ لَّا يَفْقَهُونَ بِهَا وَلَهُمْ أَعْيُنٌ لَّا يُبْصِرُونَ بِهَا وَلَهُمْ ءَاذَانٌ لَّا يَسْمَعُونَ بِهَآ ۚ أُوْلَٰٓئِكَ كَٱلْأَنْعَٰمِ بَلْ هُمْ أَضَلُّ ۚ أُوْلَٰٓئِكَ هُمُ ٱلْغَٰفِلُونَ ﴿١٧٩﴾

Artinya: *"Dan Sesungguhnya Kami jadikan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, mereka mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). mereka itu sebagai* *binatang ternak, bahkan mereka lebih sesat lagi. mereka Itulah orang-orang yang lalai."*

Ayat tersebut menjelaskan bahwa sesungguhnya Allah menciptakan untuk (isi neraka Jahannam) kebanyakan dari jin dan manusia, yang artinya kelak penghuni neraka Jahannam didominasi oleh jin dan manusia, yaitu manusia yang mempunyai hati, tetapi tidak dipergunakannya untuk memahami (ayat-ayat Allah) dan mereka mempunyai mata (tetapi) tidak dipergunakannya untuk melihat (tanda-tanda kekuasaan Allah), dan mereka mempunyai telinga (tetapi) tidak dipergunakannya untuk mendengar (ayat-ayat Allah). Sehingga dapat disimpulkan bahwa manusia yang dimaksud adalah manusia yang perbuatan baiknya lebih sedikit daripada perbuatan buruknya, yaitu manusia-manusia yang telah didominasi oleh syaitan atau jin ('Abdullah, 2006:489).

Fenomena gangguan jin atau syaitan terhadap manusia adalah hal ikhwal yang nyata, karena pada dasarnya perang antara kejahatan dan kebaikan tidak akan pernah berhenti sampai akhir jaman. Dan sesungguhnya syaitan adalah musuh yang nyata bagi manusia dan tidak akan pernah berhenti untuk menyesatkan manusia dengan berbagai cara (Arifuddin, 2010:10).

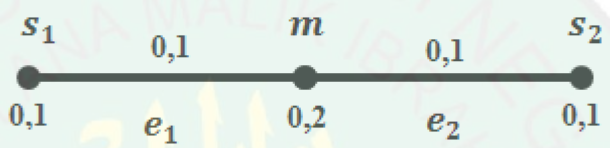
Manusia pada dasarnya terlahir secara fitrah sebagai manusia yang hatinya bersih, maka hati manusialah yang menjadi sasaran utama syaitan untuk disesatkan. Lalu, bagaimana cara jin atu syaitan itu menyesatkan manusia? Menurut Ibnu Qoyyim, jin atau syaitan mengganggu manusia pertama melalui bisikan, selanjutnya muncul kehendak, akhirnya lahirlah perbuatan. Cara yang paling mudah melawan syaitan adalah menolak semua bentuk bisikan yang pertama kali muncul. Apabila bisikan ini tidak segera ditepis dengan berlindung kepada Allah SWT, maka bisikan itu akan menjadi kehendak, kalau diikuti terus akan menjadi perbuatan. Kalau sudah teraplikasi menjadi perbuatan, maka untuk melawannya juga membutuhkan energi keimanan yang besar (Arifuddin, 2010:11).

Ibaratnya kalau gangguan jin atau syaitan itu masih sepuluh persen, maka lebih mudah diatasi dibandingkan dengan yang lima puluh persen apalagi yang sudah mencapai seratus persen. Oleh karena itu Allah WT mengingatkan apabila kita merasakan adanya gangguan syaitan dari golongan jin pada diri kita agar segera berlindung dan meminta pertolongan kepada Allah dari gangguan dan kejahatan syaitan tersebut (Arifuddin, 2010:11).

Fenomena gangguan jin atau syaitan terhadap manusia tersebut dapat dijelaskan dengan konsep dominasi pada graf kabur. Menurut Somasundaram dan Somasundaram (1998:788), graf kabur $\tilde{G} = (\sigma, \mu)$ adalah sebuah himpunan dengan dua fungsi $\sigma: V \to [0,1]$ dan $\mu: E \to [0,1]$ sedemikian hingga $\mu(\{x, y\}) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk semua $x, y \in V$. Sedangkan konsep dominasi adalah, misalkan $\tilde{G} = (V, \sigma, \mu)$ adalah graf kabur dan misalkan $x, y \in V$. Kita katakan bahwa x mendominasi y jika $\mu(xy) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$.

