PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN TAK LINIER DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON

SKRIPSI

oleh:

KHUTWATUN NASIHA
NIM: 03110240

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2008

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN TAK LINIER DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Universitas Islam Negeri (UIN) Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S. Si)

Oleh:

KHUTWATUN NASIHA
NIM: 03110240

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2008

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN TAK LINIER DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON

SKRIPSI

Oleh:

KHUTWATU NASIHA
NIM: 03110240

Telah disetujui oleh:
Dosen Pembimbing

Pembimbing I	Pembimbing II
Usman Pagalay, M. Si	**Munirul Abidin, M. Ag**
NIP. 150 327 240	NIP. 150 321 634

Tanggal 7 April 2008
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN TAK LINIER DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON

SKRIPSI

Oleh:

KHUTWATUN NASIHA
NIM: 03110240

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S. Si)

Tanggal 7 April 2008

SUSUNAN DEWAN PENGUJI		**TANDA TANGAN**
1. Penguji Utama	**: Sri Harini, M. Si**	( )
2. Ketua Penguji	**: Drs. H. Turmudzi, M. Si**	( )
3. Sekretaris Penguji	**: Usman Pagalay, M. Si**	( )
4. Anggota Penguji	**: Munirul Abidin, M. Ag**	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M. Si
NIP. 150 318 321

MOTTO

Satu-nya Kata Difikirkan

Satu-nya Langkah Direnungkan

Keberhasilan Tertinggi Seorang Manusia Adalah

Ketika Ia Berhasil Mendapatkan

Ridho Dari Allah SWT

PERSEMBAHAN

Kepada Sang Khalik Yang Maha Esa

Yang telah memberikan kesempatan untuk mengetahui, menikmati dan
Mensyukuri kebesaran dan karunia yang telah diberikan
Kepada hamba-Nya

Kepada Abah 'n Ummy Tercinta

Abah Ahmad Baihaqi 'n Ummy Sulihatun
Terimakasih Abah dan Ummy tercinta, yang selalu ada dalam hati
Ananda Serta mendo'akan, membimbing, dan melimpahkan kasih
Sayangnya Kepada ananda sehingga ananda dapat
Menyelesaikan tugas akhir belajar.
Ananda tidak akan melupakan jasa-jasa Abah 'n Ummy.......

Kepada AdikQ

Moh. Zidny, terimakasih atas kasih sayang, do'a dan dukungannya.
Belajarlah yang rajin! Tuntutlah ilmu setinggi langit.....
Mbak akan selalu berdo'a untuk adik.

Kepada Dosenku Pak Usman Pagalay dan Pak Munir

Terimakasih karena Bapak telah bersedia dan sabar membimbing Saya
Dari awal sampai akhir dalam menyelesaikan skripsi ini

Toek Ms Ali

Terimakasih atas segala kasih sayang, perhatian, pengertian dan
Dukungan. Makasih ya...atas kesabarannya.
Aku gak kan melupakan semua itu.

Untuk teman-teman jurusan matematika

Evi, Mi2n, Rila, Nur, Phyta, li2k dll yang seperjuangan dalam mencapai
Cita-cita dan yang selalu bekerja sama dalam menyelesaikan
Tugas kuliah. Pengalaman ini tidak akan terlupakan.

Untuk teman-teman kosQ

Phyla, Dini, Rasha, Umi, Erna dan Devi makasi karena selalu menemani
Dan memberikan semangat padaku. Aku menyayangi kalian semua....

Untuk Yo2k, makasi atas bantuannya ya.....

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Assalamu 'alaikum Wr. Wb.

Segala puja dan puji syukur penulis haturkan ke hadirat Allah SWT, yang telah memberikan petunjuk dan pertolongan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ***"Penyelesaian Sistem Persamaan Tak Linier Dengan Metode Newton-Raphson"***, Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si)

Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Sang Pembaharu yaitu pembawa pencerahan, Nabi Agung Muhammad SAW, yang telah mencerahkan dunia dan isinya dengan suri tauladannya.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis merasa berhutang budi kepada berbagai pihak yang telah banyak membantu dan memberikan motivasi serta kritikan yang konstruktif dalam menyusun skripsi ini, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr.H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Malang
2. Bapak Prof. Dr. Sutiman Bambang Sumitro, SU, DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang
3. Ibu Sri Harini, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang

4. Bapak Usman Pagalay, M.Si, selaku Dosen Pembimbing, karena atas bimbingan, bantuan, dan kesabaran beliau penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Seluruh Dosen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang
6. Kedua orang tuaku tercinta Bapak Ahmad Baihaqi dan Ibu Sholihatun dan adikku satu-satunya Moh.Zidny. Serta seluruh keluarga yang dengan sepenuh hati memberikan dukungan moril maupun spirituil serta ketulusan do'anya sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
7. Cak Ali yang selalu sabar dan tabah menemaniku selama kuliah, makasi atas semangat yang selalu kau berikan.
8. Teman–teman Matematika angkatan 2003, beserta semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.
9. Serta seluruh sahabat-sahabatku yang telah banyak memberikan dukungan dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Serta semua pihak yang tidak dapat Penulis sebutkan satu persatu yang banyak membantu dalam penulisan skripsi ini

Semoga atas bantuan dan dorongan yang dicurahkan kepada penulis akan menjadi catatan amal ibadah yang diterima di sisi Allah SWT. Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan laporan penelitian ini jauh dari kesempurnaan, semua itu karena keterbatasan kemampuan penulis dalam menganalisis fenomena yang ada, namun saran dan kritik selalu penulis harapkan demi perbaikan pada penelitian berikutnya.

Akhirnya semoga hasil dari laporan penelitian ini dapat bermanfaat untuk dijadikan pelajaran yang bermakna bagi penulis khususnya dan bagi para pembaca pada umumnya. Amiin...

Wallahulmuwaffiq Ilaa Aqwamit Thorieq

Wassalamu 'alaikum Wr.Wb

Malang, 20 Maret 2008

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Nasiha, Khutwatun. 2008. **Penyelesaian Sistem Persamaan Tak Linier Dengan Metode Newton-Raphson.** Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Malang.
Pembimbing: I. Usman Pagalay, M. Si, II. Munirul Abidin, M. Ag

Kata Kunci: Sistem Persamaan, Tak Linear, Metode Newton-Raphson.

Metode numerik adalah salah satu cabang atau bidang matematika khususnya matematika rekayasa, yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematika. Salah satu kajian dalam metode numerik adalah menyelesaikan sistem persaman tak linier dengan menggunakan Metode Newton-Raphson. Berdasarkan latar belakang tersebut penelitian dilakukan dengan tujuan untuk menjelaskan langkah-langkah selesaian sistem persamaan tak linier dengan Metode Newton-Raphson.

Dalam kajian ini, penulis menyelesaikan sistem persamaan tak linier dengan Metode Newton-Raphson. Dalam perhitungan Metode Newton-Raphson, banyak melibatkan aturan aljabar matriks yaitu matriks jacobian dan aturan cramer. Adapun aplikasinya, penulis memberikan 2 contoh sistem persamaan tak linier. Sistem yang pertama terdiri dari 2 persamaan tak linier dengan dua variabel dan yang kedua terdiri dari 3 persamaan tak linier dengan 3 variabel.

Kedua sistem tersebut dikerjakan dengan Metode Newton-Raphson dan hasilnya sebagai berikut: Untuk sistem yang pertama dengan nilai tebakan awal x = 0,4 dan y = 2,5 didapatkan nilai selesaian x = 0,1392368088 dan y = 0,246048251 dengan nilai galat x = 8,88796e-012 dan y = -2,48649e-010 pada iterasi ke-5. Sedangkan untuk sistem yang kedua dengan nilai tebakan awal $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$ didapat nilai selesaian x = 0,26756623, y = -0,0133904733 dan z = -0,409348541 dengan nilai galat x = 2,97991213e-009, y = 2,57797825e-010 dan z = -2,73381e-009 pada iterasi ke-6.

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat dianalisis bahwa semakin kecil nilai-nilai deviasi atau nilai galat yang diperoleh, maka semakin tepat nilai selesaiannya.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan hitungan-hitungan yang mapan dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang rapi (Abdussyakir, 2006). Sebagaimana telah dijelaskan dalam Firman Allah SWT yaitu QS: Al-Qamar ayat 49, sebagai berikut:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٖ ٤٩

Artinya:"Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran".

Menurut ayat di atas semua yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungan-hitungannya, ada rumusnya atau ada persamaannya. Dengan keteraturan dan ukuran-ukuran yang telah ditetapkan oleh Allah tersebut, maka siklus kehidupan yang ada di bumi berjalan sangat teratur. Bumi kita yang berputar 24 jam satu hari satu malam tidak lebih tidak kurang. Hal ini berakibat baik bagi manusia karena tidak ada bagian bumi yang terlalu kering karena akibat terus menerus disorot sinar matahari. Juga tidak ada yang kekurangan cahaya terlalu jauh. Secara umum kondisi di bumi sangat pas untuk kehidupan.

Begitu juga dengan ilmu matematika, Allah SWT menciptakan ilmu matematika yang didalamnya terdapat berbagai persamaan. Misalnya saja persamaan tak linear yang tidak bisa diselesaikan dengan analitik, dan persamaan tersebut hanya bisa diselesaikan dengan metode numerik. Maka Allah menciptakan ilmu numerik untuk dijadikan bantuan dalam menyelesaikan persaman tersebut.

Dari uraian di atas, dapat diketahui betapa luasnya ilmu Allah dan betapa sayangnya Allah pada manusia. Karena Allah telah menciptakan bantuan kepada manusia jika manusia tersebut mengalami kesulitan sebagaimana Allah menciptakan ilmu numerik untuk menghitung persamaan-persamaan yang sulit diselesaiakan. Sebagaimana yang terdapat dalam Firman Allah SWT pada QS: Al-Insyiroh ayat 5-6 di bawah ini:

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٥ إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٦

Artinya: "Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan,Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."

Matematika adalah suatu pengetahuan yang sangat penting dalam menunjang pengetahuan yang lain. Dapat dilihat misalnya dalam bidang Teknik, Ekonomi, ilmu Sosial, serta Matematika dalam ilmu pengetahuan itu sendiri (Yahya, 2004). Pada kenyataannya Matematika sebagai ilmu eksakta yang sangat erat dengan rumus dan perhitungan yang dapat dijadikan sebagai alat bantu untuk menyederhanakan penyajian pembahasan masalah. Dengan menggunakan bahasa matematika, satu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, difahami, dianalisis dan dipecahkan.

Akan tetapi jika suatu permasalahan dalam matematika itu sulit diselesaikan dengan metode analitik, maka metode numerik-lah yang berperan penting di sini. Metode numerik adalah salah satu cabang atau bidang matematika, khususnya matematika rekayasa, yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematika (Djojodiharjo,2000:1). Proses matematika ini selanjutnya dirumuskan untuk menirukan keadaan yang sebenarnya. Di dalam kegiatan rekayasa dan penelitian, setiap analisis diharapkan dapat menghasilkan bilangan, yang diperlukan dalam perencanaan teknik ataupun penghayatan masalah. Mempelajari atau menerapkan metode numerik, haruslah dilandasi oleh beberapa pemikiran dasar, baik berupa manfaat (modal, asset) maupun kendala.

Metode numerik sudah lama berkembang, tetapi penerapan dalam pemecahan masalah belum meluas dalam berbagai bidang. Itu dikarenakan pada masa tersebut alat bantu hitungan berupa komputer belum banyak digunakan. Beberapa tahun terakhir ini perkembangan mengenai komputer sangat pesat sehingga metode numerik sering diselesaikan dengan komputer, selain itu juga dengan berkembangnya komputer sebagai alat yang sangat ampuh untuk menyelesaikan permasalahan dalam berbagai bidang. Metode numerik mampu menyelesaikan suatu persamaan yang besar, tidak linier dan sangat komplek yang tidak mampu diselesaikan dengan analitik (Triatmodjo, 2002:1).

Di dalam dunia nyata, umumnya model matematika muncul dalam bentuk sistem tak linier. Persamaan tak linier yang diselesaikan tidak hanya satu, sehingga membentuk sebuah sistem yang disebut sistem persamaan tak linier simultan. Sedangkan penyelesaian sistem persamaan tak linier ini tidak dapat diselesiakan secara analitik, melainkan harus dikerjakan secara numerik. Seperti halnya persamaan yang telah digunakan oleh penulis yaitu beberapa persamaan yang berbentuk tak linier atau disebut juga dengan sistem persamaan tak linier (Munir, 2006:113). Sistem persamaan tak linier adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan tak linier. Adapun persamaan yang digunakan dalam skripsi ini yaitu berbentuk

$$\begin{aligned} &3\ln x - x + y^2 = 0 \\ &5x - 2x^2 + xy - 1 = 0 \end{aligned} \tag{1. 1}$$

$$\begin{aligned} &x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0 \\ &x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0 \\ &xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0 \end{aligned} \tag{1. 2}$$

Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linear tersebut adalah metode Newton-Raphson. Metode Newton-Raphson di sini yaitu metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persaman tak linier, dalam penyelesaiannya menggunakan turunan-turunan dari persamaan tersebut dan proses perhitungannya dengan melibatkan aturan aljabar matriks untuk mencari nilai-nilai deviasi yang selanjutnya digunakan untuk medapatkan nilai-nilai selesaian pada sistem persamaan tak linier tersebut.

Metode Newton-Raphson ini tergolong cepat untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier dan karena adanya keilmuan yang sulit bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik. Dari sinilah penulis mengangkat permasalahan tentang penyelesaian sistem tak linier. Dalam penelitian ini penulis memakai bantuan program MATHLAB 5.3 karena bahasa pemogramannya lebih mudah dan salah satu program yang sesuai untuk menganalisis numerik. Maka dalam penulisan skripsi ini penulis mengambil judul “ ***Penyelesaian Sistem Persamaan Tak Linier Dengan Metode Newton-Raphson*** ”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, dapat diambil rumusan masalah sebagai berikut: Bagaimana penyelesaian sistem persamaan tak linier dengan Metode Newton- Raphson?

1.3 Batasan Masalah

Untuk lebih jelasnya dan terarah pada sasaran yang diharapkan dalam pembahasan skripsi ini, maka diperlukan adanya pembatasan masalah yang akan dibahas yaitu:

Digunakan 2 sistem persamaan tak linier, sistem persamaan tak linier yang pertama terdiri dari 2 persamaan tak linier dengan 2 variabel, sedangkan yang kedua terdiri dari 3 persamaan tak linier dengan 3 variabel. Adapun sistem persamaan tak linier tersebut berbentuk:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2) &= 0 \end{aligned} \qquad (1.\ 3)$$

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, x_3) &= 0 \\ f_3(x_1, x_2, x_3) &= 0 \end{aligned} \qquad (1.\ 4)$$

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah dan batasan masalah maka tujuan penulisan sebagai berikut: Untuk mengetahui penyelesaian sistem persamaan tak linier dengan menggunakan metode Newton-Raphson.

1.5 Manfaat Penulisan

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi penulis

1. Menambah pengetahuan dan keilmuan tentang menentukan Prosedur selesaian sistem persamaan tak linier dengan metode Newton-Raphson.
2. Dapat menambah pengetahuan dan keilmuan tentang komputer, khususnya bahasa pemrograman MATHLAB 5.3.

a. Bagi pembaca

1. Membantu mempelajari dan memperdalam masalah penyelesaian sistem persamaan tak linier dengan metode Newton-Raphson.
2. Sebagai literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah program komputer dan numerik.

1.6 Metode Penelitian

Dalam kajian ini penulis menggunakan metode literatur, yaitu melakukan penelusuran dan penelaah terhadap beberapa literatur yang punya relevansi dengan topik bahasan. Bertujuan untuk mengumpulkan data-data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam materi yang terdapat di ruang perpustakaan, seperti: buku-buku, majalah, dokumen, catatan, kisah-kisah sejarah dan sebagainya (Nazir, 1988:11).

Adapun literatur yang digunakan yaitu: Metode Numerik karangan Bambang Triatmodjo, Metode Numerik Untuk Teknik dengan Penerapan pada Komputer Pribadi karangan Steven Chapra, Metode Numerik karangan Harjono Djojodiharjo dan masih banyak yang lainnya serta catatan-catatan selama diperkuliahan.

Langkah umum dalam penulisan ini adalah:

- Merumuskan Masalah
- Mengumpulkan bahan atau sumber dan informasi dengan cara membaca dan memahami literatur yang berkaitan dengan metode Newton-Raphson dan sistem persamaan tak linier.
- Setelah memperoleh data dan informasi tentang metode Newton-Raphson dan sistem persamaan tak linier, langkah selanjutnya melakukan pembahasan dengan menguraikan langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan tak linier menggunakan metode Newton-Raphson.
- Kemudian memberikan contoh dan penyelesaiannya dari sistem persamaan tak linear menggunakan rumus Newton-Raphson.
- Membuat kesimpulan berupa penyelesaian sistem persamaan tak linear dengan menggunakan metode Newton-Raphson.

1.7 Sistematika Pembahasan

Skripsi ini menggunakan sistematika penulisan dan pembahasan sebagai berikut :

BAB I. PENDAHULUAN

Pada bab ini terdiri dari latar belakang masalah, Rumusan Masalah, Batasan Masalah, Tujuan Penulisan, Manfaat Penelitian dan Sistematika Pembahasan

BAB II. KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini difokuskan pada masalah yaitu Sistem persamaan tak linier, Metode numerik, Galat, Deret Taylor, Determinan, aturan cramer, Metode Newton-Raphson, Metode Newton-Raphson untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier dan kajian keagamaan.

BAB III. PEMBAHASAN

Pada bab ini adalah pembahasan yang berisi tentang Prosedur Metode Newton-Raphson, Penyelesaian sistem persamaan tak linier, analisis hasil perhitungan sistem persamaan tak linier dan kajian keagamaan.

BAB IV. PENUTUP

Pada bab penutup ini berisi kesimpulan dari hasil analisis yang sudah dilakukan. Selain itu juga berisi saran yang perlu bagi orang-orang yang bergelut di bidang tersebut

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Sistem Persamaan Tak linier

Sistem persamaan tak linier adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan-persamaan tak linier.

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0\\
&f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0\\
&\vdots \quad \vdots \qquad \vdots\\
&f_n(x_1, x_2, \cdots x_n) = 0
\end{aligned}
$$

Penyelesaian sistem ini terdiri dari himpunan nilai-nilai x yang secara simultan memberikan semua persamaan tersebut nilai yang sama dengan nol.

$$f(x) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n - c = 0 \tag{2. 1}$$

dengan c dan koefisien-koefisien a adalah konstanta. Persamaan-persamaan aljabar dan transenden yang tidak cocok dengan bentuk di atas, maka disebut *persamaan tak linier*.

