PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN NONLINIER FUZZY DENGAN KOEFISIEN FUZZY DAN VARIABEL CRISP

SKRIPSI

Oleh:
DIAN ALVY PRATIWI
NIM. 09610115

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN NONLINIER FUZZY DENGAN KOEFISIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP*

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
DIAN ALVY PRATIWI
NIM. 09610115

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAAN NONLINIER FUZZY DENGAN KOEFISIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP*

SKRIPSI

Oleh:
DIAN ALVY PRATIWI
NIM. 09610115

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 06 September 2013

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Evawati Alisah, M.Pd	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19720604 199903 2 001	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
KetuaJurusanMatematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAANNONLINIER FUZZY DENGAN KOEFISIEN FUZZY DAN VARIABEL *CRISP*

SKRIPSI

Oleh:
DIAN ALVY PRATIWI
NIM. 09610115

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
DinyatakanDiterimaSebagai Salah SatuPersyaratanuntuk
MemperolehGelarSarjanaSains (S.Si)
Tanggal:19 September 2013

PengujiUtama	: Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	....
Ketua Penguji	: H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	....
Sekretaris Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	....
Anggota Penguji	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawahini:

Nama : Dian Alvy Pratiwi

NIM : 09610115

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 05 September 2013
Yang membuat pernyataan,

Dian Alvy Pratiwi
NIM. 09610115

MOTTO

Jangan Lihat Masa Lampau dengan Penyesalan;
Jangan pula Lihat Masa Depan dengan Ketakutan;
Tapi Lihatlah Sekitar dengan Penuh Kesadaran.
- James Thurber -

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah

Puji syukur ke hadirat Allah SWT

Dzat Pemberi segala nikmat dan rahmat di seluruh alam

Dengan mengucap Bismillahirrahmanirrahim...

Karya ini penulis persembahkan untuk dua orang

yang paling berjasa dalam hidup penulis

Supratman dan Darti

(Ayahanda dan Mama tercinta)

yang senantiasa mendampingi, mendidik, membimbing

penulis dalam mengarungi hidup untuk menggapai ridho

Ilahi Robbi serta selalu mendo'akan penulis

semoga karya ini dapat memberikan kebahagiaan bagi

Yayah, Mama dan keluarga tercinta

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan baik.Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW pembimbing umat manusia, *rahmatan lil 'alamin* yang kelak diharapkan syafaatnya *fii yaumil qiyamah* Amin.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar memberikan arahan selama proses penulisan skripsi.
5. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing keagamaan yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.
6. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen wali yang telah memberikan arahan selama penulis menempuh kuliah.

7. Seluruh dosen dan staff administrasi Jurusan Matemetika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Keluarga tercinta, Supratman dan Darti, selaku ayah dan ibu penulis, serta Daryanto dan Khusnul Khotimah, selalu om dan tante penulis, yang selalu memberikan motivasi dan semangat baik moril maupun spirituil dan senantiasa mendampingi dan mendidik penulis untuk menjadi manusia yang lebih baik.
9. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2009 yang telah menemani belajar selama kuliah dan memberikan kenangan dalam hidup penulis.
10. F. Kurnia Nirmala Sari, S.Si, M. Chayrul Fuad, Ibnu Athoilah, Imroatul Mukarromah, Fithrotul Maf'ula, S.Si, Ainun Rosyida, S.Si, dan Lutfi Wicaksono, terutama Maman Firmansyah, terima kasih atas semangat, motivasi, doa serta kenangan yang telah diberikan untuk penulis.
11. Teman-teman MSAA, sejak semester satu hingga semester akhir, yang selalu memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis, serta memberikan kegembiraan dan kasih sayang yang tiada terkira.

Akhirnya, semoga skripsi ini bermanfaat bagi diri penulis dan pembaca, *Amin ya robbal 'alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, September 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Pratiwi, Dian A. 2013. **Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel *Crisp*.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (1) Evawati Alisah, M.Pd
(2) Abdul Aziz, M.Si

Kata Kunci: Bilangan Fuzzy, Fuzzy Kontinu, Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy

Sistem persamaan nonlinier adalah suatu sistem persamaan yang mencakup minimal satu persamaan nonlinier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan persamaan yang lain, dimana dari beberapa sistem memiliki kemungkinan satu atau lebih solusi bahkan ada yang tidak memiliki solusi. Seiring berkembangnya Logika Boolean yang diperluas menjadi Logika Fuzzy maka konsep sistem persamaan nonlinier ini juga diperluas menjadi sistem persamaan nonlinier fuzzy yaitu sistem persamaan nonlinier dengan menggunakan bilangan dan operasi fuzzy. Skripsi ini membahas penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy dengan menggunakan fungsi parameter sebagai representasi lain dari bilangan fuzzy.

Berdasarkan hasil pembahasan maka prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy adalah sebagai berikut:

a. Merepresentasikan sistem persamaan nonlinier fuzzy dalam bentuk fungsi parameter yaitu fungsi monoton naik dan turun $(\underline{A},\overline{A})X^n=(\underline{b},\overline{b})$.
b. Menjumlahkan fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari bilangan fuzzy yang ada dalam sistem persamaan nonlinier fuzzy yaitu $(\underline{A}+\overline{A})X=(\underline{b}+\overline{b})$ hingga persamaan tersebut berubah menjadi bentuk sistem persamaan nonlinier.
c. Menyelesaikan sistem persamaan nonlinier pada langkah b dan solusi tersebut adalah solusi dari sistem persamaan nonlinier fuzzy.

Skripsi ini membahas penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy dengan koefisien *fuzzy* dan variabel *crisp*, maka selanjutnya penelitian ini dapat dikembangkan lagi yaitu penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy dengan koefisien *crisp* dan variabel *fuzzy* disertai dengan program dari penyelesaian tersebut.

ABSTRACT

Pratiwi, Dian A. **Solution of Fuzzy Nonlinear System with Fuzzy Coefficient and Crisp Variable**. Thesis. Department of Mathematics.Faculty of Science and Technology. State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisor: (1) EvawatiAlisah, M.Pd
(2) Abdul Aziz, M.Si

Keywords: Fuzzy Numbers, Fuzzy Continuous, Fuzzy Nonlinear System

Nonlinear system is a system of equation that including at least one nonlinear equation which has the relationship between the equation with another equation, that such system may have one, more, than more, or no real solution. Along with development of Boolean Logic extended to be fuzzy logic, the concept of nonlinear system also extended to be fuzzy nonlinear system where are using fuzzy number and fuzzy operation. This thesis discusses the completion of fuzzy nonlinear equations using function parameters as another representation of fuzzy numbers.

Base on the discussion result, procedure to solving fuzzy nonlinear system is:

1. Represents fuzzy nonlinear system of into function parametric form that is increasing and decreasing function $(\underline{A}, \overline{A})X^n = (\underline{b}, \overline{b})$
2. Add the increasing and decreasing function $(\underline{A} + \overline{A})X = (\underline{b} + \overline{b})$ until the equation is change in to the systems of nonlinear equations.
3. Solve nonlinear system of step b and the solution of nonlinear system is solution of fuzzy nonlinear system.

This thesis discusses about fuzzy nonlinear system with fuzzy coefficients and crisp variables, then for there search recomended to develop it with solve fuzzy nonlinear system with crisp coefficients and fuzzy variables and make the program to solving it.

ملخص

فراتيوي,ديان الفي. 2013. **الحل من نظام غير الخطية ضبابي مع معامل غامض ومتغير هش**. **أطروحة**. سعبة الرياضيات، العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.
المشرف: (1) افوتي السة الماجستير
(2)عبدالعزيز الماجستير

كلمات البحث: أرقام غامض، غامض المستمر، نظام غير الخطية غامض

نظام غير الخطية هو نظام من المعادلة التي بما في ذلك واحد على الأقل المعادلة غير الخطية التي لديها علاقة بين المعادلة مع معادلة أخرى، قد أن مثل هذا النظام لديك واحدة، أكثر من ذلك، من أكثر، أو أي حل حقيقي. جنبا إلى جنب مع تطوير المنطق المنطقية تمتد إلى أن يكون المنطق الضبابي، ومفهوم نظام غير الخطية مددت أيضا أن يكون نظام غير الخطية غامض حيث يتم باستخدام رقم غامض وتشغيل غامض. يناقش هذه الأطروحة الانتهاء من المعادلات غير الخطية غامض باستخدام معلمات وظيفة تمثيل آخر من الأرقام غامض.

قاعدة على نتيجة المناقشة، الإجراء إلى حل نظام غير الخطية ضبابي هو:

أ. يمثل نظام غير الخطية ضبابي من وظيفة إلى شكل حدودي التي يتم زيادة وخفض وظيفة $(\underline{A},\overline{A})X^n=(\underline{b},\overline{b})$

ب. إضافة وظيفة زيادة وخفض $(\underline{A}+\overline{A})X=(\underline{b}+\overline{b})$ حتى يتم تغيير المعادلة في لنظم المعادلات غير الخطية.

ج. حل نظام غير الخطية من ب خطوة والحل من نظام غير الخطية هو الحل من نظام غير الخطية غامض.

هذه الأطروحة تناقش حول نظام غير الخطية ذات المعاملات غامض غامض والمتغيرات واضحة، ثم لأنه بحث أوصت لتطويره مع حل نظام غير الخطية ذات المعاملات غامض هش والمتغيرات غامض وجعل برنامج لحلها.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai ilmu pengetahuan dasar yang dibutuhkan oleh masyarakat untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang telah berkembang pesat seiring dengan kemajuan teknologi. Namun, banyak orang memandang bahwa matematika sebagai ilmu yang sulit, abstrak, teoritis, dan membingungkan. Bagi mereka, matematika tidak banyak diaplikasikan dalam kehidupan nyata. Padahal telah dijelaskan bahwa ilmu pengetahuan Allah SWT meliputi segala sesuatu yang ada di bumi dan langit. Dimana matematika juga merupakan ilmu pengetahuan Allah yang telah ditemukan oleh manusia dan keberadaaanya adalah untuk memenuhi kebutuhan manusia menjalani kehidupan dunia. Sesungguhnya Allah SWT telah mengajarkan semua yang dibutuhkan oleh manusia yang kesemuanya telah terangkum dalam al-Qur’an dan as-Sunnah. Oleh karenanya Allah SWT selalu memerintahkan umat-Nya untuk selalu belajar dari segala sesuatu yang ada pada diri dan sekitarnya, sebagaimana dijelaskan dalam surat ar-Ruum ayat 8:

أَوَلَمْ يَتَفَكَّرُوا۟ فِىٓ أَنفُسِهِم ۗ مَّا خَلَقَ ٱللَّهُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَآ إِلَّا بِٱلْحَقِّ
وَأَجَلٍ مُّسَمًّى ۗ وَإِنَّ كَثِيرًا مِّنَ ٱلنَّاسِ بِلِقَآئِ رَبِّهِمْ لَكَٰفِرُونَ ﴿٨﴾

Artinya :“Dan mengapa mereka tidak memikirkan tentang (kejadian) diri mereka? Allah tidak menjadikan langit dan bumi dan apa yang ada diantara keduanya melainkan dengan (tujuan) yang benar dan waktu yang ditentukan. dan Sesungguhnya kebanyakan di antara manusia benar-benar ingkar akan Pertemuan dengan Tuhannya”.

Selain itu, dari al-Qur’an matematika dapat juga dikembangkan sebagai konsep dasar ilmu pengetahuan. Pada surat al-Hajj ayat 11 dijelaskan tentang celaan terhadap orang-orang yang tidak mempunyai pendirian dalam hidupnya. Ayat tersebut berbunyi sebagai berikut.

وَمِنَ ٱلنَّاسِ مَن يَعۡبُدُ ٱللَّهَ عَلَىٰ حَرۡفٖۖ فَإِنۡ أَصَابَهُۥ خَيۡرٌ ٱطۡمَأَنَّ بِهِۦۖ وَإِنۡ أَصَابَتۡهُ
فِتۡنَةٌ ٱنقَلَبَ عَلَىٰ وَجۡهِهِۦ خَسِرَ ٱلدُّنۡيَا وَٱلۡأٓخِرَةَۚ ذَٰلِكَ هُوَ ٱلۡخُسۡرَانُ ٱلۡمُبِينُ ١١

Artinya :“Dan di antara manusia ada orang yang menyembah Allah dengan berada di tepi; Maka jika ia memperoleh kebajikan, tetaplah ia dalam Keadaan itu, dan jika ia ditimpa oleh suatu bencana, berbaliklah ia ke belakang. rugilah ia di dunia dan di akhirat. yang demikian itu adalah kerugian yang nyata.

Pada ayat tersebut dijelaskan tentang orang-orang yang tidak mempunyai pendirian. Pada saat Allah memberikan kemudahan atau kebaikan dalam hidupnya, orang tersebut akan tetap menyembah Allah dan menjalani semua perintah-Nya. Namun, pada saat terkena musibah atau bencana orang-orang seperti ini akan berpaling dari Allah dan mencari jalan keluar yang lebih cepat yaitu mengikuti ajaran yang sesat. Orang-orang seperti ini menjalani hidupnya dengan keragu-raguan dan mudah terpengaruh dengan hal lain yang tidak jelas. Hal ini telah dijelaskan pada konsep matematika, yaitu teori *fuzzy*.

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004:1), logika adalah salah satu ilmu matematika yang sangat penting dan diperluas sebagai logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika *fuzzy* modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu. Padahal sebenarnya konsep tentang logika *fuzzy* itu sendiri sudah ada sejak lama. Secara umum logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam ruang output. Sedangkan aplikasi logika *fuzzy* sudah mulai dirasakan dalam beberapa bidang. Salah satu aplikasi terpentingnya adalah untuk membantu manusia dalam melakukan pengambilan keputusan.

