KEHAMILTONAN PADA GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD ASPUR
NIM. 07610036

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

KEHAMILTONAN PADA GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
MOHAMMAD ASPUR
NIM. 07610036

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

KEHAMILTONAN PADA GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD ASPUR
NIM. 07610036

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 28 Agustus 2014

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr. Abdussakir, M.Pd	Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 197510062003121001	NIP. 198005272008011012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 197510062003121001

KEHAMILTONAN PADA GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD ASPUR
NIM. 07610036

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 29 Agustus 2014

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: H. Wahyu Henky I., M.Pd NIP. 197104202000031003	( )
2. Ketua	: Hairur Rahman, M.Si NIP. 198004292006041003	( )
3. Sekretaris	: Dr. Abdussakir, M.Pd NIP. 197510062003121001	( )
4. Anggota	: Fachrur Rozi, M.Si NIP. 198005272008011012	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 197510062003121001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : MOHAMMAD ASPUR

NIM : 07610036

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : *"Kehamiltonan pada Graf Komplit"*

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 28 Agustus 2014

MOHAMMAD ASPUR
NIM: 07610036

MOTO

"Dimana ada kemauan disitu pasti ada jalan"

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan kepada

Kedua orang tua tercinta, Ayah Ibu... Rosidi dan Hatimah

Kakak Ramli; adik Ana dan Khoirul

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Alhamdulillahirrobbil 'alamin, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, hingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul ***"Kehamiltonan pada Graf Komplit"*** ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Dr. Abdussakir, M.Pd. selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus dosen pembimbing, yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan pengarahan selama penulisan skripsi ini.
4. Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing II, yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.

5. Seluruh Dosen Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang yang telah memberikan ilmu pengetahuan kepada penulis selama di bangku kuliah, serta seluruh karyawan dan staf UIN Malang.
6. Bapak Ibu tercinta, yang telah memberikan bantuan dan dukungan baik moril maupun spirituil serta ketulusan do'anya kepada penulis sampai dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Kakak Ramli, Adik Ana, dan khoirul yang selalu memberikan bantuan, semangat, dan do'a selama kuliah.
8. Aniatul Amalia Permatasari dan Alfan Maulana yang telah menjadi penyemangat, meluangkan waktu untuk memberikan semangat, motifasi dan do'a selama ini.
9. Teman-teman jurusan Matematika khususnya angkatan 2007, teman-teman keluarga besar UKM Tae Kwon Do Indonesia UIN Maliki Malang, dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah banyak membantu dan selalu memberikan semangat dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga Allah membalas yang telah kalian berikan semua, menjadi amal ibadah yang tidak pernah terputus, skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua dan menambah wawasan keilmuan khususnya Matematika. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb

Malang, 28 Agustus 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR viii
DAFTAR ISI x
DAFTAR GAMBAR xii
ABSTRAK xiii
ABSTRACT xiv
ملخص xv

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 6
1.3 Tujuan Penelitian 6
1.4 Batasan Masalah 6
1.5 Manfaat Penelitian 7
1.6 Metode Penelitian 7
1.7 Sistematika Penelitian 8

BAB II. KAJIAN PUSTAKA
2.1 Graf
2.1.1 Definisi Graph 10
2.2 Graf Komplit 15
2.3 Graf Sikel 16
2.4 Graf Lintasan 16
2.5 Graf Hamilton 17
2.6 Rukun Iman 23
2.6.1 Jaring-jaring keimanan 25

BAB III. PEMBAHASAN
3.1 Kehamilton pada Graf Komplit (K_n) 29
3.1.1 Graf Komplit (K_3) 29
3.1.2 Graf Komplit (K_4) 30
3.1.3 Graf Komplit (K_5) 31
3.1.4 Graf Komplit (K_6) 31
3.2 Kehamilton pada Graf Komplit (K_n^m) 33
3.2.1 Graf Komplit (K_6^1) 33
3.2.2 Graf Komplit (K_6^2) 35
3.2.3 Graf Komplit (K_6^3) 36
3.2.4 Graf Komplit (K_6^4) 38
3.3 Rukun Iman dalam Kajian Teori Graf 39

BAB V. PENUTUP

A. Kesimpulan.. 45
B. Saran... 45

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1: Jembatan Konigsberg 4
Gambar 1.2: Graf yang merepresentasikan masalah jembatan Konigsberg 4
Gambar 1.3 : Graph Hamilton 5
Gambar 2.1 : Graf G 11
Gambar 2.2 : Graf terhubung 12
Gambar 2.3 : Graf G 13
Gambar 2.4 : Graf G 14
Gambar 2.5 : Graf Trivial dan Null 14
Gambar 2.6 : Graf G 15
Gambar 2.7 : H subgraf dari G 15
Gambar 2.8 : Graf Komplit 16
Gambar 2.9 : Graf sikel 16
Gambar 2.10 : Graf lintasan 17
Gambar 2.11 : Graf Hamilton. 17
Gambar 2.12 : Graf Sederhana 18
Gambar 2.13 : Graf komplit 19
Gambar 2.14 : Graf Hamilton 19
Gambar 2.15 : Graf Sederhana 20
Gambar 2.16 : Graf G 21
Gambar 2.17 : Graf G 22
Gambar 2.18 : Graf G 22
Gambar 2.19 : Kubus 25
Gambar 2.20 : Jaring-jaring kubus 25
Gambar 3.1 : Graf Komplit K_3 29
Gambar 3.2 : Graf Komplit K_4 30
Gambar 3.3 : Graf Komplit K_5 31
Gambar 3.4 : Graf Komplit K_6 32
Gambar 3.5 : Graf Hamilton (K_6^1) 34
Gambar 3.6 : Graf Hamilton (K_6^2) 35
Gambar 3.7 : Graf Hamilton (K_6^3) 37
Gambar 3.8 : Graf Hamilton (K_6^4) 38
Gambar 3.9 : Graf Hamilton K_6 41

ABSTRAK

Aspur, Mohammad. 2014. *“**Kehamiltonan pada Graf Komplit**”* Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibraim Malang.
Pembimbing:
(I) Dr. Abdussakir, M.Pd.
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Kata Kunci: Graf komplit, Graf Hamilton, Graf Lintasan.

Graf G merupakan graf komplit dengan jumlah simpulnya adalah n buah simpul (dimana n paling sedikit tiga buah) dilabangkan dengan K_n. Jika derajat setiap simpulnya paling sedikit $\frac{n}{2}$ simpul, maka graf G memuat sikel Hamilton dan graf G tersebut merupakan graf Hamilton.
Graf Hamilton ialah sikel yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali. Pada penelitian ini dijelaskan bahwa graf komplit K_n^m memuat sikel Hamilton dengan $n \geq 0$.
Berdasarkan penelitian dibuktikan bahwa graf komplit K_n^m memuat sikel Hamilton dengan titik ujung sembarang titik, dengan titik $v, w \in V(K_n)$.

Pembahasan mengenai pengebangan *“Kehamiltonan pada Graf Komplit”* masih terbuka bagi peneliti lain untuk mengadakan penelitian yang sejenis dengan *“n”* yang berbeda.

ABSTRACT

Aspur, Mohammad. 2014. ***"Hamiltonian of Complete Graphs"*** Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Sains and Technology, Islamic State University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors:
(I) Dr. Abdussakir, M.Pd.
(II) Fachrur Rozi, M.Si

Keywords: Complete Graph, Hamilton Graph, Path Graph.

G Graph is a complete graph with total of vertices n (at least three vertices) denoted by K_n. If degrees any vertex at least $\frac{n}{2}$ vertices, then G graph contains a Hamilton cikle and G graph is Hamilton graph.

Hamilton Graph is a cikle that through every vertex in the graph exactly once, except the first vertex (as well as the last vertex) that for traversed twice. In this research will be explained that complete graph K_n^m contains Hamilton cikle with $n \geq 0$.
Based on research proved that complete graph K_n^m contains Hamilton cikle with the edge of any vertex, by vertex $v, w \in V(K_n)$.

A discussion on the development of *"Hamiltonian of Complete Graph"* is still opened for other researchers to do an experiment of different *"n"*.

الملخص

عصفور، محمد. ٢٠١٤" في هاملتون كاملة غراف "الأطروحة. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا لجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف:

(١) الدكتور عبدالشاكر، الماجستير

(٢) فخر الرازي، الماجستير

الكلمات الرئيسية :الرسم البياني الكامل، هاملتون الرسم البياني، مسار الرسم البياني.

الرسم البياني G هو رسم بياني كامل مع عدد من القمم هو القمم n حيث (هي n على الأقل ثلاث قط) كتبه K_n إذا كانت درجة كل قمة الرأس هي على الأقل n\٢ القمم، ثم الرسم البياني G يحتوي الشيكل هاميلتون والرسم البياني G هو الرسم البياني هاملتون. الشيكل هو الرسم البياني هاميلتون من خلال كل عقدة في الرسم البياني مرة واحدة بالضبط، ما لم يكن عقدة المنش(عقدة في نفس النها) عبرت مرتين .في هذه الدراسة أوضحت أن الرسم البياني الكامل K_n^m تحميل الشيكل هاميلتون مع $n \geq 0$ استنادا إلى الأبحاث أثبتت أن كامل الرسم البياني K_n^m تحميل الشيكل هاميلتون أي نقطة النهاية، نقطة الخامس $v, w \in V(K_n)$.

مناقشة بشأن تطوير "هاملتون في الرسم البياني الكامل "لا يزال مفتوحا للباحثين آخرين لإجراء دراسات مماثلة مع "n "مختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada awalnya matematika merupakan alat berpikir yang sederhana dari kelompok orang biasa untuk menghitung dan mengukur barang-barang miliknya, kemudian ilmu matematika mengalami perkembangan hingga menjadi alat pikiran yang ampuh dari para ilmuwan untuk memecahkan persoalan-persoalan yang rumit dalam suatu bidang ilmu. Salah satu cabang dari ilmu matematika adalah *teori graf*. Teori graf merupakan pokok bahasan yang mendapat banyak perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, di antaranya diterapkan dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan lain sebagainya (Purwanto, 1998: 1).

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Qur'an, salah satunya adalah matematika, dalam Al-Qur'an juga terdapat banyak dalil atas keutamaan ilmu.

Diantaranya, firman Allah dalam Al Qur'an surat Al-Mujadilah ayat: 11 disebutkan

يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖ

Artinya: ...*"Niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat"* (QS. Al-Mujadilah: 11)

Ibnu Abbas ra. berkata bahwa orang yang berilmu memililki keunggulan 700 derajat di atas orang yang beriman, yang mana jarak antara dua derajat adalah perjalanan 500 tahun (Al-Hamid, 2007: 1).

Allah berfirman dalam Al Qur'an surat Az-Zumar 9 disebutkan

قُلْ هَلْ يَسْتَوِى ٱلَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَٱلَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ ۗ

Artinya: ...*"Katakanlah: Adakah sama orang-orang yang mengetahui dengan orang-orang yang tidak mengetahui?"* (QS. Az-Zumar: 9)

Allah berfirman dalam Al Qur'an surat Al-Ankabut: 43 juga disebutkan

وَتِلْكَ ٱلْأَمْثَٰلُ نَضْرِبُهَا لِلنَّاسِ ۖ وَمَا يَعْقِلُهَآ إِلَّا ٱلْعَٰلِمُونَ ﴿٤٣﴾

Artinya: *"Dan perumpamaan-perumpamaan ini Kami buat untuk manusia; dan tiada yang memahaminya kecuali orang-orang yang berilmu."* (QS. Al-Ankabut: 43)

Rosulullah Saw. Bersabda, *"Manusia yang paling utama adalah orang mukmin yang berilmu; ketika dibutuhkan ia member manfaat dan ketika tidak dibutuhkan, maka ia pun mencukupi dirinya."*

Allah mengangkat derajat orang-orang yang berilmu, lalu menjadikan mereka dalam kebaikan sebagai pemimpin dan memberi petunjuk yang diikuti, petunjuk dalam kebaikan, jejak mereka diikuti dan perbuatan mereka diamalkan.

