u-CHART PADA MODEL *ZERO INFLATED POISSON*

SKRIPSI

Oleh:
ARNI HARTANTI
NIM. 09610001

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

u-CHART PADA MODEL *ZERO INFLATED POISSON*

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ARNI HARTANTI
NIM. 09610001

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

u-CHART* PADA MODEL *ZERO INFLATED POISSON

SKRIPSI

Oleh:
ARNI HARTANTI
NIM. 09610001

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 29 Mei 2013

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,
Fachrur Rozi, M.Si	Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19800527 200801 1 012	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

u-CHART* PADA MODEL *ZERO INFLATED POISSON

SKRIPSI

Oleh:
ARNI HARTANTI
NIM. 09610001

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 13 Juni 2013

Penguji Utama	:	Dr. Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200112 2 002	_____
Ketua Penguji	:	Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	_____
Sekretaris Penguji	:	Fachrur Rozi, M.Si NIP. 19800527 200801 1 012	_____
Anggota Penguji	:	Ach. Nashichuddin, M.A NIP. 19730705 200003 1 002	_____

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : ARNI HARTANTI

NIM : 09610001

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul : *u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 29 Mei 2013

Yang membuat pernyataan,

Arni Hartanti

NIM. 09610001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

Kita menilai diri dari apa yang kita pikir bisa kita lakukan, padahal orang lain menilai kita dari apa yang sudah kita lakukan. Untuk itu apabila anda berpikir bisa, segeralah lakukan.

Mario Teguh

Orang-orang yang berhenti belajar akan menjadi pemilik masa lalu. Orang-orang yang masih terus belajar akan menjadi pemilik masa depan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Penulis persembahkan karya ini kepada:

Bapak Sampurno dan Ibu Sutrisni tercinta

Kakak Sugiani dan Anah Lisanti

Adik Fiko Syahputra

Eduardo Heyko

Keluarga besar di Malang,

Terima kasih atas do'a, kasih sayang, dan dukungan

baik moril maupun spirituil.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah menganugerahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson*" ini dengan baik dan lancar.

Shalawat dan salam senantiasa penulis persembahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW, yang telah memberikan inspirasi kepada seluruh umat manusia tidak terkecuali penulis, untuk berkarya dengan penuh semangat berlandaskan keagungan moral dan spiritual.

Ucapan terima kasih penulis haturkan pada berbagai pihak yang telah membantu selesainya skripsi ini. Dengan iringan syukur penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing agama yang telah memberikan banyak arahan dan bimbingannya.
6. Drs. H. Turmudi, M.Si, selaku pembimbing akademik yang telah memberikan motivasi dan bimbingan mulai semester satu hingga semester akhir.
7. Seluruh Dosen dan Staf Administrasi Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan ilmu pengetahuan pada penulis.
8. Bapak Sampurno dan Ibu Sutrisni, selaku orang tua penulis yang senantiasa menyemangati penulis dalam derapan air mata dan doa.
9. Sugiani, Anah Lisanti, dan Fiko Syahputra, selaku saudara tercinta.
10. Mahasiswa di Jurusan Matematika angkatan 2009, khususnya Febrina Mediawati S., Iswahyuni Purwanti, Tutik Rosidatul A., Novita Imroatus S., dan Siti Mutmainah, yang selalu memberikan dukungan serta selalu bersama penulis dalam suka maupun duka selama mencari ilmu di kampus ini.
11. Saudara-saudara yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membacanya dan bagi penulis pada khususnya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Juli 2013

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR viii
DAFTAR ISI x
DAFTAR GAMBAR xii
DAFTAR TABEL xiii
DAFTAR LAMPIRAN xiv
DAFTAR SIMBOL xv
ABSTRAK xvi
ABSTRACT xvii
ملخص xviii

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Batasan Masalah 5
1.6 Metode Penelitian 5
1.7 Sistematika Penulisan 6

BAB II KAJIAN PUSTAKA
2.1 Distribusi Peluang Diskrit 8
2.2 Distribusi *Poisson* 9
2.3 Distribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP) 11
2.4 *Over Dispersion* 14
2.5 Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) 14
2.6 Pengendalian Kualitas Statistik 15
2.7 Grafik Pengendali 16
2.8 Batas Kendali 18
2.9 *c-Chart* 19
2.10 c_{ZIP}*-Chart* 22
2.11 *Error Type I* dan *Error Type II* 27
2.12 *The Average Run Length* (ARL) 30
2.13 Metode *Newton Raphson* 31
2.14 Pentingnya Manusia Berkualitas Menurut Pandangan Al-Qur'an Surat Al-Baqarah 32

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III PEMBAHASAN
3.1 Analisis *u-Chart* 35
3.2 u_{ZIP}*-Chart* 39
3.3 Aplikasi u_{ZIP}*-Chart* 46
3.3.1 *u-Chart* 47
3.3.2 u_{ZIP}*-Chart* 49
3.4 Perbaikan *u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson* dalam Pandangan Islam 59

BAB IV PENUTUP
4.1 Kesimpulan 62
4.2 Saran 63

DAFTAR PUSTAKA 64
LAMPIRAN 66

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Ilustrasi *c-Chart* 20

Gambar 2.2. Ilustrasi Grafis untuk Akar Hampiran dalam Metode *Newton-Raphson* 31

Gambar 3.1. Ilustrasi *u-Chart* 36

Gambar 3.2. *u-Chart* 49

Gambar 3.3. u_{ZIP}*-Chart* 52

Gambar 3.4. Nilai β dari *u-Chart* dan u_{ZIP}*-Chart* 55

Gambar 3.5. Nilai ARL dari *u-Chart* dan u_{ZIP}*-Chart* 56

Gambar 3.6. Nilai β dari *u-Chart* dan u_{ZIP}*-Chart* 57

Gambar 3.7. Nilai ARL dari *u-Chart* dan u_{ZIP}*-Chart* 58

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Hubungan *Error Type I* dan *Error Type II* 29

Tabel 3.1. Data Kesalahan *Read-Write Hard Disk* Komputer di dalam Proses Pabrikasi 47

Tabel 3.2. Perhitungan u-*Chart* 48

Tabel 3.3. Perhitungan u_{ZIP}-*Chart* 51

Tabel 3.4. Perhitungan β dan ARL u_{ZIP}-*Chart* ketika Rata-rata Bergeser dan ωTetap 55

Tabel 3.5. Perhitungan β dan ARL u_{ZIP}-*Chart* ketika Rata-rata Tetap dan ω Berubah-ubah 57

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Metode *Newton Rhapson* Menggunakan Program Matlab..... 66

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR SIMBOL

$\leq$: Kurang dari atau sama dengan

$<$: Kurang dari

$>$: Lebih dari

θ : *Theta*

β : *Beta*

α : *Alpha*

ω : *Omega*

σ : *Sigma*

μ : *Mu*

λ : *Lambda*

e : Eksponensial

∂ : *Dho*

$\prod$: Perkalian fungsi

$\sum$: Penjumlahan fungsi

E : *Expectation* (nilai harapan)

Var : Varian

m : Banyak sampel dalam tiap pengamatan

n : Banyak pengamatan

n_0 : Banyak pengamatan dengan jumlah kecacatan nol

c : Jumlah kecacatan dalam satu unit sampel

C : Jumlah kecacatan sebanyak m sampel

u : Rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel

$\bar{c}$: Rata-rata jumlah kecacatan dalam satu unit sampel

$\bar{C}$: Rata-rata jumlah kecacatan dalam n pengamatan

$\bar{u}$: Rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel dalam n pengamatan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Hartanti, Arni. 2013. ***u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson***. Skripsi. Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Kata Kunci: *Average Run Length*, Batas Kendali *u*, Distribusi *Zero Inflated Poisson*, *Maximum Likelihood Estimator*.

u-chart merupakan salah satu grafik pengendali atribut *Shewhart* untuk memonitoring kecacatan produk yang berdistribusi *Poisson*. Namun, jika jumlah kecacatan suatu produk berdistribusi *Poisson*, kemudian dalam beberapa proses sampling jumlah nol kecacatan pada pengamatan berlebih, maka proses tersebut akan berdistribusi "*Zero Inflated Poisson* (ZIP)" dan estimasi dari rata-rata sampel cenderung di bawah perkiraan rata-rata dari distribusi *Poisson*. Jika estimasi varians lebih dari rata-rata maka akan terjadi *over dispersion*, dan estimasi batas kendali *u-chart* lebih sempit dibandingkan batas kendali yang berdistribusi *Poisson*. Batas yang lebih sempit ini mendorong ke arah suatu tanda bahaya palsu. Untuk mengatasi hal tersebut, maka dibangun suatu grafik pengendali baru yang disebut u_{ZIP}*-chart*.

Batas kendali u_{ZIP}*-chart* diperoleh dengan mengestimasi parameter λ pada batas kendali *u-chart* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Kemudian hasil taksiran λ digunakan untuk membangun batas kendali u_{ZIP}*-chart*. Sehingga diperoleh batas kendali u_{ZIP}*-chart* sebagai berikut:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m}$$

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

dimana, $\hat{\lambda}_{ZIP}$ adalah solusi dari persamaan $\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)}$

Berdasarkan aplikasi *u-chart* dan u_{ZIP}*-chart* pada data kesalahan *read-write hard disk* komputer di dalam proses pabrikasi yang diberi proses yang sama, diperoleh bahwa jika dilihat dari grafik pengendali serta nilai β dan ARL pada keadaan *out of control* maupun *in control*, u_{ZIP}*-chart* menunjukkan kondisi yang lebih baik dibandingkan *u-chart* ketika nilai ω berkisar antara 0.3 sampai 0.9. Namun ketika dalam kondisi *in control* dengan nilai $\omega = 0.1$ atau $\omega = 0.2$, *u-chart* lebih baik dibandingkan u_{ZIP}*-chart*. Karena dalam kondisi ini *u-chart* yang lebih lama dapat mempertahankan keadaan *in control*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Hartanti, Arni. 2013. ***u-Chart* on Zero Inflated Poisson Model**. Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology. The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Promotor: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Keywords: Average Run Length, Control Limit u, Maximum Likelihood Estimator, Zero Inflated Poisson Distribution.

u-chart represent one of the control chart attribute of Shewhart for defect monitoring of product which is have Poisson distribution. But, if the number of defect have Poisson distribution, later then in a few sampling process to the number of zero defect at abundant perception, hence the process of have distribution "Zero Inflated Poisson (ZIP)" and estimation of mean of sample tend to under estimate of mean Poisson distribution. If estimation of varians is bigger than mean hence will happened over dispersion, and estimation *u-chart* control limit smaller than control limit which is have Poisson distribution. Smaller limit lead to a false alarm. To overcome the existence of moment false alarm have distribution Zero Inflated Poisson, hence woke up a control chart newly called u_{ZIP}*-chart*.

u_{ZIP}*-chart* control limit obtained with estimating parameter λ at *u-chart* control limit by using Maximum Likelihood Estimator (MLE) method. Later then result of valuation λ used to build u_{ZIP}*-chart* control limit. So that u_{ZIP}*-chart* control limit are given by:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m}$$

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

where, $\hat{\lambda}_{ZIP}$ is solution of equation $\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)}$

Pursuant to application of *u-chart* and u_{ZIP}*-chart* at data mistake read-write of computer hard disk in manufacturing process which is same process, obtained by that if seen from control chart, value β and ARL in the situation out of control and also in control, u_{ZIP}*-chart* show the condition of which is better to be compared with *u-chart* when value ω ranging from 0.3 until 0.9. But when in a condition in control with value $\omega = 0.1$ or $\omega = 0.2$, *u-chart* better than u_{ZIP}*-chart*. Because in this condition *u-chart* can longer maintain situation of in control.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ملخص

هارتانتى, أرني. ٢٠١٣. **الرسم البياني u على صفر تضخم بواسون النموذجي**. أطروحة. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.
المشرف: (١) فخرالرّازي ، الماجستير
(٢) أحمد نصح الدين، الماجستير

كلمات البحث: متوسط طول تشغيل، u حد كامل، صفر تضخم بواسون التوزيع, مقدرمكسيموم لكليهود ايستيماتور

الرسم البياني u هو شيوارت المخططات السيطرة المهاراة لرصد العيوب بواسون المنتجات الموزعة .ومع ذلك، إذا كان عدد من العجز بواسون توزيع، ثم في عدد من الصفر عملية أخذ العينات عيب على الملاحظة زائدة عن الحاجة، ثم يتم توزيع عملية "صفر تضخم بواسون(ZIP) "وتقدير من متوسط العينة يميل إلى نقل من متوسط توزيع بواسون .إذا كان تباين تقدير أكبر من المتوسط، سيكون هناك أكثر من والتشتت، وتقدير حدود الرقابة في السيطرة u الرسم البياني حدود أضيق من توزيع بواسون. حدود أضيق مما يؤدي إلى إنذار كاذب .للتغلب على انذار كاذب كما التوزيع صفر تضخم بواسون ، ثم بنيت مخطط تحكم جديد يسمى u_{ZIP} الرسم البياني.

ويتم الحصول على حدود الرقابة -u_{ZIP} الرسم البياني عن طريق تقدير المعلمة λ على حدود الرقابة -u الرسم البياني باستخدام مقدر الإمكان الأعظم .(MLE) ثم يتم استخدام النتائج لبناء حدود الرقابة -u_{ZIP} الرسم البياني λالمقدرة .وبالتالي الحصول على حدود الرقابة -u_{ZIP} الرسم البياني على النحو التالي:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m}$$

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

حيث، $\hat{\lambda}_{ZIP}$ هو الحل من المعادلة $\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}ZIP})}{(n-n_0)}$

يتم إعطاء التطبيقات القائمة على وu_{ZIP}-الرسم والتخطيط على البيانات للقراءة والكتابة أخطاء القرص الصلب لجهاز الكمبيوتر في عملية التصنيع نفس العملية، وجدت أنه عندما ينظر إليه من التحكم الرسم البياني وقيمة β وARL على الظروف خارج نطاق السيطرة والتحكم، u_{ZIP} -يبين الرسم البياني حالة أفضل من u-الرسم البياني عندما تراوحت القيم ω ٣,.-٩,.. ومع ذلك، عندما يكون الشرط في التحكم بقيمة $\omega =$ ١,. أو $\omega =$ ٢,.، يو u الرسوم البيانية أفضل من u_{ZIP}-الرسم البياني. لأنه في هذه الحالة تحت الرسم البياني تعد قادرة على الحفاظ على الدولة في السيطرة عليها.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di dalam mengendalikan proses produksi, grafik pengendali merupakan salah satu alat yang digunakan untuk mendeteksi variasi dalam suatu proses produksi. Variasi tersebut dapat disebabkan oleh sebab-sebab biasa maupun sebab-sebab khusus. Keragaman alamiah yang ada pada bahan, mesin, dan manusia pekerja merupakan sebab-sebab biasa timbulnya variasi di dalam suatu proses. Di dalam konteks industri, sebab-sebab khusus dapat berupa tingkat aus yang berlebihan pada alat, operator baru yang belum terampil, penggantian bahan, pemasok yang berbeda, dan sebagainya. Salah satu tujuan penggunaan grafik pengendali adalah menemukan dan jika mungkin, menghilangkan sebab-sebab khusus variasi. Sehingga penyelidikan terhadap proses dan tindakan perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tidak sesuai diproduksi.