Contoh:

$x^2 + xy = 10$ dan $y + 3xy^2 = 57$

Contoh di atas adalah dua persamaan tak linier simultan dengan dua bilangan yang tak diketahui, x dan y. Persamaan-persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk di bawah ini:

$$
\begin{aligned}
u(x, y) &= x^2 + xy - 10 = 0\\
v(x, y) &= y + 3xy^2 - 57 = 0
\end{aligned}
$$

jadi penyelesaiannya akan berupa nilai-nilai x dan y yang membuat fungsi $u(x,y)$ dan $v(x,y)$ sama dengan nol. (Chapra dan Canale, 1988:147)

2.2 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (*aritmatika*). Berbagai permasalahan dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi dapat digambarkan dalam bentuk persamaan matematika. Apabila persamaan tersebut mempunyai bentuk sederhana, penyelesaiannya dapat dilakukan secara analitik, tetapi pada umumnya bentuk persamaan sulit diselesaikan secara analitik, sehingga penyelesaiannya dilakukan secara numerik (Triatmodjo, 2002:1).

Pada umumnya metode numerik tidak mengutamakan diperolehnya jawab yang eksak (tepat), tetapi mengusahakan perumusan metode yang menghasilkan jawab pendekatan yang berbeda dari jawab yang eksak sebesar suatu nilai yang dapat diterima berdasarkan pertimbangan praktis, tetapi cukup dapat penghayatan pada persoalan yang dihadapi. Sehingga hasil dari penyelesaian numerik merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitik atau eksak (Djojodihardjo, 2000:3).

2.3 Galat

Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan matematik hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak (yang benar) dari penyelesaian analitik. Jadi dalam penyelesaian numerik tersebut terdapat kesalahan terhadap nilai eksak (Triatmodjo, 2002:2).

Menganalisis galat sangat penting di dalam perhitungan yang menggunakan metode numerik. Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya, semakin teliti solusi numerik yang didapatkan. Kita harus memahami dua hal: (a) bagaimana mengitung galat, dan (b) bagaimana galat timbul.

Misalkan $\hat{a}$ adalah nilai hampiran terhadap nilai sejati *a,* maka selisih

$$\varepsilon = a - \hat{a} \tag{2. 2}$$

disebut **galat**. Sebagai contoh, jika $\hat{a} = 10{,}5$ adalah nilai hampiran dari $a = 10{,}49$, maka galatnya adalah $\varepsilon = -0{,}01$. Jika tanda (positif atau negatif) tidak diperhitungkan, maka **galat mutlak** dapat didefinisikan sebagai

$$|\varepsilon| = \left| a - \hat{a} \right| \tag{2. 3}$$

Ukuran galat ε disini kurang bermakna sebab tidak menceritakan seberapa besar galat itu dibandingkan dengan nilai sejatinya. Sebagai contoh, seorang anak melaporkan panjang sebatang kawat 99 cm, padahal panjang sebenarnya 100 cm. galatnya adalah 100 – 99 = 1 cm. anak yang lain melaporkan panjang sebatang pensil 9 cm, padahal panjang sebenarnya 10 cm, sehingga galatnya juga 1 cm. Kedua galat pengukuran sama-sama bernilai 1 cm, namun galat 1 cm pada pengukuran panjang pensil lebih berarti dari pada galat 1 cm pada pengukuran panjang kawat. Jika tidak ada informasi mengenai panjang sesungguhnya, kita mungkin menganggap kedua galat tersebut sama saja. Untuk mengatasi intepretasi nilai galat ini, maka galat harus *dinormalkan* terhadap nilai sejatinya. Gagasan ini melahirkan apa yang dinamakan **galat relatif**.

Galat relatif didefinisikan sebagai

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} \tag{2. 4}$$

atau dalam persentase

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} x\ 100\% \tag{2. 5}$$

Karena galat dinormalkan terhadap nilai sejatinya, maka galat relatif tersebut dinamakan juga **galat relatif sejati**. Dengan demikian, pengukuran panjang kawat mempunyai galat relatif = 1/ 100 = 0,01, sedangkan pengukuan panjang pensil mempunyai galat relatif sejati = 1/ 10 = 0,1.

dalam praktek kita mengetahui nilai sejati a, karena itu galat ε seringkali dinormalkan terhadap solusi hampirannya, sehingga galat relatifnya dinamakan **galat relatif hampiran**.

$$\varepsilon_{RA} = \frac{\varepsilon}{\hat{a}} \tag{2. 6}$$

Contoh:

Misalkan nilai sejati = 10/3 dan nilai hampiran = 3,333. hitunglah galat, galat mutlak, galat relatif, dan galat relative hampiran.

Penyelesaian:

Galat = 10/3 – 3,333 = 10/3 – 3333/1000 = 0,000333…

Galat mutlak = | 0,000333… | =0,000333…

Galat relatif = (1/3000)/(10/3) = 0,0001

Galat relatif hampiran = (1/3000)/3,333 = 1/9999

Galat relatif hampiran yang dihitung dengan persamaan (2. 6) masing-masing mengandung kelemahan sebab nilai ε tetap membutuhkan pengetahuan nilai *a* (dalam praktek kita jarang sekali mengetahui nilai sejati *a*). Oleh karena itu, perhitungan galat relatif hampiran menggunakan nilai pendekatan lain. Pada perhitungan numerik yang menggunakan pendekatan lelaran (*iteration*). ε_{RA} dihitung dengan cara

$$\varepsilon_{RA} = \frac{a_{r+1} - a_r}{a_{r+1}} \qquad (2.\ 7)$$

yang dalam hal ini a_{r+1} adalah nilai hampiran lelaran sekarang dan a_r adalah hampiran lelaran sebelumnya. Proses lelaran dihentikan bila

$$|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_S$$

yang dalam hal ini ε_S adalah toleransi galat yang dispesifikasikan. Nilai ε_S, menentukan ketelitian solusi numerik. Semakin kecil nilai ε_S semakin teliti solusinya, namun semakin banyak proses lelarannya.

Contoh:

Misalkan ada prosedur lelaran sebagai berikut

$$x_{r+1} = \frac{-x^2 + 3}{6}, \qquad r = 0, 1, 2, \ldots$$

Lelaran dihentikan bila kondisi $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_S$. Dalam hal ini ε_S adalah toleransi galat yang diinginkan. Misalnya dengan memberikan $x_0 = 0{,}5$, dan $\varepsilon_s = 5e - 5 = 0{,}00005$ kita memperoleh runtutan:

$x_0 = 0{,}5$

$x_1 = 0{,}4791667 \qquad ; \left|\varepsilon_{RA} = (x_1 - x_0)/x_1\right| = 0{,}043478 > \varepsilon_S$

$x_2 = 0{,}4816638 \qquad ; \left|\varepsilon_{RA} = (x_2 - x_1)/x_2\right| = 0{,}0051843 > \varepsilon_S$

$x_3 = 0{,}4813757 \qquad ; \left|\varepsilon_{RA} = (x_3 - x_2)/x_3\right| = 0{,}0005984 > \varepsilon_S$

$x_4 = 0{,}4814091 \qquad ; \left|\varepsilon_{RA} = (x_4 - x_3)/x_4\right| = 0{,}0000693 > \varepsilon_S$

$x_1 = 0{,}4814052 \qquad ; \left|\varepsilon_{RA} = (x_5 - x_4)/x_5\right| = 0{,}0000081 > \varepsilon_S$

pada lelaran ke-5, $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_S$ sudah terpenuhi sehingga lelaran dapat dihentikan.

2.4 Deret Taylor

2.4.1 Definisi Deret Taylor

Andaikan *f* dan semua turunannya *f, f', f'',* …, menerus didalam selang [*a,b*]. Misalkan $x_0 \in [a,b]$, maka untuk nilai-nilai *x* disekitar x_0 dan $x_0 \in [a,b]$, *f*(*x*) dapat diperluas (diekspansikan) ke dalam deret taylor:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\frac{x - x_0}{1!} + f''(x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + f^m(x_0)\frac{(x - x_0)^m}{m!} + \ldots \tag{2. 8}$$

(Munir, 2005:18)

2.4.2 Pemecahan Deret Taylor

Misalnya dalam menghitung pendekatan *y(x)* untuk $x_0 < x < x_m$ dengan beberapa maksud. Justru bagaimana kita akan sampai pada titik ini akan menjadi jelas pada akhir bagian ini. Dalam setiap kasus kita gunakan Theorema Taylor, dengan menguraikan *y(x)* disekitar titik $x = x_m$

$$y(x) = y_m + y'(x - x_m) + \frac{y''_m}{2!}(x - x_m)^2 + \ldots$$

$$+\frac{y_m^{(j)}}{j!}(x - x_m)^j + \frac{y_m^{(j+1)}(\xi)}{(j+1)!}(x - x_m)^{j+1} \qquad (2.9)$$

Dimana y_m^j adalah turunan y(*x*) ke j dievaluasi pada $x = x_m$. Ingat kembali bahwa ξ adalah terakhir yang dibatasi oleh

$$x_m < \xi < x$$

Dimana diasumsikan $x = x_m$, meskipun ini tidak cukup sebagai suatu argument. Digunakan (2.8) untuk mendekati solusi y(*x*) pada $x = x_{m+1} = x_m + h$ dengan mengganti *x* dengan $x_m + h$. Jadi

$$y_{m+1} = y_m + hy'_m + \frac{h^2}{2!}y''_m + \ldots + \frac{y_m^j}{j!}h^j + \frac{y_m^{(j+1)}(\xi)}{(j+1)!}h^{j+1} \qquad (2.10)$$

Biasanya kita akan mengabaikan suatu yang karena itu menaikkan kesalahan pemendekan yang lebih baik. Dalam setiap kasus, perlu untuk mengevaluasi beberapa turunan *y* dari (2.10)

$$y' = f(x_m, y_m) \qquad (2.11)$$

Dengan mendiferensier $y' = f(x, y)$ terhadap x

$$y'' = \frac{\partial}{\partial x}(f(x, y) + f) + f(x, y)\frac{\partial}{\partial y}f(x, y) \qquad (2.12)$$

Sehingga

$$y'' = f_x + ff_y \qquad (2.13)$$

Dimana subscript terakhir menyatakan turunan parsial terhadap variabel yang ditunjukkan pada subscript:

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$$

Dimisalkan bahwa semua fungsi dan turunannya dievaluasi pada $x = x_m$, $y = y_m$.

Misalkan diambil n $j = 2$ dalam (2. 8). maka akan didapat

$$y_{m+1} = y_m + hy'_m + \frac{h^2}{2} y''_m + \frac{y'''(\xi)}{6} h^3$$

Dari (2.11) dan (2.12)

$$y_{m+1} = y_m + h\left[f + \frac{h}{2}(f_x + ff_y) \right] + \frac{y'''(\xi)}{6} h^3 \tag{2.14}$$

Kita mengabaikan suku terakhir dan menghitung y_{m+1} dari

$$y_{m+1} = y_m + h\left[f + \frac{h}{2}(f_x + ff_y) \right] \tag{2.15}$$

Kesalahan pemendekan

$$e_t = \frac{y'''(\xi)}{6} h^3$$

Jika turuanan ketiga cukup constant dapat dikatakan

$$e_t = Kh^3 \qquad (2.\ 16)$$

Dimana K adalah konstanta.

Sekarang jelas bagaimana kita dapat membentuk suatu solusi pendekatan pada $y' = f(x, y)$ dan $y(x_0) = y_0$ dengan mengambil $m = 0$ dalam (2.15) . kita hitung y_1. Pendekatan solusi ini $x = x_0 + h$. Kemudian dengan harga y_1 dan

$x_1 = x_0 + h$ kita ambil $m = 1$ dalam (2.15) dan menghitung y_2. Dengan melanjutkan cara seperti ini kita hitung $y_3, y_4, \ldots, y_m$, $y_{m+1}, \ldots$ kesalahan pemendekan (2.16) terakulasi dalam setiap langkah. Kita harus mencari metode dimana akumulasi ini tidak terlalu membahayakan.

Solusi Deret Taylor diklasifikasikan sebagai metode satu langkah karena dalam mencari y_{m+1} hanya memerlukan informasi dari suatu titik sebelumnya, x_m, y_m.

Kesulitan praktis metode ini ialah akan sulit pada kenyataanya dalam beberapa kasus bahkan tidak mungkin untuk memperoleh f_x dan f_y. Selanjutnya, jika ingin memperoleh pemendekan yang lebih baik, yaitu dengan kesalahan pemendekan yang lebih kecil, kita perlu mengevaluasi y_m''' dimana

$$y_m''' = ff_{xx} + 2ff_{xy} + f^2 f_{yy} + f_x f_y + ff_y^2$$

Turunan beruntun akan menjadi lebih kompleks. Ingat juga bahwa setiap turunan parsial f harus dievaluasi pertama kali untuk $x = x_0$, $y = y_0$, kemudian untuk $x = x_1$, $y = y_1$, dan seterusnya (Djojodihardjo, 2000:267).

Contoh:

Hampiri fungsi $f(x) = \sin(x)$ ke dalam deret Taylor di sekitar $x_0 = 1$

Penyelesaian

Menentukan turunan sin (x) terlebih dahulu sebagai berikut

$f(x) = \sin(x)$
$f'(x) = \cos(x)$
$f''(x) = \sin(x)$
$f'''(x) = -\cos(x)$
$f''''(x) = \sin(x)$

dan seterunya.

Dari persamaan (2.9) dan (2.10) $\sin(x)$ dihampiri dengan deret Taylor sebagai berikut:

$$\sin(x) = \sin(1) + \cos(1)\frac{(x-1)}{1!} + (-\sin(1))\frac{(x-1)^2}{2!} + (-\cos(1))\frac{(x-1)^3}{3!} + (\sin(1))\frac{(x-1)^4}{4!} + \ldots$$

Bila dimisalkan $x-1=h$, maka berdasarkan (2. 9)

$$\sin(x) = \sin(1) + \cos(1)h + (-\sin(1))\frac{h^2}{2} + (-\cos())\frac{h^3}{6} + (\sin(x))\frac{h^4}{24} + \ldots$$

$$\sin(x) = 0{,}8415 + 0{,}5403h - 0{,}4208h^2 - 0{,}0901h^3 + 0{,}0351h^4 + \ldots$$

Karena suku-suku deret taylor tidak terhingga banyaknya, maka untuk alasan praktis deret taylor dipotong suku orde tertentu. Deret taylor yang dipotong sampai suku orde ke-*n* yang dinamakan deret taylor terpotong, yang potongannya itu biasanya dinamakan **sisa** atau **galat**.

2. 5 Fungsi Determinan Dan Aturan Cramer

2.5.1 Fungsi Determinan

Definisi:

Misalkan *A* adalah matriks kuadrat. Fungsi determinan dinyatakan oleh *det*, dan didefinisikan det (*A*) sebagai jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari *A*. Jumlah det (*A*) dinamakan *determinan A*.

Determinan tingkat n ialah bentuk susunan elemen-elemen a_{ij} menurut n baris kolom, ditulis sebagai berikut:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{31} & a_{32} \cdots & a_{3n} \end{bmatrix}$$

$a_{11}, a_{12}, \cdots a_{1n}$ disebut elemen-elemen (unsur-unsur) determinan tingkat n punya n baris dan n kolom, jadi banyaknya elemen ada n x n = n^2 buah. (Soehardjo, 1998:3)

Aturan determinan sebagai berikut:

Untuk determinan tingkat 2, ditulis sebagai berikut:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}\, a_{22} - a_{12}\, a_{21} \qquad (2.17)$$

Untuk determinan tingkat 3, ditulis sebagai berikut:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}\, a_{22}\, a_{33} + a_{12}\, a_{23}\, a_{31} + a_{13}\, a_{21}\, a_{32}$$

$$- a_{13}\, a_{22}\, a_{31} - a_{12}\, a_{21}\, a_{33} - a_{11}\, a_{23}\, a_{32} \qquad (2.18)$$

Untuk lebih mudahnya dalam mengerjakan, digunakan piranti seperti di bawah ini:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right] \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{array} \qquad (2.\ 19)$$

Aturan (2.19) di atas disebut juga sebagai aturan *sarrus* yang dikhususkan untuk determinan tingkat tiga.

Dengan mengalikan entri-entri pada panah yang mengarah ke kanan dan mengurangkan hasil entri-entri pada panah yang mengarah ke kiri. Rumus kedua dalam aturan di atas didapatkan dengan menyalin kembali kolom pertama dan kolom ke dua seperti yang diperlihatkan dalam gambar. Determinan tersebut kemudian di hitung dengan hasil kali pada panah-panah yang mengarah ke kiri.

Contoh:

Hitunglah determinan-determinan dari

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -7 & -8 & 9 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan metode dari (gambar 2.17) maka akan memberikan:

Det (A) = (-6) – (4) = -12

Dengan menggunakan metode dari (gambar 2.18) maka akan memberikan:

Det (B) = (45) + (84) + (96) - (105) - (-48) - (-72) = 240

2.5.2 Aturan Cramer

Teorema: Jika *AX-B* adalah sistem yang terdiri dari n persamaan linier dalam n bilangan tak diketahui sehingga $\det(A) \neq 0$, maka sistem tersebut mempunyai sistem pemecahan yang unik. Pemecahan ini adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \ldots, \; x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)} \tag{2.20}$$

dimana A_i adalah matriks yang didapatkan dengan menggantikan entri-entri dalam kolom ke-j dari A dengan entri-entri dalam matriks

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Bukti:

Jika $\det(A) \neq 0$, maka A dapat dibalik. Dan $X = A^{-1}B$ adalah pemecahan unik dari $AX = B$. Sehingga diperoleh:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{\det(A)} adj(A)B = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan matriks-matriks ini akan memberikan

$$X = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} b_1 C_{11} + b_2 C_{21} + \cdots + b_n C_{n1} \\ b_1 C_{12} + b_2 C_{22} + \cdots + b_n C_{n2} \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \\ b_1 C_{1n} + b_2 C_{2n} + \cdots + b_n C_{nn} \end{bmatrix}$$

Entri dalam baris ke-j dari X, dengan demikian

$$x_j = \frac{b_1 C_{1j} + b_2 C_{2j} + \cdots + b_n C_n}{\det(A)}$$

Sekarang misalkan

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{11} + a_{21} + \cdots + a_{1j-1} & b_1 & a_{1j+1} & \cdots a_{1n} \\ a_{12} + a_{22} + \cdots + a_{2j-1} & b_2 & a_{2j+1} & \cdots a_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \vdots \\ a_{1n} + a_{n2} + \cdots + a_{nj-1} & b_n & a_{nj+1} & \cdots a_{nn} \end{bmatrix}$$

Karena A_j berbeda dari A hanya dalam kolom ke-j, maka kovaktor dari entri-entri yang bersesuaian dalam kolom ke-j dari a. Perluasan kofaktor det (A_j) $= b_1 C_{1j} + b_2 C_{2j} + \cdots + b_n C_{nj}$.

Dengan mensubtitusikan hasil ini ke dalam $x_j = \frac{b_1 C_{1j} + b_2 C_{2j} + \cdots + b_n C_n}{\det(A)}$ maka akan memberikan $x_j = \frac{\det(A_j)}{\det(A)}$ terbukti.