Para malaikat suka menghiasi mereka dan mengusap mereka dengan sayap-sayapnya. Setiap benda yang basah dan yang kering bertasbih bagi mereka dan memohon ampun bagi mereka, bahkan ikan-ikan di lautdan binatang-binatangnya, hewan-hewan buas dan ternak di darat serta binatang di langit. Sebab ilmu menghidupkan hati dan kebutaan, menerangi pandangan dari kegelapan serta menguatkan tubuh yang lemah. Dengan ilmu hamba mencapai kedudukan orang-orang yang saleh serta derajat yang tinggi. Memikirkan ilmu sama dengan puasa dan mengkaji ilmu sama dengan shalat malam. Dengan ilmu Allah ditaati, disembah dan diesakan. Dengan ilmu manusia hati-hati dalam mengamalkan agama dan membina hubungan dalam kekerabatan. Ilmu adalah pemimpin dan amal pengikutnya. Orang mendapat ilmu adalah orang yang bahagia, sedangkan orang yang tidak mendapatkan adalah orang yang sengsara. (Al-Hamid, 2007: 4).

Dunia adalah tanaman akhirat, maka, orang alim dengan ilmunya menanam bagi dirinya kebahagiaan abadi dengan mendidik akhlaknya sesuai tuntunan ilmu. Barangkali pula dengan pengajaran ia menanamkan kebahgiaan abadi, karena ia mendidik akhlak orang lain dan menyeru mereka kepada perbuatan yang mendekatkan mereka kepada Allah Ta'ala.

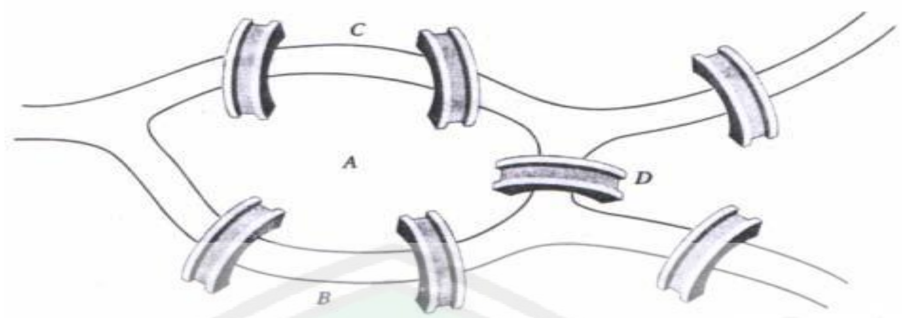
Allah berfirman dalam Al Qur'an surat An-Nahl: 125 disebutkan

ٱدۡعُ إِلَىٰ سَبِيلِ رَبِّكَ بِٱلۡحِكۡمَةِ وَٱلۡمَوۡعِظَةِ ٱلۡحَسَنَةِۖ وَجَٰدِلۡهُم بِٱلَّتِي هِيَ أَحۡسَنُۚ

Artinya: *"Serulah (manusia) kepada jalan Tuhan-mu dengan hikmah dan pelajaran yang baik dan bantahlah mereka dengan cara yang baik."* (QS. Al-Ankabut: 43)

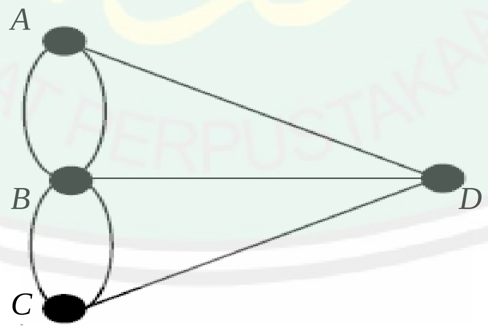
Ilmu menyeru orang-orang *khawas* dengan hikmah dan menyeru orang-orang awam dengan nasehat-nasehat serta pembangkan dengan bantahan. Maka, ia menyelamat dirinya dan orang lain, dan inilah kesempurnaan manusia.

Pada tahun 1736 seorang matematikawan yang berkebangsaan Swiss bernama Leonhard Euler berhasil mengungkapkan misteri jembatan Konigzberg yang terdapat dikota Konigzberg. Di Rusia mengalir sebuah sungai yang bernama sungai Pregel ditengah – tengah sungai tersebut tedapat dua buah pulau kemudian antara kedua pulau dan kedua tepian sungai tedapat jembatan seperti tampak pada Gambar 1.1



Gambar 1.1 Jembatan Konigsberg.

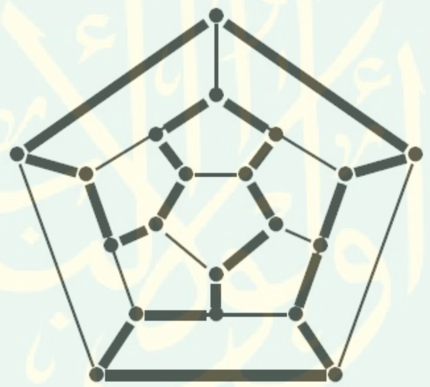
Pada abad ke-18 dibangunlah tujuh jembatan yang menghubungkan keempat daratan tersebut. Pada hari Minggu, masyarakat Konigsberg biasanya berjalan-jalan dari daratan satu ke daratan lainnya melalui jembatan tersebut. Mereka berpikir apakah mungkin untuk berjalan menyeberangi ketujuh jembatan tanpa melalui jembatan yang sama dari suatu daratan dan kembali ke tempat semula. Masalah ini pertama kali dipecahkan oleh Leonhard Euler. Solusi Euler merepresentasikan masalah ini ke dalam suatu graf dengan keempat daratan sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi. Graf yang dibuat Euler diperlihatkan pada Gambar 1.2:



Gambar 1.2 Graf yang Merepresentasikan Masalah Jembatan Konigsberg.

Dengan graf tersebut, Euler berhasil menemukan jawaban kenapa orang-orang tidak dapat melalui ketujuh jembatan tersebut masing-msing sekali dan kembali ke tempat semula. Jawaban yang ditemukan Euler adalah karena tidak semua titik pada graf tersebut berderajat genap. Simpul *B*, *C*, dan *D* berderajat 3, sedangkan simpul *A* berderajat 5 (Wirawan, 2008:2).

Pada tahun 1859 Sir William Rowan Hamilton, seorang matematikawan Irlandia, membuat permainan dodecahedron yang ditawarkan pada pabrik mainan di Dublin. Permainan tersebut terdiri dari 12 buah pentagonal dan ada 20 titik sudut (setiap sudut diberi nama ibu kota setiap negara). Permainan ini membentuk perjalanan keliling dunia yang mengunjungi setiap ibu kota Negara tepat satu kali dan kembali lagi ke kota asal. Ini tak lain adalah mencari sikel Hamilton. Masalah tersebut dapat diilustrasikan dalam Gambar 1.3:



Gambar 1.3 Pada ilustrasi diatas, sikel Hamilton adalah lintasan yang dicetak tebal.

Lintasan Hamilton suatu graf merupakan lintasan yang melalui setiap simpul dalam graf tersebut tepat satu kali. Jika lintasan tersebut kembali kesimpul awal, sehingga membentuk lintasan tertutup (sirkuit) maka lintasan ini dinamakan **sikel Hamilton**.

Dengan demikian, sikel Hamilton merupakan sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali. Graf yang memuat sikel Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan graf yang memuat lintasan Hamilton dinamakan graf semi Hamilton

Graf G merupakan graf lengkap dengan jumlah simpulnya adalah n buah simpul (dimana n paling sedikit tiga buah) dilabangkan dengan K_n. Jika derajat setiap simpulnya paling sedikit $\frac{n}{2}$ simpul, maka graf G tersebut merupakan graf Hamilton. Berdasarkan uraian di atas maka dalam penyusunan skripsi ini penulis akan membahas, meneliti serta mengembangkan lebih lanjut. Dengan demikian penulis bermaksud untuk mengadakan penelitian tersebut dengan judul "**Kehamiltonan pada Graf Komplit**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara membuktikan bahwa graf komplit memuat sikel Hamilton?
2. Bagaimana pola umum sikel kehamiltonan pada graf komplit (K_n^m)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bagaimana cara membuktikan bahwa graf komplit memuat sikel Hamilton.
2. Menemukan pola umum kehamiltonan pada graf komplit (K_n^m)

1.4 Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam skripsi ini lebih terfokus, maka penulis hanya membatasi skripsi ini pada pengembangan graf komplit K_6

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi peneliti, sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan mengenai Teori Graf hususnya Graf Hamilton.
2. Bagi pemerhati matematika, sebagai tambahan pengetahuan bidang matematika, khususnya Teori Graf mengenai pengembangan Graf Hamilton.
3. Bagi lembaga UIN Malang, untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah Teori Graf.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research)* atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah :

1. Merumuskan masalah

   Sebelum peneliti melakukan penelitian, terlebih dahulu disusun rencana penelitian bermula dari suatu masalah tetang kehamiltonan pada graf komplit.

2. Mengumpulkan Data.

   Mengumpulkan data dari literatur Graphs & Digraphs (Abdussakir dkk) dan literatur pendukung, baik yang bersumber dari buku, jurnal, artikel, diktat kuliah, internet, dan lainnya yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini.

3. Menganalisis Data

Langkah-langkah yang diambil untuk menganalisis data dalam penelitian ini adalah :

a. Menggambar beberapa sikel Hamilton pada graf komplit.
b. Mencari pola pada graf Hamilton yang kemudian menghasilkan teorema dan dibuktikan.

4. Membuat Kesimpulan

Kesimpulan dalam skripsi ini berupa hasil atau teorema dari graf Hamilton.

5. Melaporkan

Langkah terakhir dari kegiatan ini adalah menyusun laporan dari penelitian yang telah dilakukan, yaitu berupa skripsi sebagai syarat memperoleh gelar sarjana.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika pembahasan yeng terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan meliputi: latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang pengertian graf, operasi pada graf, graf komplit, graf sikel, graf lintasan, graf Hamilton, graf dalam Al-Qur'an

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang bagaimana menentukan teorema sikel Hamilton dan membuktikannya, serta Kajian Agama Islam tentang Graf.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini akan dibahas tentang kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Graf menggambarkan stuktur tersebut dalam beberapa obyek yang diyatakan dengan noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara obyek dinyatakan dengan garis. Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

2.1.1 Definisi Graf

Definisi 1

Graf G adalah pasangan $(V(G)$, $E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. Sedangkan banyaknya unsur di $V(G)$ disebut ***order*** dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ***ukuran*** dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q (Abdussakir, dkk. 2009:4).

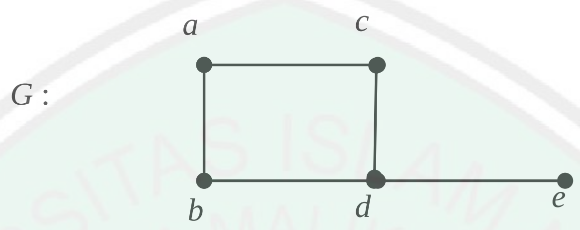
Perhatikan Graf G yang memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti berikut ini.

$$V(G)=\{a,b,c,d,e\}$$

$$E(G)=\{(a,b),(a,c),(b,d),(c,d),(d,e)\}.$$

Graf G tersebut secara lebih jelas dapat digambar sebagai berikut.

Contoh 2.1



Gambar 2.1 Graf *G*.