Dalam pengertian yang sederhana, dipandang sebagai logika dengan nilai kebenaran beragam dan dalam interval santara 0 dan 1. Dalam pengertian luas, logika fuzzy adalah suatu wilayah aplikasi dalam teori himpunan fuzzy, dimana penggunaan konsep, prinsipdan metode yang dikembangkan dalam teori himpunan fuzzy digunakan untuk merumuskan berbagai format yang mendekati dalam mengambil keputusan (Wibisono, 2008:67).

Pembentukan persamaan nonlinier, sering kali variabelnya berkaitan dengan variabel lainnya pada persamaan yang lain. Sehingga persamaan tersebut menjadi suatu sistem persamaan yang memiliki lebih dari satu persamaan. Pada kasus yang sama, pembentukan suatu sistem persamaan maupun suatu persamaan biasanya didapatkan dari suatu data yang sulit di buat kelas yang pasti, yang dapat mewadahi hingga kejadian tersebut benar-benar nyata. Sehingga dapat menggunakan logika *fuzzy* untuk pembentukan persamaan tersebut hingga persamaan tersebut menjadi nyata.

Sistem persamaan nonlinier yang sering dipergunakan dalam memodelkan suatu kejadian sering menggunakan data *crisp*. Namun, tidak jarang dalam suatu model data tidak dapat disusun dalam data *crisp*. Sehingga memungkinkan data tersebut dibentuk dalam *fuzzy*.

Sebelumnya, penelitian tentang sistem persamaan nonlinier *fuzzy* telah dibahas dimana dalam memberikan solusi dengan mengaplikasikan metode numerik.Untuk pengembangan penelitian selanjutnya, penulis ingin mengkaji tentang sistem persamaan nonlinier *fuzzy* dengan metode analitik.

Pada sistem persamaan nonlinier *fuzzy*, operasi perkalian akan digunakan untuk mengalikan bilangan *fuzzy* dengan bilangan skalar. Maka penulis tertarik untuk mengkaji bagaimana jika koefisen yang digunakan bilangan *fuzzy* dan variabelnya bilangan *crisp*, yaitu dari sesuatu yang *fuzzy* menghasilkan sesuatu yang *crisp*.Sehingga judul yang diangkat oleh penulis adalah **"Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel*Crisp*".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalahnya adalah bagaimanaprosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier *fuzzy* dengan koefisien *fuzzy* dan variabel *crisp*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier *fuzzy* dengan koefisien *fuzzy* dan variabel *crisp*.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan masalah dikhususkan pada sistem persamaan nonlinier *fuzzy* dengan semesta pada bilangan *fuzzy* kontinu.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Peneliti

   Melalui penelitian ini dapat menambah materi, sebagai pengalaman melakukan penelitian dan menyusun karya ilmiah dalam bentuk skripsi, serta media untuk mengaplikasikan ilmu matematika yang telah diterima dalam bidang keilmuannya.

2. Bagi Lembaga

   Sebagai tambahan pustaka untuk rujukan pembelajaran, khususnya materi tentang *fuzzy*.

3. Bagi Pembaca

   Sebagai bahan pembelajaran dan pengetahuan tentang matematika khususnyasistem persamaan nonlinier *fuzzy*.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi serta objek masalah yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Dalam prosesnya penulis menggunakan beberapa literatur yang berhubungan dengan sistem persamaan nonlinier *fuzzy*.

Adapun langkah-langkahnya antara lain :

1. Mendeskripsikan bentuk umum sistem persamaan nonlinier *fuzzy*
2. Menyusun dan mendeskripsikan prosedur penyelesaian sistem persamaan

nonlinier *fuzzy* berdasarkan teorema

3. Memberikan beberapa contoh sistem persamaan nonlinier *fuzzy* beserta penyelesaiannya

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Dalam bab ini dikemukakan hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji, yaitu memuat himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan, fungsi diskrit dan fungsi kontinu, potongan-α, operasi aritmetika himpunan *fuzzy*, bilangan *fuzzy*, operasi bilangan pada bilangan fuzzy, dan konsep himpunan *fuzzy* dalam al-Qur'an.

Bab III Pembahasan

Pembahasan berisi penjelasan tentang bentuk umum sistem persamaan nonlinier fuzzy, prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy, dan penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy.

Bab IV Penutup

Pada bab ini penulis memberikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Fuzzy

Himpunan fuzzy (himpunan kabur) diciptakan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar pada *University of California, Berkeley*, Amerika Serikat. Sejak tahun 1960 Profesor Zadeh telah merasa bahwa sistem analisis matematika tradisional yang dikenal sampai saat itu bersifat terlalu eksak sehingga tidak dapat berfungsi dalam banyak masalah dunia nyata yang seringkali amat kompleks, sehingga ide mengenai "derajat keanggotaan" dalam suatu himpunan muncul dalam benaknya, ide ini muncul tatkala ia mengunjungi orang tuanya di New York pada liburan musim panas tahun 1964. Setelah menggodok dan mematangkan ide tersebut selama berbulan-bulan, akhirnya pada tahun 1965, Profesor Zadeh mempublikasikan karangan ilmiahnya yang berjudul "*Fuzzy Sets*" (Susilo, 2006:4).

Pada himpunan klasik, keberadaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A, hanya memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu $x$menjadi anggota A atau x tidak menjadi anggota A. Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A biasa disebut dengan nilai keanggotaan, yang biasa ditulis dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan klasik, nilai keanggotaan hanya memasangkan nilai 0 atau 1 untuk unsur-unsur pada semesta pembicaraan, yang menyatakan anggota atau bukan anggota. Jika X adalah himpunan semesta, maka nilai keanggotaan untuk himpunan A adalah fungsi

$\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$ dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

(Klir & Yuan, 1995:6).

Fungsi ini, pada himpunan fuzzy diperluas sehingga nilai yang dipasangkan pada unsur-unsur dalam semesta pembicaraan tidak hanya 0 dan 1 saja, tetapi keseluruhan nilai dalam interval $[0,1]$ yang menyatakan derajat keanggotaan suatu unsur pada himpunan yang dibicarakan. Fungsi ini disebut fungsi keanggotaan, dan himpunan yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan ini disebut himpunan fuzzy. Fungsi keanggotaan himpunan fuzzy A pada himpunan semesta X, dinotasikan dengan μ_A, yaitu:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1].$$

Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval [0,1]. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu item dalam semesta pembicaraan tidak hanya berada pada 0 atau 1, namun juga nilai yang terletak diantaranya. Dengan kata lain, nilai kebenaran suatu item tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Kusumadewi, 2002:17).

2.2 Fungsi Keanggotaan

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004:8), fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan atau fungsi karakteristik atau *membership function*) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah melalui pendekatan fungsi.

Setiap himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan. Ada beberapa cara untuk menyatakan himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaannya. Untuk semesta diskret biasanya dipakai cara daftar, yaitu daftar anggota-anggota semesta bersama dengan derajat keanggotaannya. Misalnya dalam semesta X = {Rudi, Eny, Linda, Naton, Ika} yang terdiri dari mahasiswa dengan indeks prestai berturut-turut 3.2, 2.4, 3.6, 1.6, dan 2.8. Himpunan *fuzzy*$\tilde{A}$ = "himpunan mahasiswa yang pandai" dapat dinyatakan dengan cara daftar sebagai berikut.

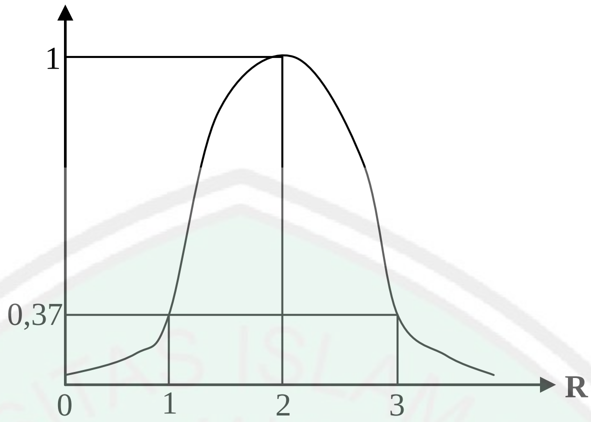
$\tilde{A} = \{(0.8|Rudi) + (0.6|Eny) + (0.9|Linda) + (0.4|Anton) + (0.7|Ika)\}$

(Susilo, 2006:55).

Untuk semesta tak hingga yang kontinu, cara yang paling sering digunakan adalah cara analitik untuk merepresentasikan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* yang bersangkutan dalam bentuk suatu formula sistematis yang dapat disajikan dalam bentuk grafik. Misalnya $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* "bilangan real yang dekat dengan 2". Maka $\tilde{A}$ dapat disajikan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in R} e^{-(x-2)^2}/x$$

dimana $\mu_{\tilde{A}}(x) = e^{-(x-2)^2}$ adalah funggi keanggotaan $\tilde{A}$ yang dapat digambarkan dalam bentuk grafik sebagai berikut.



Gambar 2.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy Bilangan Real yang Dekat Dengan 2

Bilangan 2 mempunyai derajat keanggotaan penuh sama dengan 1, yaitu $\mu_{\tilde{A}}(2) = 1$, sedangkan 1 dan 3 mempunyai derajat keanggotaan 0,37, yaitu $\mu_{\tilde{A}}(1) = \mu_{\tilde{A}}(3) = 0{,}37$.

Himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* "bilangan real yang dekat dengan 2" itu dapat pula dinyatakan menggunakan fungsi keanggotaan sebagai berikut,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} x - 1 \;\; untuk \; 1 \le x \le 2 \\ 3 - x \; untuk \; 2 \le x \le 3 \\ \quad 0 \; untuk \; lainnya \end{cases}$$

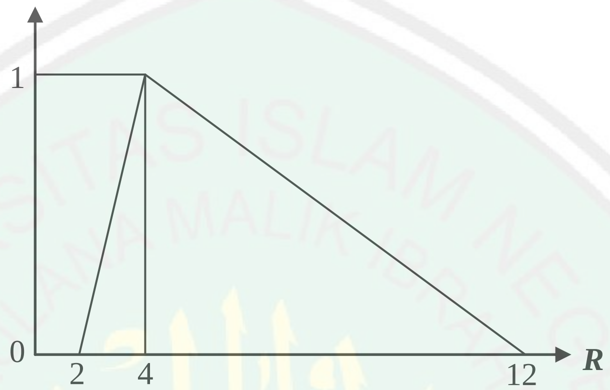
Suatu fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* disebut *fungsi keanggotaan segitiga* jika mempunyai tiga buah parameter, yaitu a, b, c ∈ ℝ dengan $a < b < c$ dan dinyatakan dengan *Segitiga (x; a, b, c)* dengan aturan:

$$Segitiga\ (x; a, b, c) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} untuk\ a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} untuk\ b \le x \le c \\ \quad 0 \quad untuk\ lainnya \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan tersebut dapat juga dinyatakan dengan formula sebagai berikut,

$$segitiga(x; a, b, c) = \max(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0).$$

Berikut ini adalah grafik yang memperlihatkan sebuah fungsi keanggotaan Segitiga (x; 2, 4, 12) (Susilo, 2006:57-58).



Gambar 2.2 Fungsi Keanggotaan Segitiga (x;2, 4, 12)

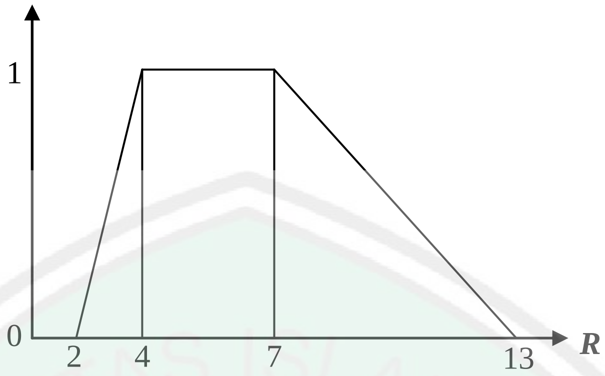
Suatu fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* disebut *fungsi keanggotaan trapesium* jika mempunyai empat buah parameter, yaitu a, b, c, d ∈ ℝ dengan $a < b < c < d$ dan dinyatakan dengan *Trapesium (x; a, b, c, d)* dengan aturan:

$$Trapesium\ (x; a, b, c, d) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & untuk\ a \leq x \leq b \\ 1 & untuk\ b \leq x \leq c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & untuk\ c \leq x \leq d \\ 0 & untuk\ lainnya \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan tersebut dapat juga dinyatakan dengan formula sebagai berikut,

$$trapesium(x; a, b, c, d) = \max(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0).$$

Berikut ini adalah grafik yang memperlihatkan sebuah fungsi keanggotaan Trapesium (x, 2, 4, 7, 13) (Susilo, 2006:58-59).



Gambar 2.3 Fungsi Keanggotaan Trapesium (x;2, 4, 7, 13)

2.3 Fuzzy Diskrit dan Fuzzy Kontinu

Terdapat dua cara mendefinisikan himpunan fuzzy yaitu sebagai berikut.

2.3.1 Fuzzy Diskrit

Yang dimaksud dengan fuzzy diskrit adalah cara penulisan anggota himpunan fuzzy yang bernilai diskrit. Dalam penulisannya biasanya dinotasikan sebagai himpunan pasangan berurut (Anonim, 2013). Bentuk umum dari fuzzy diskrit dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A = \{ (x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \ldots, (x_n, \mu_A(x_n)) \}$$

atau

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 \ldots\ldots + \mu_A(x_n)/x_n$$

$$\mathrm{A} = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_j)/x_j$$

Contoh *fuzzy* diskrit adalah sebagai berikut.

Misalkan

X = {becak, sepeda motor, mobil kodok (VW), mobil kijang, mobil *carry*} dan

A = himpunan kendaraan yang nyaman dipakai untuk bepergian jarak jauh oleh keluarga besar (terdiri dari ayah, ibu, dan empat orang anak).

