ESTIMASI PARAMETER MODEL ARELLANO DAN BOND PADA REGRESI DATA PANEL DINAMIS

SKRIPSI

Oleh:
LAILATUL URUSYIYAH
NIM. 09610057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

ESTIMASI PARAMETER MODEL ARELLANO DAN BOND PADA REGRESI DATA PANEL DINAMIS

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
LAILATUL URUSYIYAH
NIM. 09610057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013

ESTIMASI PARAMETER MODEL ARELLANO DAN BOND PADA REGRESI DATA PANEL DINAMIS

SKRIPSI

Oleh:
LAILATUL URUSYIYAH
NIM. 09610057

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 21 Maret 2013

Pembimbing I	Pembimbing II
Abdul Aziz, M.Si	Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19760318 200604 1 002	NIP. 19730705 200003 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER MODEL ARELLANO DAN BOND PADA REGRESI DATA PANEL DINAMIS

SKRIPSI

Oleh:
LAILATUL URUSYIYAH
NIM. 09610057

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 3 April 2013

Penguji Utama	:	Dr. Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200112 2 002	______________
Ketua Penguji	:	Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	______________
Sekretaris Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	______________
Anggota Penguji	:	Ach. Nashichuddin, M.A NIP. 19720420 200212 1 003	______________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama	:	Lailatul Urusyiyah
NIM	:	09610057
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Maret 2013
Yang membuat pernyataan,

Lailatul Urusyiyah
NIM. 09610057

MOTTO

Langkahkan kakimu walau hanya selangkah
karena dengan satu langkah akan ada beribu-ribu
langkah baru ke depannya

PERSEMBAHAN

This writing will the writer present to:

The parents who became my best friend
My father Sumardi & My mother Siti Fadhilah
you are everything for me

and
my brother
Muhammad Fathul Marzuqin
I Love you

and then
My best friend's
Agus Maulana, Misbakhul Choeroni,
Achmad Wahyudi
Who always accompany me, not only in my happiness but
also when I am in sadness

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيْمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Syukur alhamdulillah penulis penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, pengarahan dan bimbingan dari berbagai pihak, baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun doa dan restu. Karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang serta pembimbing akademik yang telah memberikan motivasi dan bimbingan mulai semester satu hingga semester akhir.

4. Abdul Aziz, M,Si, selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan mengarahkan dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing agama yang telah memberikan banyak arahan dan bimbingannya.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
7. Dewi Astutik dan Dhudhung Bela Kartika, terima kasih atas segala bantuannya baik berupa waktu, tenaga maupun pikiran.
8. Sahabat-sahabat senasib seperjuangan mahasiswa Jurusan Matematika 2009, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang turut mendukung kelancaran penyempurnaan skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. Amin *Ya Rabbal Alamin*.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Maret 2013

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III : PEMBAHASAN

BAB IV: PENUTUP

DAFTAR SIMBOL

$\sim$	: Berdistribusi
$\leq$	: Kurang dari atau sama dengan
$\geq$	: Lebih besar atau sama dengan
∞	: Tak berhingga
$<$	: Kurang dari
$>$	: Lebih dari
$\sum$	: Penjumlahan
$\equiv$	: Sama dengan
$\otimes$	: Kronecker *product*
μ	: Mu
Δ	: Delta
σ	: Sigma
λ	: Lambda
ε	: Epsilon
β	: Beta
δ	: Delta
π	: Pi
ϖ	: Variant pi
μ	: Nilai tengah (rataan)
$\rightarrow$	: Menuju
s^2	: Ragam untuk sampel
σ^2	: Ragam (varian) untuk populasi
$\hat{\beta}$	: Penduga dari parameter β
$\hat{\delta}$	: Penduga dari parameter δ
E	: Expectation (nilai harapan)
^{T}	: *Transpose*
IID	: Distribusi sama dan saling bebas
W	: Matriks instrumen
$^{-1}$	: Invers
$\hat{\Omega}$	: Matriks kovariansi
N	: Banyak data
cov	: Kovariansi
I_N	: Matriks identitas dengan dimensi $N \times N$

ABSTRAK

Urusyiyah, Lailatul. 2013. **Estimasi Parameter Model Arellano dan Bond pada Regresi Data Panel Dinamis**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Kata Kunci: Regresi Data Panel Dinamis, Model *Arellano* dan *Bond*, Estimasi Parameter, Metode *Generalized Least Square* (GLS)

Data panel merupakan gabungan dari *cross section* dan *time series*. Terdapat dua model data panel yaitu data panel statis dan dinamis. Karena melihat keunggulan model data panel dinamis yang sanggup mengatasi masalah endogenitas terkait penggunaan lag variabel dependen dimana pada model data panel statis penggunaan lag variabel dependen menyebabkan hasil estimasi menjadi bias dan tidak konsisten sehingga penulis meneliti tentang model regresi data panel dinamis.

Sebagai langkah awal untuk mengestimasi parameter yang tidak diketahui pada model regresi data panel dinamis yaitu dengan hanya memanfaatkan kondisi ortogonalitas yang ada di antara nilai-nilai *lag* dan *error*-nya maka model regresi data panel dinamis tersebut menjadi model *Arellano* dan *Bond*.

Untuk mengestimasi model *Arellano* dan *Bond* maka dilakukan beda pertama pada model tersebut, kemudian mencari matriks varians-kovarians dan mendefinisikan matriks instrumen dari model tersebut. Setelah itu, estimasi parameter model *Arellano* dan *Bond* menggunakan metode *Generalized Least square* (GLS). Berdasarkan pembahasan diperoleh rumus estimasi parameter model *Arellano* dan *Bond* adalah sebagai berikut:

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G \right) W \right)^{-1} W' \Delta y_{-1} \right)^{-1} \Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G \right) W \right)^{-1} \Delta y$$

ABSTRACT

Urusyiyah, Lailatul. 2013. **The Estimation Parameters of an Arellano and Bond Model of Dynamic Panel Data Regression**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Tutorship: (I) Abdul Aziz, M.Si
(II) Ach. Nasichuddin, M.A

Keywords: The dynamic panel data regression, *Arellano* and *Bond* Model, an Estimation of the parameters, a method of *Generalized Least Square* (GLS)

Panel Data is a combination of *cross section* and *time series*. There are two models of panel data namely static panel data and dynamic panel data. Because of seeing the advantage of dynamic panel data model is able to handle the problem of endogeneity related to the using of the dependent variable lag when static panel data used the dependent variable for causing the estimation result be biased and inconsistent. It makes the writer research the model of dynamic panel data regression.

For the first step to estimate unknown parameters of the regression dynamic panel data model by using orthogonality conditions that existed among *Lag* and an *error* values, so the regression dynamic panel data becomes *Arellano* and *Bond* model.

For estimating *Arellano* and *Bond* model, we differ that model for the first time, then we seek a matrix variance-covarriance and define matrix instruments of the model. Then, estimating of the *Arellano* and *Bond* model parameters using Generalized Least Square methods (GLS). According to the mater we get the estimation formula parameters Arellano and Bond model as follow:

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1} W' \Delta y_{-1}\right)^{-1} \Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1} \Delta y$$

الملخص

العروشية، ليلة. ٢٠١٣. المعلمة تقدير نموذج أريلانو وسندات الحيوي لوحة الانحدار البيانات .مقالة .قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالانق.

مستشار : ١. عبد العزيز، الماجستير

٢. أحمد نصيح الدين، الماجستير

الكلمات الرئيسية : لوحة دينامية البيانات الانحدار، أريلانو وسندات النموذجي، تقدير المعلمة، طرق المعمم بأقل ساحة (GLS)

بيانات لوحة هي مزيج من المقطع العرضي والسلاسل الزمنية .هناك نوعان من النماذج من بيانات لوحة هي لوحة البيانات والدينامية .لأن نرى فوائد من نماذج البيانات لوحة الديناميكية التي يمكن أن تعالج القضايا المتصلة استخدام تخلفت الذاتية المتغير التابع حيث يستخدم نموذج البيانات لوحة ثابتة تخلفت المتغير التابع يسبب تقدير ليكون متحيزا وغير متناسقة أن مقدم البلاغ يبحث الفريق نموذج الانحدار البيانات الديناميكية.

وكخطوة أولى لتقدير المعلمات غير معروف في الديناميكي لوحة نموذج الانحدار البيانات ببساطة عن طريق استخدام ظروف التعامد القائمة بين القيم تخلفت والخطأ له لوحة ديناميكية نموذج الانحدار البيانات هو نموذج من أريلانو وبوند.

لتقدير نموذج من أريلانو، وأجرى بوند اعتمادا على النموذج الأول، ثم ابحث عن مصفوفة التغاير والتباين-الصك مصفوفة تحديد النموذج .بعد ذلك، المعلمة تقدير النموذج باستخدام أريلانو وسندات المعمم بأقل ساحة (GLS) .واستنادا إلى مناقشة المعلمة نموذج تقدر حصلت عليها أريلانو الصيغة وبوند هي كما يلي :

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1} W' \Delta y_{-1}\right)^{-1} \Delta y_{-1}' W \left(W' \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1} \Delta y$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ekonometrika dapat diartikan sebagai bagian dari ilmu ekonomi yang menggunakan analisis matematik dan statistik untuk menganalisis masalah-masalah dan fenomena-fenomena ekonomi secara kualitatif (Firdaus, 2004). Salah satu bagian paling penting dari ekonometrika adalah analisis regresi. Analisis ini digunakan untuk mengetahui kaitan antara satu variabel dengan variabel yang lain. Dalam melakukan analisis ekonometrika khususnya regresi, terdapat 3 jenis data yang dapat digunakan, yaitu: data *time series*, data *cross section*, dan data panel. Pada data *time series*, satu atau lebih variabel akan diamati pada satu unit observasi dalam kurun waktu tertentu. Sedangkan data *cross section* merupakan amatan dari beberapa unit observasi dalam satu titik waktu. Perlu ditekankan, tiap jenis data mempunyai kegunaan dan konsekuensi dari penggunaan data yang berbeda satu sama lain.

Data panel merupakan gabungan data *time-series* dan *cross-section*. Dengan kata lain, data panel merupakan data dari beberapa individu sama yang diamati dalam kurun waktu tertentu. Jika terdapat T periode waktu ($t = 1,2,\ldots,T$) dan N jumlah individu ($i = 1,2,\ldots,N$), maka dengan data panel akan memiliki total unit observasi sebanyak NT. Jika jumlah unit waktu sama untuk setiap individu, maka disebut *balanced panel*. Jika sebaliknya, yakni jumlah unit waktu berbeda untuk setiap individu, maka disebut *unbalanced panel*.

Dalam penelitian, terkadang ditemukan suatu persoalan tentang ketersediaan data untuk mewakili variabel yang digunakan dalam penelitian. Misalnya, terkadang ditemukan bentuk data dalam series yang pendek sehingga proses pengolahan data *time series* tidak dapat dilakukan berkaitan dengan persyaratan jumlah data yang minim. Terkadang ditemukan bentuk data dengan jumlah unit *cross section* yang terbatas pula, sehingga sulit dilakukan proses pengolahan data *cross section* untuk mendapatkan informasi prilaku dari model yang hendak diteliti. Dalam teori ekonometrika, kedua kondisi tersebut dapat diatasi menggunakan data panel.

Regresi menggunakan panel data, memberikan beberapa keunggulan dibandingkan dengan pendekatan *cross section* dan *time series*. Hsiao (1986), mencatat bahwa penggunaan data panel dalam penelitian ekonomi memiliki beberapa keuntungan utama dibandingkan data jenis *cross section* maupun *time series*. **Pertama**, dapat memberikan peneliti jumlah pengamatan yang besar, meningkatkan *degree of freedom* (derajat kebebasan), data memiliki variabilitas yang besar dan mengurangi kolinieritas antara variabel penjelas, sehingga dapat menghasilkan estimasi ekonometri yang efisien. **Kedua**, data panel dapat memberikan informasi lebih banyak yang tidak dapat diberikan hanya oleh data *cross section* atau *time series* saja. **Ketiga**, data panel dapat memberikan penyelesaian yang lebih baik dalam inferensi perubahan dinamis dibandingkan data *cross section*.

Semakin banyak data yang didapatkan dalam suatu penelitian dengan rentang waktu yang semakin panjang maka akan didapatkan informasi yang banyak pula dalam menentukan pengelolaan data. Seperti halnya yang tercantum dalam Al-Qur’an surat Al-Hujuraat ayat 6:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ
فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya: “*Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, Maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.*”

Dengan pengamatan berulang terhadap data *cross section* yang cukup, analisis data panel memungkinkan seseorang dalam mempelajari dinamika perubahan dengan data *time series*. Kombinasi data *time series* dan *cross section* dapat meningkatkan kualitas dan kuantitas data dengan pendekatan yang tidak mungkin dilakukan dengan menggunakan hanya salah satu dari data tersebut (Gujarati, 2003). Analisis data panel dapat mempelajari sekelompok subjek jika kita ingin mempertimbangkan dimensi data maupun dimensi waktu.

Di samping berbagai keuntungan yang dimiliki model data panel tersebut, ada beberapa permasalahan yang muncul dalam pemanfaatan data panel, yaitu permasalahan autokorelasi dan heterokedastisitas. Sementara itu ada permasalahan baru yang muncul seperti korelasi silang (*cross-correlation*) antar unit individu pada periode yang sama. Estimasi model data panel tergantung kepada asumsi yang dibuat peneliti terhadap intersep, koefisien kemiringan dan variabel *error*.