Dari gambar 2.1. Graf G mempunyai 5 titik sehingga order G adalah $p = 5$. Graf G mempunyai 5 sisi sehingga ukuran graf G adalah $q = 5$ dengan

$$V(G)=\{a,b,c,d,e\}$$

$$E(G)=\{(a,b),(a,c),(b,d),(c,d),(d,e)\}$$

Dapat juga ditulis dengan

$$V(G)=\{a,b,c,d,e\}$$

$$E(G)=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5\}$$

dengan

$$e_1=(a,b)$$

$$e_2=(a,c)$$

$$e_3=(b,d)$$

$$e_4=(c,d)$$

$$e_5=(d,e)$$

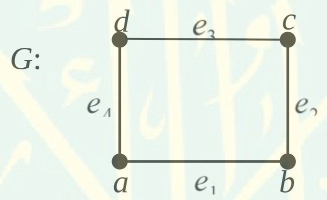
Definisi 2

Sisi e = (u, v) dikatakan *menghubungkan* titik u dan v. Jika e = (u,v) adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi e = (u, v) akan ditulis e = uv. (Abdussakir, dkk, 2009:6).

Contoh 2.2

Perhatikan graf G yang memuat

$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ berikut:



Gambar 2.2 Graf G.

Dari Gambar 2.2 tersebut, titik a dan e_1 serta e_1 dan b adalah *incident* (terkait langsung) dan titik a dan b adalah *adjacent* (terhubung langsung).

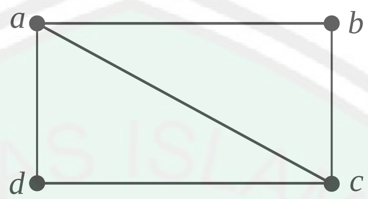
Definisi 3

Suatu graf terdiri dari suatu himpunan tak kosong yang masing-masing unsurnya disebut titik (*vertex*) dan suatu himpunan pasangan tak berurutan dari titik-titik tersebut yang disebut sisi (*edge*) (Purwanto, 1997:5).

Misalkan G adalah suatu graf. Himpunan titik di graf G dinyatakan sebagai $V(G) = \{v_i : 1 \leq i \leq n\}$ dengan v_i disebut titik atau *vertex* dan himpunan sisi di graf G dinyatakan sebagai $E(G) = \{v_j v_k : v_j \in V(G), v_k \in V(G)\}$ dengan $v_j v_k$

disebut sisi atau *edge*, sisi juga dapat dinotasikan dengan e_i. Graf G dapat dinyatakan dengan $G = (V(G), E(G))$ (Baskoro, 2007:7).

Contoh 2.3



G

Gambar 2.3 Contoh Graf G

Graf G pada Gambar 2.3 dapat dinyatakan sebagai $G = (V(G), E(G))$. Graf G mempunyai 4 titik sehingga order G adalah p = 4 dan mempunyai 5 sisi sehingga ukuran graf G adalah q = 5 dengan

$$V(G) = \{a, b, c, d\}$$

$$E(G) = \{ab, ad, ac, bc, cd\}.$$

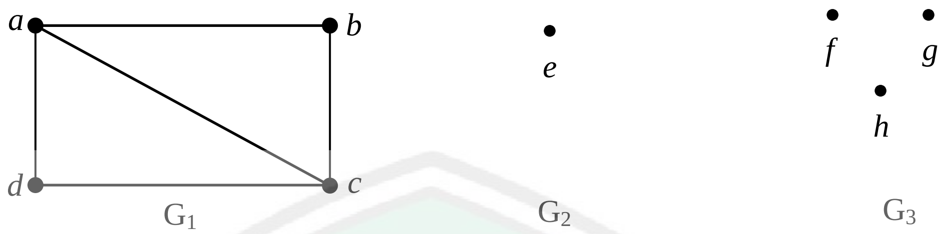
Dapat juga ditulis dengan

$$V(G) = \{a, b, c, d\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

Jika banyaknya titik dan banyaknya sisi di G terhingga maka G disebut graf terhingga. Jika graf G hanya terdiri dari satu titik maka graf G disebut graf trivial. Jika graf G hanya terdiri dari himpunan titik tanpa himpunan sisi maka graf G disebut graf kosong (graph *Null*).

Contoh 2.4



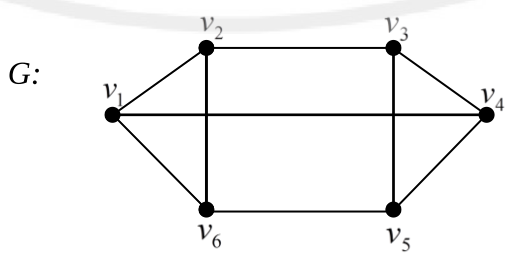
Gambar 2.4 Contoh Graf Trivial dan Null

Pada Gambar 2.4 graf G_1 dapat dinyatakan sebagai $G_1 = (V(G_1), E(G_1))$, dengan $V(G_1) = \{a, b, c, d\}$, $E(G_1) = \{ab, ad, ac, bc, cd\}$. Karena G_2 hanya terdiri dari himpunan satu titik maka graf G_2 disebut graf trivial. Dan karena $G_3 = (V(G_3), E(G_3))$ dengan $V(G_3) = \{a, b, c, d\}$ dan $E(G_3) = \{\}$ maka G_3 disebut graf kosong (*graph Null*).

Definisi 4

Graf H dikatakan *subgraf* dari graf G jika setiap titik di H adalah titik di G dan setiap sisi di H adalah sisi di G. Dengan kata lain , graf H adalah subgraf dari G jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika H adalah subgraf G, maka dapat ditulis $H \subseteq G$ (Abdussakir, dkk, 2009:39).

Contoh 2.5

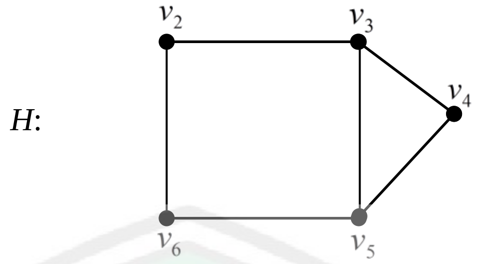


Gambar 2.5 Graf *G*

$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan

$E(G) = \{ v_1 v_2, v_1 v_6, v_1 v_4 , v_2 v_3, v_2 v_6, v_3 v_4, , v_3 v_5, v_4 v_5, v_5 v_6\}$

Contoh 2.6



Gambar 2.6 *H* Subgraf dari *G*

Gambar 2.5 dan 2.6 menunjukkan bahwa *H* adalah subgraf *G*.

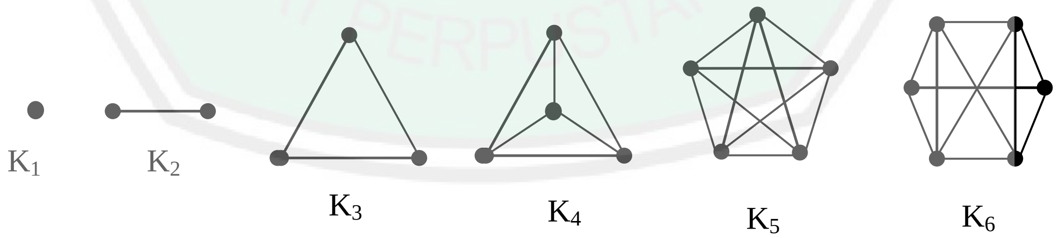
2.2 Graf Komplit

Definisi 5

Graf *G* dikatakan ***komplit*** jika setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*adjecent*). Graf komplit dengan order *n* dinyatakan dengan K_n. Dengan demikian, maka graf merupakan graf beraturan-(n - 1) dengan order $p = n$ *dan* ukuran $q = \frac{n(n-1)}{2}$. (Abdussakir, dkk, 2009:21).

Berikut ini adalah gambar graf $K_1, K_2, K_3, \dots, K_6$

Contoh 2.7



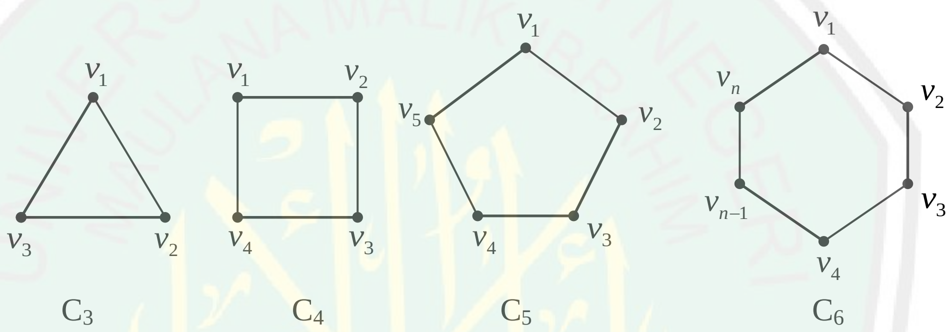
Gambar 2.7 Graf Komplit

2.3. Graf Sikel

Definisi 6

Graf sikel adalah graf berbentuk sikel dengan titik sebanyak n, $n \geq 3$, dan ditulis C_n. graf sikel digambarkan dalam bentuk poligon. C_3 dapatdisebut segitiga, C_4 segiempat, C_5 segilima, C_6 segienam dan secara umum C_n dapat juga disebut ***segi-n*** (Abdussakir, dkk, 2009:55).

Contoh 2.8



Gambar 2.8 Graf Sikel C_3, C_4, C_5 dan C_6

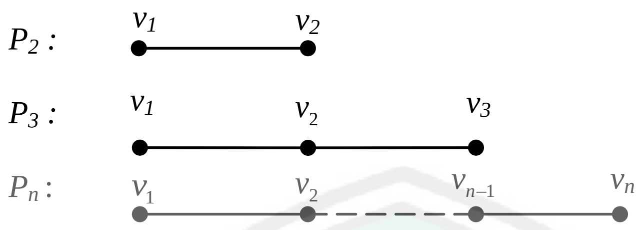
2.4 Graf Lintasan

Definisi 7

Graf lintasan adalah jalan terbuka yang semua titiknya berbeda (Abdussakir, dkk, 2009:55).

Graf berbentuk lintasan dengan titik sebanyak n dinamakan ***graf lintasan order n,*** $n \geq 2$ dan ditulis P_n, Berikut ini adalah graf lintasan dengan order 2, 3, dan 4

Contoh 2.9



Gambar 2.9 Graf Lintasan P_2, P_3 dan P_n

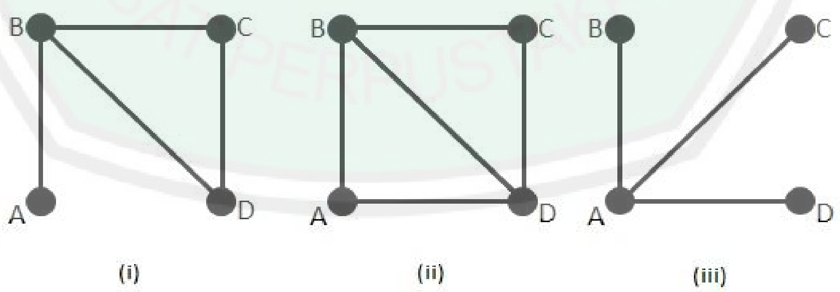
Jadi secara umum graf P_n mempunyai n titik dan $n - 1$ sisi.

2.5 Graf Hamilton

Definisi 8

Graf Hamilton adalah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali. Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali

Contoh 2.10



Gambar 2.10 Graf I, II dan III

I. Graf yang memiliki lintasan hamilton (misalnya ABCD)

II. Graf yang memiliki sikel Hamilton (misalnya DCBA)

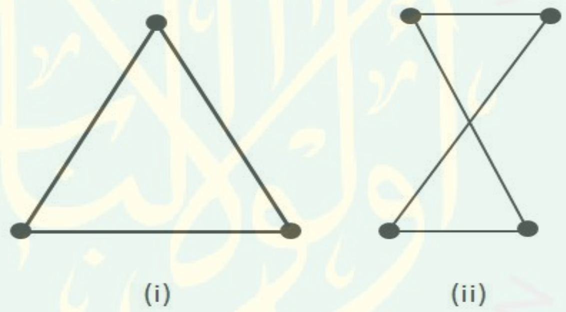
III. Graf yang tidak memiliki lintasan maupun sikel Hamilton

Dengan demikian, sikel Hamilton merupakan sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali. Graf yang memuat sikel Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan graf yang memuat lintasan Hamilton dinamakan graf semi Hamilton.