Grafik pengendali terdiri dari dua jenis, yaitu grafik pengendali atribut dan grafik pengendali variabel. Grafik pengendali atribut digunakan pada karakteristik kualitas yang tidak dapat dengan mudah dinyatakan secara numerik. Dalam hal ini, biasanya tiap produk yang diperiksa diklasifikasikan, apakah sesuai dengan spesifikasi. Sedangkan grafik pengendali variabel digunakan pada karakteristik kualitas yang dapat dinyatakan dalam bentuk ukuran angka. Misalnya diameter bantalan poros dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam milimeter (Montgomery, 1990).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Salah satu grafik pengendali atribut yang digunakan sebagai monitor jumlah kecacatan tiap unit produk adalah *c-chart* dan *u-chart*. *c-chart* digunakan ketika ukuran sampel dalam tiap pengamatan adalah satu. Dalam *c-chart*, pengambilan sampel produk dilakukan secara berulang, dengan masing-masing sampling menemukan baik nol maupun tidak nol jumlah kecacatan. Sedangkan *u-chart* digunakan ketika dalam satu pengamatan terdapat lebih dari satu unit sampel, misalkan dalam satu pengamatan diambil sebanyak *m* sampel (Montgomery, 1990).

Kinerja grafik pengendali dapat diukur berdasarkan kecepatan grafik pengendali tersebut dalam membangkitkan sinyal *out of control*. Grafik pengendali yang lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control*, maka grafik pengendali tersebut dapat dikatakan lebih sensitif terhadap perubahan proses. Salah satu cara untuk mengukur kinerja grafik pengendali adalah dengan menggunakan *Average Run Length* (ARL). ARL merupakan rata-rata observasi yang harus dilakukan sampai ditemukannya *out of control* pertama (Montgomery, 1990).

Menurut Sim dan Lim (2008), jika jumlah kecacatan suatu produk berdistribusi *Poisson*, kemudian dalam beberapa proses sampling banyak pengamatan dengan jumlah kecacatan nol berlebih, maka proses tersebut akan berdistribusi "*Zero-Inflated Poisson* (ZIP)" dan estimasi dari rata-rata sampel cenderung di bawah perkiraan rata-rata dari distribusi *Poisson*. Jika estimasi varian lebih dari rata-rata maka akan terjadi *over dispersion*, dan estimasi batas kendali dalam *c-chart* lebih sempit dibandingkan batas kendali yang berdistribusi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Poisson. Batas yang lebih sempit ini mendorong ke arah suatu tanda bahaya palsu ketika *c-chart* digunakan untuk mendeteksi suatu kasus yang keluar kontrol.

Dalam Al-Qur'an telah disinggung terkait dengan terjadinya tanda bahaya palsu (*false alarm*) pada *c-chart* ketika diterapkan pada data yang berdistribusi ZIP, yaitu terdapat pada surat Al-Jinn ayat 14:

وَأَنَّا مِنَّا ٱلْمُسْلِمُونَ وَمِنَّا ٱلْقَـٰسِطُونَ ۖ فَمَنْ أَسْلَمَ فَأُو۟لَـٰٓئِكَ تَحَرَّوْا۟ رَشَدًا ﴿١٤﴾

Artinya: *"Dan sesungguhnya di antara kami ada orang-orang yang taat dan ada (pula) orang-orang yang menyimpang dari kebenaran. Barang siapa yang taat, maka mereka itu benar-benar telah memilih jalan yang lurus"* (Q.S. Al-Jinn, 72:14).

Pada Al-Qur'an surat Al-Jinn ayat 14 tersebut dijelaskan bahwa terdapat suatu kaum jin yang taat dan patuh kepada Allah SWT dan ada pula para penyimpang. Dari penjelasan ayat tersebut terdapat kata menyimpang dari kebenaran, jika dihubungkan dengan ilmu pengendalian kualitas statistik, menyimpang dari kebenaran tersebut dapat berarti tanda bahaya palsu (*false alarm*) pada *c-chart* ketika diterapkan pada data yang berdistribusi ZIP. Tanda bahaya palsu terjadi ketika grafik pengendali menunjukkan proses dalam kendali (*in control*) padahal terdapat data yang keluar kendali (*out of control*) atau sebaliknya.

Xie, dkk. (2001) membangun suatu *c-chart* untuk mengatasi adanya tanda bahaya palsu saat berdistribusi ZIP, yang disebut c_{ZIP}*-chart*. Dalam c_{ZIP}*-chart* menggantikan parameter λ (rata-rata jumlah kecacatan di dalam sampel unit) dengan parameter $\hat{\lambda}_{ZIP}$ yang diperoleh dari nilai *Maksimum Likelihood Estimator*. Xie, dkk. (2001) menguji efisiensi dari grafik pengendali ini untuk pendeteksian

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pergeseran yang menaik dari nilai rata-rata jumlah kecacatan di dalam suatu proses.

Berdasarkan studi tersebut di atas, penulis ingin meneliti *u-chart* ketika sampel yang diteliti memiliki distribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP). Oleh karena itu, penulis melakukan penelitian yang berjudul **"*u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson*"**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana batas kendali *u-chart* pada model *Zero Inflated Poisson* (ZIP)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui batas kendali *u-chart* pada model *Zero Inflated Poisson* (ZIP).

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi pihak-pihak yang terkait, yaitu:

1. Bagi penulis, diharapkan penelitian ini dapat menambah pengetahuan tentang analisis *u-chart* pada model *Zero Inflated Poisson*.
2. Bagi lembaga, diharapkan penelitian ini dapat digunakan untuk mengontrol proses produksi pada lembaga saat sampel yang diteliti berdistribusi *Zero Inflated Poisson*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Bagi pembaca, diharapkan hasil penelitian dapat bermanfaat untuk menambah pengetahuan serta menjadi referensi atau bahan masukan dalam penelitian serupa pada penelitian yang akan datang.

1.5 Batasan Masalah

Mengingat luasnya ruang lingkup pada penelitian ini, penulis membatasi permasalahan tersebut pada:

1. Ukuran sampel (m) tiap pengamatan sama.
2. Sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sampel terbuka, dimana dalam mendeteksi kecacatan produk dapat dilihat dari luar tanpa membuka komponen-komponen dalam produk.
3. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kesalahan *read-write hard disk* komputer di dalam proses pabrikasi yang berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP).
4. Dalam penelitian ini akan dibandingkan nilai ARL pada u-*chart* dan u_{ZIP}-*chart* ketika rata-ratanya bergeser ke atas maupun ke bawah namun nilai ω tetap dan ketika nilai ω diubah-ubah dari $0.1, 0.2, 0.3, \ldots, 0.9$ namun rata-ratanya tetap.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *library research* atau studi literatur, yaitu penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di perpustakaan, seperti buku-buku, artikel, jurnal, dan lain-lain.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis batas kendali *u-chart*, yaitu dengan menaksir parameter λ (rata-rata jumlah kecacatan di dalam sampel unit) pada sampel yang berdistribusi *Poisson* berdasarkan data historis dengan asumsi λ tidak diketahui.
2. Membangun batas kendali u_{ZIP}*-chart* dengan tahap-tahap:
   a. Mengasumsikan *u-chart* berdistribusi *Zero Inflated Poisson* dan parameter λ tidak diketahui.
   b. Menaksir λ dengan menggunakan metode yang sama pada c_{ZIP}*-chart*, yaitu metode *Maximum Likelihood Estimator*.
   c. Hasil taksiran λ yang diperoleh digunakan untuk membangun batas kendali u_{ZIP}*-chart*.
3. Membandingkan nilai ARL pada grafik pengendali *u-chart* dan u_{ZIP}*-chart* pada data kesalahan *read-write hard disk* komputer yang berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP) ketika rata-ratanya bergeser ke atas maupun ke bawah namun nilai ω tetap dan ketika nilai ω diubah-ubah dari $0.1, 0.2, 0.3, \ldots, 0.9$ namun rata-ratanya tetap.

1.7 Sistematika Penulisan

Pembahasan penelitian ini terdiri atas empat bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Pendahuluan, terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II Kajian Pustaka

Bab ini berkisar pada kajian umum sebagai teori pendukung menuju pembahasan selanjutnya yang lebih khusus.

BAB III Pembahasan

Bab ini berisi pembahasan yang menguraikan hasil dan analisis data yang diperoleh.

BAB IV Penutup

Bab ini memuat kesimpulan dan saran-saran secara menyeluruh sesuai dengan isi uraian yang sudah ditulis sebelumnya dalam penelitian ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Peluang Diskrit

Dalam mempelajari teori peluang dikenal adanya distribusi peluang diskrit.

Definisi 2.1 Distribusi Peluang Diskrit

Fungsi $p(x)$ merupakan fungsi massa peluang peubah diskrit X bila untuk setiap kemungkinan hasil x, berlaku:

1. $p(x) \geq 0$
2. $\sum_x p(x) = 1$
3. $P(X = x) = p(x)$

(Walpole dan Myers, 1995).

Beberapa distribusi peluang diskrit yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik, di antaranya: distribusi *Poisson*, distribusi Binomial, distribusi Binomial Negatif, dan distribusi Hipergeometrik. Dalam Montgomery (1990) diberikan contoh kasus data berdistribusi diskrit sebagai berikut:

Misal suatu proses produksi memproduksi ribuan diode tiap hari. Rata-rata 1% dari diode ini tidak memenuhi spesifikasi. Setiap jam, seorang pemeriksa memilih sampel acak 50 diode dan mengklasifikasikan tiap diode dalam sampel itu sebagai memenuhi atau tak memenuhi spesifikasi. Apabila dimisalkan x sebagai variabel acak yang menunjukkan banyak diode yang tak memenuhi spesifikasi dalam

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sampel itu, maka distribusi peluang x adalah:

$$p(x) = \binom{50}{x}(0{,}01)^x(0{,}99)^{50-x}, x = 0, 1, 2, \ldots, 50$$

dengan $\binom{50}{x} = (\frac{50!}{x!(50-x)!})$ adalah banyak kombinasi 50 diode yang diambil x diode setiap kali. Ini adalah distribusi diskrit, karena banyak diode yang tidak memenuhi spesifikasi yang diamati adalah $x = 0, 1, 2, \ldots, 50$, dan dinamakan distribusi Binomial. Sehingga peluang akan mendapatkan satu atau kurang diode yang tak memenuhi di dalam sampel itu dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(x \leq 1) &= P(x = 0) + P(x = 1) \\ &= p(0) + p(1) \\ &= \sum_{x=0}^{1} \binom{50}{x}(0{,}01)^x(0{,}99)^{50-x} \\ &= \frac{50!}{0!\,50!}(0{,}01)^0(0{,}99)^{50-0} + \frac{50!}{1!\,50!}(0{,}01)^1(0{,}99)^{50-1} \\ &= 0{,}6050 + 0{,}3056 \\ &= 0{,}9106 \end{aligned}$$

2.2 Distribusi *Poisson*

Menurut Harinaldi (2005), suatu distribusi *Poisson* dapat digunakan dengan tepat dalam suatu eksperimen *Poisson* jika memenuhi kondisi-kondisi berikut:

1. Suatu eksperimen yang meliputi pencacahan banyaknya suatu peristiwa yang terjadi dalam setiap satuan unit yang ditentukan (unit waktu atau ruang).
2. Peluang peristiwa tersebut adalah sama untuk setiap satuan unit.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Banyaknya peristiwa yang terjadi dalam setiap satuan unit saling bebas terhadap banyaknya peristiwa yang terjadi pada setiap satuan unit lainnya.

Definisi 2.2 Fungsi Peluang Distribusi *Poisson*

Suatu variabel acak X dikatakan berdistribusi *Poisson*, jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$P(X = x) = p(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} & ,x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & ,x\ lainnya \end{cases}$$

di mana,

$X =$ variabel acak dari kecacatan di dalam suatu sampel unit,

$\lambda =$ rata-rata dari kecacatan di dalam suatu sampel unit

(Harinaldi, 2005).

Teorema 2.1

Bila X merupakan variabel acak dengan fungsi peluang berdistribusi *Poisson*, maka $E(X) = \mu = \lambda$ dan $Var(X) = \lambda$.

Bukti:

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x\, e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{x!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda} \lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\, \lambda\ e^{\lambda}$$

$$= \lambda$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$E(X^2) = \sum_{x=0}^{\infty} y^2 \, e^{-\lambda} \frac{\lambda^{\,x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} \{x(x-1) + x\} \, e^{-\lambda} \frac{\lambda^{\,x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=2}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{\,x}}{(x-2)!} + \sum_{x=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{\,x}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{\,x-2}}{(x-2)!} + e^{-\lambda}\lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{\,x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda^2 \, e^{\lambda} + e^{-\lambda}\lambda \, e^{\lambda}$$

$$= \lambda^2 + \lambda$$

$$Var(X) = E(X^2) - \big(E(X)\big)^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2$$

$$= \lambda$$

2.3 Distribusi *Zero-Inflated Poisson* (ZIP)

Model *Zero-Inflated Poisson* (ZIP) merupakan model campuran yang sederhana untuk data diskrit dengan banyak peristiwa bernilai nol.

Definisi 2.3 Fungsi Peluang Distribusi *Zero-Inflated Poisson* (ZIP)

Suatu variabel acak X dikatakan berdistribusi ZIP, jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$P(X = x) = p(x) = \begin{cases} \omega + (1-\omega)e^{-\lambda} & , x = 0 \\ \dfrac{(1-\omega)e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} & , x > 0 \end{cases}$$

di mana,

X = variabel acak dari kecacatan di dalam suatu sampel unit,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

λ = rata-rata dari kecacatan di dalam suatu sampel unit,

ω = proporsi nol kecacatan berlebih di dalam suatu sampel unit,

dengan catatan jika $\omega = 0$, maka berdistribusi *Poisson*

(Katemee dan Mayureesawan, 2012).

Teorema 2.2

Bila X merupakan variabel acak dengan fungsi peluang berdistribusi *Zero Inflateted Poisson*, maka:

1. $E(X) = Var(X) = 0, \text{untuk } x = 0,$
2. $E(X) = \mu = (1-\omega)\lambda\,, \text{untuk } x > 0,$
3. $Var(X) = (1-\omega)\lambda + \omega\lambda^2 - \omega^2\lambda^2, \text{untuk } x > 0.$

Bukti:

$$E(X) = \sum_{x=0} x\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right), \text{untuk } x = 0$$

$$= \sum_{x=0} 0(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})$$

$$= 0$$

$$E(X^2) = \sum_{x=0} x^2\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right), \text{untuk } x = 0$$

$$= \sum_{x=0} 0^2(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})$$

$$= 0$$

$$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2$$

$$= 0 - 0^2$$

$$= 0$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{(1-\omega)e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}, \text{untuk } x > 0$$

$$= e^{-\lambda}(1-\omega) \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda(1-\omega) \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda(1-\omega)e^{\lambda}$$

$$= \lambda(1-\omega)$$

$$E(X^2) = \sum_{x=1}^{\infty} x^2 \frac{(1-\omega)e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}, \text{untuk } x > 0$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} x^2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{x!} - \sum_{x=1}^{\infty} x^2 \omega e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} \{x(x-1)+x\} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{x!} - \sum_{x=1}^{\infty} \{x(x-1)+x\} e^{-\lambda} \omega \frac{\lambda^{x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=2}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{(x-2)!} + \sum_{x=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{(x-1)!} - \sum_{x=2}^{\infty} e^{-\lambda} \omega \frac{\lambda^{x}}{(x-2)!}$$

$$- \sum_{x=1}^{\infty} e^{-\lambda} \omega \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2}}{(x-2)!} + e^{-\lambda}\lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!} - e^{-\lambda}\lambda^2\omega \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2}}{(x-2)!}$$

$$- e^{-\lambda}\lambda\omega \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= e^{-\lambda}\lambda^2 e^{\lambda} + e^{-\lambda}\lambda e^{\lambda} - e^{-\lambda}\lambda^2 e^{\lambda}\omega - e^{-\lambda}\lambda e^{\lambda}\omega$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2\omega - \lambda\omega$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2\omega - \lambda\omega - ((1-\omega)\lambda)^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2\omega - \lambda\omega - (1 - 2\omega + \omega^2)\lambda^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2\omega - \lambda\omega - \lambda^2 + 2\lambda^2\omega - \lambda^2\omega^2$$

$$= \lambda - \lambda\omega + \lambda^2\omega - \lambda^2\omega^2$$

$$= (1 - \omega)\lambda + \lambda^2\omega - \lambda^2\omega^2$$

2.4 *Over Dispersion*

Pada model *Poisson* mensyaratkan eqidispersi, yaitu kondisi di mana nilai rata-rata dan varian dari variabel bernilai sama. Namun, adakalanya terjadi fenomena *over dispersion* dalam data yang berdistribusi *Poisson*. *Over dispersion* berarti varian lebih dari rata-rata. Taksiran dispersi diukur dengan devians atau *Pearson's Chi Square* yang dibagi derajat bebas. Data disebut *over dispersion* jika taksiran dispersi lebih dari 1 dan data disebut *under dispersion* jika taksiran dispersi kurang dari 1 (Radiansyah, 2012).