Contoh:

Gunakan aturan cramer untuk memecahkan sistem persamaan dibawah ini:

$$\begin{aligned} x_1 + \quad\quad 2x_3 &= 6 \\ -3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 30 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Penyelesaian:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 30 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -3 & 30 & 6 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ -3 & 4 & 30 \\ -1 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

Maka

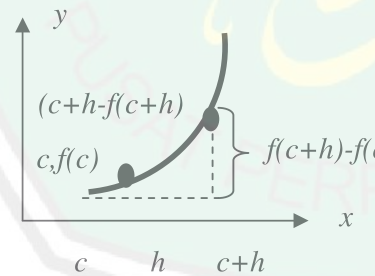
$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-40}{44} = \frac{-10}{11}$$

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{72}{44} = \frac{18}{11}$$

$$x_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{152}{44} = \frac{38}{11}$$ (Anton, 1987:83)

2.6 Metode Newton-Raphson

Metode Newon-Raphson adalah metode yang paling luas dipakai diantara rumus penemuan akar. Metode ini dapat diturunkan berdasarkan tafsiran geometri (gambar 2. 1). jika tebakan awal dari akar adalah x_i, sebuah garis singgung dapat ditarik dari titik [x_i , $f(x_i)$]. Titik dimana garis singgung ini memotong sumbu x biasanya menyatakan akar yang lebih baik (x_{i+1}). Turunan pertama pada x_i adalah ekivalen terhadap kemiringan. Adapun definisi turunan sebagai berikut:

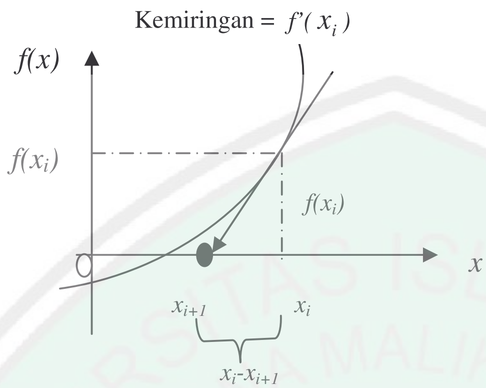


Gambar 2. 1 Pelukisan Grafik Turunan

Turunan fungsi f adalah fungsi lain f'(dibaca "f aksen") yang nilainya pada sebarang bilangan c adalah

$$f'(c) = \lim_{h\to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

Adapun keekivalenan terhadap kemiringan tersebut, dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2. 2 Pelukisan Grafik MetodeNewton-Raphson

Pada gambar 2.2, turunan pertama pada x_i adalah ekivalen terhadap kemiringan:

$$f'(x_i = \frac{f(x_i) - f(x_{i+1})}{x_i - x_{i+1}} = \frac{f(x_i) - 0}{x_i - x_{i+1}} \text{ atau}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \tag{2. 21}$$

Persamaan (2. 21) dinamakan rumus iterasi Metode Newton-Raphson.

Selain dari penurunan geometri, rumus Newton-Raphson juga dapat dikembangkan dari teknik ekspansi deret Taylor. Ekspansi (uraian) deret Taylor secara lengkap:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + \frac{f''(x_i)}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + \cdots + \frac{f^n(x_i)}{n!}(x_{i+1} - x_i)^n + R_n$$

dimana suku $R_n = \frac{f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!}(x_{i+1} - x_i)^{n+1}$ dengan ξ terletak sebarang dalam selang x_i sampai x_{i+1}. Suatu versi hampiran dapat diperoleh dengan memotong deret setelan suku turunan pertama:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

pada perpotongan sumbu *x*, $f(x_{i+1})$ akan sama dengan nol, atau:

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) \text{ atau}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

(Chapra dan Canale, 1996)

Contoh:

Persamaan yang diselesaikan adalah

h(x)= 4 sin (x) – 3 cos (x)

Turunan pertama dari persamaan tersebut adalah

h'(x)= 4 cos (x) + 3sin (x)

dengan menggunakan persamaan

$$x_{i+1} = x_i - \frac{h(x)}{h'(x)}$$

pada awal hitungan ditentukan x_r sembarang, misalnya $x_1 = 3;$

$$\begin{aligned}
h(x_1 = 3) \quad &= 4 * \sin(3) - 3 * \cos(3) \\
&= 4 * (0{,}141) - 3 * (\text{-}0{,}99) \\
&= 0{,}564480032 + 2{,}96997749 \\
&= 3{,}5345 \\
h'(x_1 = 3) \quad &= 4 * \cos(3) + 3 * \sin(3) \\
&= 4 * (\text{-}0{,}99) + 3 * (0{,}141) \\
&= \text{-}3{,}9599 + 0{,}4233 \\
&= \text{-}3{,}5366
\end{aligned}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{h(x_1)}{h'(x_1)}$$

$$x_2 = 30 - \frac{3,5345}{-3,5366} = 3 + 0,9994 = 3,9994$$

langkah berikutnya ditetapkan x_2 = 3,9994

$$h(x_2 = 3,9994) = 4 * \sin(3,9994) - 3 * \cos(3,9994)$$
$$= 4 * (-0,7564) - 3 * (-0,654097585)$$
$$= -3,02564 + 1,9623$$
$$= -1,06335$$

$$h'(x_2 = 3,9994) = 4 * \cos(3,9994) + 3 * \sin(3,9994)$$
$$= 4 * (-0,6541) + 3 * (-0,7564)$$
$$= -2,616390339 - 2,2692$$
$$= -4,8856$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$x_3 = 3,9994 - \frac{-1,06335}{-4,8856}$$

$$x_3 = 3,9994 - 0,217648 = 3,7818$$

Hasil perhitungan selanjutnya akan diberikan pada tabel 2.1 berikut ini:

Tabel 2.1 Hasil Iterasi metode Newton-Raphson

Iterasi	x_r	$f(x_r)$	$f'(x_r)$	galat
1	3	3,534458	-3,53661	0
2	3,999391	-1,06331	-4,88563	0,999391
3	3,781752	0,016709	-4,99997	-0,21764
4	3,785094	-6,2e-08	-5	0,003342
5	3,785094	0	-5	-1,2E-08
6	3,785094	0	-5	0

hasil diperoleh pada iterasi ke-5

2.7 Perluasan Metode Newton-Raphson Untuk Menyelesaikan Sistem Persamaan Tak Linier

Pandang sistem persamaan tak linier:

$$\begin{aligned}
U_1 &= f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \\
U_2 &= f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
U_n &= f_n(x_1, x_2, \cdots x_n) = 0
\end{aligned} \tag{2. 22}$$

Penyelesaian sistem ini terdiri dari himpunan nilai-nilai x yang secara simultan memberikan semua persamaan tersebut nilai yang sama dengan nol. Dimana penyelesaiannya dengan perluasan metode Newton-Raphson melalui ekspansi deret taylor pada masing-masing persamaan. Dengan ekspansi deret taylor orde pertama

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + (x_{i+1} - x_i) f^{'}(x_i)$$

sehingga persamaan (2. 22) menjadi

$$(U_1)_{i+1} = (U_1)_i + ((x_1)_{i+1} - (x_1)_i)\frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_1} + ((x_2)_{i+1} - (x_2)_i)\frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_2} + \cdots + ((x_n)_{i+1} - (x_n)_i)\frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_n}$$

$$(U_2)_{i+1} = (U_2)_i + ((x_1)_{i+1} - (x_1)_i)\frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_1} + ((x_2)_{i+1} - (x_2)_i)\frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_2} + \cdots + ((x_n)_{i+1} - (x_n)_i)\frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_n}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$(U_n)_{i+1} = (U_n)_i + ((x_1)_{i+1} - (x_1)_i)\frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_1} + ((x_2)_{i+1} - (x_2)_i)\frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_2} + \cdots + ((x_n)_{i+1} - (x_n)_i)\frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_n}$$

atau

$$\begin{bmatrix} (U_1)_{i+1} - (U_1)_i \\ (U_2)_{i+1} - (U_2)_i \\ \vdots \\ (U_n)_{i+1} - (U_n)_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (U_1)_i}{\partial x_n} \\ \frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (U_2)_i}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (U_n)_i}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_1)_{i+1} - (x_1)_i \\ (x_2)_{i+1} - (x_2)_i \\ \vdots \\ (x_n)_{i+1} - (x_n)_i \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

dengan mengambil $(U_1\ )_{i+1}, (U_2)_{i+1}, \cdots, (U_n)_{i+1}$ sama dengan nol maka

$$\begin{bmatrix} -(f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i \\ -(f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i \\ \vdots \\ -(f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

dimana

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial (f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_n} \\ \frac{\partial (f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots \\ \frac{\partial (f_n(x_1, x_2, \cdots, x)_n)_i}{\partial x_1} & \frac{\partial (f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_2} \cdots & \frac{\partial (f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n))_i}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

J adalah matrik turunan parsial yang disebut dengan matriks *jacobian* multidimensional.

Metode Newton-Raphson untuk sistem persamaan tak linier adalah metode penyelesaian sistem persamaan dengan membentuk persamaan tersebut seperti pada persamaan (2.22) dan dilanjutkan dengan membentuk persamaan (2.24) kemudian mencari nilai pendekatannya dengan memakai rumus di bawah ini:

$$\begin{bmatrix}(x_1)_{i+1}\\(x_2)_{i+1}\\\vdots\\(x_n)_{i+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(x_1)_i\\(x_2)_i\\\vdots\\(x_n)_i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\delta x_1\\\delta x_2\\\vdots\\\delta x_n\end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Nilai-nilai δ dapat diketahui dengan menyelesaikannya menggunakan aturan cramer atau dengan kofaktor (Chapra dan Canale, 1988). Jika nilai pendekatannya kurang tepat, maka dilakukan proses iterasi dengan menggunakan nilai pendekatan yang didapat sebagai nilai tebakan awal untuk iterasi selanjutnya. Proses iterasi dilanjutkan sampai mendapatkan nilai pendekatan yang tepat.

2.8 Kajian Keagamaan

Di dalam Al-Qur'an terdapat beberapa ayat yang berisi perintah-perintah yang menyeru kepada manusia untuk meyakinkan eksistensi Tuhan melalui ciptaan-Nya, memperhatikan kekuasaan-Nya melalui realitas yang terhampar luas di langit dan di bumi. Ayat-ayat tersebut diantaranya yaitu: Surat Yunus ayat 101, sebagai berikut:

قُلِ ٱنظُرُواْ مَاذَا فِي ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِۚ وَمَا تُغۡنِي ٱلۡأٓيَٰتُ وَٱلنُّذُرُ عَن قَوۡمٖ لَّا يُؤۡمِنُونَ ١٠١

Artinya: Katakanlah: "Perhatikanlah apa yaag ada di langit dan di bumi. tidaklah bermanfaat tanda kekuasaan Allah dan rasul-rasul yang memberi peringatan bagi orang-orang yang tidak beriman".

Ayat di atas menerangkan bahwa menjadi keharusan bagi manusia untuk memperhatikan sifat dan tingkah laku alam semesta. Memperhatikan di sini mempunyai arti mempelajari proses-proses yang ada di alam semesta. Salah satunya dengan mempelajari ilmu matematika. Karena ilmu matematika bisa diterapkan pada dunia fisik. Simbol-simbol yang diciptakan oleh pikiran manusia cocok untuk membongkar misteri-misteri alam semesta dan memberikan pada kita kendali atas dunia fisik. Hal itu yang harus dilakukan sekarang, karena dengan begitu seseorang dapat menambah ilmu pengetahuan, memfungsikan akal, mendorong berpikir dan menambah keimanan

Matematika pada dasarnya berkaitan dengan pekerjaan menghitung, sehingga tidak salah jika kemudian ada yang menyebut matematika adalah ilmu hitung atau *ilmu al-hisab*. Dalam hal hitung-menghitung, Allah adalah rajanya. Allah sangat cepat dalam menghitung dan sangat teliti. Karena ilmu hitung dalam kehidupan sangat dibutuhkan. Seperti dalam perhitungan perdagangan, ilmu waris dan sebagainya (Abdussyakir, 2006:83).

Bahkan ada beberapa ayat yang didalamnya terkandung angka atau bilangan, diantaranya terdapat dalam Firman Allah SWT yaitu QS: Al-Anfal : 65, sebagai berikut:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّبِيُّ حَرِّضِ ٱلۡمُؤۡمِنِينَ عَلَى ٱلۡقِتَالِۚ إِن يَكُن مِّنكُمۡ عِشۡرُونَ صَٰبِرُونَ
يَغۡلِبُواْ مِاْئَتَيۡنِۚ وَإِن يَكُن مِّنكُم مِّاْئَةٞ يَغۡلِبُوٓاْ أَلۡفٗا مِّنَ ٱلَّذِينَ كَفَرُواْ بِأَنَّهُمۡ قَوۡمٞ
لَّا يَفۡقَهُونَ ٦٥

Artinya:"Hai Nabi, Kobarkanlah semangat Para mukmin untuk berperang. jika ada dua puluh orang yang sabar diantaramu, niscaya mereka akan dapat mengalahkan dua ratus orang musuh. dan jika ada seratus orang yang sabar diantaramu, niscaya mereka akan dapat mengalahkan seribu dari pada orang kafir, disebabkan orang-orang kafir itu kaum yang tidak mengerti".

Ayat di atas mengandung angka-angka di dalamnya, disebutkan bahwa 20 orang mukmin yang sabar akan mengalahkan 200 orang kafir (1:10). Maka akan sulit disimpulkan berapa yang dapat dikalahkan oleh 30, 50 atau 100 orang mukmin yang sabar. Ternyata Al-Qur'an denga tegas menyatakan bahwa 100 orang mukmin akan mengalahkan 1000 orang kafir (1:10). Jadi menunjukkan bahwa perbandingan selalu 1:10.

Jika kemudian ada pertanyan berapa orang mukmin yang diperlukan untuk mengalahkan 2000, 3000, atau 5000 orang kafir? Untuk menentukan banyaknya orang mukmin yang diperlukan untuk mengalahkan 2000, 3000 atau 5000 orang kafir tersebut dapat dihitung dengan rumus fungsi dengan memislakan x banyaknya orang mukmin yang sabar dan y menyatakan banyaknya orang kafir (Abdussyakir, 2006:86).

Dari uraian di atas, sudah jelas bahwa penggunaan matematika ada di dalam Al-Qur'an. Khususnya pada bagian persamaan, jika dalam menyelesaikan persamaan tersebut susah didapat atau bahkan tidak bisa diselesaikan dengan rumus matematika, maka metode numerik-lah yang berperan penting dalam kasus ini. Karena dengan metode numerik seseorang dapat lebih mudah mencari penyelesaian pada persamaan matematika tersebut.

Misalnya pada dalam masalah penyelesaian sistem persamaan tak linier, penyelesaian sistem persamaan tak linier yang sulit diselesaikan dengan menggunakan rumus atau konsep matematika, dapat diselesaikan dengan menggunakan metode numerik. Hal ini sesuai dengan Firman Allah SWT yang di dalamnya berisi tentang Allah selalu memberikan kemudahan kepada umat-Nya jika mengalami kesulitan. Di antaranya dalam surat An-Nisaa':28, Allah berfirman sebagai berikut:

يُرِيدُ ٱللَّهُ أَن يُخَفِّفَ عَنكُمْۚ وَخُلِقَ ٱلۡإِنسَٰنُ ضَعِيفًا ٢٨

Artinya:"Allah hendak memberikan keringanan kepadamu dan manusia dijadikan bersifat lemah."

Kemudahan dalam ilmu matematika yaitu dapat memberikan jalan yang benar untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Dalam menyelesaikan langkah-langkahnya harus teliti, untuk memperoleh hasil yang tepat dalam perhitungan secara matematis. Sebagaimana Firman Allah QS: Maryam:94, sebagai berikut:

لَّقَدۡ أَحۡصَىٰهُمۡ وَعَدَّهُمۡ عَدًّا ٩٤

Artinya:"Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti."

Ayat di atas menjelaskan tentang ketelitian dalam menghitung sangat diperlukan bagi para ahli matematika. Mereka harus bekerja keras menghitung bilangan-bilangan secara tepat, sehingga semua pihak yang berkepentingan bisa merasakan hasil yang benar. Tidak boleh ada selisih dalam perhitungan. Semua harus dilakukan secara seksama dan akurat sehingga menghasilkan kebenaran yang sahih. Semangat inilah yang sangat ditekankan oleh Al-Qur'an. Ketepatan dalam perhitungan yang dilakukan oleh ahli matematika bukan saja dilakukan demi menjamin keadilan kepada siapa saja yang berkepentingan, melainkan juga demi memperoleh informasi yang benar-benar berdasarkan perhitungan dan demi menjaga keadilan terhadap semua pihak dalam segala keadaan.

Berdasarkan ayat di atas dalam ilmu matematika, apabila suatu persamaan sulit diselesaikan secara analitis, maka penyelesaian dapat dilakukan dengan cara lain, yaitu secara numerik. Karena penyelesaian secara numerik dapat memberikan hasil perhitungan yang mendekati dengan nilai perkiraan atau pendekatan dari hasil persamaan tersebut. Hasil tersebut dalam ilmu matematika digunakan sebagai analisa hasil perhitungan yang diinginkan. Sehingga penyelesaian secara numerik ini, lebih tepat digunakan dalam penyelesaian persamaan, di antaranya persamaan transedental dan persamaan aljabar. Apabila keinginannya dalam menyelesaikan persamaan belum tercapai, maka dalam perhitungan secara numerik bisa dilakukan dengan menggunakan metode numerik lain yang lebih mudah dalam menyelesaikan persamaan tersebut.

Allah memerintahkan agar kesempurnaan dipelihara sebaik-baiknya dalam setiap aspek kehidupan manusia, terlebih lagi dalam hal ketetapan dan keakuratan penentuan angka dan bilangan yang menjadi dasar bagi beroperasinya bidang industri dan sains. Sebagai seorang ahli matematika harus bekerja keras membuat perhitungan dengan akurasi yang tinggi, ada Allah Yang Maha Menghitung (Al-Hasib) (Rahman, 1988:113).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persaman Tak linier

Sistem persamaan tak linier tidak dapat diselesaikan secara analitik. Oleh sebab itu terdapat metode khusus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier, yaitu dengan Metode Newton-Raphson. Metode Newton-Raphson di sini adalah Metode Newton-Raphson yang diperluas khusus digunakan untuk menyelesaiakan sistem persamaan tak linier.

Dalam bab ini, penulis akan menjabarkan prosedur Metode Newton-Raphson untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier. Dalam aplikasinya, penulis menggunakan 2 contoh sistem persamaan tak linier. Sistem persamaan tak linier yang pertama terdiri dari 2 persamaan tak linier dengan 2 variabel, sedangkan yang kedua terdiri dari 3 persamaan tak linier dengan 3 variabel. Prosedur dari suatu metode sangat penting, guna mempermudah dalam pengerjaannya. Apalagi jika terdapat kerumitan di dalamnya, maka bantuan komputer juga dibutuhkan untuk membantu dalam perhitungan.