Didefinisikan bahwa,

x_1 = becak, $\mu_A(x_1) = 0$

x_2 = sepeda motor, $\mu_A(x_2) = 0.1$

x_3 = mobil kodok, $\mu_A(x_3) = 0.5$

x_4 = mobil kijang, $\mu_A(x_4) = 1.0$

x_5 = mobil *carry*, $\mu_A(x_5) = 0.8$

maka, dalam himpunan *fuzzy*,

A = { (becak, 0), (sepeda motor, 0.1), (mobil kodok, 0.5), (mobil kijang, 1.0), (mobil *carry*, 0.8) }

2.3.2 Fuzzy Kontinu

Yang dimaksud dengan fuzzy kontinu adalah cara penulisan anggota himpunan fuzzy yang bernilai kontinu. Dalam penulisannya biasanya dinyatakan sebagai fungsi keanggotaan (Anonim, 2013). Bentuk umum dari fuzzy kontinu dapat dituliskan sebagai berikut.

$$A = \int_{U} \mu_A(x)/x$$

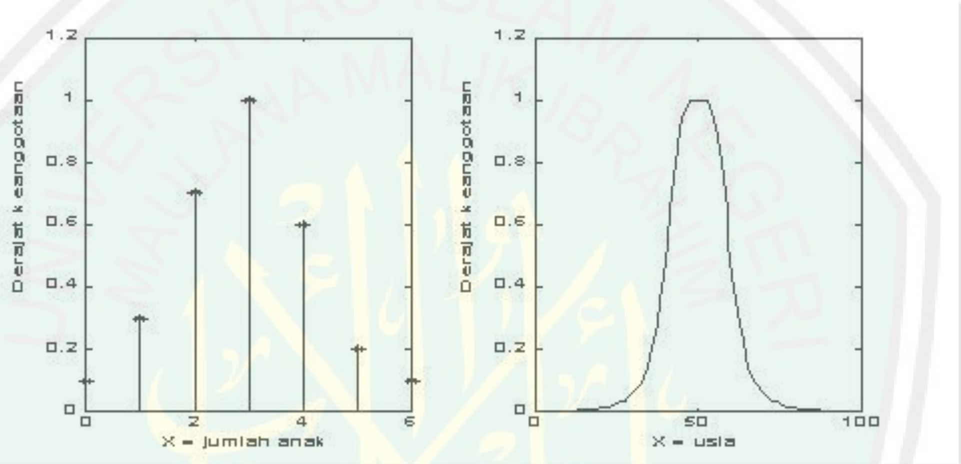
U = himpunan semesta (Universal set)

Contoh *fuzzy* kontinu adalah sebagai berikut.

$$A = \int_{U} \frac{x^2}{1+10x^2} / x$$

Fuzzy set A dengan fungsi keanggotaan kontinu $\mu_A(x) = \frac{x^2}{1+10x^2}$ dituliskan dengan notasi $A = \int_U \mu_A(x)/x$ sehingga kita peroleh A = $\int_U \frac{x^2}{1+10x^2}/x$.

Berikut ini adalah gambar yang menunjukkan perbedaan antara fuzzy diskrit dan fuzzy kontinu (Anonim, 2013).



Gambar 2.4 Fungsi Keanggotaan dengan Semesta Pembicaraan Diskrit dan Kontinu.

2.4 Potongan-α

Cara lain dalam menyatakan suatu himpunan *fuzzy* adalah dengan menggunakan potongan-α, yang merupakan himpunan bagian tegas dalam himpunan semesta dengan α adalah suatu bilangan dalam selang tertutup [0,1]. Untuk suatu bilangan $\alpha \in [0,1]$, potongan-α dari sutu himpunan *fuzzy*$\tilde{A}$, yang dilambangkan dengan A_α, adalah himpunan tegas yang memuat semua elemen dari semesta dengan derajat keanggotaan dalam $\tilde{A}$ yang lebih besar atau sama dengan α, yaitu

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}.$$

Sedangkan potongan-α kuat dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ adalah himpunan *crisp* $A'_{\alpha} = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ (Susilo, 2006:73-74).

Contoh:

Himpunan fuzzy A memiliki fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} x-1, & 1 \leq x \leq A \\ 3-x, & A \leq x \leq 3 \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

α-*cut* dari A untuk $\alpha \in [0,1]$ yaitu dengan menyatakan $\alpha = x - 1$ didapatkan $x = \alpha + 1$, dan $\alpha = 3 - x$ didapatkan $x = 3 - \alpha$, sehingga diperoleh

$$A_\alpha = [\alpha + 1, 3 - \alpha]$$

(Sari, 2012:25-26).

2.5 Operasi Aritmetika

Operasi-operasi aritmatika pada bilangan *fuzzy* juga dapat didefinisikan menggunakan potongan-α. Suatu himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan secara tunggal menggunakan potongan-potongan-α-nya. Operasi bilangan *fuzzy* dilakukan dengan memanfaatkan potongan-α yang berbentuk interval tertutup (Susilo, 2006:117).

Misalkan [a, b] dan [c, d] adalah dua buah selang tertutup dalam ℝ. Maka operasi-operasi aritmetika pada kedua selang tersebut didefinisikan sebagai berikut (Susilo, 2006:117).

1. Penjumlahan

   $[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$

Contoh :

$[4,2] + [5,6] = [4 + 5, 2 + 6] = [9,8]$

2. Pengurangan

$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$

Contoh :

$[4,2] - [5,6] = [4 - 6, 2 - 5] = [-2, -3]$

3. Perkalian

$[a, b] \cdot [c, d] = [\min\{ac, ad, bc, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$

Contoh :

$[4,2] \cdot [5,6] = [\min\{4 \cdot 5, 4 \cdot 6, 2 \cdot 5, 2 \cdot 6\}, \max\{4 \cdot 5, 4 \cdot 6, 2 \cdot 5, 2 \cdot 6\}]$

$= [10,24]$

4. Pembagian

$$\frac{[a, b]}{[c, d]} = [\min\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}, \max\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\}]$$

untuk $0 \notin [c, d]$. Pembagian selang $[a, b]/[c, d]$ tidak didefinisikan untuk $0 \in [c, d]$ (Susilo, 2006:117).

Contoh :

$$\frac{[4,2]}{[5,6]} = \left[\min\left\{\frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}\right\}, \max\left\{\frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}\right\}\right] = [\frac{2}{6}, \frac{4}{5}]$$

Bilangan *fuzzy* dapat dipresentasikan sebagai potongan-α yang berbentuk interval tertutup sehingga operasi pada bilangan *fuzzy* dapat didefinisikan sebagai berikut, Misalkan A dan B adalah bilangan *fuzzy* dan $*$ adalah sebarang dari empat operasi aritmatika interval tertutup, didefinisikan $A * B$ dengan menggunakan definisi potongan-α, $(A * B)_\alpha$ sebagai persamaan berikut.

$$(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$ (Ketika operasi $* = /$ maka haruslah $0 \neq B_\alpha$, untuk setiap $\alpha \in [0,1]$). Karena $(A * B)_\alpha$ adalah interval tertutup untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Dan A,B adalah bilangan *fuzzy*, maka $A * B$ juga bilangan *fuzzy* (Klir dan Yuan, 1995:105).

Berdasarkan definisi bahwa $(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$, maka operasi pada bilangan *fuzzy* dapat dijabarkan sebagai berikut.

$(A + B)_\alpha = A_\alpha + B_\alpha$

$(A - B)_\alpha = A_\alpha - B_\alpha$

$(A \cdot B)_\alpha = A_\alpha \cdot B_\alpha$

$(A/B)_\alpha = A_\alpha / B_\alpha$ dengan syarat $B_\alpha \neq 0$.

2.6 Bilangan Fuzzy

Konsep bilangan *fuzzy* muncul dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam aplikasi teori *fuzzy* dalam bentuk besaran yang dinyatakan dengan bilangan yang tidak tepat, seperti misalnya "kurang lebih 10 orang", "kira-kira 2 jam", dan sebagainya. Secara intuitif dapat diterima bahwa ungkapan "kurang lebih 10 orang" dapat dinyatakan dengan suatu himpunan *fuzzy* pada semesta R, dimana bilangan 10 mempunyai derajat keanggotaan sama dengan 1, bilangan-bilangan di sekitar 10 mempunyai derajat keanggotaan kurang dari 1 dan semakin jauh bilangan itu dari 10 derajat keanggotaannya semakin mendekati 0 (Susilo, 2006:111).

Secara formal bilangan *fuzzy* didefinisikan sebagai himpunan *fuzzy* dalam semesta himpunan semua bilangan real R yang memenuhi 4 sifat berikut ini: (Susilo, 2006:111).

1. Normal

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Himpunan fuzzy A disebut normal jika terdapat $x \in A$ sehingga $\mu_A(x) = 1$. Himpunan fuzzy A disebut subnormal $\mu_A(x) < 1$, untuk setiap $x \in A$ (Utomo, 2012:21).

2. Mempunyai pendukung (*support*) yang terbatas

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Support dari A adalah himpunan tegas yang memuat semua anggota A yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol. *Support* dari A sering dinotasikan dengan *S(A)* atau *Supp(A)*. Berdasarkan definisi *support*, secara sistematis dapat ditulis sebagai berikut (Utomo, 2012:16).

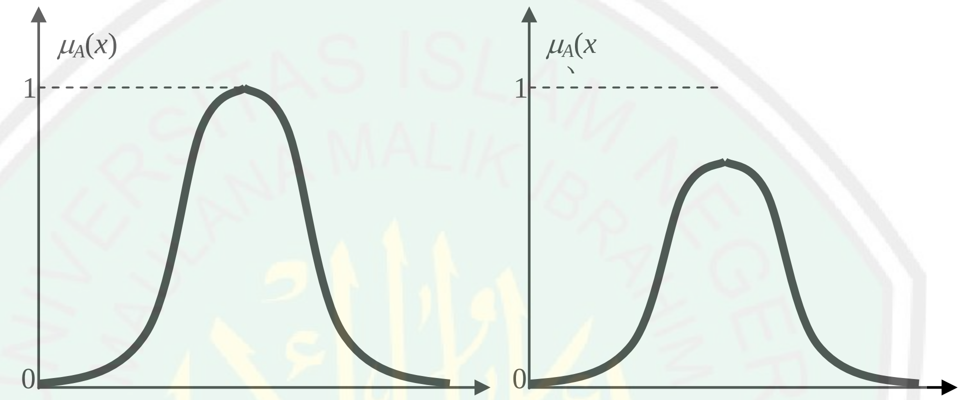
$$S(A) = \{x \in A | \mu_A(x) > 0\}$$

3. Semua potongan α-nya adalah selang tertutup dalam R
4. Konveks

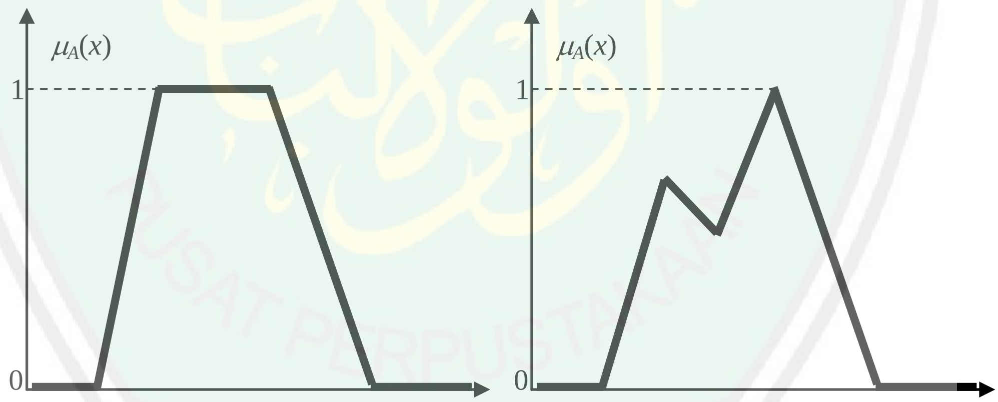
Syarat bahwa semua potongan-α adalah selang tertutup dalam R untuk semua $\alpha \in (0,1]$ sama dengan syarat bahwa A merupakan himpunan konvek. Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Himpunan fuzzy A disebut konvek jika fungsi keanggotaannya monoton naik, atau menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik.

Himpunan fuzzy A disebut takkonvek jika fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, atau tidak menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Utomo, 2012:21).

Sebagai ilustrasi, perhatikan gambar berikut:



Gambar 2.5 Himpunan Fuzzy Normal dan Subnormal



Gambar 2.6 Himpunan Fuzzy Konvek dan Himpunan Fuzzy Takkonvek

2.7 Operasi pada Bilangan Fuzzy

Misalnya operasi penjumlahan dua buah bilangan real x dan y yang menghasilkan bilangan real z, dapat dinyatakan dengan $f(x, y)=z$ atau biasanya ditulis $x + y = z$. Maka dengan prinsip perluasan dapat didefinisikan opersasi biner untuk bilangan-bilangan kabur (Susilo, 2006:113).