2.5 Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE)

Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) adalah salah satu metode penaksiran parameter yang dapat digunakan untuk menaksir parameter suatu model yang diketahui distribusinya.

Definisi 2.4

Misal terdapat suatu populasi dengan hasil observasi $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ dan fungsi peluang dengan satu parameter $p(Y_i, \theta)$, maka fungsi peluang gabungan dari sampel adalah $f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n, \theta) = \prod_{i=1}^{n} p\,(Y_i, \theta)$ (Radiansyah, 2012).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jika fungsi ini dianggap fungsi dengan parameter *theta* (θ), dari observasi yang diberikan diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} p\,(Y_i, \theta) \qquad (2.1)$$

Jika fungsi *likelihood* dengan parameter θ ini dapat dimaksimumkan, maka akan didapatkan nilai penduga θ yang optimal. Untuk memaksimumkan fungsi *likelihood* ini dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu diferensial biasa atau diferensial dengan *Newton-Raphson* (Radiansyah, 2012).

2.6 Pengendalian Kualitas Statistik

Menurut Montgomery (1990) dalam suatu perusahaan, untuk mengetahui apakah kualitas suatu produk sudah sesuai dengan spesifikasi atau belum, maka perlu diadakan pengendalian kualitas untuk memenuhi kebutuhan konsumen. Pengendalian kualitas merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, penentuan serta interpretasi pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu proses industri, untuk meningkatkan kualitas dari hasil produksi guna memenuhi kebutuhan konsumen.

Tujuan pengendalian kualitas statistik adalah menyelidiki dengan cepat terjadinya sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sedemikian sehingga penyelidikan terhadap proses dan tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tidak sesuai diproduksi. Sedangkan tujuan akhir pengendalian kualitas statistik adalah menyingkirkan keragaman dalam proses sehingga dapat melakukan perbaikan dalam proses produksi untuk menghasilkan hasil produksi yang baik.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Menurut Montgomery (1990) pengendalian kualitas stastistik banyak menggunakan alat-alat statistik untuk membantu mencapai tujuannya. Pengendalian kualitas statistik mempunyai 7 alat, yaitu:

1. Grafik pengendali,
2. Histogram,
3. Diagram Pareto,
4. Lembar kendali,
5. Diagram konsentrasi cacat,
6. Diagram pencar (*scatter plot*),
7. Diagram sebab dan akibat.

2.7 Grafik Pengendali

Menurut Montgomery (1990) untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai grafik pengendali (*control chart*). Dalam grafik pengendali perlu dibedakan antara batas kendali dengan batas spesifikasi. Kondisi suatu proses berada dalam kendali statistik (*in control*) tidak selalu identik dengan kepuasan pelanggan. Contohnya pada beberapa situasi, suatu proses tidak berada dalam kendali statistik (*out of control*), tetapi proses tersebut tidak memerlukan tindakan revisi karena telah memenuhi spesifikasi. Hal ini yang mengakibatkan para karyawan akan bereaksi terhadap ketidaksesuaian karena batas spesifikasi bukan karena batas kendali.

Pada dasarnya grafik pengendali adalah uji hipotesis bahwa produksi *in control*, dengan kata lain merupakan uji hipotesis yang dilakukan berulang-ulang pada titik waktu yang lain. Satu titik terletak di dalam batas kendali adalah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ekivalen dengan gagal menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control* dan satu titik terletak di luar batas kendali, ekivalen dengan menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control*.

Grafik pengendali dibagi menjadi dua, yaitu grafik pengendali atribut dan grafik pengendali variabel. Grafik pengendali atribut digunakan pada karakteristik kualitas yang tidak dapat dengan mudah dinyatakan secara numerik. Dalam hal ini, biasanya tiap benda yang diperiksa diklasifikasikan, apakah sesuai dengan spesifikasi. Istilah "cacat" atau "tidak cacat" kadang-kadang digunakan untuk mengidentifikasikan kedua klasifikasi produk ini. Grafik pengendali ini menggunakan dua karakteristik pengukur, yaitu ragam dalam proses (grafik R dan S) dan pengukur ketelitian dari rata-rata proses (grafik $\bar{x}$). Sedangkan grafik pengendali variabel digunakan pada karakteristik kualitas yang dapat dinyatakan dalam bentuk ukuran angka. Misalnya diameter bantalan poros dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam milimeter. Suatu karakteristik kualitas yang dapat diukur disebut variabel. Grafik pengendali ini di antaranya grafik pengendali np, p, u, dan c (Montgomery, 1990).

Menurut Montgomery (1990) teori umum grafik pengendali pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini dinamakan *Grafik Kendali Shewhart* yang merupakan dasar grafik pengendali. Secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut:

$$UCL = \mu_w + k\sigma_w$$

$$CL = \mu_w \qquad (2.2)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$LCL = \mu_w - k\sigma_w$$

dengan,

UCL (*Upper Control Limit*) : batas kendali atas

CL (*Center Limit*) : garis tengah

LCL (*Lower Control Limit*) : batas kendali bawah

W : statistik sampel yang mengukur karakteristik kualitas

k : jarak batas kendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

μ_w : $E[w]$ = rata-rata dari w

σ_w : standar deviasi dari w

2.8 Batas Kendali

Menentukan batas kendali adalah pilihan yang penting dalam merancang grafik pengendali. Memindahkan batas kendali lebih jauh dari garis tengah akan menurunkan peluang kesalahan tipe I dan menaikkan peluang kesalahan tipe II. Tetapi apabila mempersempit batas kendali akan menaikkan peluang kesalahan tipe I dan menurunkan peluang kesalahan tipe II. Dengan memilih batas kendali sebesar 3σ dari garis tengah akan memberikan peluang kesalahan tipe I dan tipe II yang seimbang. Secara umum batas kendali didefinisikan sebagai berikut:

$$UCL = CL + k\sigma \quad (2.3)$$

$$LCL = CL - k\sigma \quad (2.4)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Batas kendali ini sebenarnya penerapan interval untuk μ, yaitu $\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $\sigma_{\bar{x}}$ adalah simpangan baku untuk rata-rata. Dengan $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 3$, pada nilai $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 3$, nilai $\alpha = 0{,}0027$. Dalam definisi batas kendali nilai k merupakan interval keputusan yang dinyatakan dalam unit simpangan baku yang besarnya sama dengan $Z_{\frac{\alpha}{2}}$. Dalam prinsip peluang, apabila suatu hasil pengukuran mempunyai distribusi normal dan simpangan baku tertentu, maka peluang suatu hasil pengukuran yang terletak dalam selang kepercayaan dapat dihitung sebagai berikut:

peluang $(\bar{x} \pm 3\sigma) = 0{,}9973$

peluang $(\bar{x} \pm 2\sigma) = 0{,}9546$

peluang $(\bar{x} \pm 1\sigma) = 0{,}7026$

Dari prinsip peluang dapat dijelaskan bahwa dengan menggunakan batas kendali 3σ diharapkan 99,73% dari populasi pangamatan akan terletak dalam batas kendali 3σ , dan hanya 0,27% yang terletak di luar batas kendali. Sementara jika digunakan batas kendali 2σ diharapkan 95,46% dari populasi pangamatan akan terletak dalam batas kendali 2σ dan hanya 4,54% yang terletak di luar batas kendali. Jika menggunakan batas kendali 1σ diharapkan 70,26% dari populasi pengamatan akan terletak dalam batas kendali 1σ dan 29,74% terletak di luar batas kendali (Montgomery, 1990).

2.9 *c-Chart*

Grafik pengendali atribut *c-chart* merupakan grafik pengendali untuk kecacatan produk dengan ukuran sampel pada tiap pengamatan adalah satu

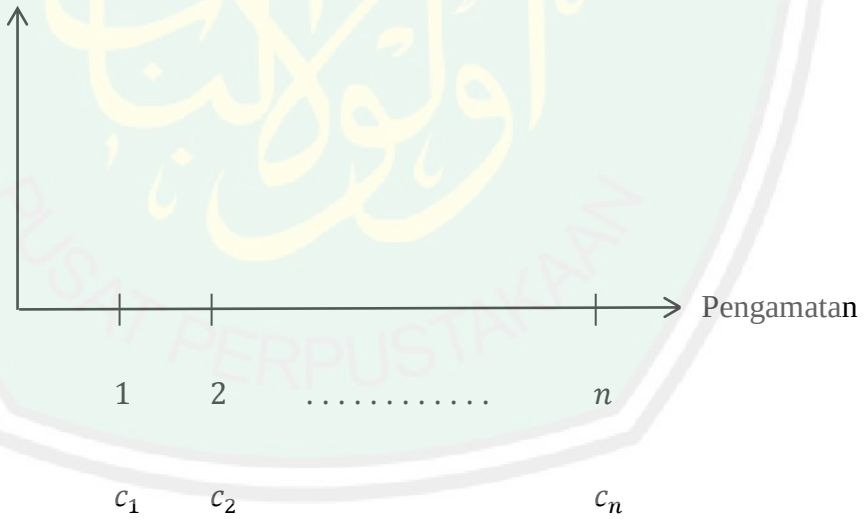
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sampel. Contoh penerapan *c-chart* adalah jumlah kecacatan motif pada lembaran kain, jumlah ketidaksempurnaan permukaan dalam selembar film foto, dan sebagainya. Andaikan bahwa kecacatan yang terjadi dalam unit pemeriksaan berdistribusi *Poisson*, yakni:

$$p(x) = \frac{c^x e^{-c}}{x!} \quad , x = 0, 1, 2, \ldots \qquad (2.5)$$

maka x adalah jumlah kecacatan dan $c > 0$ adalah parameter distribusi *Poisson* (Montgomery, 1990).

Misal ambil suatu produksi sebanyak n pengamatan, di mana setiap pengamatan terdapat satu sampel dengan jumlah kecacatan dalam satu unit produk adalah c, sehingga dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 2.1 Ilustrasi *c-Chart*

dengan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$, sehingga c_i merupakan jumlah kecacatan dalam satu unit sampel pada pengamatan ke-i. Maka dari persamaan model umum grafik pengendali *Shewhart* dapat diperoleh suatu model baru dengan batas 3 sigma, yaitu:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$UCL = \mu_c + 3\sigma_c$$
$$CL = \mu_c \quad (2.6)$$
$$LCL = \mu_c - 3\sigma_c$$

Karena c berdistribusi *Poisson*, maka

$\mu_c = E(c) = \lambda$ dan $Var(c) = \lambda \rightarrow \sigma_c = \sqrt{\lambda}$.

Sehingga batas kendali *c-chart* ketika rata-rata jumlah kecacatan (λ) diketahui, yaitu:

$$UCL = \lambda + 3\sqrt{\lambda} \quad (2.7)$$
$$CL = \lambda \quad (2.8)$$
$$LCL = \lambda - 3\sqrt{\lambda} \quad (2.9)$$

Namun ketika λ tidak diketahui, maka c perlu ditaksir. Parameter λ dapat ditaksir berdasarkan data historis. c dapat ditaksir dengan rata-rata jumlah kecacatan yang diamati dalam sampel unit pemeriksaan, misalnya $\bar{c}$. $\bar{c}$ merupakan penaksir tak bias untuk λ, dengan

$$\bar{c} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i \quad (2.10)$$

$c_i =$ jumlah kecacatan dalam satu unit sampel pada pengamatan ke-i, $i = 1, 2, 3, \ldots, n$

Bukti $\bar{c}$ merupakan penaksir tak bias untuk λ:

$$E(\bar{c}) = E(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i)$$

$$E(\bar{c}) = \frac{1}{n}E(\sum_{i=1}^{n} c_i)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$E(\bar{c}) = \frac{1}{n} n\, E(c)$$

$$E(\bar{c}) = E(c)$$

$$E(\bar{c}) = \lambda$$

Sehingga dalam Montgomery (1990) jika λ tidak diketahui, maka batas kendali *c-chart* adalah sebagai berikut:

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad (2.11)$$

$$CL = \bar{c} \quad (2.12)$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \quad (2.13)$$

2.10 c_{ZIP}-Chart

c_{ZIP}-*chart* merupakan pengembangan dari *c-chart* ketika banyaknya peristiwa bernilai nol berlebih. Grafik pengendali ini dapat dibentuk dari suatu proses produksi ketika λ diketahui. Dalam hal ini batas kendali *c-chart* akan sama dengan batas kendali c_{ZIP}-*chart*. Namun ketika λ tidak diketahui, λ perlu ditaksir berdasarkan data historis. Misal diambil suatu hasil produksi sebanyak n pengamatan, di mana setiap pengamatan terdapat satu sampel dengan jumlah kecacatan dalam satu unit produk adalah c, sehingga dapat diilustrasikan seperti pada gambar 2.1. Dengan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$, sehingga c_i merupakan jumlah kecacatan dalam satu unit sampel pada pengamatan ke-i.

Pandang pengamatan $c_i, i = 1, 2, 3, \ldots, n$, dengan c_i adalah jumlah kecacatan pada pengamatan ke-i. Dalam hal ini, jika c_i memiliki jumlah kecacatan nol berlebih, maka dapat dikatakan c_i berdistribusi *Zero Inflated Poisson* dengan parameter λ dan ω.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Menurut Sim dan Lim (2008), jika jumlah nol kecacatan dalam suatu unit sampel berlebih, maka estimasi dari rata-rata sampel akan cenderung di bawah perkiraan rata-rata dari distribusi *Poisson*. Jika estimasi varian lebih dari rata-rata, maka akan terjadi *over dispersion*. Sehingga estimasi batas kendali *c-chart* lebih sempit dibandingkan batas kendali yang berdistribusi *Poisson*.

Xie, dkk. (2001) menaksir parameter λ pada model ZIP dengan menggunakan metode MLE untuk mengatasi terjadinya *over dispersion* pada distribusi *Poisson*. Kemudian parameter $\hat{\lambda}_{ZIP}$ yang diperoleh, digunakan untuk membangun batas kendali yang disebut c_{ZIP}*-chart*.