3.1.1 Prosedur Umum Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persamaan Tak Linier

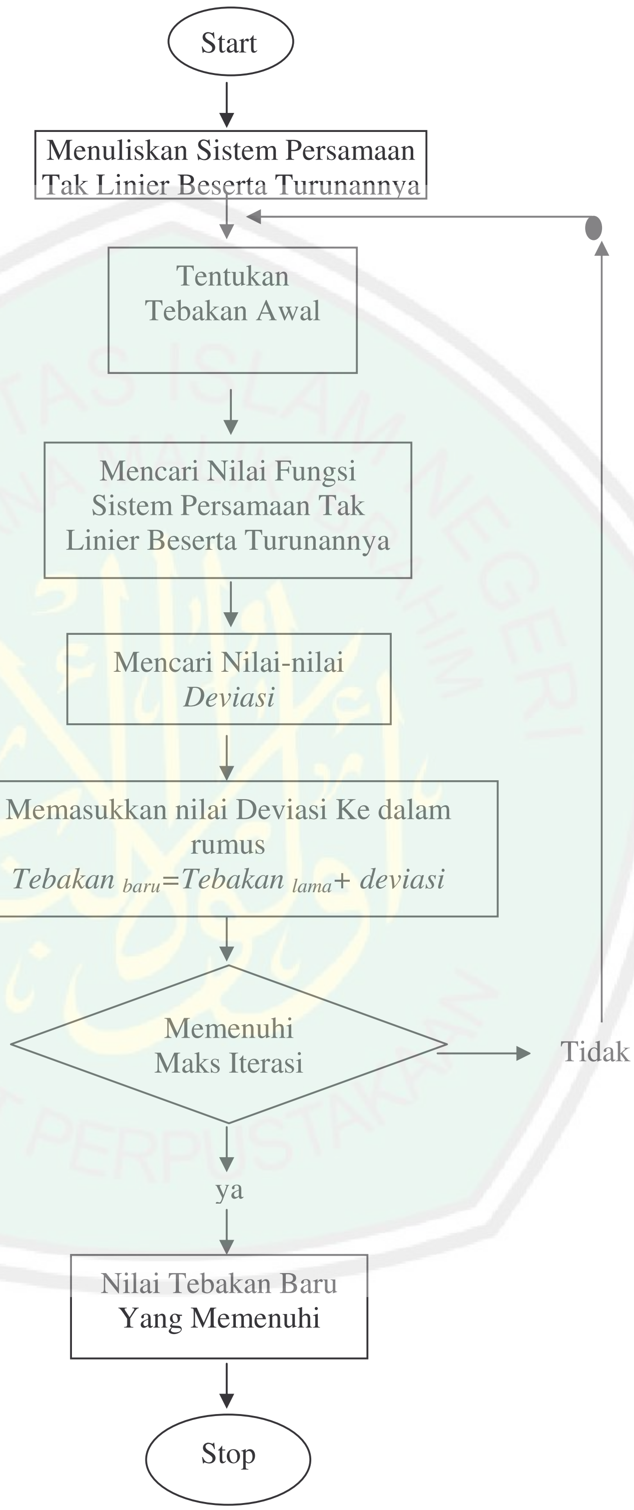
1. Menuliskan sistem persamaan tak linier.

2. Menentukan nilai tebakan awal pada masing-masing variabel.

3. Mencari nilai fungsi sistem persamaan tak linier dengan nilai tebakan awal yang telah ditentukan pada langkah dua di atas.
4. Mencari turunan-turunan fungsi sistem persamaan tak linier di atas terhadap masing-masing variabelnya,.
5. Menghitung nilai-nilai fungsi dari turunan yang telah didapat dari langkah 3 di atas dengan menggunakan tebakan awal.
6. Mencari nilai-nilai deviasi dari masing-masing variabel.
7. Mencari nilai selesaian yang lebih tepat dari nilai awal, dengan menggunakan persamaan di bawah ini:

   $Tebakan_{baru} = Tebakan_{lama} + deviasi$
8. Melakukan proses iterasi dengan mengulang langkah ke-dua sampai didapatkan nilai deviasi sekecil mungkin atau mendekati nol.

Prosedur di atas, dapat dibuat alur bagan atau flow chart untuk mempermudah dalam pembuatan program computer. Adapun flow chartnya sebagai berikut:



Gambar 3.1: Bagan alur untuk sistem persamaan tak linier dengan Metode Newton-Raphson

3.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Tak Linier Dengan Metode Newton-Raphson

Dalam bagian ini penulis memberikan dua contoh sistem persamaan tak linier yaitu sistem yang terdiri dari 2 persaman tak linier dengan 2 variabel dan sistem yang terdiri dari 3 persamaan tak linier dengan 3 variabel.

Adapun contoh yang diberikan oleh penulis disini yaitu sistem yang berupa gabungan dari persamaan transenden dan aljabar yang berbentuk tak linier. Persamaan yang digunakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &3\ln x - x + y^2 = 0 \\ &5x - 2x^2 + xy - 1 = 0 \end{aligned} \tag{3. 1}$$

dan

$$\begin{aligned} &x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0 \\ &x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0 \\ &xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0 \end{aligned} \tag{3. 2}$$

(Munif, 1995:147).

Sistem persamaan tak linier di atas akan diselesaikan dengan metode Newton-Raphson.

<u>Contoh 1</u>

$$\begin{aligned} &3\ln x - x + y^2 = 0 \\ &5x - 2x^2 + xy - 1 = 0 \end{aligned}$$

Penyelesaian dari contoh tersebut menggunakan prosedur yang sudah diuraikan yaitu:

Langkah 1: System persamaan tak linier di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(x,y) = 3\ln(x) - x + y^2 = 0$$
$$G(x,y) = 5x - 2x^2 + xy - 1 = 0$$

Iterasi 1

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal x_0 dan y_0

yaitu: $x_0 = 0,4$ dan $y_0 = 2,5$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi dari kedua persamaan $F(x, y) = 0$ dan $G(x, y) = 0$ dengan nilai tebakan awal $x_0 = 0,4$ dan $y_0 = 2,5$, yaitu:

$$\begin{aligned} F(0,4;2,5) &= 3\ln(x) - x + y^2 \\ &= 3\ln(0,4) - (0,4) + (2,5)^2 \\ &= 3,101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(0,4;2,5) &= 5x - 2x^2 + xy - 1 \\ &= 5(0,4) - 2(0,4)^2 + 0,4(2,5) - 1 \\ &= 1,68 \end{aligned}$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut terhadap masing-masing variabelnya, yaitu:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y$$
$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x$$

Langkah 5: Menghitung nilai-nilai fungsi dari turunan yang telah didapat dari langkah 4 di atas dengan menggunakan tebakan awal x_0 dan y_0, sebagai berikut:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} = -1 + \frac{3}{0,4} = 6,5 \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y = 2(2,5) = 5$$
$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y = 5 - 4(0,4) + 2,5 = 5,9 \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x = 0,4$$

Langkah 6: Mencari nilai-nilai deviasi dari nilai x dan y

Nilai-nilai deviasi tersebut dimisalkan r_1 dan s_1. Untuk mencari nilai r_1 dan s_1, terlebih dahulu turunan fungsi beserta nilai fungsi sistem persamaan tak linier dibentuk menjadi:

$$\begin{bmatrix} 6{,}5 & 5 \\ 5{,}9 & 0{,}4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_1 \\ s_1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 3{,}101 \\ 1{,}68 \end{bmatrix}$$

kemudian perhitungan dilanjutkan dengan mencari matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer. Adapun hasilnya sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 6{,}5 & 5 \\ 5{,}9 & 0{,}4 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} -3{,}101 & 5 \\ -1{,}68 & 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 6{,}5 & -3{,}101 \\ 5{,}9 & -1{,}68 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer di atas, kemudian dilanjutkan dengan mencari determinan matriks-matriks di atas untuk mendapatkan nilai r_1 dan s_1. Yaitu:

$$r_1 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} -3{,}101 & 5 \\ -1{,}68 & 0{,}4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 6{,}5 & 5 \\ 5{,}9 & 0{,}4 \end{bmatrix}} = \frac{(-3{,}101 \times 0{,}4) - (-1{,}68 \times 5)}{(6{,}5 \times 0{,}4) - (5{,}9 \times 5)} = -0{,}266$$

$$s_1 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 6{,}5 & -3{,}101 \\ 5{,}9 & -1{,}68 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 6{,}5 & 5 \\ 5{,}9 & 0{,}4 \end{bmatrix}} = \frac{(6{,}5 \times -1{,}68) - (5{,}9 \times -3{,}101)}{(6{,}5 \times 0{,}4) - (5{,}9 \times 5)} = -0{,}274$$

Langkah 7: Setelah mendapatkan nilai r_1 dan s_1 di atas, akan dicari nilai pendekatan yang lebih tepat dari nilai awal, dengan menggunakan persamaan di bawah ini:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + r_1 \\ &= 0{,}4 + (-0{,}266) \\ &= 0{,}134 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1 &= y_0 + s_1 \\ &= 2{,}5 + (-0{,}274) \\ &= 2{,}226 \end{aligned}$$

Nilai x_1 = 0,134 dan y_1= 2,226 akan digunakan sebagai tebakan awal untuk langkah berikutnya.

Iterasi 2

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

yaitu: $x_1 = 0{,}134$ dan $y_1 = 2{,}226$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi

$$\begin{aligned} F(0{,}134;2{,}226) &= 3\ln(x) - x + y^2 \\ &= 3\ln(0{,}134) - (0{,}134) + (2{,}226)^2 \\ &= -1{,}214 \\ G(0{,}134;2{,}226) &= 5x - 2x^2 + xy - 1 \\ &= 5(0{,}134) - 2(0{,}134)^2 - 4(2{,}226) - 1 \\ &= -0{,}066 \end{aligned}$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya, yaitu:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} = -1 + \frac{3}{0{,}134} = 21{,}39 \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y = 2(2{,}226) = 4{,}452$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y = 5 - 4(0{,}134) + 2{,}226 = 6{,}69 \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x = 0{,}134$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi

$$\begin{bmatrix} 21{,}39 & 4{,}452 \\ 6{,}69 & 0{,}134 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_2 \\ s_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -1{,}214 \\ -0{,}066 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 21{,}39 & 4{,}452 \\ 6{,}69 & 0{,}134 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 1{,}214 & 4{,}452 \\ 0{,}066 & 0{,}134 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 21{,}39 & 1{,}214 \\ 6{,}69 & 0{,}066 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer di atas, kemudian dilanjutkan dengan mencari determinan matriks-matriks di atas untuk mendapatkan nilai r_2 dan s_2. Yaitu:

$$r_2 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 1{,}214 & 4{,}452 \\ 0{,}066 & 0{,}134 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 21{,}39 & 4{,}452 \\ 6{,}69 & 0{,}134 \end{bmatrix}} = \frac{(1{,}214 \times 0{,}134) - (0{,}066 \times 4{,}452)}{(21{,}39 \times 0{,}134) - (6{,}69 \times 4{,}452)} = 0{,}00514$$

$$s_2 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 21{,}39 & 1{,}214 \\ 6{,}69 & 0{,}066 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 21{,}39 & 4{,}452 \\ 6{,}69 & 0{,}134 \end{bmatrix}} = \frac{(21{,}39 \times 0{,}066) - (6{,}69 \times 1{,}214)}{(21{,}39 \times 0{,}134) - (6{,}69 \times 4{,}452)} = 0{,}25$$

Langkah 6: Mencari nilai x dan y berikutnya

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + r_2 \\ &= 0{,}134 + (0{,}00514) \\ &= 0{,}13914 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_2 &= y_1 + s_2 \\ &= 2{,}226 + (0{,}25) \\ &= 2{,}476 \end{aligned}$$

Nilai $x_2 = 0{,}13914$ dan $y_2 = 2{,}476$ akan digunakan sebagai tebakan awal untuk langkah berikutnya

Iterasi 3

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal yaitu: $x_2 = 0{,}13914$ dan $y_2 = 2{,}476$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi dari kedua persamaan $F(x, y) = 0$ dan $G(x, y) = 0$ dengan nilai tebakan awal $x_2 = 0{,}13914$ dan $y_2 = 2{,}476$, yaitu:

$$\begin{aligned} F(0{,}13914;2{,}476) &= 3\ln(x) - x + y^2 \\ &= 3\ln(0{,}13914) - (0{,}13914) + (2{,}476)^2 \\ &= 0{,}07536 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(0{,}13914;2{,}476) &= 5x - 2x^2 + xy - 1 \\ &= 5(0{,}13914) - 2(0{,}13914)^2 - 4(2{,}476) - 1 \\ &= 1{,}0015 \end{aligned}$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya, yaitu:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} = -1 + \frac{3}{0{,}13914} = 20{,}561 \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y = 2(2{,}476) = 4{,}952$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y = 5 - 4(0{,}13914) + 2{,}2476 = 6{,}91944 \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x = 0{,}13914$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi dari nilai x dan y

$$\begin{bmatrix} 20{,}561 & 4{,}952 \\ 6{,}91944 & 0{,}13914 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_3 \\ s_3 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0{,}07536 \\ 0{,}0015 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 20{,}561 & 4{,}952 \\ 6{,}91944 & 0{,}13914 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} -0{,}07536 & 4{,}952 \\ -0{,}0015 & 0{,}13914 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 20{,}561 & -0{,}07536 \\ 6{,}91944 & -0{,}0015 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer di atas, kemudian dilanjutkan dengan mencari determinan matriks-matriks di atas untuk mendapatkan nilai r_3 dan s_3. Yaitu:

$$r_3 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} -0{,}07536 & 4{,}952 \\ -0{,}0015 & 0{,}13914 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20{,}561 & 4{,}952 \\ 6{,}91944 & 0{,}13914 \end{bmatrix}} = \frac{(-0{,}07536 \times 0{,}13914) - (-0{,}0015 \times 4{,}952)}{(20{,}561 \times 0{,}13914) - (6{,}91944 \times 4{,}952)}$$

$$= 0{,}00009718$$

$$s_3 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 20{,}561 & -0{,}07536 \\ 6{,}91944 & -0{,}0015 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20{,}561 & 4{,}952 \\ 6{,}91944 & 0{,}13914 \end{bmatrix}} = \frac{(20{,}561 \times -0{,}0015) - (6{,}91944 \times -0{,}07536)}{(20{,}561 \times 0{,}13914) - (6{,}91944 \times 4{,}952)} = -0{,}0156$$

Langkah 6: Mencari nilai *x* dan *y* berikutnya

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2 + r_3 \\ &= 0{,}13914 + (0{,}0009718) \\ &= 0{,}14011 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_3 &= y_2 + s_3 \\ &= 2{,}476 + (-0{,}0156) \\ &= 2{,}4604 \end{aligned}$$

Nilai x_3 = 0,14011 dan y_3= 2,4604 akan digunakan sebagai tebakan awal untuk langkah berikutnya

<u>Iterasi 4</u>

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

yaitu: x_3 = 0,14011 dan y_3= 2,4604

Langkah 3: Mencari nilai fungsi dari kedua persamaan *F* (*x, y*) = *0* dan *G*(*x, y*) = *0* dengan nilai tebakan awal x_3 = 0,14011 dan y_3= 2,4604, yaitu:

$$F(0{,}14011;2{,}4604) = 3\ln(x) - x + y^2$$
$$= 3\ln(0{,}14011) - (0{,}14011) + (2{,}4604)^2$$
$$= 0{,}0184$$
$$G(0{,}14011;2{,}4604) = 5x - 2x^2 + xy - 1$$
$$= 5(0{,}14011) - 2(0{,}14011)^2 - 4(2{,}4604) - 1$$
$$= 0{,}006$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya, yaitu:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} = -1 + \frac{3}{0{,}14011} = 20{,}41 \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y = 2(2{,}4604) = 4{,}9208$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y = 5 - 4(0{,}14011) + 2{,}4604 = 6{,}89996 \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x = 0{,}14011$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi dari nilai x dan y

$$\begin{bmatrix} 20{,}41 & 4{,}9208 \\ 6{,}89996 & 0{,}14011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_4 \\ s_4 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0{,}0184 \\ 0{,}006 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 20{,}41 & 4{,}9208 \\ 6{,}89996 & 0{,}14011 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} -0{,}0184 & 4{,}9208 \\ -0{,}006 & 0{,}14011 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 20{,}41 & -0{,}0184 \\ 6{,}89996 & -0{,}006 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer di atas, kemudian dilanjutkan dengan mencari determinan matriks-matriks di atas untuk mendapatkan nilai r_4 dan s_4. Yaitu:

$$r_4 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} -0{,}0184 & 4{,}9208 \\ -0{,}006 & 0{,}14011 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20{,}41 & 4{,}9208 \\ 6{,}89996 & 0{,}14011 \end{bmatrix}} = \frac{(-0{,}0184 \times 0{,}14011) - (-0{,}006 \times 4{,}9208)}{(20{,}41 \times 0{,}14011) - (6{,}89996 \times 4{,}9208)} = -0{,}0008665$$

$$s_4 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 20,41 & -0,0184 \\ 6,89996 & -0,006 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20,41 & 4,9208 \\ 6,89996 & 0,14011 \end{bmatrix}} = \frac{(20,41 \times -0,006) - (6,89996 \times -0,0184)}{(20,41 \times 0,1411) - (6,89996 \times 4,9208)}$$

$$= -0,000144$$

Langkah 6: Mencari nilai *x* dan *y* berikutnya

$$\begin{aligned} x_4 &= x_3 + r_4 \\ &= 0,14011 + (-0,0008665) \\ &= 0,1392435 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_4 &= y_3 + s_4 \\ &= 2,4604 + (-0,000144) \\ &= 2,460256 \end{aligned}$$

Nilai $x_4 = 0,1392435$ dan $y_4 = 2,460256$ akan digunakan sebagai tebakan awal untuk langkah berikutnya

Iterasi 5

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

yaitu: $x_4 = 0,1392435$ dan $y_4 = 2,460256$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi dari kedua persamaan *F* (*x, y*) = *0* dan *G*(*x, y*) = *0* dengan nilai tebakan awal $x_4 = 0,1392435$ dan $y_4 = 2,460256$, yaitu:

$$\begin{aligned} F(0,1392435;2,460256) &= 3\ln(x) - x + y^2 \\ &= 3\ln(0,1392435) - (0,1392435) + (2,460256)^2 \\ &= -0,0009435 \\ G(0,1392435;2,460256) &= 5x - 2x^2 + xy - 1 \\ &= 5(0,11392435) - 2(0,1392435)^2 - 4(2,460256) - 1 \\ &= -0,000008 \end{aligned}$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya, yaitu:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -1 + \frac{3}{x} = -1 + \frac{3}{0{,}1392435} = 20{,}545 \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = 2y = 2(2{,}4602556)$$
$$= 4{,}920512$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 5 - 4x + y = 5 - 4(0{,}1392435) + 2{,}460256 = 6{,}903282 \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = x = 0{,}1392435$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi dari nilai *x* dan *y*

$$\begin{bmatrix} 20{,}545 & 4{,}920512 \\ 6{,}903282 & 0{,}1392435 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_5 \\ s_5 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -0{,}0009435 \\ -0{,}000008 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 20{,}545 & 4{,}920512 \\ 6{,}903282 & 0{,}1392435 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}0009435 & 4{,}920512 \\ 0{,}000008 & 0{,}1392435 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 20{,}545 & 0{,}0009435 \\ 6{,}903282 & 0{,}000008 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat matriks A, A_1 dan A_2 dengan aturan cramer di atas, kemudian dilanjutkan dengan mencari determinan matriks-matriks di atas untuk mendapatkan nilai r_5 dan s_5. Yaitu:

$$r_5 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 0{,}0009435 & 4{,}920512 \\ 0{,}000008 & 0{,}1392435 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20{,}545 & 4{,}920512 \\ 6{,}903282 & 0{,}1392435 \end{bmatrix}} = \frac{(0{,}0009435 \times 0{,}1392435) - (0{,}000008 \times 4{,}920512)}{(20{,}545 \times 0{,}1392435) - (6{,}903282 \times 4{,}920512)}$$
$$= -0{,}000005488677$$

$$s_5 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\begin{bmatrix} 20{,}545 & 0{,}0009435 \\ 6{,}903282 & 0{,}000008 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 20{,}545 & 4{,}920512 \\ 6{,}903282 & 0{,}1392435 \end{bmatrix}} = \frac{(20{,}545 \times 0{,}000008) - (6{,}903282 \times 0{,}0009435)}{(20{,}545 \times 0{,}1392435) - (6{,}903282 \times 4{,}920512)}$$
$$= 0{,}0000156434\,5$$