Dimisalkan M adalah himpunan manusia dan $m \in M$ adalah seorang manusia dengan nilai kebaikan dan keburukan tertentu. Misalkan S adalah himpunan jin atau syaitan atau dapat dituliskan $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$. Selanjutnya $m \in M$ dan $s_1, s_2, s_3, \dots \in S$ kita misalkan sebagai anggota himpunan titik V pada graf kabur. Sedangkan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}$ dimisalkan sebagai derajat keanggotaan dari titik-titik V yang menunjukkan nilai atau tingkatan kebaikan atau keburukan baik manusia ataupun syaitan, dan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}$ dimisalkan sebagai derajat keanggotaan dari sisi-sisi $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots\}$ yang menunjukkan seberapa banyak perbuatan baik dan buruk manusia atau seberapa besar godaan jin atau syaitan terhadap manusia.

Berdasarkan Firman Allah SWT dalam Al Quran surat Al-A'raaf ayat 179, manusia yang didominasi oleh jin atau syaitan dapat digambarkan dengan konsep himpunan dominasi pada graf kabur sebagai berikut:



Gambar 3.25 Graf Lintasan Kabur yang Menggambarkan Manusia yang Didominasi oleh Jin atau Syaitan

Berdasarkan kasus di atas dimisalkan m adalah manusia dengan nilai kebaikan atau keimanan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) = 0{,}2$, dan s_1 dan s_2 adalah jin dengan nilai kebaikan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2) = 0{,}1$, sedangkan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \mu(e_2) = 0{,}1$ dimisalkan sebagai banyaknya perbuatan baik manusia dan jin atau syaitan. Pada gambar di atas titik s_1 dan s_2 mendominasi titik m karena

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m)$

$0{,}1 \qquad = 0{,}1 \wedge 0{,}2$

$0{,}1 \qquad = 0{,}1$

begitu pula

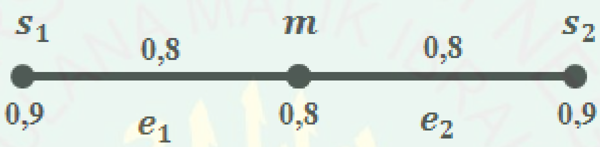
$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2)$

$0{,}1 \qquad = 0{,}2 \wedge 0{,}1$

$0{,}1 \qquad = 0{,}1$

Artinya kedua jin dengan nilai kebaikan sebesar 0,1 yang artinya nilai keburukannya 0,9 mendominasi manusia yang memiliki nilai kebaikan atau keimanan hanya 0,2. Karena manusia tersebut hanya melakukan kebaikan sebesar 0,1, maka semakin mudah jin atau syaitan mendominasi manusia dengan keburukan, sehingga manusia tersebut terjerumus ke dalam kesesatan.

Kasus tersebut juga dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.26 Graf Lintasan Kabur yang Menggambarkan Manusia yang Didominasi oleh Jin atau Syaitan

Berdasarkan kasus di atas dimisalkan m adalah manusia dengan nilai keburukan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) = 0{,}8$, dan s_1 dan s_2 adalah jin dengan nilai keburukan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2) = 0{,}8$, sedangkan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) = 0{,}8$ dimisalkan sebagai banyaknya perbuatan buruk manusia dan jin atau syaitan. Pada gambar di atas titik s_1 dan s_2 mendominasi titik m karena

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m)$

$0{,}8 \qquad = 0{,}9 \wedge 0{,}8$

$0{,}8 \qquad = 0{,}8$

begitu pula

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2)$

$0{,}8 \qquad = 0{,}8 \wedge 0{,}9$

$0{,}8 \qquad = 0{,}8$

Artinya kedua jin dengan nilai keburukan sebesar 0,9 mendominasi manusia yang memiliki nilai keburukan 0,8. Karena manusia tersebut selalu melakukan keburukan sebesar 0,8, maka semakin mudah jin atau syaitan mendominasi manusia dengan keburukan, sehingga manusia tersebut terjerumus ke dalam kesesatan. Semakin manusia tersebut terjerumus ke dalam kesesatan maka perbuatan buruknya akan semakin banyak daripada perbuatan baiknya. Dengan kata lain kehidupan manusia tersebut didominasi dengan keburukan. Maka manusia seperti itulah yang akan menghuni Neraka Jahannam kelak, sesuai dengan firman Allah dalam surat Q.S. Al-A'raaf ayat 179 di atas.