Misal $c_1, c_2, \ldots, c_n$ sampel acak dari observasi yang berdistribusi ZIP sehingga fungsi peluang gabungan dari sampel adalah:

$$f(c_1, c_2, \ldots, c_n, \lambda, \omega) = \prod_{i=1}^{n} p\,(c_i, \lambda, \omega)$$

Jika fungsi ini adalah fungsi dengan parameter λ (rata-rata jumlah kecacatan di dalam sampel unit) dan ω (proporsi nol kecacatan berlebih di dalam sampel unit), maka dari observasi yang diberikan diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\lambda, \omega | c_1, c_2, \ldots, c_n) = \prod_{i=1}^{n} p\,(c_i, \lambda, \omega)$$

$$L(\lambda, \omega | c_1, c_2, \ldots, c_n) = \prod_{i=1}^{n} (\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})^{1-a_i} \left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_i}}{c_i!} \right)^{a_i}$$

Dengan a_i memiliki 2 kemungkinan:

1. Jika sampel memiliki jumlah kecacatan nol, maka $a_i = 0$.
2. Jika sampel memiliki jumlah kecacatan tidak nol, maka $a_i = 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maka,

$$L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)=\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_1}\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_1}}{c_1!}\right)^{a_1}$$

$$\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_2}\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_2}}{c_2!}\right)^{a_2}\ldots$$

$$\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_n}\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_n}}{c_n!}\right)^{a_n}$$

Misal:

$n_0 =$ banyaknya sampel acak dengan jumlah kecacatan nol

$n =$ banyaknya sampel acak dalam satu unit produk

maka dari persamaan di atas diperoleh:

$$L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)=\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{n_0}\left[\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_1}}{c_1!}\right)\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{c_2}}{c_2!}\right)\ldots\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{c_{n-n_0}}}{c_{n-n_0}!}\right)\right]$$

$$L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)=\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{n_0}\left(\frac{(1-\omega)^{n-n_0}\,e^{-(n-n_0)\lambda}\,\lambda^{\sum_{i=1}^{n-n_0}c_i}}{\prod_{i=1}^{n-n_0}c_i\,!}\right)$$

Bila kedua ruas di ln kan, dengan $ln = {}^{e}\log$, maka

$$\ln L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)=n_0\ln\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)+(n-n_0)\ln(1-\omega)-(n-n_0)\lambda\ln e+\sum_{i=1}^{n-n_0}c_i\ln\lambda-\sum_{i=1}^{n-n_0}\ln(c_i!)$$

$$\ln L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)=n_0\ln\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right)+(n-n_0)\ln(1-\omega)-(n-n_0)\,\lambda+\sum_{i=1}^{n-n_0}c_i\ln\lambda-\sum_{i=1}^{n-n_0}\ln(c_i!)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sehingga turunan pertama dari $ln\ L(\lambda, \omega|c_1, c_2, \ldots, c_n)$ terhadap ω adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \omega|c_1, c_2, \ldots, c_n)}{\partial \omega} = \frac{n_0(1-e^{-\lambda})}{(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} - \frac{(n-n_0)}{(1-\omega)}$$

Dengan mengambil $\frac{\partial \ln L(\lambda,\ \omega\,|\,c_1, c_2, \ldots, c_n)}{\partial \omega} = 0$, sehingga

$$\frac{n_0(1-e^{-\lambda})}{(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} - \frac{(n-n_0)}{(1-\omega)} = 0$$

$$\frac{n_0(1-e^{-\lambda})}{(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} = \frac{(n-n_0)}{(1-\omega)}$$

$$n_0(1-e^{-\lambda})(1-\omega) = (n-n_0)(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})$$

$$(n_0 - n_0e^{-\lambda})(1-\omega) = (n-n_0)\omega + (n-n_0)(e^{-\lambda} - \omega e^{-\lambda})$$

$$n_0 - n_0\omega - n_0e^{-\lambda} + n_0\omega e^{-\lambda} = n\omega - n_0\omega + ne^{-\lambda} - n_0e^{-\lambda} - n\omega e^{-\lambda} + n_0\omega e^{-\lambda}$$

$$n_0\omega e^{-\lambda} - n_0\omega e^{-\lambda} - n\omega - n_0\omega + n_0\omega + n\omega e^{-\lambda} = ne^{-\lambda} - n_0e^{-\lambda} + n_0e^{-\lambda} - n_0$$

$$n\omega e^{-\lambda} - n\omega = ne^{-\lambda} - n_0$$

$$\omega(ne^{-\lambda} - n) = ne^{-\lambda} - n_0$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh taksiran ω sebagai berikut:

$$\widehat{\omega} = \frac{ne^{-\hat{\lambda}_{ZIP}} - n_0}{n(e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}} - 1)} \qquad (2.14)$$

Sedangkan turunan pertama dari $ln\ L(\lambda, \omega|c_1, c_2, \ldots, c_n)$ terhadap λ adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\frac{\partial ln\, L(\lambda,\omega|c_1,c_2,\ldots,c_n)}{\partial\lambda} = -\frac{n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} - (n-n_0) + \frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i}{\lambda}$$

Dengan mengambil $\frac{\partial \ln L(\lambda,\ \omega\,|\,c_1,c_2,\ldots,c_n)}{\partial\lambda} = 0$, maka

$$-\frac{n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} - (n-n_0) + \frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i}{\lambda} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i - \lambda(n-n_0)\right)\left(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda}\right) - \lambda n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{\lambda(\omega+(1-\omega)e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i - \lambda n + \lambda n_0\right)\left(\omega+e^{-\lambda}-\omega e^{-\lambda}\right) - \lambda n_0 e^{-\lambda} + \lambda n_0\omega e^{-\lambda}}{\lambda(\omega+e^{-\lambda}-\omega e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)\omega + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)e^{-\lambda} - \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)\omega e^{-\lambda} - \lambda n\omega - \lambda n e^{-\lambda} + \lambda n\omega e^{-\lambda} + \lambda n_0\omega}{\lambda(\omega+e^{-\lambda}-\omega e^{-\lambda})} = 0$$

Kemudian dengan mensubstitusikan $\hat{\omega}$ pada persamaan (2.14), diperoleh:

$$\frac{n_0\lambda - \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)e^{-\lambda} + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right) - n\lambda}{\lambda(1-e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{-\lambda(n-n_0) + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)(1-e^{-\lambda})}{\lambda(1-e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right)(1-e^{-\lambda})}{\lambda(1-e^{-\lambda})} = \frac{\lambda(n-n_0)}{\lambda(1-e^{-\lambda})}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} c_i\right) = \frac{\lambda(n-n_0)}{(1-e^{-\lambda})}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} c_i \frac{(1 - e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n - n_0)}$$

Sehingga hasil taksiran λ menggunakan metode MLE adalah solusi dari persamaan berikut:

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} c_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)} \quad (2.15)$$

Menurut Xie, dkk. (2001) dengan menggantikan parameter λ dengan $\hat{\lambda}_{ZIP}$, maka diperoleh batas kendali c_{ZIP}-*chart* sebagai berikut:

$$UCL = \hat{\lambda}_{ZIP} + 3\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}} \quad (2.16)$$

$$CL = \hat{\lambda}_{ZIP} \quad (2.17)$$

$$LCL = \hat{\lambda}_{ZIP} - 3\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}} \quad (2.18)$$

2.11 *Error Type I* dan *Error Type II*

Menurut Turmudi dan Harini (2008) uji hipotesis adalah suatu cara menggunakan data sampel untuk mengevaluasi kebenaran hipotesis dari populasi. Dalam statistika dikenal dua macam hipotesis, yaitu hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1). Hipotesis nol (H_0) merupakan suatu pegangan sementara, sehingga memungkinkan untuk memutuskan apakah sesuatu yang diuji masih menspesifikasikan menerima (H_0) atau tidak. Hipotesis alternatif (H_1) di lain pihak merupakan alternatif dari (H_0), yaitu keputusan apa yang harus ditentukan bila apa yang diuji tidak sesuai dengan yang dispesifikasikan oleh (H_0).

Tujuan pengujian hipotesis adalah memilih salah satu dari dua hipotesis tersebut. Pengujian hipotesis berdasarkan sifat saling asing (*mutually exclusive*),

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

artinya jika satu hipotesis ditolak maka hipotesis lainnya diterima. Misalnya diketahui hipotesis nol (H_0) adalah $\rho = 0{,}5$, maka hipotesis alternatif (H_1) adalah $\rho \neq 0{,}5$ atau $\rho < 0{,}5$ atau $\rho > 0{,}5$.

Pada setiap pengujian hipotesis, diharuskan memilih salah satu dari kedua hipotesis tersebut. Apakah menerima atau menolah H_0. Dalam pengambilan keputusan ini kadang seorang peneliti membuat kesalahan dalam pengambilan keputusan tersebut. Kesalahan terjadi ketika menolak hipotesis yang seharusnya benar, atau menerima hipotesis yang seharusnya salah. Kedua jenis kesalahan ini diberi nama secara khusus dalam pengujian hipotesis, yaitu:

a. *Error type I*

   Kesalahan ini terjadi ketika mengambil keputusan menolak H_0 padahal H_0 benar, peluang terjadinya *error* ini dinyatakan dengan α dan pada umumnya disebut pada taraf nyata (*level of significance*). Dalam konteks pengendalian kualitas, misal H_0 merupakan kondisi di mana suatu proses dikatakan tak terkendali dan H_1 merupakan kondisi di mana suatu proses dikatakan terkendali. Sehingga *error type I* adalah suatu titik akan jatuh di luar batas pengendali, yang menunjukkan keadaan tak terkendali apabila tidak ada sebab tersangka.

b. *Error type II*

   Kesalahan *error type II* terjadi ketika mengambil keputusan menerima H_0 padahal H_0 ini salah dan H_1 benar. Peluang terjadinya *error type II* dinyatakan dengan β. *Error type II* ini disebut dengan kuasa pengujian kekuatan uji (*power of statistical test*). Dalam konteks pengendalian kualitas, *error type II*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

adalah suatu titik akan jatuh di antara batas pengendali ketika proses benar-benar tidak terkendali. Apabila batas kendali dipindahkan lebih dekat ke garis tengah, akan diperoleh akibat yang sebaliknya, resiko *error type I* naik, sedangkan risiko *error type II* turun.

Hubungan antara kedua jenis *error* tersebut dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 2.1 Hubungan *Error Type I* dan *Error Type II*

Keputusan	**Hipotesis yang benar**	
	H_0	H_1
Terima H_0	Keputusan benar $(1-\alpha)$	*Error type II* (β)
Tolak H_0	*Error type I* (α)	Keputusan benar $(1-\beta)$

(Sumber: Turmudi dan Harini, 2008)

Dalam Montgomery (1990), nilai β pada *c-chart* dan *u-chart* diberikan sebagai berikut:

1. *c-Chart*

$$\beta = P(LCL < x \leq UCL|c)$$
$$= P(x < UCL|c) - P(x \leq LCL|c) \quad (2.19)$$

di mana,

$x =$ variabel acak *Poisson* dengan parameter c

$c =$ rata-rata jumlah kecacatan yang sebenarnya

2. *u-Chart*

$$\beta = P(nLCL < x \leq nUCL|u)$$
$$= P(x < mUCL|u) - P(x \leq mLCL|u) \quad (2.20)$$

di mana,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

x = variabel acak *Poisson* dengan parameter c

u = rata-rata jumlah kecacatan yang sebenarnya

m = banyaknya sampel dalam tiap pengamatan

2.12 *The Average Run Length* (ARL)

Salah satu kriteria yang digunakan untuk dapat membandingkan kinerja grafik pengendali adalah dengan mengukur seberapa cepat grafik pengendali tersebut membangkitkan sinyal *out of control*. Kinerja grafik pengendali tersebut disebut *Average Run Length* (ARL). ARL adalah banyaknya rata-rata titik atau sampel yang diperlukan sebelum suatu titik atau sampel menyatakan suatu keadaan tidak terkendali. Apabila proses dalam keadaan *in control* maka digunakan ARL_0. Dengan demikian ARL_0 akan bernilai besar sedangkan ARL_1 akan bernilai kecil apabila proses dalam keadaan *out of control* (Montgomery, 1990).

Dimisalkan β adalah peluang bahwa pergeseran proses tidak terdeteksi pada sampel pertama maka peluang bahwa pergeseran proses terdeteksi pada sampel pertama adalah $1-\beta$. Dengan demikian, peluang bahwa pergeseran proses terdeteksi pada sampel ke-*x* adalah $\beta^{x-1}(1-\beta)$.

Menurut Mashuri dan Rahmawati (2011), jika X adalah variabel acak yang menyatakan banyaknya sampel sampai ditemukannya *out of control* yang pertama, maka $P(X=x)=\beta^{x-1}(1-\beta)$, sehingga ekspektasi banyak sampel yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama adalah:

$$E(X)=\sum_{x=1}^{\infty} x\,\beta^{x-1}(1-\beta)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= (1-\beta)\sum_{x=1}^{\infty} x\,\beta^{x-1}\frac{1}{(1-\beta)^2}$$

$$= \frac{1}{(1-\beta)} \tag{2.21}$$

Oleh karena itu pada kondisi *out of control* adalah:

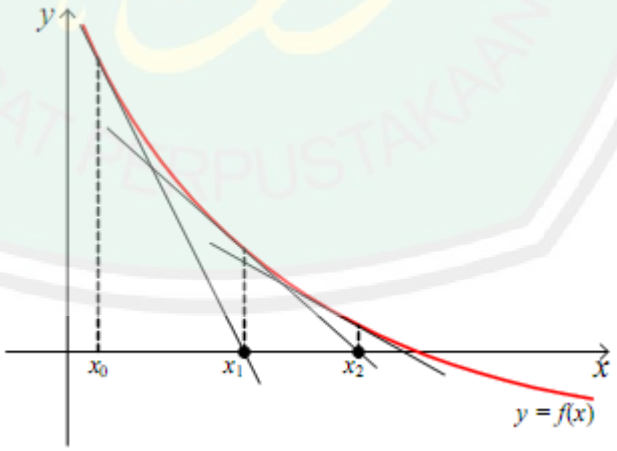
$$ARL_1 = \frac{1}{(1-\beta)} \text{ atau } ARL_1 = \frac{1}{P(menolak\ H_0|H_1 benar)} \tag{2.22}$$

Sedangkan pada kondisi *in control* adalah:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \text{ atau } ARL_0 = \frac{1}{P(menolak\ H_0|H_0 benar)} \tag{2.23}$$

2.13 Metode *Newton Raphson*

Metode *Newton Raphson* adalah metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan kemiringan kurva pada titik tersebut. Penjelasan grafis mengenai metode ini adalah seperti dalam gambar 2.2.



Gambar 2.2 Ilustrasi Grafis untuk Akar Hampiran dalam Metode *Newton-Raphson*

Diasumsikan bahwa fungsi $f(x)$ adalah kontinu. Idenya adalah menghitung akar yang merupakan titik potong antara sumbu x dengan garis singgung pada kurva di titik $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$. Nugroho (2009) menyatakan jika

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kemiringan kurva di titik tersebut adalah $f'(x_{n-1})$, maka persamaan garis singgungnya adalah sebagai berikut:

$$y - f(x_{n-1}) = f'(x_{n-1})(x - x_{n-1}) \quad (2.24)$$

Dengan mengambil $y = 0$, maka diperoleh akar hampiran, yaitu:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad (2.25)$$

Menurut Nugroho (2009) algoritma metode *Newton Raphson* adalah:

1. Definisikan fungsi $f(x)$dan $f'(x)$.
2. Tentukan toleransi *error* (e) dan iterasi maksimum (n).
3. Tentukan nilai pendekatan awal x_0.
4. Hitung $f(x_0)$ dan $f'(x_0)$.
5. Untuk iterasi $i = 1{:}n$ atau $|f(x_i)| > e$,

   $$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

   Hitung $f(x_{i+1})$ dan $f'(x_{i+1})$.
6. Akar persamaan adalah nilai x_{i+1} yang terakhir diperoleh.

2.14 Pentingnya Manusia Berkualitas Menurut Pandangan Al-Qur'an Surat Al-Baqarah

Manusia diciptakan Allah SWT sebagai makhluk berpribadi, sebagai makhluk yang hidup bersama-sama dengan orang lain, sebagai makhluk yang hidup di tengah-tengah alam, dan sebagai makhluk yang diciptakan dan diasuh oleh Allah. Manusia sebagai makhluk berpribadi, mempunyai fungsi terhadap diri pribadinya. Manusia sebagai anggota masyarakat, mempunyai fungsi terhadap masyarakat. Manusia sebagai makhluk yang hidup di tengah-tengah alam,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

berfungsi terhadap alam. Manusia sebagai makhluk yang diciptakan dan diasuh, berfungsi terhadap yang menciptakan dan yang mengasuhnya. Selain itu manusia sebagai makhluk pribadi terdiri dari kesatuan tiga unsur yaitu: unsur perasaan, unsur akal, dan unsur jasmani (Basyir, 1984).