Misalkan $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah dua bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$. Maka terbentuk himpunan kabur $\tilde{a}\times\tilde{b}$ dalam semesta $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Misalkan operasi penjumlahan tegas dinyatakan dengan pemetaan $f: \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dengan $f(x,y) = z$ atau $x+y=z$ (Susilo, 2006:113). Dengan perluasan didefinisikan *penjumlahan* $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a}+\tilde{b}$, sebagai bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z) = \sup_{f(x,y)=z} \mu_{\tilde{a}\times\tilde{b}}(x,y)$$

$$= \sup_{x+y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}.$$

Demikian pula operasi *pengurangan* bilangan-bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a}-\tilde{b}$, sebagai bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}-\tilde{b}}(z) = \sup_{f(x,y)=z} \mu_{\tilde{a}\times\tilde{b}}(x,y)$$

$$= \sup_{x-y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}.$$

Menurut Susilo (2006:113), bila bilangan kabur negatif dari $\tilde{a}$ yaitu $-\tilde{a}$ dapat difenisikan sebagai $0-\tilde{a}$, maka fungsi keanggotaannya adalah

$$\mu_{-\tilde{a}}(z) = \mu_{0-\tilde{a}}(z) = \sup_{0-x=z} \min\{1, \mu_{\tilde{a}}(x)\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(-z).$$

Bila b adalah suatu bilangan real tegas, maka $\tilde{a}+b$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}+b}(z) = \sup_{x+b=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), 1\}$$

$$= \mu_{\tilde{a}}(z-b)$$

dan $\tilde{a}-b$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}-b}(z) = \sup_{x-b=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), 1\}$$
$$= \mu_{\tilde{a}}(z+b)$$

Berdasarkan paparan Susilo (2006:114), *perkalian* bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a} \cdot \tilde{b}$, adalah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}\cdot\tilde{b}}(z) = \sup_{xy=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

dan *pembagian* bilangan kabur $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, yaitu $\tilde{a}/\tilde{b}$, adalah bilangan kabur dalam semesta $\mathbb{R}$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}/\tilde{b}}(z) = \sup_{x/y=z} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$

Bila a adalah suatu bilangan real tegas, maka $a \cdot \tilde{b}$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{a}\cdot\tilde{b}}(z) = \sup_{a\cdot y=z} \min\{1, \mu_{\tilde{b}}(y)\}$$
$$= \mu_{\tilde{a}}(z/a)$$

Sebagai contoh, perhatikan dua bilangan fuzzy diskrit berikut (Utomo, 2012:34).

$$A = \{(1, 1), (2, 0.7), (3, 0.4)\}$$

dan

$$B = \{(2, 0.4), (3, 0.6), (4, 1)\}.$$

1. Penjumlahan

$$\begin{aligned} A + B = \{&(1+2, 1 \wedge 0.4), (1+3, 1 \wedge 0.6), (1+4, 1 \wedge 1), \\ &(2+2, 0.7 \wedge 0.4), (2+3, 0.7 \wedge 0.6), (2+4, 0.7 \wedge 1), \\ &(3+2, 0.4 \wedge 0.4), (3+3, 0.4 \wedge 0.6), (3+4, 0.4 \wedge 1)\} \end{aligned}$$

Menjumlahkan setiap elemen di A dengan elemen di B dan mengambil derajat keanggotaan terkecil sebagai derajat keanggotaannya, diperoleh,

$$A + B = \{(3, 0.4), (4, 0.6), (5, 1), (4, 0.4), (5, 0.6), (6, 0.7), (5, 0.4), (6, 0.4), (7, 0.4)\}$$

Mengambil setiap elemen yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar, diperoleh,

$$A + B = \{(3, 0.4), (4, 0.6), (5, 1), (6, 0.7), (7, 0.4)\}$$

2. Pengurangan

$$A - B = \{(1-2, 1 \wedge 0.4), (1-3, 1 \wedge 0.6), (1-4, 1 \wedge 1), (2-2, 0.7 \wedge 0.4), (2-3, 0.7 \wedge 0.6), (2-4, 0.7 \wedge 1), (3-2, 0.4 \wedge 0.4), (3-3, 0.4 \wedge 0.6), (3-4, 0.4 \wedge 1)\}$$

Mengurangkan setiap elemen di A dengan elemen di B dan mengambil derajat keanggotaan terkecil sebagai derajat keanggotaannya, diperoleh,

$$A - B = \{(-1, 0.4), (-2, 0.6), (-3, 1), (0, 0.4), (-1, 0.6), (-2, 0.7), (1, 0.4), (0, 0.4), (-1, 0.4)\}$$

Mengambil setiap elemen yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar, diperoleh,

$$A - B = \{(-3, 1), (-2, 0.7), (-1, 0.6), (0, 0.4), (1, 0.4)\}$$

3. Perkalian

$$A \cdot B = \{(1 \cdot 2, 1 \wedge 0.4), (1 \cdot 3, 1 \wedge 0.6), (1 \cdot 4, 1 \wedge 1), (2 \cdot 2, 0.7 \wedge 0.4), (2 \cdot 3, 0.7 \wedge 0.6), (2 \cdot 4, 0.7 \wedge 1), (3 \cdot 2, 0.4 \wedge 0.4), (3 \cdot 3, 0.4 \wedge 0.6), (3 \cdot 4, 0.4 \wedge 1)\}$$

Mengalikan setiap elemen di A dengan elemen di B dan mengambil derajat keanggotaan terkecil sebagai derajat keanggotaannya, diperoleh,

$$A \cdot B = \{(2, 0.4), (3, 0.6), (4, 1), (4, 0.4), (6, 0.6), (8, 0.7), (6, 0.4), (9, 0.4), (12, 0.4)\}$$

Mengambil setiap elemen yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar, diperoleh,

$A \cdot B = \{(2, 0.4), (3, 0.6), (4, 1), (6, 0.6), (8, 0.7), (9, 0.4), (12, 0.4)\}$

4. Pembagian

$$A/B = \{(1/2, 1 \wedge 0.4), (1/3, 1 \wedge 0.6), (1/4, 1 \wedge 1), (2/2, 0.7 \wedge 0.4), (2/3, 0.7 \wedge 0.6), (2/4, 0.7 \wedge 1), (3/2, 0.4 \wedge 0.4), (3/3, 0.4 \wedge 0.6), (3/4, 0.4 \wedge 1)\}$$

Membagi setiap elemen di A dengan elemen di B dan mengambil derajat keanggotaan terkecil sebagai derajat keanggotaannya, diperoleh,

$A/B = \{(1/2, 0.4), (1/3, 0.6), (1/4, 1), (1, 0.4), (2/3, 0.6), (1/2, 0.7), (3/2, 0.4), (1, 0.4), (3/4, 0.4)\}$

Mengambil setiap elemen yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar, diperoleh,

$A/B = \{(1/2, 0.7), (1/3, 0.6), (1/4, 1), (1, 0.4), (2/3, 0.6), (3/2, 0.4), (3/4, 0.4)\}$.

2.8 Sistem Persamaan Linier Fuzzy

2.8.1 Persamaan Fuzzy

Persamaan fuzzy adalah kombinasi dari bilangan fuzzy dan operasi aritmetika pada bilangan fuzzy. Bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari bilangan tegas yang memenuhi empat sifat diantaranya yaitu himpunan fuzzy normal, mempunyai support yang terbatas, semua α-cut merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in [0,1]$, dan konvek. Dan operasi aritmetika dasar pada bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari operasi aritmetika dasar pada umumnya, yaitu dengan mengikutsertakan derajat keanggotaannya (Sari, 2012:73).

Contoh persamaan fuzzy adalah sebagai berikut.

$$\frac{\tilde{4} \cdot \tilde{x} + \tilde{8}}{\tilde{5}} - \tilde{1} = \tilde{3}$$

2.8.2 Sistem Persamaan Fuzzy

Terdapat dua sistem persamaan fuzzy yaitu sistem persamaan linier fuzzy dan sistem persamaan nonlinier fuzzy.

2.8.2.1 Sistem Persamaan Linier Fuzzy

Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang juga merupakan sejumlah persamaan linier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan yang lain. Sistem Persamaan Linier Fuzzy yang dibahas memiliki bentuk umum sebagai berikut (Cholidah, 2013:34)

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = \tilde{b}_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = \tilde{b}_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = \tilde{b}_n \end{array}$$

Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) juga terbagi menjadi dua macam, yaitu SPLF Homogen dan SPLF Nonhomogen (Cholidah, 2013:36).

1. Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) Homogen

   SPLF dikatakan homogen apabila konstata pada SPLF semuanya merupakan bilangan $\tilde{0}$, sehingga bentuk umumnya adalah

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = \tilde{0}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = \tilde{0}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = \tilde{0}$$

Contoh:

$$7x_1 + 2x_2 = \tilde{0}$$

$$2x_1 + 2x_2 = \tilde{0}$$

2. Sistem Persamaan Linier Fuzzy (SPLF) Nonhomogen

   SPLF dikatakan non homogen apabila konstata pada SPLF semuanya bukan merupakan bilangan $\tilde{0}$, sehingga bentuk umumnya adalah seperti pada sistem persamaan linier fuzzy secara umum.

   Contoh:

$$7x_1 + 2x_2 = \tilde{1}$$

$$2x_1 + 2x_2 = \tilde{8}$$

2.8.2.2 Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy

Sistem persamaan nonlinier adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan-persamaan nonlinier. Dengan demikian, sistem persamaan nonlinier fuzzy adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan nonlinier fuzzy.

Sistem persamaan nonlinier fuzzy memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$\tilde{a}_{11}x_1^{\alpha_1} + \tilde{a}_{12}x_2^{\alpha_1-1} + \tilde{a}_{13}x_3^{\alpha_1-2} + \ldots + \tilde{a}_{1n}x_n + \tilde{b}_1 y = \tilde{c}_1$$
$$\tilde{a}_{21}x_1^{\alpha_1} + \tilde{a}_{22}x_2^{\alpha_1-1} + \tilde{a}_{23}x_3^{\alpha_1-2} + \ldots + \tilde{a}_{2n}x_n + \tilde{b}_2 y = \tilde{c}_2$$
$$\vdots$$
$$\tilde{a}_{m1}x_1^{\alpha_1} + \tilde{a}_{m2}x_2^{\alpha_1-1} + \tilde{a}_{m3}x_3^{\alpha_1-2} + \ldots + \tilde{a}_{mn}x_n + \tilde{b}_m y = \tilde{c}_m$$

Contoh :

$\tilde{2}x^3 + \tilde{3}x^2 + \tilde{2}x + \tilde{3}y = \tilde{6}$ (*sistem persamaan nonlinier fuzzy*)

$\tilde{2}x + \tilde{4}y = \tilde{8}$ (*bukan sistem persamaan nonlinier fuzzy*)

2.9 Konsep Himpunan Fuzzy dalam al-Qur'an

Al-Qur'an adalah kitab akidah dan hidayah. Ia menyeru hati nurani untuk menghidupkan di dalamnya faktor-faktor perkembangan dan kemajuan serta dorongan kebaikan dan keutamaan. Kemukjizatan ilmiah al-Qur'an bukanlah terletak pada pencakupannya akan teori-teori ilmiah yang selalu baru, berubah, dan merupakan hasil usaha manusia dalam penelitian dan pengamatan (al-Qaththan, 2006:338). Secara umum beberapa konsep dasar dari ilmu matematika terdapat dalam al-Qur'an, salah satunya adalah tentang himpunan.

Dalam matematika terdapat konsep himpunan yang akan mewakili sekelompok manusia dalam masyarakat. Pada konsep himpunan dikenal dua himpunan yang sering digunakan yaitu himpunan *crisp*, yaitu suatu himpunan yang secara tegas membedakan anggota-anggotanya apakah termasuk dalam himpunan atau tidak, yang biasanya disimbolkan dengan 0 dan 1. Selain itu juga ada himpunan *fuzzy* yang merupakan himpunan yang mendefinisikan anggota-anggotanya antara interval 0 sampai 1.

Konsep himpunan tersebut juga telah dibahas dalam al-Qur'an, walaupun tidak dijelaskan secara detail. Sebagaimana firman Allah SWT dalam al-Qur'an surat al-Faathir ayat 1:

ٱلۡحَمۡدُ لِلَّهِ فَاطِرِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ جَاعِلِ ٱلۡمَلَٰٓئِكَةِ رُسُلًا أُوْلِيٓ أَجۡنِحَةٖ مَّثۡنَىٰ وَثُلَٰثَ وَرُبَٰعَۚ يَزِيدُ فِي ٱلۡخَلۡقِ مَا يَشَآءُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ١

Artinya : "Segala puji bagi Allah Pencipta langit dan bumi, yang menjadikan Malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat. Allah menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang dikehendaki-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu".

Dalam ayat 1 surat al-Faathir dijelaskan sekelompok, segolongan, atau sekumpulan makhluk yang disebut malaikat. Dalam kelompok malaikat tersebut terdapat kelompok malaikat yang mempunyai dua sayap, tiga sayap, atau empat sayap. Bahkan sangat dimungkinkan terdapat kelompok malaikat yang mempunyai lebih dari empat sayap jika Allah SWT menghendaki. Dalam ayat tersebut mengandung konsep mengenai kelompok atau kumpulan objek-objek dengan sifat tertentu yang disebut dengan himpunan (Abdusysyakir, 2006:48-49).

Firman Allah SWT dalam Q.S. al-Faathir ayat 1 : "**يزيد في الخق ما يشاء**", yang artinya"*Dia menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang Dia kehendaki"*, penambahan ini dapat mencakup sekian banyak hal dan aspek, baik jasmani maupun rohani. Ada yang ditambah kekuatan fisiknya, atau spiritual dan kecerdasannya. Ada yang memiliki kelebihan dalam keindahan dan kecantikan, atau kepandaian bertutur dan keuatan argumentasi dan lain-lain sebagainya. Penggalan ayat ini mengisyaratkan juga adanya malaikat yang memiliki sayap lebih dari empat. Memang dalam riwayat Bukhari dan Muslim, Rasulullah SAW. melukiskan malaikat Jibril memiliki lima ratus sayap. Az-Zuhri meriwayatkan bahwa malaikat Israfil memiliki dua belas ribu sayap. Bilangan sayap malaikat yang berbeda-beda jumlahnya sebagaimana disebut dalam ayat ini, dapat juga dipahami sebagai adanya perbedaan tugas mereka dalam menempuh jarak-jarak di langit dan bumi yang berbeda dalam satu waktu ke waktu yang lain (Shihab, 2003:424-425).