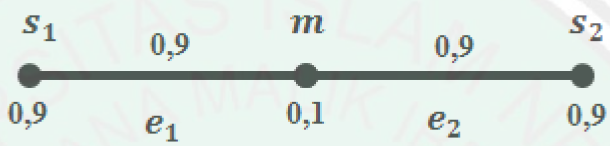
Kita ketahui bahwa tidak ada satupun makhluk yang dapat melakukan sesuatu kecuali mendapatkan izin dari Allah SWT. Seperti firman Allah SWT dalam Q.S Al-An'am ayat 112 sebagai berikut:

وَكَذَٰلِكَ جَعَلْنَا لِكُلِّ نَبِيٍّ عَدُوًّا شَيَٰطِينَ ٱلْإِنسِ وَٱلْجِنِّ يُوحِي بَعْضُهُمْ إِلَىٰ بَعْضٍ زُخْرُفَ ٱلْقَوْلِ غُرُورًا ۚ وَلَوْ شَآءَ رَبُّكَ مَا فَعَلُوهُ ۖ فَذَرْهُمْ وَمَا يَفْتَرُونَ ﴿١١٢﴾

Artinya: *"Dan Demikianlah Kami jadikan bagi tiap-tiap Nabi itu musuh, Yaitu syaitan-syaitan (dari jenis) manusia dan (dan jenis) jin, sebahagian mereka membisikkan kepada sebahagian yang lain perkataan-perkataan yang indah-indah untuk menipu (manusia). Jikalau Tuhanmu menghendaki, niscaya mereka tidak mengerjakannya, Maka tinggalkanlah mereka dan apa yang mereka ada-adakan".*

Oleh karena itu kekuatan syaitan dalam menyesatkan atau menggelincirkan hanya dapat terlaksana bagi orang-orang yang keluar dari wilayah penghambaan dan tauhid, dan mereka lebih memilih akan bisikan-bisikan syaitan. Sebagaimana syaitan sendiri yang menyatakan bahwa saya tidak memiliki kekuasaan terhadap hamba-hamba yang *mukhlas*, yaitu hamba-hamba yang disucikan (dari dosa) atau hamba-hamba yang telah diberi taufiq untuk mentaati segala petunjuk dan perintah Allah SWT. Lagipula wilayah syaitan terhadap manusia hanya dalam batasan was-was atau bisikan semata, dan tidak sampai menghilangkan ikhtiar yang ada pada manusia (Fadhil, 2011:33).

Menurut konsep dominasi pada graf kabur, keadaan manusia yang tidak dapat didominasi oleh jin atau syaitan dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.27 Graf Lintasan Kabur yang Menggambarkan Manusia yang tidak Dapat Didominasi oleh Jin atau Syaitan

Berdasarkan kasus di atas dimisalkan m adalah manusia dengan nilai keburukan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) = 0{,}1$, dan s_1 dan s_2 adalah jin dengan nilai keburukan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2) = 0{,}1$, sedangkan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) = 0{,}9$ dimisalkan sebagai banyaknya perbuatan baik manusia atau besarnya godaan jin atau syaitan terhadap manusia. Pada gambar di atas titik s_1 dan s_2 tidak mendominasi titik m karena

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) \neq \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m)$

$0{,}9 \quad\quad \neq 0{,}9 \wedge 0{,}1$

$0{,}9 \quad\quad \neq 0{,}1$

begitu pula

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) \neq \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2)$

$0{,}9 \quad\quad \neq 0{,}1 \wedge 0{,}9$

$0{,}9 \quad\quad \neq 0{,}1$

Artinya kedua jin dengan nilai keburukan sebesar 0,9 tidak dapat mendominasi manusia yang memiliki nilai keburukan hanya 0,1, karena dia selalu melakukan kebaikan sebesar 0,9. Sehingga jin atau syaitan kesulitan untuk menggoda dan menyesatkan manusia tersebut, karena manusia tersebut didominasi oleh kebaikan.