Definisi 9

Syarat cukup (jadi bukan syarat perlu) supaya graf sederhana G dengan $n \leq 3$ buah vertex adalah graf hamilton ialah bila tiap vertex paling sedikit $\frac{n}{2}$ (yaitu, d(v) ≤ $\frac{n}{2}$ untuk setiap simpul v di G).

Contoh 2.11



Gambar 2.11 Graf I dan II

I. n = 3, dengan tiap vertex memiliki d(v) = 1,5 ≈ 2

II. n = 4, dengan tiap vertex memiliki d(v) = 2

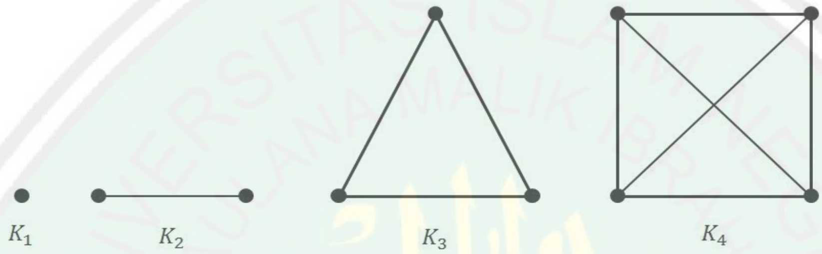
Graf G merupakan graf lengkap dengan jumlah simpulnya adalah n buah simpul (dimana n paling sedikit tiga buah) dilabangkan dengan K_n. Jika derajat setiap simpulnya paling sedikit $\frac{n}{2}$ simpul maka graf G tersebut merupakan graf Hamilton.

Definisi 10

Setiap graf lengkap adalah graf hamilton.

Graf lengkap dengan n buah simpul dilabangkan dengan K_n. Jumlah sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n buah simpul adalah $\frac{n\ n-1}{2}$.

Contoh 2.12



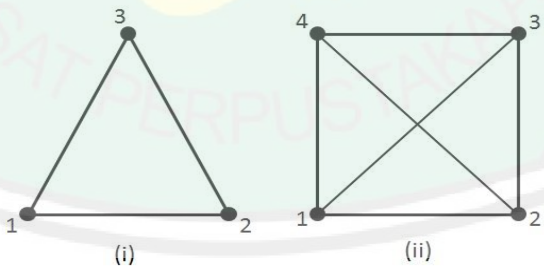
dan seterusnya

Gambar 2.12 Graf lengkap

Definisi 11

Di dalam graf lengkap G dengan n buah vertex ($n \geq 3$), terdapat $\frac{n-1\ !}{2}$ buah sikel Hamilton

Contoh 2.13



Gambar 2.13 I dan II

I. Graf lengkap n = 3, memiliki sikel Hamilton 1 yaitu 1231

II. Graf lengkap n = 4, memiliki sikel Hamilton 3 yaitu, 12341, 24312, dan 31423.

Definisi 12

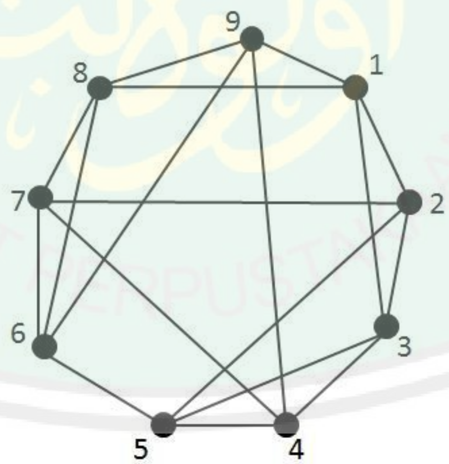
Pada suatu graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$ dan n ganjil), terdapat $\frac{n-1}{2}$ buah sikel Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang beririsan). Jika n genap dan $n \geq 4$, maka di dalam G terdapat $\frac{n-2}{2}$ buah sikel Hamilton yang saling lepas.

Contoh 2.14

Sembilan anggota sebuah klub yang bertemu tiap hari untuk makan siang pada sebuah meja bundar. Mereka memutuskan duduk sedemikian sehingga setiap anggota mempunyai tetangga duduk berbeda setiap makan siang. Berapa hari pengaturan tersebut dapat dilaksanakan?

Jumlah pengaturan tempat duduk yang berbeda adalah $\frac{9-1}{2} = 4$

Graf yang merepresentasikan:



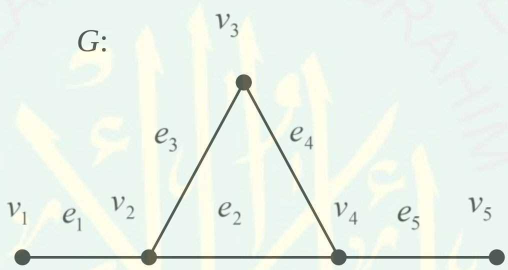
Gambar 2.14 pengaturan tempat duduk.

Definisi 13

Derajat dari titik v di graf G, ditulis $\deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung (*incident*) dengan v. Jika dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G, maka tulisan $\deg_G(v)$ disingkat menjadi $\deg(v)$. Titik yang berderajat genap sering disebut *titik genap* (*even vertices*) dan titik yang berderajat ganjil disebut *titik ganjil* (*odd vertices*). Titik yang berderajat nol disebut *titik terisolasi* (*isolated vértices*) dan titik yang berderajat satu disebut *titik ujung* (*end vertices*) (Chartrand dan Lesniak, 1986:7).

Contoh 2.16

Perhatikan graf G berikut yang mempunyai himpunan titik $V(G)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$ dan himpunan sisi $E(G)=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5\}$



Gambar 2.16 Graf dengan Derajat Titik

Berdasarkan Gambar 2.16, diperolah bahwa:

$\deg(v_1)=1$

$\deg(v_2)=3$

$\deg(v_3)=2$

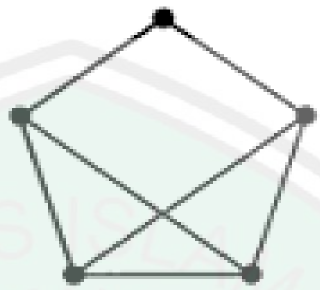
$\deg(v_4)=3$

$\deg(v_5)=1$

Contoh 2.17

Misalkan G adalah graf terhubung sederhana dengan n titik, dengan $n \geq 3$ dan deg v + deg $w \geq n$ Untuk tiap-tiap pasangan titik yang tidak berdekatan v dan w, maka G adalah graf hamilton.

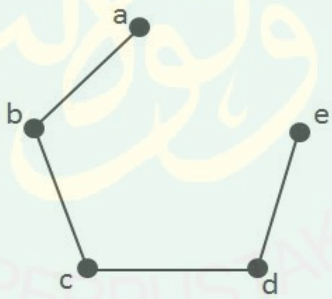
Untuk graf yang ditunjukkan pada gambar berikut deg v + deg w 5 untuk masing-masing vertex yang tidak berdekatan v dan w. Jadi menurut teorema 5 graf ini adalah graf hamilton.



Gambar 2.17 graf G

Contoh 2.18

Misalkan G adalah graf sederhana dengan n vertex. Jika jumlah dari derajat masing-masing vertex di G paling sedikit n – 1, maka ada lintasan hamilton di G.



Gambar 2.18 Graf G, deg(a)+deg(b)+deg(c)+deg(d)+deg(e) = 1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8 jumlah derajat dari masing-masing vertex lebih dari n – 1 = 5 – 1 = 4

2.6 Rukun Iman

Iman dari *bahasa Arab* yang artinya percaya. Sedangkan *menurut istilah*, pengertian iman adalah *membenarkan dengan hati, diucapkan dengan lisan, dan diamalkan dengan tindakan (perbuatan).*

Dengan demikian, pengertian iman kepada Allah adalah membenarkan dengan hati bahwa Allah itu benar-benar ada dengan segala sifat keagungan dan kesempurnaanNya, kemudian pengakuan itu diikrarkan dengan lisan, serta dibuktikan dengan amal perbuatan secara nyata.

Adapun makna iman secara syar'i yaitu segala bentuk ketaatan bathin maupun zhahir. Ketaatan bathin seperti amalan hati, yaitu pembenaran hati. Sedangkan yang zhahir yaitu perbuatan badan yang mencakup berbagai kewajiban dan amalan-amalan sunnah. Intinya iman itu adalah yang menghujam kokoh di dalam hati dan dibenarkan dengan perilaku dan sikap, sedangkan buahnya iman itu nampak nyata dalam pelaksanaan perintah Allah dan menjauhi dari segala larangan-Nya. Jika ilmu tersebut tanpa disertai dengan pengamalan, maka ilmu tersebut tidak ada manfaatnya. Seandainya hanya sekedar ilmu saja tanpa perbuatan dapat memberi manfaat kepada seseorang. Dalam al-Qur-an tidak disebutkan iman saja tanpa disertai dengan perbuatan, namun digabungkan antara iman dan amal shalih .

Seseorang dapat dikatakan sebagai mukmin (orang yang beriman) sempurna apabila memenuhi ketiga unsur keimanan di atas. Apabila seseorang mengakui dalam hatinya tentang keberadaan Allah, tetapi tidak diikrarkan dengan lisan dan dibuktikan dengan amal perbuatan, maka orang tersebut tidak dapat dikatakan sebagai mukmin yang sempurna. Sebab, ketiga unsur keimanan tersebut merupakan satu kesatuan yang utuh dan tidak dapat dipisahkan.

Sesungguhnya iman itu mempunyai beberapa tingkat dan cabang, dapat bertambah dan berkurang serta orang yang beriman itu mempunyai kelebihan antara satu dengan yang lain; seperti terdapat dalam beberapa ayat maupun hadits, diantaranya:

Allah Ta'ala berfirman:

وَيَزۡدَادَ ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِيمَٰنًا

Artinya".... *Dan supaya orang yang beriman bertambah imannya....*" (Al-Muddatssir: 31).

Allah Ta'ala juga berfirman:

مَّن يَقُولُ أَيُّكُمۡ زَادَتۡهُ هَٰذِهِۦٓ إِيمَٰنًاۚ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ فَزَادَتۡهُمۡ إِيمَٰنًا

Artinya:".... *Siapakah diantara kamu yang bertambah imannya dengan (turunnya) surat ini? Adapun orang yang beriman, maka surat ini menambah imannya.....*" (At-Taubah: 124).

la berfirman,

وَإِذَا تُلِيَتۡ عَلَيۡهِمۡ ءَايَٰتُهُۥ زَادَتۡهُمۡ إِيمَٰنًا وَعَلَىٰ رَبِّهِمۡ يَتَوَكَّلُونَ

Artinya ".... *Dan apabila dibacakan kepada mereka ayat-ayat-Nya, bertambahlah iman mereka (karenanya) dan kepada Rabb-lah mereka bertawakkal.*" (Al-Anfaal: 2)

Allah Ta'ala berfirman pula,

هُوَ ٱلَّذِيٓ أَنزَلَ ٱلسَّكِينَةَ فِي قُلُوبِ ٱلۡمُؤۡمِنِينَ لِيَزۡدَادُوٓاْ إِيمَٰنًا مَّعَ إِيمَٰنِهِمۡۗ وَلِلَّهِ جُنُودُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِۚ وَكَانَ ٱللَّهُ عَلِيمًا حَكِيمًا ٤

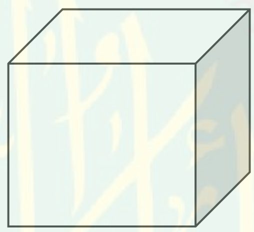
Artinya:".... *Dialah yang telah menunurunkan ketenangan ke dalam hati orang-orang mukmin supaya keimanan mereka bertambah disamping keimanan mereka (yang telah ada)....*" (Al-Fat-h: 4).