Potensi-potensi yang ada pada diri manusia dapat diaktualisasikan dengan meningkatkan kemampuan dan kualitas diri, yaitu kualitas iman, kualitas ilmu pengetahuan, dan kualitas amal saleh, sehingga manusia dapat mengolah dan memfungsikan potensi yang diberikan Allah SWT dengan baik. Berdasarkan hal tersebut, kualitas yang baik sangat penting bagi diri setiap manusia. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 249:

....ۚ قَالَ ٱلَّذِينَ يَظُنُّونَ أَنَّهُم مُّلَٰقُوا۟ ٱللَّهِ كَم مِّن فِئَةٍ قَلِيلَةٍ غَلَبَتْ فِئَةً كَثِيرَةًۢ بِإِذْنِ ٱللَّهِ ۗ وَٱللَّهُ مَعَ ٱلصَّٰبِرِينَ ﴿٢٤٩﴾

Artinya: *". . . Berapa banyak terjadi golongan yang sedikit dapat mengalahkan golongan yang banyak dengan izin Allah, dan Allah beserta orang-orang yang sabar"* (Q.S. Al-Baqarah:249).

Ibnu Jarir meriwayatkan dari al-Bara' bin 'Azib, ia menceritakan: "Kami pernah membicarakan bahwa jumlah para sahabat Rasulullah yang mengikuti perang Badar lebih dari 313 orang, sama dengan jumlah para sahabat Thalut yang menyeberangi sungai bersamanya. Tidak ada yang menyeberangi sungai bersamanya, kecuali orang-orang yang beriman". Para sahabat Rasulullah mengundurkan diri melawan musuh, karena jumlah musuh yang banyak. Kemudian para ulama memberikan motivasi (dorongan) kepada para sahabat dengan menerangkan bahwa janji Allah itu benar, dan sesungguhnya kemenangan itu berasal dari-Nya, bukan karena banyak tentara (Al-Mubarakfuri, 2006).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Menurut Firmansyah (2011) kalimat "Berapa banyak terjadi golongan yang sedikit dapat mengalahkan golongan yang banyak dengan izin Allah" dalam ayat di atas mengisyaratkan bahwa yang terpenting adalah kualitas dan bukan kuantitas.

Hal ini dapat dibuktikan pada peristiwa "Perang Badar", yang terjadi antara kaum Muslimin Madinah dengan kafir Quraisy Mekah. Perang yang terjadi pada masa Rasulullah dan sahabatnya tersebut berjalan tidak seimbang jika dilihat dari segi jumlahnya. Kaum muslimin berjumlah 314 orang, sedangkan kafir Quraisy Mekah berjumlah 1.000 orang. Ini berarti satu orang muslim harus menghadapi tiga orang kafir. Tentu saja ini belum ditinjau dari segi persenjataan dan perlengkapan perang. Selain itu, sebagian besar tentara kaum muslimin adalah kaum muhajirin yang berpindah dari Mekah ke Madinah dengan meninggalkan seluruh harta kekayaannya. Mereka hidup dan mencari nafkah di Madinah dengan merintis dari awal lagi. Berarti kehidupan mereka belum sepenuhnya mapan. Sehingga peralatan perang yang mereka bawa pun seadanya. Namun yang terjadi adalah kemenangan yang sangat gemilang di pihak kaum muslimin. Karena Rasulullah dan para sahabatnya memiliki kualitas diri yang tidak tertandingi oleh tentara kafir Quraisy Mekah (Firmansyah, 2011). Berdasarkan hal tersebut, terbukti bahwa kualitas merupakan unsur penting yang harus dimiliki oleh setiap manusia. Manusia yang berkualitas adalah manusia yang memiliki iman kepada Allah, memiliki amal saleh, memiliki ilmu pengetahuan, dan menjalin hubungan sosial yang baik antara sesama manusia tanpa memandang derajat, ras, dan agama.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Analisis *u-Chart*

Pada pembahasan ini, penulis akan menganalisis batas kendali *u-chart*. *u-chart* merupakan grafik pengendali kecacatan produk ketika dalam satu pengamatan diambil sebanyak m sampel. Sehingga kesempatan terjadinya kecacatan akan meningkat dibandingkan ketika pada tiap pengamatan diambil satu sampel. Pengambilan m sampel tiap pengamatan pada *u-chart* dapat sama maupun berbeda-beda. Dalam pembahasan ini, penulis membatasi pada m sampel yang sama. Pembentukan *u-chart* berdasarkan pada rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada setiap pengamatan. Misal C merupakan jumlah kecacatan pada setiap pengamatan, maka rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel adalah:

$$u = \frac{C}{m} \tag{3.1}$$

di mana,

u : rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada setiap pengamatan

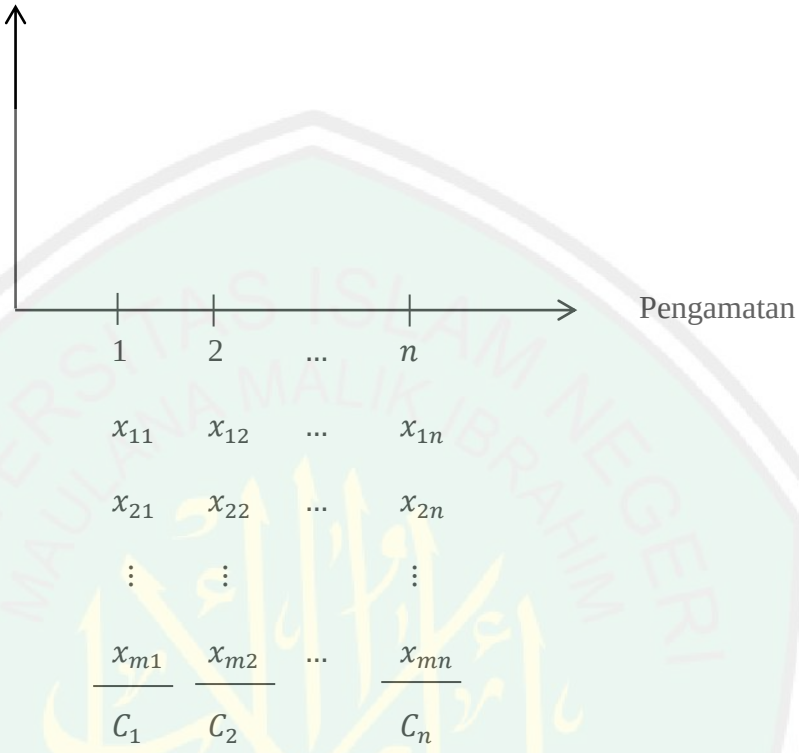
C : jumlah kecacatan pada setiap pengamatan

m : banyaknya sampel yang diambil pada setiap pengamatan

Misal diambil suatu hasil produksi sebanyak n pengamatan, di mana setiap pengamatan diambil sebanyak m sampel dengan setiap sampel ditemukan kecacatan sebanyak x, dan jumlah kecacatan sebanyak m sampel dalam satu

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pengamatan produk adalah C, maka dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Ilustrasi *u-Chart*

di mana x_{ki} adalah jumlah kecacatan pada sampel ke-k pada pengamatan ke-i dengan $k = 1, 2, 3, \ldots, m$ dan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$, jika C_i merupakan jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada pengamatan ke-i, maka:

$$u_1 = \frac{C_1}{m}$$

$$u_2 = \frac{C_2}{m}$$

$$\vdots$$

$$u_n = \frac{C_m}{m}$$

Sehingga rata-rata jumlah kecacatan sebanyak n pengamatan adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \quad (3.2)$$

dengan u_i adalah rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada pengamatan ke-i, $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Pada penelitian ini, karakteristik kualitas yang dibahas berupa atribut dan berdistribusi *Poisson*. Dalam hal ini statistik sampel yang mengukur karakteristik kualitas disimbolkan dengan u yaitu rata-rata jumlah kecacatan dalam setiap pengamatan. Dengan nilai k pada model umum grafik pengendali *Shewhart* diperoleh dari luas di bawah kurva distribusi Normal. Penulis mengambil $k = 3$ untuk memenuhi standar internasional yang sesuai dengan $\mu \pm 3\sigma$ atau ekuivalen dengan tingkat signifikansi 0,00135 yang berarti data berada pada selang kepercayaan 99,73%, artinya misal terdapat 10.000 data, diharapkan maksimal 27 data boleh keluar di atas *UCL* maupun di bawah *LCL*. Sehingga dari persamaan model umum grafik pengendali *Shewhart* dapat diperoleh suatu model dengan batas 3 sigma sebagai berikut:

$$UCL = \mu_u + 3\sigma_u \quad (3.3)$$

$$CL = \mu_u \quad (3.4)$$

$$LCL = \mu_u - 3\sigma_u \quad (3.5)$$

Misal u menyatakan rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel dan C menyatakan jumlah kecacatan sebanyak m sampel yang berdistribusi *Poisson*, maka:

$$\mu_u = E(u)$$

$$= E\left(\frac{C}{m}\right)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \frac{1}{m} E(C)$$

$$= \frac{\lambda}{m}$$

dan

$$Var(u) = Var(\frac{C}{m})$$

$$= \frac{1}{m^2} Var(C)$$

$$= \frac{\lambda}{m^2} \rightarrow \sigma_u = \frac{\sqrt{\lambda}}{m}$$

Sehingga dengan mensubstitusikan nilai μ_u dan σ_u di atas ke dalam persamaan (3.3), (3.4), dan (3.5), diperoleh batas kendali *u-chart* ketika rata-rata jumlah kecacatan (λ) diketahui adalah:

$$UCL = \frac{\lambda}{m} + 3\frac{\sqrt{\lambda}}{m} \quad (3.6)$$

$$CL = \frac{\lambda}{m} \quad (3.7)$$

$$LCL = \frac{\lambda}{m} - 3\frac{\sqrt{\lambda}}{m} \quad (3.8)$$

Namun ketika rata-rata jumlah kecacatan (λ) tidak diketahui, maka parameter λ perlu ditaksir berdasarkan data historis. C dapat ditaksir menggunakan rata-rata jumlah kecacatan sebanyak n pengamatan, misalnya $\bar{C}$. $\bar{C}$ merupakan penaksir tak bias untuk λ, dengan

$$\bar{u} = \frac{1}{m}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

di mana $\bar{u}$ menyatakan rata-rata jumlah kecacatan sebanyak m sampel dalam n pengamatan dan $\bar{C} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$, maka

$$\bar{u} = \frac{\bar{C}}{m} \tag{3.9}$$

Sehingga dalam Montgomery (1990), batas kendali *u-chart* ketika rata-rata jumlah kecacatan (λ) tidak diketahui adalah:

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{m}} \tag{3.10}$$

$$CL = \bar{u} \tag{3.11}$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{m}} \tag{3.12}$$

3.2 u_{ZIP}-Chart

Setelah menganalisis batas kendali c_{ZIP}-*chart* pada sub bab 2.10 dan batas kendali *u-chart* ketika berdistribusi *Poisson* pada sub bab 3.1, maka selanjutnya penulis akan membangun batas kendali *u-chart* ketika sampel yang diteliti berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP).

u-chart merupakan grafik pengendali kecacatan produk ketika pada setiap pengamatan diambil sebanyak m sampel dalam n pengamatan dan berdistribusi *Poisson*. Ketika sampel yang diamati berdistribusi ZIP dan diambil sebanyak satu sampel dalam setiap pengamatan, maka digunakan c_{ZIP}-*chart*. c_{ZIP}-*chart* merupakan pengembangan dari *c-chart* pada sampel yang memiliki jumlah nol kecacatan berlebih. Jika *c-chart* digunakan pada sampel yang memiliki jumlah nol kecacatan berlebih, maka batas kendali *c-chart* lebih sempit dibandingkan batas

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kendali yang berdistribusi *Poisson*. Hal ini akan mendorong terjadinya tanda bahaya palsu pada saat mendeteksi suatu kasus keluar kontrol. Berdasarkan hal tersebut, penulis akan memodifikasi batas kendali c_{ZIP}-*chart* ketika pada setiap pengamatan diambil sebanyak m sampel dalam n pengamatan, yang disebut u_{ZIP}-*chart*.

Misal diambil suatu hasil produksi sebanyak n pengamatan, di mana setiap pengamatan diambil sebanyak m sampel yang sama dengan jumlah kecacatan tiap sampel adalah x, dan jumlah kecacatan sebanyak m sampel dalam setiap pengamatan adalah C, sehingga dapat diilustrasikan seperti pada gambar 3.1, dengan x_{ki} adalah jumlah kecacatan pada sampel ke-k pada pengamatan ke-i, $k = 1, 2, 3, \ldots, m$ dan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. Jika C_i merupakan jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada pengamatan ke-i, maka rata-rata jumlah kecacatan tiap pengamatan (u_i) adalah:

$$u_1 = \frac{C_1}{m}$$

$$u_2 = \frac{C_2}{m}$$

$$\vdots$$

$$u_n = \frac{C_n}{m}$$

Ketika rata-rata jumlah kecacatan (λ) tidak diketahui, parameter λ perlu ditaksir berdasarkan data historis, karena pada pembahasan ini sampel yang diambil berdistribusi ZIP, maka penulis akan menaksir parameter λ pada

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

persamaan (3.6), (3.7), dan (3.8) dengan menggunakan metode MLE sebagai berikut:

Misal $C_1, C_2, \ldots, C_n$ sampel acak dari observasi yang berdistribusi ZIP. C merupakan jumlah kecacatan sebanyak m sampel, sehingga fungsi peluang gabungan dari sampel adalah:

$$f(C_1, C_2, \ldots, C_n, \lambda, \omega) = \prod_{i=1}^{n} p\,(C_i, \lambda, \omega)$$

Jika fungsi ini dianggap fungsi dengan parameter λ (rata-rata jumlah kecacatan) dan ω (proporsi nol kecacatan berlebih), maka diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\lambda, \omega | C_1, C_2, \ldots, C_n) = \prod_{i=1}^{n} p\,(C_i, \lambda, \omega)$$

dengan $p(C_i, \lambda, \omega)$ adalah fungsi massa peluang distribusi ZIP, maka fungsi *likelihood* distribusi ZIP adalah:

$$L(\lambda, \omega | C_1, C_2, \ldots, C_n) = \prod_{i=1}^{n} \left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_i} \left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_i}}{C_i!}\right)^{a_i}$$

Misal a_i memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

1. Jika jumlah kecacatan m buah sampel adalah nol, maka $a_i = 0$.
2. Jika jumlah kecacatan m buah sampel tidak nol, maka $a_i = 1$.