Kasus tersebut juga dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 3.28 Graf Lintasan Kabur yang Menggambarkan Manusia yang tidak Dapat Didominasi oleh Jin atau Syaitan

Berdasarkan kasus di atas dimisalkan m adalah manusia dengan nilai kebaikan atau keimanan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) = 0{,}9$, dan s_1 dan s_2 adalah jin dengan nilai kebaikan $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2) = 0{,}1$, sedangkan $\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) = \mu(e_2) = 0{,}9$ dimisalkan sebagai banyaknya perbuatan baik manusia atau besarnya godaan jin atau syaitan terhadap manusia. Pada gambar di atas titik s_1 dan s_2 tidak mendominasi titik m karena

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_1) \neq \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_1) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m)$

$0{,}9 \qquad \neq 0{,}1 \wedge 0{,}9$

$0{,}9 \qquad \neq 0{,}1$

begitu pula

$\mu_{E(\tilde{P}_n)}(e_2) \neq \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(m) \wedge \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(s_2)$

$0{,}9 \qquad \neq 0{,}9 \wedge 0{,}1$

$0{,}9 \qquad \neq 0{,}1$

Artinya kedua jin dengan nilai kebaikan sebesar 0,1 yang artinya nilai keburukannya 0,9 tidak dapat mendominasi manusia yang memiliki nilai kebaikan atau keimanan 0,9, karena dia juga selalu melakukan kebaikan sebesar 0,9. Sehingga jin atau syaitan kesulitan untuk menggoda dan menyesatkan manusia tersebut. Semakin banyak manusia melakukan kebaikan maka semakin sulit jin atau syaitan untuk menggoda dan menyesatkan manusia. Dengan kata lain kehidupan manusia tersebut didominasi dengan kebaikan. Maka manusia seperti itulah yang disebut *mukhlas* atau *mukhlis* sesuai dengan firman Allah dalam surat Q.S. Al-Kahfi ayat 39-40.

Allah SWT berfirman dalam Q.S. Fushilat ayat 36, yaitu:

وَإِمَّا يَنزَغَنَّكَ مِنَ ٱلشَّيْطَٰنِ نَزْغٌ فَٱسْتَعِذْ بِٱللَّهِ ۖ إِنَّهُۥ هُوَ ٱلسَّمِيعُ ٱلْعَلِيمُ ﴿٣٦﴾

Artinya: *"Dan jika syaitan mengganggumu dengan suatu gangguan, Maka mohonlah perlindungan kepada Allah. Sesungguhnya Dia-lah yang Maha Mendengar lagi Maha Mengetahui."*

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan pada skripsi ini, didapatkan bahwa bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan, monoton naik, dan selang-seling sebagai berikut:

1. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan
   a. Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah:

      $\gamma_{fdd}\left(\tilde{P}_n\right) = (m+1) \times \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$, untuk n dan $m \in \mathbb{N}$

      Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i) = x$

      Untuk n ganjil maka $n = 2m+1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

   b. Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ konstan adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$
2. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik
   a. Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah:

$$\gamma_{fdd}\left(\tilde{P}_n\right) = \begin{cases} \left((m+1) \times x\right) + \left((m+1) \times \delta m\right), & \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ \left((m+1) \times x\right) + (m^2 \times \delta) & \text{,untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Untuk n dan $m \in \mathbb{N}$, jika n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Untuk setiap $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_1)$ dan $\delta = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_{i+1}) - \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$

b. Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ monoton naik adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$

3. Untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling

a. Bilangan dominasi ganda kabur pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah:

$$\gamma_{fdd}\left(\tilde{P}_n\right) = \begin{cases} (m+1) \times x & , \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ (m \times x) + (1 \times y), & \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Untuk n dan $m \in \mathbb{N}$, jika n ganjil maka $n = 2m + 1$, untuk $m = 1, 2, 3, \ldots$, sedangkan jika n genap maka $n = 2m$, untuk $m = 2, 3, 4, \ldots$.