Langkah 6: Mencari nilai *x* dan *y* berikutnya

$$x_5 = x_4 + r_5 \qquad y_5 = y_4 + s_5$$
$$= 0{,}1392435 + (-0{,}000005488677) \qquad = 2{,}460256 + 0{,}000011564345)$$
$$= 0{,}139238011 \qquad = 2{,}460257156$$

Sekarang penulis membandingkan metode Newton-Raphson yang sudah dikerjakan dengan program Matlab, didapatkan:

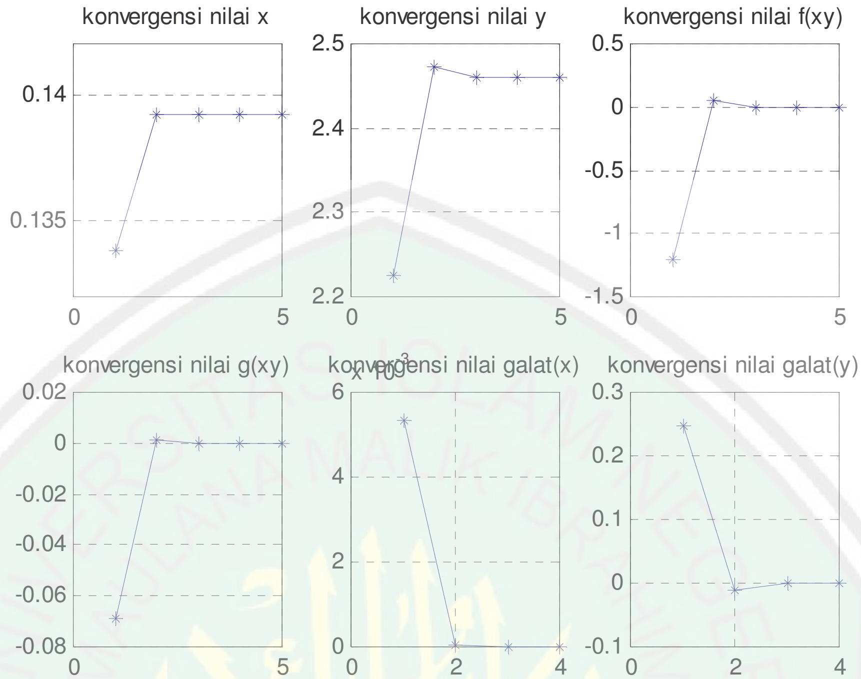
Perhitungan Sistem Tak Linier Dengan Menggunakan Program Matlab

```
=============================================================
=============Program Penyelesaian Persamaan Tak Liner==========
================Dengan Metode Newton-Raphson================
====================Khutwatun Nasiha=======================
=========================(03110240)=======================
=============================================================
f =
    Inline function:
    f(x,y) = (3*log(x))-(x)+(y*y)
g =
    Inline function:
    g(x,y) = (5*x)-(2*x*x)+(x*y)-1
fx =
    Inline function:
    fx(x,y) = -1+(3/x)
fy =
    Inline function:
    fy(x,y) = (2*y)
gx =
    Inline function:
    gx(x,y) = (5)-(4*x)+(y)
gy =
    Inline function:
    gy(x,y) = (x)
Masukkan Tebakan Awal x0:0,4
Masukkan Tebakan Awal y0:2,5
Masukkan Toleransi Maksimum nilai Fungsi = 5
 Kolom 1 sampai 4
```

Iterasi	x	y	f(xy)
1	1,3384576661e-001	2,2257749425e+000	-1,21297e+000
2	1,3917431349e-001	2,4726256723e+000	5,86192e-002
3	1,3923603437e-001	2,4605154921e+000	1,46362e-004
4	1,3923680881e-001	2,4604825166e+000	1,04098e-009
5	1,3923680882e-001	2,4604825164e+000	-8,88178e-016

Kolom 5 sampai 7

Iterasi	g(xy)	galat(x)	galat(y)
1	-6,86900e-002	Nan	Nan
2	1,25857e-003	5,32855e-003	2,46851e-001
3	-7,55070e-007	6,17209e-005	-1,21102e-002
4	-2,67373e-011	7,74447e-007	-3,29755e-005
5	-1,11022e-016	8,88796e-012	-2,48649e-010



Gambar 3.2: Grafik Kekonvergenan Metode Newton Raphson

Berdasarkan hasil perhitungan dan grafik di atas, dapat diketahui bahwa dengan nilai tebakan awal x = 0,4, dan y = 2,5, telah didapat nilai selesaian x = 0,139237 dan y = 2,46048 dengan 5 iterasi. Adapun grafik di atas menunjukkan kekonvergenen nilai x dan y pada nilai x = 0,1 dan y = 2,5, dan telah didapat nilai selesaian dari *f(xy)* = -8,88178e-016 dan *g(xy)* = -1,11022e-016 dan nilai galat x = 8,88796e-012 dan y = -2,48649e-010.

Contoh 2

$$x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0$$
$$x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0$$
$$xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0$$

Penyelesaian dari contoh tersebut menggunakan prosedur yang sudah diuraikan yaitu:

Langkah 1: Sistem persamaan tak linier di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(x,y,z) = x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0$$
$$G(x,y,z) = x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0$$
$$H(x,y,z) = xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0$$

<u>**Iterasi 1**</u>

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal x_0, y_0 dan z_0

Yaitu: $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ dan $z_0 = 0$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi dari ketiga persamaan *F (x, y, z) = 0* , *G(x, y, z)=0* dan *H(x, y, z) = 0* dengan nilai tebakan awal x_0, y_0 dan z_0 yang telah ditentukan pada langkah dua di atas. Yaitu:

$$\begin{aligned} F(0,0,0) &= x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 \\ &= 0 + \cos(0) - (0)^2 - 1{,}1 \\ &= -0{,}1 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} G(0,0,0) &= x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 \\ &= (0)^2 - 10(0) - e^0 + 0{,}8 \\ &= -0{,}2 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} H(0,0,0) &= xz + y^2 - z - 0{,}3 \\ &= (0)(0) + (0)^2 - 0 - 0{,}3 \\ &= -0{,}3 \end{aligned}$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut terhadap masing-masing variabelnya

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 1 - y\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = -x\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = -2z$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = -10 - ze^{yz} \qquad \frac{\partial G}{\partial z} = -ye^{xy}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = z \qquad \frac{\partial H}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = x - 1$$

Langkah 5: Menghitung nilai-nilai fungsi dari turunan yang telah didapat dari langkah 4 di atas dengan menggunakan tebakan awal x_0, y_0 dan z_0. Yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= 1 - y\sin(xy) & \frac{\partial F}{\partial y} &= -x\sin(xy) & \frac{\partial F}{\partial z} &= -2z \\ &= 1-(0)\sin(0) & &= -0\sin(0) & &= -2(0) \\ &= 1 & &= 0 & &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial x} &= 2x & \frac{\partial G}{\partial y} &= -10 - ze^{yz} & \frac{\partial G}{\partial z} &= -ye^{xy} \\ &= 2(0) & &= -10-(0)e^{0} & &= -(0)e^{0} \\ &= 0 & &= -10 & &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial x} &= z & \frac{\partial H}{\partial y} &= 2y & \frac{\partial H}{\partial z} &= x-1 \\ &= 0 & &= 2(0) & &= 0-1 \\ & & &= 0 & &= -1 \end{aligned}$$

Langkah 6: Mencari nilai-nilai deviasi, dalam hal ini nilai-nilai deviasi dari x, y, dan z dapat dimisalkan r_1, s_1 dan t_1

Untuk mencari nilai-nilai r_1, s_1 dan t_1, terlebih dahulu turunan fungsi beserta nilai fungsi sistem persamaan tak linier di atas dibentuk menjadi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_1 \\ t_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0{,}1 \\ -0{,}2 \\ -0{,}3 \end{bmatrix}$$

kemudian perhitungan dilanjutkan dengan mencari matriks A, A_1, A_2 dan A_3 dengan aturan cramer. Adapun hasilnya sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & -10 & 0 \\ 0{,}3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & -1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & -10 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 0{,}3 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat A, A_1, A_2 dan A_3 maka perhitungan mencari r_1, s_1 dan t_1 dapat dilanjutkan dengan mencari masing-masing determinanya, dengan menggunakan rumus di bawah ini.

$$r_1 = \frac{\det A_1}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{matrix}(0{,}1\times -10\times -1)+(0\times 0\times 0{,}3)+(0\times 0{,}2\times 0)- \\ (0\times -10\times 0{,}3)-(0{,}1\times 0\times 0)-(0\times 0{,}2\times -1)\end{matrix}}{\begin{matrix}(1\times -10\times -1)+(0\times 0\times 0)+(0\times 0\times 0)- \\ (0\times -10\times 0)-(1\times 0\times 0)-(0\times 0\times -1)\end{matrix}}$$

$$= 0{,}1$$

$$s_1 = \frac{\det A_2}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}(1\times 0{,}2\times -1)+(0{,}1\times 0\times 0)+(0\times 0\times 0{,}3)- \\ (0\times 0{,}2\times 0)-(1\times 0\times 0{,}3)-(0{,}1\times 0\times -1)\end{array}}{\begin{array}{c}(1\times -10\times -1)+(0\times 0\times 0)+(0\times 0\times 0)- \\ (0\times -10\times 0)-(1\times 0\times 0)-(0\times 0\times -1)\end{array}}$$

$= \quad -0{,}02$

$$t_1 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}(1\times -10\times 0{,}3)+(0\times 0{,}2\times 0)+(0{,}1\times 0\times 0)- \\ (0{,}1\times -10\times 0)-(1\times 0{,}2\times 0)-(0\times 0\times 0{,}3)\end{array}}{\begin{array}{c}(1\times -10\times -1)+(0\times 0\times 0)+(0\times 0\times 0)- \\ (0\times -10\times 0)-(1\times 0\times 0)-(0\times 0\times -1)\end{array}}$$

$= \quad -0{,}3$

Langkah 7: Dengan nilai r_1, s_1 dan t_1 yang telah didapat, selanjutnya melakukan pencarian nilai-nilai pendekatan yang lebih tepat dari tebakan awal. Adapun nilai pendekatan yang diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{array}{lll} x_1 = x_0 + r_1 & y_1 = y_0 + s_1 & z_1 = z_0 + t_1 \\ \quad = 0 + 0{,}1 & \quad = 0 + -0{,}02 & \quad = 0 + -0{,}3 \\ \quad = 0{,}1 & \quad = -0{,}02 & \quad = -0{,}3 \end{array}$$

Nilai x_1, y_1 dan z_1 yang sudah didapat, dijadikan sebagai tebakan awal untuk iterasi selanjutnya.

Iterasi 2

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

Yaitu: $x_1 = 0{,}1$, $y_1 = -0{,}02$ dan $z_1 = -0{,}3$

Langkah 3: Mencari nilai fungsi

$$F(0{,}1;-0{,}02;-0{,}3) = x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1$$
$$= 0{,}1 + \cos(-0{,}02) - (-0{,}3)^2 - 1{,}1$$
$$= -0{,}09$$
$$G(0{,}1;-0{,}02;-0{,}3) = x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8$$
$$= (0{,}1)^2 - 10(-0{,}02) - e^{-0{,}006} + 0{,}8$$
$$= 0{,}003982$$
$$H(0{,}1;-0{,}02;-0{,}3) = xz + y^2 - z - 0{,}3$$
$$= (0{,}1)(-0{,}3) + (-0{,}02)^2 - (-0{,}3) - 0{,}3$$
$$= -0{,}0296$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 1 - y\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = -x\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = -2z$$
$$= 1 - (-0{,}02)\sin(-0{,}002) \qquad = -0{,}1\sin(-0{,}002) \qquad = -2(-0{,}3)$$
$$= 0{,}999999302 \qquad = 0{,}0000034906 \qquad = 0{,}6$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = -10 - ze^{yz} \qquad \frac{\partial G}{\partial z} = -ye^{xy}$$
$$= 2(0{,}1) \qquad = -10 - (-0{,}3)e^{0{,}006} \qquad = -(-0{,}3)e^{-0{,}002}$$
$$= 0{,}2 \qquad = -9{,}698195 \qquad = -0{,}02012036$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = z \qquad \frac{\partial H}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = x - 1$$
$$= -0{,}3 \qquad = 2(-0{,}02) \qquad = 0{,}1 - 1$$
$$= -0{,}04 \qquad = -0{,}9$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi

$$\begin{bmatrix} 0{,}999999302 & 0{,}0000034906 & 0{,}6 \\ 0{,}2 & -9{,}6982 & 0{,}02012 \\ -0{,}3 & -0{,}04 & -0{,}9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_2 \\ s_2 \\ t_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0{,}09 \\ 0{,}003982 \\ -0{,}0296 \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}0{,}999999302 & 0{,}0000034906 & 0{,}6\\ 0{,}2 & -9{,}6982 & 0{,}02012\\ -0{,}3 & -0{,}04 & -0{,}9\end{bmatrix}$$

$$A_1=\begin{bmatrix}0{,}09 & 0{,}0000034906 & 0{,}6\\ -0{,}003982 & -9{,}6982 & 0{,}02012\\ 0{,}0296 & -0{,}04 & -0{,}9\end{bmatrix}$$

$$A_2=\begin{bmatrix}0{,}999999302 & 0{,}09 & 0{,}6\\ 0{,}2 & -0{,}003982 & 0{,}02012\\ -0{,}3 & -0{,}0296 & -0{,}9\end{bmatrix}$$

$$A_3=\begin{bmatrix}0{,}999999302 & 0{,}0000034906 & 0{,}09\\ 0{,}2 & -9{,}6982 & -0{,}003982\\ -0{,}3 & -0{,}04 & -0{,}0296\end{bmatrix}$$

Setelah didapat A, A_1, A_2 dan A_3 maka perhitungan mencari r_2, s_2 dan t_2 dapat dilanjutkan dengan mencari masing-masing determinanya, sebagai berikut:

$$r_2=\frac{\det A_1}{\det A}$$

$$\frac{\begin{gathered}(0{,}09\times -9{,}6982\times -0{,}9)+(0{,}0000034906\times 0{,}0212\times 0{,}0296)+(0{,}6\times\\ -0{,}003982\times -0{,}04)-(0{,}6\times -9{,}698\times 0{,}0296)-(0{,}09\times 0{,}02012\times -0{,}04)\\ -(0{,}0000034906\times -0{,}003982\times -0{,}9)\end{gathered}}{\begin{gathered}(0{,}999999302\times -9{,}698\times -0{,}9)+(0{,}0000034906\times 0{,}02012\times -0{,}3)+(0{,}6\times\\ 0{,}2\times -0{,}04)-(0{,}6\times -9{,}698\times -0{,}3)-(0{,}999999302\times 0{,}02012\times -0{,}04)\\ -(0{,}0000034906\times 0{,}2\times -0{,}9)\end{gathered}}$$

$= 0{,}1372$

$$s_2 = \frac{\det A_2}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{array}{l}(0{,}999999302 \times -0{,}003982 \times -0{,}9) + (0{,}09 \times 0{,}0212 \times -0{,}3) + (0{,}6 \times 0{,}2 \\ \times 0{,}0296) - (0{,}6 \times -0{,}003982 \times -0{,}3) - (0{,}999999302 \times 0{,}02012 \times 0{,}0296) \\ - (0{,}09 \times 0{,}2 \times -0{,}9)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}999999302 \times -9{,}698 \times -0{,}9) + (0{,}0000034906 \times 0{,}02012 \times -0{,}3) + (0{,}6 \times \\ 0{,}2 \times -0{,}04) - (0{,}6 \times -9{,}698 \times -0{,}3) - (0{,}999999302 \times 0{,}02012 \times -0{,}04) \\ - (0{,}0000034906 \times 0{,}2 \times -0{,}9)\end{array}}$$

$= \quad 0{,}03078$

$$t_2 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{array}{l}(0{,}999999302 \times -9{,}6982 \times 0{,}0296) + (0{,}0000034906 \times -0{,}003982 \times -0{,}3) + \\ (0{,}09 \times 0{,}2 \times -0{,}04) - (0{,}09 \times -9{,}698 \times -0{,}3) - (0{,}999999302 \times -0{,}003982 \\ \times -0{,}04) - (0{,}0000034906 \times 0{,}2 \times 0{,}00296)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}999999302 \times -9{,}698 \times -0{,}9) + (0{,}0000034906 \times 0{,}02012 \times -0{,}3) + \\ (0{,}6 \times 0{,}2 \times -0{,}04) - (0{,}6 \times -9{,}698 \times -0{,}3) - (0{,}999999302 \times 0{,}02012 \times -0{,}04) \\ - (0{,}0000034906 \times 0{,}2 \times -0{,}9)\end{array}}$$

$= \quad -0{,}07878$

Langkah 6: Mencari nilai x , y dan z berikutnya

$$\begin{array}{lll} x_2 = x_1 + r_2 & y_2 = y_1 + s_2 & z_2 = z_1 + t_2 \\ \quad = 0{,}1 + 0{,}1372 & \quad = -0{,}02 + 0{,}003078 & \quad = -0{,}3 + -0{,}07878 \\ \quad = 0{,}2372 & \quad = -0{,}01692 & \quad = -0{,}37878 \end{array}$$

Nilai x_2, y_2 dan z_2 yang sudah didapat, dijadikan sebagai tebakan awal untuk iterasi selanjutnya.