Iman Ahlus Sunnah, Ahmad bin Hanbal berkata, "Iman itu bertambah dan berkurang, bertambahnya dengan amal (ketaatan) dan berkurangnya dengan meninggalkan amal (ketaatan) dan berkurangnya dengan meninggalkan amal (ketaatan).” (Anonym, 2007)

2.6.1 Jaring-Jaring Keimanan

Persegi enam adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh **enam buah sisi** berbentuk **persegi enam yang kongruen.** Bangun berbentuk kubus dapat kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Seperti dadu, kotak box, kardus berbentuk kubus, dll. (Shadiq, F. 2009).

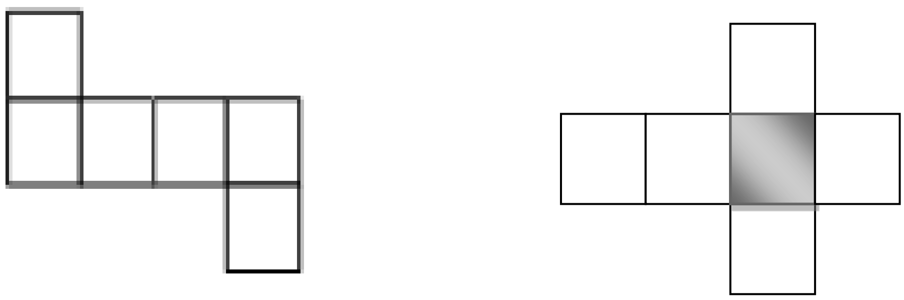
Contoh 2.19



Gambar 2.19 Kubus

Terdapat 6 buah sisi kongruen yang berbentuk persegi yang akan membatasi kubus. Kubus memiliki 6 buah sisi, 8 titik sudut, dan 12 rusuk. Sebuah kubus apabila dipotong menurut rusuk-rusuknya kemudian tiap sisinya direntangkan akan menghasilkan jaring-jaring kubus. Jaring-jaring kubus terdiri dari enam buah persegi kongruen yang saling berhubungan.

Contoh 2.20



Gambar 2.20. Jaring-jaring Kubus

Enam buah persegi yang kongruen kalau disusun belum tentu merupakan jaring-jaring kubus. Susunan persegi tersebut merupakan jaring-jaring kubus apabila dilipat kembali keenam sisi kubus tepat tertutup oleh 6 buah persegi yang kongruen tersebut.

Apabila kita perhatikan, jaring-jaring kubus tersebut sama dengan konsep keimanan seorang muslim. Jika kita ibaratkan kubus tersebut sebagai iman seorang muslim, orang sering mengatakan bahwa seorang muslim harus beriman pada Allah, padahal iman seorang muslim yang benar tidak hanya beriman kepada Allah. Karena seorang muslim untuk mencapai keimanan yang utuh, yaitu iman islam harus memahami dan mengerti 6 rukun iman.

Pengertian iman dari *bahasa Arab* yang artinya percaya. Sedangkan *menurut istilah*, pengertian iman adalah *membenarkan dengan hati, diucapkan dengan lisan, dan diamalkan dengan tindakan (perbuatan).* (Pandu, A. 2005)

Adapun rukun iman tersebut yaitu:

a. Iman kepada Allah

Iman kepada Allah adalah membenarkan dengan hati bahwa Allah itu benar-benar ada dengan segala sifat keagungan dan kesempurnaanNya, kemudian pengakuan itu diikrarkan dengan lisan, serta dibuktikan dengan amal perbuatan secara nyata.

b. Iman kepada Malaikat Allah

Iman kepada malaikat adalah meyakini dan membenarkan dengan sepenuh hati bahwa Allah telah menciptakan malaikat yang diutus untuk melaksanakan tugas-tugas tertentu dari Allah. Sebagaimana disebutkan dalam al qur'an:

ٱلۡحَمۡدُ لِلَّهِ فَاطِرِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ جَاعِلِ ٱلۡمَلَٰٓئِكَةِ رُسُلًا أُوْلِيٓ أَجۡنِحَةٖ مَّثۡنَىٰ وَثُلَٰثَ وَرُبَٰعَۚ يَزِيدُ فِي ٱلۡخَلۡقِ مَا يَشَآءُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ١

Artinya: *"Segala puji bagi Allah pencipta langit dan bumi, yang menjadikan malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat."* (Q.S. Fatir: 1)

c. Iman kepada Kitab-kitab Allah

Iman kepada kitab-kitab Allah adalah percaya dan yakin bahwa Allah menurunkan kitab suci Al Qur'an dan kitab-kitab sebelumnya yang berfungsi sebagai petunjuk bagi seluruh umat manusia.

d. Iman kepada Rasul-rasul Allah

Iman kepada rasul-rasul Allah adalah percaya dan yakin bahwa Allah telah mengutus nabi dan rasul untuk menyampaikan wahyu Allah kepada seluruh umat manusia.

e. Iman kepada Hari Akhir

Iman kepada hari akhir adalah percaya dan yakin akan datangnya hari akhir atau hari kiamat. Dijelaskan dalam sebuah ayat di dalam al qur'an, yaitu:

يَسۡـَٔلُكَ ٱلنَّاسُ عَنِ ٱلسَّاعَةِۖ قُلۡ إِنَّمَا عِلۡمُهَا عِندَ ٱللَّهِۚ وَمَا يُدۡرِيكَ لَعَلَّ ٱلسَّاعَةَ تَكُونُ قَرِيبًا ٦٣

Artinya: *"manusia bertanya kepadamu tentang hari berbangkit. Katakanlah: "Sesungguhnya pengetahuan tentang hari berbangkit itu hanya di sisi Allah". dan tahukah kamu (hai Muhammad), boleh Jadi hari berbangkit itu sudah dekat waktunya"* (QS Al-Ahzab ayat 63).

f. Iman kepada Qada dan Qadar

Iman kepada qada dan qadar adalah percaya dan yakin akan takdir yang telah digariskan oleh Allah SWT, baik takdir yang baik atau yang buruk. Hal tersebut dijelaskan dalam al qur'an, yaitu:

مَآ أَصَابَ مِن مُّصِيبَةٖ فِي ٱلۡأَرۡضِ وَلَا فِيٓ أَنفُسِكُمۡ إِلَّا فِي كِتَٰبٖ مِّن قَبۡلِ
أَن نَّبۡرَأَهَآۚ إِنَّ ذَٰلِكَ عَلَى ٱللَّهِ يَسِيرٞ ٢٢ لِّكَيۡلَا تَأۡسَوۡاْ عَلَىٰ مَا فَاتَكُمۡ وَلَا
تَفۡرَحُواْ بِمَآ ءَاتَىٰكُمۡۗ وَٱللَّهُ لَا يُحِبُّ كُلَّ مُخۡتَالٖ فَخُورٍ ٢٣

Artinya:*"Tidak ada sesuatu kesusahan (atau bala bencana) yang ditimpakan di bumi dan tidak juga yang menimpa diri kamu, melainkan telah sedia ada di dalam Kitab (pengetahuan Kami) sebelum Kami menjadikannya; sesungguhnya mengadakan yang demikian itu adalah mudah bagi Allah. (Kamu diberitahu tentang itu) supaya kamu tidak bersedih hati akan apa yang telah luput daripada kamu dan tidak pula bergembira (secara sombong dan bangga) dengan apa yang diberikan kepada kamu dan (ingatlah), Allah tidak suka kepada tiap-tiap orang yang sombong takbur, lagi membanggakan diri.* (QS Al-Hadid: 22-23).

Hal tersebut juga dijelaskan dalam hadits riwayat Muslim tentang iman dan rukunnya. Dari **Abdullah bin Umar**, ketika diminta untuk menjelaskan iman, Rasulullah bersabda,

"Iman itu engkau beriman kepada Allah, malaikat-malaikatNya, kitab-kitabNya, Rasul-rasulNya dan hari akhir serta beriman kepada ketentuan (takdir) yang baik maupun yang buruk."

Dari ayat dan hadist di atas, jelaslah bahwa rukun islam ada 6, sama halnya dengan 6 buah persegi yang kongruen, sebangun, dan saling berhubungan membentuk jaring-jaring keimanan.

BAB III

PEMBAHASAN

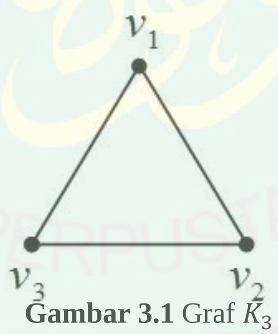
Pada bab ini akan dibahas bagaimana langkah-langkah membuktikan kehamiltonan pada graf komplit (K_n) dan (K_n^m), untuk $n = 6$ dan $m \geq 1$, m merupakan jumlah K_n yang menggantikan setiap titik K_n mulai dari titik terluar hingga titik terdalam $= (K_n^m)$.

Untuk membuktikan kehamiltonan pada graf komplit (K_n) langkah yang akan ditentukan meliputi kehamiltonan pada graf komplit (K_n) dengan $n \geq 3$ (dalam langkah ini n yang diambil hanya sampai 6).

3.1 Kehamiltonan pada Graf Komplit (K_n)

3.1.1 Graf komplit (K_3)

Contoh 3.1



Gambar 3.1 Graf K_3

Gambar 3.1 memperlihatkan bahwa graf komplit (K_3) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$V(G) = \{v_{1,} v_{2,} v_3\}$n

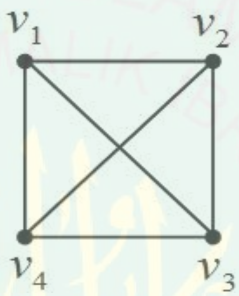
$E\ (G) = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_1)\}$

$= \{\, e_1,\ e_2,\ e_3, \}$

Graf komplit (K_3) mempunyai 3 titik sehingga order G adalah p = 3, mempunyai 3 sisi sehingga ukuran graf komplit (K_3) adalah q =6, memuat lintasan hamilton $(v_1\, v_2\, v_3)$ dan memiliki 1 sikel hamilton yaitu $(v_1 v_2 v_3 v_1)$

3.1.2 Graf komplit (K_4)

Contoh 3.2



Gambar 3.2 Graf K_4

Gambar 3.2 memperlihatkan bahwa graf komplit (K_4) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

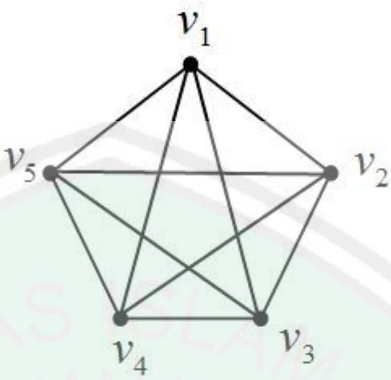
$$E\,(G) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4)\}$$

$$= \{\,e_1,\ e_2,\ e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

Graf komplit (K_4) mempunyai 4 titik sehingga order G adalah p = 4 dan mempunyai 6 sisi sehingga ukuran graf komplit (K_4) adalah q = 6, memuat lintasan hamilton $(v_1 v_2 v_3 v_4)$ dan memiliki 3 sikel hamilton misalnya: $(v_1 v_2 v_3 v_4 v_1)$

3.1.3 Graf komplit (K_5)

Contoh 3.3



Gambar 3.3 Graf K_5

Dari gambar 3.3 memperlihatkan bahwa graf komplit (K_5) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E\ (G) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_4),\ (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$$