Sehingga,

$$L(\lambda, \omega | C_1, C_2, \ldots, C_n) = \left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_1} \left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_1}}{C_1!}\right)^{a_1}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_2}\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_2}}{C_2!}\right)^{a_2} \dots$$

$$\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{1-a_n}\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_n}}{C_n!}\right)^{a_n}$$

Misal n_0 menyatakan banyaknya pengamatan dengan jumlah kecacatan sebanyak m sampel adalah nol dan n menyatakan banyaknya seluruh pengamatan, maka:

$$L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n) = \left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right)^{n_0}\left[\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_1}}{C_1!}\right)\right.$$

$$\left.\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\lambda^{C_2}}{C_2!}\right)\dots\left((1-\omega)\frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{C_{n-n_0}}}{C_{n-n_0}!}\right)\right]$$

Bila persamaan di atas disederhanakan, maka diperoleh:

$$L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n) = (\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})^{n_0}\left(\frac{(1-\omega)^{n-n_0}\, e^{-(n-n_0)\lambda}\, \lambda^{\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i}}{\prod_{i=1}^{n-n_0} C_i\,!}\right)$$

Untuk mempermudah perhitungan, dari persamaan di atas kedua ruas di ln kan. Dengan $ln = {}^{e}\log$, sehingga

$$\ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n) = n_0 \ln\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right) + (n-n_0)\ln(1-\omega) -$$

$$(n-n_0)\lambda \ln e + \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \ln\lambda - \sum_{i=1}^{n-n_0} \ln(C_i!)$$

$$\ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n) = n_0 \ln\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right) + (n-n_0)\ln(1-\omega) -$$

$$(n-n_0)\,\lambda + \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \ln\lambda - \sum_{i=1}^{n-n_0} \ln(C_i!)$$

Sehingga turunan pertama $\ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n)$ terhadap ω adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \dots, C_n)}{\partial \omega} = \frac{n_0(1-e^{-\lambda})}{(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} - \frac{(n-n_0)}{(1-\omega)}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dengan mengambil $\frac{\partial \ln L(\lambda,\ \omega \mid c_1, c_2, \ldots, c_n)}{\partial \omega} = 0,$ maka

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \omega | C_1, C_2, \ldots, C_n)}{\partial \omega} = \frac{n_0\left(1 - e^{-\lambda}\right)}{(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} - \frac{(n - n_0)}{(1-\omega)} = 0$$

Bila disederhanakan, persamaan di atas menjadi:

$$\frac{n_0(1 - e^{-\lambda})}{(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} = \frac{(n - n_0)}{(1-\omega)}$$

$$n_0\left(1 - e^{-\lambda}\right)(1-\omega) = (n - n_0)(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})$$

$$(n_0 - n_0 e^{-\lambda})(1-\omega) = (n - n_0)\omega + (n - n_0)(e^{-\lambda} - \omega e^{-\lambda})$$

$$n_0 - n_0\omega - n_0 e^{-\lambda} + n_0\omega e^{-\lambda} = n\omega - n_0\omega + ne^{-\lambda} - n_0 e^{-\lambda} - n\omega e^{-\lambda} + n_0\omega e^{-\lambda}$$

$$n_0\omega e^{-\lambda} - n_0\omega e^{-\lambda} - n\omega - n_0\omega + n_0\omega + n\omega e^{-\lambda} = ne^{-\lambda} - n_0 e^{-\lambda} + n_0 e^{-\lambda} - n_0$$

$$n\omega e^{-\lambda} - n\omega = ne^{-\lambda} - n_0$$

$$\omega\left(ne^{-\lambda} - n\right) = ne^{-\lambda} - n_0$$

$$\widehat{\omega} = \frac{ne^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - n_0}{n(e^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - 1)}$$

$$\widehat{\omega} = \frac{n(e^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - \frac{n_0}{n})}{n(e^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - 1)}$$

Jadi taksiran ω dengan menggunakan metode MLE adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\omega} = \frac{e^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - \frac{n_0}{n}}{e^{-\widehat{\lambda}_{ZIP}} - 1} \qquad (3.13)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sedangkan turunan pertama $\ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \ldots, C_n)$ terhadap λ adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \ldots, C_n)}{\partial \lambda} = -\frac{n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} - (n - n_0) + \frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i}{\lambda}$$

Dengan mengambil $\frac{\partial \ln L(\lambda,\ \omega\,|\,c_1, c_2, \ldots, c_n)}{\partial \lambda} = 0$, maka

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \omega|C_1, C_2, \ldots, C_n)}{\partial \lambda} = -\frac{n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} - (n - n_0) + \frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i}{\lambda} = 0$$

Dari persamaan di atas jika diuraikan, maka menjadi:

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i - \lambda(n - n_0)\right)\left(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda}\right) - \lambda n_0(1-\omega)e^{-\lambda}}{\lambda(\omega + (1-\omega)e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i - \lambda n + \lambda n_0\right)\left(\omega + e^{-\lambda} - \omega e^{-\lambda}\right) - \lambda n_0 e^{-\lambda} + \lambda n_0 \omega e^{-\lambda}}{\lambda(\omega + e^{-\lambda} - \omega e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)\omega + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)e^{-\lambda} - \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)\omega e^{-\lambda} - \lambda n\omega - \lambda n e^{-\lambda} + \lambda n\omega e^{-\lambda} + \lambda n_0 \omega}{\lambda(\omega + e^{-\lambda} - \omega e^{-\lambda})} = 0$$

Kemudian dengan mensubstitusikan hasil taksiran $\widehat{\omega}$ pada persamaan (3.13) ke dalam persamaan di atas, maka diperoleh:

$$\frac{n_0\lambda - \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)e^{-\lambda} + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right) - n\lambda}{\lambda(1 - e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{-\lambda(n - n_0) + \left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)(1 - e^{-\lambda})}{\lambda(1 - e^{-\lambda})} = 0$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)(1 - e^{-\lambda})}{\lambda(1 - e^{-\lambda})} = \frac{\lambda(n - n_0)}{\lambda(1 - e^{-\lambda})}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right)}{\lambda} = \frac{(n-n_0)}{(1-e^{-\lambda})}$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan λ, maka diperoleh:

$$\left(\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i\right) = \frac{\lambda(n-n_0)}{(1-e^{-\lambda})}$$

sehingga,

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)}$$

Jadi taksiran dari λ dengan menggunakan metode MLE adalah solusi dari persamaan berikut:

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)} \quad (3.14)$$

dengan C_i merupakan jumlah kecacatan sebanyak m sampel pada pengamatan ke-i, dengan $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Sehingga dengan menggantikan λ pada persamaan (3.6), (3.7), dan (3.8) dengan $\hat{\lambda}_{ZIP}$, maka batas kendali u_{ZIP}-*chart* adalah:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m} \quad (3.15)$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} \quad (3.16)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m} \tag{3.17}$$

3.3 Aplikasi u_{ZIP}-*Chart*

Pada sub bab ini, penulis akan membandingkan dua grafik pengendali, yaitu u-*chart* dan u_{ZIP}-*chart* pada sampel yang berdistribusi ZIP. Dalam aplikasi ini, penulis memberikan proses yang sama namun diterapkan pada grafik pengendali yang berbeda. Selain itu, penulis juga akan membandingkan nilai *Average Run Length* (ARL) dari kedua grafik pengendali ketika rata-ratanya bergeser serta nilai ω tetap dan ketika rata-rata tetap serta nilai ω berubah-ubah dari $0.1, 0.2, 0.3, \ldots, 0.9$.

Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu data yang diperoleh tidak langsung atau melalui perantara (dicatat dan diolah oleh pihak lain). Data dalam penelitian ini diperoleh dari buku "*Springer Handbook of Engineering Statistics"* yang ditulis oleh Hoang Pham (2006). Dengan jenis sampel merupakan sampel terbuka, karena dalam menemukan kesalahan *read-write hard disk* komputer dapat dilakukan secara langsung tanpa membuka komponen *hard disk*. Data dapat dilihat pada tabel 3.1 berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.1 Data Kesalahan *Read-Write Hard Disk* Komputer di dalam Proses Pabrikasi

Pengamatan	**Ukuran Sampel (m)**	**Jumlah Kecacatan (C_i)**
1	10	11
2	10	3
3	10	1
4	10	8
5	10	4
6	10	0
7	10	0
8	10	0
9	10	1
10	10	1
11	10	0
12	10	1
13	10	5
14	10	3
15	10	0
16	10	0
17	10	5
18	10	7
19	10	26
20	10	15
$\sum_{i=1}^{n} C_i$		91

(Sumber diolah: Pham, 2006)

Selanjutnya, data yang diperoleh akan diaplikasikan pada batas kendali *u-chart* dan u_{ZIP}*-chart*.

3.3.1 *u-Chart*

Dari data pada tabel 3.1 maka persamaan (3.9), (3.10), (3.11), dan (3.12) diperoleh:

$$\bar{u} = \frac{1}{m}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\bar{u} = \frac{1}{10}\frac{1}{20}(91)$$

$$\bar{u} = 0.455$$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{m}} = 0.455 + 3\sqrt{\frac{0.455}{10}} = 1.094922$$

$$CL = \bar{u} = 0.455$$

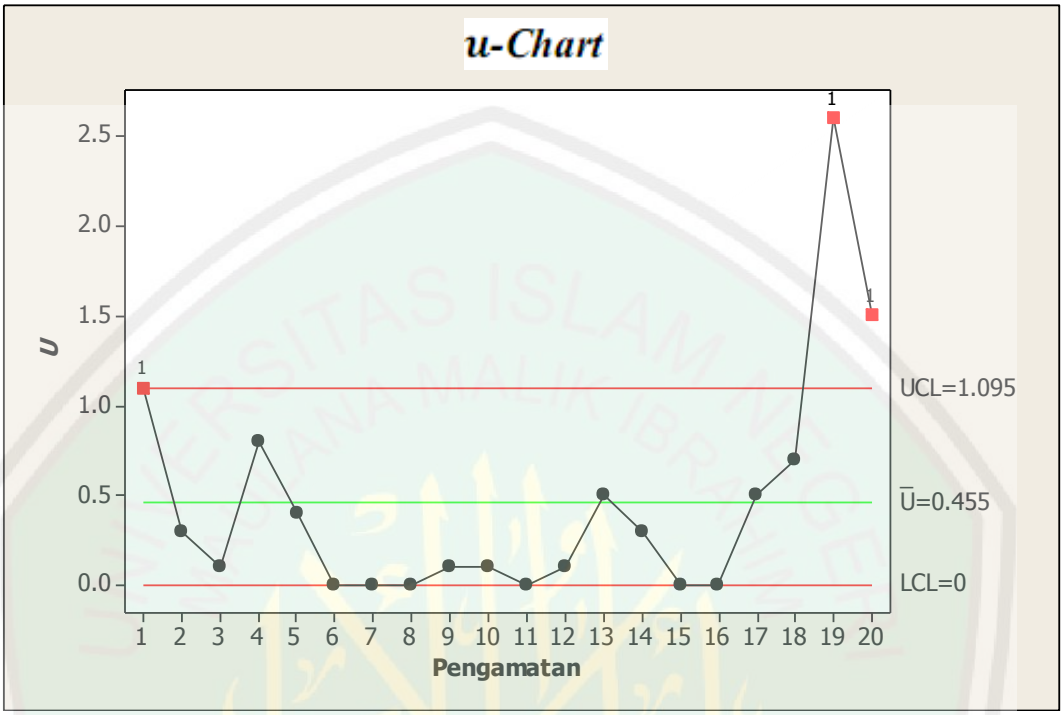
$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{m}} = 0.455 - 3\sqrt{\frac{0.455}{10}} = -0.18492$$

Tabel 3.2 Perhitungan *u-Chart*

Pengamatan	Ukuran Sampel (m)	Jumlah Kecacatan (C_i)	Rata-Rata Kecacatan (u_i)	UCL	CL	LCL
1	10	11	1.1	1.094922	0.455	0
2	10	3	0.3	1.094922	0.455	0
3	10	1	0.1	1.094922	0.455	0
4	10	8	0.8	1.094922	0.455	0
5	10	4	0.4	1.094922	0.455	0
6	10	0	0	1.094922	0.455	0
7	10	0	0	1.094922	0.455	0
8	10	0	0	1.094922	0.455	0
9	10	1	0.1	1.094922	0.455	0
10	10	1	0.1	1.094922	0.455	0
11	10	0	0	1.094922	0.455	0
12	10	1	0.1	1.094922	0.455	0
13	10	5	0.5	1.094922	0.455	0
14	10	3	0.3	1.094922	0.455	0
15	10	0	0	1.094922	0.455	0
16	10	0	0	1.094922	0.455	0
17	10	5	0.5	1.094922	0.455	0
18	10	7	0.7	1.094922	0.455	0
19	10	26	2.6	1.094922	0.455	0
20	10	15	1.5	1.094922	0.455	0

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan tabel 3.2 kemudian diplot, dan hasilnya sebagai berikut:



Gambar 3.2 *u-Chart*

Pada gambar 3.2 dapat dilihat bahwa masing-masing proses produksi memiliki batas atas, garis tengah, dan batas bawah sendiri-sendiri. Dari gambar tersebut terlihat bahwa sebanyak 3 sampel keluar dari batas kendali. Sehingga yang terkendali sebanyak 17 sampel.

3.3.2 u_{ZIP}-Chart

Dari data pada tabel 3.1 maka persamaan (3.14), (3.15), (3.16), dan (3.17) diperoleh:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i}{(n-n_0)} = \frac{91}{(20-6)} = 6.5$$

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = \frac{\sum_{i=1}^{n-n_0} C_i}{(n-n_0)}(1 - e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\hat{\lambda}_{ZIP} = 6.5(1 - e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})$$

$$\hat{\lambda}_{ZIP} - 6.5\left(1 - e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}}\right) = 0$$

Nilai $\hat{\lambda}_{ZIP}$ merupakan solusi dari persamaan di atas. Dengan menggunakan pendekatan numerik dengan metode *Newton Rhapson* menggunakan program Matlab, nilai taksiran $\hat{\lambda}_{ZIP} = 6.4901$ pada iterasi ke-4.

Maka batas kendali u_{ZIP}-*chart* adalah:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m} = \frac{6.4901}{10} + 3\frac{\sqrt{6.4901}}{10} = 1.41328024$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} = \frac{6.4901}{10} = 0.64901$$

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m} = \frac{6.4901}{10} - 3\frac{\sqrt{6.4901}}{10} = -0.11526$$

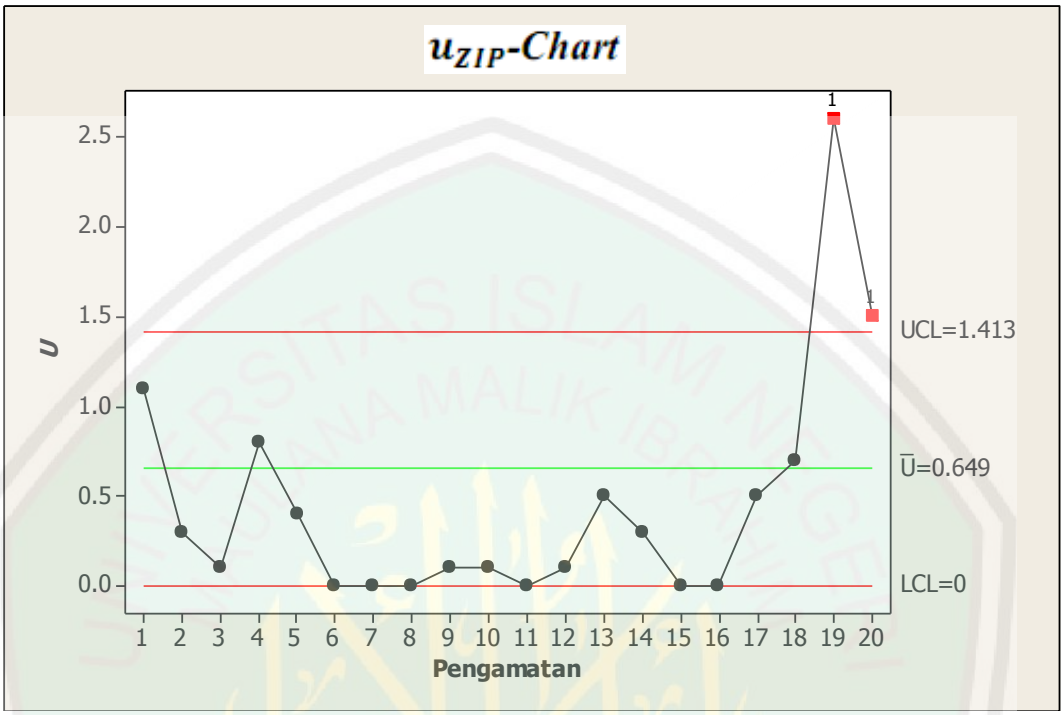
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.3 Perhitungan u_{ZIP}-*Chart*

Pengamatan	**Ukuran Sampel (m)**	**(C_i)**	**(u_i)**	**UCL**	**CL**	**LCL**
1	10	11	1.1	1.41328024	0.64901	0
2	10	3	0.3	1.41328024	0.64901	0
3	10	1	0.1	1.41328024	0.64901	0
4	10	8	0.8	1.41328024	0.64901	0
5	10	4	0.4	1.41328024	0.64901	0
6	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
7	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
8	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
9	10	1	0.1	1.41328024	0.64901	0
10	10	1	0.1	1.41328024	0.64901	0
11	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
12	10	1	0.1	1.41328024	0.64901	0
13	10	5	0.5	1.41328024	0.64901	0
14	10	3	0.3	1.41328024	0.64901	0
15	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
16	10	0	0	1.41328024	0.64901	0
17	10	5	0.5	1.41328024	0.64901	0
18	10	7	0.7	1.41328024	0.64901	0
19	10	26	2.6	1.41328024	0.64901	0
20	10	15	1.5	1.41328024	0.64901	0

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan tabel 3.3 kemudian diplot, dan hasilnya sebagai berikut:



Gambar 3.3 u_{ZIP}-*Chart*

Pada gambar 3.3 dapat dilihat bahwa dari gambar tersebut sebanyak 2 sampel keluar dari batas kendali, sehingga yang terkendali sebanyak 18 sampel.