<u>Iterasi 3</u>

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

Yaitu: $x_2 = 0{,}2372$, y_2 = -0,01692 dan z_2 = -0,37878 dan

Langkah 3: Mencari nilai fungsi

$$F(0{,}2372;-0{,}01692;-0{,}37878) = x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1$$
$$= 0{,}2372 + \cos(-0{,}0040134) - (-0{,}37878)^2 - 1{,}1$$
$$= -0{,}0062065$$
$$G(0{,}2372;-0{,}01692;-0{,}37878) = x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8$$
$$= (0{,}2372)^2 - 10(-0{,}01692) - e^{-0{,}006409} + 0{,}8$$
$$= 0{,}01908$$
$$H(0{,}2372;-0{,}01692;-0{,}37878) = xz + y^2 - z - 0{,}3$$
$$= (0{,}2372)(-0{,}37878) + (-0{,}01692)^2 - (-0{,}3) - 0{,}3$$
$$= 0{,}01080$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 1 - y\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = -x\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = -2z$$
$$= 1 - (-0{,}01692)\sin(-0{,}004013) \qquad = 0{,}2372\sin(-0{,}004013) \qquad = -2(-0{,}37878)$$
$$= 0{,}999999881416 \qquad = 0{,}0000166269 \qquad = 0{,}757564$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = -10 - ze^{yz} \qquad \frac{\partial G}{\partial z} = -ye^{xy}$$
$$= 2(0{,}2372) \qquad = -10 - (-0{,}37878)e^{0{,}006409} \qquad = -(-0{,}3)e^{-0{,}002}$$
$$= 0{,}2474538 \qquad = -9{,}618782 \qquad = 0{,}017030$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = z \qquad \frac{\partial H}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = x - 1$$
$$= -0{,}378778 \qquad = 2(-0{,}01692) \qquad = 0{,}2372 - 1$$
$$= -0{,}03384 \qquad = 0{,}76275$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi

$$\begin{bmatrix} 0{,}999999881416 & 0{,}00000166269 & 0{,}757564 \\ 0{,}474538 & -9{,}618782 & 0{,}017030 \\ -0{,}37878 & -0{,}03384 & -0{,}76275 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_3 \\ s_3 \\ t_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0{,}062065 \\ 0{,}019086 \\ 0{,}0108049 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}999999881416 & 0{,}00000166269 & 0{,}757564 \\ 0{,}474538 & -9{,}618782 & 0{,}017030 \\ -0{,}37878 & -0{,}03384 & -0{,}76275 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}062065 & 0{,}00000166269 & 0{,}757564 \\ -0{,}019086 & -9{,}618782 & 0{,}017030 \\ 0{,}0108049 & -0{,}03384 & -0{,}76275 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0{,}999999881416 & 0{,}062065 & 0{,}757564 \\ 0{,}474538 & -0{,}019086 & 0{,}017030 \\ -0{,}37878 & 0{,}0108049 & -0{,}76275 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0{,}999999881416 & 0{,}00000166269 & 0{,}062065 \\ 0{,}474538 & -9{,}618782 & -0{,}019086 \\ -0{,}37878 & -0{,}03384 & 0{,}0108049 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat A, A_1, A_2 dan A_3 maka perhitungan mencari r_3, s_3 dan t_3 dapat dilanjutkan dengan mencari masing-masing determinanya, sebagai berikut:

$$r_3 = \frac{\det A_1}{\det A}$$

$$\frac{(0,062065\times -9,618782\times -0,76273)+(0,0000166269\times 0,017030\times 0,0108049)+(0,757564\times -0,019086\times -0,03384)-(0,757564\times -9,6187582\times -0,0108049)-(0,062065\times 0,017030\times -0,03284)-(0,0000166269\times -0,019086\times -0,76273)}{(0,999999881416\times -9,618782\times 0,76275)+(0,0000166269\times 0,017030\times -0,03384)+(0,757564\times 0,474538\times -0,03384)-(0,757564\times -9,618782\times -0,37878)-(0,999999881416\times 0,017030\times -0,03384)-(0,0000166269\times 0,474538\times 0,76273)}$$

$= 0,0274$

$$s_3 = \frac{\det A_2}{\det A}$$

$$\frac{(0,999999881416\times -0,019086\times -0,76273)+(0,062065\times 0,017030\times -0,37878)+(0,757564\times 0,474538\times -0,0108049)-(0,757564\times -0,019086\times -0,37878)-(0,999999881416\times 0,017030\times -0,019086)-(0,062065\times 0,474538\times -0,76273)}{(0,999999881416\times -9,618782\times 0,76275)+(0,0000166269\times 0,017030\times -0,03384)+(0,757564\times 0,474538\times -0,03384)-(0,757564\times -9,618782\times -0,37878)-(0,999999881416\times 0,017030\times -0,03384)-(0,0000166269\times 0,474538\times 0,76273)}$$

$= \quad 0,03282$

$$t_3 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$\frac{(0,999999881416\times -9,618782\times -0,0108049)+(0,0000166269\times -0,019086\times -0,37878)+(0,062065\times 0,4745438\times -0,03384)-(0,062065\times -9,6187582\times -0,37878)-(0,999999881416\times -0,01086\times -0,03284)-(0,0000166269\times 0,474538\times -0,0108049)}{(0,999999881416\times -9,618782\times 0,76275)+(0,0000166269\times 0,017030\times -0,03384)+(0,757564\times 0,474538\times -0,03384)-(0,757564\times -9,618782\times -0,37878)-(0,999999881416\times 0,017030\times -0,03384)-(0,0000166269\times 0,474538\times 0,76273)}$$

$= \quad -0,27884$

Langkah 6: Mencari nilai *x*, *y* dan *z* berikutnya

$$x_3 = x_2 + r_3 \qquad y_3 = y_2 + s_3 \qquad z_3 = z_2 + t_3$$
$$= 0{,}2372 + 0{,}0274 \quad = (-0{,}01692) + 0{,}003282 \quad = (-0{,}37878) + (-0{,}027884)$$
$$= 0{,}2646 \qquad = -0{,}013638 \qquad = -0{,}4066$$

Nilai x_3, y_3 dan z_3 yang sudah didapat, dijadikan sebagai tebakan awal untuk iterasi selanjutnya.

Iterasi 4

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal

Yaitu: x_3 = 0,2646, y_3 = -0,013638 dan z_3 = -0,4066

Langkah 3: Mencari nilai fungsi

$$F(0{,}2646; -0{,}013638; -0{,}4066) = x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1$$
$$= 0{,}2646 + \cos(-0{,}0036086) - (-0{,}4066)^2 - 1{,}1$$
$$= -0{,}007775$$
$$G(0{,}2646; -0{,}013638; -0{,}4066) = x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8$$
$$= (0{,}2646)^2 - 10(-0{,}013638) - e^{-0{,}107586} + 0{,}8$$
$$= 0{,}0008387$$
$$H(0{,}2646; -0{,}013638; -0{,}4066) = xz + y^2 - z - 0{,}3$$
$$= (0{,}2646)(-0{,}4066) + (-0{,}013638)^2 - (-0{,}4066) - 0{,}3$$
$$= 0{,}00075133$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 1 - y\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = -x\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = -2z$$

$$= 1 - (-0{,}013638)\sin(-0{,}0036086) \quad = -0{,}2646\sin(-0{,}0036086) \quad = -2(-0{,}4066)$$

$$= 0{,}9999991409 \qquad = 0{,}00001666 \qquad = 0{,}81333$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = -10 - ze^{yz} \qquad \frac{\partial G}{\partial z} = -ye^{xy}$$

$$= 2(0{,}2646) \qquad = -10 - (-0{,}4066)e^{0{,}0055452} \qquad = -(-0{,}013638)e^{-0{,}0036086}$$

$$= 0{,}5292 \qquad = -9{,}59107 \qquad = 0{,}13714$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = z \qquad \frac{\partial H}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = x - 1$$

$$= -0{,}4066 \qquad = 2(-0{,}013638) \qquad = 0{,}2646 - 1$$

$$= -0{,}0272 \qquad = -0{,}7354$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi

$$\begin{bmatrix} 0{,}9999991409 & 0{,}00001666 & 0{,}81333 \\ 0{,}5292 & -9{,}59107 & 0{,}13714 \\ -0{,}4066 & -0{,}0272 & -0{,}7354 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_1 \\ t_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0{,}0007775 \\ 0{,}0008387 \\ 0{,}00075133 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}9999991409 & 0{,}00001666 & 0{,}81333 \\ 0{,}5292 & -9{,}59107 & 0{,}13714 \\ -0{,}4066 & -0{,}0272 & -0{,}7354 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}0007775 & 0{,}00001666 & 0{,}81333 \\ -0{,}0008387 & -9{,}59107 & 0{,}13714 \\ -0{,}000751333 & -0{,}0272 & -0{,}7354 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0{,}9999991409 & 0{,}0007775 & 0{,}81333 \\ 0{,}5292 & -0{,}0008387 & 0{,}13714 \\ -0{,}4066 & -0{,}00075133 & -0{,}7354 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0{,}9999991409 & 0{,}00001666 & 0{,}0007775 \\ 0{,}5292 & -9{,}59107 & -0{,}0008387 \\ -0{,}4066 & -0{,}0272 & -0{,}00075133 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat A, A_1, A_2 dan A_3 maka perhitungan mencari r_4, s_4 dan t_4 dapat dilanjutkan dengan mencari masing-masing determinanya, sebagai berikut:

$$r_4 = \frac{\det A_1}{\det A}$$

$$\frac{\begin{array}{l}(0{,}0007775\times -9{,}59107\times -0{,}7354)+(0{,}00001666\times 0{,}13714\times -0{,}000751333)\\ +(0{,}81333\times -0{,}0008387\times -0{,}0272)-(0{,}81333\times -9{,}59107\times -0{,}00075133)-\\ (0{,}0007775\times 0{,}13714\times -0{,}0272)-(0{,}00001666\times -0{,}0008387\times -0{,}7354)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}9999991409\times -9{,}5907\times -0{,}7354)+(0{,}00001666\times 0{,}13714\times -0{,}4066)\\ +(0{,}81333\times 0{,}5292\times -0{,}0272)-(0{,}8133\times -9{,}59107\times -0{,}4066)\\ -(0{,}9999991409\times 0{,}13714\times -0{,}0272)-(0{,}00001666\times 0{,}5292\times -0{,}7354)\end{array}}$$

$$= 0{,}02937$$

$$s_4 = \frac{\det A_2}{\det A}$$

$$\frac{\begin{array}{l}(0{,}9999991409\times -0{,}0008387\times -0{,}7354)+(0{,}0007775\times 0{,}13714\times -0{,}4066)\\ +(0{,}81333\times 0{,}5292\times -0{,}00075133)-(0{,}81333\times -0{,}0008387\times -0{,}4066)-\\ (0{,}9999991409\times 0{,}13714\times -0{,}00075133)-(0{,}0007775\times 0{,}5292\times -0{,}7354)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}9999991409\times -9{,}5907\times -0{,}7354)+(0{,}00001666\times 0{,}13714\times -0{,}4066)\\ +(0{,}81333\times 0{,}5292\times -0{,}0272)-(0{,}8133\times -9{,}59107\times -0{,}4066)\\ -(0{,}9999991409\times 0{,}13714\times -0{,}0272)-(0{,}00001666\times 0{,}5292\times -0{,}7354)\end{array}}$$

$= \quad 0,000245$

$$t_4 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$= \frac{\begin{array}{l}(0,9999991409 \times -9,59107 \times -0,00075133) + (0,00001666 \times -0,0008387 \times \\ -0,4066) + (0,0007775 \times 0,5292 \times -0,0272) - (0,0007775 \times -9,59107 \times \\ -0,4066) - (0,9999991409 \times -0,0008387 \times -0,0272) - (0,00001666 \times \\ 0,5292 \times -0,00075133)\end{array}}{\begin{array}{l}(0,9999991409 \times -9,5907 \times -0,7354) + (0,00001666 \times 0,13714 \times -0,4066) \\ + (0,81333 \times 0,5292 \times -0,0272) - (0,8133 \times -9,59107 \times -0,4066) \\ - (0,9999991409 \times 0,13714 \times -0,0272) - (0,00001666 \times 0,5292 \times -0,7354)\end{array}}$$

$= \quad -0,00272$

Langkah 6: Mencari nilai *x*, *y* dan *z* berikutnya

$$\begin{array}{lll} x_4 = x_3 + r_4 & y_4 = y_3 + s_4 & z_4 = z_3 + t_4 \\ \quad = 0,2646 + 0,002937 & = -0,013638 + 0,000245 & = (-0,4066) + -0,00272 \\ \quad = 0,267537 & = -0,013393 & = -0,40932 \end{array}$$

Nilai x_4, y_4 dan z_4 yang sudah didapat dijadikan sebagai tebakan awal untuk iterasi selanjutnya.

<u>Iterasi 5</u>

Langkah 2: Menentukan nilai tebakan awal x_0, y_0 dan z_0

Yaitu: x_4 = 0,267537, y_4 = -0,013393 dan z_4 = -0,40932

Langkah 3: Mencari nilai fungsi

$$F(0{,}267537;-0{,}013393;-0{,}40932) = x+\cos(xy)-z^2-1{,}1$$
$$= 0{,}267537+\cos(-0{,}003583)-(-0{,}40932)^2-1{,}1$$
$$= -0{,}00000705$$
$$G(0{,}267537;-0{,}013393;-0{,}40932) = x^2-10y-e^{yz}+0{,}8$$
$$= (0{,}267537)^2-10(-0{,}013393)-e^{0{,}005482}+0{,}8$$
$$= 0{,}000009278$$
$$H(0{,}267537;-0{,}013393;-0{,}40932) = xz+y^2-z-0{,}3$$
$$= (0{,}267537)(-0{,}40932)+(-0{,}013393)^2-(-0{,}40932)-0{,}3$$
$$= -0{,}000007736$$

Langkah 4: Mencari turunan-turunan fungsi tersebut beserta nilai fungsinya terhadap masing-masing variabelnya,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 1-y\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = -x\sin(xy) \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = -2z$$
$$= 1-(-0{,}013393)\sin(-0{,}003583) = -0{,}267537\sin(-0{,}003583) = -2(-0{,}40932)$$
$$= 0{,}999999162 \qquad = 0{,}00001673 \qquad = 0{,}8186$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial G}{\partial y} = -10-ze^{yz} \qquad \frac{\partial G}{\partial z} = -ye^{xy}$$
$$= 2(0{,}267537) \qquad = -10-(-0{,}40932)e^{0{,}005482} \qquad = -(-0{,}013393)e^{-0{,}003583}$$
$$= 0{,}53507 \qquad = -9{,}58842 \qquad = 0{,}01346$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = z \qquad \frac{\partial H}{\partial y} = 2y \qquad \frac{\partial H}{\partial z} = x-1$$
$$= -0{,}40932 \qquad = 2(-0{,}013393) \qquad = 0{,}267537-1$$
$$= -0{,}0267 \qquad = -0{,}7324$$

Langkah 5: Mencari nilai-nilai deviasi

$$\begin{bmatrix} 0{,}999999162 & 0{,}00001673 & 0{,}8186 \\ 0{,}53507 & -9{,}58842 & 0{,}1346 \\ -0{,}4093 & -0{,}0267 & -0{,}7324 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_1 \\ t_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0{,}00000705 \\ 0{,}000009278 \\ 0{,}000007736 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}999999162 & 0{,}00001673 & 0{,}8186 \\ 0{,}53507 & -9{,}58842 & 0{,}1346 \\ -0{,}4093 & -0{,}0267 & -0{,}7324 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}00000705 & 0{,}00001673 & 0{,}8186 \\ -0{,}000009278 & -9{,}58842 & 0{,}1346 \\ -0{,}000007736 & -0{,}0267 & -0{,}7324 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0{,}999999162 & 0{,}00000705 & 0{,}8186 \\ 0{,}53507 & -0{,}000009278 & 0{,}1346 \\ -0{,}4093 & -0{,}000007736 & -0{,}7324 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0{,}999999162 & 0{,}00001673 & 0{,}00000705 \\ 0{,}53507 & -9{,}58842 & -0{,}000009278 \\ -0{,}4093 & -0{,}0267 & -0{,}000007736 \end{bmatrix}$$

Setelah didapat A, A_1, A_2 dan A_3 maka perhitungan mencari r_1, s_1 dan t_1 dapat dilanjutkan dengan mencari masing-masing determinanya, sebagai berikut:

$$r_5 = \frac{\det A_1}{\det A}$$

$$\frac{\begin{array}{l}(0{,}00000705\times -9{,}58842\times -0{,}7324)+(0{,}00001673\times 0{,}01346\times -0{,}000007736)\\ +(0{,}8186\times -0{,}000009278\times -0{,}0267)-(0{,}8186\times -9{,}5884\times -0{,}000007736)\\ -(0{,}00000705\times 0{,}01346\times -0{,}0267)-(0{,}00001673\times 0{,}000009278\times -0{,}7324)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}999999162\times -9{,}58842\times -0{,}7324)+(0{,}00001673\times 0{,}01346\times -0{,}4093)\\ +(0{,}8186\times 0{,}53507\times -0{,}0267)-(0{,}8186\times -9{,}58842\times -0{,}4093)-\\ (0{,}999999162\times 0{,}01346\times -0{,}0267)-(0{,}00001673\times 0{,}53507\times -0{,}7324)\end{array}}$$

$= 0{,}000029072$

$$s_5 = \frac{\det A_2}{\det A}$$

$$\frac{\begin{array}{l}(0{,}999999162\times -0{,}000009278\times -0{,}7324)+(0{,}00000705\times 0{,}01346\times -0{,}4093)\\ +(0{,}8186\times 0{,}53507\times -0{,}000007736)-(0{,}8186\times -0{,}000009278\times -0{,}4093)\\ -(0{,}999999162\times 0{,}01346\times -0{,}000007736)-(0{,}00000705\times 0{,}53507\times -0{,}7324)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}999999162\times -9{,}58842\times -0{,}7324)+(0{,}00001673\times 0{,}01346\times -0{,}4093)\\ +(0{,}8186\times 0{,}53507\times -0{,}0267)-(0{,}8186\times -9{,}58842\times -0{,}4093)-\\ (0{,}999999162\times 0{,}01346\times -0{,}0267)-(0{,}00001673\times 0{,}53507\times -0{,}7324)\end{array}}$$

$= \quad 0{,}0000025523$

$$t_5 = \frac{\det A_3}{\det A}$$

$$\frac{\begin{array}{l}(0{,}999999162\times -9{,}58842\times -0{,}000007736)+(0{,}00001673\times -0{,}000009278\times\\ -0{,}4093)+(0{,}00000705\times 0{,}53507\times -0{,}0267)-(0{,}00000705\times -9{,}58842\times\\ -0{,}4093)-(0{,}999999162\times -0{,}005482\times -0{,}0267)-(0{,}00001673\times 0{,}53507\times\\ -0{,}000007736)\end{array}}{\begin{array}{l}(0{,}999999162\times -9{,}58842\times -0{,}7324)+(0{,}00001673\times 0{,}01346\times -0{,}4093)\\ +(0{,}8186\times 0{,}53507\times -0{,}0267)-(0{,}8186\times -9{,}58842\times -0{,}4093)-\\ (0{,}999999162\times 0{,}01346\times -0{,}0267)-(0{,}00001673\times 0{,}53507\times -0{,}7324)\end{array}}$$

$= \quad -0{,}000026902$

Langkah 6: Mencari nilai *x*, *y* dan *z* berikutnya

$$x_5 = x_4 + r_5$$
$$= 0{,}267537 + 0{,}000029072$$
$$= 0{,}267566$$

$$y_5 = y_4 + s_5$$
$$= -0{,}0133893 + 0{,}0000025523$$
$$= -0{,}0133905$$

$$z_5 = z_4 + t_5$$
$$= -0{,}40932 + (-0{,}000026902)$$
$$= -0{,}409349$$

Telah didapat nilai x_5, y_5 dan z_5 ,untuk mendapatkan nilai pendekatan yang lebih tepat, maka dibutuhkan nilai *r* yang sekecil mungkin atau mendekati nol. Iterasi selanjutnya akan dihitung memakai program mathlab 5.3, yang hasilnya akan ditampilkan di bawah ini.