Dalam ayat lain juga dijelaskan sekelompok, segolongan, atau sekumpulan makhluk yang disebut hewan. Ayat tersebut terdapat dalam al-Qur'an surat an-Nuur ayat 45:

وَٱللَّهُ خَلَقَ كُلَّ دَآبَّةٖ مِّن مَّآءٖۖ فَمِنۡهُم مَّن يَمۡشِي عَلَىٰ بَطۡنِهِۦ وَمِنۡهُم مَّن يَمۡشِي عَلَىٰ رِجۡلَيۡنِ وَمِنۡهُم
مَّن يَمۡشِي عَلَىٰٓ أَرۡبَعٖۚ يَخۡلُقُ ٱللَّهُ مَا يَشَآءُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ٤٥

Artinya :"Dan Allah telah menciptakan semua jenis hewan dari air, Maka sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya dan sebagian berjalan dengan dua kaki sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki. Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya, Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa terdapat empat macam jenis hewan, diantaranya adalah kelompok hewan yang tidak berkaki, kelompok hewan yang berkaki dua, kelompok hewan yang berkaki empat, dan kelompok hewan berkaki yang lebih dari empat. Konsep tersebut menyatakan tentang banyaknya kaki yang dimiliki oleh hewan.

Selain itu, juga terdapat pemaparan konsep dasar dari ilmu matematika yang dibahas dalam al-Qur'an ialah himpunan *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan riil pada interval [0,1]. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu item tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Sudrajat, 2008). Seperti halnya permasalahan orang munafik yang memiliki kedudukan tidak pasti dalam Islam. Orang munafik ini berada diantara orang mukmin (percaya) dan orang kafir (tidak percaya), seperti dijelaskan dalam firman Allah SWT surat an-Nisaa’ ayat 141:

ٱلَّذِينَ يَتَرَبَّصُونَ بِكُمۡ فَإِن كَانَ لَكُمۡ فَتۡحٞ مِّنَ ٱللَّهِ قَالُوٓاْ أَلَمۡ نَكُن مَّعَكُمۡ وَإِن كَانَ لِلۡكَٰفِرِينَ
نَصِيبٞ قَالُوٓاْ أَلَمۡ نَسۡتَحۡوِذۡ عَلَيۡكُمۡ وَنَمۡنَعۡكُم مِّنَ ٱلۡمُؤۡمِنِينَۚ فَٱللَّهُ يَحۡكُمُ بَيۡنَكُمۡ يَوۡمَ ٱلۡقِيَٰمَةِۗ
وَلَن يَجۡعَلَ ٱللَّهُ لِلۡكَٰفِرِينَ عَلَى ٱلۡمُؤۡمِنِينَ سَبِيلًا ١٤١

Artinya : *“(Yaitu) orang-orang yang menunggu-nunggu (peristiwa) yang akan terjadi pada dirimu (hai orang-orang mukmin). Maka jika terjadi bagimu kemenangan dari Allah mereka berkata: "Bukankah Kami (turut berperang) beserta kamu?" dan jika orang-orang kafir mendapat keberuntungan (kemenangan) mereka berkata: "Bukankah Kami turut memenangkanmu, dan membela kamu dari orang-orang mukmin?" Maka Allah akan memberi keputusan di antara kamu di hari kiamat dan Allah sekali-kali tidak akan memberi jalan kepada orang-orang kafir untuk memusnahkan orang-orang yang beriman.”*

Konsep himpunan *fuzzy* ternyata juga dibahas dalam firman Allah SWT dalam surat an-Nisaa’ ayat 143, meskipun tidak dijelaskan secara eksplisit:

مُّذَبۡذَبِينَ بَيۡنَ ذَٰلِكَ لَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِ وَلَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِۚ وَمَن يُضۡلِلِ ٱللَّهُ فَلَن تَجِدَ لَهُۥ سَبِيلًا ١٤٣

Artinya : *“Mereka dalam Keadaan ragu-ragu antara yang demikian (iman atau kafir): tidak masuk kepada golongan ini (orang-orang beriman) dan tidak (pula) kepada golongan itu (orang-orang kafir), Maka kamu sekali-kali tidak akan mendapat jalan (untuk memberi petunjuk) baginya.”*

Allah SWT telah menyatakan bahwa orang munafik yang tampaknya memihak orang-orang mukmin dan ikut berperang bersama mereka, menunggu dengan penuh harap agar Islam, kaum muslim dan kekuasaan yang menjadi penopangnya hancur. Pemberitahuan Allah SWT ini juga bisa berarti mengingatkan orang mukmin, agar mereka waspada terhadap sikap orang-orang munafik. Allah SWT menjelaskan bahwa ketika kondisi orang mukmin sedang menang, mereka pun tampil ke depan, seolah-olah jasanya besar. Namun, ketika kondisi kemenangan itu memihak orang kafir, mereka pun berkata, ’Bukankah kami turut memenangkan kalian dan membela kalian dari orang-orang mukmin?”. Dalam hal ini orang munafik itu sulit diterka, karena mereka mengaku Islam, menggunakan bahasa-bahasa bernuansa Islam. Demikian juga dengan penampilan mereka, tak jauh berbeda dengan mukmin pada umumnya. Namun, dalam lubuk hatinya tersimpan berbagai macam penyakit hati yang sangat dibenci oleh Allah SWT terhadap kaum muslim, seperti tertuang dalam firman Allah surat al-Baqarah ayat 8:

وَمِنَ ٱلنَّاسِ مَن يَقُولُ ءَامَنَّا بِٱللَّهِ وَبِٱلۡيَوۡمِ ٱلۡأٓخِرِ وَمَا هُم بِمُؤۡمِنِينَ ﴿٨﴾

Artinya : *“Diantara manusia ada yang mengatakan: "Kami beriman kepada Allah dan hari kemudian," pada hal mereka itu Sesungguhnya bukan orang-orang yang beriman.”*

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa di antara manusia, terdapat di antara mereka yang mengatakan bahwa mereka beriman kepada Allah SWT dan dari pembalasan, namun pada kenyataannya mereka tidak mengimaninya. Mereka hendak menipu Allah SWT dan orang-orang beriman. Sungguh celaka orang-orang yang telah menipu itu. Tanpa sepengetahuan mereka, mereka telah menipu dirinya sendiri. Jadi, berbohong bukanlah dosa yang mudah diabaikan, karena dapat mengubah pribadi beriman menjadi pribadi yang munafik.

Orang munafik belum tentu golongan mukmin, namun belum tentu juga termasuk dalam orang-orang kafir. Seperti halnya logika *fuzzy* yang memiliki nilai antara 0 sampai 1. Jika paparan tersebut dikaitkan dengan logika *fuzzy*, maka jika orang kafir memiliki nilai 1, orang munafik memiliki nilai diantara 0 sampai 1, yaitu antara orang mukmin dan orang kafir, dan orang mukmin memiliki nilai 0. Namun, dalam pemaknaannya dapat berbeda-beda, tergantung dari semesta pembicaraan.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Bentuk Umum Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy

Sistem persamaan nonlinier adalah suatu sistem persamaan yang mencakup minimal satu persamaan nonlinier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan persamaan yang lain, dimana dari beberapa sistem memiliki kemungkinan satu atau lebih solusi bahkan ada yang tidak memiliki solusi.

Skripsi ini membahas penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy yang memiliki bentuk umum

$$\begin{aligned}
&\tilde{a}_{11}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{12}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{13}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{1n}x_n+\tilde{b}_1y=\tilde{c}_1\\
&\tilde{a}_{21}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{22}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{23}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{2n}x_n+\tilde{b}_2y=\tilde{c}_2\\
&\vdots\\
&\tilde{a}_{m1}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{m2}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{m3}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{mn}x_n+\tilde{b}_my=\tilde{c}_m
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Contoh :

$\tilde{2}x^3+\tilde{3}x^2+\tilde{2}x+\tilde{3}y=\tilde{6}$ (*sistem persamaan nonlinier fuzzy*)

$\tilde{2}x^2+\tilde{1}x+\tilde{4}y=\tilde{5}$ (*sistem persamaan nonlinier fuzzy*)

$\tilde{2}x+\tilde{4}y=\tilde{8}$ (*bukan sistem persamaan nonlinier fuzzy*)

Selanjutnya sistem tersebut diubah menjadi bentuk parameter, sehingga diperoleh sistem persamaan yang baru sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
&(\underline{a}_{11}+\bar{a}_{11})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{12}+\bar{a}_{12})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{13}+\bar{a}_{13})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{1n}+\bar{a}_{1n})x_n+(\underline{b}_1+\bar{b}_1)y=(\underline{c}_1+\bar{c}_1)\\
&(\underline{a}_{21}+\bar{a}_{21})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{22}+\bar{a}_{22})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{23}+\bar{a}_{23})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{2n}+\bar{a}_{2n})x_n+(\underline{b}_2+\bar{b}_2)y=(\underline{c}_2+\bar{c}_2)\\
&\vdots\\
&(\underline{a}_{m1}+\bar{a}_{m1})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{m2}+\bar{a}_{m2})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{m3}+\bar{a}_{m3})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{mn}+\bar{a}_{mn})x_n+(\underline{b}_m+\bar{b}_m)y=(\underline{c}_m+\bar{c}_m)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

3.2 Prosedur Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy

Prosedur penyelesaian adalah langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah. Jadi, prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy merupakan langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaiakan sistem tersebut sehingga mendapatkan solusi yang memenuhi sistem tersebut.

Adapun prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy, memiliki beberapa syarat yang harus dipenuhi, yaitu:

a. Sistem persamaan nonlinier fuzzy yang hendak diselesaiakn telah ditentukan.
b. Terdapat fungsi karakteristik dari setiap bilangan fuzzy dalam sistem persamaan nonlinier fuzzy. Fungsi karakteristik digunakan untuk memberuk bilangan fuzzy menjadi bentuk parameter $(\underline{x}(\alpha), \overline{x}(\alpha))$ sehingga dua bilangan fuzzy dapat dioperasikan dengan operasi aritmatika yang ada dalam sistem persamaan nonlinier fuzzy.

Selanjutnya prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy antara lain:

a. Merepresentasikan bilangan fuzzy dalam bentuk fungsi monoton naik dan monoton turun yaitu $(\underline{A}, \overline{A})X = (\underline{b}, \overline{b})$. Fungsi monoton naik $(\underline{A})$ dan monoton turun $(\overline{A})$ diperoleh dari fungsi keanggotaan yang dimiliki oleh bilangan fuzzy. Fungsi monoton naik jika $a \leq x \leq b$ dan fungsi monoton turun jika $b \leq x \leq c$. Terdapat beberapa teorema yang berkaitan dengan fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun, yaitu:

Teorema 1

Jika X adalah vektor solusi dari sistem persamaan linier fuzzy $AX = \tilde{b}$, maka X merupakan vektor solusi dari sistem persamaan linier $\left(\underline{A}+\overline{A}\right)X = \left(\underline{b}+\overline{b}\right)$ (Bahera & Chakraverty, 2012:652).

Bukti

Pertama pandang ruas kiri dari SPL $\left(\underline{A}+\overline{A}\right)X = \left(\underline{b}+\overline{b}\right)$, maka $\left(\underline{A}+\overline{A}\right)X$ dapat ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\underline{a}_{kj}(\alpha), \overline{a}_{kj}(\alpha)\right)x_j \qquad \text{untuk } k = 1, 2, \ldots, n.$$

Dapat juga ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^{n}\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{j=1}^{n}\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j \qquad \text{untuk } k = 1, 2, \ldots, n.$$

Ekivalen dengan

$$\left(\sum_{x_j \geq 0}\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0}\underline{a}(\alpha)x_j\right) + \left(\sum_{x_j \geq 0}\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0}\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j\right)$$

Berdasarkan sifat asosiatif penjumlahan, maka dapat ditulis sebagai

$$\left(\sum_{x_j \geq 0}\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0}\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j\right) + \left(\sum_{x_j \geq 0}\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j + \sum_{x_j < 0}\underline{a}(\alpha)x_j\right)$$

sehingga, $\left(\underline{b}_k(\alpha) + \overline{b}_k(\alpha)\right) = \left(\underline{b}+\overline{b}\right)$.

Berdasarkan uraian tersebut didapatkan $\left(\underline{A}+\overline{A}\right)X = \left(\underline{b}+\overline{b}\right)$. Hal ini menunjukkan bahwa X vektor solusi dari $\left(\underline{A}+\overline{A}\right)X = \left(\underline{b}+\overline{b}\right)$ juga merupakan vektor solusi dari $AX = \tilde{b}$.

Teorema 2

Jika X adalah vektor solusi dari sistem persamaan linier fuzzy $AX = \tilde{b}$, maka X merupakan vektor solusi dari sistem persamaan linier $A^c X = \tilde{b}^c$ dimana $A^c = \frac{\left(\underline{a}_{kj}(\alpha)+\overline{a}_{kj}(\alpha)\right)}{2}$ dan $\tilde{b}^c = \frac{\left(\underline{b}_k(\alpha)+\overline{b}_k(\alpha)\right)}{2}$ (Bahera & Chakraverty, 2012:653).