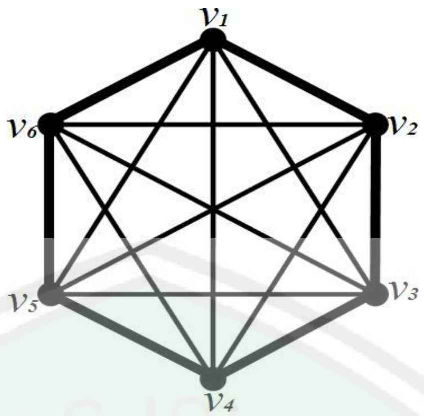
$$= \{\ e_1,\ e_2,\ e_3, e_4, e_5, e_6,\ e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$$

Graf komplit (K_5) mempunyai 5 titik sehingga order G adalah p = 5, mempunyai 10 sisi sehingga ukuran graf komplit (K_5) adalah q = *10*, memuat lintasan hamilton ($v_1 v_2 v_3 v_4 v_5$) dan memiliki 3 sikel Hamilton, misalnya: ($v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_1$)

3.1.4 Graf Komplit (K_6)

Perhatikan graf komplit (K_6) pada Gambar 3.4 merupakan graf yang memuat sikel Hamilton, dengan titik $\mathrm{V(G)} = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6)$ dari Teorema jika mengambil sembarang titik maka titik awal juga menjadi titik akhir (misalnya: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_1$)

Contoh 3.4



Gambar 3.4 Graf komplit (K_6), dan sikel Hamilton yang di cetak tebal

Dari gambar 3.4 memperlihatkan bahwa Graf komplit (K_6) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

$$\begin{aligned} E\,(G) = \{&(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_1, v_5), (v_1, v_6), (v_2, v_3), \\ &(v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_2, v_6), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3, v_6), \\ &(v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_6)\} \\ = \{\, &e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, \\ &e_{14}, e_{15}\,\} \end{aligned}$$

Graf komplit (K_6) dengan n buah simpul. Jumlah sisi pada komplit yang terdiri dari n buah simpul adalah $\frac{n(n-1)}{2}$.

Graf komplit (K_6) mempunyai 6 titik sehingga order *G* adalah *p* = 6, mempunyai 15 sisi sehingga ukuran Graf komplit (K_6) adalah *q = 15*, memuat lintasan hamilton (misalnya: $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6)$ dan memuat sikel Hamilton (misalnya: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_1$)

Dengan demikian kita bisa memberikan sifat umum pada graf komplit (K_n) bahwa, Terdapat suatu sikel Hamilton di graf komplit (K_n)

dari uraian graf komplit (K_n), untuk n = 3, 4, 5, dan 6 di atas maka diperoleh sifat sebagai berikut:

Sifat Graf Komplit (K_n)

Terdapat suatu sikel Hamilton pada graf komplit (K_n) dengan titik ujung sembarang titik ($v, w \in V(K_n)$)

Bukti Graf Komplit (K_n)

Misalkan $V(K_n) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n\}$

Karena K_n adalah graf komplit berarti $(v_i, v_j \in E(K_n) \ \forall \ i, \ j = 1,2,3, \ldots, n)$

Sehingga:

$$(v_1, v_2) \in E\ (K_n)$$

$$(v_2, v_3) \in E\ (K_n)$$

$$\vdots$$

$$(v_{n-1}, v_n) \in E\ (K_n)$$

$$(v_n, v_1) \in E\ (K_n)$$

sehingga terdapat suatu sikel yang melalui semua titik di $V(K_n)$

yaitu: $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \cdots, (v_{n-1}, v_n), (v_n, v_1)$

jadi (K_n) memuat sikel Hamilton sehingga (K_n) adalah graf Hamilton

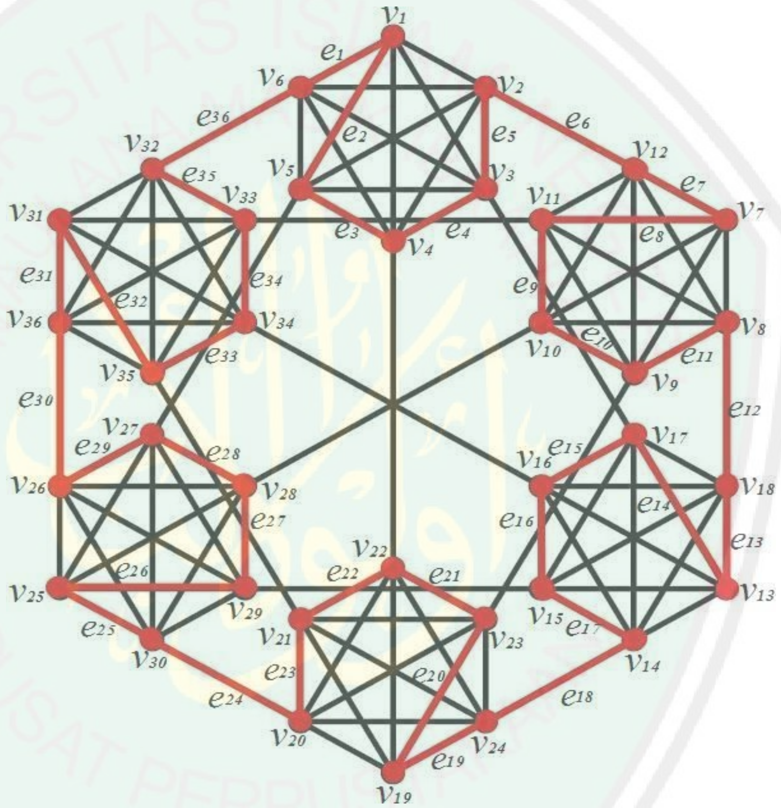
3.2 Kehamiltonan pada Graf Komplit (K_n^m)

3.2.1 Graf Komplit (K_6^1)

Perhatikan Graf komplit (K_6^1) pada Gambar 3.5, Berdasarkan sifat (K_n) di atas bisa dibuktikan bahwa Graf komplit (K_6^1) juga memuat sikel hamilton.

Graf komplit (K_6^1) merupakan graf komplit (K_6) dimana setiap titiknya digantikan graf komplit (K_6). Maka graf komplit (K_6^1) juga memuat sikel Hamilton dengan titik ujung sembarang titik, dari subgraf yang terdiri dari (K_6) dan setiap subgraf memuat sikel Hamilton jadi Graf (K_6^1) memuat sebuat sikel Hamilton

Contoh 3.5



Gambar 3.5 Graf komplit (K_6^1) sikel Hamilton adalah lintasan yang dicetak merah

Dari gambar 3.5 memperlihatkan bahwa graf komplit (K_6^1) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$,yaitu :

$$V(K_6^1) = \{ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}, v_{29}, v_{30}, v_{31}, v_{32}, v_{33}, v_{34}, v_{35}, v_{36} \}$$

$$E(K_6^1) = \{ e_1, e_2, e_3, \dots, e_{m-1\, x\, n} + e_n \}$$

Graf (K_6^1) mempunyai 36 titik sehingga order (K_6^1) adalah p = 36, mempunyai 105 sisi sehingga ukuran graf K_6^1 adalah q = *105*, dan memuat sikel Hamilton sebagai beriku:

$\{(v_6, v_1, v_5, v_4, v_3, v_2)$

$(v_{12}, v_7, v_{11}, v_{10}, v_9, v_8)$

$(v_{18}, v_{13}, v_{17}, v_{16}, v_{15}, v_{14})$

$(v_{24}, v_{19}, v_{23}, v_{22}, v_{21}, v_{20})$

$(v_{30}, v_{25}, v_{29}, v_{28}, v_{27}, v_{26})$

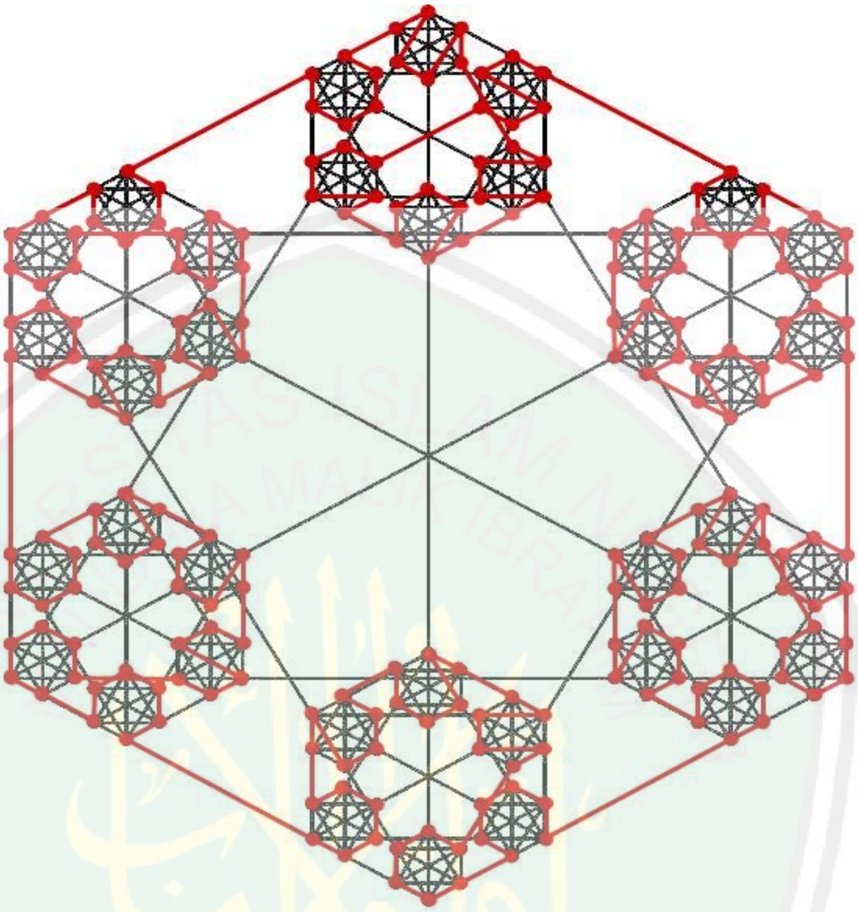
$(v_{36}, v_{31}, v_{35}, v_{34}, v_{33}, v_{32})\}$

Berdasarkan uraian di atas, sikel Hamilton pada graf (K_6^1) merupakan sikel yang terdiri dari enam sikel (K_6) yang memuat enam kali sikel yang sama dan saling berhubungan.