Dari kedua grafik pengendali di atas diperoleh hasil bahwa pada *u-chart* sebanyak 3 sampel berada di luar batas kendali, sedangkan pada u_{ZIP}-*chart* hanya 2 sampel yang berada di luar batas kendali. Bila dilihat berdasarkan grafik pengendali, dapat dikatakan u_{ZIP}-*chart* lebih baik daripada *u-chart*. Namun ini belum sepenuhnya mengindikasikan bahwa u_{ZIP}-*chart* lebih baik daripada *u-chart*. Sehingga untuk mengetahui batas kendali yang lebih baik, penulis akan membandingkan nilai *Average Run Length* (ARL) dari masing-masing grafik pengendali ketika rata-ratanya bergeser ke atas maupun ke bawah dari rata-rata proses sebenarnya dengan nilai ω tetap, serta membandingkan nilai ARL ketika

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

nilai ω diubah-ubah dari $0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9$ namun rata-ratanya tetap. Perhitungan β dan ARL berdasarkan data di atas pada masing-masing grafik pengendali sebagai berikut:

1. *u-Chart*

   $\beta = P\{x < UCL|u\} - P\{x \leq LCL|u\}$, dengan x adalah variabel acak *Poisson* dengan parameter C.

   $$\beta = P\{C < m\ UCL|u\} - P\{C \leq m\ LCL|u\}$$

   $$\beta = P\{m\ LCL < C \leq m\ UCL|u\}$$

   $$\beta = \sum_{C>(m\ LCL)}^{m\ UCL} \frac{e^{-m\,u}(m\,u)^C}{C!}$$

   $$\beta = \sum_{C>(10\ x\ -0.18492)}^{10\ x\ 1.094922} \frac{e^{-10x\ 0.455}(10\ x\ 0.455)^C}{C!}$$

   $$\beta = 0.992794$$

   $$ARL = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.992794} = \frac{1}{0.007206} = 138.7732445$$

2. *u_{ZIP}-Chart*

   $\beta = P\{x < UCL|u\} - P\{x \leq LCL|u\}$, dengan x adalah variabel acak *Zero Inflated Poisson* dengan parameter C.

   $$\beta = P\{C < m\ UCL|u\} - P\{C \leq m\ LCL|u\}$$

   $$\beta = P\{m\ LCL < C \leq m\ UCL|u\}$$

   $$\beta = \sum_{C>(m\ LCL)}^{m\ UCL} (\omega + (1-\omega)e^{-m\,u})^{1-a_c}\left(\frac{(1-\omega)e^{-m\,u}(m\,u)^C}{C!}\right)^{a_C}$$

   dengan a_C memiliki 2 kemungkinan:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1. Jika C nol, maka $a_C = 0$,
2. Jika C tidak nol, maka $a_C = 1$,

dan

$$\widehat{\omega} = \frac{ne^{-\hat{\lambda}_{ZIP}} - n_0}{n(e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}} - 1)} = \frac{20e^{-6.4901} - 6}{20(e^{-6.4901} - 1)} = 0.298935506$$

sehingga

$$\beta = \sum_{C>(10\,x\,-0.11526)}^{10\,x\,1.41328024} (0.298926 + (1 - 0.298926)e^{-10x0.64901})^{1-a_c}$$

$$(\frac{(1 - 0.298926)e^{-10x0.64901}(10x0.64901)^c}{c!})^{a_c}$$

$$\beta = 0.997956$$

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1 - 0.997956} = \frac{1}{0.002024} = 489.2367906$$

Jika rata-rata $(\hat{\lambda}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$

$$= \frac{1}{20}(91)$$

$$= 4.55$$

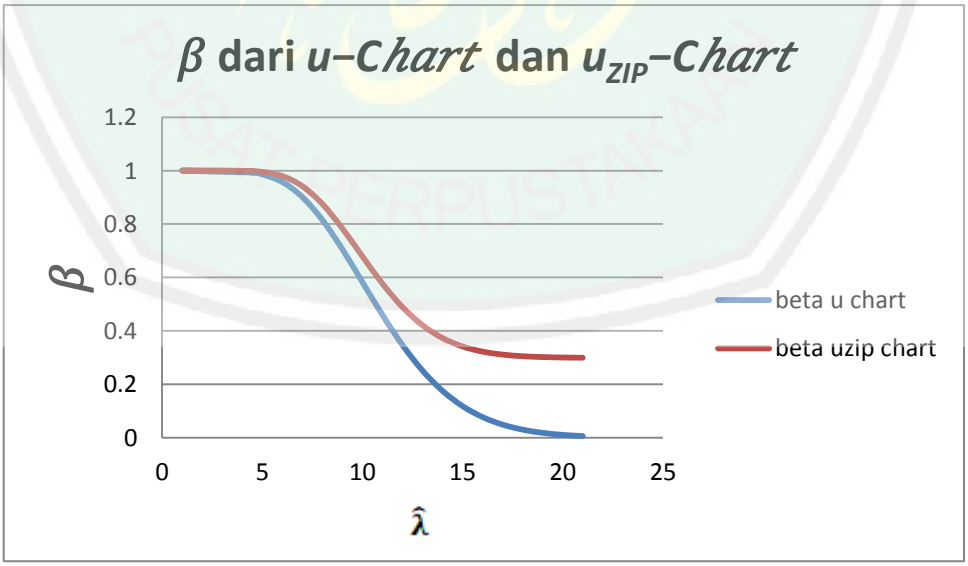
maka perhitungan β dan ARL dari masing-masing grafik pengendali ketika rata-ratanya bergeser ke atas maupun ke bawah dari rata-rata $(\hat{\lambda}) = 4.55$ dan nilai $\omega = 0.298935506$, dengan $\hat{\lambda}_{ZIP} = \frac{\hat{\lambda}}{1-\omega}$ adalah sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.4 Perhitungan β dan ARL u_{ZIP}-*Chart* ketika Rata-rata Bergeser dan ω Tetap

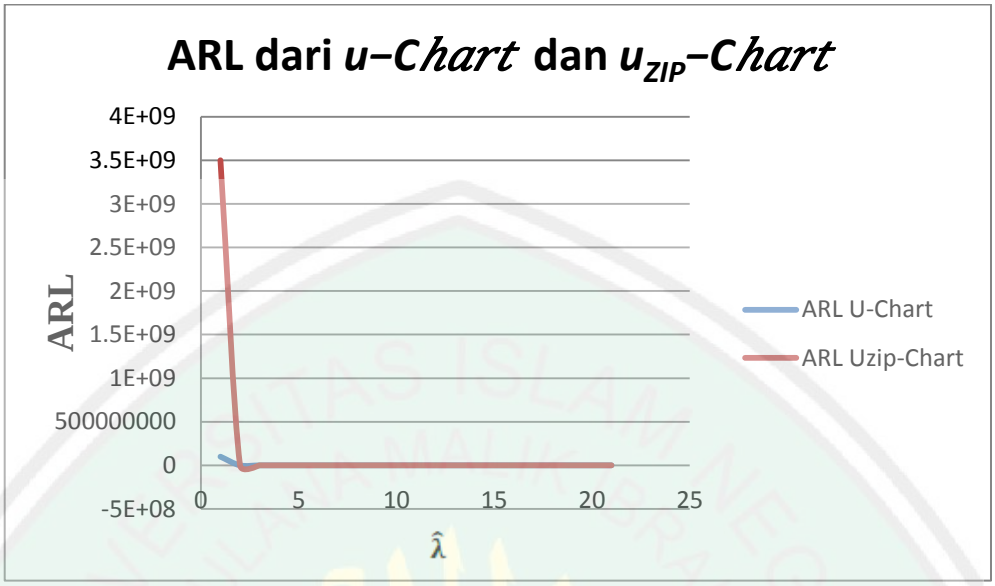
$\hat{\lambda}$	$\hat{\lambda}_{ZIP}$	*u-Chart*		u_{ZIP}-*Chart*	
		β	ARL	β	ARL
1	1.4264	1	99524607	1	3.5E+09
2	2.8528	0.999992	120362.7	1	3944003
3	4.27921	0.999708	3420.71	0.99997	33625.54
4	5.70561	0.99716	352.1417	0.999397	1657. 37
4.55	6.49013	0.992794	138.7732	0.997956	489.2368
5	7.13201	0.986305	73.01792	0.995291	212.3417
6	8.55841	0.957379	23.46265	0.979772	49.43685
9	12.83762	0.705988	3.401225	0.783791	4.625159
12	17.11683	0.347229	1.531932	0.489336	1.958235
15	21.39603	0.118464	1.134384	0.341781	1.51925
18	25.67524	0.030366	1.031317	0.305203	1.43927
21	29.95445	0.006251	1.00629	0.299598	1.427751

Berdasarkan tabel 3.4 bila nilai β dan ARL diplot, diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 3.4 Nilai β dari u-*Chart* dan u_{ZIP}-*Chart*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.5 Nilai *ARL* dari u-*Chart* dan u_{ZIP}-*Chart*

Berdasarkan gambar 3.4 dan 3.5 di atas diperoleh bahwa pada *u-chart* lebih cepat dalam mendeteksi sinyal *out of control* dibandingkan u_{ZIP}-*chart*. Ini terlihat dari nilai β yang diperoleh dari *u-chart* lebih cepat pergerakannya dibandingkan u_{ZIP}-*chart*. Jika dilihat berdasarkan nilai ARL, *u-chart* membutuhkan sampel yang lebih sedikit dalam mendeteksi sinyal *out of control*. Hal ini disebabkan karena pada u_{ZIP}-*chart* memperhatikan adanya proporsi nol kecacatan, sehingga u_{ZIP}-*chart* lebih lama dalam mendeteksi sinyal *out of control* dan membutuhkan sampel yang lebih banyak.

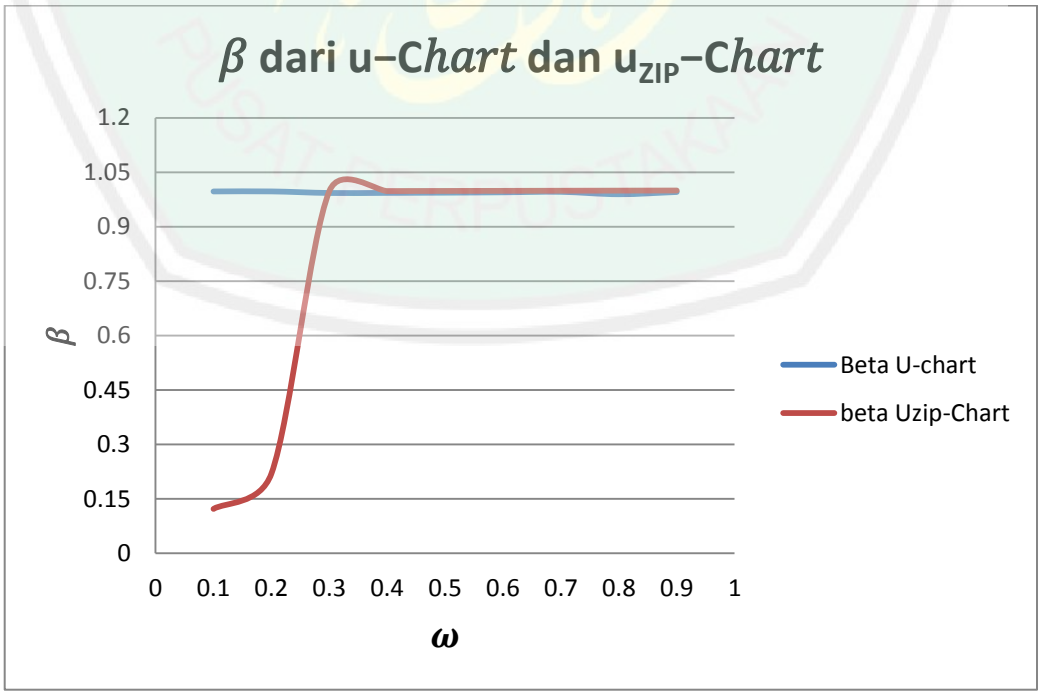
Sedangkan perhitungan β dan ARL dari masing-masing grafik pengendali ketika rata-ratanya tetap dan ω berubah-ubah dari $0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9$, dengan $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_{ZIP}(1-\omega)$ adalah sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.5 Perhitungan β dan ARL u_{ZIP}-*Chart* ketika Rata-rata Tetap dan ω Berubah-ubah

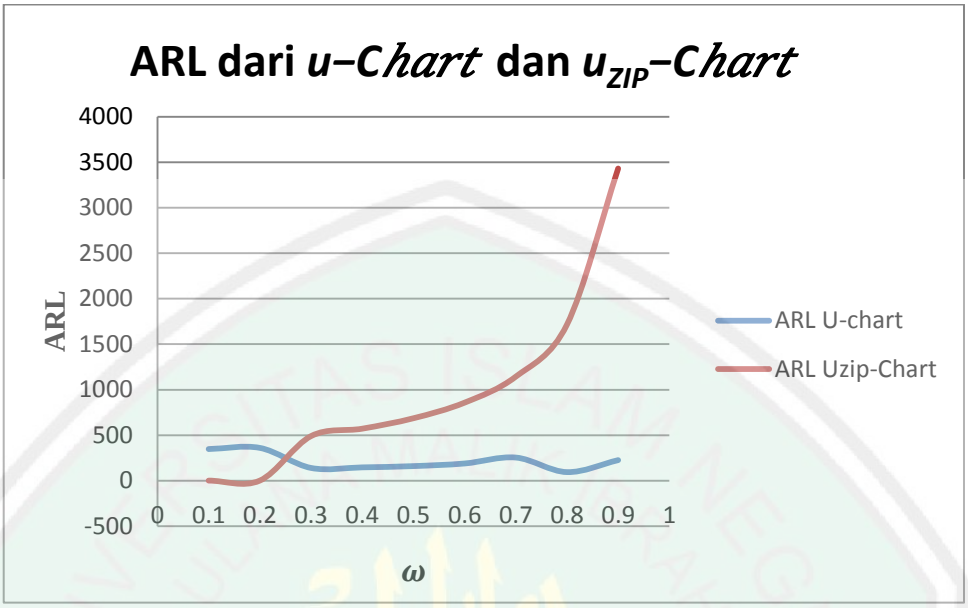
$\hat{\lambda}_{ZIP}$	ω	$\hat{\lambda}$	*u-Chart*		u_{ZIP}-*Chart*	
			β	ARL	β	ARL
6.4901	0.1	5.84109	0.99712451	347.7668	0.122418207	1.139494926
6.4901	0.2	5.19208	0.997226625	360.5715	0.219667663	1.281505267
6.4901	0.3	4.54307	0.992870407	140.2605	0.997959528	490.0826135
6.4901	0.4	3.89406	0.993179271	146.6119	0.998251024	571.7630491
6.4901	0.5	3.24505	0.993767931	160.4603	0.99854252	686.1156589
6.4901	0.6	2.59604	0.994712954	189.1415	0.998834016	857.6445736
6.4901	0.7	1.94703	0.996070403	254.479	0.999125512	1143.526098
6.4901	0.8	1.29802	0.98940105	94.34897	0.999417008	1715.289147
6.4901	0.9	0.64901	0.995575785	226.0288	0.999708504	3430.578294