Model data panel dinamis digunakan dalam penelitian ini mengingat kelebihan model data panel dinamis yang sanggup mengatasi masalah endogenitas terkait dengan penggunaan lag variabel dependen, dimana pada model data panel statis penggunaan lag variabel dependen menyebabkan hasil estimasi menjadi bias dan tidak konsisten. Metode panel *instrumental variable* digunakan mengingat keterbatasan model data panel statis dan dinamis jika digunakan pada lebih dari satu persamaan.

Terdapat beberapa model estimasi dalam analisis data panel yaitu model koefisien tetap (*fixed effects models*), dan model efek acak (*random effects models*). Di antara tipe-tipe model tersebut terdapat data panel dinamis (*dynamic panel*), *robust*, dan model struktur kovarians (*covariance structure models*).

Pada penelitian sebelumnya telah meneliti tentang estimasi parameter regresi model data panel statis dengan tiga bentuk model, yaitu model *common effect, random effect,* dan *fixed effect.* Pada penelitian ini penulis tertarik untuk mengkaji tentang data panel dinamis. Terdapat beberapa model regresi data panel dinamis, yaitu model Arellano dan Bond, Arellano dan Bover, kondisi momen Ahn dan Schmidt, sistem GMM Blundel dan Bond, serta Keane dan Runkle. Dari beberapa model tersebut, bentuk yang paling sederhana adalah model Arellano dan Bond, sehingga penulis mengambil judul **"Estimasi Parameter Model Arellano dan Bond pada Regresi Data Panel Dinamis"**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana estimasi parameter model Arellano dan Bond pada regresi data panel dinamis?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui proses estimasi parameter model Arellano dan Bond pada regresi data panel dinamis.

1.4 Batasan Masalah

Agar tidak terjadi kerancuan terhadap maksud dan isi dari penelitian ini, maka perlu adanya pembatasan masalah. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengasumsikan bahwa semua variabel bebas adalah *nonstochastic*.
2. *Error* regresi diasumsikan mengikuti model *one way error component*.
3. Hanya mengestimasi koefisien variabel bebas (δ).
4. Menggunakan metode *Generalized Least Square* (GLS).

1.5 Manfaat Penelitian

a. Bagi Peneliti
    1. Dapat mengestimasi parameter koefisien regresi pada regresi data panel dinamis dengan model Arellano dan Bond.
    2. Untuk memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari dalam mengkaji permasalahan tentang data panel dinamis model Arellano dan Bond.

b. Bagi Mahasiswa

Penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan rujukan dan pengembangan pembelajaran statistika, *time series*, dan ekonometrika tentang estimasi parameter regresi data panel dinamis.

c. Bagi Pihak Lain

Penelitian ini dapat memberikan metode alternatif untuk membuat, memprediksi atau memperkirakan regresi pada data-data panel dinamis.

d. Bagi Instansi

1. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan matematika, khususnya dalam bidang ekonometrika.
2. Meningkatkan peran serta Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dalam pengembangan wawasan keilmuan matematika dan statistika.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter koefisien regresi dalam penelitian ini adalah metode *library research* atau studi literatur, dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan bermacam-macam buku yang terdapat di perpustakaan dan dari internet. Sedangkan metode yang digunakan dalam implementasi model regresi data panel dinamis yaitu dengan metode kuantitatif.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model Arellano dan Bond.

2. Estimasi parameter model Arellano dan Bond dengan tahap-tahap:
   a. Mencari beda pertama pada persamaan Arellano dan Bond.
   b. Mencari matriks varians-kovarians dari *error* regresi.
   c. Mendefinisikan matriks instrumen dari model Arellano dan Bond.
   d. Mengestimasi parameter menggunakan *Generalized Least Square* (GLS)

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I : Pendahuluan, yang meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : Kajian pustaka, kajian yang berisi tentang teori-teori yang ada kaitannya dengan hal-hal penulis bahas diantaranya adalah, harapan, simpangan baku, korelasi, pendekatan matriks untuk model regresi linier, model regresi linier $k-$variabel, asumsi model regresi linier klasik dalam notasi matriks, *transpose* suatu matriks, invers suatu matriks, matriks ortogonal, pendiferensialan matriks, metode *Ordinary Least Square* (OLS), metode *Generalized Least Square* (GLS), model regresi data panel, kronecker *product, one way error component*, cara menerima informasi dalam Islam dan beberapa definisi yang diperoleh dari berbagai *literature* (buku, jurnal, internet, dan lain-lain) yang berkaitan dengan penelitian.

BAB III : Pembahasan, pada bab ini berisi tentang uraian cara mengestimasi parameter model regresi data panel dinamis dengan metode Arellano dan bond yang meliputi: penjabaran regresi data panel dinamis, menentukan model Arellano dan Bond, menentukan estimasi parameter model Arellano dan Bond menggunakan metode GLS.

BAB VI : Penutup, pada bab ini berisi tentang kesimpulan yang dilengkapi dengan saran-saran dari penelitian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Harapan, Simpangan Baku, Korelasi

Definisi 2.1

Menurut Dudewicz dan Mishra (1995), harapan dari suatu peubah acak X didefinisikan sebagai $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx$ jika X fungsi kontinu mutlak dengan fungsi kepadatan peluang $f_X(x)$, dan $E(X)=\sum x_i p_X(x_i)$, jika X diskrit dengan fungsi massa peluang $p_X(x)$

Sifat-sifat harapan, bila c suatu tetapan dan $g(X), g_1(X)$, dan $g_2(X)$ fungsi yang diharapkan ada, maka

i. $E(c)=c$;

Bukti:

$$\begin{aligned}E(c) &= \sum_{i=1}^{n} cp_X(x_i)\\ &= c\sum_{i=1}^{n} p_X(x_i)\\ &= c\end{aligned}$$

ii. $E(cg(X))=cE(g(X))$;

Bukti:

$$\begin{aligned}E(cg(X)) &= \sum_{i=1}^{n} cg(x_i)\,p_X(x_i)\\ &= c\sum_{i=1}^{n} g(x_i)\,p_X(x_i)\\ &= cE(g(X))\end{aligned}$$

iii. $E\left(g_1(X)+g_2(X)\right)=E\left(g_1(X)\right)+E\left(g_2(X)\right);$

Bukti:

$$\begin{aligned}E\left(g_1(X)+g_2(X)\right) &= \sum_{i=1}^{n}\left(g_1(x_i)+g_2(x_i)\right)p_X(x_i)\\ &= \sum_{i=1}^{n} g_1(x_i)p_X(x_i)+\sum_{i=1}^{n} g_2(x_i)p_X(x_i)\\ &= E\left(g_1(X)\right)+E\left(g_2(X)\right)\end{aligned}$$

Definisi 2.2

Misalkan X suatu peubah acak dengan fungsi distribusi $F(x)$. Momen ke-n dari X adalah (bila harapan ini ada) $\mu_n = EX^n$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Definisi 2.3

Tuliskanlah $\sigma^2(X)$ hanya sebagai σ^2. Maka σ (akar positif dari σ^2) disebut simpangan baku dari X dan sering ditulis sebagai $\sigma(X)$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Teorema 1

$$\operatorname{var}(X) = EX^2 - (EX)^2$$

Bukti:

$$\begin{aligned}\operatorname{var}(X) &= E(X-EX)^2\\ &= E\left\{X^2-2XEX+(EX)^2\right\}\\ &= EX^2-2EXEX+E(EX)^2\\ &= EX^2-(EX)^2\end{aligned}$$

(Dudewicz dan Mishra, 1995)

Teorema 2

$$cov(X_1, X_2) = E(X_1 X_2) - EX_1 EX_2$$

Bukti:

$$\begin{aligned} cov(X_1, X_2) &= E\{(X_1 - EX_1)(X_2 - EX_2)\} \\ &= E\{X_1 X_2 - X_2 EX_1 - X_1 EX_2 + EX_1 EX_2\} \\ &= E(X_1 X_2) - 2EX_2 EX_1 + EX_1 EX_2 \\ &= E(X_1 X_2) - EX_1 EX_2 \end{aligned}$$

(Dudewicz dan Mishra, 1995)

Teorema 3

$$\operatorname{var}(X_1 + X_2) = \operatorname{var}(X_1) + \operatorname{var}(X_2) + 2cov(X_1, X_2)$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \operatorname{var}(X_1 + X_2) &= E(X_1 + X_2)^2 - (E(X_1 + X_2))^2 \\ &= EX_1^2 - (EX_1)^2 + EX_2^2 - (EX_2)^2 + 2\{X_1 X_2 - EX_1 EX_2\} \\ &= \operatorname{var}(X_1) + \operatorname{var}(X_2) + 2cov(X_1, X_2) \end{aligned}$$

(Dudewicz dan Mishra, 1995)

Teorema 4

$\operatorname{var}(X_1 + X_2) = \operatorname{var}(X_1) + \operatorname{var}(X_2)$ jika X_1 dan X_2 tidak berkorelasi.

Bukti:

Sesuai dengan teorema 3 bahwa

$$\operatorname{var}(X_1 + X_2) = \operatorname{var}(X_1) + \operatorname{var}(X_2) + 2cov(X_1, X_2)$$

karena X_1 dan X_2 tidak berkorelasi sehingga

$$cor(X_1, X_2) = \frac{cov(X_1, X_2)}{\sigma(X_1)\sigma(X_2)}$$
$$0\big(\sigma(X_1)\sigma(X_2)\big) = cov(X_1, X_2)$$
$$0 = cov(X_1, X_2)$$

maka terbukti bahwa $\operatorname{var}(X_1 + X_2) = \operatorname{var}(X_1) + \operatorname{var}(X_2)$ jika X_1 dan X_2 tidak berkorelasi.

Definisi 2.4

Dudewicz dan Mishra (1995) menyatakan bahwa koefisien korelasi dari peubah acak X_1 dan X_2 yang berdistribusi gabungan adalah bila $\sigma^2(X_1) > 0, \sigma^2(X_2) > 0$ dan $\sigma^2(X_1), \sigma^2(X_2)$ berhingga.

$$cor(X_1, X_2) \equiv \rho(X_1, X_2) = \frac{cov(X_1, X_2)}{\sigma(X_1)\sigma(X_2)}$$

2.2 Pendekatan Matriks untuk Model Regresi Linier

Model regresi yang paling sederhana adalah model regresi linier. Model regresi linier klasik meliputi *k*-variabel (y dan $x_2, x_3, ..., x_K$) dalam notasi aljabar matriks. Secara konsep, model *k*-variabel merupakan perluasan secara logis dari model dua atau tiga variabel.

Menurut Gujarati (2004) manfaat aljabar matriks dibandingkan dengan aljabar skalar (aljabar elementer berhubungan dengan skalar atau angka real) adalah aljabar matriks memberikan metode yang ringkas mengenai model regresi yang meliputi berapa pun banyaknya variabel, sekali model *k*-variabel diformulasikan dan dipecahkan dalam notasi matriks, hasilnya dapat diterapkan untuk satu, dua, tiga atau berapa pun banyaknya variabel.

2.2.1 Model Regresi Linier *k*-Variabel

Dengan menggeneralisasikan model regresi linier dua atau tiga variabel, maka model regresi populasi *k*-variabel yang melibatkan variabel tak bebas y dan sebanyak $K-1$ variabel bebas $x_2, x_3, ..., x_K$ dapat ditulis sebagai

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_K x_{Ki} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, ..., N \tag{2.1}$$

dimana β_1 adalah intersep, β_2 sampai β_K adalah koefisien kemiringan parsial, ε unsur *error* stokastik, dan i adalah observasi ke-i, N merupakan besarnya populasi (Gujarati, 2004). Persamaan (2.1) harus diinterpretasikan dengan cara yang biasa, fungsi tersebut memberikan nilai rata-rata atau nilai harapan dari kondisi Y yang tetap dengan syarat nilai $x_2, x_3, ..., x_K$, yaitu $E\left(y \mid x_{2i}, x_{3i}, ..., x_{Ki}\right)$.

Untuk $i = 1$ hingga N, persamaan (2.1) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 + \beta_2 x_{21} + \beta_3 x_{31} + \cdots + \beta_K x_{K1} + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_1 + \beta_2 x_{22} + \beta_3 x_{32} + \cdots + \beta_K x_{K2} + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_N &= \beta_1 + \beta_2 x_{2N} + \beta_3 x_{3N} + \cdots + \beta_K x_{KN} + \varepsilon_N \end{aligned} \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) dapat ditulis dengan cara lain yang lebih menjelaskan sebagai berikut:

$$\underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & \cdots & x_{K1} \\ 1 & x_{22} & x_{32} & \cdots & x_{K2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2N} & x_{3N} & \cdots & x_{KN} \end{bmatrix}}_{N\times K} \underset{K\times 1}{\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}} \tag{2.3}$$

persamaan (2.3) dapat ditulis sebagai:

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{2.4}$$

dimana:

y = vektor kolom $N \times 1$ observasi atas variabel tak bebas y

X = matriks $N \times K$ yang memberikan N observasi atas $K-1$ variabel bebas x_2 sampai x_K, sedangkan kolom pertama yang terdiri dari angka 1 menyatakan unsur intersep.