3.2.2 Graf Komplit (K_6^2)

Graf Komplit (K_6^2) merupakan graf komplit (K_6^1) dimana setiap titiknya digantikan graf komplit (K_6). Berdasarkan uraian sikel Hamilton pada (K_6^1) di atas maka graf komplit (K_6^2) juga memuat sikel Hamilton. Contoh gambar sebagai berikut:

Contoh 3.6



Gambar 3.6 Graf Komplit (K_6^2) sikel Hamilton adalah lintasan yang dicetak merah

Dari gambar 3.6 di atas memperlihatkan bahwa Graf komplit (K_6^2) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$V(K_6^2) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n^{m+1}}\}$

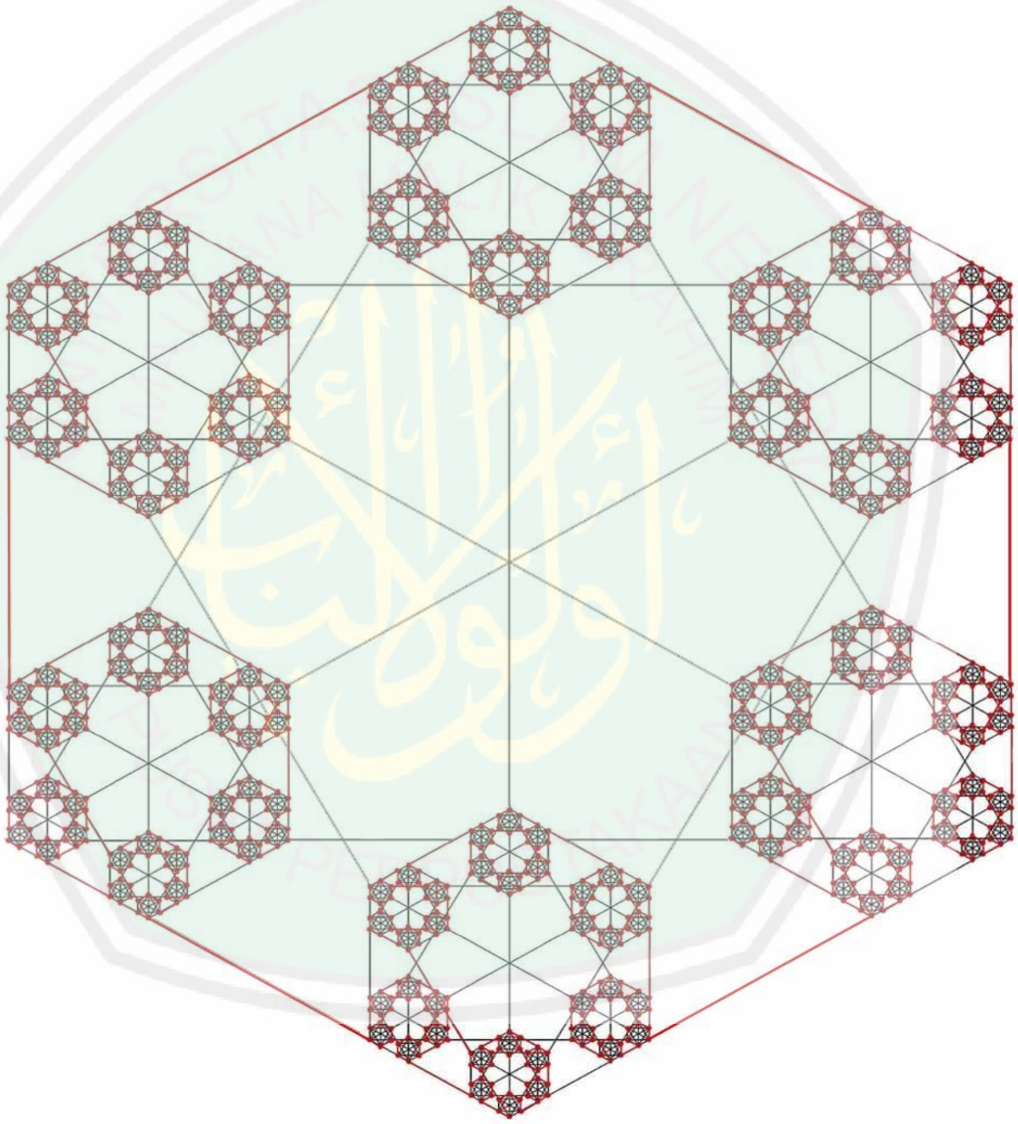
$E(K_6^2) = \{ e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{m-1\,x\,n} + e_n \}$

Maka graf komplit (K_6^2) mempunyai 216 titik sehingga order (K_6^2) adalah p = 216, mempunyai 645 sisi sehingga ukuran (K_6^2) adalah q = *645*, memuat lintasan Hamilton (misalnya: $v_1, v_2, v_3\ v_4, v_5, v_6, \ldots, v_{n^{m+1}}$) dan memuat sikel Hamilton (misalnya: $v_1, v_2, v_3\ v_4, v_5, v_6, \ldots, v_{n^{m+1}}, v_1$).

3.2.3 Graf Komplit (K_6^3)

Graf Komplit (K_6^3) merupakan graf komplit (K_6^2) dimana setiap titiknya digantikan graf komplit (K_6). Maka graf komplit (K_6^3) juga memuat sikel Hamilton

Contoh 3.7



Gambar 3.7a Graf Komplit (K_6^3) sikel Hamilton adalah lintasan yang dicetak merah

Dari gambar 3.7 di atas memperlihatkan bahwa Graf komplit (K_6^3) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

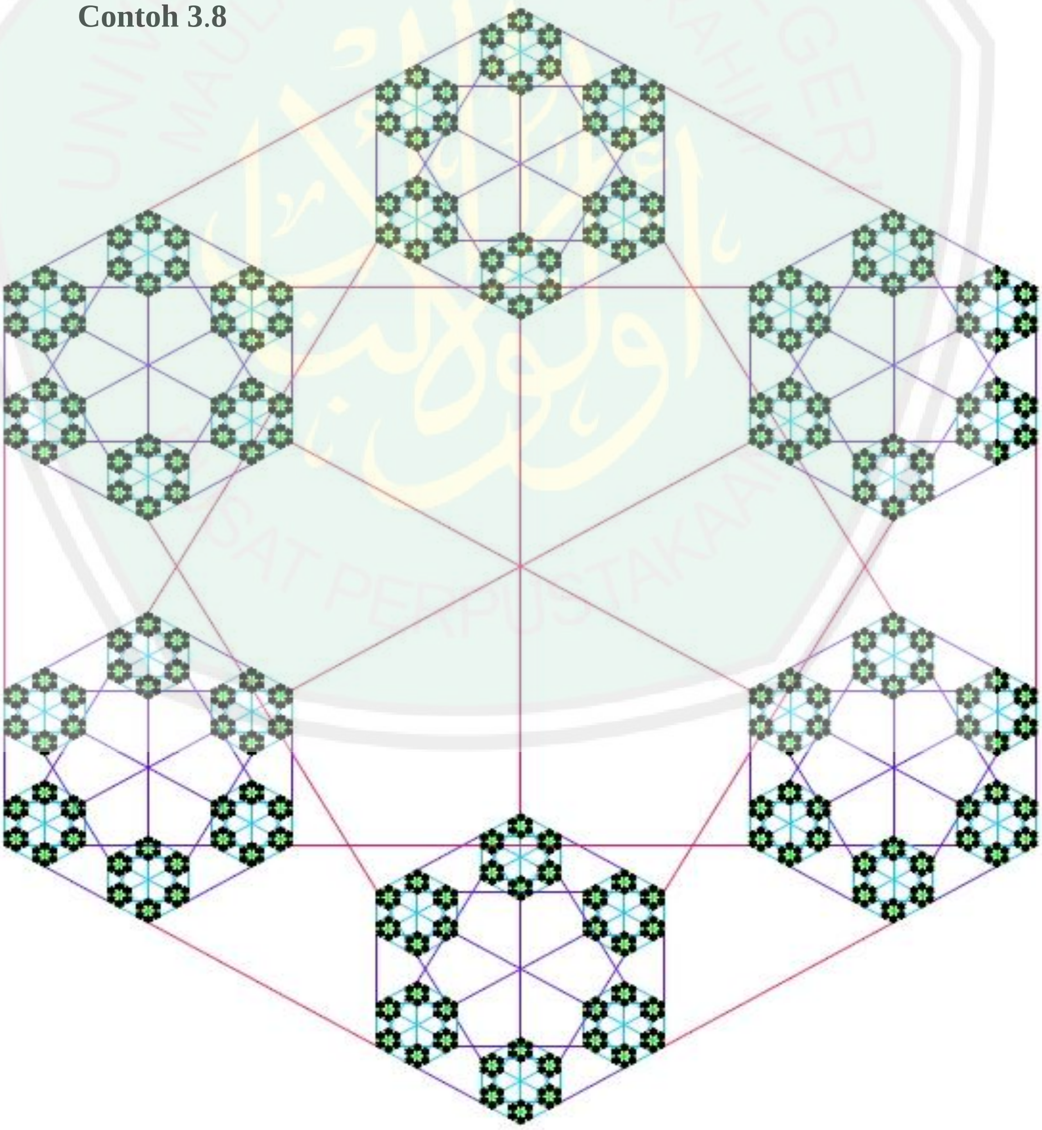
$V(K_6^3) \ = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n^{m+1}}\}$

$E(K_6^3) \ = \{\ e_1, e_2,\ e_3, \dots, e_{m-1\ x\ n\ +} e_n\ \}$

Maka graf Komplit (K_6^3) mempunyai 1296 titik sehingga order (K_6^3) adalah p = 1296, mempunyai 3885 sisi sehingga ukuran (K_6^3) adalah q = *3885*. memuat lintasan Hamilton (misalnya : $v_1,\ v_2, v_3\ v_4, v_5,$ $v_6, \dots, v_{n^{m+1}}$) dan memuat sikel Hamilton (misalnya : $v_1,\ v_2, v_3, v_4, v_5,\ v_6,\ \dots, v_{n^{m+1}}, v_1$).

3.2.4 Graf Komplait (K_6^4)

Contoh 3.8



Gambar 3.8 Graf Komplit (K_6^4)

Graf Komplit (K_6^4) merupakan graf komplit (K_6^3) dimana setiap titiknya digantikan graf komplit (K_6). Maka graf komplit (K_6^4) juga memuat sikel Hamilton.

Dari gambar 3.7 di atas memperlihatkan bahwa Graf komplit (K_6^3) memuat himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$V(K_6^3) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n^{m+1}}\}$

$E(K_6^3) = \{ e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{m-1\, x\, n\, +} e_n \}$

Maka graf komplit (K_6^4) mempunyai 7776 titik sehingga order (K_6^4) adalah p = 7776, mempunyai 23325 sisi sehingga ukuran Graf (K_6^4) adalah q = *23325*.

Dari beberapa contoh gambar graf komplit K_n, berdasarkan teorema: Terdapat suatu sikel Hamilton di Graf komplit (K_n), untuk $n \geq 3$ maka terbukti bahwa (K_n^m) juga memuat sikel Hamilton, diperoleh pola himpunan titik $|V|$ dan sisi $|G|$ yaitu :

$V\,(K_n^m) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n^{m+1}}\}$

$E\,(K_n^m) = \{ e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{m-1\, x\, n\, +} e_n \}$

Dari pembahasan di atas terbukti bahwa e_i terhubung langsung e_j, untuk $i \neq j$, dan $1 \leq i, j \leq n$. Dengan demikian kehamiltonan pada graf komplit (K_n^m) merupakan graf yang terbentuk dari graf komplit K_n, atau dapat dituliskan bahwa : $(K_n^m) \cong (K_n)$

3.3 Rukun Iman dalam Kajian Teori Graf

Graf komplit (K_n) merupakan himpunan titik dan sisi. Suatu graf komplit tidak akan dikatakan graf komplit jika salah titiknya ada yang tidak terhubung dengan titik yang lain. Hal ini jika dikaitkan dengan kajian agama adalah sama dengan konsep rukun iman. Graf komplit akan diasumsikan sebagai rukun iman. Sedangkan setiap bagian dari graf komplit adalah keenam rukun iman. Sebagaimana dalam ayat-ayat dan hadist pada pembahasan Bab sebelumnya.