Bukti

Pertama pandang ruas kiri dari SPL $A^c X = \tilde{b}^c$, maka $A^c X$ dapat ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\left(\underline{a}_{kj}(\alpha),\overline{a}_{kj}(\alpha)\right)}{2} x_j \qquad \text{untuk } k = 1,2,...,n.$$

Dapat juga ditulis sebagai

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j}{2} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\overline{a}_{kj}(\alpha)x_j}{2} \qquad \text{untuk } k = 1,2,...,n.$$

Ekivalen dengan

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\underline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\underline{a}(\alpha)x_j}{2}\right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\overline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\overline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j\right).$$

Berdasarkan sifat asosiatif penjumlahan, maka dapat ditulis sebagai

$$\left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\underline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\overline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j\right) + \left(\sum_{x_j \geq 0} \frac{\overline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j + \sum_{x_j < 0} \frac{\underline{a}_{kj}(\alpha)}{2} x_j\right).$$

Dapat pula ditulis dengan

$$\frac{1}{2}\left(\sum_{x_j\geq 0}\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j+\sum_{x_j<0}\bar{a}_{kj}(\alpha)x_j\right)+\frac{1}{2}\left(\sum_{x_j\geq 0}\bar{a}_{kj}(\alpha)x_j+\sum_{x_j<0}\underline{a}_{kj}(\alpha)x_j\right)$$

sehingga,

$$\frac{1}{2}\left(\underline{b}_k(\alpha)+\bar{b}_k(\alpha)\right)=\left(\frac{\underline{b}_k(\alpha)+\bar{b}_k(\alpha)}{2}\right)=\tilde{b}^c$$

Berdasarkan uraian tersebut didapatkan $A^c X=\tilde{b}^c$. Hal ini menunjukkan bahwa X vektor solusi dari $A^c X=\tilde{b}^c$ merupakan vektor solusi dari $AX=\tilde{b}$.

Selanjutnya teorema 1 dan 2 diadopsi untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier fuzzy.

b. Menjumlahkan fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari bilangan fuzzy yang ada dalam sistem persamaan nonlinier fuzzy yaitu $(\underline{A}+\bar{A})X=(\underline{b}+\bar{b})$ hingga persamaan tersebut berubah menjadi bentuk sistem persamaan nonlinier.

Berdasarkan teorema tersebut maka secara umum prosedur penyelesaian dari sistem persamaan nonlinier fuzzy adalah sebagai berikut.

1. Merepresentasikan sistem persamaan nonlinier fuzzy berdasarkan bentuk umumnya, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
&\tilde{a}_{11}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{12}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{13}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{1n}x_n+\tilde{b}_1y=\tilde{c}_1\\
&\tilde{a}_{21}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{22}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{23}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{2n}x_n+\tilde{b}_2y=\tilde{c}_2\\
&\vdots\\
&\tilde{a}_{m1}x_1^{\alpha_1}+\tilde{a}_{m2}x_2^{\alpha_1-1}+\tilde{a}_{m3}x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+\tilde{a}_{mn}x_n+\tilde{b}_my=\tilde{c}_m
\end{aligned}$$

2. Selanjutnya koefisien fuzzy pada persamaan tersebut diubah dalam bentuk α yang diperoleh dari fungsi karakteristik masing-masing bilangan sehingga menghasilkan fungsi monoton naik dan turun. Kemudian fungsi monoton naik dan turun dijumlahkan sehingga membentuk persamaan sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
&(\underline{a}_{11}+\bar{a}_{11})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{12}+\bar{a}_{12})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{13}+\bar{a}_{13})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{1n}+\bar{a}_{1n})x_n+(\underline{b}_1+\bar{b}_1)y=(\underline{c}_1+\bar{c}_1)\\
&(\underline{a}_{21}+\bar{a}_{21})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{22}+\bar{a}_{22})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{23}+\bar{a}_{23})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{2n}+\bar{a}_{2n})x_n+(\underline{b}_2+\bar{b}_2)y=(\underline{c}_2+\bar{c}_2)\\
&\vdots\\
&(\underline{a}_{m1}+\bar{a}_{m1})x_1^{\alpha_1}+(\underline{a}_{m2}+\bar{a}_{m2})x_2^{\alpha_1-1}+(\underline{a}_{m3}+\bar{a}_{m3})x_3^{\alpha_1-2}+\ldots+(\underline{a}_{mn}+\bar{a}_{mn})x_n+(\underline{b}_m+\bar{b}_m)y=(\underline{c}_m+\bar{c}_m)
\end{aligned}
$$

Persamaan tersebut akan menjadi sistem persamaan nonlinier yang dalam penyelesaiannya menggunakan penyelesaian aljabar biasa sehingga diperoleh nilai x dan y yang *crisp*.

3.3 Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy

Berikut adalah beberapa contoh dari sistem persamaan nonlinier fuzzy beserta penyelesaiannya yang merupakan fuzzy kontinu.

Contoh 3.1

Diberikan sistem persamaan nonlinier fuzzy sebagai berikut.

$$\tilde{1}x^2+\tilde{3}x+\tilde{1}y=\tilde{5}$$

$$\tilde{1}x^2+\tilde{3}y=\tilde{4}$$

$$\tilde{2}x^2+\tilde{1}x+\tilde{1}y=\tilde{3}$$

$$\tilde{1}x^2+\tilde{2}y=\tilde{5}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing koefisiennya

$\mu_{\tilde{1}}(x,y) = segitiga(x,y;-1,1,3)$
$\mu_{2}(x,y) = segitiga(x,y;1,2,3)$
$\mu_{\tilde{3}}(x,y) = segitiga(x,y;1,3,5)$
$\mu_{4}(x,y) = segitiga(x,y;2,4,6)$
$\mu_{\tilde{5}}(x,y) = segitiga(x,y;5,5,7)$

carilah *x* dan *y*!

Jawab:

i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;-1,1,3) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{2} & \text{untuk } -1 \le x \le 1 \\ \dfrac{3-x}{2}, & \text{untuk } 1 \le x \le 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{1})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x+1}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha - 1$$

fungsi monoton turun $(\bar{1})$ adalah:

$$\alpha = \frac{3-x}{2} \leftrightarrow x = 3 - 2\alpha$$

ii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy 2 dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,2,3) = \begin{cases} x-1 & \text{untuk } 1 \le x \le 2 \\ 3-x, & \text{untuk } 2 \le x \le 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{2})$ adalah:

$$\alpha = x - 1 \leftrightarrow x = \alpha + 1$$

fungsi monoton turun $(\bar{2})$ adalah:

$$\alpha = 3 - x \leftrightarrow x = 3 - \alpha$$

iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{3}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,3,5)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{2} & \text{untuk } 1\le x\le 3\\ \dfrac{5-x}{2}, & \text{untuk } 3\le x\le 5\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{3})$ adalah:

$$\alpha=\frac{x-1}{2}\leftrightarrow x=2\alpha+1$$

fungsi monoton turun $(\bar{3})$ adalah:

$$\alpha=\frac{5-x}{2}\leftrightarrow x=5-2\alpha$$

iv) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy 4 dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;2,4,6)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{2} & \text{untuk } 2\le x\le 4\\ \dfrac{6-x}{2}, & \text{untuk } 4\le x\le 6\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{4})$ adalah:

$$\alpha=\frac{x-2}{2}\leftrightarrow x=2\alpha+2$$

fungsi monoton turun $(\bar{4})$ adalah:

$$\alpha=\frac{6-x}{2}\leftrightarrow x=6-2\alpha$$

v) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{5}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;3,5,7)=\begin{cases}\dfrac{x-3}{2} & \text{untuk } 3\le x\le 5\\ \dfrac{7-x}{2}, & \text{untuk } 5\le x\le 7\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{5})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-3}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha + 3$$

fungsi monoton turun $(\overline{5})$ adalah:

$$\alpha = \frac{7-x}{2} \leftrightarrow x = 7 - 2\alpha$$

Dari dua persamaan pertama jumlahkan setiap fungsi monoton turun dan naik dari setiap bilangan fuzzy sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$(2\alpha - 1 + 3 - 2\alpha)x^2 + (2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha)x + (2\alpha - 1 + 3 - 2\alpha)y = 2\alpha + 3 + 7 - 2\alpha$$

$$(2\alpha - 1 + 3 - 2\alpha)x^2 + (2\alpha + 1 + 5 - 2\alpha)y = 2\alpha + 2 + 6 - 2\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$2x^2 + 6x + 2y = 10$$
$$2x^2 + 6y = 8$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$\begin{array}{l} 2x^2 + 6x + 2y = 10 \\ \underline{2x^2 + 6y = 8} \; - \\ 6x - 4y = 2 \text{..........................(1)} \end{array}$$

Dari dua sistem persamaan nonlinier *crisp* tersebut, terlebih dahulu ditentukan fungsi keanggotaan masing-masing koefisien. Kemudian setiap bilangan fuzzy dinyatakan dalam bentuk fungsi keanggotaan segitiga sehingga dapat diperoleh fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari masing-masing bilangan fuzzy. Selanjutnya jumlahkan setiap fungsi monoton naik dan turun dari masing-masing bilangan fuzzy sehingga diperoleh fungsi baru yang mengandung unsur baru, yaitu α. Dari persamaan yang mengandung α tersebut, akan ekuivalen dengan persamaan *crisp* yang baru. Dengan dilakukan eliminasi pada persamaan *crisp* tersebut akan menghasilkan persamaan nonlinier yang selanjutnya digunakan untuk mendapatkan nilai x dan y. Namun, diperlukan persamaan nonlinier yang lain untuk memperoleh nilai x dan y.

Selanjutnya diselesaikan dua persamaan yang lain yaitu sebagai berikut.

$$\tilde{2}x^2 + \tilde{1}x + \tilde{1}y = \tilde{3}$$

$$\tilde{1}x^2 + \tilde{2}y = \tilde{5}$$

dengan fungsi karakteristik yang sama sehingga menghasilkan fungsi monoton turun dan naik yang sama pula, maka fungsi tersebut dijumlahkan yang menghasilkan sebagai berikut.

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^2+(2\alpha-1+3-2\alpha)x+(2\alpha-1+3-2\alpha)y=2\alpha+1+5-2\alpha$$

$$(2\alpha-1+3-2\alpha)x^2+(\alpha+1+3-\alpha)y=2\alpha+3+7-2\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$4x^2+2x+2y=6$$
$$2x^2+4y=10$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$4x^2+2x+2y=6$$
$$2x^2+4y=10$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan

$$4x^2+2x+2y=6$$
$$\underline{4x^2+8y=20}\,-$$
$$2x-6y=-14 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Dengan proses yang sama, diperoleh persamaan nonlinier (2).

Dari dua persamaan nonlinier tersebut, selanjutnya dilakukan proses eliminasi dan substitusi pada persamaan nonlinier (1) dan (2).

$$6x-4y=2$$
$$2x-6y=-14$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan

$$6x-4y=2$$
$$6x-18y=-42$$

Eliminasi persamaan tersebut

$$\begin{array}{l} 6x-4y=2 \\ \underline{6x-18y=-42}\,- \\ 14y=44 \end{array}$$
$$y=\frac{44}{14}$$

Selanjutnya substitusi nilai *y* untuk mendapatkan nilai *x*.

$$6x-4y=2$$
$$\leftrightarrow 6x-4\left(\frac{44}{14}\right)=2$$
$$\leftrightarrow 6x-\frac{176}{14}=2$$
$$\leftrightarrow 6x=2+\frac{176}{14}$$
$$\leftrightarrow 6x=\frac{28+176}{14}$$
$$\leftrightarrow 6x=\frac{204}{16}$$
$$\leftrightarrow x=\frac{204}{16}\div 6$$
$$\leftrightarrow x=\frac{204}{16}\times\frac{1}{6}$$
$$\leftrightarrow x=\frac{34}{16}$$

Jadi, solusinya adalah $x=\frac{34}{16}$ dan $y=\frac{44}{14}$.

Contoh 3.2

Diberikan sistem persamaan nonlinier fuzzy sebagai berikut.

$$\tilde{2}x^3 + \tilde{3}x^2 + \tilde{5}y = \tilde{6}$$

$$2x^3 + \tilde{4}x + \tilde{8}y = \tilde{9}$$

$$\tilde{2}x^3 + \tilde{3}x^2 + \tilde{1}y = \tilde{9}$$

$$\tilde{2}x^3 + \tilde{6}x + \tilde{2}y = \tilde{8}$$

$$\tilde{3}x^3 + \tilde{2}x^2 + \tilde{2}y = \tilde{6}$$
$$\tilde{3}x^3 + \tilde{5}x + \tilde{1}y = \tilde{9}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing koefisiennya

$\mu_{\tilde{1}}(x, y) = segitiga(x, y; -1, 1, 3)$
$\mu_{\tilde{2}}(x, y) = segitiga(x, y; 1, 2, 3)$
$\mu_{\tilde{3}}(x, y) = segitiga(x, y; 1, 3, 5)$
$\mu_{\tilde{4}}(x, y) = segitiga(x, y; 2, 4, 6)$
$\mu_{\tilde{5}}(x, y) = segitiga(x, y; 3, 5, 7)$
$\mu_{\tilde{6}}(x, y) = segitiga(x, y; 3, 6, 9)$
$\mu_{\tilde{8}}(x, y) = segitiga(x, y; 4, 8, 12)$
$\mu_{\tilde{9}}(x, y) = segitiga(x, y; 5, 9, 13)$

carilah x dan y!