β = vektor kolom $K \times 1$ dari parameter yang tidak diketahui $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_K$

ε = vektor kolom $N \times 1$ dari *error* ε_i

(Gujarati, 2004)

2.2.2 Asumsi Model Regresi Linier Klasik dalam Notasi Matriks

Dalam tabel 2.1 diberikan asumsi yang mendasari model regresi linier klasik dalam notasi skalar dan matriks yang ekuivalen, yaitu:

Tabel 2.1: Asumsi model regresi linier klasik

No.	Notasi skalar	Notasi matriks
1	$E(\varepsilon_i) = 0$, untuk setiap i	$E(\varepsilon) = 0$, dimana ε dan 0 adalah vektor kolom $N \times 1$, 0 merupakan vektor nol
2	$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, \quad i \neq j$ $= \sigma^2, \; i = j$	$E\left(\varepsilon\varepsilon^T\right) = \sigma^2 I$, dimana I adalah matriks identitas $N \times N$
3	$X_2, X_3, ..., X_K$ tidak stokastik	Matiks X dengan ordo $N \times K$ adalah tidak stokastik; yaitu terdiri dari sekelompok angka yang tetap

4	Tidak ada hubungan linier yang pasti antara variabel X yaitu tidak ada multikolinearitas	Rank (derajat) dari X adalah K (banyaknya kolom dalam X) dan K lebih kecil dari banyak observasi N
5	Untuk pengujian hipotesis, $\varepsilon_i \sim N\left(0,\sigma^2\right)$	Vektor ε memiliki distribusi normal *multivariate*, yaitu $\varepsilon \sim N\left(0,\sigma^2 I\right)$

(Sumber: Gujarati, 2004)

Asumsi 1 yang diberikan dalam tabel 2.1 berarti bahwa nilai yang diharapkan dari vektor *error* ε dari tiap unsurnya adalah nol. Lebih eksplisit, $E(\varepsilon)=0$ berarti

$$E\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \vdots\\ \varepsilon_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}E(\varepsilon_1)\\ E(\varepsilon_2)\\ \vdots\\ E(\varepsilon_N)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

Asumsi 2 dalam Tabel 2.1 dengan notasi matriks adalah cara yang ringkas dalam menyatakan dua asumsi yang diberikan dalam asumsi 2 dengan notasi skalar. Untuk melihat hal ini, dapat ditulis

$$E\left(\varepsilon\varepsilon^T\right)=E\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \vdots\\ \varepsilon_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_N\end{bmatrix}$$

dimana ε^T adalah *transpose* dari vektor kolom ε, atau suatu vektor baris. Dengan melakukan perkalian, dapat diperoleh

$$E\left(\varepsilon\varepsilon^{T}\right)=E\begin{bmatrix}\varepsilon_1^2 & \varepsilon_1\varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_1\varepsilon_N \\ \varepsilon_2\varepsilon_1 & \varepsilon_2^2 & \cdots & \varepsilon_2\varepsilon_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_N\varepsilon_1 & \varepsilon_N\varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_N^2\end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan operator harapan (*expectation*) E untuk tiap unsur dalam matriks di atas, diperoleh

$$E\left(\varepsilon\varepsilon^{T}\right)=\begin{bmatrix}E\left(\varepsilon_1^2\right) & E\left(\varepsilon_1\varepsilon_2\right) & \cdots & E\left(\varepsilon_1\varepsilon_N\right) \\ E\left(\varepsilon_2\varepsilon_1\right) & E\left(\varepsilon_2^2\right) & \cdots & E\left(\varepsilon_2\varepsilon_N\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ E\left(\varepsilon_N\varepsilon_1\right) & E\left(\varepsilon_N\varepsilon_2\right) & \cdots & E\left(\varepsilon_N^2\right)\end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

Karena asumsi homoskedastisitas dan tidak ada korelasi yang berurutan, maka matriks (2.6) menjadi

$$E\left(\varepsilon\varepsilon^{T}\right)=\begin{bmatrix}\sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2\end{bmatrix}$$

$$=\sigma^2\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (2.7)$$

$$=\sigma^2 I$$

dimana I adalah matriks identitas $N \times N$.

Matriks (2.6)[dan penyajiannya yang diberikan dalam (2.7)] disebut matriks varians-kovarians dari *error* ε_i, unsur pada diagonal utama dari matriks ini (bergerak dari sudut kiri-atas ke sudut kanan-bawah) memberikan varians, dan unsur di luar diagonal utama memberikan kovarians. Perhatikan bahwa matriks varians-kovarians adalah simetri (unsur di atas dan di bawah diagonal utama merupakan cerminan satu sama lain).

Asumsi 3 dalam notasi matriks menyatakan bahwa matriks X dengan ordo $N \times K$ tidak stokastik yaitu terdiri dari angka-angka yang tetap.

Asumsi 4 dalam notasi matriks menyatakan bahwa matriks X mempunyai derajat kolom penuh sama dengan K. Ini berarti bahwa kolom matriks X bebas linier, yaitu tidak ada hubungan linier yang pasti di antara variabel X dengan kata lain tidak terdapat multikolinearitas. Dalam notasi skalar, tidak ada sekumpulan angka-angka $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_K$ yang tidak semua nol sedemikian sehingga

$$\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_K x_{Ki} = 0 \qquad (2.8)$$

dimana x_{1i} adalah 1 untuk semua i. Dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai

$$\beta^T \mathrm{x} = 0 \qquad (2.9)$$

dimana β^T adalah vektor baris $1 \times K$ dan x adalah vektor kolom $K \times 1$.

Apabila terdapat hubungan yang pasti seperti (2.8), variabel-variabel dikatakan berkolinear dan sebaliknya (2.8) berlaku hanya jika $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta = 0$, maka variabel X dikatakan bebas linier.

2.2.3 *Transpose* suatu Matriks

Jika A adalah matriks $m \times n$, maka *tranpose* dari A, dinyatakan dengan A^T, didefinisikan sebagai matriks $n \times m$ yang didapatkan dengan mempertukarkan baris-baris dan kolom-kolom dari A, sehingga kolom pertama dari A^T adalah baris pertama dari A, kolom kedua dari A^T adalah baris kedua dari A, dan seterusnya.

Menurut Anton dan Rorres (2004), sifat-sifat *transpose* antara lain:

(a) $\left((A)^T\right)^T = A$

(b) $(A+B)^T = A^T + B^T$ dan $(A-B)^T = A^T - B^T$

(c) $(kA)^T = kA^T$, dengan k adalah skalar sebarang

(d) $(AB)^T = B^T A^T$

2.2.4 Invers Suatu Matriks

Definisi 2.5

Jika A adalah matriks bujursangkar, dan jika terdapat matriks B yang ukurannya sama sedemikian rupa sehingga $AB = BA = I$, maka A disebut dapat dibalik (*invertible*) dan B disebut invers (*inverse*) dari A. Jika matriks B tidak dapat didefinisikan, maka A dinyatakan sebagai matriks singular (Anton dan Rorres, 2004).

Teorema 5

Anton dan Rorres (2004) menyatakan bahwa jika B dan C kedua-duanya adalah invers dari matriks A, maka $B = C$.

Bukti:

Karena B adalah invers dari A, maka $BA = I$. Dengan mengalikan kedua ruas di sisi kanannya dengan C diperoleh $(BA)C = IC = C$. Tetapi $(BA)C = B(AC) = BI = B,$ sehingga $C = B.$

Sebagai konsekuensinya, jika A dapat dibalik maka inversnya akan dinyatakan dengan simbol A^{-1}. Jadi $AA^{-1} = I$ dan $A^{-1}A = I$.

Teorema 6

Menurut Anton dan Rorres (2004), jika A adalah matriks yang dapat dibalik, maka:

(a) A^{-1} dapat dibalik dan $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$.

(b) A^{n} dapat dibalik dan $\left(A^{n}\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^{n}$ untuk $n = 0,1,2,\ldots$

(c) Untuk skalar tak nol k sebarang, matriks kA dapat dibalik dan $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$

2.2.5 Matriks Ortogonal

Definisi 2.6

Anton dan Rorres (2004) menyatakan bahwa sebuah matriks bujursangkar A yang memiliki sifat

$$A^{-1} = A^{T}$$

disebut sebagai matriks ortogonal.

Dari definisi ini diketahui bahwa sebuah matriks bujursangkar A ortogonal jika dan hanya jika

$$AA^{T} = A^{T}A = I$$

Teorema 7

(a) Invers dari sebuah matriks ortogonal adalah sebuah matriks ortogonal.

(b) Hasil kali matriks-matriks ortogonal akan menghasilkan sebuah matriks ortogonal.

2.2.6 Pendiferensialan Matriks

Menurut Gujarati (2004), jika $\mathrm{a}^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_N \end{bmatrix}$ adalah suatu vektor baris dengan angka-angka, dan

$$\mathrm{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

adalah vektor kolom dari variabel-variabel $x_1, x_2, \ldots, x_N$, maka

$$\frac{\partial\left(\mathrm{a}^T \mathrm{x}\right)}{\partial \mathrm{x}} = \mathrm{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Bukti:

$$\mathrm{a}^T \mathrm{x} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 x_1 & a_2 x_2 & \cdots & a_N x_N \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial\left(\mathrm{a}^T \mathrm{x}\right)}{\partial \mathrm{x}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\left(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_N x_N\right)}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial\left(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_N x_N\right)}{\partial x_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \mathrm{a}$$

Perhatikan matriks $\mathrm{x}^T A \mathrm{x}$ sedemikian rupa sehingga

$$\mathrm{x}^T A \mathrm{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

maka,

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial \mathrm{x}} = 2A\mathrm{x} \tag{2.11}$$

yang merupakan vektor kolom dari N elemen, atau

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial \mathrm{x}} = 2\mathrm{x}^T A \tag{2.12}$$

yang merupakan vektor baris dari N elemen. Bukti:

$$\mathrm{x}^T A\mathrm{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j = a_{ii}x_i^2 + 2x_i \sum_{\substack{i=1 \\ j\neq 1}}^{n} a_{ij}x_j + \sum_{h\neq i}\sum_{j\neq i} a_{hj}x_h x_j$$

Turunkan terhadap x elemen ke-k didapat:

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T \mathrm{Ax}\right)}{\partial x_k} = \sum_{j=1}^{n} a_{kj}x_j + \sum_{i=1}^{n} a_{ik}x_i$$

Untuk $k = 1, 2, \ldots, N$ menghasilkan

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T \mathrm{Ax}\right)}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial x_N} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T \mathrm{Ax}\right)}{\partial x_k}=\begin{bmatrix}\left(a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1N}\right)x_1+\left(a_{11}x_1+a_{21}x_2+\cdots+a_{N1}x_N\right)\\ \left(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{2N}\right)x_2+\left(a_{12}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{N2}x_N\right)\\ \vdots \\ \left(a_{N1}+a_{N2}+\cdots+a_{NN}\right)x_N+\left(a_{1N}x_1+a_{2N}x_2+\cdots+a_{NN}x_N\right)\end{bmatrix}$$

$$= A\mathrm{x}+A^T\mathrm{x}=\left(A+A^T\right)\mathrm{x}$$

Karena A matriks simetris, dimana $A^T = A$, maka didapat:

$$\frac{\partial\left(\mathrm{x}^T A\mathrm{x}\right)}{\partial \mathrm{x}}= A\mathrm{x}+A\mathrm{x}=2A\mathrm{x}$$

2.3 Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode *Ordinary Least Square* merupakan salah satu metode bagian dari kuadrat terkecil dan sering hanya disebut kuadrat terkecil saja. Metode ini sering digunakan oleh para ilmuwan atau peneliti dalam proses penghitungan suatu persamaan regresi sederhana. Dalam penggunaan regresi, terdapat beberapa asumsi dasar yang dapat menghasilkan estimator linier tidak bias yang terbaik dari model regresi yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil atau biasa dikenal dengan regresi OLS agar estimasi koefisien regresi itu bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).

Misalkan ada persamaan model regresi linier *multivariate*:

$$y=\beta_1+\beta_2 x_2+\ldots+\beta_K x_K+\varepsilon \qquad (2.13)$$

dengan sejumlah N data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{21} & \cdots & x_{K1} \\ 1 & x_{22} & \cdots & x_{K2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2N} & \cdots & x_{KN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

yang dapat disederhanakan menjadi

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{2.15}$$

Variabel ε sangat memegang peran penting dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS khususnya tentang sifat statistikanya.

Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, *Gauss* telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$E(\varepsilon) = 0 \tag{2.16}$$

   yang berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai X. Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j. Heteroskedastisitas antar variabel ε

untuk setiap observasi tidak ada, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2, yaitu

$$Var\left(\varepsilon_i,\varepsilon_j\right)=\begin{cases}\sigma^2, i=j\\ 0 \;\; , i\neq j\end{cases} \tag{2.17}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} var\left(\varepsilon_1\right) & cov\left(\varepsilon_1,\varepsilon_2\right) & \cdots & cov\left(\varepsilon_1,\varepsilon_N\right) \\ cov\left(\varepsilon_2,\varepsilon_1\right) & var\left(\varepsilon_2\right) & \cdots & cov\left(\varepsilon_2,\varepsilon_N\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ cov\left(\varepsilon_N,\varepsilon_1\right) & cov\left(\varepsilon_N,\varepsilon_2\right) & \cdots & var\left(\varepsilon_N\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk

$$Cov\left(\varepsilon\right)=E\left[\left(\varepsilon-E\left(\varepsilon\right)\right)\left(\varepsilon-E\left(\varepsilon\right)\right)^T\right]=E\left(\varepsilon\varepsilon^T\right)=\sigma^2 I_N \tag{2.19}$$

3. Variabel X dan variabel ε adalah tidak saling tergantung untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned} Cov\left(X_i,\varepsilon_i\right) &= E\left[\left(X_i-E\left(X_i\right)\right)\left(\varepsilon_i-E\left(\varepsilon_i\right)\right)\right] \\ &= E\left[\left(X_i-E\left(X_i\right)\right)\left(\varepsilon_i-0\right)\right] \\ &= E\left[\left(X_i-E\left(X_i\right)\right)\varepsilon_i\right] \\ &= \left(X_i-E\left(X_i\right)\right)E\left(\varepsilon_i\right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Dari ketiga asumsi ini diperoleh:

$$E\left(y\right)=X\beta \tag{2.21}$$

dan kovariansi:

$$Cov\left(y\right)=\sigma^2 I_N \tag{2.22}$$

Misalkan sampel untuk y diberikan, maka aturan main yang memungkinkan dalam pemakaian sampel untuk mendapatkan taksiran dari β adalah dengan membuat $\varepsilon = y - X\beta$ sekecil mungkin. Dengan aturan main ini diharapkan akan menghasilkan komponen sistematik yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya, artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang y. Dengan kata lain, X tidak mampu menjelaskan y

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter β sehingga nilai fungsi,

$$S = \varepsilon^T \varepsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \qquad (2.23)$$

sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.23) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Akibatnya, *transpose* skalar tidak mengubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} S &= (y - X\beta)^T (y - X\beta) \\ &= \left(y^T - \beta^T X^T\right)\left(y - X\beta\right) \\ &= y^T y - y^T X\beta - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - \left(y^T X\beta\right)^T - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - \beta^T X^T y - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - 2\beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \end{aligned} \qquad (2.24)$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama S terhadap β,

$$\frac{dS}{d\beta} = 0 - 2X^T y + X^T X\beta + \left(\beta^T X^T X\right)^T$$
$$= -2X^T y + X^T X\beta + X^T X\beta \qquad (2.25)$$
$$= -2X^T y + 2X^T X\beta$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$X^T X\beta = X^T y \qquad (2.26)$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\beta}_{ols} = (X^T X)^{-1} X^T y \qquad (2.27)$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter β secara OLS (*Ordinary Least Square*). Sedangkan estimator kuadrat terkecil untuk variansinya σ^2, adalah

$$\hat{\sigma}_{ols} = \frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{N-K} = \frac{\left(y - X\hat{\beta}_{ols}\right)^T (y - X\hat{\beta}_{ols})}{N-K} \qquad (2.28)$$

(Aziz, 2010)

2.4 Metode *Generalized Least Square* (GLS)

Menurut Greene (1997), penanggulangan kasus heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan estimasi melalui pembobotan (*weighted*) yang dapat pula dikatakan sebagai kuadrat terkecil yang diberlakukan secara umum atau disebut *Generalized Least Squares* (GLS). Kasus heteroskedastisitas ini sering muncul apabila data yang digunakan adalah *cross-section*.

Gujarati (2003) mengatakan bahwa untuk data panel, metode *Generalized Least Squares* (GLS) lebih baik dan konsisten dibandingkan dengan metode OLS. Hal ini dikarenakan metode GLS dapat dianalisis dengan model *fixed effect* dan model *random effect*, sehingga dapat diketahui model mana yang terbaik. Metode GLS mengambil informasi secara eksplisit dan oleh karenanya mampu memproduksi *Best Linear Unbiased Estimation* (BLUE).

Model persamaan linier umum adalah

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{2.29}$$

dengan $\varepsilon \sim N(0, \Phi)$, dimana

$$\Phi = \sigma^2 \psi = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

matriks simetri dan *positive definite*. Karena Φ matriks simetri dan *positive definite* maka ada matriks C yang ortogonal $\left(C^T C = CC^T = I\right)$ sedemikian hingga $C^T \Phi C = D$ adalah matriks diagonal yang elemen-elemennya merupakan nilai-nilai eigen dari Φ.

Misalkan

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

dan tulis

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \end{bmatrix}$$

maka diperoleh $P^T DP = I$. Karena $C^T \Phi C = D$ maka $P^T C^T \Phi CP = P^T DP = I$. Misalkan $W = PC$ maka $I = P^T C^T \Phi CP = W^T \Phi W$ akibatnya diperoleh $\Phi = \left(W^T\right)^{-1} W^{-1} = \left(W^T W\right)^{-1}$ atau $\Phi^{-1} = W^T W$.

Dari persamaan model statistik linier diperoleh transformasi model menjadi

$$Wy = W\left(X\beta + \varepsilon\right) = WX\beta + W\varepsilon \qquad (2.30)$$

atau

$$y^* = X^*\beta + \varepsilon^* \qquad (2.31)$$

disebut sebagai *Generalized Least Squares Estimator* (GLSE), yaitu

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_{gls} &= \left(X^{*T}X^*\right)^{-1} X^{*T}y^* \\
&= \left[(WX)^T (WX)\right]^{-1} (WX)^T (Wy) \\
&= \left(X^T W^T WX\right)^{-1} X^T W^T Wy \\
&= \left(X^T \Phi^{-1} X\right)^{-1} X^T \Phi^{-1} y \\
&= \left(X^T \left(\sigma^2\psi\right)^{-1} X\right)^{-1} X^T \left(\sigma^2\psi\right)^{-1} y \\
&= \sigma^2 \left(X^T \psi^{-1} X\right)^{-1} X^T \left(1/\sigma^2\right) \psi^{-1} y \\
&= \left(X^T \psi^{-1} X\right)^{-1} X^T \psi^{-1} y
\end{aligned} \qquad (2.32)$$

yang merupakan *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) dengan matriks kovariansi

$$\begin{aligned}
Cov\left(\hat{\beta}_{gls}\right) &= \left(X^{*T}X^{*}\right)^{-1} \\
&= \left[(WX)^{T}(WX)\right]^{-1} \\
&= \left(X^{T}W^{T}WX\right)^{-1} \\
&= \left(X^{T}\Phi^{-1}X\right)^{-1} \\
&= \left(X^{T}\left(\sigma^{2}\psi\right)^{-1}X\right)^{-1} \\
&= \sigma^{2}\left(X^{T}\psi^{-1}X\right)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Jika digunakan estimasi *Ordinary Least Squares* (OLS) terhadap β maka estimasi ini tidak efisien, meskipun *unbiased estimator*, karena matriks kovariansi sebenarnya adalah

$$Cov\left(\hat{\beta}_{ols}\right) = \left(X^{T}X\right)^{-1}X^{T}\Phi X\left(X^{T}X\right)^{-1} \tag{2.34}$$

sehingga

$$Cov\left(\hat{\beta}_{ols}\right) - Cov\left(\hat{\beta}_{gls}\right) > 0 \tag{2.35}$$

Sedangkan estimasi untuk σ^{2} secara *Generalized Least Squares* adalah

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^{2}_{gls} &= \frac{1}{N-K}\left(y^{*}-x^{*}\hat{\beta}_{gls}\right)^{T}\left(y^{*}-x^{*}\hat{\beta}_{gls}\right) \\
&= \frac{1}{N-K}\left(Wy-Wx\hat{\beta}_{gls}\right)^{T}\left(Wy-Wx\hat{\beta}_{gls}\right) \\
&= \frac{1}{N-K}\left(W\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right)\right)^{T}\left(W\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right)\right) \\
&= \frac{1}{N-K}\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right)^{T}W^{T}W\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right) \\
&= \frac{1}{N-K}\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right)'\psi^{-1}\left(y-x\hat{\beta}_{gls}\right)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

2.5 Model Regresi Data Panel

2.5.1 Pengertian Data Panel

Menurut Rosadi (2006) data panel adalah tipe data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu atau kategori. Menurut Winarno (2007) data panel merupakan gabungan antara data silang (*cross section*) dengan data runtut waktu (*time series*). Menurut Setiawan dan Kusrini (2010) ada banyak sebutan untuk data panel ini, misalnya data terkelompok (*pooled data*), kombinasi berkala (kumpulan data berkala dan tampang lintang), data mikropanel (*micropanel data*), data bujur (*longitudinal data* atau studi sekian waktu pada sekelompok objek penelitian), analisis riwayat peristiwa (*event history analysis*) atau studi sepanjang waktu dari sekumpulan objek sampai mencapai keberhasilan atau kondisi tertentu.

Data panel diperkenalkan oleh Howles pada tahun 1950. Contoh dari data panel yaitu terdapat tiga perusahaan A, B, dan C yang mana masing-masing perusahaan memiliki data penjualan, biaya iklan, dan laba dalam kurun waktu empat tahun, yaitu 2001 hingga 2004. Sehingga struktur data tersebut adalah data panel (*cross section* adalah banyak perusahaan dengan data penjualan, biaya iklan, dan laba, dan *time series* adalah banyak data *series* 4 tahun) (Winarno, 2007). Menurut Gujarati (2003) data panel dapat dibedakan menjadi dua, *balanced panel* dan *unbalanced panel*. *Balanced panel* terjadi jika panjangnya waktu untuk setiap unit *cross section* sama. Sedangkan *unbalanced* terjadi jika panjangnya waktu tidak sama untuk setiap unit *cross section*.

Menurut Setiawan dan Kusrini (2010) kelebihan data panel dibandingkan dengan data *time series* dan data *cross section* adalah sebagai berikut:

1. Data panel memberikan data yang lebih informatif, lebih variatif, kurang korelasi antar variabelnya, lebih banyak derajat kebebasannya, dan lebih efisien. Lebih sesuai untuk mempelajari perubahan secara dinamis, misalnya untuk mempelajari pengangguran atau perpindahan pekerjaan.
2. Data panel dapat digunakan untuk mempelajari model-model perilaku, misalnya pembelajaran fenomena perubahan skala ekonomi dan teknologi.

2.5.2 Model Regresi Data Panel

Menurut Firdaus (2004) analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara variabel yang mendukung sebab akibat. Regresi menggunakan data panel disebut model regresi data panel. Bentuk umum model regresi data panel adalah sebagai berikut:

$$y_{it} = x_{it}^{T}\beta + \varepsilon_{it} \quad (2.37)$$

dimana:

y_{it} = variabel terikat untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t

$x_{it}^{'}$ = matriks dengan ordo $1 \times k$

β = parameter yang tidak diketahui dengan matriks $k \times 1$

ε_{it} = *error* untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t

i = $1, 2, \ldots, N$ untuk unit individu

t = $1, 2, \ldots, T$ untuk waktu

Menurut Gujarati (2003) dalam menentukan model regresi data panel terdapat beberapa kemungkinan antar intersep, koefisien *slope* dan *error term*, yaitu:

1. Intersep dan koefisien *slope* konstan sepanjang waktu dan individu, *error* berbeda sepanjang waktu dan individu.
2. Koefisien *slope* konstan, tetapi intersep bervariasi sepanjang individu.
3. Koefisien *slope* konstan, tetapi intersep bervariasi sepanjang waktu dan individu.
4. Intersep dan koefisien *slope* bervariasi sepanjang individu.
5. Intersep dan koefisien *slope* bervariasi sepanjang waktu dan individu.

Beberapa kemungkinan tersebut menunjukkan bahwa semakin banyak variabel penjelasnya dan semakin kompleks estimasi parameternya, sehingga diperlukan beberapa metode untuk melakukan estimasi parameternya, seperti pendekatan model *common effect*, *fixed effect*, dan *random effect* (Gujarati, 2003).

Data panel, juga disebut data *longitudinal* atau data *cross sectional time series* adalah data dimana beberapa kasus (orang-orang, perusahaan, negara) yang diamati pada dua atau lebih periode waktu. Contohnya *National Longitudinal Survey of Youth*, dimana sampel representatif secara nasional dari kaum muda yang disurvei masing-masing berulang kali selama beberapa tahun, atau dengan kata lain data panel adalah gabungan dari data *time series* (antar waktu) dan data *cross section* (antar individu/ruang). Untuk menggambarkan data panel secara singkat, misalkan pada data *cross section*, nilai dari satu variabel atau lebih dikumpulkan untuk beberapa unit sampel pada suatu waktu. Dalam data panel, unit *cross section* yang sama disurvei dalam beberapa waktu (Gujarati, 2003).

Ada dua jenis informasi dalam data *cross sectional time series* yaitu informasi *cross sectional* yang tercermin dalam perbedaan antar subyek, dan *time series* yang tercermin melalui perubahan subyek dari waktu ke waktu yang merupakan informasi dalam subyek itu sendiri. Teknik regresi data panel dapat menghasilkan beberapa analisis dari jenis informasi yang berbeda. Meskipun dimungkinkan untuk menggunakan teknik regresi berganda biasa pada data panel tersebut, tetapi hasilnya tidak akan optimal. Estimasi koefisien yang diperoleh dari regresi mungkin akan dipengaruhi oleh bias dari variabel yang hilang. Masalah ini biasa muncul ketika ada beberapa variabel yang tidak diketahui atau variabel yang tidak dapat dikontrol yang mempengaruhi variabel dependen. Data panel akan memungkinkan untuk mengendalikan beberapa jenis variabel yang hilang bahkan tanpa mengamati variabel yang dimaksud, dengan mengamati perubahan dalam variabel dependen dari waktu ke waktu. Hal ini bertujuan untuk mengontrol variabel yang hilang yang berbeda antar kasus tetapi konstan dari waktu ke waktu.

Metode *fixed effect* adalah metode yang digunakan apabila ingin mengontrol variabel yang hilang yang berbeda antar kasus tetapi konstan dari waktu ke waktu. Metode ini memungkinkan untuk menggunakan perubahan variabel dari waktu ke waktu guna memperkirakan pengaruh dari variabel independen pada variabel dependen, dan merupakan teknik utama yang digunakan untuk analisis data panel. Metode *beetwen effect* adalah metode yang digunakan apabila ingin mengontrol variabel yang hilang yang berubah dari waktu ke waktu namun konstan antar kasus. Hal ini memungkinkan untuk menggunakan variasi antar kasus dan memperkirakan pengaruh dari variabel independen yang hilang pada variabel dependen. Metode ini penting karena digunakan untuk menghasilkan metode *random effect*.

Metode *random effect* digunakan jika terdapat keyakinan bahwa beberapa variabel yang hilang konstan dari waktu ke waktu tetapi bervariasi antar kasus, dan yang lain mungkin tetap antar kasus tetapi bervariasi dari waktu ke waktu. Dengan demikian metode ini bermanfaat ketika terdapat data dengan dua tipe jenis varibel yang hilang sebagaiman tersebut di atas.

Cara umum untuk menentukan metode *fixed effect* atau *random effect* yang akan digunakan dalam penelitian adalah dengan menjalankan tes Hausman. Secara statistik, *fixed effect* merupakan metode yang biasa digunakan untuk data panel karena selalu memberikan hasil yang konsisten. Namun metode ini bukan merupakan metode yang paling efisien. *Random effect* akan memberikan $P-value$ yang lebih baik karena merupakan estimator yang lebih efisien, sehingga metode ini disarankan apabila secara statistik benar untuk digunakan.

Tes Hausman melakukan pengecekan antara model yang lebih efisien dibandingkan model yang kurang efisien tetapi konsisten, untuk memastikan bahwa model yang lebih efisien juga memberikan hasil yang konsisten. Untuk menjalankan tes Hausman dengan membandingkan *fixed* dan *random effect*, pertama harus terlebih dahulu mengestimasi model *fixed effect*, simpan koefisien hasil kemudian bandingkan dengan hasil model berikutnya, estimasi model *random effect*, dan kemudian lakukan perbandingan. Tes Hausman mengetes hipotesis nol bahwa koefisien yang diestimasi dari estimator *random effect* sama dengan yang diestimasi oleh estimator *fixed effect*. Jika *P-value* tidak signifikan, maka aman untuk menggunakan *random effect*. Jika didapatkan *P-value* yang signifikan maka harus digunakan *fixed effect*.

2.5.3 Model Regresi Data Panel Dinamis

Analisis data panel dapat digunakan pada model yang bersifat dinamis karena data panel cocok untuk analisis *dynamic of adjusment*. Sejalan dengan adanya model *cross section* atau *time series*, hubungan dinamis yang dicirikan oleh data panel dengan memasukkan lag dari peubah atau variabel dependen sebagai regresor dalam regresi. Akibatnya muncul masalah endogenitas, sehingga bila model diestimasi dengan pendekatan *fixed-effect* maupun *random-effect* akan menghasilkan penduga yang bias dan tidak konsisten. Untuk itu maka muncul pendekatan GMM (*Generalized Method of Moments*). Sebagai ilustrasi, dapat diketahui dengan model data panel dinamis yang telah dikemukakan oleh Baltagi (2005) sebagai berikut:

$$\begin{gathered} y_{it} = \delta y_{i,t-1} + X_{it}^{T}\beta + u_{it} \\ i = 1, 2, 3, \ldots, n; \qquad t = 1, 2, 3, \ldots, T \end{gathered} \tag{2.38}$$

dimana δ menyatakan besaran skalar, $x_{it}^{'}$ menyatakan matriks berukuran $1 \times k$ dan β berukuran $k \times 1$. Dalam hal ini ε_{it} diasumsikan mengikuti model *one way error component* sebagai berikut:

$$u_{it} = \varpi_i + \pi_{it} \tag{2.39}$$

dimana $\varpi_i \sim \text{IID}(0,\sigma_\varpi^2)$ menyatakan pengaruh individu dan $\pi_{it} \sim \text{IID}(0,\sigma_\pi^2)$ menyatakan *error* yang saling bebas satu sama lain.

Dalam model data panel statis, dapat ditunjukkan bahwa adanya konsistensi dan efisiensi baik pada FEM (*Fixed Effect Model*) maupun REM (*Random Effect Model*) terkait perlakuan terhadap u_i. Namun, pada model data panel dinamis, situasi ini secara substansi sangat berbeda, karena y_{it} merupakan fungsi dari ϖ_i maka $y_{i,t-1}$ juga merupakan fungsi dari ϖ_i. Oleh karena itu, $y_{i,t-1}$ *regressor* sebelah kanan pada persamaan (2.38) berkorelasi dengan *error term*. Hal ini menyebabkan estimator OLS menjadi bias dan tidak konsisten, bahkan bila π_{it} tidak berkorelasi serial (Baltagi, 2005).

2.6 Kronecker *Product*

2.6.1 Definisi Kronecker *Product*

Menurut Graham (1981), misalkan matriks $A=\left[a_{ij}\right]$ dengan ordo $m\times n$ dan makriks $B=\left[b_{ij}\right]$ dengan ordo $r\times s$. Kronecker *product* dari kedua matriks tersebut, disimbolkan dengan $A\otimes B$ adalah matriks partisi

$$A\otimes B=\begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

$A\otimes B$ dipandang matriks berordo $mr\times ns$.

Contoh:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

maka

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B \\ a_{21}B & a_{22}B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{11} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

2.6.2 Sifat-sifat Kronecker *Product*

1. Jika α skalar, maka $A \otimes (\alpha B) = \alpha (A \otimes B)$
2. Bersifat distributif yaitu:
   a. $(A + B) \otimes C = A \otimes C + B \otimes C$
   b. $A \otimes (B + C) = A \otimes B + A \otimes C$
3. Bersifat asosiatif yaitu $A \otimes (B \otimes C) = (A \otimes B) \otimes C$
4. Terdapat:
   a. elemen nol $0_{mn} = 0_m \otimes 0_n$
   b. elemen satuan $I_{mn} = I_m \otimes I_n$

   Semua matriks satuan adalah matriks persegi. Misalnya I_m adalah matriks satuan dengan ordo $m \times m$.
5. $(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$
6. $(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD$
7. Diberikan A_{mm} dan B_{nn} maka $(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}$

8. $vec(AYB) = (B^T \otimes A)vecY$

9. Untuk matriks A_{mm} dan matriks B_{nn}, maka

   $|A \otimes B| = |A|^n |B|^m$

10. Jika diberikan fungsi f, A adalah matriks dengan ordo $(n \times n)$ dan $f(A)$ ada, maka

    $f(I_m \otimes A) = I_m \otimes f(A)$ dan $f(A \otimes I_m) = f(A) \otimes I_m$

11. $tr(A \otimes B) = trAtrB$

12. $rank(A \otimes B) = rank(A)rank(B)$

2.7 *One-way Error Component*

Kebanyakan aplikasi data panel menggunakan *one-way error component model* untuk *error*nya, dengan:

$$\varepsilon_{it} = \mu_i + v_{it}$$

dimana μ_i menunjukkan pengaruh individu yang tidak terobservasi, dan v_{it} menyatakan *error*. Sebagai contoh, persamaan gaji dalam perekonomian buruh, variabel terikatnya (y_{it}) yaitu ukuran gaji tiap individu dalam satu rumah tangga, sedangkan variabel bebasnya (x_{it}) yang memuat himpunan dari variabel-variabel seperti pengalaman, pendidikan, status perkawinan, jenis kelamin, ras, dan sebagainya. Catatan bahwa μ_i merupakan waktu invarian dan dapat dihitung dari beberapa pengaruh individu yang tidak termuat dalam regresi. Pada kasus ini, peneliti dapat menduga bahwa μ_i sebagai kemampuan individu yang tidak terobservasi. *Error* (v_{it}) berubah-ubah dengan individu-individu dan waktu. Sebagai alternatifnya, untuk fungsi produksi dengan mengggunakan data waktu siang pada perusahaan, y_{it} akan mengukur keluaran (*output*) dan x_{it} akan mengukur masukan-masukan (*inputs*). Pengaruh khusus perusahaan yang tidak terobservasi akan dimuat oleh μ_i dan peneliti dapat memikirkan ini sebagai kemampuan usaha yang tidak terobservasi atau kemampuan mengatur dari eksekutif-eksekutif perusahaan (Baltagi, 2005).

2.8 Cara Menerima Informasi dalam Islam

Mempelajari matematika yang sesuai dengan paradigma Ulul Albab tidak cukup berbekal kemampuan intelektual semata, tetapi perlu didukung secara bersama dengan kemampuan emosional dan spiritual. Pola pikir deduktif dan logis dalam matematika juga bergantung pada kemampuan intuitif dan imajinatif serta mengembangkan pendekatan rasional empiris dan logis (Abdussakir, 2006).

Dalam Al-Qur’an surat Al-Hujuraat ayat 6:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya:

“*Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, Maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.*”

Ayat ini turun berkaitan dengan Al-Walid bin Abu Mu’aith, ketika dia diutus Rasulullah *Shallallahu Alaihi wa Sallam* untuk pergi ke Bani Musthaliq, setelah peperangan dengan mereka, dengan tujuan menarik shadaqah yang harus dikeluarkan Bani Musthaliq. Sementara antara dirinya dan mereka sudah ada permusuhan semenjak masa Jahiliyah. Ketika mendengar kedatangannya, mereka pun siap-siap hendak menyambutnya, sebagai bentuk penghormatan terhadap perintah Rasulullah *Shallallahu Alaihi wa Sallam*. Tetapi tiba-tiba saja setan membisiki hatinya, bahwa seakan-akan mereka hendak membunuhnya. Maka tidak mengherankan jika kemudian dia lari karena takut kepada mereka. Dia kembali menemui Rasulullah *Shallallahu Alaihi wa Sallam* dan berkata kepada beliau, "Sesungguhnya Bani Musthaliq menolak menyerahkan shadaqah dan bahkan mereka hendak membunuhku."

Mendengar penuturannya itu, beliau menjadi marah dan berkeinginan untuk menyerbu mereka. Orang-orang Bani Musthaliq mendengar kembalinya Al-Walid, maka mereka menemui beliau dan berkata, "Wahai Rasulullah, kami mendengar kedatangan utusan engkau. Maka kami pun keluar untuk menyambutnya dan menghormatinya. Kami juga akan menyerahkan kepadanya apa yang sudah kami setujui dari hak Allah. Tapi kemudian kami mendapatkan kenyataan ini. Kami khawatir ada surat yang engkau kirimkan kepadanya agar dia balik jalan karena kemarahan engkau kepada kami. Sesungguhnya kami berlindung kepada Allah dari murka-Nya dan kemarahan Rasul-Nya."

Rasulullah *Shallallahu Alaihi wa Sallam* masih sangsi terhadap pernyataan mereka ini. Maka beliau mengutus Khalid bin Al-Walid dalam sebuah pasukan untuk melakukan penyelidikan secara diam-diam terhadap Bani Musthaliq. Beliau berpesan kepadanya, "Selidiki, apabila engkau melihat tanda-tanda yang menunjukkan iman mereka, maka ambillah zakat dari harta mereka. Namun apabila engkau tidak melihat keadaan itu, maka gunakanlah kekuatan seperti yang engkau gunakan untuk menghadapi orang-orang kafir."

Maka Khalid melaksanakan tugas ini dan mendekati perkampungan mereka. Di sana dia mendengar suara adzan untuk shalat maghrib dan isya'. Maka dia pun mengambil shadaqah dari tangan mereka, dan dia tidak melihat kecuali ketaatan dan kebaikan. Sekembalinya menghadap Rasulullah *Shallallahu Alaihi wa Sallam*, dia menceritakan apa yang dilihatnya kepda beliau. Maka turunlah ayat ini (Qayyim, 2004).

An-Naba' dalam ayat ini berarti berita yang masih belum pasti yang disampaikan pembawa berita itu. *At-Tabayyun* adalah mencari penjelasan hakikat berita itu dan memeriksa seluk-beluknya. Di sini terkandung faedah yang lembut, bahwa Allah tidak memerintah untuk menolak berita yang dibawa orang fasik, kebohongan atau kesaksiannya secara menyeluruh. Tapi hanya ada perintah meneliti, *tabayyun*. Jika ada komparasi-komparasi dan bukti-bukti lain dari luar yang menunjukkan kebenarannya, maka berita yang dibawanya dapat dilaksanakan dengan bukti yang benar, meskipun ada berita lain lagi (Qayyim, 2004).

Begitulah yang harus dilaksanakan ketika mendapatkan berita dari orang fasik dan kesaksiannya. Sebab banyak orang fasik yang juga benar dalam berbagai pengabaran, riwayat dan kesaksiannya. Bahkan banyak di antara mereka yang mencari-cari pembenaran, tapi kefasikannya merupakan sisi yang lain lagi. Orang semacam ini tidak harus ditolak berita dan kesaksiannya. Sebab jika kesaksian semacam ini ditolak, lalu berapa banyak hak yang akan tersia-siakan dan banyak berita benar yang harus diabaikan, apalagi jika ukuran kefasikannya dilihat dari sisi kedustaan. Namun apabila kedustaannya berkali-kali dan cukup sering sehingga kedustaannya lebih dominan daripada kejujurannya, maka berita dan kesaksiannya tidak boleh diterima.

Menurut Al-Banna (2010), makna ayat yang mulia ini adalah; wahai kalian yang beriman dan membenarkan Kitab Islam serta Rasul Islam, jika disampaikan berita dan kabar kepada kalian, hendaknya kalian memastikan kebenarannya dan mengklarifikasi hakikat permasalahannya dan janganlah kalian menerima begitu saja yang berakibat pada tindakan yang tidak tepat dan menimbulkan penyesalan.

Mereka harus benar-benar meneliti permasalahan dan menimbangnya dengan timbangan akal, hikmah, dan pemahaman. Setelah itu Allah menjelaskan kepada mereka bahwasanya di antara mereka ada timbangan lain yang harus mereka gunakan dalam masalah ini agar mereka menerapkannya dan menetapkan sesuai dengan ketentuannya, yaitu wahyu dan Rasul Saw. Jika kaidah umum dalam mengetahui hakikat-hakikat sesuatu adalah kita harus mencermatinya dengan cahaya akal, maka hendaknya orang-orang yang beriman mengetahui bahwa di antara mereka ada cara lain untuk mengetahui hakikat-hakikat ini yaitu Rasulullah Saw. yang menjadi tempat turunnya perintah Allah dan wahyu-Nya. Mereka harus menaati beliau dan menerapkan pendapat beliau dalam masalah seperti ini. Seandainya Rasul Saw. mematuhi mereka dan menerapkan pendapat mereka, sedangkan dalam banyak hal mereka tidak memastikan hakikat permasalahannya, niscaya hal itu membuat mereka dilanda kelelahan dan kesulitan.