Untuk setiap $x = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i ganjil dan $y = \sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ dengan i genap

b. Bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$ untuk setiap $\sigma_{V(\tilde{P}_n)}(v_i)$ selang-seling adalah $\chi_F\left(\tilde{P}_n\right) = 2$

4.2 Saran

Dalam penulisan skripsi ini, penulis hanya meneliti tentang bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf lintasan kabur-n $\left(\tilde{P}_n = (\sigma, \mu)\right)$. Oleh karena itu penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini supaya mengembangkannya dengan membahas bilangan dominasi ganda kabur dan bilangan kromatik pada graf kabur jenis lain.

DAFTAR PUSTAKA

‘Abdullah, B.M.. 2006. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3*. Terjemahan M. Abdul Ghoffar, Abu Ihsan al-Atsari. Jakarta: Pustaka Iman Asy-Syafi’i.

‘Abdullah, B.M.. 2006. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Terjemahan M. Abdul Ghoffar, Abu Ihsan al-Atsari. Jakarta: Pustaka Iman Asy-Syafi’i.

Al-Jazairi, S.A.B.. 2009. *Tafsir Al-Quran Al-Aisar Surat Saba’-Al Hujuraat*. Jakarta Timur: Darus Sunnah Press.

Arifuddin, A.I.. 2010. *Macam-Macam Gangguan Jin terhadap Manusia*. Jakarta: Darul Haq.

Fadhil, Z.A.. 2011. *Iblis, Jin, Setan dan Malaikat Menurut Al-Qur’an*. Yogyakarta: Lentera Hati.

Gani, A.N.. 2011. Insensitive Arc in Domination of Fuzzy Graph. *International Journal Contemp Mathematics Sciences*, Vol. 6 Hal. 1303-1309.

Mahadevan, G., Shanthi, V.K., dan Mydeen, A.B.. 2011. Fuzzy Double Domination Number and Chromatic Number of A Fuzzy Graph. *International Journal of Information Technology and Knowledge Management*, Vol. 4 Hal. 495-499.

Mahioub, Q.M. dan Soner, N.D.. 2012. The Double Domination Number of Fuzzy Graphs. Karnataka: University of Mysore.

Munawaroh, S.. 2007. Graf Fuzzy. *Skripsi* Tidak Diterbitkan. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Ramadhani, F.. 2009. *Jin dalam Perspektif Al-Qur’an*. Solo: Pustaka Arafah.

Rosyida, I., Lavanya, S., Indrati, W.C.R., dan Sugeng, K.A.. 2012. An Upper Bound for Fuzzy Chromatic Number of Fuzzy Graphs and Their Complement.

Rosyida, I.. 2012. Pewarnaan Graf Fuzzy dengan Warna Fuzzy. Seminar Nasional Matematika FKIP UNS 2012. Semarang: FKIP UNS.

Shubatah, M.M.Q.. 2012. Domination in Product Fuzzy Graphs. *Advances in Computational Mathematics and its Applications (ACMA). World Science Publisher, United States*, Vol. 1 Hal. 119-125.

Somasundaram, A.. 2005. Domination in Product of Fuzzy Graphs. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. World Scientific Publishing Company*, Vol. 13 Hal. 195-204.

Somasundaram, A. dan Somasundaram, S.. 1998. Domination in Fuzzy Graphs-I. *Pattern Recognition Letters*, Vol. 19 Hal. 787-791.

Susilo, F.S.J.. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Arini Hidayati
NIM : 09610003
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Bilangan Dominasi Ganda Kabur dan Bilangan Kromatik pada Graf Lintasan Kabur $(\widetilde{P}_n = (\sigma, \mu))$
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	11 Maret 2013	Konsultasi Bab I	1.
2	15 April 2013	ACC Bab I	2.
3	26 April 2013	Konsultasi Bab I Agama	3.
4	10 Mei 2013	ACC Bab I Kajian Agama	4.
5	14 Mei 2013	ACC Bab II Kajian Agama	5.
6	27 Mei 2013	ACC Bab II	6.
7	26 Juni 2013	Revisi Bab III	7.
8	27 Juni 2013	Konsultasi Bab III Agama	8.
9	27 Juni 2013	Revisi Bab III	9.
10	28 Juni 2013	ACC Bab III	10.
11	28 Juni 2013	Revisi Bab III Kajian Agama	11.
12	29 Juni 2013	ACC Bab III Kajian Agama	12.
13	29 Juni 2013	ACC Bab IV	13.
14	1 Juli 2013	ACC Keseluruhan	14.

Malang, 1 Juli 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001