Jawab:

i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; -1, 1, 3) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{2} & \text{untuk } -1 \le x \le 1 \\ \dfrac{3-x}{2}, & \text{untuk } 1 \le x \le 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{1})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x+1}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha - 1$$

fungsi monoton turun $(\bar{1})$ adalah:

$$\alpha = \frac{3-x}{2} \leftrightarrow x = 3 - 2\alpha$$

ii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,2,3) = \begin{cases} x-1 & \text{untuk } 1 \le x \le 2 \\ 3-x, & \text{untuk } 2 \le x \le 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{2})$ adalah:

$$\alpha = x - 1 \leftrightarrow x = \alpha + 1$$

fungsi monoton turun $(\bar{2})$ adalah:

$$\alpha = 3 - x \leftrightarrow x = 3 - \alpha$$

iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{3}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,3,5) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & \text{untuk } 1 \le x \le 3 \\ \frac{5-x}{2}, & \text{untuk } 3 \le x \le 5 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{3})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-1}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha + 1$$

fungsi monoton turun $(\bar{3})$ adalah:

$$\alpha = \frac{5-x}{2} \leftrightarrow x = 5 - 2\alpha$$

iv) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy 4 dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;2,4,6)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{2} & \text{untuk } 2\le x\le 4\\ \dfrac{6-x}{2}, & \text{untuk } 4\le x\le 6\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{4})$ adalah:

$$\alpha=\frac{x-2}{2}\leftrightarrow x=2\alpha+2$$

fungsi monoton turun $(\bar{4})$ adalah:

$$\alpha=\frac{6-x}{2}\leftrightarrow x=6-2\alpha$$

v) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{5}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;3,5,7)=\begin{cases}\dfrac{x-3}{2} & \text{untuk } 3\le x\le 5\\ \dfrac{7-x}{2}, & \text{untuk } 5\le x\le 7\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{5})$ adalah:

$$\alpha=\frac{x-3}{2}\leftrightarrow x=2\alpha+3$$

fungsi monoton turun $(\bar{5})$ adalah:

$$\alpha=\frac{7-x}{2}\leftrightarrow x=7-2\alpha$$

vi) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{6}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;3,6,9)=\begin{cases}\dfrac{x-3}{3} & \text{untuk } 3\le x\le 6\\ \dfrac{9-x}{3}, & \text{untuk } 6\le x\le 9\\ 0 & \text{untuk lainnya.}\end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{6})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-3}{3} \leftrightarrow x = 3\alpha + 3$$

fungsi monoton turun $(\bar{6})$ adalah:

$$\alpha = \frac{9-x}{3} \leftrightarrow x = 9 - 3\alpha$$

vii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{8}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; 4,8,12) = \begin{cases} \frac{x-4}{4} & \text{untuk } 4 \leq x \leq 8 \\ \frac{12-x}{4}, & \text{untuk } 8 \leq x \leq 12 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{8})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-4}{4} \leftrightarrow x = 4\alpha + 4$$

fungsi monoton turun $(\bar{8})$ adalah:

$$\alpha = \frac{12-x}{4} \leftrightarrow x = 12 - 4\alpha$$

viii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{9}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; 5,9,13) = \begin{cases} \frac{x-5}{4} & \text{untuk } 5 \leq x \leq 9 \\ \frac{13-x}{4}, & \text{untuk } 9 \leq x \leq 13 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{9})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-5}{4} \leftrightarrow x = 4\alpha + 5$$

fungsi monoton turun $(\bar{9})$ adalah:

$$\alpha = \frac{13-x}{4} \leftrightarrow x = 13 - 4\alpha$$

Kemudian jumlahkan setiap fungsi monoton turun dan naik dari setiap bilangan fuzzy pada dua sistem persamaan nonlinier fuzzy yang pertama

$$(\alpha-1+3-\alpha)x^3+(2\alpha+1+5-2\alpha)x^2+(2\alpha+3+7-2\alpha)y=3\alpha+3+9-3\alpha$$
$$(\alpha+1+3-\alpha)x^3+(2\alpha+2+6-2\alpha)x+(4\alpha+4+12-4\alpha)y=4\alpha+5+13-4\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$4x^3+3x^2+10y=12$$
$$4x^3+8x+16y=18$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$4x^3+3x^2+10y=12$$
$$\underline{4x^3+8x+16y=18}\ -$$
$$6x^2-8x-6y=-6 \text{..............................(1)}$$

Dari dua sistem persamaan nonlinier *crisp* tersebut, terlebih dahulu ditentukan fungsi keanggotaan masing-masing koefisien. Kemudian setiap bilangan fuzzy dinyatakan dalam bentuk fungsi keanggotaan segitiga sehingga dapat diperoleh fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari masing-masing bilangan fuzzy. Selanjutnya jumlahkan setiap fungsi monoton naik dan turun dari masing-masing bilangan fuzzy sehingga diperoleh fungsi baru yang mengandung unsur baru, yaitu α. Dari persamaan yang mengandung α tersebut, akan ekuivalen dengan persamaan *crisp* yang baru. Dengan dilakukan eliminasi pada persamaan *crisp* tersebut akan menghasilkan persamaan nonlinier yang selanjutnya digunakan untuk mendapatkan nilai x dan y. Namun, diperlukan persamaan nonlinier yang lain untuk memperoleh nilai x dan y.

Dan sistem persamaan nonlinier yang diselesaikan berikutnya adalah sebagai berikut.

$$\tilde{2}x^3+\tilde{3}x^2+\tilde{1}y=\tilde{9}$$

$$\tilde{2}x^3+\tilde{6}x+\tilde{2}y=\tilde{8}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing koefisiennya sama dan fungsi monoton naik dan turun yang sama, maka persamaan tersebut menjadi

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^3+(2\alpha+1+5-2\alpha)x^2+(2\alpha-1+3-2\alpha)y=4\alpha+5+13-4\alpha$$

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^3+(3\alpha+3+9-3\alpha)x+(\alpha+1+3-\alpha)y=4\alpha+5+12-4\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$\begin{aligned} &4x^3+6x^2+2y=18 \\ &4x^3+12x+4y=16 \end{aligned}$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$\begin{aligned} &4x^3+6x^2+2y=18 \\ &\underline{4x^3+12x+4y=16}\,- \\ &6x^2-12x-2y=2 \text{..............................(2)} \end{aligned}$$

Dengan proses yang sama, diperoleh sistem persamaan nonlinier (2).

Dari dua sistem persamaan nonlinier tersebut, selanjutnya dilakukan proses eliminasi dan substitusi pada persamaan nonlinier (1) dan (2).

$$\begin{aligned} &6x^2-8x-6y=-6 \\ &\underline{6x^2-12x-6y=2}\,- \\ &4x-4y=-8 \text{..................................(3)} \end{aligned}$$

Diperlukan persamaan nonlinier yang lain untuk mendapatkan nilai x dan y. Maka diperlukan sistem persamaan nonlinier yang lain untuk mendapatkan persamaan tersebut.

Sistem persamaan yang diselesaikan berikutnya adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} &\tilde{3}x^3+\tilde{2}x^2+\tilde{2}y=\tilde{6} \\ &\tilde{3}x^3+\tilde{5}x+\tilde{1}y=\tilde{9} \end{aligned}$$

Dengan fungsi keanggotaan dan fungsi monoton yang sama, maka sistem persamaan ekuivalen dengan:

$$(2\alpha+1+5-2\alpha)x^3+(\alpha+1+3-\alpha)x^2+(\alpha-1+3-\alpha)y=3\alpha+3+9-3\alpha$$

$$(2\alpha+1+5-2\alpha)x^3+(2\alpha+3+7-2\alpha)x+(2\alpha-1+3-2\alpha)y=4\alpha+5+13-4\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan

$$6x^3+4x^2+4y=12$$
$$6x^3+10x+2y=18$$

Eliminasi persamaan tersebut

$$\begin{array}{l} 6x^3+4x^2+4y=12 \\ \underline{6x^3+10x+2y=18}\ - \\ 4x^2-10x+2y=-6 \text{........................(4)} \end{array}$$

Selanjutnya eliminasi persamaan (2) dan (4).

$$6x^2-12x-2y=2$$
$$4x^2-10x+2y=-6$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan

$$\begin{array}{l} 12x^2-24x-4y=4 \\ \underline{12x^2-30x+6y=-18}\ - \\ 6x-10y=22 \text{.........................(5)} \end{array}$$

Kemudian lakukan eliminasi untuk persamaan (3) dan (5)

$$4x-4y=-8$$
$$6x-10y=22$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan

$$12x-12y=-24$$
$$12x-20y=44$$

Eliminasi persamaan tersebut

$$12x - 12y = -24$$
$$\underline{12x - 20y = 44}\,-$$
$$8y = -68$$
$$y = -\frac{68}{8}$$

Selanjutnya substitusi nilai *y* pada persamaan (3)

$$4x - 4y = -8$$
$$\leftrightarrow 4x - 4(-\frac{68}{8}) = 8$$
$$\leftrightarrow 4x + \frac{272}{8} = -8$$
$$\leftrightarrow 4x = -8 - \frac{272}{8}$$
$$\leftrightarrow 4x = \frac{-64 - 272}{8}$$
$$\leftrightarrow 4x = \frac{-336}{8}$$
$$\leftrightarrow x = \frac{-336}{8} \div 4$$
$$\leftrightarrow x = \frac{-336}{8} \times \frac{1}{4}$$
$$\leftrightarrow x = \frac{-336}{32}$$
$$\leftrightarrow x = 10{,}5$$

Jadi, solusinya adalah $x = 10{,}5$ dan $y = -\frac{68}{8}$.

Contoh 3.3

Diberikan sistem persamaan nonlinier fuzzy sebagai berikut.

$$\tilde{1}x^4 + \tilde{3}x^3 + \tilde{2}x^2 + \tilde{3}y = \tilde{7}$$

$$\tilde{2}x^4 + \tilde{3}x^2 + \tilde{2}x + \tilde{2}y = \tilde{8}$$

$$\tilde{2}x^4 + x^3 + \tilde{1}x^2 + \tilde{1}y = \tilde{4}$$

$$\tilde{2}x^4 + \tilde{2}x^2 + \tilde{3}x + \tilde{2}y = \tilde{5}$$

$$\tilde{2}x^4 + \tilde{1}x^3 + \tilde{2}x^2 + \tilde{1}y = \tilde{5}$$

$$\tilde{2}x^4 + \tilde{4}x^2 + \tilde{5}x + \tilde{3}y = \tilde{7}$$

$$\tilde{1}x^4 + \tilde{3}x^3 + \tilde{4}x^2 + \tilde{2}y = \tilde{8}$$

$$\tilde{1}x^4 + \tilde{3}x^2 + \tilde{5}x + \tilde{1}y = \tilde{7}$$

dengan fungsi keanggotaan masing-masing koefisiennya

$\mu_{\tilde{1}}(x,y) = segitiga(x,y;0,1,2)$

$\mu_{\tilde{2}}(x,y) = segitiga(x,y;1,2,3)$

$\mu_{\tilde{3}}(x,y) = segitiga(x,y;1,3,5)$

$\mu_{\tilde{4}}(x,y) = segitiga(x,y;2,4,6)$

$\mu_{\tilde{5}}(x,y) = segitiga(x,y;2,5,8)$

$\mu_{\tilde{7}}(x,y) = segitiga(x,y;5,7,9)$

$\mu_{\tilde{8}}(x,y) = segitiga(x,y;4,8,12)$

carilah x dan y!

Jawab:

i) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;0,1,2) = \begin{cases} x & \text{untuk } 0 \le x \le 1 \\ 2-x, & \text{untuk } 1 \le x \le 2 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{1})$ adalah:

$\alpha = x \leftrightarrow x = \alpha$

fungsi monoton turun $(\bar{1})$ adalah:

$\alpha = 2 - x \leftrightarrow x = 2 - \alpha$

ii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,2,3)=\begin{cases} x-1 & \text{untuk } 1\le x\le 2 \\ 3-x, & \text{untuk } 2\le x\le 3 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{2})$ adalah:

$\alpha = x-1 \leftrightarrow x = \alpha+1$

fungsi monoton turun $(\overline{2})$ adalah:

$\alpha = 3-x \leftrightarrow x = 3-\alpha$

iii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{3}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;1,3,5)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} & \text{untuk } 1\le x\le 5 \\ \dfrac{5-x}{2}, & \text{untuk } 3\le x\le 5 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{3})$ adalah:

$\alpha = \dfrac{x-1}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha+1$

fungsi monoton turun $(\overline{3})$ adalah:

$\alpha = \dfrac{5-x}{2} \leftrightarrow x = 5-2\alpha$

iv) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{4}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x,y;2,4,6)=\begin{cases} \dfrac{x-2}{2} & \text{untuk } 2\le x\le 4 \\ \dfrac{6-x}{2}, & \text{untuk } 4\le x\le 6 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{4})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-2}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha + 2$$

fungsi monoton turun $(\bar{4})$ adalah:

$$\alpha = \frac{6-x}{2} \leftrightarrow x = 6 - 2\alpha$$

v) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{5}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; 2,5,8) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{3} & \text{untuk } 2 \le x \le 5 \\ \dfrac{8-x}{3}, & \text{untuk } 5 \le x \le 8 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{5})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-2}{3} \leftrightarrow x = 3\alpha + 2$$

fungsi monoton turun $(\bar{5})$ adalah:

$$\alpha = \frac{8-x}{3} \leftrightarrow x = 8 - 3\alpha$$

vi) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{7}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; 5,7,9) = \begin{cases} \dfrac{x-5}{2} & \text{untuk } 5 \le x \le 7 \\ \dfrac{9-x}{2}, & \text{untuk } 7 \le x \le 9 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{7})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-5}{2} \leftrightarrow x = 2\alpha + 5$$

fungsi monoton turun $(\bar{7})$ adalah:

$$\alpha = \frac{9-x}{2} \leftrightarrow x = 9 - 2\alpha$$

vii) Menurut fungsi keanggotaan segitiga, maka bilangan fuzzy $\tilde{8}$ dapat dinyatakan dalam rumusan sebagai berikut:

$$Segitiga(x, y; 4,8,12) = \begin{cases} \dfrac{x-4}{4} & \text{untuk } 4 \le x \le 8 \\ \dfrac{12-x}{4}, & \text{untuk } 8 \le x \le 12 \\ 0 & \text{untuk lainnya.} \end{cases}$$