Menurut tafsir Ibnu Kasir (2000), Allah Swt. memerintahkan agar benar-benar meneliti yang dibawa oleh orang-orang fasik dalam rangka mewaspadainya, sehingga tidak ada seorang pun yang memberikan keputusan berdasarkan perkataan orang fasik tersebut, dimana pada saat itu orang fasik tersebut berpredikat sebagai seorang pendusta dan berbuat kekeliruan, sehingga orang yang memberikan keputusan berdasarkan ucapan orang fasik itu berarti ia telah mengikutinya dari belakang. Padahal Allah Swt. telah melarang untuk mengikuti jalan orang-orang yang berbuat kerusakan. Dari sini pula, beberapa kelompok ulama melarang untuk menerima riwayat yang diperoleh dari orang yang tidak diketahui keadaannya karena adanya kemungkinan orang tersebut fasik. Namun kelompok lain menerimanya, menurut mereka, kami ini hanya diperintahkan untuk memberikan kepastian berita yang dibawa oleh orang fasik, sedangkan orang ini tidak terbukti sebagai seorang fasik karena tidak diketahui keadaannya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Model Regresi Data Panel Dinamis

Bentuk umum model data panel dinamis adalah sebagai berikut:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + x_{it}^{T}\beta + u_{it} \tag{3.1}$$

dengan u_{it} diasumsikan mengikuti *one way error component* sebagai berikut:

$$u_{it} = \varpi_i + \pi_{it} \tag{3.2}$$

dimana $\varpi_i \sim \text{IID}(0, \sigma_{\varpi}^2)$ dan $\pi_{it} \sim \text{IID}(0, \sigma_{\pi}^2)$.

Dengan menggabungkan persamaan (3.1) dan (3.2), maka diperoleh:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + x_{it}^{T}\beta + \varpi_i + \pi_{it} \tag{3.3}$$

dimana:

y_{it}	=	variabel terikat untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*
$y_{i,t-1}$	=	variabel bebas untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t
δ	=	koefisien lag variabel dependen
x_{it}^{T}	=	matriks berukuran $(1\times K)$ yang berisikan variabel bebas untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*
β	=	matriks berukuran $(K\times 1)$ yang berisikan parameter variabel bebas
u_{it}	=	*error* untuk unit individu ke-i dan waktu ke-t

ϖ_i = *error* untuk *cross-section*

π_{it} = *error* atau gangguan yang saling bebas satu sama lain

i = $1,2,3,\ldots,\ N$

t = $1,2,3,\ldots,T$

Karena x_{it}^T adalah matriks yang berukuran $(1\times K)$ dan β adalah matriks yang berukuran $(K\times 1)$, maka persamaan (3.3) menjadi:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + \begin{bmatrix} 1 & x_{2it} & \cdots & x_{Kit} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix} + \varpi_i + \pi_{it}$$

$$= \delta y_{i,t-1} + \beta_1 + x_{2it}\beta_2 + \cdots + x_{Kit}\beta_K + \varpi_i + \pi_{it}$$

$$= \delta y_{i,t-1} + \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} x_{kit}\beta_k + \varpi_i + \pi_{it}$$

Model data panel dinamis terdapat n persamaan individu untuk T observasi waktu yang ditentukan.

Untuk $t=1$

$$y_{11} = \delta y_{10} + \beta_1 + x_{211}\beta_2 + \cdots + x_{K11}\beta_K + \varpi_1 + \pi_{11}$$
$$y_{21} = \delta y_{20} + \beta_1 + x_{221}\beta_2 + \cdots + x_{K21}\beta_K + \varpi_2 + \pi_{21}$$
$$\vdots$$
$$y_{N1} = \delta y_{N0} + \beta_1 + x_{2N1}\beta_2 + \cdots + x_{KN1}\beta_K + \varpi_N + \pi_{N1}$$

karena data y_{i0} tidak ada (tidak terobservasi), maka $t=1$ tidak dapat dipakai, sehingga yang digunakan hanya data pada saat $t = 2,3,\ldots,T$.

Untuk $t=2$

$$y_{12} = \delta y_{11} + \beta_1 + x_{212}\beta_2 + \cdots + x_{K12}\beta_K + \varpi_1 + \pi_{12}$$
$$y_{22} = \delta y_{21} + \beta_1 + x_{222}\beta_2 + \cdots + x_{K22}\beta_K + \varpi_2 + \pi_{22}$$
$$\vdots$$
$$y_{N2} = \delta y_{N1} + \beta_1 + x_{2N2}\beta_2 + \cdots + x_{KN2}\beta_K + \varpi_N + \pi_{N2}$$

sehingga bentuk matriksnya menjadi:

$$\underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \end{bmatrix}} = \delta \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{N1} \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{212} & \cdots & x_{K12} \\ 1 & x_{222} & \cdots & x_{K22} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2N2} & \cdots & x_{KN2} \end{bmatrix}}_{N\times K} \underset{K\times 1}{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \varpi_1 \\ \varpi_2 \\ \vdots \\ \varpi_N \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \pi_{12} \\ \pi_{22} \\ \vdots \\ \pi_{N2} \end{bmatrix}}$$

Untuk $t = 3$

$$y_{13} = \delta y_{12} + \beta_1 + x_{213}\beta_2 + \cdots + x_{K13}\beta_K + \varpi_1 + \pi_{13}$$
$$y_{23} = \delta y_{22} + \beta_1 + x_{223}\beta_2 + \cdots + x_{K23}\beta_K + \varpi_2 + \pi_{23}$$
$$\vdots$$
$$y_{N3} = \delta y_{N2} + \beta_1 + x_{2N3}\beta_2 + \cdots + x_{KN3}\beta_K + \varpi_N + \pi_{N3}$$

sehingga bentuk matriksnya:

$$\underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{13} \\ y_{23} \\ \vdots \\ y_{N3} \end{bmatrix}} = \delta \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{213} & \cdots & x_{K13} \\ 1 & x_{223} & \cdots & x_{K23} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2N3} & \cdots & x_{KN3} \end{bmatrix}}_{N\times K} \underset{K\times 1}{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \varpi_1 \\ \varpi_2 \\ \vdots \\ \varpi_N \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \pi_{13} \\ \pi_{23} \\ \vdots \\ \pi_{N3} \end{bmatrix}}$$

dan demikian untuk t selanjutnya hingga $t = T$:

$$y_{1T} = \delta y_{1,T-1} + \beta_1 + x_{21T}\beta_2 + \cdots + x_{K1T}\beta_K + \varpi_1 + \pi_{1T}$$
$$y_{2T} = \delta y_{2,T-1} + \beta_1 + x_{22T}\beta_2 + \cdots + x_{K2T}\beta_K + \varpi_2 + \pi_{2T}$$
$$\vdots$$
$$y_{NT} = \delta y_{N,T-1} + \beta_1 + x_{2NT}\beta_2 + \cdots + x_{KNT}\beta_K + \varpi_N + \pi_{NT}$$

sehingga bentuk matriksnya:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{1T} \\ y_{2T} \\ \vdots \\ y_{NT} \end{bmatrix}}_{N\times 1} = \delta \underbrace{\begin{bmatrix} y_{1,T-1} \\ y_{2,T-1} \\ \vdots \\ y_{N,T-1} \end{bmatrix}}_{N\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{21T} & \cdots & x_{K1T} \\ 1 & x_{22T} & \cdots & x_{K2T} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2NT} & \cdots & x_{KNT} \end{bmatrix}}_{N\times K} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}}_{K\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varpi_1 \\ \varpi_2 \\ \vdots \\ \varpi_N \end{bmatrix}}_{N\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \pi_{1T} \\ \pi_{2T} \\ \vdots \\ \pi_{NT} \end{bmatrix}}_{N\times 1}$$

Agar mengetahui bentuk keseluruhan untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, N$ dan waktu yang ditentukan mulai dari $t = 2$ hingga $t = T$, maka diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} y_{i2} &= \delta y_{i1} + \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} x_{ki2}\beta_k + \varpi_i + \pi_{i2} \\ y_{i3} &= \delta y_{i2} + \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} x_{ki3}\beta_k + \varpi_i + \pi_{i3} \\ &\vdots \\ y_{iT} &= \delta y_{i,T-1} + \beta_1 + \sum_{k=2}^{K} x_{kiT}\beta_k + \varpi_i + \pi_{iT} \end{aligned}$$

atau dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1} = \delta \underbrace{\begin{bmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{2i2} & \cdots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2iT} & \cdots & x_{KiT} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times K} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}}_{K\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varpi_i \\ \vdots \\ \varpi_i \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \pi_{i2} \\ \vdots \\ \pi_{iT} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1} \tag{3.4}$$

dimana:

$$y_{it} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1}, \; y_{i,t-1} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times 1}, \; \delta \text{ besaran skalar,}$$

$$x = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_{2i2} & \cdots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2iT} & \cdots & x_{KiT} \end{bmatrix}}_{N(T-1)\times K},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}_{K\times 1},\ \varpi_i = \begin{bmatrix} \varpi_i \\ \vdots \\ \varpi_i \end{bmatrix}_{N(T-1)\times 1},\ \text{dan}\ \pi_{it} = \begin{bmatrix} \pi_{i2} \\ \vdots \\ \pi_{iT} \end{bmatrix}_{N(T-1)\times 1}.$$

dalam penelitian kali ini, peneliti hanya akan mengestimasi parameter δ yang merupakan langkah awal (*pre-estimation*) model regresi data panel dinamis. Karena dengan diketahuinya parameter δ, maka untuk langkah selanjutnya yaitu mengestimasi parameter β dapat dilakukan dengan mudah menggunakan estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) atau *Maximum Likelihood* (ML).

3.2 Model Arellano dan Bond pada Data Panel dinamis

Arellano dan Bond berpendapat bahwa tambahan instrumen dapat diperoleh dalam model data panel dinamis jika memanfaatkan kondisi ortogonalitas yang ada di antara nilai-nilai *lag* dari y_{it} dan gangguan v_{it}. Sehingga tanpa regressor, persamaan (3.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \ \text{untuk}\ \ i = 1,2,\ldots,N;\ \text{dan}\ t = 2,3,\ldots,T \tag{3.5}$$

ε_{it} pada persamaan (3.5) diasumsikan mengikuti model *one way error component* sebagai berikut:

$$\varepsilon_{it} = \mu_i + v_{it} \tag{3.6}$$

dimana $\mu_i \sim IID(0,\sigma_\mu^2)$ menyatakan pengaruh individu dan $v_{it} \sim IID(0,\sigma_v^2)$ menyatakan gangguan yang saling bebas satu sama lain.

Dengan menstubtitusikan persamaan (3.6) pada persamaan (3.5), maka diperoleh

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + \mu_i + v_{it} \text{ untuk } i = 1, 2, ..., N; \text{ dan } t = 2, 3, ..., T \quad (3.7)$$

Untuk $t = 2$ maka

$$y_{12} = \delta y_{11} + \mu_1 + v_{12}$$
$$y_{22} = \delta y_{21} + \mu_2 + v_{22}$$
$$\vdots$$
$$y_{N2} = \delta y_{N1} + \mu_N + v_{N2}$$

dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \end{bmatrix}} = \delta \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{N1} \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \\ \vdots \\ v_{N2} \end{bmatrix}}$$

Untuk $t = 3$ maka

$$y_{13} = \delta y_{12} + \mu_1 + v_{13}$$
$$y_{23} = \delta y_{22} + \mu_2 + v_{23}$$
$$\vdots$$
$$y_{N3} = \delta y_{N2} + \mu_N + v_{N3}$$

dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{13} \\ y_{23} \\ \vdots \\ y_{N3} \end{bmatrix}} = \delta \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix}} + \underset{N\times 1}{\begin{bmatrix} v_{13} \\ v_{23} \\ \vdots \\ v_{N3} \end{bmatrix}}$$

begitu seterusnya hingga $t = T$, sehingga untuk $i = 1, 2, ..., N$ dan $t = 2, 3, ..., T$ adalah sebagai berikut:

$$y_{12} = \delta y_{11} + \mu_1 + v_{12}$$

$$y_{22} = \delta y_{21} + \mu_2 + v_{22}$$

$$\vdots$$

$$y_{N2} = \delta y_{N1} + \mu_N + v_{N2}$$

$$y_{13} = \delta y_{12} + \mu_1 + v_{13}$$

$$y_{23} = \delta y_{22} + \mu_2 + v_{23}$$

$$\vdots$$

$$y_{N3} = \delta y_{N2} + \mu_N + v_{N3}$$

$$\vdots$$

$$y_{1T} = \delta y_{1,T-1} + \mu_1 + v_{1T}$$

$$y_{2T} = \delta y_{2,T-1} + \mu_2 + v_{2T}$$

$$\vdots$$

$$y_{NT} = \delta y_{N,T-1} + \mu_N + v_{NT}$$

atau dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut:

$$\underset{N^2\times 1}{\begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \\ y_{13} \\ y_{23} \\ \vdots \\ y_{N3} \\ \vdots \\ y_{1T} \\ y_{2T} \\ \vdots \\ y_{NT} \end{bmatrix}} = \delta \underbrace{\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{N1} \\ y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{N2} \\ \vdots \\ y_{1,T-1} \\ y_{2.T-1} \\ \vdots \\ y_{N,T-1} \end{bmatrix}}_{N^2\times 1} + \underset{N^2\times 1}{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \\ \vdots \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix}} + \underset{N^2\times 1}{\begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \\ \vdots \\ v_{N2} \\ v_{13} \\ v_{23} \\ \vdots \\ v_{N3} \\ \vdots \\ v_{1T} \\ v_{2T} \\ \vdots \\ v_{NT} \end{bmatrix}}$$

3.3 Estimasi Parameter Model Arellano dan Bond

Untuk mendapatkan estimasi yang konsisten dari δ dimana $N \to \infty$ dengan T tertentu, maka dilakukan beda pertama pada persamaan (3.7) yaitu

$$\begin{aligned} y_{it} - y_{i,t-1} &= \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + \left((\mu_i + v_{it}) - (\mu_i + v_{i,t-1})\right) \\ &= \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (\mu_i + v_{it} - \mu_i - v_{i,t-1}) \\ &= \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (v_{it} - v_{i,t-1}) \end{aligned} \tag{3.8}$$

misalkan $y_{it} - y_{i,t-1} = \Delta y$ dan $v_{it} - v_{i,t-1} = \Delta v$, maka persamaan tersebut menjadi:

$$\Delta y = \delta \Delta y_{-1} + \Delta v \tag{3.9}$$

dimana $(v_{it} - v_{i,t-1})$ adalah MA (1) dengan *unit root*.