Allah berfirman dalam surat Al-Baqarah ayat 177:

۞ لَّيْسَ ٱلْبِرَّ أَن تُوَلُّوا۟ وُجُوهَكُمْ قِبَلَ ٱلْمَشْرِقِ وَٱلْمَغْرِبِ وَلَـٰكِنَّ ٱلْبِرَّ مَنْ
ءَامَنَ بِٱللَّهِ وَٱلْيَوْمِ ٱلْـَٔاخِرِ وَٱلْمَلَـٰٓئِكَةِ وَٱلْكِتَـٰبِ وَٱلنَّبِيِّـۧنَ وَءَاتَى ٱلْمَالَ عَلَىٰ
حُبِّهِۦ ذَوِى ٱلْقُرْبَىٰ وَٱلْيَتَـٰمَىٰ وَٱلْمَسَـٰكِينَ وَٱبْنَ ٱلسَّبِيلِ وَٱلسَّآئِلِينَ وَفِى
ٱلرِّقَابِ وَأَقَامَ ٱلصَّلَوٰةَ وَءَاتَى ٱلزَّكَوٰةَ وَٱلْمُوفُونَ بِعَهْدِهِمْ إِذَا عَـٰهَدُوا۟ ۖ
وَٱلصَّـٰبِرِينَ فِى ٱلْبَأْسَآءِ وَٱلضَّرَّآءِ وَحِينَ ٱلْبَأْسِ ۗ أُو۟لَـٰٓئِكَ ٱلَّذِينَ صَدَقُوا۟ ۖ
وَأُو۟لَـٰٓئِكَ هُمُ ٱلْمُتَّقُونَ ١٧٧

Artinya:“*Bukanlah menghadapkan wajahmu ke arah timur dan barat itu suatu kebajikan, akan tetapi Sesungguhnya kebajikan itu ialah beriman kepada Allah, hari Kemudian, malaikat-malaikat, kitab-kitab, nabi-nabi dan memberikan harta yang dicintainya kepada kerabatnya, anak-anak yatim, orang-orang miskin, musafir (yang memerlukan pertolongan) dan orang-orang yang meminta-minta; dan (memerdekakan) hamba sahaya, mendirikan shalat, dan menunaikan zakat; dan orang-orang yang menepati janjinya apabila ia berjanji, dan orang-orang yang sabar dalam kesempitan, penderitaan dan dalam peperangan. mereka Itulah orang-orang yang benar (imannya); dan mereka Itulah orang-orang yang bertakwa”*(QS. Al-Baqarah :177)

Ayat dan hadist di atas menjelaskan bahwa rukun iman ada enam yaitu:

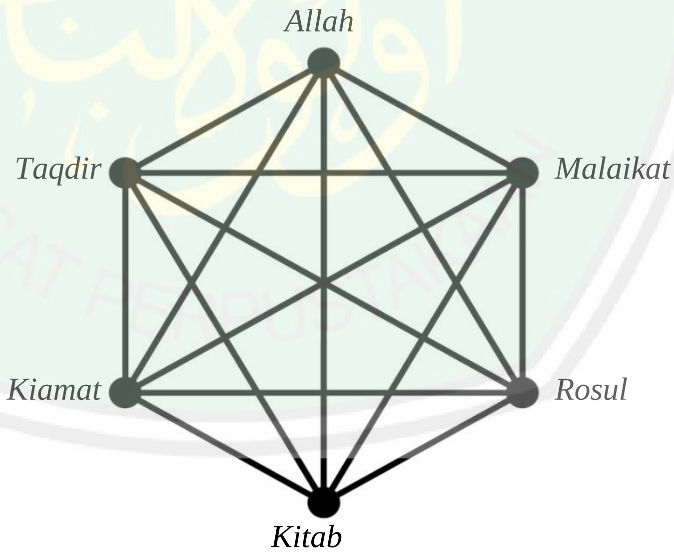
1. Iman kepada Allah SWT
2. Iman kepada malaikat-malaikatNya
3. Iman kepada kitab-kitabNya
4. Iman kepada rasul-rasulNya

5. Iman kepada hari akhir, dan
6. Iman kepada qada'dan qadarNya

Setiap umat islam wajib percaya kepada rukun iman sebagaimana telah dijelaskan pada Bab II.

Sesuai firman Allah dalam surat Al-Baqarah ayat 177, sudah jelas bahwa rukun Iman ada 6, sama halnya dengan Graf komplit K_6 dimana setiap dua simpul yang berbeda terhubungan langsung dan jika ada salah satu titik ada yang tidak terhubung langsung maka tidak bisa dinamakan gaf komplit, begitu juga halnya dengan rukun iman jika ada salah satu rukun yang tidak terhubung langsung maka bisa dikatakan belum sempurna imannya.

Contoh 3.9



Gambar 3.9 Graf keimanan

Hal yang paling mendasar yang wajib kita percayai adalah iman kepada Allah SWT. Karena telah percaya akan adanya Allah SWT dengan segala *asma'* dan sifat-sifat-Nya. Maka hal yang kedua yang harus kita percayai adalah iman kepada malaikat-malaikatNya. Setiap malaikat memiliki tugas masing-masing. Salah satunya adalah menyampaikan wahyu Allah SWT kepada manusia yang terpilih. Karena telah percaya kepada malaikat. Maka hal yang ketiga yang harus kita percayai adalah iman kepada kitab-kitabNya. Kitab merupakan wahyu Allah SWT yang hanya diberikan kepada Nabi-nabi dan Rasul-rasul-NYa untuk disampaikan kepada umatNya. Kitab adalah pedoman hidup manusia dan untuk membimbing akal manusia. Karena telah percaya kepada kitab. Maka hal yang keempat adalah percayakepada rasul-rasulNya. Rasul adalah manusia yang dipilih Allah SWT. Rasul merupakan manusia utusan Allah SWT yang menyerukan kepada kebaikan dan mencegah kepada kemungkaran. Rasul diutus untuk memberi kabar gembira yaitu surga dan memberikan peringatan bahwa akan adanya neraka yang sangat panas. Karena telah beriman kepada rasul. Maka hal yang kelima adalah iman kepada hari akhir. Hari akhir atau *yaumul hisab* adalah hari dimana setiap manusia dimintai pertanggung jawabnnya dihadapan Allah SWT dan akan diadili seadiladilnya. Sebagaimana Allah berfirman dalam surat Al-qomar ayat 47:

إِنَّ ٱلۡمُجۡرِمِينَ فِي ضَلَٰلٖ وَسُعُرٖ ٤٧

> Artinya:"*Sesungguhnya orang-orang yang berdosa berada dalam kesesatan (di dunia) dan dalam neraka"*(QS, Al-qomar: 47

Ayat di atas menyatakan bahwa sertiap pendosa akan sesat baik di dunia maupun di akhirat dan akan berada dalam neraka. Bagi setiap orang yang berbuat kebaikan akan mendapat balasannya berupa surga. Itu merupakan janji Allah SWT kepada semua umat manusia. Karena telah beriman kepada hari akhir. Maka hal yang terakhit adalah iman kepada Qodlo dan Qodar. Qodlo dan Qodar Allah secara umum ringkasannya menyatakan, bahwa segala sesuatu yang terjadi di alam ini, termasuk juga yang terjadi pada diri manusia, baik dan buruk, suka dan duka, dan segala gerak-gerik hidup ini, semuanya tidaklah terlepas dari takdir atau ketentuan Illahi.. Maka hendaklah kita berlindung kepada Allah SWT dari segala takdirNya. Sebagaimana Allah berfirman dalam surat Al-falaq:

قُلْ أَعُوذُ بِرَبِّ ٱلْفَلَقِ ﴿١﴾ مِن شَرِّ مَا خَلَقَ ﴿٢﴾ وَمِن شَرِّ غَاسِقٍ إِذَا وَقَبَ ﴿٣﴾
وَمِن شَرِّ ٱلنَّفَّٰثَٰتِ فِى ٱلْعُقَدِ ﴿٤﴾ وَمِن شَرِّ حَاسِدٍ إِذَا حَسَدَ ﴿٥﴾

Artinya:

1. Katakanlah: "Aku berlindung kepada Tuhan yang menguasai subuh,
2. dari kejahatan makhluk-Nya,
3. dan dari kejahatan malam apabila telah gelap gulita,
4. dan dari kejahatan wanita-wanita tukang sihir yang menghembus pada buhul-buhul,
5. dan dari kejahatan pendengki bila ia dengki." (QS, Al-falaq:1-5)

Berdasarkan uraian di atas, memperlihatkan bahwa rukun iman itu saling terkait satu sama lain. Rukun iman merupakan satu kesatuan yang menjadi landasan keiman seseorang. Rukun iman seseorang belum bisa dikatakan sempurna apabila tidak mempercayai salah satu dari rukun iman tersebut.

Sama halnya dengan graf komplit. Setiap simpul dari graf komplit saling terhubung satu sama lain seperti contoh Gambar 3.10. Suatu graf komplit tidak bisa dikatakan graf komplit jika salah satu simpulnya tidak terhubung langsung dengan yang lain.

Rukun iman jika dikaji dalam teori graf khususnya pada graf komplit maka rukun iman memenuhi syarat-syarat di atas yaitu:

1. Memiliki bagian-bagian yaitu rukun-rukun
2. Rukun-rukun dalam rukun iman ada 6, setiap rukunnya terhubung langsung dan terdapat sikel Hamilton.

3. Seseorang tidak bisa dikatakan sempurna imannya jika tidak mempercayai salah satu rukun dari rukun iman tersebut.

BAB IV

PENUTUP

4. 1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab III, maka dapat disimpulkan bahwa untuk membuktikan Kehamilton pada graf komplit meliputi:

1. Menunjukkan sikel kehamiltonan pada graf komplit (K_n).
2. Mencari pola umum sikel Hamilton pada langkah pertama.
3. Menunjukkan sikel kehamiltonan pada graf komplit (K_n^m), untuk $n = 6$ dan $m \geq 1$.
4. Mencari teorema dan membuktikan.

Berdasarkan langkah-langkah diatas dapat dibuktikan bahwa K_n^m memuat sikel Hamilton dengan titik ujung sembarang titik $v, w \in V(K_n)$.

Dari beberapa uraian K_n^m pada pembahasan maka diperoleh:

$$V\,(K_n^m) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n^{m+1}}\}$$

$$E\,(K_n^m) == \{\, e_1, e_2,\ e_3, \ldots, e_{m-1\,x\,n\,+} e_n \,\}$$

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pembahasan pada pengembangan Graf (K_6). Pembahasan mengenai kehamiltonan pada graf komplit masih terbuka bagi peneliti lain untuk mengadakan penelitian yang sejenis dengan "n" yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, dkk. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Agus Purwanto, D.Sc. *Ayat-Ayat Semesta*, (Bandung: Mizan Pustaka, 2008)

Baiquni M.Sc.,Ph.D,Prof.Ahmad. *Al-Qur'an Ilmu pengetahuan dan Teknologi*, (Jakarta: Dana Bakti Prima Persada, 1985)

Baskoro, Edy Tri. 2007. Mengenalkan Indonesia Melalui Teori Graf. *Pidato Ilmiah Guru Besar Institut Teknologi Bandung* (Balai Pertemuan Ilmiah ITB, 13 Juli 2007).

Chartrand, G. &Lesniak, L. 1986.*Graph and Digraph* 2^{nd} *Edition*. California: Wadsworth, Inc.

Departemen Agama RI. 1988. *Ensiklopedia Islam di Indonesia*. Jakarta: Direktorat Jendral Pembinaan Kelembagaan Agama Islam.

Fadlil, A. (2011). *Iman, Syukur, dan Sabar*.[tersedia]. *http://blog.uad.ac.id /afadlil/2011/01/29/ iman-syukur-sabar/. (diakses pada tanggal 22 September 2011)*

Fuad Pasya, Ahmad. 2004. *Dimensi Sains Al-Qur'an Menggali Ilmu Pengetahuan Dari Al-Qur'an.* Solo: Tiga Serangkai.

Muhammad, Teungku, Hasbi, Ash-Shiddiqie. 2000. *Tafsir Al-Qur'anulMajid An-Nur*. Semarang: PustakaRizki Putra.

Nurdin.Baskoro E.T dan Salman A.N.M.. 2006. *Total Edge Irreguler Strength of Lintang Graphs*. Departemenmatematika, FMIPA-ITB S4G-06. (Online): (*http://www*. *Combinatoric.Com*.)

Pandu, A. (2005). *Rukun Iman.* [tersedia]. *http://ms.wikipedia.org/wiki/ Rukun_Iman.* (diakses pada tanggal 24 September 2011).

Purwanto. 1997. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP MALANG.