Perhitungan Sistem Tak Linier Dengan Menggunakan Program Mathlab

```
==================================================================
========Program Penyelesaian Sistem Persamaan Tak Linier=========
=============Dengan Metode Newton-Raphson===================
================== Khutwatun Nasiha=========================
=====================03110240=============================
==================================================================
f =
    Inline function:
    f(x,y,z) = (x)+(cos(x*y*pi/180))-(z^2)-(1,1)
g =
    Inline function:
    g(x,y,z) = (x^2)-(10*y)-exp(y*z)+(0,8)
h =
    Inline function:
    h(x,y,z) = (x*z)+(y^2)-(z)-(0,3)
fx =
    Inline function:
```

fx(x,y,z) = (1)-(y*sin(x*y*pi/180))

fy =

Inline function:

fy(x,y,z) = (-x)*(sin(x*y*pi/180))

fz =

Inline function:

fz(x,y,z) = (-2*z)

gx =

Inline function:

gx(x,y,z) = (2*x)

gy =

Inline function:

gy(x,y,z) = (-10)-(z*exp(y*z))

gz =

Inline function:

gz(x,y,z) = (-y*exp(y*z))

hx =

Inline function:

hx(x,y,z) = z

hy =

Inline function:

hy(x,y,z) = (2*y)

hz =

Inline function:

hz(x,y,z) = (x-1)

masukkan tebakan awal x0:0

masukkan tebakan awal y0:0

masukkan tebakan awal z0:0

masukkan toleransi nilai fungsi = 6

kolom 1 sampai 3

Iterasi	x	y	z
1	1,00000000e-001	-2,00000000e-002	-3,00000000e-001
2	2,37269373e-001	-1,69220340e-002	-3,78782145e-001
3	2,64600335e-001	-1,36387239e-002	-4,06666829e-001
4	2,67537154e-001	-1,33930259e-002	-4,09321636e-001
5	2,67566227e-001	-1,33904736e-002	-4,09348538e-001
6	2,67566230e-001	-1,33904733e-002	-4,09348541e-001

----

kolom 3 sampai 6

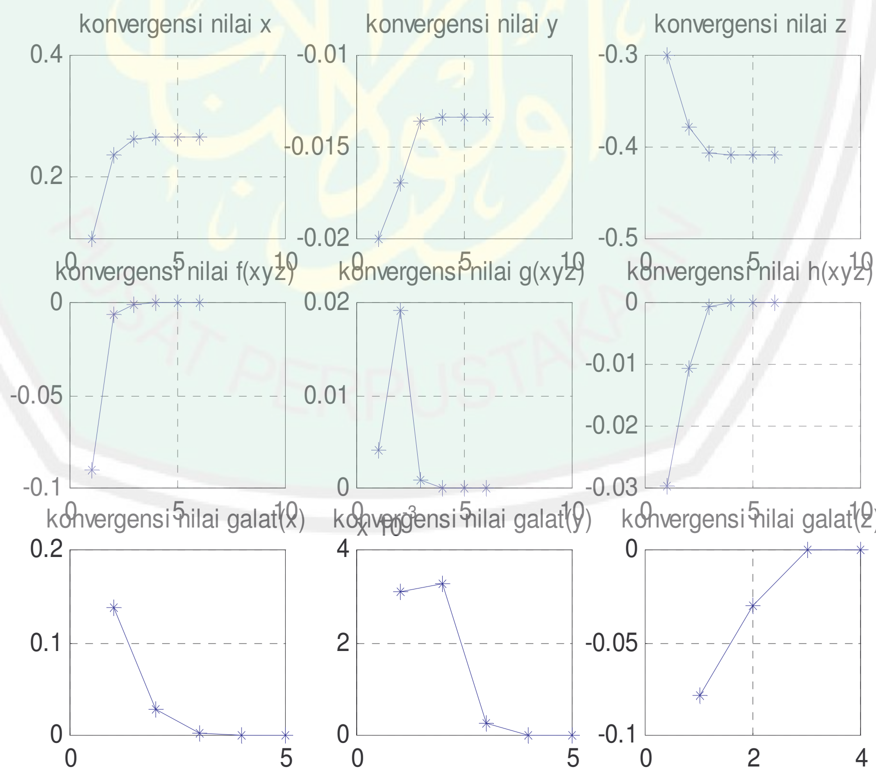
--------------------=---

Iterasi	f(xyz)	g(xyz)	z(xyz)
1	-9,00000006e-002	3,98196395e-003	-2,96000e-002
2	-6,20654312e-003	1,90867443e-002	-1,08049e-002
3	-7,77577324e-004	8,38749298e-004	-7,51335e-004
4	-7,04954512e-006	9,27873654e-006	-7,73632e-006
5	-7,41755546e-010	9,14029519e-010	-7,75605e-010
6	-1,99840144e-015	2,22044605e-016	0,00000e+000

----

kolom 7 sampai 9

galat (x)	galat(y)	galat(z)
Nan	Nan	Nan
1,37269373e-001	3,07796601e-003	-7,87821e-002
2,73309619e-002	3,28331012e-003	-2,78847e-002
2,93681981e-003	2,45697968e-004	-2,65481e-003
2,90727619e-005	2,55229976e-006	-2,69021e-005
2,97991213e-009	2,57797825e-010	-2,73381e-009



Gambar 3.3: Grafik Kekonvergenan Metode Newton Raphson

Berdasarkan hasil perhitungan dan grafik, maka dapat diketahui bahwa dengan nilai tebakan awal $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$, telah didapat nilai selesaian $x = 0{,}267566230$, $y = -0{,}0133904733$ dan $z = -0{,}409348541$ dengan 6 iterasi. Grafik di atas juga menunjukkan kekonvergenan nilai x, y dan z. Dan telah didapat selesaian nilai $f\ (xyz) = -1{,}99840144e\text{-}015$, $g\ (xyz) = 2{,}22044605e\text{-}016$ dan $h\ (xyz) = 0{,}00000e{+}000$ dan selesaian nilai galat $x = 2{,}97991213e\text{-}009$, $y = 2{,}57797825e\text{-}010$ dan $z = -2{,}73381e\text{-}009$.

3.3 Analisis Hasil Komputasi Dari Selesaian Sistem Persamaan Tak Linier Dengan Metode Newton-Raphson.

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan tak linier dengan metode Newton-Raphson di atas, maka dapat dilakukan analisis sebagai berikut:

Pada sistem persamaan tak linier yang terdiri dari 2 persamaan tak linier dengan 2 variabel dengan tebakan awal $x = 0{,}4$ dan $y = 2{,}5$ didapat nilai selesaian sebesar $x = 0{,}1392368088$ dan $y = 0{,}246048251$ dengan galat sebesar $x = 8{,}88796e\text{-}012$ dan $y = -2{,}48649e\text{-}010$ pada iterasi ke-5. Sedangkan pada sistem persamaan tak linier yang terdiri dari 3 persamaan tak linier dengan 3 variabel dengan tebakan awal $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$ didapat nilai selesaian $x = 0{,}26756623$, $y = -0{,}0133904733$ dan $z = -0{,}409348541$ dengan galat sebesar $x = 2{,}97991213e\text{-}009$, $y = 2{,}57797825e\text{-}010$ dan $z = -2{,}73381e\text{-}009$ pada iterasi ke-6.

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier yang terdiri dari 2 dan 3 persamaan tak linier dengan 2 dan 3 variabel dapat dikerjakan dengan metode Newton-Raphson. Adapun dalam perhitungannya, membutuhkan proses yang panjang. Yaitu diawali dengan menentukan nilai tebakan awal dan mencari turunan fungsi terhadap masing-masing variabelnya. Untuk mendapatkan nilai selesaiannya, dibutuhkan juga nilai-nilai deviasi. Sedangkan dalam pencarian nilai-nilai deviasi, melibatkan perhitungan aljabar matriks yaitu matriks jacobian dan aturan cramer. Untuk matriks jacobian yang berordo 2 x 2 atau 3 x 3 seperti yang dikerjakan oleh penulis, masih dapat dihitung dan diselesaikan dengan aturan cramer, akan tetapi untuk matriks yang berordo lebih dari 3 x 3 belum tentu dapat diselesaikan dengan aturan cramer. Dan jika pada perhitungan tersebut nilai-nilai deviasi yang diperoleh semakin kecil, maka nilai selesaiannyapun juga akan semakin tepat. Sehingga hasil yang diperoleh akan mendekati nilai sebenarnya. Disamping itu, nilai-nilai deviasi juga dapat disebut dengan nilai galat iterasi. Nilai galat iterasi di sini diperoleh dari selisih antara nilai iterasi sesudahnya dikurangi nilai iterasi sebelumnya. Karena nilai deviasi sama dengan nilai galat iterasi, maka semakin kecil galatnya, maka semakin tepat juga nilai selesaian yang diperoleh.

Dalam perhitungan Metode Newton-Raphson dibutuhkan ketelitian, dan metode ini merupakan metode numerik yang mudah dipahami dan proses iterasinya tergolong cepat. Pada perhitungan diatas, untuk menyelesaikan sistem persamaan tak linier dengan menggunakan Metode Newton-Raphson secara manual dan Matlab terdapat kelebihan dan kelemahan. Adapun kelebihannya jika dikerjakan dengan manual yaitu proses dan langkah-langkah dalam pengerjaan sistem persamaan tak linier menggunakan rumus Newton-Raphson dapat lebih dipahami, akan tetapi juga terdapat kelemahannya yaitu terlalu lama dalam proses perhitungannya apalagi dengan banyak iterasi serta mempunyai tingkat ketelitian yang kurang. Sedangkan kelebihan jika dikerjakan dengan matlab yaitu mempunyai tingkat ketelitian yang lebih dalam perhitungannya dan proses perhitungannya cepat. Adapun kelemahannya yaitu tidak dapat memahami langkah-langkah dan proses dalam perhitungannya.

3.4 Kajian Keagamaan

Berdasarkan hasil pembahasan, bahwa penyelesaian sistem persamaan tak linier yang berbentuk 1) $3\ln x - x + y^2 = 0$, 2) $5x - 2x^2 + xy - 1 = 0$, 3) $x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0$, 4) $x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0$ dan 5) $xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0$ dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Newton-Raphson. Karena persamaan tersebut berbentuk tak linier, dimana persamaan tak linier tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik, sehingga penulis mengunakan salah satu metode yang ada dalam metode numerik yang sesuai yaitu Metode Newton-Raphson. Adapun hasil dari penelitian ini yaitu pada persamaan 1 dan 2 didapat nilai selesaian x = 0,1392368088 dan y = 0,246048251 dan pada persamaan 3, 4 dan 5 didapat nilai selesaian x = 0,26756623, y = -0,0133904733 dan z = -0,409348541. Karena dalam metode numerik menghasilkan nilai yang berupa hampiran, maka dalam penelitian ini juga didapatkan hasil yang berupa nilai hampiran atau nilai pendekatan.

Berdasarkan uraian di atas, nilai hampiran juga sering didapat dalam perhitungan, karena tidak selamanya hasil yang eksak (pasti) itu dapat diperoleh. Bahkan ada Ayat yang menjelaskan bahwa Allah SWT itu juga menggunakan nilai pendekatan atau hampiran. Yaitu pada Al-Qur'an Surat: Ash-Shaaffat: 147, sebagai berikut:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya:"Dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih."

Pada ayat tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100000 orang atau lebih. Jika membaca ayat itu secara seksama, ada keraguan dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100000 orang atau lebih. Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya. Bukankah Allah SWT maha mengetahui yang ghaib dan yang nyata. Bukankah Allah SWT Maha mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat nabi Yunus. Jawaban terhadap pertanyaan tersebut adalah "Inilah nilai hampiran atau taksiran" (Abdussyakir, 2006:90). Dari penjelasan di atas bahwa tidak hanya manusia yang menggunakan nilai hampiran atau taksiran, akan tetapi Allah-pun juga menggunakan nilai hampiran atau taksiran di dalam menjelaskan kepada umat-Nya. Karena nilai eksak tidak selamanya akan diperoleh dalam perhitungan. Sehingga nilai hampiran juga sering digunakan dalam perhitungan. Misalnya saja ketika ada permaslahan yang meminta untuk menentukan hasil 97 x 23 dalam waktu 10 detik, seseorang mungkin akan melihat puluhannya saja sehingga memperoleh hasil 90 x 20 = 1800. Dari sini dapat dilihat bahwa nilai pendekatan atau hampiran juga digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Nilai hampiran tersebut boleh saja digunakan dalam perhitungan, asalkan diperoleh dengan cara perhitungan yang teliti. Bahwasanya telah disebutkan dalam bab sebelumnya tentang ketelitian Allah dalam perhitungan. Adapun ayat yang menjelaskan yaitu firman Allah SWT dalam Al-qur'an Surat: Maryam: 94 sebagai berikut:

لَّقَدۡ أَحۡصَىٰهُمۡ وَعَدَّهُمۡ عَدّٗا ٩٤

Artinya:"Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti."

Kata (أَحۡصَىٰهُمۡ) *ahshaahum* mempunyai arti *mengetahui dengan rinci*, terambil dari kata yang terdiri dari huruf-huruf *ha'*, *shad* dan *ya'*, yang mengandung tiga makna asal, yaitu: 1) Menghalangi, melarang, 2) Menghitung (dengan teliti) dan mampu, dari sini lahir makna mengetahui, mencatat dan memelihara, dan 3) Sesuatu bagian dari tanah, dari sini lahir kata *Hashaa* yang bermakna batu.

Dari ayat di atas dapat diketahui bahwa Allah yang dilukiskan sebagai *ahshaahum* atau dalam istilah hadits *Asma' al-Husna* adalah *al-Mushi*, dipahami oleh banyak ulama sebagai *Dia* yang mengetahui kadar setiap peristiwa dan rinciannya, baik yang dapat dijangkau oleh manusia maupun yang tidak. Seperti hembusan nafas, rincian perolehan rizki dan kadarnya untuk masa kini dan mendatang. Alhasil Allah adalah Dia yang mengetahui dengan amat teliti rincian segala sesuatu dari segi jumlah dan kadarnya, panjang dan lebarnya, jauh dan dekatnya, tempat dan waktunya, kadar cahaya dan gelapnya, saat wujudnya dan lain sebagainya (Shihab, 2002:256-257).

Menurut Rahman (1988:113): "Ayat di atas merupakan landasan pokok bagi para ahli matematika. Mereka harus bekerja keras menghitung bilangan-bilangan secara tepat sehingga adil bagi semua pihak yang berkepentingan. Hal itu tidak boleh ada peluang bagi terjadinya perbedaan ataupun kekurangan-kekurangan dalam hitungan serta menuntut ketelitian dan kebenaran seratus prosen".

Para ahli matematika harus tepat dan teliti dalam perhitungan, tidak hanya bagi kepentingan pihak-pihak yang berkepentingan akan tetapi juga untuk mendapatkan informasi yang benar berdasarkan angka dan bilangan yang disampaikan kepada mereka, untuk mencari keadilan bagi semua pihak dalam kondisi apapun. Jadi studi Al-Qur'an telah medorong penelitian mengenai "persamaan bilangan" serta problema matematika lainnya. Misalnya saja dalam menyelesaikan persaman dalam skripsi ini, yaitu: 1) $3\ln x - x + y^2 = 0$, 2) $5x - 2x^2 + xy - 1 = 0$, 3) $x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0$, 4) $x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0$ dan 5) $xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0$. Persamaan-persamaan tersebut sulit diselesaikan, dan membutuhkan banyak langkah-langkah dan melibatkan rumus matematika dalam menyelesaikannya. Sehingga setiap langkah harus disertai dengan ketelitian supaya mendapatkan hasil yang benar-benar tepat. Dari persamaan di atas didapat selesaian pada persamaan 1 dan 2 yaitu: x = 0,1392368088 dan y = 0,246048251 dan pada persamaan 3, 4 dan 5 yaitu: x = 0,26756623, y = -0,0133904733 dan z = -0,409348541. Selesaian yang didapat oleh penulis tersebut sudah tepat karena dilihat dari galatnya yang semakin mengecil dan mendekati nilai sebenarnya. Hal itu semata-mata karena persamaan-persamaan di atas sudah dikerjakan dengan teliti, maka hasilnya sesuai apa yang diharapkan.

Dengan demikian, akan terjadi keseimbangan bagi semua pihak. Bahkan Al-qur'an juga telah mendorong keberanian seseorang tidak hanya untuk mengerjakan secara teliti dan tepat terhadap problema angka berdasarkan data yang didapat, melainkan juga memelihara terwujudnya hubungan yang dekat dengan Kholik-nya lewat hasil-hasil yang diperoleh. Itulah sebabnya, maka ilmu matematika dipandang memiliki kedudukan "istimewa" dalam ilmu pengetahuan islam.

Jika seseorang telah mampu dalam perhitungan, hendaknya orang tesebut selalu bersyukur dan sadar. Sesungguhnya ilmu yang dimilikinya itu berasal dari Allah. Seperti halnya ilmu matematika, matematika tidak lain adalah ilmu yang menjadi alat kebutuhan manusia. Matematika telah diciptakan dan sengaja disediakan oleh Allah untuk menuntun manusia memahami kebesaran dan kekuasaan Allah. Matematika itu tidak lain adalah makhluk dan Allah adalah *Kholiqnya*, *Kholiq* jelas mengetahui dengan detil mengenai *Makhluq*. Jangankan numerik dan persamaan yang lain, bahkan apa yang Belum diketahui dan Belum dilakukan manusia dalam matematika, Allah sudah mengetahuinya. Ilmu Allah Sangat luas tiada batas, Allah mengetahui apa-apa yang belum diketahui. Ilmu yang dimiliki manusia itu tidak ada apa-apanya dibandingkan dengan ilmu Allah. Kemampuan manusia tidak ada apa-apanya jika dibandingkan dengan kemampuan Allah. Apa yang diketahui manusia, Allah mengetahuinya, bahkan lebih mengetahuinya. Jangankan yang diketahui manusia, yang tidak diketahui manusiapun Allah mengetahuinya. Sebagaimana Firman Allah SWT QS. Ar-Ra'd: 9 sebagai berikut:

عَـٰلِمُ ٱلْغَيْبِ وَٱلشَّهَـٰدَةِ ٱلْكَبِيرُ ٱلْمُتَعَالِ ﴿٩﴾

Artinya:"Yang mengetahui semua yang ghaib dan yang nampak; yang Maha besar lagi Maha tinggi."