Berdasarkan tabel 3.5 bila nilai β dan ARL diplot, diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 3.6 Nilai β dari u-*Chart* dan u_{ZIP}-*Chart*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.7 Nilai *ARL* dari u-*Chart* dan u_{ZIP}-*Chart*

Berdasarkan gambar 3.6 dan 3.7 di atas diperoleh bahwa ketika rata-rata tetap dan nilai ω berubah-ubah dari $0.3, 0.4, \ldots, 0.9$, semakin besar nilai ω, nilai β u_{ZIP}-*chart* semakin besar pula. Begitu juga dengan nilai ARLnya. Hal ini berarti bahwa dalam kondisi ini u_{ZIP}-*chart* membutuhkan sampel yang lebih banyak dalam mendeteksi sinyal *out of control*. Namun saat nilai $\omega = 0.1$ dan $\omega = 0.2$, ARL u_{ZIP}-*chart* kurang dari ARL u-*chart*. Artinya, dalam kondisi ini u_{ZIP}-*chart* membutuhkan sampel yang lebih sedikit sampai terdeteksi sinyal *out of control*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam keadaan *in control*, u_{ZIP}-*chart* lebih baik dibandingkan u-*chart* ketika nilai ω adalah $0.3, 0.4, \ldots, 0.9$, karena dalam kondisi ini u_{ZIP}-*chart* dapat lebih lama mempertahankan keadaan *in control*. Namun ketika nilai ω adalah 0.1 atau 0.2, u_{ZIP}-*chart* tidak dapat mempertahankan keadaan *in control* dengan lama, karena pada $\omega = 0.1$ dan $\omega = 0.2$, data akan cenderung berdistribusi *Poisson*. Sehingga dalam kondisi ini u-*chart* lebih baik dibandingkan u_{ZIP}-*chart*. Jadi berdasarkan ketiga simulasi di

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

atas, bila dilihat dari grafik pengendali, nilai β dan ARL pada keadaan *out of control* dan *in control*, u_{ZIP}*-chart* menunjukkan kondisi yang lebih baik dibandingkan u*-chart* ketika nilai ω berkisar $0.3, 0.4, \ldots, 0.9$.

3.4 Perbaikan *u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson* dalam Pandangan Islam

Kualitas menjadi faktor penting yang mendasari keputusan konsumen memilih suatu produk baik konsumen tersebut perorangan atau kelompok industri. Oleh karena itu kualitas merupakan faktor kunci bagi keberhasilan dalam bisnis. Untuk menjaga kualitas produk diperlukan monitoring proses secara statistik yang dikenal dengan *Statistical Process Control* (SPC). Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 249:

....ۚ قَالَ ٱلَّذِينَ يَظُنُّونَ أَنَّهُم مُّلَٰقُوا۟ ٱللَّهِ كَم مِّن فِئَةٍ قَلِيلَةٍ غَلَبَتْ فِئَةً كَثِيرَةًۢ بِإِذْنِ ٱللَّهِ ۗ وَٱللَّهُ مَعَ ٱلصَّٰبِرِينَ ﴿٢٤٩﴾

Artinya: *". . . Berapa banyak terjadi golongan yang sedikit dapat mengalahkan golongan yang banyak dengan izin Allah. dan Allah beserta orang-orang yang sabar"* (Q.S. Al-Baqarah:249).

Kalimat "Berapa banyak terjadi golongan yang sedikit dapat mengalahkan golongan yang banyak dengan izin Allah" dalam ayat di atas mengisyaratkan bahwa yang terpenting adalah kualitas dan bukan kuantitas. Lebih baik minoritas tapi berkualitas dan lebih bagus lagi mayoritas tapi seluruhnya berkualitas. Dari sini dapat diambil makna bahwa kualitas merupakan unsur penting yang harus dijaga. Terutama dalam bidang produksi, kepercayaan konsumen akan suatu produk dan kebutuhan konsumen akan produk yang baik, membuat proses

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

produksi harus selalu dijaga kualitasnya. Sehingga jika terjadi suatu variasi dalam proses produksi dapat cepat dilakukan suatu perbaikan dan banyaknya unit yang tidak sesuai diproduksi dapat diminimalkan.

Pada keilmuan statistik, kualitas suatu produk dapat dikontrol dengan menggunakan grafik pengendali. Salah satu grafik pengendali yang memonitor kecacatan produk adalah *u-chart*. Namun, ketika proses sampling berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP), *u-chart* akan mendorong ke arah suatu tanda bahaya palsu. Sehingga diperlukan suatu metode yang dapat mengatasi kesalahan tersebut yaitu dengan menggunakan u_{ZIP}*-chart*. Dalam Al-Qur'an juga dijelaskan tentang pekerjaan-pekerjaan yang baik untuk menghilangkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat An-Nisaa' ayat 146:

إِلَّا ٱلَّذِينَ تَابُوا۟ وَأَصْلَحُوا۟ وَٱعْتَصَمُوا۟ بِٱللَّهِ وَأَخْلَصُوا۟ دِينَهُمْ لِلَّهِ
فَأُو۟لَٰٓئِكَ مَعَ ٱلْمُؤْمِنِينَ ۖ وَسَوْفَ يُؤْتِ ٱللَّهُ ٱلْمُؤْمِنِينَ أَجْرًا عَظِيمًا ﴿١٤٦﴾

Artinya: *"Kecuali orang-orang yang tobat dan mengadakan perbaikan dan berpegang teguh pada (agama) Allah dan tulus ikhlas (mengerjakan) agama mereka karena Allah. Maka mereka itu adalah bersama-sama orang yang beriman dan kelak Allah akan memberikan kepada orang-orang yang beriman pahala yang besar"* (Q.S. An-Nisaa':146).

Kata "mengadakan perbaikan" berarti berbuat pekerjaan yang baik untuk menghilangkan akibat-akibat yang jelek dari kesalahan-kesalahan yang dilakukan. Abu Ja'far berkata: "Ini merupakan pengecualian dari Allah SWT, yang mengecualikan orang-orang yang bertobat (dengan menyesali dan meninggalkan kemunafikan mereka) jika mereka mengadakan perbaikan, dan secara tulus ikhlas melaksanakan ajaran agama karena Allah, membersihkan diri dari menyembah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

patung dan berhala, serta membenarkan Rasul-Nya. Namun jika mereka terus berada dalam kemunafikan hingga hari akhir, maka mereka akan memperoleh balasannya, kemudian dimasukkan ke dalam tempat mereka, yaitu neraka Jahanam" (Ath-Thabari, 2008). Hal ini sesuai dengan perbaikan *u-chart* ketika digunakan untuk memonitor data yang berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP). Bila perbaikan tidak dilakukan maka akan banyak unit-unit yang tidak sesuai diproduksi atau akan terindikasi suatu alarm palsu padahal proses masih dalam kendali. Tentu hal ini akan merugikan produsen. Sehingga tindakan perbaikan sangatlah penting dalam pengendalian kualitas produksi. Dalam Islam pun ketika umat manusia melakukan suatu kesalahan, maka dianjurkan untuk segera memperbaiki kesalahan itu. Salah satunya dengan cara bertobat dan berjanji tidak akan mengulangi kesalahan itu. Hal ini dianjurkan agar umat manusia tidak akan terjerumus pada kesalahan-kesalahan lainnya dan menjadi manusia yang lebih berhati-hati lagi dalam bertindak.

Maksud dari kata وَأَصْلَحُوا *"Dan mengadakan perbaikan"* adalah perbaikan amal perbuatan mereka dengan melakukan perintah-perintah Allah dan meninggalkan larangan-larangan-Nya, serta menghindari perbuatan maksiat kepada-Nya (Ath-Thabari, 2008). Hal ini dapat dikaitkan dengan perbaikan proses produksi yang kurang baik ketika *u-chart* digunakan untuk memonitor data yang berdistribusi *Zero Inflated Poisson* (ZIP) dengan menggunakan bagan kendali baru yaitu u_{ZIP}*-chart* untuk mencapai hasil produksi yang lebih baik.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada penjelasan bab-bab sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa jika jumlah kecacatan suatu produk berdistribusi *Poisson*, kemudian dalam beberapa proses sampling jumlah nol kecacatan pada pengamatan berlebih, maka proses tersebut akan berdistribusi "*Zero-Inflated Poisson* (ZIP)" dan estimasi dari rata-rata sampel cenderung di bawah perkiraan rata-rata dari distribusi *Poisson*. Sehingga estimasi batas kendali *u-chart* lebih sempit dibanding batas kendali yang berdistribusi *Poisson*. Batas yang lebih sempit ini akan mendorong pada suatu tanda bahaya palsu. Oleh karena itu dilakukan suatu modifikasi untuk mengatasi hal tersebut, yaitu dengan membentuk bagan pengendali baru yang disebut u_{ZIP}*-chart* dengan cara mengestimasi parameter λ menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator*. Jika parameter λ pada batas kendali *u-chart* digantikan dengan $\hat{\lambda}_{ZIP}$ yang diperoleh dari metode *Maximum Likelihood Estimator*, maka diperoleh batas kendali u_{ZIP}*-chart* sebagai berikut:

$$UCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} + 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

$$CL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m}$$

$$LCL = \frac{\hat{\lambda}_{ZIP}}{m} - 3\frac{\sqrt{\hat{\lambda}_{ZIP}}}{m}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

di mana, $\hat{\lambda}_{ZIP}$ adalah solusi dari persamaan $\hat{\lambda}_{ZIP} = \sum_{i=1}^{n-n_0} C_i \frac{(1-e^{-\hat{\lambda}_{ZIP}})}{(n-n_0)}$ dan m adalah banyaknya sampel pada tiap-tiap pengamatan.

Berdasarkan aplikasi data, diperoleh bahwa jika dilihat dari grafik pengendali, nilai β, dan ARL pada keadaan *out of control* maupun *in control*, u_{ZIP}*-chart* menunjukkan kondisi yang lebih baik dibandingkan *u-chart* ketika nilai ω berkisar antara 0.3 sampai 0.9, karena berdasarkan grafik pengendalinya, pada u_{ZIP}*-chart* banyaknya sampel yang keluar dari batas kendali lebih sedikit. Sedangkan berdasarkan nilai β dan ARL pada keadaan *out of control*, u_{ZIP}*-chart* lebih lama dalam mendeteksi sinyal *out of control*. Hal ini karena pada u_{ZIP}*-chart* memperhitungkan adanya proporsi nol kecacatan berlebih. Jika dilihat berdasarkan nilai β dan ARL pada keadaan *in control* ketika nilai ω mulai $0.3, 0.4, \dots, 0.9$, u_{ZIP}*-chart* membutuhkan sampel yang lebih banyak sampai terdeteksi sinyal *out of control*, sehingga u_{ZIP}*-chart* dapat lebih lama mempertahankan keadaan *in control*. Namun dalam kondisi *in control* dengan nilai $\omega = 0.1$ atau $\omega = 0.2$, *u-chart* lebih baik dibandingkan u_{ZIP}*-chart*, karena dalam kondisi ini data akan cenderung berdistribusi *Poisson*.

4.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan, sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya agar menggunakan distribusi Binomial Negatif untuk mengatasi *over dispersion* pada distribusi *Poisson* ketika sampel yang digunakan memiliki jumlah nol kecacatan berlebih.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Al-Mubarakfuri, S.. 2006. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Pustaka Ibnu Katsir.

Ath-Thabari, Muhammad bin Jarir. 2008. *Jami' Al Bayan an Ta'win Ayi Al-Qur'an*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Basyir, A.A.. 1984. *Falsafah Ibadah dalam Islam.* Yogyakarta: UII.

Firmansyah, H.. 2011. Perspektif Al-Qur'an terhadap Peningkatan SDM. *http://www.analisadaily.com/news/read/2011/12/23/27556/perspektif_al_quran_terhadap_peningkatan_sdm/* (diunduh pada tanggal 26 November 2012).

Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.

Katemee, N. dan Mayureesawan, T.. 2012. Control Charts for Zero-Inflated Poisson Models. *Journal Applied Mathematical Sciences*. Vol. 6 Hal: 2791-2803.

Mashuri dan Rahmawati. 2011. Perbandingan Kinerja Diagram Kontrol Multivariat untuk Variabilitas Berdasarkan Matriks Kovariansi dan Matriks Korelasi. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, Universitas Diponegoro, Semarang.

Montgomery, D.C.. 1990. *Introduction to Statistical Quality Control 2th Edition*. New York: John Wiley and Sons.

Nugroho, D.B.. 2009. *Metode Numerik*. Salatiga: Universitas Kristen Satya Wacana.

Pham, H.. 2006. *Springer Handbook of Engineering Statistics*. Wurzburg: Sturtz GmbH.

Radiansyah, M.. 2012. Pemodelan Masalah Morbiditas di Provinsi Jawa Barat dengan Regresi Zero Inflated Generalized Poisson. *Tugas Akhir* Tidak Diterbitkan. Jakarta: Universitas Pendidikan Indonesia.

Sim, C.H. dan Lim, M.H.. 2008. Attribute Charts for Zero Inflated Processes. *Journal of Communications in Statistics-Simulation and Computation*. Vol. 37 Hal: 1440-1452.

Turmudi dan Harini, S.. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN-Malang Press.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Walpole, R.E. dan Myers, R.H.. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi Keempat*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Xie, M., He, B., dan Goh, T.N.. 2001. Zero Inflated Poisson Model in Statistical Process Control. *Journal Computational Statistics and Data Analysis*. Vol. 38 Hal: 191-201.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Arni Hartanti
NIM : 09610001
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : *u-Chart* pada Model *Zero Inflated Poisson*
Pembimbing I : Fachrur Rozi, M.Si
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	22 September 2012	Konsultasi Bab I	1.
2.	27 September 2012	Kajian Agama Bab I	2.
3.	28 November 2012	Kajian Agama Bab II	3.
4.	15 Desember 2012	Revisi Bab I	4.
5.	28 Januari 2013	Konsultasi Bab II dan Bab III	5.
6.	06 Februari 2013	Revisi Bab II	6.
7.	27 Februari 2013	Revisi Bab II dan III	7.
8.	06 Maret 2013	Konsultasi Bab II dan III	8.
9.	08 Maret 2013	Revisi Bab II	9.
10.	13 Maret 2013	Revisi Bab III	10.
11.	13 Maret 2013	Konsultasi Agama Bab II dan III	11.
12.	20 Maret 2013	Revisi Agama Bab III	12.
13.	20 Maret 2013	Konsultasi Bab III	13.
14.	03 April 2013	Konsultasi Bab III	14.
15.	24 Mei 2013	Revisi Bab I, II, III, dan IV	15.
16.	29 Mei 2013	ACC Kajian Agama	16.
17.	29 Mei 2013	ACC Skripsi	17.

Malang, 29 Mei 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

LAMPIRAN

Lampiran 1: Metode *Newton Rhapson* Menggunakan Program Matlab

```
clc,clear
e=1/100000000;
x=2;
iterasi =100;
f=inline ('x-6.5*(1-exp(-x))','x')
df=diff('x-6.5*(1-exp(-x))','x');
df=inline(df)
ezplot(f)
axis ([-10 10 -10 10])
grid on
 for i=1:iterasi
     x=x-(f(x)/df(x));
         if abs (f(x))<e;
             Pada_iterasi_ke=i,nilaiX=x,        break
         end
 end
```


CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG