

**GRAFIK PENGENDALI RESIDUAL DALAM PENGENDALIAN
KECACATAN PER UNIT UNTUK DATA YANG BERAUTOKORELASI**

SKRIPSI

Oleh:
ZAHROTUL MUFIDAH
NIM. 09610113



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**GRAFIK PENGENDALI RESIDUAL DALAM PENGENDALIAN
KECACATAN PER UNIT UNTUK DATA YANG BERAUTOKORELASI**

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ZAHROTUL MUFIDAH
NIM. 09610113

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2013**

**GRAFIK PENGENDALI RESIDUAL DALAM PENGENDALIAN
KECACATAN PER UNIT UNTUK DATA YANG BERAUTOKORELASI**

SKRIPSI

Oleh:
ZAHROTUL MUFIDAH
NIM. 09610113

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 27 Maret 2013

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**GRAFIK PENGENDALI RESIDUAL DALAM PENGENDALIAN
KECACATAN PER UNIT UNTUK DATA YANG BERAUTOKORELASI**

SKRIPSI

Oleh:
ZAHROTUL MUFIDAH
NIM. 09610113

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 13 Juni 2013

Penguji Utama : Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Ketua Penguji : Drs. H. Turmudi, M.Si
NIP. 19571005 198203 1 006

Sekretaris Penguji : Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Anggota Penguji : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Zahrotul Mufidah

NIM : 09610113

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Maret 2013

Yang membuat pernyataan,

Zahrotul Mufidah
NIM. 09610113

MOTTO

“Tidak ada harga atas waktu, tapi waktu sangat berharga. Memiliki waktu tidak menjadikan kita kaya, tetapi menggunakannya dengan baik adalah sumber dari semuanya”

(Penulis)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk orang-orang yang telah memberikan arti bagi hidup penulis dengan pengorbanan, kasih sayang, dan ketulusannya.

*Kepada kedua orang tua yang paling berjasa dalam hidup penulis,
Bapak Irfa'i dan Mami Umayah*

*Nenek tersayang (Mbah Maripah)
yang selalu memberikan kasih sayang serta do'a restu bagi penulis*

*serta kedua adik tercinta
Ayra Nafisa Aulia Ramadhani dan Muhammad Faizal Arif
yang telah memberikan semangat dan keceriaan tersendiri
dalam hidup penulis*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur *Alhamdulillah* penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus penulisan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen wali dan pembimbing skripsi, yang telah memberikan arahan dan bimbingan selama penulisan skripsi ini.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing agama, yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.

7. Kedua orang tua dan nenek tercinta, yang tak henti-hentinya memanjatkan do'a serta bekerja memeras keringat untuk pendidikan, kebahagiaan, dan kesuksesan masa depan penulis.
8. Sahabat seperjuangan penulis dalam penelitian bersama, Misbakhul Choeroni, terima kasih atas kerjasamanya sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
9. Sahabat-sahabat senasib seperjuangan mahasiswa Matematika angkatan 2009, khususnya Farida Ulin N., Kamaliyah, Robi'atul A., Anis Fathona H., Suci Imro'atul M., Ainun Rosyida, Fithrotul M., Arni Hartanti, Novita I., Azhar Effendi, Irma Yuni L., Fauziah P., terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
10. Sahabat-sahabat kos, Titin Winarsih dan Roudhotun N., terima kasih untuk semua dukungan dan semangatnya dalam menuntut ilmu bersama.
11. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terima kasih atas keikhlasan bantuan moril dan spirituil yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, Juli 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Batasan Masalah	5
1.5 Manfaat Penelitian	6
1.6 Metode Penelitian	6
1.6.1 Pendekatan Penelitian	6
1.6.2 Metode Analisis	7
1.7 Sistematika Penulisan	8
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Teori-Teori Dasar.....	10
2.1.1 Distribusi Peluang Diskrit	10
2.1.2 Ekspektasi dan Variansi	10
2.1.3 Distribusi Poisson	13
2.2 Grafik Pengendali (<i>Control Chart</i>).....	15
2.3 Grafik Pengendali <i>U</i>	17
2.4 Sistem <i>Demerits</i>	21
2.5 Grafik Pengendali untuk Individual.....	23
2.6 Autokorelasi	24
2.6.1 Pengertian Autokorelasi.....	24
2.6.2 Koefisien Autokorelasi	24
2.6.3 <i>Partial Autocorrelation Function</i> (PACF).....	26
2.7 <i>Time Series</i>	27
2.7.1 Pengertian <i>Time Series</i>	27
2.7.2 Model <i>Time Series</i>	28

2.8	Penyusunan Model <i>Time Series</i>	31
2.8.1	Identifikasi Model	31
2.8.2	Pendugaan Paramater Model	32
2.8.3	Pemeriksaan Diagnosa	32
2.8.4	Pemilihan Model Terbaik	34
2.9	Kajian Keagamaan	35
BAB III PEMBAHASAN		
3.1	Membangun Grafik Pengendali <i>U</i> (<i>U-Chart</i>)	39
3.2	Mengidentifikasi Autokorelasi dengan Menggunakan Grafik ACF dan PACF	44
3.3	Menentukan Model <i>Time Series</i> yang Sesuai	47
3.4	Membangun Grafik Pengendali Residual	48
3.5	Contoh Aplikasi	50
3.5.1	Membangun Grafik Pengendali <i>U</i>	50
3.5.2	Menentukan Model <i>Time Series</i>	52
3.5.3	Membangun Grafik Pengendali Residual	63
3.6	Kajian Keagamaan	65
BAB IV PENUTUP		
4.1	Kesimpulan	68
4.2	Saran	69
DAFTAR PUSTAKA		70
LAMPIRAN		71

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Grafik Pengendali Statistik	16
Gambar 3.1	Grafik Pengendali <i>Demerits</i>	52
Gambar 3.2	Grafik <i>Time Series</i> untuk Kecacatan Per Unit	53
Gambar 3.3	Grafik ACF untuk Kecacatan Per Unit	53
Gambar 3.4	Grafik PACF untuk Kecacatan Per Unit	54
Gambar 3.5	Grafik <i>Time Series</i> untuk Kecacatan Per Unit dengan sekali <i>Differencing</i>	54
Gambar 3.6	Grafik ACF dengan sekali <i>Differencing</i>	55
Gambar 3.7	Grafik PACF dengan sekali <i>Differencing</i>	55
Gambar 3.8	Grafik ACF dari Residual Model ARIMA (1,1,0)	57
Gambar 3.9	Grafik PACF dari Residual Model ARIMA (1,1,0)	57
Gambar 3.10	Uji Normalitas Residual Model ARIMA (1,1,0)	58
Gambar 3.11	Grafik ACF dari Residual Model ARIMA (0,1,1)	60
Gambar 3.12	Grafik PACF dari Residual Model ARIMA (0,1,1)	60
Gambar 3.13	Uji Normalitas Residual Model ARIMA (0,1,1)	61
Gambar 3.14	Grafik Pengendali Residual	64

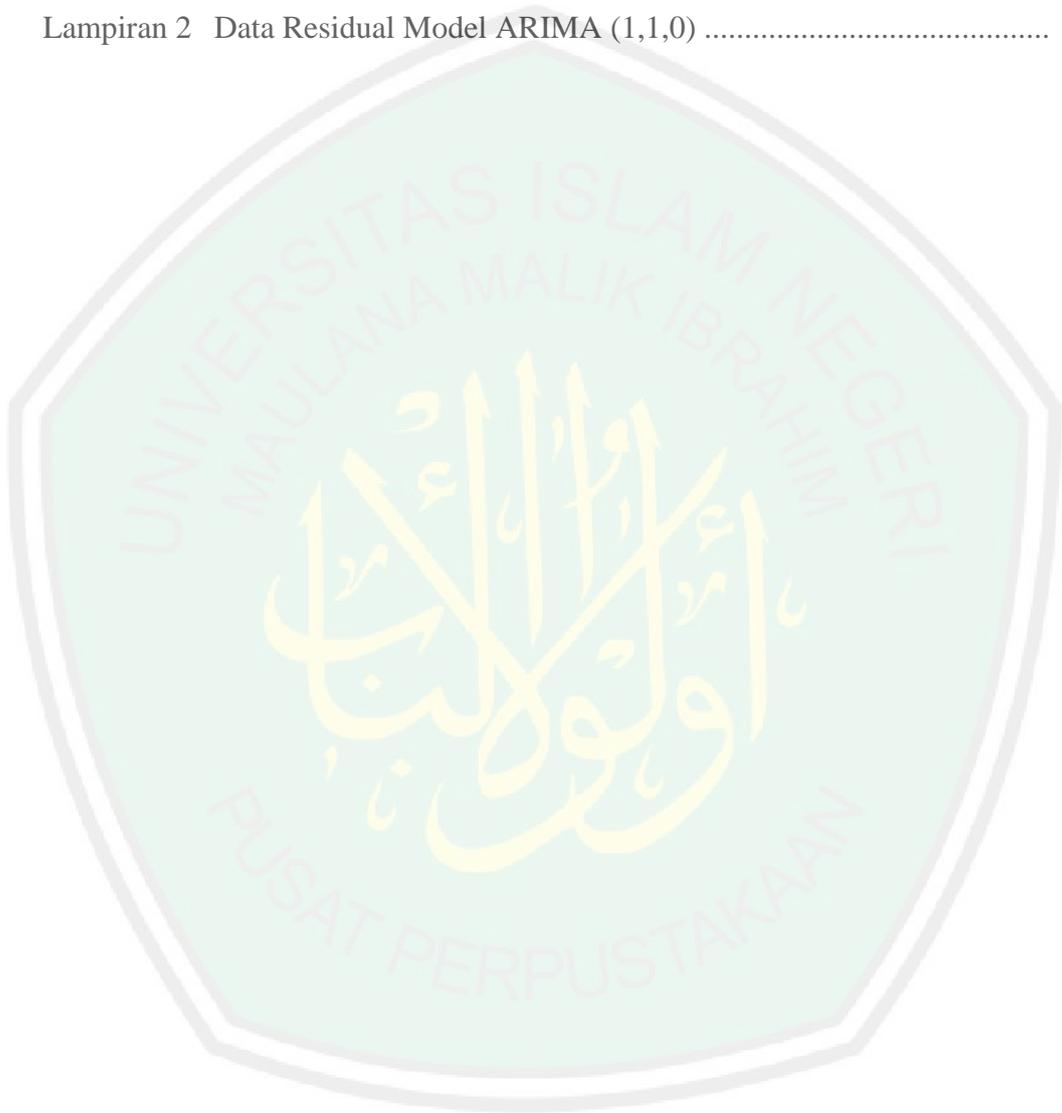
DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Uji Signifikansi Parameter Model	56
Tabel 3.2 Perbandingan Model Berdasarkan Pemeriksaan Diagnosa	63



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Simulasi Jumlah Kecacatan Suatu Produk.....	71
Lampiran 2	Data Residual Model ARIMA (1,1,0)	73



ABSTRAK

Mufidah, Zahrotul. 2013. **Grafik Pengendali Residual dalam Pengendalian Kecacatan Per Unit untuk Data yang Berautokorelasi**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si

(II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

Kata kunci: Grafik Pengendali Residual, Kecacatan Per Unit, Autokorelasi

Grafik pengendali U merupakan grafik pengendali yang digunakan untuk mengendalikan jumlah kecacatan per unit inspeksi. Salah satu asumsi dasar yang diberikan dalam membangun grafik pengendali U ini adalah data jumlah kecacatan per unit inspeksi diasumsikan saling independen antar waktu pengamatan satu dengan waktu pengamatan lain. Permasalahan yang muncul adalah bagaimana jika jumlah kecacatan per unit inspeksi antar pengamatan saling berautokorelasi dari waktu ke waktu. Jika hal ini terjadi, maka penerapan grafik pengendali U secara langsung dapat memberikan hasil yang bias karena asumsi independensi tidak terpenuhi. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan dibangun grafik pengendali residual sebagai alternatif dari grafik pengendali U jika data yang dihadapi adalah data yang berautokorelasi.

Grafik pengendali residual ini dibangun berdasarkan residual-residual hasil peramalan dari model *time series* yang signifikan. Jika model *time series* yang dipilih telah signifikan, maka residual-residual hasil peramalan ini akan bersifat independen antar setiap pengamatan. Karena telah terpenuhinya asumsi independensi, sehingga grafik pengendali residual ini dapat digunakan untuk mengendalikan kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi melalui residual tersebut.

Dalam pengendalian kualitas proses, grafik pengendali residual ini dapat mengendalikan kualitas proses yang jauh lebih baik jika dibandingkan dengan grafik pengendali U karena statistik yang digunakan dalam grafik pengendali residual ini sudah tidak mengandung unsur autokorelasi. Dengan demikian grafik pengendali residual ini dapat digunakan sebagai alternatif dari grafik pengendali U jika data yang dihadapi adalah data yang berautokorelasi.

ABSTRACT

Mufidah, Zahrotul. 2013. **Residual Control Chart to Control Defects Per Unit for Autocorrelated Data**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.

Promotor: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

Keywords: Residual control chart, Defects Per Unit, Autocorrelation

U-chart is a control chart used to control the number of defects per unit inspection. One of the basic assumptions given to building *U*-chart is the data number of defects per inspection unit assumed mutually independent observations over time with one another observation time. The problem that arises is what if the number of defects per inspection unit between each observation autocorrelation from time to time. If this happens, of course the application of *U*-chart can directly give biased results because the assumption of independence is not fulfilled. Therefore, in this study will be built as an alternative residual control chart of the *U*-chart if faced data is autocorrelation data.

Residual control chart is constructed from the residuals results of the time series model forecasting significant. If the selected time series models have been significant, the residuals forecasting results will be independent in each observation. Having already fulfilled the assumption of independence, so that residual control chart can be used to control the number of defects per unit for autocorrelation data with residual.

In the process of quality control, residual control chart can control the quality of the process that much better when compared with the *U*-chart because of the statistics used in this residual control chart is not an element of the autocorrelation. Thus residual control chart can be used as an alternative *U*-chart if the data conditional is autocorrelation data.

المخلص

مفيدة، زهرة. ٢٠١٣. **تحكم الرسومات في التحكم في العجز المتبقية لكل وحدة للبيانات الارتباط الذاتي**
الأطروحة. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا التابعة لجامعة ولاية مولانا الإسلامية مالانج
ابراهيم مالك.
المستشار: (١) فخر الرّازي ، الماجستير
(٢) ه. وحي ه. إروان ، الماجستير

كلمات البحث : تحكم الرسومات، الإعاقة المتبقية لكل وحدة، الارتباط الذاتي

U تحكم التخطيط هو تخطيط تحكم يستخدم للسيطرة على عدد من العيوب في وحدة التفتيش. واحدة من الافتراضات الأساسية الواردة في الرسم البياني بناء U التحكم هو عدد البيانات من العيوب لكل وحدة التفتيش يفترض الملاحظات مستقلة عن بعضها مع مرور الوقت مع بعضها البعض مرة الملاحظة. المشكلة الذي يطرح نفسه هو ما إذا كان عدد عجز لكل وحدة التفتيش بين كل الارتباط الذاتي المراقبة من وقت لآخر . إذا حدث هذا، بالطبع يمكن تطبيق مراقبة الرسم البياني U تعطي نتائج مباشرة منحاذاة لأنه لم يتم الوفاء بها افتراض الاستقلال. لذلك، في هذه الدراسة سوف يتم بناء وتخطيط السيطرة المتبقية بديلة للسيطرة U الرسم البياني إذا كانت البيانات هي البيانات التي الارتباط الذاتي تواجهها.

هي التي شيدت المتبقية المخطط التحكم من النتائج المتبقية-المتبقية للنموذج السلسلة الزمنية التنبؤ كبيرة. إذا كانت السلسلة الزمنية المحددة النماذج كانت كبيرة، فإن النتائج التنبؤ المتبقية-المتبقية تكون مستقلة بين كل ملاحظة. بعد أن تتحقق بالفعل افتراض الاستقلال، بحيث يمكن استخدام الرسم البياني المتبقية التحكم للسيطرة على عدد من العيوب في كل وحدة ل الارتباط الذاتي البيانات.

في عملية مراقبة الجودة، ويمكن التحكم المتبقية المخطط مراقبة جودة العملية التي أفضل بكثير بالمقارنة مع السيطرة U المخطط بسبب الإحصاءات المستخدمة في هذا المخطط السيطرة المتبقية ليست عناصر من عناصر الارتباط الذاتي. ومن ثم لا يمكن أن تستخدم المتبقية المخطط السيطرة باعتبارها U تحكم التخطيط البديل إذا كانت البيانات هي البيانات التي الارتباط الذاتي تواجهها.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam dunia perindustrian, persaingan antar perusahaan/instansi sangat ditentukan oleh faktor kualitas dari produk atau pelayanan yang dihasilkan oleh perusahaan/instansi tersebut. Semakin baik kualitas produk atau pelayanan yang dimiliki oleh sebuah perusahaan/instansi, maka akan memberikan nilai lebih terhadap produk atau pelayanan tersebut. Untuk meningkatkan kualitas produk, dalam statistika dikembangkan suatu metode untuk mengendalikan kualitas proses agar menghasilkan kualitas produk yang semakin baik yaitu metode Pengendalian Kualitas Proses secara Statistik atau *Statistical Process Control* (SPC). Dalam SPC meliputi pengendalian kualitas proses untuk data variabel dan pengendalian kualitas proses untuk data atribut (Montgomery, 1991).

Menurut Montgomery (1991), dalam hal pengendalian kualitas proses untuk data atribut, telah dikembangkan beberapa grafik pengendali seperti grafik pengendali untuk bagian tak sesuai dan grafik pengendali untuk kecacatan atau ketidaksesuaian. Grafik pengendali untuk bagian tak sesuai meliputi grafik pengendali P (P -chart) dan grafik pengendali NP (NP -chart) sedangkan grafik pengendali untuk kecacatan atau ketidaksesuaian meliputi grafik pengendali C (C -chart) dan grafik pengendali U (U -chart). Grafik pengendali U merupakan grafik pengendali untuk mengendalikan jumlah kecacatan per unit inspeksi. Grafik ini digunakan untuk mengadakan pengujian terhadap kualitas proses produksi

dengan mengetahui jumlah kecacatan per satu unit produk sebagai sampelnya, di mana ukuran unit produk bervariasi (Ariani, 2004).

Salah satu asumsi dasar yang diberikan dalam membangun grafik pengendali U ini adalah data jumlah kecacatan per unit inspeksi diasumsikan saling independen antar waktu pengamatan yang satu dengan waktu pengamatan yang lain. Dalam hal ini akan muncul suatu permasalahan bagaimana jika dalam suatu proses memberikan data jumlah kecacatan per unit inspeksi antar pengamatan saling berautokorelasi dari waktu ke waktu, yang biasa disebut dengan data *time series*. Tentu saja penerapan grafik pengendali U secara langsung dapat memberikan hasil yang bias karena asumsi independensi tidak terpenuhi.

Autokorelasi adalah hubungan antara data pada satu pengamatan dengan data pada pengamatan lainnya. Autokorelasi biasanya muncul pada data deret berkala (*time series*), karena berdasarkan sifatnya data pada masa sekarang dipengaruhi oleh data pada masa-masa sebelumnya (Yamin, dkk., 2011). Contoh data deret berkala di antaranya pertumbuhan ekonomi suatu negara per tahun, jumlah produksi minyak per bulan, indeks harga saham per hari dan sebagainya. Dalam suatu pengamatan akan terjadi selisih antara nilai duga (*prediction value*) dengan nilai pengamatan sebenarnya dari sampel produk yang disebut dengan residual.

Jika telah terbukti adanya autokorelasi pada data, maka dipilihlah model *time series* yang sesuai untuk data tersebut. Akhirnya dari residual-residual hasil peramalan dari model tersebut dibangunlah suatu grafik yang disebut dengan

grafik pengendali residual. Grafik pengendali inilah yang nantinya diharapkan dapat mengendalikan jumlah kecacatan per unit inspeksi di mana data jumlah kecacatan per unit inspeksi antar pengamatan saling berautokorelasi dari waktu ke waktu melalui informasi residual dari model *time series* yang diperoleh. Manfaat yang diberikan oleh grafik pengendali ini sejalan dengan nikmat Tuhan yang tidak satupun yang dapat mengingkarinya yang dijelaskan dalam Al-Qur'an yaitu dalam surat Ar-Rahman ayat 13 yang berbunyi:

فَبِأَيِّ آلَاءِ رَبِّكُمَا تُكَذِّبَانِ ﴿١٣﴾

Artinya: “Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?”

Nikmat adalah segala sesuatu yang dianugerahkan oleh Allah SWT kepada hamba-hamba-Nya. Hidup manusia pada dasarnya sangat tergantung dan membutuhkan nikmat dari Allah SWT. Ada di antara nikmat Allah yang saling berhubungan antar satu dengan yang lainnya misalnya seperti nikmat melihat, mendengar, serta hati dan pikiran yang jernih. Nikmat-nikmat ini saling berkorelasi antar satu sama lain. Dengan dikaruniai nikmat-nikmat berupa penglihatan, pendengaran, hati dan pikiran yang jernih, maka seseorang akan lebih optimal dalam menjalankan segala sesuatu, misalnya menuntut ilmu. Akhirnya dengan ilmu yang bermanfaat, maka hidup seseorang akan lebih bahagia dan sejahtera.

Penulis menginterpretasikan kata “*nikmat*” pada ayat di atas sebagai suatu variabel yang saling berautokorelasi. Dalam membangun grafik pengendali U , asumsi yang harus dipenuhi yaitu tidak diperbolehkannya adanya autokorelasi antar jumlah kecacatan dalam setiap pengamatan. Kecacatan dalam ayat di atas

diasumsikan sebagai bentuk pendustaan manusia terhadap nikmat Allah. Oleh karena itu ada suatu bentuk pengendalian dari Allah terhadap orang-orang yang mendustakan nikmat-Nya sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Ibrahim ayat 7 yang berbunyi:

... وَلَئِن كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ ﴿٧﴾

Artinya: "...Sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti Kami akan menambah (nikmat) kepadamu, dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), Maka Sesungguhnya azab-Ku sangat pedih".

Ayat di atas sebagai bentuk penegasan bahwasanya Allah akan memberikan adzab yang sangat pedih bagi orang-orang yang mengingkari nikmat-Nya. Hal ini juga senada dengan grafik pengendali U yang dapat memberikan hasil yang bias, jika diterapkan secara langsung terhadap data kecacatan yang memiliki autokorelasi antar pengamatan. Oleh karena itu perlu dibangun suatu grafik pengendali residual sebagai penyesuaian grafik pengendali U jika data jumlah kecacatan yang dihadapi saling berautokorelasi antar setiap pengamatan.

Beberapa penelitian sebelumnya yang terkait dengan pengembangan dan penyesuaian grafik pengendali untuk data yang berautokorelasi di antaranya pengembangan grafik pengendali \bar{X} dan S untuk data yang berkorelasi (Montgomery, 1991), pengembangan sistem pendeteksian pola dengan metode koefisien korelasi (Yang dan Yang, 2005), pengembangan grafik pengendali sistem *demerits* untuk data yang berautokorelasi (Nembhard dan Nembhard, 2001). Dengan mempelajari ide dan pengembangan hasil penelitian sebelumnya, penelitian ini akan difokuskan untuk membangun grafik pengendali residual

sebagai bentuk pengembangan dan penyesuaian grafik pengendali U karena data yang dihadapi adalah data yang berautokorelasi.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis tertarik untuk mengambil judul skripsi “**Grafik Pengendali Residual dalam Pengendalian Kecacatan Per Unit untuk Data yang Berautokorelasi**”. Grafik pengendali residual yang akan dibahas khusus grafik pengendali U , yaitu grafik pengendali yang digunakan untuk memonitor jumlah kecacatan per unit inspeksi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana membangun grafik pengendali residual dalam pengendalian kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk membangun grafik pengendali residual dalam pengendalian kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi.

1.4 Batasan Masalah

Sesuai rumusan masalah dan tujuan penelitian, maka batasan masalah pada penelitian ini adalah:

- a. Grafik pengendali U yang akan dibahas yaitu menggunakan grafik pengendali U dengan ukuran sampel (*sample size*) yang berbeda-beda.

- b. Grafik pengendali U yang akan dibahas lebih dikhususkan untuk grafik pengendali *demerits*, yaitu grafik pengendali yang memperhatikan tingkat kecacatan. Dalam hal ini tingkatan kecacatan diklasifikasikan ke dalam empat kelas.
- c. Data yang digunakan merupakan data simulasi tentang jumlah kecacatan di mana pengamatan dilakukan sebanyak $m = 74$.
- d. Untuk mendeteksi adanya autokorelasi terhadap kecacatan tersebut digunakan software Minitab 14.
- e. Dalam penentuan model *time series*, model yang dianggap baik hanya sebatas tidak berautokorelasi terhadap residualnya tanpa mempertimbangkan model terbaik.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

- a. Pengembangan ilmu dalam memberikan alternatif pengendalian proses data residual yang melibatkan data yang berautokorelasi.
- b. Memberikan gambaran bagaimana aplikasi grafik pengendali residual dalam pengendalian kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi.

1.6 Metode Penelitian

1.6.1 Pendekatan Penelitian

Penelitian yang akan dilakukan menggunakan pendekatan penelitian kepustakaan (*library research*) dan deskriptif kuantitatif. Di mana untuk

menganalisis grafik pengendali residual terhadap data yang berautokorelasi, terlebih dulu dikaji mengenai konsep dasar grafik pengendali atribut khususnya grafik pengendali U . Selanjutnya dilakukan analisis secara deskriptif mengenai bagaimana pengembangan dan modifikasi grafik pengendali ini jika diterapkan pada data yang memiliki korelasi antar pengamatannya (*autocorrelation*). Dalam penelitian ini, untuk melengkapi deskripsi, juga akan diberikan aplikasi terkait dengan pengembangan grafik pengendali ini melalui data simulasi.

1.6.2 Metode Analisis

a. Studi Literatur

Studi literatur yang akan dilakukan adalah mengenai teori dasar grafik pengendali atribut khususnya grafik pengendali U , sistem *demerits*, konsep *autocorrelation*, konsep model *time series*, dan sebagainya.

b. Analisis

Analisis yang akan dilakukan dalam penelitian ini mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

- i. Membangun grafik pengendali U untuk *demerits* dalam pengendalian kualitas proses secara statistik.
- ii. Mengidentifikasi autokorelasi dengan menganalisis grafik *Autocorrelation Function* (ACF) dan grafik *Partial Autocorrelation Function* (PACF).
- iii. Menentukan model *time series* yang signifikan.
- iv. Membangun grafik pengendali residual dari residual model *time series* yang signifikan dengan langkah sebagai berikut:

- a) Mendefinisikan statistik residual atau ε dari model *time series* data kecacatan untuk menggambarkan karakteristik dari parameter μ_ε .
- b) Menentukan Batas Kendali Atas atau *Upper Control Limit* (UCL) dan Batas Kendali Bawah atau *Lower Control Limit* (LCL).
- c) Membuat grafik pengendali residual.
- v. Analisis grafik pengendali residual melalui contoh aplikasi.
- vi. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab pertama dibahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab kedua berisi tentang beberapa teori yang berhubungan dengan penelitian, yaitu mengenai grafik pengendali (*control chart*), grafik pengendali *U*, sistem *demerits*, grafik pengendali untuk individual, autokorelasi, *time series*, penyusunan model *time series*, dan kajian keagamaan.

Bab III Pembahasan

Pada bab ketiga membahas tentang bagaimana membangun grafik pengendali residual dalam pengendalian kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi.

Bab IV Penutup

Pada bab keempat berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran untuk penelitian selanjutnya.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Teori-Teori Dasar

2.1.1 Distribusi Peluang Diskrit

Distribusi peluang variabel acak menggambarkan bagaimana suatu peluang didistribusikan terhadap nilai-nilai dari variabel acak tersebut. Apabila variabel yang diukur hanya nilai-nilai tertentu, seperti bilangan bulat 0, 1, 2, ..., maka distribusi peluangnya dinamakan distribusi peluang diskrit.

Definisi 2.1 Distribusi Peluang Diskrit

Jika X adalah variabel acak diskrit, maka $f(x) = P(X = x)$ untuk setiap x dalam range x dinamakan distribusi peluang dari X . Dalam membuat suatu fungsi peluang untuk variabel acak diskrit, ada beberapa syarat yang harus dipenuhi, di antaranya:

1. $P(X = x) \geq 0$ atau $0 \leq P(X = x) \leq 1$
2. $\sum P(X = x) = \sum P_x(x) = 1$ (Supranto, 2001).

2.1.2 Ekspektasi dan Variansi

Untuk menentukan batas kendali yaitu dengan menentukan karakteristik dari parameternya seperti *mean* μ dan variansi σ^2 , diperlukan ekspektasi dan variansi dari statistik yang akan digunakan. Oleh karena itu dituliskan definisi dari ekspektasi dan variansi beserta teorema-teorema yang terkait sebagai berikut:

Definisi 2.2 Ekspektasi

Ekspektasi dari suatu variabel acak X didefinisikan sebagai $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx$, jika X fungsi kontinu mutlak dengan fungsi kepadatan peluang $f_X(x)$, dan $E[X] = \sum x_i p_X(x_i)$, jika X diskrit dengan fungsi massa peluang $p_X(x)$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Teorema 2.1 Sifat Ekspektasi

Misalkan X suatu variabel acak diskrit dengan c adalah suatu konstanta dan $g(x), g_1(x)$, dan $g_2(x)$ fungsi dari X yang memiliki ekspektasi, maka:

- i. $E[c] = c$;
- ii. $E[cg(X)] = cE[g(X)]$;
- iii. $E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Bukti:

- i. $E[c] = c$;

$$\begin{aligned} E[c] &= \sum_{i=1}^n cp_X(x_i) && \text{(Definisi 2.2)} \\ &= c \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \\ &= c && \text{(Definisi 2.1)} \end{aligned}$$

- ii. $E[cg(X)] = cE[g(X)]$;

$$\begin{aligned} E[cg(X)] &= \sum_{i=1}^n cg(x_i)p_X(x_i) && \text{(Definisi 2.2)} \\ &= c \sum_{i=1}^n g(x_i)p_X(x_i) \\ &= cE[g(X)] \end{aligned}$$

$$\text{iii. } E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)];$$

$$\begin{aligned} E[g_1(X) + g_2(X)] &= \sum_{i=1}^n (g_1(x_i) + g_2(x_i))p_X(x_i) && \text{(Definisi 2.2)} \\ &= \sum_{i=1}^n g_1(x_i)p_X(x_i) + \sum_{i=1}^n g_2(x_i)p_X(x_i) \\ &= E[g_1(X)] + E[g_2(X)] \end{aligned}$$

Definisi 2.3 Variansi

Misalkan X suatu variabel acak dengan fungsi distribusi $F(x)$. Momen pusat ke- n dari X (bila nilai ekspektasi ini ada) ialah $\mu_n = E[X - E[X]]^n$. Variansi dari X , dinyatakan dengan $Var(X)$ atau $\sigma_X^2(X)$, μ_2 (momen pusat kedua dari X), sehingga $Var(X) = E[X - E[X]]^2$ (Dudewicz dan Mishra, 1995).

Teorema 2.2

Jika a dan b adalah konstanta dan X adalah variabel acak, maka:

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X) \text{ (Herrhyanto dan Gantini, 2009).}$$

Bukti:

$$\begin{aligned} Var(aX + b) &= E[(aX + b) - E[aX + b]]^2 && \text{(Definisi 2.3)} \\ &= E[(aX + b) - E[aX] - E[b]]^2 && \text{(Teorema 2.1 iii)} \\ &= E[aX + b - aE[X] - b]^2 \\ &= E[aX - aE[X]]^2 \\ &= E[a(X - E[X])]^2 \\ &= a^2 E[X - E[X]]^2 \\ &= a^2 Var(X) \end{aligned}$$

2.1.3 Distribusi Poisson

Grafik pengendali yang berfokus pada jumlah kecacatan dalam suatu produk meliputi grafik pengendali C atau grafik pengendali U yang dapat digambarkan dengan distribusi poisson. Hal ini dikarenakan jumlah tempat yang mungkin untuk terjadinya kecacatan adalah besar tak berhingga sedangkan peluang akan terjadinya kecacatan pada suatu tempat adalah kecil dan konstan.

Definisi 2.4 Fungsi Peluang Poisson

Variabel acak X dikatakan berdistribusi Poisson, jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$p(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Variabel acak X yang berdistribusi Poisson dikatakan juga variabel acak Poisson (Herrhyanto dan Gantini, 2009).

Teorema 2.3 Parameter Distribusi Poisson

Misalkan X variabel acak berdistribusi Poisson, maka rataan dan variansi dari variabel acak X adalah:

1. $\mu_X = \lambda$
2. $\sigma_X^2 = \lambda$

Bukti:

Berdasarkan definisi rataan diskrit, maka:

$$\begin{aligned} \mu_X &= E[X] = \sum_x xp(x) \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-1)!} \end{aligned}$$

Misalnya: $y = x - 1$

Batas-batas: untuk $x = 1$, maka $y = 0$

untuk $x = \infty$, maka $y = \infty$

$$\begin{aligned}\mu_x &= E[X] = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+1} e^{-\lambda}}{y!} \\ &= \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \\ &= \lambda \cdot 1 \\ &= \lambda\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi variansi, maka:

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= \text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 \\ &= E[X(X-1) + X] - (E[X])^2 \\ &= E[X(X-1)] + E[X] - (E[X])^2\end{aligned}$$

Berdasarkan nilai ekspektasi diskrit, maka:

$$\begin{aligned}E[X(X-1)] &= \sum_x x(x-1)p(x) \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-2)!}\end{aligned}$$

Misalnya: $y = x - 2$

Batas-batas: untuk $x = 2$, maka $y = 0$

untuk $x = \infty$, maka $y = \infty$

$$\begin{aligned}
 E[X(X-1)] &= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+2} e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda^2 \cdot 1 \\
 &= \lambda^2
 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$\sigma_X^2 = \text{Var}(X) = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda \quad (\text{Herrhyanto dan Gantini, 2009}).$$

2.2 Grafik Pengendali (*Control Chart*)

Untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai grafik pengendali. Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan kedalam dua tipe. Pertama, grafik pengendali variabel yaitu apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan. Kedua, grafik pengendali atribut (sifat) menurut Besterfield (Ariani, 2004) yaitu apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misalnya goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang. Selain itu, atribut digunakan apabila pengukuran dapat dibuat tetapi tidak dibuat karena alasan waktu, biaya, atau kebutuhan.

Secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu_w + k\sigma_w \\
 CL &= \mu_w \\
 LCL &= \mu_w - k\sigma_w
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

di mana:

UCL : batas kendali atas (*upper control limit*)

CL : garis tengah (*center line*)

LCL : batas kendali bawah (*lower control limit*)

w : statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi

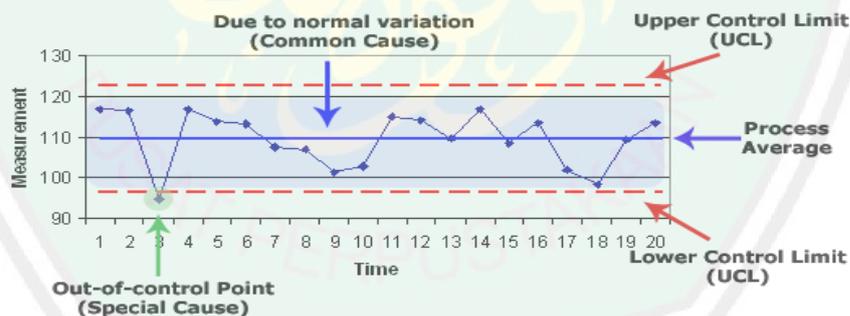
k : jarak batas kendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

σ_w : standar deviasi dari w

μ_w : *mean* dari w

Teori umum grafik pengendali ini pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini seringkali dinamakan grafik pengendali Shewhart (Montgomery, 1991).

Berikut ini diberikan contoh grafik pengendali statistik:



Gambar 2.1 Contoh Grafik Pengendali Statistik

(Yunita, 2010).

Pada contoh grafik pengendali statistik di atas, sumbu Y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu X menunjukkan waktu atau nomor pengamatan. Garis biru yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL)

grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap waktu atau nomor pengamatan tersebut.

Berdasarkan Gambar 2.1 di atas, selama titik-titik terletak di dalam batas-batas kendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali secara statistik dan tidak perlu tindakan apapun. Tetapi jika ada satu titik yang terletak di luar batas kendali (di bawah LCL atau di atas UCL), maka hal ini sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali dan diperlukan penyelidikan atau perbaikan untuk mengetahui dan menghilangkan sebab yang menyebabkan tingkah laku itu.

2.3 Grafik Pengendali *U*

Data Atribut (*Attributes Data*) merupakan data kualitatif yang dapat dihitung untuk pencatatan dan analisis. Atribut digunakan apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misal goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang (Ariani, 2004).

Secara umum, grafik pengendali atribut yang digunakan dalam SPC terbagi menjadi dua kategori, yaitu:

- a. Meliputi grafik pengendali yang fokus pada proporsi ketidaksesuaian. Grafik pengendali untuk proporsi dari item ketidaksesuaian (*P-chart*), dan grafik pengendali untuk jumlah item ketidaksesuaian (*NP-chart*). Kedua grafik di atas berdasarkan pada distribusi binomial.
- b. Meliputi grafik pengendali yang berfokus pada jumlah kecacatan dalam suatu produk. Grafik pengendali untuk jumlah total kecacatan dari suatu unit produk

(*C-chart*) dan grafik pengendali untuk jumlah kecacatan per unit (*U-chart*) yang digunakan pada situasi ukuran unit produk bervariasi. Kedua grafik di atas berdasarkan pada distribusi Poisson.

Sesuai dengan batasan masalah yang telah disampaikan dalam pendahuluan, akan dibahas mengenai grafik pengendali U (*U-chart*). Grafik pengendali ini digunakan untuk mengadakan pengujian terhadap kualitas proses produksi dengan mengetahui jumlah kecacatan pada satu unit produk sebagai sampelnya, di mana ukuran unit produk bervariasi. Contohnya, mengetahui jumlah cetakan warna yang cacat pada selembar kain, mengetahui jumlah kesalahan pemasangan sekrup pada sayap pesawat, dan sebagainya.

Untuk membangun grafik pengendali u ini terlebih dahulu diketahui jumlah kecacatan untuk beberapa unit inspeksi (c) yang digunakan untuk mengukur jumlah kecacatan per unit inspeksi (u) dalam kelompok pengamatan (*subgroup*), yang memiliki ukuran unit inspeksi yang bervariasi. Jika diperoleh c adalah jumlah kecacatan untuk beberapa unit inspeksi sebanyak n sampel, maka jumlah kecacatan per unit inspeksi adalah

$$u = \frac{c}{n} \quad (2.3)$$

Misalkan suatu pengamatan dilakukan sebanyak m kali, maka:

$$u_1 = \frac{c_1}{n}, u_2 = \frac{c_2}{n}, \dots, u_m = \frac{c_m}{n} \quad (2.4)$$

Sehingga,

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m u_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_i}{n} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m c_i \quad (2.5)$$

Sebelum mencari nilai ekspektasi dari u , terlebih dahulu akan dihitung nilai ekspektasi dari c . Karena c menyatakan jumlah kecacatan untuk beberapa unit inspeksi, berdasarkan definisi 2.4, maka c berdistribusi Poisson, sehingga ekspektasi dari c adalah

$$\mu_c = E[c] = \lambda \quad (2.6)$$

dan variansi dari c adalah

$$\text{Var}(c) = \lambda \quad (2.7)$$

maka simpangan baku dari c adalah akar dari $\text{Var}(c)$, yaitu

$$\sigma_c = \sqrt{\lambda} \quad (2.8)$$

Selanjutnya, akan dihitung nilai ekspektasi dari u sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_u &= E[u] = E\left[\frac{c}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n} E[c] = \frac{\lambda}{n} \end{aligned} \quad (2.9)$$

dan variansi dari u adalah

$$\begin{aligned} \text{Var}(u) &= \text{Var}\left(\frac{c}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n^2} \text{Var}(c) \\ &= \frac{\lambda}{n^2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

maka simpangan baku dari u adalah akar dari $\text{Var}(c)$, yaitu

$$\sigma_u = \frac{\sqrt{\lambda}}{n} \quad (2.11)$$

Dengan demikian, maka batas kendali 3-sigma untuk grafik pengendali u adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_u + 3\sigma_u = \frac{\lambda}{n} + 3\frac{\sqrt{\lambda}}{n} \\ CL &= \mu_u = \frac{\lambda}{n} \\ LCL &= \mu_u - 3\sigma_u = \frac{\lambda}{n} - 3\frac{\sqrt{\lambda}}{n} \end{aligned} \quad (2.12)$$

di mana,

μ_u : rata-rata dari u

σ_u : standart deviasi dari u

n : ukuran sampel (jumlah unit sampel)

Jika λ tidak diketahui, maka akan ditaksir oleh

$$\bar{c} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_i \quad (2.13)$$

yang merupakan penaksir tak bias untuk λ . Bukti \bar{c} adalah penaksir tidak bias untuk λ :

$$\begin{aligned} E[\bar{c}] &= E\left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_i\right] \\ &= \frac{1}{m} \cdot m \cdot E[c] \\ &= \lambda \end{aligned} \quad (2.14)$$

Jika λ ditaksir oleh \bar{c} , maka $\mu_u = \frac{\lambda}{n}$ dapat ditaksir oleh $\mu_u = \frac{\bar{c}}{n}$ dan $\sigma_u = \frac{\sqrt{\lambda}}{n}$

ditaksir oleh $\sigma_u = \frac{\sqrt{\bar{c}}}{n}$. Sehingga batas kendali untuk grafik pengendali u adalah

sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 UCL &= \frac{\bar{c}}{n} + 3 \frac{\sqrt{\bar{c}}}{n} \\
 CL &= \frac{\bar{c}}{n} \\
 LCL &= \frac{\bar{c}}{n} - 3 \frac{\sqrt{\bar{c}}}{n}
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Karena $\bar{u} = \frac{\bar{c}}{n}$, akhirnya diperoleh batas kendali untuk *U-chart* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 UCL &= \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \\
 CL &= \bar{u} \\
 LCL &= \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

2.4 Sistem *Demerits*

Dalam suatu produk yang rumit, seperti mobil, komputer, atau alat-alat besar, biasanya didapatkan banyak jenis kecacatan yang berbeda. Dalam keadaan seperti ini, maka diperlukan metode guna mengklasifikasikan kecacatan menurut tingkat kecacatan dan memberikan bobot berbagai jenis cacat. Sistem yang mengklasifikasikan tingkat kecacatan ini, sering disebut dengan sistem *demerits*.

Salah satu pola *demerits* adalah sebagai berikut:

Cacat kelas A-Sangat serius, unit tidak cocok sama sekali untuk pelayanan sehingga akan menyebabkan kecelakaan atau kerusakan milik pribadi.

Cacat kelas B-Serius, unit mungkin akan mengalami kegagalan operasional kelas A atau akan meningkatkan biaya perawatan.

Cacat kelas C-Agak serius, unit yang mungkin akan gagal dalam pelayanan atau menyebabkan kesulitan yang kurang serius daripada masalah operasional.

Cacat kelas D-Kecil, unit tidak akan gagal dalam pelayanan, tetapi mempunyai cacat kecil dalam kualitas pekerjaan.

Misalkan c_A, c_B, c_C , dan c_D masing-masing menunjukkan jumlah cacat kelas A, kelas B, kelas C, dan kelas D dalam unit inspeksi. Anggap bahwa kelas cacat saling independen, maka dimisalkan jumlah kecacatan dalam beberapa unit inspeksi didefinisikan sebagai

$$d = 100c_A + 50c_B + 10c_C + c_D \quad (2.17)$$

Misalkan digunakan suatu sampel dengan n unit inspeksi, maka jumlah kecacatan per unit adalah

$$u = \frac{d}{n} \quad (2.18)$$

dengan d adalah jumlah kecacatan keseluruhan dalam n unit inspeksi. Karena u adalah kombinasi linier dari variabel acak Poisson yang independen, maka batas kendali untuk u adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{u} + 3\hat{\sigma}_u \\ CL &= \bar{u} \\ LCL &= \bar{u} - 3\hat{\sigma}_u \end{aligned} \quad (2.19)$$

dengan

$$\bar{u} = 100\bar{u}_A + 50\bar{u}_B + 10\bar{u}_C + \bar{u}_D \quad (2.20)$$

dan

$$\hat{\sigma}_u = \left[\frac{(100)^2 \bar{u}_A + (50)^2 \bar{u}_B + (10)^2 \bar{u}_C + \bar{u}_D}{n} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

$\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C,$ dan \bar{u}_D menunjukkan rata-rata jumlah cacat per unit untuk kelas A, kelas B, kelas C, dan kelas D (Montgomery, 1990).

2.5 Grafik Pengendali untuk Individual

Pada berbagai situasi, perusahaan atau organisasi hanya menghasilkan beberapa unit, bahkan satu unit saja. Oleh karenanya, maka digunakan grafik pengendali individu yang hanya menggunakan pengujian terhadap satu unit produk. Kondisi lain yang menjadi alasan digunakannya grafik pengendali ini adalah apabila proses pengujian akan menyebabkan kecacatan produk atau proses pengujian tersebut dirasakan sangat mahal. Oleh karenanya, maka hanya diambil satu unit produk sebagai sampel untuk menguji apakah proses produksinya masih berada dalam batas kendali atau tidak (Ariani, 2004).

Untuk membuat grafik pengendali observasi individual, terlebih dahulu menghitung rata-rata \bar{x} dan rata-rata *moving range* dari dua pengamatan \overline{MR} , di mana MR_i didefinisikan sebagai

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|, \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (2.22)$$

dan m menyatakan jumlah pengamatan. Sehingga batas kendali untuk pengukuran individual adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 UCL &= \bar{x} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\
 CL &= \bar{x} \\
 LCL &= \bar{x} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

(Montgomery, 1991).

2.6 Autokorelasi

2.6.1 Pengertian Autokorelasi

Pada dasarnya autokorelasi dapat didefinisikan sebagai korelasi antara nilai-nilai pengamatan yang terurut dalam waktu. Autokorelasi sering terjadi pada data deret waktu (*time series*) karena suatu pengamatan dalam jenis data ini biasanya dipengaruhi oleh data sebelumnya (Yamin, dkk., 2011).

Dengan demikian terlihat adanya perbedaan antara autokorelasi dengan korelasi, yang mana sama-sama mengukur derajat keeratan hubungan. Korelasi mengukur derajat keeratan hubungan di antara dua variabel yang berbeda, sedangkan autokorelasi mengukur derajat hubungan di antara nilai-nilai yang berurutan pada variabel yang sama atau pada variabel itu sendiri.

2.6.2 Koefisien Autokorelasi

Mean dan variansi dari suatu data deret berkala mungkin tidak bermanfaat apabila deret tersebut tidak stasioner. Kunci dalam analisis deret berkala adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0, 1, 2 periode atau lebih). Asumsi kestasioneran juga berakibat bahwa fungsi distribusi peluang gabungan $f(x_{t_1}, x_{t_2})$ adalah sama untuk

setiap t_1, t_2 yang mana merupakan interval konstan yang terpisah. Sehingga karakteristik distribusi gabungan ini dapat diduga dengan menggambar diagram pencar dari data pasangan $(x_{t_1}, x_{t_2}) = (x_t, x_{t+k})$ yang merupakan bagian dari data *time series* yang dipisahkan oleh interval konstan atau *lag k*.

Dalam hal ini, dapat didefinisikan mengenai kovariansi dari x_t dan x_{t+k} yang dipisahkan oleh k interval waktu diskrit, yang disebut autokovariansi pada *lag k* dengan definisi:

$$\gamma_k = Cov[X_t, X_{t+k}] = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] \quad (2.24)$$

Sehingga dari definisi autokovariansi dapat didefinisikan kuantifikasi autokorelasi pada *lag k* yang didefinisikan oleh:

$$\begin{aligned} \rho_k &= \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(X_t - \mu)^2]E[(X_{t+k} - \mu)^2]}} \\ &= \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sigma_X^2} \end{aligned}$$

Konsepsi autokorelasi setara (identik) dengan korelasi *Pearson* untuk data bivariat. Jika didapat sampel data deret berkala x_1, x_2, \dots, x_n , dan dapat dibangun pasangan nilai $(x_1, x_{k+1}), (x_2, x_{k+2}), \dots, (x_k, x_n)$, autokorelasi *lag k* dari sampel data deret berkala adalah

$$r_k = kor(X_t, X_{t+k}) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}_1)(x_{t+k} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}_1)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^{n-k} (x_{t+k} - \bar{x}_2)^2}} \quad (2.25)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k x_t, \bar{x}_2 = \frac{1}{k} \sum_{t=k+1}^n x_t$$

Dalam analisis data deret berkala mendapatkan hasil yang baik, nilai n harus cukup besar, dan autokorelasi disebut berarti jika nilai k cukup kecil dibandingkan dengan n , sehingga dapat dianggap

$$x_1 \approx x_2 \approx \bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^n x_t}{n} \quad (2.26)$$

dan persamaan (2.25) menjadi

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (2.27)$$

dan perumusan autokorelasi seperti ini yang digunakan dalam analisis data deret berkala yang disebut dengan *Autocorrelation Function* (ACF) (Makridakis, dkk., 1999).

2.6.3 Partial Autocorrelation Function (PACF)

Autokorelasi parsial adalah korelasi antar deret pengamatan suatu deret berkala. Korelasi parsial mengukur hubungan keeratan antar pengamatan suatu deret berkala. Matriks autokorelasi suatu deret berkala stasioner yang berukuran $k \times k$ dapat didefinisikan sebagai

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Fungsi autokorelasi parsial adalah himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai *lag* k , ditulis $\{\phi_{kk}; k = 1, 2, \dots\}$, didefinisikan sebagai:

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} \quad (2.29)$$

di mana P_k^* adalah P_k dengan kolom terakhir diganti oleh $\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{bmatrix}$ sehingga dapat

diperoleh

$$\phi_{11} = \frac{|P_1^*|}{|P_1|} = \frac{|r_1|}{1} = r_1$$

$$\phi_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

Sehingga ϕ_{kk} merupakan fungsi dari *lag k* yang disebut fungsi autokorelasi parsial (Box dan Jenkins, 1976).

2.7 Time Series

2.7.1 Pengertian Time Series

Data deret berkala atau *time series* adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk menggambarkan perkembangan suatu peristiwa. Biasanya jarak atau interval dari waktu ke waktu sama. Contoh data deret berkala misalnya pertumbuhan ekonomi suatu negara per tahun, jumlah produksi minyak per bulan, indeks harga saham per hari dan sebagainya yang kemudian disusun sebagai data statistik (Milasari, 2008).

Dari suatu rangkaian waktu akan dapat diketahui apakah peristiwa atau gejala tersebut berkembang mengikuti pola-pola perkembangan yang teratur atau tidak. Jika rangkaian waktu menunjukkan pola yang teratur, maka akan dapat dibuat suatu ramalan yang cukup kuat mengenai tingkah laku gejala yang dicatat, dan atas dasar ramalan itulah dapat dibuat rencana-rencana yang cukup untuk dapat dipertanggungjawabkan.

2.7.2 Model *Time Series*

2.7.2.1 Model *Autoregressive* (AR)

Autoregressive merupakan suatu model yang digunakan untuk mengukur tingkat keeratan (*association*) antara X_t dengan X_{t-k} , apabila pengaruh dari *time lag* 1,2,3..., dan seterusnya sampai $k-1$ dianggap terpisah (Makridakis, dkk., 1999).

Bentuk umum peramalan model *Autoregressive*:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t \quad (2.30)$$

di mana:

$X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$: variabel yang menentukan

X_t : variabel yang diramal

ϕ_p : parameter AR orde ke- p

e_t : galat

2.7.2.2 Model *Moving Average* (MA)

Moving Average adalah hubungan yang menyatakan nilai saat ini sebagai jumlah berbobot dari kesalahan kecil (*white noise*) pada waktu sebelumnya atau tergantung pada nilai-nilai sebelumnya dari unsur kesalahan. Bentuk umum dari *Moving Average* adalah:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.31)$$

di mana:

e_{t-1}, \dots, e_{t-q} : nilai-nilai terdahulu dari kesalahan

e_t : kesalahan pada saat t

X_t : parameter MA yang berorde ke- q

Model *Moving Average* memberikan hasil ramalan X_t berdasarkan atas kombinasi linier dari kesalahan-kesalahan yang lalu.

2.7.2.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model ini merupakan gabungan dari *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA), yang merupakan prosedur yang praktis dan sederhana, sehingga dengan penggunaan gabungan kedua model itu maka autokorelasinya dapat dipertimbangkan baik nilai yang berturut-turut pada masa-masa sebelumnya dari variabel yang diramalkan maupun nilai yang berturut-turut dari kesalahan atas masing-masing periode yang lalu. Gabungan kedua model tersebut dinamakan ARMA(p, q). Adapun persamaan umum ARMA adalah (Makridakis, dkk., 1999):

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.32)$$

2.7.2.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Pada kenyataannya, suatu model deret berkala tidak selalu bersifat stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati atau bahkan bersifat stasioner dengan melakukan pembedaan (*differencing*) pada data aslinya. Misal data pembedaan pertama : $W_t = X_t - X_{t-1}$

Misal untuk model AR(1), yaitu $\phi(B)X_t = e_t$ di mana data belum stasioner, maka agar data tersebut stasioner, persamaan karakteristik $\phi(B) = 0$ harus dipenuhi. Untuk itu model diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned}\phi(B)W_t &= e_t \\ \phi(B)(1-B)^d X_t &= e_t \\ \phi(B)\nabla^d X_t &= e_t\end{aligned}\tag{2.33}$$

jika $\nabla^d X_t = W_t$ maka persamaan (2.33) merupakan model *Autoregressive* bagi W_t , di mana W_t merupakan hasil dari pembedaan orde ke- d dari deret X_t , sebaliknya X_t merupakan hasil dari integrasi dengan orde- p . Selanjutnya ∇^d disebut sebagai operator pembedaan atau orde pembedaan (Milasari, 2008).

2.7.2.5 Model ARIMA Musiman

Pada kenyataannya ada beberapa data yang memperlihatkan pola musiman. Ciri dari gerakan musiman adalah gerakan yang mempunyai pola-pola tetap atau identik dari waktu ke waktu dengan jangka waktu tertentu. Sehingga model umum untuk ARIMA musiman adalah:

$$\phi_p(B^s)(1-B^s)^D X_t = \theta_Q(B^s)e_t\tag{2.34}$$

Dengan

$\phi_p(B^s)$: parameter AR musiman orde ke- p

$\theta_p(B^s)$: parameter MA musiman orde ke- p

s : musiman

$$\phi_p(B^s)_t = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{ps}$$

$$\theta_p(B^s)_t = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_p B^{ps} \text{ (Milasari, 2008).}$$

2.8 Penyusunan Model *Time series*

2.8.1 Identifikasi Model

Langkah awal dalam mengidentifikasi model adalah menentukan apakah data deret berkala yang akan digunakan bersifat stasioner atau tidak. Model pendekatan Box-Jenkins mendasarkan analisis pada data deret berkala yang stasioner, sedangkan arti dari stasioner adalah apabila suatu data deret berkala memiliki rata-rata atau kecenderungan bergerak menuju rata-rata. Untuk data yang stasioner, bila digambar data tersebut maka akan sering melewati sumbu horizontal, dan autokorelasinya akan menurun dengan teratur untuk *lag* (selang waktu) yang cukup besar. Sebaliknya bagi data yang tidak stasioner, variansi menjadi semakin besar bila data jumlah deret berkala diperluas, tidak sering melewati sumbu horizontal, dan autokorelasinya tidak cenderung menurun. Sehingga jika data tidak stasioner maka dilakukan penstasioneran terlebih dahulu dengan metode pembedaan (*differencing*) (Makridakis, dkk., 1999).

Setelah data stasioner dilanjutkan dengan mengidentifikasi (menduga) orde AR dan MA yang sesuai dengan menggunakan grafik ACF dan PACF. Jika ACF turun secara eksponensial dan PACF signifikan pada *lag p* maka proses tersebut merupakan proses AR(p). Sebaliknya jika PACF turun secara

eksponensial dan ACF signifikan pada *lag q* maka proses tersebut merupakan proses MA(*q*) (Samsiah, 2008).

2.8.2 Pendugaan Parameter Model

Setelah berhasil menetapkan beberapa kemungkinan model yang cocok, kemudian langkah selanjutnya adalah menduga parameternya. Pendugaan parameter dilakukan melalui uji signifikansi pada koefisien. Jika koefisien dari model tidak signifikan maka model tersebut tidak layak digunakan (Samsiah, 2008).

2.8.3 Pemeriksaan Diagnosa

Pemeriksaan diagnosa dilakukan untuk membuktikan bahwa model tersebut memadai. Jika terjadi penyimpangan yang cukup serius maka harus dirumuskan kembali model yang baru. Pengujian yang harus dilakukan antara lain sebagai berikut:

a) Uji Non-autokorelasi Residual

Untuk mengetahui apakah residual mempunyai autokorelasi atau tidak, dapat dilihat dari *correlogram* (grafik ACF dan PACF) dari residual. Jika *correlogram* tersebut menunjukkan adanya grafik ACF atau PACF yang signifikan pada *lag-lag* awal maka residual mempunyai autokorelasi. Jika sebaliknya maka residual tidak mempunyai autokorelasi.

b) Uji Normalitas Residual

Uji normalitas residual dilakukan untuk melihat kenormalan dari residual. Model dikatakan baik jika residualnya berdistribusi normal, yaitu jika histogram residual mempunyai kecenderungan membentuk pola lonceng (*bell shape*). Selain itu, untuk menguji normalitas residual dapat digunakan uji hipotesis, di antaranya uji Jarque-Bera, uji Kolmogorov-Smirnov ($n > 50$) dan uji Shapiro-Wilk ($n < 50$) (Samsiah, 2008).

c) Uji Keacakan Residual

Model dikatakan baik jika nilai residual bersifat acak, artinya sudah tidak mempunyai pola tertentu lagi. Untuk melihat keacakan nilai residual dilakukan pengujian terhadap nilai koefisien autokorelasi dari residual, dengan menggunakan salah satu dari dua statistik berikut:

1) Uji Q Box-Pierce

$$Q = n \sum_{i=1}^k r_i^2 \quad (2.35)$$

2) Uji Ljung-Box

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{n-k} \quad (2.36)$$

Dengan

r_i^2 : autokorelasi residual pada lag ke- i

k : maksimum lag yang diinginkan

n : jumlah pengamatan

p dan q : lag pada model ARIMA

Kriteria Pengujian:

Jika $Q \leq \chi_{tabel}^2 = \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual bersifat acak (model dapat diterima).

Jika $Q > \chi_{tabel}^2 = \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual tidak bersifat acak (model tidak dapat diterima) (Makridakis, dkk., 1999).

2.8.4 Pemilihan Model Terbaik

Dalam *time series* ada beberapa jenis model sesuai yang dapat digunakan untuk menunjukkan data. Alat untuk mengidentifikasi seperti ACF dan PACF hanya digunakan untuk mengidentifikasi model yang cocok. Beberapa kriteria yang digunakan untuk pemilihan model ARIMA yang terbaik setelah dilakukan identifikasi model dan pemeriksaan diagnosa di antaranya:

a) Jumlah Kuadrat Kesalahan (*Sum of Squared Error*)

Merupakan jumlah dari nilai kuadrat *error* sebanyak n periode waktu didefinisikan sebagai berikut:

$$SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.37)$$

b) Rata-rata Kesalahan Prosentase (*Mean Percentage Error*)

Merupakan rata-rata dari seluruh kesalahan persentasi susunan data yang diberikan.

$$MPE = \sum_{i=1}^n PE_i / n \quad (2.38)$$

c) Rata-rata Kesalahan Prosentase Absolut (*Mean Absolute Percentage Error*)

Merupakan ukuran kesalahan yang dihitung dengan cara mencari nilai tengah dari persentase absolute perbandingan kesalahan.

$$MAPE = \sum_{i=1}^n |PE_i| / n \quad (2.39)$$

Pada pemilihan metode terbaik yang digunakan untuk meramalkan suatu data dapat dipertimbangkan dengan meminimalisir kesalahan (*error*) yang mempunyai nilai ukuran kesalahan model terkecil (Samsiah, 2008).

2.9 Kajian Keagamaan

Dalam kajian agama pada Bab ini akan dijelaskan bagaimana manusia harus bersyukur atas segala nikmat yang berikan Allah SWT. Bersyukur berarti memuji, berterima kasih dan merasa berhutang budi kepada Allah atas karunia-Nya, bahagia atas karunia tersebut dan mencintai-Nya dengan melaksanakan ketaatan kepada-Nya. Allah telah menjelaskan alasan mengapa manusia harus bersyukur kepada-Nya dalam Al-Qur'an surat An-Nahl ayat 78 yang berbunyi:

وَاللَّهُ أَخْرَجَكُمْ مِنْ بُطُونِ أُمَّهَاتِكُمْ لَا تَعْلَمُونَ شَيْئًا وَجَعَلَ لَكُمُ السَّمْعَ وَالْأَبْصَرَ وَالْأَفْئِدَةَ
لَعَلَّكُمْ تَشْكُرُونَ ﴿٧٨﴾

Artinya: “Dan Allah mengeluarkan kamu dari perut ibumu dalam Keadaan tidak mengetahui sesuatupun, dan Dia memberi kamu pendengaran, penglihatan dan hati, agar kamu bersyukur”.

Dalam tafsir Muyassar jilid 2 (2008) dijelaskan bahwa Allah mengeluarkan kalian sebagai bayi dari perut-perut ibu kalian setelah usia masa kandungan. Ketika dilahirkan, tidak seorangpun di antara kalian mengetahui apa yang ada di sekitarnya. Sehingga menurut penulis, ayat di atas menganjurkan agar

manusia selalu bersyukur dengan apa yang dimilikinya yaitu berupa pendengaran, penglihatan, serta hati nurani yang merupakan pemberian Allah SWT, sebagai sarana untuk mencari dan memperoleh ilmu pengetahuan.

Begitu besarnya nikmat yang Allah limpahkan kepada manusia sehingga wajib bagi manusia untuk senantiasa bersyukur kepada Allah. Kewajiban mensyukuri nikmat Allah juga telah dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Faathir ayat 3 yang berbunyi:

يَتَأْتِيهَا النَّاسُ أَدْكُرُوا نِعْمَتَ اللَّهِ عَلَيْكُمْ هَلْ مِنْ خَلْقٍ غَيْرِ اللَّهِ يَرْزُقُكُمْ مِنَ السَّمَاءِ وَالْأَرْضِ لَا إِلَهَ إِلَّا هُوَ فَإِنَّ تُوْفِكُونَ ﴿٣﴾

Artinya: “Hai manusia, ingatlah akan nikmat Allah kepadamu. Adakah Pencipta selain Allah yang dapat memberikan rezki kepada kamu dari langit dan bumi? tidak ada Tuhan selain dia; Maka Mengapakah kamu berpaling (dari ketauhidan)?”.

Penulis menginterpretasikan ayat tersebut sebagai bentuk perintah Allah kepada seluruh manusia agar mereka senantiasa mengingat nikmat-nikmat-Nya. Karena yang demikian ini akan mendorong seseorang untuk bersyukur kepada Allah.

Tujuan bersyukur kepada Allah adalah untuk memperoleh rahmat, hikmah, petunjuk dan kenyamanan hidup di akhirat kelak (Al-Qarni, 2008). Tujuan bersyukur kepada Allah memiliki banyak sekali dimensinya, namun menurut penulis, tujuan yang paling utama adalah agar mendapatkan rahmat dan ridha Allah SWT. Allah telah berfirman dalam ayat-Nya, bahwa keridhaan-Nya hanya akan diberikan kepada hamba-Nya yang bersyukur, sebagaimana terdapat dalam Al-Qur'an surat Az-Zumar ayat 7 yang berbunyi:

... وَإِنْ تَشْكُرُوا يَرْضَهُ لَكُمْ ... ﴿٧﴾

Artinya: "...dan jika kamu bersyukur, niscaya Dia meridhai bagimu kesyukuranmu itu...".

Oleh karena itu, sudah semestinya bagi orang-orang yang mengharap surga Allah untuk memperbaiki dirinya dalam bersyukur kepada-Nya. Karena kalau tidak demikian, maka seseorang menyangka dirinya telah bersyukur namun ternyata tidak demikian kenyataannya.

Allah juga telah memberikan penegasan tentang bagaimana imbalan bagi orang-orang yang mau bersyukur terhadap nikmat-Nya dan bagaimana konsekuensi dari orang-orang yang mengingkari nikmat-Nya. Bentuk penegasan tersebut sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Ibrahim ayat 7 yang berbunyi:

... وَلَئِنْ كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ ﴿٧﴾

Artinya: "...Sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti Kami akan menambah (nikmat) kepadamu, dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), Maka Sesungguhnya azab-Ku sangat pedih".

Menurut penulis, perkara yang diumumkan oleh Allah SWT adalah "Sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti Kami akan menambah (nikmat) kepadamu". Kata syukur dalam ayat ini haruslah diwujudkan dengan hati, lisan maupun perbuatan. Dan dengan bersyukur, maka Allah akan menambahkan nikmat yang diberikan-Nya dengan nikmat-nikmat yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa nikmat Allah saling berautokorelasi satu sama lain.

Setelah dijelaskan balasan bagi orang yang bersyukur, kemudian dijelaskan bagi orang yang berlaku sebaliknya, "Dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), Maka Sesungguhnya azab-Ku sangat pedih". Terhadap orang-orang yang mengingkari nikmat tersebut, Allah mengancamnya dengan adzab yang

sangat pedih. Adzab tersebut di dunia berupa dicabutnya nikmat tersebut, sedangkan di akhirat berupa siksaan yang terus menerus.

Allah dapat mencabut nikmat yang diberikan karena dosa-dosa yang dikerjakan oleh manusia. Penulis menginterpretasikan dosa-dosa yang dikerjakan manusia sebagai suatu kecacatan yang mengakibatkan dicabutnya suatu nikmat tersebut oleh Allah. Sehingga dalam hal ini, nikmat-nikmat Allah yang begitu banyak haruslah disyukuri tanpa adanya kecacatan dari manusia yang dalam hal ini sebagai bentuk pengingkaran terhadap nikmat-Nya.

Hal ini sama halnya asumsi yang harus dipenuhi dari grafik pengendali U , di mana tidak diperbolehkannya ada autokorelasi antar jumlah kecacatan tiap pengamatan. Karena jika terbukti adanya autokorelasi antar jumlah kecacatan, maka secara langsung grafik pengendali U akan memberikan hasil yang bias. Oleh karena itu perlu dibangun suatu grafik pengendali untuk mengatasi adanya autokorelasi tersebut. Dalam hal ini yang akan dibangun adalah grafik pengendali residual.

Grafik pengendali residual ini berperan sama halnya dengan ayat di atas yang merupakan pengendali terhadap orang-orang mengingkari nikmat Allah. Jika grafik pengendali residual ini berfungsi untuk mengendalikan residual yang berarti terkendalinya pula jumlah kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi, sedangkan ayat di atas merupakan bentuk pengendalian Allah terhadap orang-orang yang mengingkari segala nikmat-Nya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Membangun Grafik Pengendali U (U -Chart)

Grafik pengendali U yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu grafik pengendali *demerits* karena produk yang diteliti memiliki tingkat kecacatan yang berbeda-beda yaitu dengan mengklasifikasikan kecacatan ke dalam empat kelas. Jika jumlah kecacatan dari masing-masing kelas pada pemeriksaan ke- i dinotasikan dengan c_{iA}, c_{iB}, c_{iC} , dan c_{iD} . Sedangkan bobot sistem *demerits* dari masing-masing kelas dinotasikan dengan w_A, w_B, w_C , dan w_D . Maka total jumlah kecacatan atau *demerits* d_i dapat dibangun dengan menggunakan persamaan:

$$d_i = w_A c_{iA} + w_B c_{iB} + w_C c_{iC} + w_D c_{iD} \quad (3.1)$$

Demerits per unit inspeksi ke- i adalah

$$U_i = \frac{d_i}{n_i} \quad (3.2)$$

di mana U diasumsikan sebagai kombinasi linier dari variabel acak Poisson yang independen dan n_i adalah ukuran sampel unit inspeksi.

Dari persamaan (2.5) telah diperoleh nilai $\bar{U} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m U_i$, karena $U_i = \frac{d_i}{n_i}$,

maka:

$$\begin{aligned}
\bar{U} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{n_i} \\
&= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{w_A c_{iA} + w_B c_{iB} + w_C c_{iC} + w_D c_{iD}}{n_i} \right) \\
&= \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \frac{w_A c_{iA}}{n_i} + \sum_{i=1}^m \frac{w_B c_{iB}}{n_i} + \sum_{i=1}^m \frac{w_C c_{iC}}{n_i} + \sum_{i=1}^m \frac{w_D c_{iD}}{n_i} \right) \\
&= \frac{1}{m} \left(w_A \sum_{i=1}^m \frac{c_{iA}}{n_i} + w_B \sum_{i=1}^m \frac{c_{iB}}{n_i} + w_C \sum_{i=1}^m \frac{c_{iC}}{n_i} + w_D \sum_{i=1}^m \frac{c_{iD}}{n_i} \right) \\
&= w_A \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iA}}{n_i} + w_B \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iB}}{n_i} + w_C \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iC}}{n_i} + w_D \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iD}}{n_i}
\end{aligned}$$

Dengan rata-rata jumlah kecacatan per unit untuk kelas A adalah $\bar{u}_A = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iA}}{n_i}$, di

mana m adalah jumlah unit inspeksi dan n_i adalah ukuran sampel pada pengamatan ke- i .

Sehingga,

$$\bar{U} = w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D \quad (3.3)$$

di mana $\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C$, dan \bar{u}_D adalah rata-rata jumlah kecacatan per unit dari masing-masing kelas.

Karena c berdistribusi Poisson, maka dari persamaan (2.6) telah diketahui bahwa $E[c] = \lambda$. Dikarenakan c_A, c_B, c_C , dan c_D masing-masing menunjukkan jumlah cacat kelas A, kelas B, kelas C, dan kelas D dan kelas cacat saling independen antar kelas satu dengan kelas lainnya, maka c_A dapat dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter λ_A , sehingga

$$E[c_A] = \lambda_A \quad (3.4)$$

begitu pula dengan c_B, c_C , dan c_D . Dikarenakan masing-masing c_B, c_C , dan c_D berdistribusi Poisson, maka $E[c_B] = \lambda_B, E[c_C] = \lambda_C$, dan $E[c_D] = \lambda_D$. Selain itu dapat diketahui variansi dari c_A yaitu

$$\text{Var}(c_A) = \lambda_A \quad (3.5)$$

begitu pula dengan c_B, c_C , dan c_D . Dikarenakan masing-masing c_B, c_C , dan c_D berdistribusi Poisson, maka $\text{Var}(c_B) = \lambda_B, \text{Var}(c_C) = \lambda_C$, dan $\text{Var}(c_D) = \lambda_D$.

Selanjutnya nilai ekspektasi dari U dapat diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_U &= E[U] = E\left[\frac{d}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n} E[d] \\ &= \frac{1}{n} E[w_A c_A + w_B c_B + w_C c_C + w_D c_D] \\ &= \frac{1}{n} (w_A E[c_A] + w_B E[c_B] + w_C E[c_C] + w_D E[c_D]) \\ &= \frac{1}{n} (w_A \lambda_A + w_B \lambda_B + w_C \lambda_C + w_D \lambda_D) \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\mu_U = E[U] = \frac{1}{n} (w_A \lambda_A + w_B \lambda_B + w_C \lambda_C + w_D \lambda_D) \quad (3.6)$$

dan variansi dari U adalah

$$\begin{aligned} \text{Var}(U) &= \text{Var}\left(\frac{d}{n}\right) \\ &= \text{Var}\left(\frac{w_A c_A + w_B c_B + w_C c_C + w_D c_D}{n}\right) \\ &= \text{Var}\left(\frac{w_A c_A}{n}\right) + \text{Var}\left(\frac{w_B c_B}{n}\right) + \text{Var}\left(\frac{w_C c_C}{n}\right) + \text{Var}\left(\frac{w_D c_D}{n}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n^2} (\text{Var}(w_A c_A) + \text{Var}(w_B c_B) + \text{Var}(w_C c_C) + \text{Var}(w_D c_D)) \\
&= \frac{1}{n^2} (w_A^2 \text{Var}(c_A) + w_B^2 \text{Var}(c_B) + w_C^2 \text{Var}(c_C) + w_D^2 \text{Var}(c_D)) \\
&= \frac{1}{n^2} (w_A^2 \lambda_A + w_B^2 \lambda_B + w_C^2 \lambda_C + w_D^2 \lambda_D)
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\text{Var}(U) = \frac{1}{n^2} (w_A^2 \lambda_A + w_B^2 \lambda_B + w_C^2 \lambda_C + w_D^2 \lambda_D) \quad (3.7)$$

maka simpangan baku dari U adalah akar dari $\text{Var}(U)$, yaitu

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{(w_A^2 \lambda_A + w_B^2 \lambda_B + w_C^2 \lambda_C + w_D^2 \lambda_D)}{n}} \quad (3.8)$$

Dengan demikian, maka batas kendali 3-sigma untuk U adalah

$$\begin{aligned}
UCL &= \mu_U + 3\sigma_U \\
CL &= \mu_U \\
LCL &= \mu_U - 3\sigma_U
\end{aligned} \quad (3.9)$$

Berdasarkan persamaan (2.14), jika λ tidak diketahui, maka akan ditaksir oleh \bar{c} . Sedangkan λ_A dapat ditaksir dengan \bar{c}_A . Bukti \bar{c}_A adalah penaksir tidak bias untuk λ_A :

$$\begin{aligned}
E[\bar{c}_A] &= E\left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c_{iA}\right] \\
&= E\left[\frac{1}{m} (c_{1A} + c_{2A} + \dots + c_{mA})\right] \\
&= \frac{1}{m} E[c_{1A} + c_{2A} + \dots + c_{mA}] \\
&= \frac{1}{m} (E[c_{1A}] + E[c_{2A}] + \dots + E[c_{mA}])
\end{aligned}$$

Karena $c_{1A}, c_{2A}, \dots, c_{mA}$ memiliki sifat *iid* atau independen dan masing-masing berasal dari distribusi yang identik, maka $E[c_{1A}] = E[c_{2A}] = \dots = E[c_{mA}] = E[c_A]$.

Sehingga,

$$\begin{aligned} E[\bar{c}_A] &= \frac{1}{m} \cdot m \cdot E[c_A] \\ &= \lambda_A \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sama halnya dengan \bar{c}_B, \bar{c}_C , dan \bar{c}_D yang masing-masing merupakan penaksir tak bias untuk λ_B, λ_C , dan λ_D , sehingga $E[\bar{c}_B] = \lambda_B$, $E[\bar{c}_C] = \lambda_C$, dan $E[\bar{c}_D] = \lambda_D$.

Di mana $\bar{c}_A, \bar{c}_B, \bar{c}_C$, dan \bar{c}_D masing-masing menyatakan rata-rata jumlah kecacatan pada kelas A, kelas B, kelas C, dan kelas D.

Sehingga, μ_U ditaksir oleh

$$\begin{aligned} \mu_U &= \frac{1}{n} (w_A \bar{c}_A + w_B \bar{c}_B + w_C \bar{c}_C + w_D \bar{c}_D), \forall \bar{u} = \frac{\bar{c}}{n} \\ &= w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D \\ &= \bar{U} \end{aligned}$$

dan variansi U ditaksir oleh

$$\begin{aligned} \sigma_U^2 &= \frac{1}{n^2} (w_A^2 \bar{c}_A + w_B^2 \bar{c}_B + w_C^2 \bar{c}_C + w_D^2 \bar{c}_D), \forall \bar{u} = \frac{\bar{c}}{n} \\ &= \frac{1}{n} (w_A^2 \bar{u}_A + w_B^2 \bar{u}_B + w_C^2 \bar{u}_C + w_D^2 \bar{u}_D) \end{aligned}$$

maka simpangan baku dari U yaitu

$$\hat{\sigma}_U = \sqrt{\frac{(w_A^2 \bar{u}_A + w_B^2 \bar{u}_B + w_C^2 \bar{u}_C + w_D^2 \bar{u}_D)}{n}} \quad (3.11)$$

Dengan demikian, maka batas kendali 3-sigma untuk U adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{U} + 3\hat{\sigma}_U \\ CL &= \bar{U} \\ LCL &= \bar{U} - 3\hat{\sigma}_U \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.2 Mengidentifikasi Autokorelasi dengan Menganalisis Grafik ACF dan PACF

Autokorelasi antar sampel dalam grafik pengendali dapat memberikan dampak yang serius pada kinerja suatu bagan kendali tersebut. Berkorelasinya antar suatu pengamatan dapat meningkatkan kesalahan tipe 1 sehingga meningkatnya biaya total yang terkait dengan pengendalian proses. Oleh karena itu, perlu adanya suatu modifikasi grafik pengendali untuk memperbaiki masalah yang terkait dengan sampel autokorelasi. Suatu pendekatan yang sesuai model *time series* yang tepat digunakan yaitu grafik pengendali residu karena diharapkan dapat menghilangkan autokorelasi sehingga dihasilkan residu yang independen.

Untuk mengetahui adanya autokorelasi dalam suatu pengamatan, maka dapat dilihat dari koefisien autokorelasi dari fungsi autokorelasi. Kuantifikasi autokorelasi pada *lag* k dapat ditaksir menggunakan persamaan (2.26). Misalkan data yang diperoleh dari sebuah pengamatan adalah $U_1, U_2, U_3, \dots, U_m$, dengan U adalah jumlah kecacatan per unit inspeksi. Maka kuantifikasi autokorelasi pada *lag* k tersebut menjadi:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{m-k} (U_t - \bar{U})(U_{t+k} - \bar{U})}{\sum_{t=1}^m (U_t - \bar{U})^2} \quad (3.13)$$

dengan $\bar{U} = \sum_{i=1}^m \frac{U_i}{m}$ dan $k \leq \frac{n}{k}$. Dari persamaan di atas dapat diperoleh nilai dari

$r_1, r_2, r_3, \dots, r_m$, yaitu:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{m-k} (U_t - \bar{U})(U_{t+k} - \bar{U})}{\sum_{t=1}^m (U_t - \bar{U})^2}$$

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{m-1} (U_t - \bar{U})(U_{t+1} - \bar{U})}{\sum_{t=1}^m (U_t - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{U})(U_{1+1} - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_{2+1} - \bar{U}) + \dots + (U_{m-1} - \bar{U})(U_{m-1+1} - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{U})(U_2 - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_3 - \bar{U}) + \dots + (U_{m-1} - \bar{U})(U_m - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

$$r_2 = \frac{\sum_{t=1}^{m-2} (U_t - \bar{U})(U_{t+2} - \bar{U})}{\sum_{t=1}^m (U_t - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{U})(U_{1+2} - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_{2+2} - \bar{U}) + \dots + (U_{m-2} - \bar{U})(U_{m-2+2} - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{u})(U_3 - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_4 - \bar{U}) + \dots + (U_{m-2} - \bar{U})(U_m - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{m-k} (U_t - \bar{U})(U_{t+k} - \bar{U})}{\sum_{t=1}^m (U_t - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{U})(U_{1+k} - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_{2+k} - \bar{U}) + \dots + (U_{m-k} - \bar{U})(U_{m-k+k} - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

$$= \frac{(U_1 - \bar{U})(U_{1+k} - \bar{U}) + (U_2 - \bar{U})(U_{2+k} - \bar{U}) + \dots + (U_{m-k} - \bar{U})(U_m - \bar{U})}{(U_1 - \bar{U})^2 + (U_2 - \bar{U})^2 + \dots + (U_m - \bar{U})^2}$$

Dalam analisis data deret berkala, selain ACF perlu juga mengidentifikasi PACF. Pada persamaan (2.27) didefinisikan matriks autokorelasi suatu deret berkala stasioner yang panjangnya $k \times k$ sebagai:

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \dots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Fungsi autokorelasi parsial adalah himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai lag k , ditulis $\{\phi_{kk}; k = 1, 2, \dots\}$, didefinisikan sebagai:

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} \tag{3.15}$$

di mana P_k^* adalah P_k dengan kolom terakhir diganti oleh $\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{bmatrix}$ sehingga dapat

diperoleh

$$\phi_{11} = \frac{|P_1^*|}{|P_1|} = \frac{|r_1|}{1} = r_1$$

$$\phi_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

$$\phi_{33} = \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_3 + r_1 r_2^2 + r_1^3 - 2r_1 r_2 - r_1^2 r_3}{1 + 2r_1^2 r_2 - r_2^2 - 2r_1^2}$$

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & r_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{vmatrix}}$$

3.3 Menentukan Model *Time Series* yang Sesuai

Setelah diperoleh nilai ACF dan PACF maka dipilihlah model *time series* yang sesuai dengan data tersebut. Langkah-langkah dalam menentukan model tersebut sebagaimana yang telah dijelaskan pada Bab II yang meliputi:

a) Identifikasi Model

Pada tahap ini, akan diidentifikasi kestasioneran data dan jenis model yang dianggap paling sesuai.

b) Pendugaan Parameter Model

Pendugaan parameter dari model dilakukan melalui uji hipotesis untuk setiap parameter koefisien yang dimiliki setiap model tersebut.

c) Pemeriksaan Diagnosa

Pada tahap ini, akan dilakukan pengujian untuk membuktikan bahwa model tersebut telah sesuai yang meliputi: uji non-autokorelasi residual, uji normalitas residual, dan uji keacakan residual melalui statistik uji Q Box-Pierce atau uji Ljung-Box.

d) Pemilihan Model Terbaik

Dalam perbandingan model, selalu pilih model memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari dan model yang paling tinggi akurasinya, yaitu yang memberikan kesalahan (*error*) terkecil.

Jika model telah memenuhi semua langkah-langkah tersebut, maka model tersebut telah sesuai dan dapat digunakan untuk proses selanjutnya.

3.4 Membangun Grafik Pengendali Residual

Dari pembahasan di atas setelah diperoleh model *time series* yang signifikan, maka diperoleh nilai residual-residual yang saling independen antar setiap pengamatan. Dari residual-residual hasil peramalan tersebut akan dibangun suatu grafik pengendali yang disebut dengan grafik pengendali residual. Grafik pengendali residual ini dibuat dengan menggunakan grafik pengendali individu (*Individual Chart*). Penggunaan grafik pengendali individu ini dikarenakan grafik pengendali individu hanya menggunakan pengujian terhadap satu unit produk, sehingga dalam penggunaannya hanya diambil satu unit produk sebagai sampel untuk menguji untuk menguji apakah proses produksinya masih berada dalam batas pengendali atau tidak.

Karena data yang digunakan merupakan residual, maka untuk membuat grafik pengendali individual ini statistik yang digunakan yaitu residual (atau ε). Oleh karena itu, garis tengah yaitu μ dapat ditaksir oleh rata-rata dari residual (atau $\bar{\varepsilon}$). Karena hanya ada satu residual dari tiap-tiap pengamatan, maka standar deviasi tentu akan menghasilkan sebaran *error* yang besar. Sehingga digunakan grafik pengendali individual melalui rata-rata *moving range* dua pengamatan atau \overline{MR} dari residual. Untuk menghitung rata-rata *moving range* digunakan persamaan:

$$MR_i = |\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}|, \quad i = 1, 2, \dots, m-1$$

$$\overline{MR} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m MR_i = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m |\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}| \quad (3.16)$$

dengan ε adalah residual dari pengamatan dan m menyatakan jumlah pengamatan. Karena rata-rata dari *moving range* dua pengamatan atau \overline{MR} dari residual tersebut jika digunakan untuk menaksir nilai σ_ε menghasilkan hasil yang bias, maka digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (3.17)$$

dengan $d_2 = 1,128$ untuk $n = 2$ (ketetapan). Sehingga batas kendali residual adalah sebagai berikut:

$$UCL = \bar{\varepsilon} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$CL = \bar{\varepsilon} \quad (3.18)$$

$$LCL = \bar{\varepsilon} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

3.5 Contoh Aplikasi

3.5.1 Membangun Grafik Pengendali U

Diberikan suatu data simulasi jumlah kecacatan suatu produk untuk masing-masing kelas kecacatan pada lampiran 1, di mana simulasi tersebut dilakukan sampai terbukti adanya autokorelasi antar jumlah kecacatan tiap pengamatan. Pengamatan dilakukan sebanyak 74 kali dengan ukuran sampel yang berbeda-beda. Paling sering, ukuran sampel adalah 12 akan tetapi kadang-kadang sampel yang digunakan lebih banyak jika operator diduga terdapat masalah (sampel ke-16, 21, 25, 28, 32, dan 60) atau sedikit sampel yang diambil jika operator dianggap baik (sampel ke-2, 3, 7, 24, 26, 36, 39, 41, 42, 43, 48, dan 50).

Karena produk memiliki tingkat kecacatan yang berbeda-beda, sehingga kecacatan tersebut dibedakan menjadi empat kelas. c_A menyatakan jumlah cacat pada kelas A, c_B menyatakan jumlah cacat pada kelas B, c_C menyatakan jumlah cacat pada kelas C, dan c_D menyatakan jumlah cacat pada kelas D. Karena Cacat kelas A – Sangat serius, Cacat kelas B – Serius, Cacat kelas C – Agak serius, dan Cacat kelas D – Kecil, maka diberikan nilai pembobotan sebagai berikut:

$$w_A = 100, w_B = 50, w_C = 10, \text{ dan } w_D = 1$$

Sehingga total jumlah *demerits* atau kecacatan pada pengamatan ke- i didefinisikan sebagai:

$$d_i = w_A c_{iA} + w_B c_{iB} + w_C c_{iC} + w_D c_{iD}$$

dan *demerits* atau kecacatan per unit pada pengamatan ke- i adalah

$$U_i = \frac{d_i}{n_i}$$

di mana U diasumsikan sebagai kombinasi linier dari variabel acak Poisson yang independen dan n_i adalah ukuran sampel unit inspeksi. Garis tengah grafik pengendali *demerits* adalah

$$\bar{U} = w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D$$

di mana $\bar{u}_A, \bar{u}_B, \bar{u}_C$, dan \bar{u}_D adalah rata-rata jumlah kecacatan per unit pada masing-masing kelas. Rata-rata jumlah kecacatan per unit pada masing-masing kelas adalah sebagai berikut:

$$\bar{u}_A = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{c_{iA}}{n_i}$$

$$\bar{u}_A = \frac{1}{74} \cdot 32,1024 = 0,43382$$

$$\bar{u}_B = \frac{1}{74} \cdot 3,96746 = 0,05361$$

$$\bar{u}_C = \frac{1}{74} \cdot 1,69444 = 0,0229$$

$$\bar{u}_D = \frac{1}{74} \cdot 0,36111 = 0,00488$$

Sehingga diperoleh garis tengah grafik pengendali *demerits*, yaitu

$$\begin{aligned} \bar{U} &= 100 \cdot 0,43382 + 50 \cdot 0,05361 + 10 \cdot 0,0229 + 1 \cdot 0,00488 \\ &= 46,2962 \end{aligned}$$

Sehingga batas kendali *demerits* 3-sigma adalah sebagai berikut

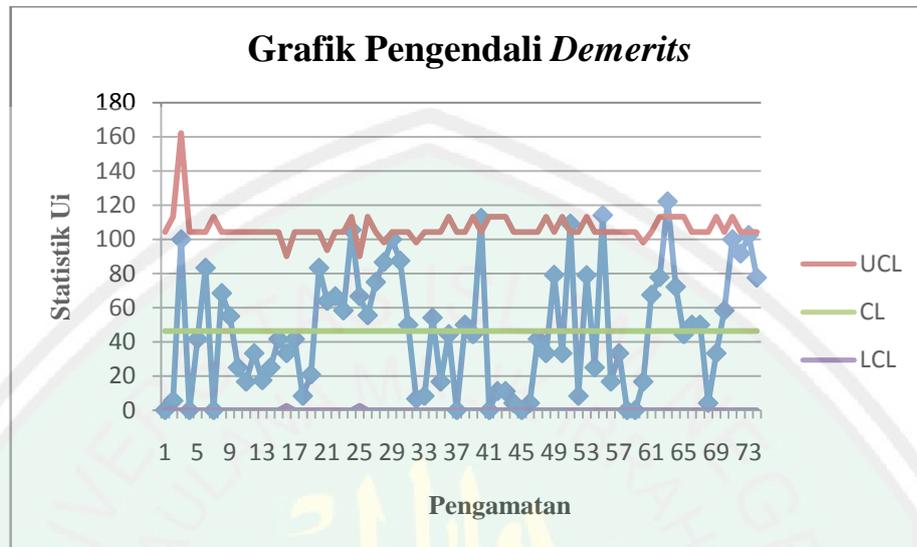
$$UCL = \bar{U} + 3\sigma_U$$

$$LCL = \bar{U} - 3\sigma_U$$

di mana

$$\hat{\sigma}_U = \sqrt{\frac{(w_A^2 \bar{u}_A + w_B^2 \bar{u}_B + w_C^2 \bar{u}_C + w_D^2 \bar{u}_D)}{n_i}}$$

Diperoleh grafik pengendali *demerits* sebagai berikut:



Gambar 3.1 Grafik Pengendali *Demerits*

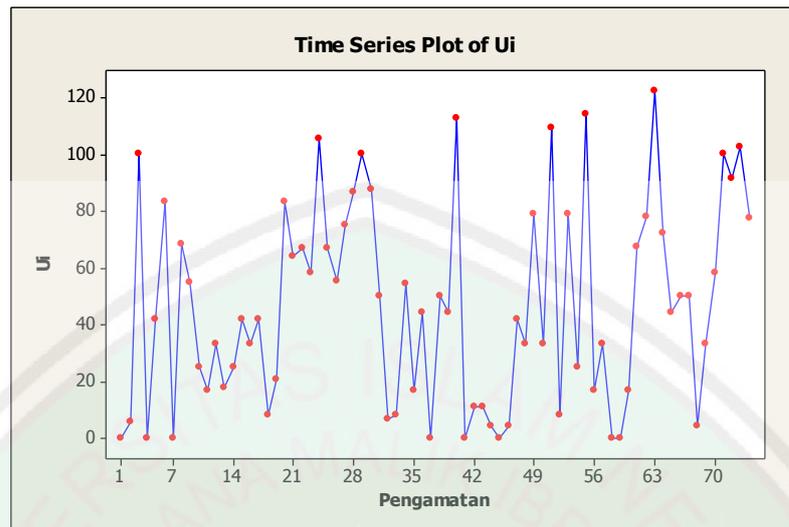
Dari grafik pengendali *demerits* di atas dapat diketahui bahwa proses tidak terkendali dengan baik karena terdapat 5 titik yang terdapat di luar batas kendali yaitu pada sampel pengamatan ke-40, ke-51, ke-55, ke-63, dan ke-73.

3.5.2 Menentukan Model *Time Series*

Dalam menentukan model *time series* yang signifikan, diperlukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tahap Identifikasi Model

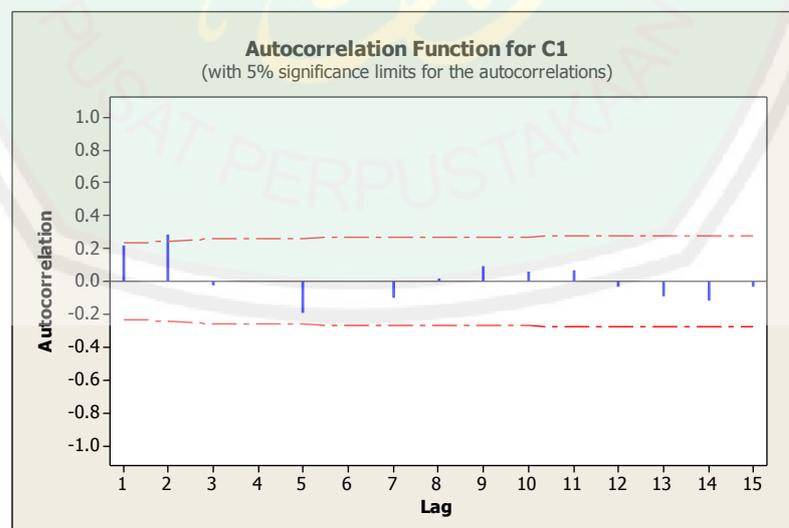
Pada tahap ini akan diidentifikasi apakah data jumlah kecacatan per unit tersebut telah stasioner atau tidak. Dengan menggunakan *time series plot* diperoleh grafik sebagai berikut:



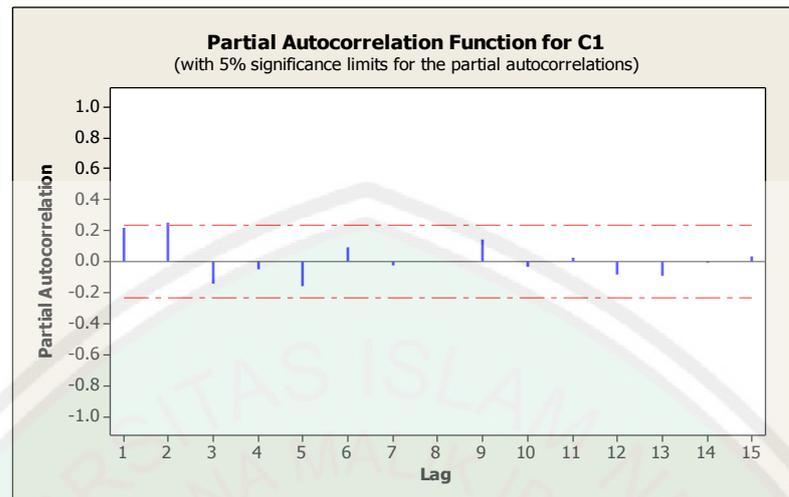
Gambar 3.2 Grafik *Time Series* untuk Kecacatan Per Unit

Berdasarkan Gambar 3.2 di atas terlihat bahwa grafik tersebut tidak stasioner dalam rata-rata karena terjadi perubahan rata-rata dari waktu ke waktu. Untuk itu perlu dilakukan *differencing* pada data sampai data tersebut stasioner.

Selain dengan menggunakan *time series plot*, untuk mengidentifikasi juga dapat dilihat dari grafik ACF dan PACF sebagai berikut:

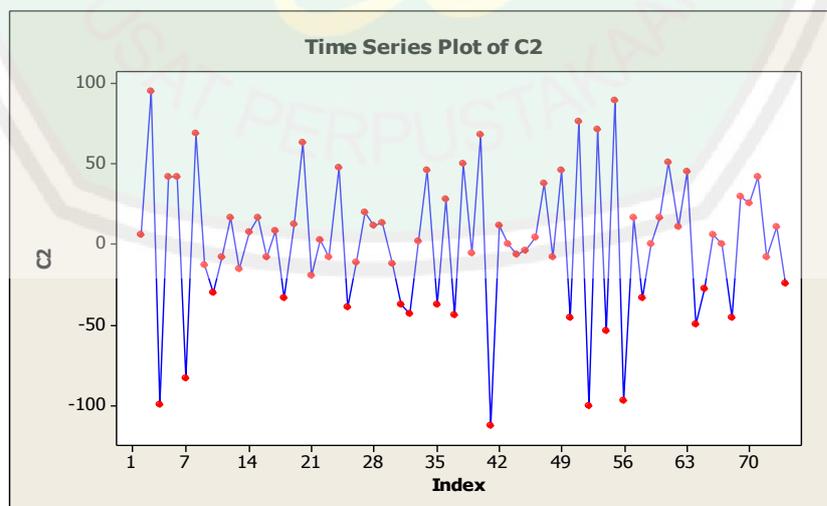


Gambar 3.3 Grafik ACF untuk Kecacatan Per Unit



Gambar 3.4 Grafik PACF untuk Kecacatan Per Unit

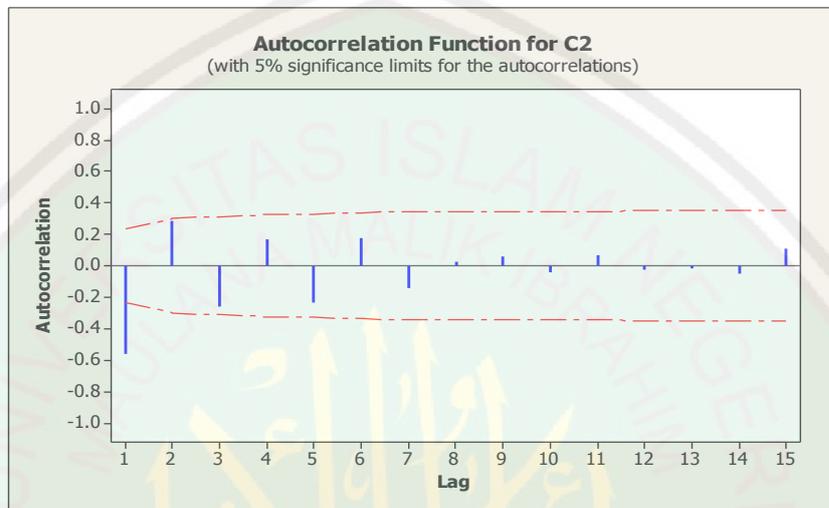
Berdasarkan Gambar 3.3 dan 3.4 di atas, dapat dilihat bahwa grafik ACF dan PACF keduanya tidak memperlihatkan adanya suatu pola tertentu sehingga dapat disimpulkan bahwa data tersebut tidak stasioner. Karena data tidak stasioner, maka data harus distasionerkan terlebih dahulu dengan proses pembeda (*differencing*). Sehingga dengan sekali proses *differencing* diperoleh grafik sebagai berikut:



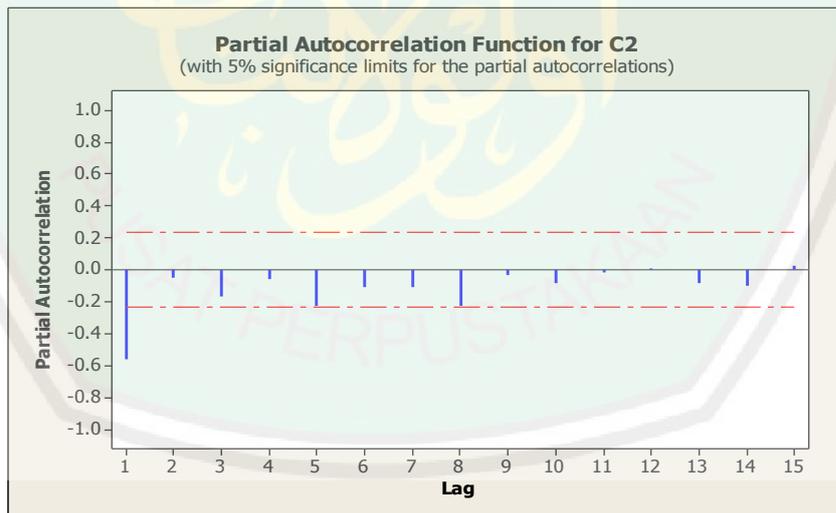
Gambar 3.5 Grafik *Time Series* untuk Kecacatan Per Unit dengan Sekali *Differencing*

Gambar 3.5 di atas yang merupakan grafik kecacatan per unit dengan sekali *differencing* mengindikasikan bahwa datanya sudah stasioner kecuali pada

titik tertentu, sehingga data tersebut dapat digunakan untuk membentuk model ARIMA. Adapun untuk menentukan model ARIMA yaitu dengan melihat fungsi Autokorelasi (ACF) dan Parsial Autokorelasi (PACF) sebagai berikut:



Gambar 3.6 Grafik ACF dengan Sekali *Differencing*



Gambar 3.7 Grafik PACF dengan Sekali *Differencing*

Berdasarkan diagram PACF terlihat bahwa grafik turun secara drastis (*cut off*) pada *lag* ke-1, sehingga dugaan modelnya yaitu AR (1). Karena melalui sekali proses *differencing*, maka dugaan modelnya menjadi ARIMA (1,1,0). Meskipun demikian tidak menutup kemungkinan terdapat model ARIMA lain yang

terbentuk. Sehingga didapatkan model-model ARIMA yang mungkin adalah sebagai berikut:

- a. Model 1: ARIMA (1,1,0)
- b. Model 2: ARIMA (0,1,1)
- c. Model 3: ARIMA (1,1,1)

2. Pendugaan Parameter Model

Setelah menetapkan model sementara, langkah selanjutnya adalah menguji parameter-parameter yang berhubungan dengan model. Adapun hasil dari pendugaan parameter masing-masing model adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Uji Signifikansi Parameter Model

Model ARIMA	Output						Keterangan
(1,1,0)	Type		Coef	SE Coef	T	P	Signifikan
	AR	1	-0.5651	0.0983	-5.75	0.000	
(0,1,1)	Type		Coef	SE Coef	T	P	Signifikan
	MA	1	0.8735	0.0611	14.31	0.000	
(1,1,1)	Type		Coef	SE Coef	T	P	Tidak signifikan
	AR	1	0.1952	0.1219	1.60	0.114	
	MA	1	0.9674	0.0504	19.20	0.000	

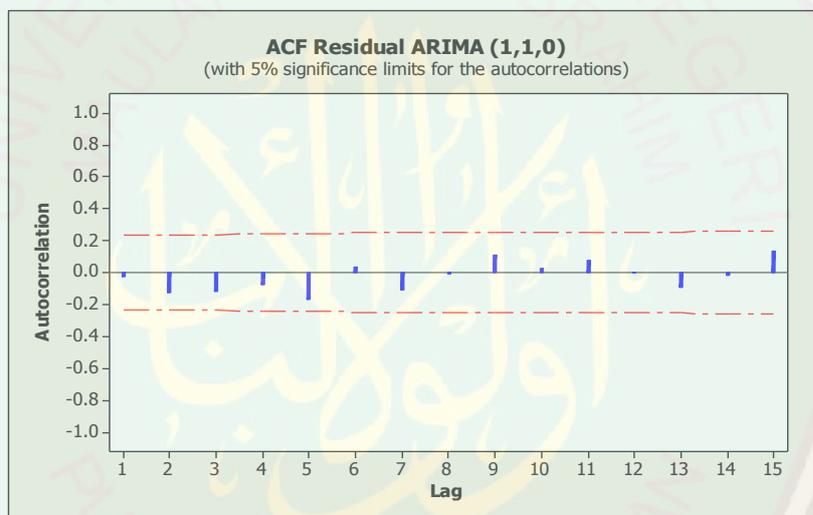
Pada Tabel 3.1 menunjukkan bahwa parameter dari model-model ARIMA (1,1,0) dan ARIMA (0,1,1) adalah signifikan. Hal ini disebabkan karena nilai *P-value* dari parameter-parameter model lebih kecil dari taraf signifikansi yaitu $\alpha = 0,05$. Sedangkan parameter pada model ARIMA (1,1,1) tidak signifikan, hal ini disebabkan parameter dari AR(1) memiliki nilai *P-Value* yang lebih besar dari taraf signifikansi yaitu $\alpha = 0,05$. Sehingga model ARIMA (1,1,1) tersebut tidak layak digunakan sebagai model yang mungkin.