Untuk $t = 3$ maka persamaan (3.8) menjadi:

$$y_{i3} - y_{i2} = \delta(y_{i2} - y_{i1}) + (v_{i3} - v_{i2})$$

y_{i1} pada persamaan tersebut merupakan variabel instrumental yang valid, karena y_{i1} berkorelasi dengan $(y_{i2} - y_{i1})$ dan tidak berkorelasi dengan *error*-nya yaitu $(v_{i3} - v_{i2})$ selama v_{it} tidak berkorelasi serial.

Untuk $t = 4$, maka persamaan (3.8) menjadi:

$$y_{i4} - y_{i3} = \delta(y_{i3} - y_{i2}) + (v_{i4} - v_{i3})$$

dengan variabel instrumental yang *valid* adalah y_{i2}.

Untuk $t = 5$, maka

$$y_{i5} - y_{i4} = \delta(y_{i4} - y_{i3}) + (v_{i5} - v_{i4})$$

dengan variabel instrumental yang valid adalah y_{i3}. Begitu seterusnya hingga $t=T$ dengan variabel instrumental yang valid adalah $y_{i,T-2}$, jadi himpunan variabel instrumental yang valid adalah $\{y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, ..., y_{i,T-2}\}$.

Jika ditulis dalam bentuk matriks untuk $t=3$ hingga $t=T$, maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{i3}-y_{i2} \\ y_{i4}-y_{i3} \\ y_{i5}-y_{i4} \\ \vdots \\ y_{iT}-y_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times 1} = \delta \underbrace{\begin{bmatrix} y_{i2}-y_{i1} \\ y_{i3}-y_{i2} \\ y_{i4}-y_{i3} \\ \vdots \\ y_{i,T-1}-y_{i,T-2} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} v_{i3}-v_{i2} \\ v_{i4}-v_{i3} \\ v_{i5}-v_{i4} \\ \vdots \\ v_{iT}-v_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times 1}$$

Sehingga, matriks varians-kovarians dari *error* (v_{it}) pada persamaan (3.5) dengan $t=3$ hingga $t=T$ dapat ditulis:

$$E(\Delta v \Delta v') = E\left(\underbrace{\begin{bmatrix} v_{i3}-v_{i2} \\ v_{i4}-v_{i3} \\ \vdots \\ v_{iT}-v_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times 1} \underbrace{\begin{bmatrix} v_{i3}-v_{i2} & v_{i4}-v_{i3} & \cdots & v_{iT}-v_{i,T-1} \end{bmatrix}}_{1\times N(T-2)} \right)$$

$$= E\left(\underbrace{\begin{bmatrix} (v_{i3}-v_{i2})(v_{i3}-v_{i2}) & (v_{i3}-v_{i2})(v_{i4}-v_{i3}) & \cdots & (v_{i3}-v_{i2})(v_{iT}-v_{i,T-1}) \\ (v_{i4}-v_{i3})(v_{i3}-v_{i2}) & (v_{i4}-v_{i3})(v_{i4}-v_{i3}) & \cdots & (v_{i4}-v_{i3})(v_{iT}-v_{i,T-1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (v_{iT}-v_{i,T-1})(v_{i3}-v_{i2}) & (v_{iT}-v_{i,T-1})(v_{i4}-v_{i3}) & \cdots & (v_{iT}-v_{i,T-1})(v_{iT}-v_{i,T-1}) \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \right)$$

$$E(\Delta v \Delta v') = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathrm{var}(v_{i3}-v_{i2}) & cov\big((v_{i3}-v_{i2}),(v_{i4}-v_{i3})\big) & \cdots & cov\big((v_{i3}-v_{i2}),(v_{iT}-v_{i,T-1})\big) \\ cov\big((v_{i4}-v_{i3}),(v_{i3}-v_{i2})\big) & \mathrm{var}(v_{i4}-v_{i3}) & \cdots & cov\big((v_{i4}-v_{i3}),(v_{iT}-v_{i,T-1})\big) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ cov\big((v_{iT}-v_{i,T-1}),(v_{i3}-v_{i2})\big) & cov\big((v_{iT}-v_{i,T-1}),(v_{i4}-v_{i3})\big) & \cdots & \mathrm{var}(v_{iT}-v_{i,T-1}) \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)}$$

karena

$$\begin{aligned} \mathrm{var}(v_{i3}-v_{i2}) &= E(v_{i3}-v_{i2})^2 - \big(E(v_{i3}-v_{i2})\big)^2 \\ &= E\left(v_{i3}^2 - 2v_{i2}v_{i3} + v_{i2}^2\right) - \big(E(v_{i3}) - E(v_{i2})\big)^2 \\ &= E\left(v_{i3}^2\right) - 2E(v_{i2}v_{i3}) + E\left(v_{i2}^2\right) - \left((Ev_{i3})^2 - 2E(v_{i2})E(v_{i3}) + (Ev_{i2})^2\right) \\ &= E\left(v_{i3}^2\right) - (Ev_{i3})^2 + E\left(v_{i2}^2\right) - (Ev_{i2})^2 - 2\big(E(v_{i2}v_{i3}) - E(v_{i2})E(v_{i3})\big) \\ &= \mathrm{var}(v_{i3}) + \mathrm{var}(v_{i2}) - 2cov(v_{i3}, v_{i2}) \\ &= \sigma_{i3}^2 + \sigma_{i2}^2 - 2\sigma_{i3i2} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} cov\big((v_{i4}-v_{i3}),(v_{i3}-v_{i2})\big) &= E\left\{\big((v_{i4}-v_{i3}) - E(v_{i4}-v_{i3})\big)\big((v_{i3}-v_{i2}) - E(v_{i3}-v_{i2})\big)\right\} \\ &= E\left\{\begin{matrix} (v_{i4}-v_{i3})(v_{i3}-v_{i2}) - (v_{i3}-v_{i2})E(v_{i4}-v_{i3}) - \\ (v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) + E(v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) \end{matrix}\right\} \\ &= E\left\{\begin{matrix} (v_{i4}v_{i3} - v_{i3}v_{i3} - v_{i4}v_{i2} + v_{i3}v_{i2}) - (v_{i3}-v_{i2})E(v_{i4}-v_{i3}) \\ -(v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) + E(v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) \end{matrix}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= E(v_{i4}v_{i3}) - E\left(v_{i3}^2\right) - E(v_{i4}v_{i2}) + E(v_{i3}v_{i2}) - \\ &\quad E(v_{i3}-v_{i2})E(v_{i4}-v_{i3}) - E(v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) + \\ &\quad E(v_{i4}-v_{i3})E(v_{i3}-v_{i2}) \\ &= E(v_{i4}v_{i3}) - E\left(v_{i3}^2\right) - E(v_{i4}v_{i2}) + E(v_{i3}v_{i2}) - \\ &\quad \left(\begin{matrix} E(v_{i3})E(v_{i4}) - E(v_{i2})E(v_{i4}) - E(v_{i3})E(v_{i3}) + \\ E(v_{i2})E(v_{i3}) \end{matrix}\right) \end{aligned}$$

$$cov\left(\left(v_{i4}-v_{i3}\right),\left(v_{i3}-v_{i2}\right)\right)=E\left(v_{i4}v_{i3}\right)-E\left(v_{i4}\right)E\left(v_{i3}\right)-\left(E\left(v_{i4}v_{i2}\right)-E\left(v_{i4}\right)E\left(v_{i2}\right)\right)$$

$$+E\left(v_{i3}v_{i2}\right)-E\left(v_{i3}\right)E\left(v_{i2}\right)-\left(E\left(v_{i3}^{2}\right)-\left(E\left(v_{i3}\right)\right)^{2}\right)$$

$$=cov\left(v_{i4},v_{i3}\right)-cov\left(v_{i4},v_{i2}\right)+cov\left(v_{i3},v_{i2}\right)-\operatorname{var}\left(v_{i3}\right)$$

$$=\sigma_{i4i3}-\sigma_{i4i2}+\sigma_{i3i2}-\sigma_{i3}^{2}$$

dengan cara yang sama, maka akan diperoleh matriks varians-kovarians sebagai berikut:

$$E\left(\Delta v\Delta v'\right)=\underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{i3}^{2}+\sigma_{i2}^{2}-2\sigma_{i3i2} & \sigma_{i3i4}-\sigma_{i2i4}+\sigma_{i2i3}-\sigma_{i3}^{2} & \cdots & \sigma_{i3iT}-\sigma_{i2iT}-\sigma_{i3i,T-1}+\sigma_{i2i,T-1} \\ \sigma_{i4i3}-\sigma_{i4i2}+\sigma_{i3i2}-\sigma_{i3}^{2} & \sigma_{i4}^{2}+\sigma_{i3}^{2}-2\sigma_{i4i3} & \cdots & \sigma_{i4iT}-\sigma_{i3iT}-\sigma_{i4i,T-1}+\sigma_{i3i,T-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{iTi3}-\sigma_{i,T-1i3}-\sigma_{iTi2}+\sigma_{i,T-1i2} & \sigma_{iTi4}-\sigma_{i,T-1i4}-\sigma_{iTi3}+\sigma_{i,T-1i3} & \cdots & \sigma_{iT}^{2}+\sigma_{i,T-1}^{2}-2\sigma_{iTi,T-1} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)}$$

karena $v_{it}\sim IID(0,\sigma_{v}^{2})$ maka $\sigma_{it}^{2}=\sigma_{v}^{2},\forall t$ dan $\forall i$ begitu juga kovariansnya adalah 0, sehingga matriks varians-kovarians di atas dapat ditulis sebagai

$$E\left(\Delta v\Delta v'\right)=\underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{v}^{2}+\sigma_{v}^{2}-2(0) & -\sigma_{v}^{2} & \cdots & 0 \\ -\sigma_{v}^{2} & \sigma_{v}^{2}+\sigma_{v}^{2}-2(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{v}^{2}+\sigma_{v}^{2}-2(0) \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)}$$

$$=\underbrace{\begin{bmatrix} 2\sigma_{v}^{2} & -\sigma_{v}^{2} & \cdots & 0 \\ -\sigma_{v}^{2} & 2\sigma_{v}^{2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2\sigma_{v}^{2} \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)}$$

$$=\sigma_{v}^{2}\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 \end{bmatrix}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \tag{3.6}$$

Agar terdapat identitas pada persamaan (3.6), maka misalkan $G=\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 \end{bmatrix}$ yang berordo $(T-2)\times(T-2)$, sehingga menurut definisi Kronecker *product* persamaan (3.6) dapat ditulis sebagai berikut:

$$E\left(\Delta v \Delta v'\right)=\sigma_v^2\left(\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}}_{N\times N}\otimes\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 \end{bmatrix}}_{(T-2)(T-2)}\right)$$
$$=\sigma_v^2\left(I_N\otimes G\right) \qquad (3.7)$$

Didefinisikan W_i adalah sebuah matriks yang elemen diagonal utamanya merupakan matriks dari variabel instrumental yang valid dengan ordo $(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)$ yaitu

$$W_i=\begin{bmatrix} [y_{i1}] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & [y_{i1},y_{i2}] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & [y_{i1},\ldots,y_{i,T-2}] \end{bmatrix} \qquad (3.8)$$

maka matriks instrumennya adalah

$$W=\begin{bmatrix} W_1^T & W_2^T & \cdots & W_N^T \end{bmatrix}^T$$

dengan ordo $N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)$ dan persamaan momennya adalah $E(W_i^T\Delta v_i)=0$. Dengan perkalian kiri W^T pada persamaan (3.5), didapatkan

$$\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T}\ \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y} = \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T}\ \underset{N(T-2)\times 1}{(\Delta y_{-1})}\,\delta + \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T}\ \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta v} \qquad (3.9)$$

Persamaan (3.9) merupakan persamaan semi linier, sehingga δ dapat diestimasi secara GLS sebagai berikut, misalkan:

$$\begin{aligned} \Delta y^* &= W^T \Delta y \\ \Delta y_{-1}{}^* &= W^T \Delta y_{-1} \\ \Delta v^* &= W^T \Delta v \end{aligned} \qquad (3.10)$$

maka persamaan (3.9) menjadi

$$\Delta y^* = \Delta y_{-1}{}^* \delta + \Delta v^* \qquad (3.11)$$

dimana,

$$E\left(\Delta v^*\right) = E\left(W^T \Delta v\right) = W^T E\left(\Delta v\right) = 0$$

dan

$$E\left(\Delta v^* \Delta v^{*T}\right) = E\left(W^T \Delta v \left(W^T \Delta v\right)^T\right) = E\left(W^T \Delta v \Delta v^T W\right) = W^T E\left(\Delta v \Delta v^T\right) W = W^T \left(\sigma^2 \left(I_N \otimes G\right)\right) W$$

dengan ordo $\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right) \times \left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)$.