Selanjutnya dapat diperoleh :

fungsi monoton naik $(\underline{8})$ adalah:

$$\alpha = \frac{x-4}{4} \leftrightarrow x = 4\alpha + 4$$

fungsi monoton turun $(\bar{8})$ adalah:

$$\alpha = \frac{12-x}{4} \leftrightarrow x = 12 - 4\alpha$$

Kemudian jumlahkan setiap fungsi monoton turun dan naik dari setiap bilangan fuzzy pada dua sistem persamaan nonlinier fuzzy yang pertama

$$(\alpha+2-\alpha)x^4 + (2\alpha+1+5-2\alpha)x^3 + (\alpha+1+3-\alpha)x^2 + (2\alpha+1+5-2\alpha)y$$
$$= 2\alpha+5+9-2\alpha$$
$$(\alpha+1+3-\alpha)x^4 + (2\alpha+1+5-2\alpha)x^2 + (\alpha+1+3-\alpha)x + (\alpha+1+5-\alpha)y$$
$$= 4\alpha+4+12-4\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$2x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 6y = 14$$
$$4x^4 + 6x^2 + 4x + 4y = 16$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$2x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 6y = 14$$
$$4x^4 + 6x^2 + 4x + 4y = 16$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan

$$4x^4 + 12x^3 + 8x^2 + 12y = 28$$
$$\underline{4x^4 + 6x^2 + 4x + 4y = 16}\,-$$
$$12x^3 + 2x^2 - 4x + 8y = 12 \text{.......................................}(1)$$

Dari dua sistem persamaan nonlinier *crisp* tersebut, terlebih dahulu ditentukan fungsi keanggotaan masing-masing koefisien. Kemudian setiap bilangan fuzzy dinyatakan dalam bentuk fungsi keanggotaan segitiga sehingga dapat diperoleh fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari masing-masing bilangan fuzzy. Selanjutnya jumlahkan setiap fungsi monoton naik dan turun dari masing-masing bilangan fuzzy sehingga diperoleh fungsi baru yang mengandung unsur baru, yaitu α. Dari persamaan yang mengandung α tersebut, akan ekuivalen dengan persamaan *crisp* yang baru. Dengan dilakukan eliminasi pada persamaan *crisp* tersebut akan menghasilkan persamaan nonlinier yang selanjutnya digunakan untuk mendapatkan nilai x dan y. Namun, diperlukan persamaan nonlinier yang lain untuk memperoleh nilai x dan y.

Dan sistem persamaan nonlinier yang diselesaikan berikutnya adalah sebagai berikut.

$$\tilde{2}x^4 + x^3 + \tilde{1}x^2 + \tilde{1}y = \tilde{4}$$

$$\tilde{2}x^4 + \tilde{2}x^2 + \tilde{3}x + \tilde{2}y = \tilde{5}$$

Dengan fungsi keanggotaan dan fungsi monoton yang sama pada setiap bilangan fuzzy, jumlahkan setiap fungsi monoton turun dan naik dari setiap bilangan fuzzy tersebut.

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^4+(\alpha+2-\alpha)x^3+(\alpha+2-\alpha)x^2+(\alpha+2-\alpha)y=2\alpha+2+6-2\alpha$$

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^4+(\alpha+1+3-\alpha)x^2+(2\alpha+1+5-2\alpha)x+(\alpha+1+3-\alpha)y$$
$$=3\alpha+2+8-3\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan berikut.

$$4x^4+2x^3+2x^2+2y=8$$
$$4x^4+4x^2+6x+4y=10$$

Kemudian selesaikan persamaan tersebut dengan cara eliminasi

$$\begin{array}{l} 4x^4+2x^3+2x^2+2y=8 \\ \underline{4x^4+4x^2+6x+4y=10}\_ \\ 2x^3-2x^2-6x-2y=-2 \text{.................................}(2) \end{array}$$

Kemudian persamaan (1) dan (2) diselesaikan dengan cara eliminasi

$$\begin{array}{l} 12x^3+2x^2-4x+8y=12 \\ 2x^3-2x^2-6x-2y=-2 \end{array}$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$\begin{array}{l} 12x^3+2x^2-4x+8y=12 \\ \underline{12x^3-12x^2-36x-12y=-12}\_ \\ 14x^2+32x+20y=24 \text{.................................}(3) \end{array}$$

Selanjutnya, menyelesaikan sistem persamaan nonlinier fuzzy berikut.

$$\tilde{2}x^4+\tilde{1}x^3+\tilde{2}x^2+\tilde{1}y=\tilde{5}$$

$$\tilde{2}x^4+\tilde{4}x^2+\tilde{5}x+\tilde{3}y=\tilde{7}$$

Dengan fungsi keanggotaan dan fungsi monoton yang sama, maka persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^4+(\alpha+2-\alpha)x^3+(\alpha+1+3-\alpha)x^2+(\alpha+2-\alpha)y=3\alpha+2+8-3\alpha$$

$$(\alpha+1+3-\alpha)x^4+(2\alpha+2+6-2\alpha)x^2+(3\alpha+2+8-3\alpha)x+(2\alpha+1+5-2\alpha)y$$
$$=2\alpha+5+9-2\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$\begin{array}{l} 4x^4+2x^3+4x^2+2y=10 \\ 4x^4+8x^2+10x+6y=14 \end{array}$$

Persamaan tersebut dieliminasi untuk mendapatkan persamaan lain.

$$4x^4+2x^3+4x^2+2y=10$$
$$\underline{4x^4+8x^2+10x+6y=14}\ \_$$
$$2x^3-4x^2-10x-4y=-4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

Dilakukan eliminasi pada persamaan (3) dan (4)

$$2x^3-2x^2-6x-2y=-2$$
$$\underline{2x^3-4x^2-10x-4y=-4}\ \_$$
$$2x^2+4x+2y=2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

Dari proses eliminasi tersebut, diperoleh persamaan (5). Selanjutnya dilakukan eliminasi lagi yaitu persamaan (3) dan (5).

$$14x^2-32x-20y=24$$
$$2x^2-4x-2y=2$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$14x^2+32x+20y=24$$
$$14x^2+28x+14y=14$$

Selanjutnya dilakukan eliminasi terhadap persamaan tersebut, sehingga menghasilkan persamaan:

$$14x^2+32x+20y=24$$
$$\underline{14x^2+28x+14y=14}\ \_$$
$$4x+6y=10 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

Selanjutnya dua sistem persamaan nonolinier fuzzy yang harus diselesaikan adalah sebagai berikut.

$$\tilde{1}x^4+\tilde{3}x^3+\tilde{4}x^2+\tilde{2}y=\tilde{8}$$

$$\tilde{1}x^4+\tilde{3}x^2+\tilde{5}x+\tilde{1}y=\tilde{7}$$

Dengan fungsi keanggotaan yang sama pada setiap koefisiennya dapat ditentukan persamaan baru, sehingga persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$(\alpha+2-\alpha)x^4+(2\alpha+1+5-2\alpha)x^3+(2\alpha+2+6-2\alpha)x^2+(\alpha+1+3-\alpha)y$$
$$=4\alpha+4+12-4\alpha$$
$$(\alpha+2-\alpha)x^4+(2\alpha+1+5-2\alpha)x^2+(3\alpha+2+8-3\alpha)x+(\alpha+2-\alpha)y$$
$$=2\alpha+5+9-2\alpha$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$2x^4+6x^3+8x^2+4y=16$$
$$2x^4+6x^2+10x+2y=14$$

Persamaan tersebut dieliminasi untuk mendapatkan persamaan lain.

$$2x^4+6x^3+8x^2+4y=16$$
$$\underline{2x^4+6x^2+10x+2y=14}\,\_$$
$$6x^3+2x^2-10x+2y=2\text{.................................}(7)$$

Dilakukan eliminasi pada persamaan (4) dan (7)

$$2x^3-2x^2-6x-4y=-4$$
$$6x^3-2x^2-10x-2y=2$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$6x^3-6x^2-18x-12y=-12$$
$$\underline{6x^3-2x^2-10x-2y=2}\,\_$$
$$-4x^2-8x-10y=-14\text{.................................}(8)$$

Dari proses eliminasi tersebut, diperoleh persamaan (8). Selanjutnya dilakukan eliminasi lagi yaitu persamaan (5) dan (8).

$$2x^2+4x+2y=2$$
$$-8x^2-8x-10y=-14$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$8x^2+16x+8y=8$$
$$-8x^2-8x-10y=-14$$

Selanjutnya dilakukan eliminasi terhadap persamaan tersebut, sehingga menghasilkan persamaan:

$$8x^2+16x+8y=8$$
$$\underline{-8x^2-8x-10y=-14}+$$
$$8x-2y=-6 \text{.............................(9)}$$

Dilakukaneliminasidansubstitusi untuk persamaan (6) dan (8).

$$4x+6y=10$$
$$8x-2y=-6$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan:

$$8x+12y=20$$
$$8x-2y=-6$$

Selanjutnya persamaan tersebut dikenai eliminasi,

$$8x+12y=20$$
$$\underline{8x-2y=-6}\_$$
$$14y=26$$
$$y=\frac{26}{14}$$

Substitusi nilai y pada salah satu persamaan nonlinier tersebut.

$$8x-2y=-6$$
$$\leftrightarrow 8x-2(\frac{26}{14})=-6$$
$$\leftrightarrow 8x-\frac{52}{14}=-6$$

$$\leftrightarrow 8x = -6 + \frac{52}{14}$$
$$\leftrightarrow 8x = \frac{-84+52}{14}$$
$$\leftrightarrow 8x = \frac{-32}{14}$$
$$\leftrightarrow x = \frac{-32}{14} \div 8$$
$$\leftrightarrow x = \frac{-32}{14} \times \frac{1}{8}$$
$$\leftrightarrow x = -\frac{4}{14}$$

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan pembahasan yang telah diberikan, maka kesimpulan dari penelitian ini yakni prosedur penyelesaian dari sistem persamaan nonlinier fuzzy yaitu:

a. Merepresentasikan sistem persamaan nonlinier fuzzy dalam bentuk fungsi parameter yaitu fungsi monoton naik dan turun $(\underline{A},\overline{A})X^{n}=(\underline{b},\overline{b})$.

b. Menjumlahkan fungsi monoton naik dan fungsi monoton turun dari bilangan fuzzy yang ada dalam sistem persamaan nonlinier fuzzy yaitu $(\underline{A}+\overline{A})X=(\underline{b}+\overline{b})$ hingga persamaan tersebut berubah menjadi bentuk sistem persamaan nonlinier.

c. Menyelesaikan sistem persamaan nonlinier pada langkah b dan solusi tersebut adalah solusi dari sistem persamaan nonlinier fuzzy.

4.2 Saran

Skripsi ini membahas penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzydengan koefisien *fuzzy* dan variabel *crisp*, maka selanjutnya penelitian ini dapat dikembangkan lagi yaitu penyelesaian sistem persamaan nonlinier fuzzy dengan koefisien *crisp* dan variabel *fuzzy* disertai dengan program dari penyelesaian tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2006. *Ada Matematika dalam Al-Qur'an.* Malang: UIN-Malang Press.

Al-Qaththan, S.M.. 2006. *Pengantar Studi Ilmu Al-Qur'an.* Jakarta: Pustaka Al-Kautsar.

Anonim. 2013. Fuzzy Logic Sistem. *http://trensains.com/fuzzy.htm* (Diakses tanggal 21 September 2013).

Behera, D., dan Chakraverty, S.. 2012. Solution of Fuzzy System of Linear Equation with Polinomial Parametric Form. *International Journal of Applications and Applied Mathemathics*. Vol.7, Hal.648-657.

Cholidah, S.N.. 2013. *Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy dengan Koefisien Crisp dan Variabel Fuzzy.* Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Munawaroh, F.. 2012. *Limit Fuzzy dari Suatu fungsi di* $\mathbb{R}^+$.Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Klir, G.J. dan Yuan, B.. 1995. *Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Applications.* New Jersey: Prentice Hall International, INC.

Kusumadewi, S.. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, S., dan Purnomo, H.. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Sari, R.. 2012. *Persamaan Fuzzy*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Shihab, M.Q.. 2003. *Tafsir al-Mishbah: Pesan, Kesan dan Keserasian al-Qur'an.* Jakarta: Lentera Hati.

Shokri, J.. 2008. On System of Fuzzy Nonlinear Equations. *Applied Mathematical Sciences.* Vol.2, No.25, 1205-1217.

Sudrajat. 2008. *Modul Kuliah: Dasar-Dasar Fuzzy Logic.* Bandung: Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Padjadjaran.

Susilo, F.. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Utomo, T.. 2012. *Operasi Aritmetika Dasar pada Bilangan Fuzzy dan Sifat Sifatnya*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Wibisono, S.. 2008. *Matematika Diskrit Edisi 2*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./ Fax.(0341) 558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Dian Alvy Pratiwi
NIM : 09610115
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penyelesaian Sistem Persamaan Nonlinier Fuzzy dengan Koefisien Fuzzy dan Variabel *Crisp*
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Abdul Aziz, M.Si

No	Tanggal	Hal yang Dikonsultasikan	Tanda Tangan	
1	04 Pebruari 2013	Konsultasi Bab I	1.	
2	07 Pebruari 2013	Konsultasi Bab II		2.
3	09 Pebruari 2013	Konsultasi Bab I,II Agama	3.	
4	16 Mei 2013	Konsultasi Bab I,II Agama		4.
5	15 Juli 2013	Konsultasi Bab I,II	5.	
6	23 Agustus 2013	Konsultasi Bab II,III		6.
7	27 Agustus 2013	Konsultasi Bab II,III	7.	
8	30 Agustus 2013	Konsultasi Bab III		8.
9	02 September	Konsultasi Bab III	9.	
10	03 September	Konsultasi Bab I,II Agama		10.
11	04 September	ACC Agama Keseluruhan	11.	
12	05 September	Konsultasi Bab III,IV		12.
13	06 September	ACC BAB I,II,III,IV	13.	

Malang, 06 September 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001