3. Pemeriksaan Diagnosa

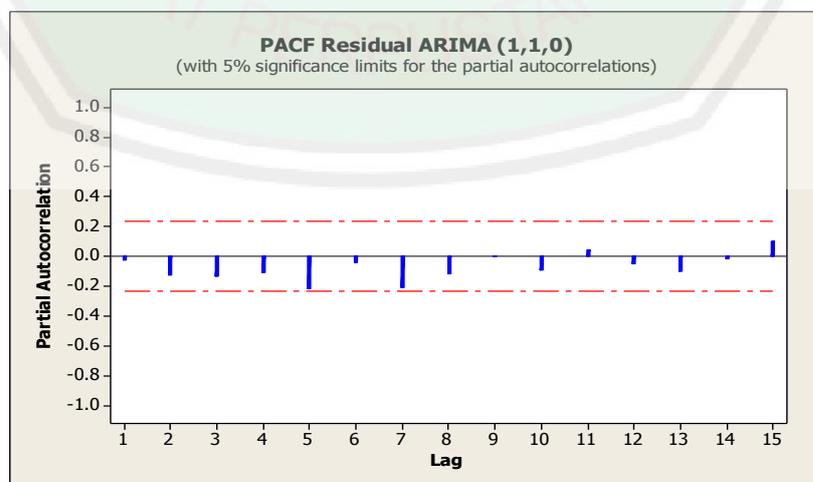
a. Model ARIMA (1,1,0)

1) Uji Non-autokorelasi

Uji non-autokorelasi ini bertujuan untuk menguji apakah data residual terdapat korelasi atau tidak. Suatu model yang baik mempunyai nilai-nilai residual yang tidak saling berkorelasi satu dengan lainnya. Hasil pengujian melalui grafik ACF dan PACF adalah sebagai berikut:



Gambar 3.8 Grafik ACF dari Residual Model ARIMA (1,1,0)

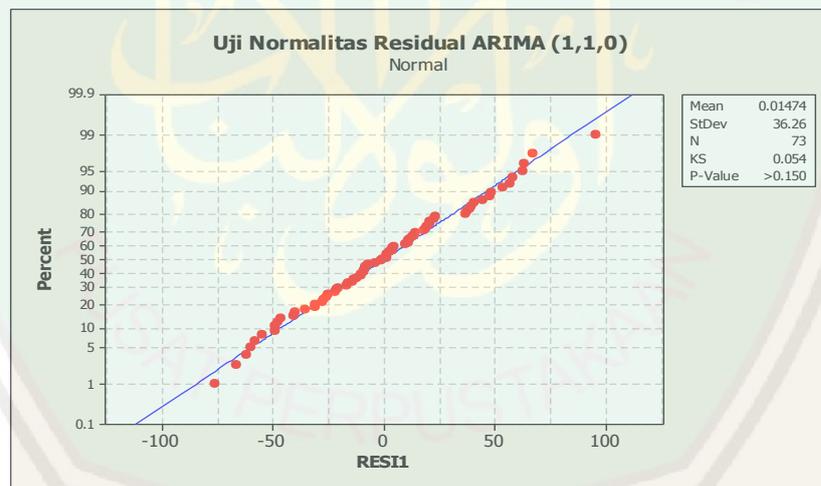


Gambar 3.9 Grafik PACF dari Residual Model ARIMA (1,1,0)

Berdasarkan Gambar 3.8 dan 3.9 menunjukkan bahwa nilai ACF dan PACF di atas keduanya sudah tidak memiliki pola tertentu sehingga residual tersebut telah bersifat acak sehingga model dapat diterima. Selain itu, nilai fungsi ACF dan PACF nya tidak ada yang melebihi selang interval dengan taraf signifikan 5%. Sehingga terbukti bahwa residual tersebut sudah tidak berautokorelasi.

2) Uji Normalitas Residual

Uji normalitas residual dilakukan untuk melihat kenormalan dari residual. Model dikatakan baik jika residualnya berdistribusi normal. Hasil pengujian ditampilkan pada output sebagai berikut:



Gambar 3.10 Uji Normalitas Residual Model ARIMA (1,1,0)

Untuk menguji normalitas residual akan dilakukan pengujian Kolmogorov-Smirnov dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$.

Hipotesis:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Dengan kriteria: H_0 ditolak jika nilai $P\text{-Value} < \alpha$.

Karena nilai $P\text{-Value} = 0,150 > 0,05$, maka H_0 diterima artinya bahwa residual berdistribusi normal.

3) Uji Keacakan Residual

Untuk menguji keacakan residual, digunakan statistik uji Ljung-Box yang diformulasikan sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{n-k}$$

Jika $Q \leq \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual bersifat acak (model diterima)

Jika $Q > \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual tidak bersifat acak (model ditolak)

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{n-k} \\ &= 73(73+2) \cdot 0,002082 \\ &= 11,39845 \end{aligned}$$

$$\chi_{k-p-q}^2 = \chi_{14}^2 = 23,625$$

Jadi $Q < \chi_{k-p-q}^2$, sehingga residual bersifat acak (model dapat diterima).

Atau dengan menggunakan statistik uji Q Box-Pierce:

$$\begin{aligned} Q &= n \sum_{i=1}^k r_i^2 \\ &= 73 \cdot 0,120751 \\ &= 8,8148 \end{aligned}$$

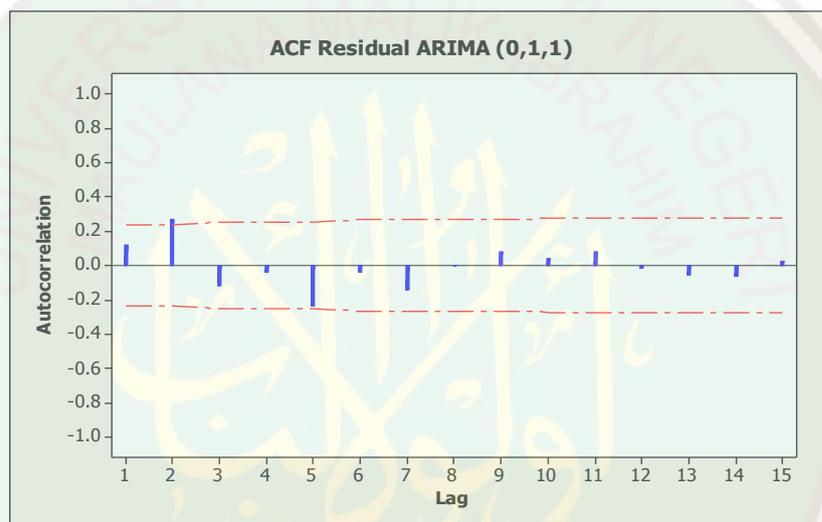
$$\chi_{tabel}^2 = \chi_{k-p-q}^2 = \chi_{14}^2 = 23,625$$

$Q < \chi_{tabel}^2$, sehingga model diterima. Jadi Model ARIMA (1,1,0) telah sesuai.

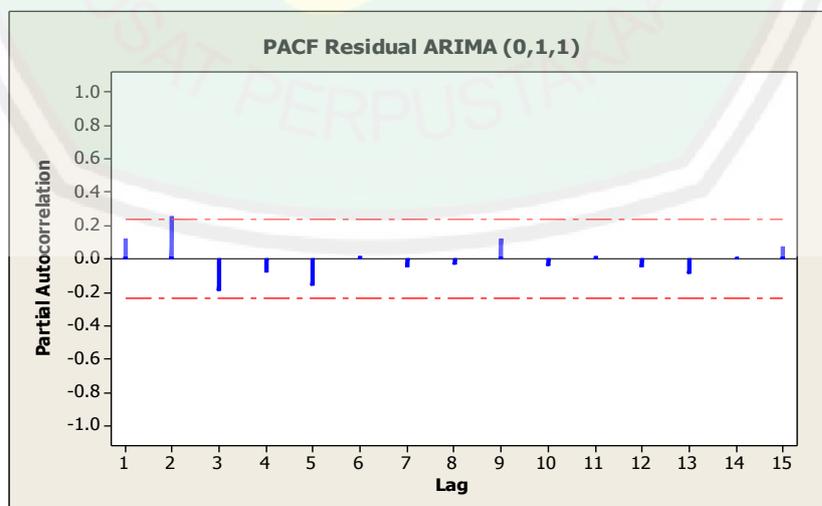
b. Model ARIMA (0,1,1)

1) Uji Non-autokorelasi

Uji non-autokorelasi ini bertujuan untuk menguji apakah data residual terdapat korelasi atau tidak. Suatu model yang baik mempunyai nilai-nilai residual yang tidak saling berkorelasi satu dengan lainnya. Hasil pengujian melalui grafik ACF dan PACF adalah sebagai berikut:



Gambar 3.11 Grafik ACF dari Residual Model ARIMA (0,1,1)

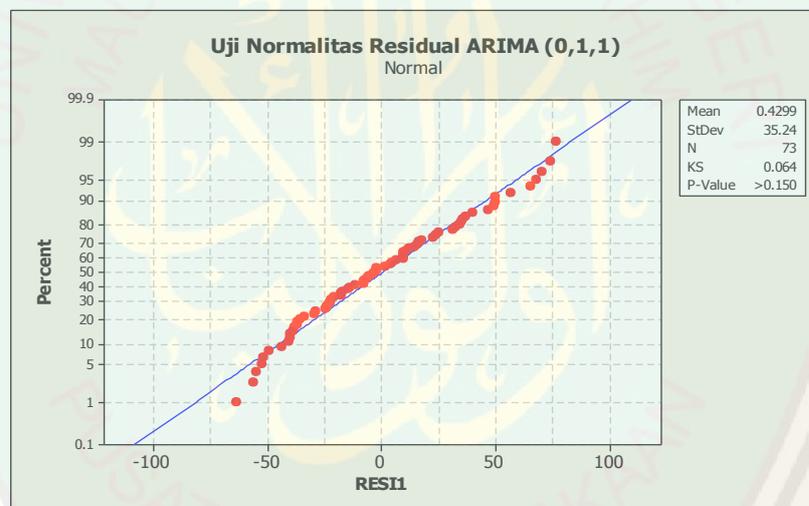


Gambar 3.12 Grafik PACF dari Residual Model ARIMA (0,1,1)

Berdasarkan Gambar 3.11 dan 3.12 menunjukkan bahwa nilai ACF dan PACF di atas keduanya pada *lag-lag* awal secara signifikan berada di luar selang interval dengan taraf signifikan 5%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa grafik data di atas menunjukkan adanya autokorelasi pada residual.

2) Uji Normalitas Residual

Uji normalitas residual dilakukan untuk melihat kenormalan dari residual. Model dikatakan baik jika residualnya berdistribusi normal. Hasil pengujian ditampilkan pada output sebagai berikut:



Gambar 3.13 Uji Normalitas Residual Model ARIMA (0,1,1)

Untuk menguji normalitas residual akan dilakukan pengujian Kolmogorov-Smirnov dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$.

Hipotesis:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Dengan kriteria: H_0 ditolak jika nilai $P\text{-Value} < \alpha$.

Karena nilai $P\text{-Value} = 0,150 > 0,05$, maka H_0 diterima artinya bahwa residual berdistribusi normal.

3) Uji Keacakan Residual

Untuk menguji keacakan residual, digunakan statistik uji Ljung-Box yang diformulasikan sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{n-k}$$

Jika $Q \leq \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual bersifat acak (model diterima)

Jika $Q > \chi_{k-p-q}^2$, berarti nilai residual tidak bersifat acak (model ditolak)

$$\begin{aligned} Q &= n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{n-k} \\ &= 73(73+2) \cdot 0,003391 \\ &= 18,56323 \end{aligned}$$

$$\chi_{k-p-q}^2 = \chi_{14}^2 = 23,625$$

Jadi $Q < \chi_{k-p-q}^2$, sehingga residual bersifat acak (model dapat diterima).

Atau dengan menggunakan statistik uji Q Box-Pierce:

$$\begin{aligned} Q &= n \sum_{i=1}^k r_i^2 \\ &= 73 \cdot 0,196652 \\ &= 14,35556 \end{aligned}$$

$$\chi_{tabel}^2 = \chi_{k-p-q}^2 = \chi_{14}^2 = 23,625$$

$Q < \chi_{tabel}^2$, sehingga model diterima. Jadi Model ARIMA (0,1,1) telah sesuai.

4. Pemilihan Model Terbaik

Setelah melakukan identifikasi dan pemeriksaan diagnosa untuk masing-masing model, maka selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik dari semua kemungkinan model. Berikut Tabel perbandingan model berdasarkan pemeriksaan diagnosa:

Tabel 3.2 Perbandingan Model Berdasarkan Pemeriksaan Diagnosa

Pemeriksaan Diagnosa Residual	Model	
	ARIMA (1,1,0)	ARIMA (0,1,1)
Non-autokorelasi	✓	-
Kenormalan	✓	✓
Keacakan (Uji Ljung-Box)	✓	✓
Keacakan (Uji Q Box-Pierce)	✓	✓

Berdasarkan Tabel 3.2 di atas, dapat dilihat bahwa model ARIMA (1,1,0) telah memenuhi semua asumsi dalam pemeriksaan diagnosa residual. Sedangkan pada model ARIMA (0,1,1) tidak memenuhi asumsi non-autokorelasi atau dengan kata lain residual dari kedua model tersebut masih berautokorelasi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model terbaik untuk data jumlah kecacatan per unit adalah ARIMA (1,1,0).

3.5.3 Membangun Grafik Pengendali Residual

Setelah diperoleh nilai residual dari model ARIMA (1,1,0) sebagaimana terdapat pada lampiran 2, maka selanjutnya akan dibangun grafik pengendali

residual. Grafik pengendali residual akan dibangun dari grafik pengendali individual (*Individual Chart*).

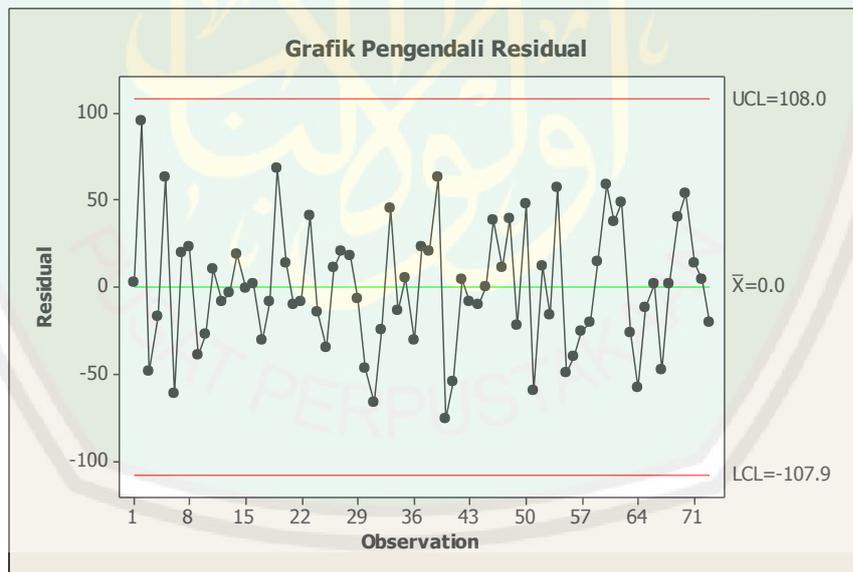
Untuk membuat grafik pengendali residual ini sebagaimana terdapat pada persamaan (3.18), diperoleh batas kendali untuk grafik pengendali residual adalah:

$$UCL = \bar{\varepsilon} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 0,0147 + 3 \cdot \frac{40,58511}{1,128} = 108,0$$

$$CL = \bar{\varepsilon} = 0,0$$

$$LCL = \bar{\varepsilon} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 0,0147 - 3 \cdot \frac{40,58511}{1,128} = -108,0$$

dengan nilai $d_2 = 1,128$ untuk ukuran sampel $n = 2$. Sehingga diperoleh grafik pengendali residual sebagai berikut:



Gambar 3.14 Grafik Pengendali Residual

Dari grafik pengendali residual di atas terlihat bahwa proses sangat baik karena tidak ada titik yang berada di luar batas kendali. Jika dibandingkan dengan grafik pengendali demerits (Gambar 3.1) di mana data jumlah kecacatan per unit saling berautokorelasi antar pengamatan, maka proses pada grafik pengendali residual

ini jauh lebih baik karena asumsi independensi telah terpenuhi. Grafik pengendali residual ini dapat mengendalikan kecacatan melalui residual. Sehingga untuk mengatasi adanya autokorelasi pada jumlah kecacatan per unit tersebut, grafik pengendali residual merupakan salah satu alat yang dapat digunakan karena telah memenuhi asumsi independensi.