Error pada persamaan (3.11) diasumsikan *Independent Identically Distribution* (IID) yaitu $\Delta v^* \sim IID(0, \Phi)$, sehingga:

$$\Phi = \sigma_v^2 \psi = W^T \sigma_v^2 \left(I_N \otimes G\right) W = \sigma_v^2 \left(W^T \left(I_N \otimes G\right) W\right) \qquad (3.12)$$

matriks simetri dan *positive definite*. Karena Φ matriks simetri dan *positive definite* maka ada sebarang matriks C yang orthogonal $\left(CC^T = C^T C = I\right)$

sedemikian hingga $C^T \Phi C = D$ adalah matriks yang elemen diagonal utamanya merupakan nilai-nilai eigen dari Φ, maka

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

dan misalkan P adalah matriks yang elemen diagonal utamanya adalah $\frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}$.

Sehingga dapat ditulis

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \end{bmatrix}$$

maka diperoleh $P^T DP = I$. Karena $C^T \Phi C = D$, maka $P^T C^T \Phi CP = P^T DP = I$. Misalkan $W = PC$ maka $I = P^T C^T \Phi CP = W^T \Phi W$, akibatnya diperoleh

$$\begin{aligned} \Phi &= \left(W^T\right)^{-1} W^{-1} \\ &= \left(W^T W\right)^{-1} \qquad (3.13) \end{aligned}$$

$$\Phi^{-1} = W^T W$$

sehingga bentuk estimator model Arellano dan Bond adalah sebagai berikut:

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\underset{1\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{\Delta y_{-1}^{*T}} \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times 1}{\Delta y_{-1}^{*}} \right)^{-1} \underset{1\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{\Delta y_{-1}^{*T}} \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times 1}{\Delta y^{*}}$$

Karena permisalan pada persamaan (3.10), maka

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\left(\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^T \left(\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right) \right)^{-1} \left(\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^T \left(\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y} \right)$$

Berdasarkan sifat-sifat *transpose*, maka

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^{-1} \underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y}$$

Kalikan dengan $W^T W$ sehingga

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^{-1} \underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T}$$

$$\underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underbrace{\underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W}} \; \underbrace{\underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y}}$$

Berdasarkan persamaan (3.13)

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underset{N(T-2)\times N(T-2)}{\Phi^{-1}} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^{-1} \underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \Phi^{-1} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y}$$

Berdasarkan persamaan (3.12)

$$\hat{\delta}_{gls} = \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underbrace{\left(\sigma_v^2 \psi\right)^{-1}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^{-1} \underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}{}^T} \; \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \; \underbrace{\left(\sigma_v^2 \psi\right)^{-1}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \; \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \; \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y}$$

Berdasarkan sifat invers

$$\hat{\delta}_{gls} = \sigma_v^2 \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}^{\;T}} \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W} \underset{N(T-2)\times N(T-2)}{\psi^{-1}} \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y_{-1}} \right)^{-1} \underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}^{\;T}} \underset{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}{W}$$

$$\left(1/\sigma_v^2 \right) \underset{N(T-2)\times N(T-2)}{\psi^{-1}} \underset{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)}{W^T} \underset{N(T-2)\times 1}{\Delta y}$$

$$= \left(\underset{1\times N(T-2)}{\Delta y_{-1}^{\;T}} \underbrace{W}_{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)} \underbrace{\psi^{-1}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \underbrace{W^T}_{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)} \underbrace{\Delta y_{-1}}_{N(T-2)\times 1} \right)^{-1} \underbrace{\Delta y_{-1}^{\;T}}_{1\times N(T-2)} \underbrace{W}_{N(T-2)\times\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)}$$

$$\underbrace{\psi^{-1}}_{N(T-2)\times N(T-2)} \underbrace{W^T}_{\left(\frac{(T-2)(T-1)}{2}\right)\times N(T-2)} \underbrace{\Delta y}_{N(T-2)\times 1}$$

Berdasarkan persamaan (3.12)

$$\delta_{gls} = \left(\Delta y_{-1}^{\;T} W \left(W^T \left(I_N \otimes G \right) W \right)^{-1} \right) W^T \Delta y_{-1} \Delta y_{-1}^{\;T} W \left(W^T \left(I_N \otimes G \right) W \right)^{-1} \Delta y$$

yang dikatakan sebagai bentuk akhir estimator parameter δ untuk model Arellano dan Bond.

3.4 Inspirasi Al-Qur'an tentang Analisis Data Panel

Data panel merupakan tipe data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu atau kategori. Untuk mendapatkan hasil yang valid, maka dalam melaksanakan observasi harus diperhatikan beberapa hal, diantaranya yaitu mencari selengkap-lengkapnya tentang hal yang ingin diobservasi; memahami tujuan umum dan tujuan khusus penelitian yang sedang dilakukan, fokus penelitian, pertanyaan-pertanyaan penelitian baru kemudian ditentukan materi atau objek yang hendak diobservasi;

membatasi ruang lingkup serta materi atau objek yang akan diobservasi sehingga tidak melebar; mencacat hasil observasi sedetail mungkin. Hal ini analog dengan Al-Qur’an surat Al-Hujuraat ayat 6 yang kesimpulannya adalah jika mendapat suatu kabar atau berita dari seorang fasik hendaknya tidak diterima secara langsung tetapi harus diteliti terlebih dahulu agar tidak berakibat pada tindakan yang tidak tepat dan menimbulkan penyesalan.

Allah tidak memerintah untuk menolak berita yang dibawa orang fasik, kebohongan atau kesaksiannya secara menyeluruh. Tapi hanya ada perintah meneliti, *tabayyun*. Sehingga, harus benar-benar meneliti permasalahan yang dibawa orang fasik tersebut dan menimbangnya dengan timbangan akal, hikmah, dan pemahaman.

Begitulah yang harus dilaksanakan ketika mendapatkan berita dari orang fasik dan kesaksiannya. Sebab banyak orang fasik yang juga benar dalam berbagai pengabaran, riwayat dan kesaksiannya. Bahkan banyak di antara mereka yang mencari-cari pembenaran, tapi kefasikannya merupakan sisi yang lain lagi. Orang semacam ini tidak harus ditolak berita dan kesaksiannya. Sebab jika kesaksiann semacam ini ditolak, lalu berapa banyak hak yang akan tersia-siakan dan banyak berita benar yang harus diabaikan, apalagi jika ukuran kefasikannya dilihat dari sisi kedustaan. Namun apabila kedustaannya berkali-kali dan cukup sering, sehingga kedustaannya lebih dominan daripada kejujurannya, maka berita dan kesaksiannya tidak boleh diterima.

Begitu juga jika peneliti akan meneliti suatu objek tertentu, maka untuk mendapatkan informasi yang valid hendaknya tidak menerima informasi tersebut dari orang yang belum dikenal, tetapi harus teliti terlebih dahulu asal-usul suatu informasi tersebut berdasarkan waktu dan tempat. Selain itu, untuk mendapatkan hasil yang sesuai dengan kenyataan yang ada maka dalam sebuah penelitian tidak hanya dilakukan dalam sekali observasi, tetapi harus berkali-kali. Semakin banyak informasi yang didapatkan berdasarkan suatu tempat dan dalam waktu tertentu, maka kesimpulan yang didapatkan juga akan semakin mendekati kebenaran. Sebaliknya, jika seorang peneliti akan meneliti suatu objek hanya berdasarkan waktu atau tempat saja, maka informasi yang didapatkan akan semakin sedikit dan kesimpulan yang didapatkan kurang mendekati kebenaran.

Al-Qur'an surat Al-Hujuraat ayat 6 tersebut juga menggambarkan bahwa untuk mengolah suatu data maka harus mempunyai data yang cukup dengan waktu yang panjang dan dianjurkan untuk tidak menggunakan data secara mentah-mentah supaya mendapatkan hasil yang baik dalam proses pengolahan data, dalam kalimat "*jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti*". Telah tergambarkan untuk selalu mencari data yang valid, dan tidak hanya satu data untuk diolah, sedangkan dalam kalimat "*yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu*" telah menggambarkan untuk menggunakan data tidak dalam satu waktu tetapi dianjurkan untuk beberapa waktu untuk mendapatkan data atau informasi yang lebih akurat supaya peneliti berhati-hati dalam mengolah data dan mendapatkan hasil yang sesuai dengan harapan. Dari kesinambungan dua kalimat tersebut telah menggambarkan tentang adanya data panel.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa model Arellano dan Bond dapat diperoleh dengan hanya memanfaatkan kondisi ortogonalitas yang ada di antara nilai-nilai *lag* dan *error* pada regresi data panel dinamis, sehingga diperoleh:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \text{ untuk } i = 1, 2, ..., N; \text{ dan } t = 2, 3, ..., T$$

ε_{it} pada persamaan tersebut diasumsikan mengikuti model *one way error component* sebagai $\varepsilon_{it} = \mu_i + v_{it}$, dimana $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$ menyatakan pengaruh individu dan $v_{it} \sim IID(0, \sigma_v^2)$ menyatakan gangguan yang saling bebas satu sama lain. Untuk mendapatkan estimasi yang konsisten dari δ dimana $N \to \infty$ dengan T tertentu, maka dilakukan beda pertama pada model tersebut, kemudian mencari matriks varians-kovarians dari *error* dan mendefinisikan matriks instrumen dari model tersebut. Setelah itu, estimasi parameter model Arellano dan Bond menggunakan metode *Generalized Least square* (GLS). Berdasarkan pembahasan diperoleh rumus estimasi parameter model Arellano dan Bond dengan metode GLS adalah sebagai berikut:

$$\delta_{gls} = \left(\Delta y_{-1}^{'} W \left(W^{'} \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1}\right) W^{'} \Delta y_{-1} \Delta y_{-1}^{'} W \left(W^{'} \left(I_N \otimes G\right) W\right)^{-1} \Delta y$$

4.2 Saran

Pada penulisan skripsi selanjutnya dapat meneruskan untuk mencari parameter regresi data panel dinamis pada variabel eksogennya dan dapat mengaplikasikan model tersebut pada permasalahan-permasalahan yang terkait dengan ekonometri.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2006. *Ada Matematika dalam Al-Quran*. Malang: UIN Malang Press.

Ad-Dimasyqi, Al-Imam Abul Fida Isma'il Ibnu Kasir. 2000. *Itafsir Ibnu Kasir Juz 26*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Al-Banna, Ahmad Saiful Islam Hasan. 2010. *Tafsir Hasan Al-Banna*. Jakarta: Suara Agung.

Al-Jauziyyah, I.Q.. 2004. *Tafsir Ibnu Qoyyim: Tafsir Ayat-Ayat Pilihan.* Jakarta: Darul Falah.

Anton, H. dan Rorres, C.. 2004. *Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi; alih bahasa, Refina Indriasari, Irzam Harmein; editor, Amalia Safitri Edisi Delapan Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.

Aziz, A.. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan MATLAB.* Malang: UIN-Maliki Press.

Baltagi, B.H.. 2005. *Econometric Analysis of Panel Data, Third Edition.* England: John Wiley & Son, Ltd.

Dudewicz, E.J. dan Mishra, S.H.. 1995. *Statistika Matematika Modern; terjemahan RK Sembiring*. Bandung: ITB.

Firdaus, M.. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara.

Graham, A.. 1981. *Kronecker Products and Matrix Calculus: with Application.* England: IEB.

Greene, W.H.. 1997. *Econometric Analysis*. New York: Prentice Hall International, Inc.

Gujarati, D.N.. 2003. *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill.

Gujarati, D.N.. 2004. *Basic Econometrics, Fourth edition*. New York: McGraw-Hill.

Hsiao, C.. 1986. *Analysis of Panel Data*. Cambridge: Cambridge University Press.

Rosadi, D.. 2006. *Diktat Kuliah Pengantar Analisis Runtun Waktu*. Yogyakarta: FMIPA UGM.

Setiawan dan Kusrini, D.E.. 2010. *Ekonometrika*. Yogyakarta: C.V ANDI OFFSET.

Winarno, W.W.. 2007. *Analisis Ekonometrika dan Statistika Eviews.* Yogyakarta: UPP STIM YKPN.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Lailatul Urusyiyah
NIM : 09610057
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model Arellano dan Bond pada Regresi Data Panel Dinamis
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	9 Agustus 2012	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.	
2	4 Oktober 2012	Revisi Bab I dan Bab II		2.
3	25 Oktober 2012	ACC Bab I dan Bab II	3.	
4	23 November 2012	Konsultasi Bab I dan Bab II Keagamaan		4.
5	20 Desember 2012	Konsultasi Bab I dan Bab II	5.	
6	7 Januari 2013	Konsultasi Bab III		6.
7	17 Januari 2013	Revisi Bab II dan Bab III	7.	
8	24 Januari 2013	Konsultasi Bab III		8.
9	4 Februari 2013	Revisi Bab III	9.	
10	21 Februari 2013	Konsultasi Bab III		10.
11	27 Februari 2013	Revisi Bab II dan Bab III Keagamaan	11.	
12	28 Februari 2013	ACC Bab II dan Bab III		12.
13	2 Maret 2013	Revisi Bab III Keagamaan	13.	
14	7 Maret 2013	ACC Keseluruhan Matematika		14.
15	9 Maret 2013	ACC Keagamaan	15.	

Malang, 21 Maret 2013
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001