3.6 Kajian Keagamaan

Pada pembahasan kajian agama di Bab II telah dijelaskan bahwa tidak diperbolehkannya adanya autokorelasi antar jumlah kecacatan tiap pengamatan. Kecacatan dalam Al-Qur'an surat Ibrahim ayat 7 diasumsikan sebagai bentuk pengingkaran terhadap nikmat Allah, sehingga dengan kata lain ayat tersebut merupakan perintah untuk bersyukur terhadap nikmat-Nya. Selain itu dalam ayat tersebut juga dijelaskan bahwasanya jika bersyukur terhadap nikmat Allah, maka Allah akan menambahkan nikmat tersebut dengan nikmat-nikmat yang lain.

Selain ayat di atas, Allah juga memberikan suatu perumpamaan bagi orang-orang yang mengingkari nikmat-Nya dalam Al-Qur'an surat An-Nahl ayat 112 yang berbunyi:

وَضْرَبَ اللَّهُ مَثَلًا قَرْيَةً كَانَتْ ءَامِنَةً مُّطْمَئِنَّةً يَأْتِيهَا رِزْقُهَا رَغَدًا مِّن كُلِّ مَكَانٍ فَكَفَرَتْ بِأَنْعُمِ اللَّهِ فَأَذَاقَهَا اللَّهُ لِبَاسَ الْجُوعِ وَالْخَوْفِ بِمَا كَانُوا يَصْنَعُونَ ﴿١١٢﴾

Artinya: “Dan Allah telah membuat suatu perumpamaan (dengan) sebuah negeri yang dahulunya aman lagi tenteram, rezkinya datang kepadanya melimpah ruah dari segenap tempat, tetapi (penduduk)nya mengingkari nikmat-nikmat Allah; karena itu Allah merasakan kepada mereka pakaian, kelaparan dan ketakutan, disebabkan apa yang selalu mereka perbuat”.

Secara umum, penulis menginterpretasikan ayat tersebut bahwasanya kesejahteraan, kedamaian, dan keberkahan merupakan hasil dari syukur kepada Allah sedangkan kesempitan, kegersangan, dan kemiskinan akibat dari kufur atau ingkar kepada Allah. Oleh karena itu, untuk mendapatkan kesejahteraan, kedamaian dan keberkahan dalam hidup hendaknya bersyukur kepada Allah.

Sesungguhnya Allah SWT sama sekali tidak mendapat keuntungan apapun dari sikap syukur manusia. Sebaliknya, kesyukuran manusia itu manfaatnya kembali kepada mereka sendiri. Disembah atau tidak, disyukuri atau tidak disyukuri sama saja bagi Allah. Kebesaran dan keagungan-Nya tak bertambah sekalipun seluruh manusia memuji dan bersyukur kepada-Nya.

Allah SWT berfirman dalam surat An-Naml ayat 40 yang berbunyi

... وَمَنْ شَكَرَ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ لِنَفْسِهِ ۗ وَمَنْ كَفَرَ فَإِنَّ رَبِّي غَنِيٌّ كَرِيمٌ ﴿٤٠﴾

Artinya: “...Dan Barangsiapa yang bersyukur Maka Sesungguhnya Dia bersyukur untuk (kebaikan) dirinya sendiri dan Barangsiapa yang ingkar, Maka Sesungguhnya Tuhanku Maha Kaya lagi Maha Mulia”.

Menurut penulis, orang yang bersyukur akan semakin bening hatinya, bertambah dekat hubungannya dengan Sang Pencipta, dan semakin menyadari betapa nikmat yang dirasakan selama ini merupakan karunia Ilahi yang harus digunakan untuk kebaikan, baik untuk dirinya maupun sesamanya. Kenikmatan yang dikaruniakan kepadanya ingin segera dibagi karena orang yang bersyukur tak suka hidup bahagia sendiri. Mereka ingin agar orang lain merasa senang dan bahagia sebagaimana yang mereka rasakan sehingga hidupnya pun akan semakin bahagia. Kesyukuran itulah yang akan menambah nikmat berlipat ganda, setidaknya

menambah ketenangan jiwa karena orang yang bersyukur akan terhindar dari stres dan tekanan batin.

Berpegang pada kedua ayat di atas yang mengharuskan untuk bersyukur kepada Allah demi mendapatkan kesejahteraan dalam hidup. Hal serupa juga dapat diterapkan pada grafik pengendali residual ini. Permasalahan sebelumnya yaitu terdapatnya autokorelasi terhadap jumlah kecacatan antar pengamatan, sehingga menghasilkan hasil yang bias. Namun hal ini dapat diatasi dengan adanya grafik pengendali residual karena telah memenuhi asumsi independensi antar pengamatan.

Ayat di atas sejalan dengan hasil penelitian tentang grafik pengendali residual dalam mengendalikan kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi. Karena dalam membangun grafik pengendali residual ini asumsi independensi telah terpenuhi yaitu statistik yang digunakan saling independen antar waktu pengamatan. Sehingga dalam pengendalian kualitas proses, grafik pengendali residual ini dapat mengendalikan residual yang mengindikasikan terkendalinya pula kecacatan tersebut yang sebelumnya tidak dapat dikendalikan dengan grafik pengendali U untuk sistem *demerits* karena berautokorelasi antar waktu pengamatan.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab III, maka penulis dapat menyimpulkan bahwa grafik pengendali residual merupakan salah satu alternatif yang dapat digunakan untuk mengendalikan kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi. Dikarenakan data jumlah kecacatan per unit saling berautokorelasi antar pengamatan satu dengan pengamatan lainnya, maka asumsi dari grafik pengendali U tidak terpenuhi. Oleh karena itu, dibangunlah grafik pengendali residual karena residual-residual dari model *time series* yang signifikan telah memenuhi asumsi independensi, sehingga grafik pengendali residual ini dapat digunakan untuk mengendalikan kecacatan per unit melalui data residual.

Hal ini dapat diketahui dari grafik pengendali residual (Gambar 3.14). Pada grafik pengendali ini, residual-residual terkendali dengan baik hingga tidak ada titik yang berada di luar batas kendali. Dengan terkendalinya residual pada grafik pengendali residual tersebut, sehingga dapat dikatakan kecacatan per unit untuk data yang berautokorelasi pada grafik pengendali U yang *demerits* juga terkendali.

4.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik untuk melakukan penelitian dalam bidang yang sama yaitu tentang pengendalian kualitas proses untuk data yang berautokorelasi. Pembaca dapat melakukan perbandingan dengan menggunakan grafik pengendali *Cumulative Sum* (CUSUM) sebagai alternatif yang dapat digunakan untuk mengendalikan proses di mana data yang dihadapi merupakan data yang berautokorelasi antar pengamatan satu dengan pengamatan lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qarni, A.. 2008. *Tafsir Muyassar Jilid 2 Juz 9-16*. Jakarta: Qisti Press.
- Ariani, D.W.. 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik: Pengendalian Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas*. Yogyakarta: Andi.
- Dudewicz, E.J. dan Mishra, S.N.. 1995. *Statistika Matematika Modern*. Bandung: ITB.
- Box, G.E.P. dan Jenkins, G.M.. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day.
- Herrhyanto, N. dan Gantini, T.. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya.
- Makridakis, S., Wheelwright, S., dan Mcgee, V.E.. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Milasari, I.. 2008. Peramalan Jumlah Demam Berdarah Menggunakan Model ARIMA Musiman. *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang: UIN Malang.
- Montgomery, D.C.. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Montgomery, D.C.. 1991. *Introduction to Statistical Quality Control Second Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Nembhard, D.A. dan Nembhard, H.B.. 2001. A Demerits Control Chart for Auto-correlated Data. *J. Quality Engineering*. Vol. 13 Hal. 179-190.
- Samsiah, D.N.. 2008. Analisis Data Runtun Waktu Menggunakan Model ARIMA (p,d,q). *Skripsi* tidak diterbitkan. Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga.
- Supranto, J.. 2001. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga.
- Yamin, S., Rachmach, L.A., dan Kurniawan, H.. 2011. *Regresi dan Korelasi dalam Genggaman Anda*. Jakarta: Salemba Empat.
- Yang, J.H. dan Yang, M.S.. 2005. A Control Chart Pattern Recognition System Using A Statistical Correlation Coefficient Method. *J. Computers & Industrial Engineering*. Vol. 48 Hal. 205–221.
- Yunita, A.I.. 2010. Kajian Grafik Pengendali dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Lognormal (Studi Kasus pada Data Kadar Air Gula di PG Krebet Baru II Malang). *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang: Universitas Negeri Malang.

Lampiran 1. Data Simulasi Jumlah Kecacatan Suatu Produk

i	n_i	c_{iA}	c_{iB}	c_{iC}	c_{iD}	U_i	UCL	CL	LCL
1	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
2	9	0	1	0	0	5.555556	113.1878	46.29617	0
3	3	3	0	0	0	100	162.1559	46.29617	0
4	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
5	12	5	0	0	0	41.66667	104.226	46.29617	0
6	12	10	0	0	0	83.33333	104.226	46.29617	0
7	9	0	0	0	0	0	113.1878	46.29617	0
8	12	8	0	2	2	68.5	104.226	46.29617	0
9	12	6	1	1	0	55	104.226	46.29617	0
10	12	3	0	0	0	25	104.226	46.29617	0
11	12	2	0	0	0	16.66667	104.226	46.29617	0
12	12	3	2	0	0	33.33333	104.226	46.29617	0
13	12	2	0	1	0	17.5	104.226	46.29617	0
14	12	3	0	0	0	25	104.226	46.29617	0
15	12	5	0	0	0	41.66667	104.226	46.29617	0
16	21	6	2	0	0	33.33333	90.08702	46.29617	2.50532
17	12	5	0	0	0	41.66667	104.226	46.29617	0
18	12	1	0	0	0	8.333333	104.226	46.29617	0
19	12	2	1	0	0	20.83333	104.226	46.29617	0
20	12	10	0	0	0	83.33333	104.226	46.29617	0
21	18	10	3	0	0	63.88889	93.5957	46.29617	0
22	12	8	0	0	0	66.66667	104.226	46.29617	0
23	12	7	0	0	0	58.33333	104.226	46.29617	0
24	9	9	1	0	0	105.5556	113.1878	46.29617	0
25	21	14	0	0	0	66.66667	90.08702	46.29617	2.50532
26	9	4	2	0	0	55.55556	113.1878	46.29617	0
27	12	9	0	0	0	75	104.226	46.29617	0
28	15	13	0	0	0	86.66667	98.1102	46.29617	0
29	12	11	2	0	0	100	104.226	46.29617	0
30	12	10	1	0	0	87.5	104.226	46.29617	0
31	12	6	0	0	0	50	104.226	46.29617	0
32	15	1	0	0	0	6.666667	98.1102	46.29617	0
33	12	1	0	0	0	8.333333	104.226	46.29617	0
34	12	6	1	0	0	54.16667	104.226	46.29617	0
35	12	2	0	0	0	16.66667	104.226	46.29617	0
36	9	4	0	0	0	44.44444	113.1878	46.29617	0
37	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
38	12	5	2	0	0	50	104.226	46.29617	0

39	9	4	0	0	0	44.44444	113.1878	46.29617	0
40	12	12	2	5	0	112.5	104.226	46.29617	0
41	9	0	0	0	0	0	113.1878	46.29617	0
42	9	1	0	0	0	11.11111	113.1878	46.29617	0
43	9	1	0	0	0	11.11111	113.1878	46.29617	0
44	12	0	1	0	0	4.166667	104.226	46.29617	0
45	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
46	12	0	1	0	0	4.166667	104.226	46.29617	0
47	12	5	0	0	0	41.66667	104.226	46.29617	0
48	9	3	0	0	0	33.33333	113.1878	46.29617	0
49	12	8	3	0	0	79.16667	104.226	46.29617	0
50	9	3	0	0	0	33.33333	113.1878	46.29617	0
51	12	12	2	1	0	109.1667	104.226	46.29617	0
52	12	1	0	0	0	8.333333	104.226	46.29617	0
53	9	6	2	1	1	79	113.1878	46.29617	0
54	12	3	0	0	0	25	104.226	46.29617	0
55	12	12	3	2	0	114.1667	104.226	46.29617	0
56	12	2	0	0	0	16.66667	104.226	46.29617	0
57	12	4	0	0	0	33.33333	104.226	46.29617	0
58	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
59	12	0	0	0	0	0	104.226	46.29617	0
60	15	2	1	0	0	16.66667	98.1102	46.29617	0
61	12	8	0	1	0	67.5	104.226	46.29617	0
62	9	7	0	0	0	77.77778	113.1878	46.29617	0
63	9	9	4	0	0	122.2222	113.1878	46.29617	0
64	9	6	1	0	0	72.22222	113.1878	46.29617	0
65	9	4	0	0	0	44.44444	113.1878	46.29617	0
66	12	6	0	0	0	50	104.226	46.29617	0
67	12	5	2	0	0	50	104.226	46.29617	0
68	12	0	1	0	0	4.166667	104.226	46.29617	0
69	9	3	0	0	0	33.33333	113.1878	46.29617	0
70	12	7	0	0	0	58.33333	104.226	46.29617	0
71	9	9	0	0	0	100	113.1878	46.29617	0
72	12	10	2	0	0	91.66667	104.226	46.29617	0
73	12	12	0	3	0	102.5	104.226	46.29617	0
74	12	8	2	3	1	77.58333	104.226	46.29617	0
Σ	858	367	46	20	4				

Lampiran 2. Data Residual Model ARIMA (1,1,0)

<i>m</i>	Residual	<i>Moving Range</i>
1	2.9852	
2	95.7524	92.7672
3	-48.4644	144.2168
4	-16.6708	31.7936
5	63.3796	80.0504
6	-61.6204	125
7	19.5802	81.2006
8	23.3754	3.7952
9	-39.4597	62.8351
10	-27.1165	12.3432
11	10.1265	37.243
12	-8.247	18.3735
13	-3.2781	4.9689
14	19.0733	22.3514
15	-0.747	19.8203
16	1.7932	2.5402
17	-30.4558	32.249
18	-8.1667	22.2891
19	67.7319	75.8986
20	14.0406	53.6913
21	-10.0409	24.0815
22	-8.595	1.4459
23	40.682	49.277
24	-14.0367	54.7187
25	-34.9171	20.8804
26	11.3347	46.2518
27	20.8227	9.488
28	18.0944	2.7283
29	-6.7972	24.8916
30	-46.3946	39.5974
31	-66.3545	19.9599
32	-24.6507	41.7038
33	44.9438	69.5945
34	-13.4327	58.3765
35	4.7566	18.1893
36	-30.5796	35.3362
37	23.0548	53.6344
38	20.8662	2.1886
39	63.085	42.2188
40	-75.8757	138.9607
41	-54.2897	21.586
42	4.4471	58.7368
43	-8.7758	13.2229
44	-9.922	1.1462
45	-0.0191	9.9029
46	38.0231	38.0422
47	11.0252	26.9979
48	39.2932	28.268
49	-21.766	61.0592
50	48.1033	69.8693
51	-59.8141	107.9174
52	11.8583	71.6724
53	-15.9003	27.7586
54	56.822	72.7223
55	-48.9466	105.7686
56	-40.2582	8.6884
57	-25.747	14.5112
58	-20.6667	5.0803
59	14.8353	35.502
60	58.4197	43.5844
61	37.1704	21.2493
62	48.4207	11.2503
63	-26.7175	75.1382
64	-57.8622	31.1447
65	-11.9719	45.8903
66	1.3079	13.2798
67	-47.6647	48.9726
68	1.4367	49.1014
69	39.6496	38.2129
70	53.9619	14.3123
71	13.3796	40.5823
72	4.2932	9.0864
73	-20.6265	24.9197