Dari uraian di atas sudah jelas bahwa jika seseorang telah mempelajari tentang alam, hendaknya harus mendekati alam dengan iman kepada Tuhan, karena imannya akan diperkuat oleh kegiatan ilmiahnya. Jika tidak demikian kajian tentang alam tidak dengan sendirinya akan membawa kepada Tuhan. Ini disebabkan kegiatan ilmiah selalu disertai dengan praanggapan-praanggapan metafisik dari si ilmuwan, meskipun mungkin dia tidak menyadarinya. Jadi kajian kealaman hanya bisa membawa orang kepada Tuhan jika kerangka kerja metafisiknya bersesuaian.

Oleh sebab itu dengan adanya ilmu matematika, hendaknya seseorang lebih mendekat dengan Allah. Karena matematika memiliki dasar metafisika yang sama dan tujuan pengetahuan yang diwahyukan dan diupayakan dengan mengungkapkan ayat-ayat Tuhan dan sifat-sifat-Nya kepada umat manusia. Akan tetapi sekarang ini banyak ilmuwan-ilmuwan setelah berhasil mempelajari gejala-gejala alam, mereka akan menjauh dari Allah. Bahkan mereka sombong dan menganggap ilmunya itu berasal dari dirinya dan tidak membutuhkan Tuhan sebagai penciptanya.

Akan tetapi tidak bagi orang-orang yang berpikir, mereka akan melihat kehebatan Allah, Tuhan yang Maha luhur, yang telah menciptakan alam semesta yang penuh rahasia-rahasia dan hikmah. Sehingga mereka mengetahui bahwa tidak mungkin seseorang bisa mengalahkan Allah. Siapapun yang memusuhi Allah, maka baginya tidak ada tempat untuk berlindung kecuali hanya kepada-Nya. Sesungguhnya yang seperti itu yang disebut umat *Ulul Albab.* Umat seperti inilah yang sekarang sangat dibutuhkan di alam semesta ini.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, bahwa dalam menyelesaikan sistem persamaan tak linier dengan Metode Newton-Raphson dapat menggunakan langkah-langkah sebagai berikut: Menentukan nilai tebakan awal pada masing-masing variabel, mencari nilai fungsi sistem persamaan tak linier dengan nilai tebakan awal, mencari turunan-turunan fungsi sistem persamaan tak linier terhadap masing-masing variabelnya, menghitung nilai-nilai fungsi dari turunan yang telah didapat dengan menggunakan tebakan awal, mencari nilai-nilai deviasi dari masing-masing variabel, adapun dalam pencarian nilai-nilai deviasinya banyak melibatkan aturan aljabar matriks, yaitu dengan membentuk nilai-nilai fungsi dengan matriks jacobian dan menghitungnya dengan aturan cramer. Setelah mendapatkan nilai-nilai deviasi, nilai-nilai deviasi tersebut dimasukkan pada rumus: $Tebakan_{baru} = Tebakan_{lama} + deviasi$. Kemudian melakukan proses iterasi dengan mengulang proses iterasi sampai didapatkan nilai deviasi sekecil mungkin.

Dengan menggunakan langkah-langkah metode Newton-Raphson di atas, maka hasil dari sistem persamaan tak linier yang berbentuk $3\ln x - x + y^2 = 0$ dan $5x - 2x^2 + xy - 1 = 0$ didapatkan nilai selesaian x = 0,1392368088 dan y = 0,246048251 dengan nilai galat x = 8,88796e-012 dan y = -2,48649e-010 pada iterasi ke-5. Sedangkan pada sistem persamaan tak linier yang berbentuk $x + \cos(xy) - z^2 - 1{,}1 = 0$, $x^2 - 10y - e^{yz} + 0{,}8 = 0$ dan $xz + y^2 - z - 0{,}3 = 0$

didapatkan nilai selesaian x = 0,26756623, y = -0,0133904733 dan z = -0,409348541 dengan nilai galat x = 2,97991213e-009, y = 2,57797825e-010 dan z = -2,73381e-009 pada iterasi ke-6.

Adapun dalam menyelesaikan sistem persaman tak linier dengan Metode Newton-Raphson dibutuhkan ketelitian. Sehingga disamping mengerjakan dengan manual, penulis juga mengerjakannya dengan program komputer. Menurut hasil yang diperoleh, semakin kecil nilai *deviasi* atau nilai galat yang didapat, maka nilai selesaiannya juga semakin tepat. Untuk memperoleh nilai deviasi atau nilai galat yang semakin kecil, dibutuhkan proses perhitungan yang lama, sehingga komputer disini berperan dalam membantu perhitungan.

4.2 Saran

Berdasarkan temuan penelitian dan analisis maka saran yang dapat kami berikan adalah sebagai berikut:

1. Bagi Pembaca diharapkan dapat mengembangkan analisis metode numerik yang lebih mendalam terutama pada Metode Newton-Raphson dalam masalah penyelesaian sistem persaman tak linier untuk n persamaan. Dan penyelesaian sistem persamaan tak linier dengan menggunakan metode numerik yang lain.
2. Mahasiswa yang sedang menempuh matakuliah metode numerik diharapkan dapat menggunakan hasil penelitian ini untuk dijadikan salah satu bahan rujukan dalam mempelajari metode numerik terutama yang berkaitan dengan penyelesaian sistem tak linier.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Abdussyakir. 2006. *Ada Matematika Dalam Al-Qur'an*. Malang: UIN-MalangPress.

Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.

Atkinson, Kendall. 1985. *Elementary Numerical Analysis*. Canada. Published Simultaneously.

Chapra, steven C. Canale, Raymond P. 1988. *Metode Numerik Untuk Teknik dengan Penerapan pada Komputer Pribadi*. Jakarta: Universitas Indonesia.

Djojodiharjo, Harjono. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka.

Munif, Abdul dan Prasetyoko, Aries Hidayatullah. 1995. *Cara Praktis Penguasaan dan Penggunaan Metode Numerik*. Surabaya: Prima Printing.

Munir, Rinaldi. 2006. *Metode Numerik edisi Revisi*. Bandung. Informatika.

Nasution, Amrinsyah dan Zakariya, Hasbullah. 2001. *Metode Numerik Dalam Ilmu Rekayasa Sipil*.Bandung: ITB.

Nazir,Mohammad. 2003. *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Sahid. 2006. *Panduan Praktis Matlab Disertai Latihan Langsung*. Yogyakarta: Andi.

Rahman, Afzalur. 1988. *Al-qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta: Rieneka Cipta.

Soehardjo. 1998. *Diktat Kuliah Matematika 1*. Surabaya: Jurusan Matematika FMIPA ITS.

Shihab, M. Quraish. 2002. *Tafsir Al-Mishbah Volume 8*. Jakarta: Lentera Hati.

Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Yahya, Yusuf . dkk. 2004. *Matematika Dasar Untuk Perguruan Tinggi*. Jakarta: Ghali Indonesia.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Program Matlab Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persamaan Tak Linier Dengan 2 Persamaan Tak Linier

```
clc;clear;
format long;
disp('==========================================================')
disp('=========program penyelesaian sistem persaman tak linier==')
disp('================dengan metode newton-raphson =============')
disp('===================Khutwatun Nasiha=======================')
disp('==========================================================')
disp(' ')
f=inline('(3*log(x))-(x)+(y*y)','x','y')
g=inline('(5*x)-(2*x*x)+(x*y)-1','x','y')
fx=inline('-1+(3/x)','x','y')
fy=inline('(2*y)','x','y')
gx=inline('(5)-(4*x)+(y)','x','y')
gy=inline('(x)','x','y')
x=input('Masukkan Tebakan Awal x0:');
y=input('Masukkan Tebakan Awal y0:');
e=input('Masukkan Toleransi Maksimum nilai Fungsi= ');
disp('-----------------------------------------------------------
---')
fprintf('Iterasi              x                 y            f(xy)
g(xy)                galat(x)     galat(y)\n'  )
fprintf('----------------------------------------------------------
-\n')


for i=1:e
r=((-f(x,y)*gy(x,y))+(g(x,y)*fy(x,y)))/((fx(x,y)*gy(x,y))-
   (gx(x,y)*fy(x,y)));
s=((-g(x,y)*fx(x,y))+(f(x,y)*gx(x,y)))/((fx(x,y)*gy(x,y))-
   (gx(x,y)*fy(x,y)));
   x=x+r;
   y=y+s;
   a=f(x,y);
   b=g(x,y);
if i==1
   gl(i)=nan;
   gk(i)=nan;
       else
          gl(i)=x-(x-r);
          gk(i)=y-(y-s);
end
fprintf(' %g      %2.10e      %2.10e    %2.5e        %2.5e    %2.5e
%2.5e\n',i,x,y,a,b,gl(i),gk(i))

figure(1)
n=[1.3384576661e-001      1.3917431349e-001      1.3923603437e-001
   1.3923680881e-001 1.3923680882e-001 ];
s=[2.2257749425e+000      2.4726256723e+000      2.4605154921e+000
   2.4604825166e+000 2.4604825164e+000 ];
```

```
t=[-1.21297e+000     5.86192e-002   1.46362e-004   1.04098e-009   -
   8.88178e-016];
u=[-6.86900e-002  1.25857e-003  -7.55070e-007  -2.67373e-011    -
   1.11022e-016];
v=[5.32855e-003  6.17209e-005  7.74447e-007   8.88796e-012];
w=[2.46851e-001 -1.21102e-002 -3.29755e-005  -2.48649e-010];
subplot(3,2,1);  plot(n,'-*');  title('konvergensi  nilai  x');  grid
on
subplot(3,2,2);  plot(s,'-*');  title('konvergensi  nilai  y');  grid
on
subplot(3,2,3);  plot(t,'-*');  title('konvergensi  nilai  f(xy)');
grid on
subplot(3,2,4);  plot(u,'-*');  title('konvergensi  nilai  g(xy)');
grid on
subplot(3,2,5); plot(v,'-*'); title('konvergensi nilai galat(x)');
grid on
subplot(3,2,6); plot(w,'-*'); title('konvergensi nilai galat(y)');
grid on
end
```

Lampiran 2. Program Matlab Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persamaan Tak Linier Dengan 3 Persamaan Tak Linier

```
clc;clear;
disp('==================================================')
disp('==program penyelesaian sistem persaman tak linier=')
disp('============dengan metode newton-raphson========')
disp('================== Khutwatun Nasiha===============')
disp('====================03110240====================')
disp('==================================================')
disp(' ')
f=inline('(x)+(cos(x*y*pi/180))-(z^2)-(1.1)','x','y','z')
g=inline('(x^2)-(10*y)-exp(y*z)+(0.8)','x','y','z')
h=inline('(x*z)+(y^2)-(z)-(0.3)','x','y','z')
fx=inline('(1)-(y*sin(x*y*pi/180))','x','y','z')
fy=inline('(-x)*(sin(x*y*pi/180))','x','y','z')
fz=inline('(-2*z)','x','y','z')
gx=inline('(2*x)','x','y','z')
gy=inline('(-10)-(z*exp(y*z))','x','y','z')
gz=inline('(-y*exp(y*z))','x','y','z')
hx=inline('z','x','y','z')
hy=inline('(2*y)','x','y','z')
hz=inline('(x-1)','x','y','z')
x=input('masukkan tebakan awal x0:');
y=input('masukkan tebakan awal y0:');
z=input('masukkan tebakan awal z0:');
e=input('masukkan toleransi nilai fungsi =  ');
disp('----------------------------------------------------------
---')
fprintf('Iterasi        x           y            z            f(xyz)
g(xyz)       z(xyz)     galat(x)     galat(y)    galat(z)\n')
fprintf('----------------------------------------------------------
-\n')
```

```
for i=1:e
r=((-f(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z)*gz(x,y,z)*-
    h(x,y,z))+(fz(x,y,z)*-g(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*-h(x,y,z))-(-
    f(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-(fy(x,y,z)*-
    g(x,y,z)*hz(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z
    )*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
    (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));
s=((fx(x,y,z)*-g(x,y,z)*hz(x,y,z))+(-
    f(x,y,z)*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*-h(x,y,z))-
    (fz(x,y,z)*-g(x,y,z)*hx(x,y,z))-(fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*-
    h(x,y,z))-(-
    f(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))
    +(fy(x,y,z)*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z)
    )-(fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
    (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));
t=((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*-h(x,y,z))+(fy(x,y,z)*-
    g(x,y,z)*hx(x,y,z))+(-f(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-(-
    f(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-(fx(x,y,z)*-g(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*-
    h(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z)*gz(x,y,z
    )*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
    (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
    (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));

    x=x+r;
    y=y+s;
    z=z+t;
    a=f(x,y,z);
    b=g(x,y,z);
    c=h(x,y,z);
if i==1
    gl(i)=nan;
    gk(i)=nan;
    gm(i)=nan;
        else
            gl(i)=x-(x-r);
            gk(i)=y-(y-s);
            gm(i)=z-(z-t);
end
fprintf(' %g      %2.8e   %2.8e     %2.8e       %2.8e    %2.8e   %2.8e
%2.8e    %2.8e    %2.5e\n',i,x,y,z,a,b,c,gl(i),gk(i),gm(i))

n=[1.00000e-001   2.372694e-001     2.646003e-001     2.675372e-001
    2.675662e-001 2.67566230e-001];
s=[-2.00000e-002  -1.692203e-002  -1.363872e-002  -1.339303e-002  -
    1.339047e-002 -1.33904733e-002 ];
u=[ -3.00000e-001   -3.78782e-001  -4.06667e-001   -4.09322e-001  -
    4.09349e-001 -4.09348541e-001];
v=[-9.00000e-002  -6.20654e-003    -7.77577e-004  -7.04955e-006  -
    7.41756e-010 -1.99840144e-015];
```

```
w=[3.98196e-003  1.90867e-002 8.38749e-004 9.27874e-006 9.14030e-
   010  2.22044605e-016];
j=[-2.96000e-002  -1.08049e-002    -7.51335e-004  -7.73632e-006  -
   7.75605e-010 0.00000e+000];
k=[1.37269373e-001 2.73309619e-002 2.93681981e-003 2.90727619e-005
   2.97991213e-009];
l=[3.07796601e-003  3.28331012e-003   2.45697968e-004  2.55229976e-
   006 2.57797825e-010 ];
m=[-7.87821e-002    -2.78847e-002-2.65481e-003    -2.69021e-005  -
   2.73381e-009];

subplot(3,3,1); plot(n,'-*'); title('konvergensi nilai x'); grid
on
subplot(3,3,2); plot(s,'-*'); title('konvergensi nilai y'); grid
on
subplot(3,3,3); plot(u,'-*'); title('konvergensi nilai z'); grid
on
subplot(3,3,4); plot(v,'-*'); title('konvergensi nilai f(xyz)');
grid on
subplot(3,3,5); plot(w,'-*'); title('konvergensi nilai g(xyz)');
grid on
subplot(3,3,6); plot(j,'-*'); title('konvergensi nilai h(xyz)');
grid on
subplot(3,3,7); plot(k,'-*'); title('konvergensi nilai galat(x)');
grid on
subplot(3,3,8); plot(l,'-*'); title('konvergensi nilai galat(y)');
grid on
subplot(3,3,9); plot(m,'-*'); title('konvergensi nilai galat(z)');
grid on
end
end
```

BUKTI KONSULTASI

Nama : KHUTWATUN NASIHA

NIM : 03110240

Fak/Jur : Sains dan Teknologi/Matematika

Pembimbing : 1. Usman Pagalay, M. Si

2. Munirul Abidin, M. Ag

Judul Skripsi : **PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN TAK LINIER DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON**

No	Tanggal	Materi	Tanda Tangan Pembimbing
1	05–03-2007	Seminar Proposal	1.
2	01-07-2007	Penyerahan BAB I dan II	2.
3	08-07-2007	Revisi BAB I	3.
4	23-07-2007	Revisi BAB II	4.
5	01-10-2007	Penyerahan Kajian Keagamaan BAB I dan II	5.
6	25-10-2007	Revisi Kajian Kagamaan BAB I dan II	6.
7	09-11-2007	ACC Kajian Keagamaan BAB I dan II	7.
8	25-11-2007	Penyerahan BAB III	8.
9	10-12-2007	Penyerahan Kagamaan BAB III	9.
10	03-01-2008	Revisi Kajian Keagamaan BAB III	10.
11	10-01-2008	Revisi BAB I, II, dan III	11.
12	12-02-2008	Revisi BAB I, II dan III	12.
13	25-02-2008	ACC BAB I, II dan III	13.

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Program Matlab Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persamaan Tak Linier Dengan 2 Persamaan Tak Linier

```
clc;clear;
format long;
disp('==========================================================')
disp('=========program penyelesaian sistem persaman tak linier==')
disp('================dengan metode newton-raphson =============')
disp('===================Khutwatun Nasiha=======================')
disp('==========================================================')
disp(' ')
f=inline('(3*log(x))-(x)+(y*y)','x','y')
g=inline('(5*x)-(2*x*x)+(x*y)-1','x','y')
fx=inline('-1+(3/x)','x','y')
fy=inline('(2*y)','x','y')
gx=inline('(5)-(4*x)+(y)','x','y')
gy=inline('(x)','x','y')
x=input('Masukkan Tebakan Awal x0:');
y=input('Masukkan Tebakan Awal y0:');
e=input('Masukkan Toleransi Maksimum nilai Fungsi= ');
disp('-------------------------------------------------------------
---')
fprintf('Iterasi             x                y            f(xy)
g(xy)               galat(x)     galat(y)\n'  )
fprintf('----------------------------------------------------------
-\n')


for i=1:e
r=((-f(x,y)*gy(x,y))+(g(x,y)*fy(x,y)))/((fx(x,y)*gy(x,y))-
   (gx(x,y)*fy(x,y)));
s=((-g(x,y)*fx(x,y))+(f(x,y)*gx(x,y)))/((fx(x,y)*gy(x,y))-
   (gx(x,y)*fy(x,y)));
   x=x+r;
   y=y+s;
   a=f(x,y);
   b=g(x,y);
if i==1
   gl(i)=nan;
   gk(i)=nan;
       else
          gl(i)=x-(x-r);
          gk(i)=y-(y-s);
end
fprintf(' %g      %2.10e      %2.10e    %2.5e        %2.5e    %2.5e
%2.5e\n',i,x,y,a,b,gl(i),gk(i))

figure(1)
n=[1.3384576661e-001      1.3917431349e-001      1.3923603437e-001
   1.3923680881e-001 1.3923680882e-001 ];
s=[2.2257749425e+000      2.4726256723e+000      2.4605154921e+000
   2.4604825166e+000 2.4604825164e+000 ];
```

```
t=[-1.21297e+000     5.86192e-002   1.46362e-004   1.04098e-009   -
   8.88178e-016];
u=[-6.86900e-002  1.25857e-003  -7.55070e-007  -2.67373e-011    -
   1.11022e-016];
v=[5.32855e-003  6.17209e-005  7.74447e-007   8.88796e-012];
w=[2.46851e-001 -1.21102e-002 -3.29755e-005  -2.48649e-010];
subplot(3,2,1); plot(n,'-*'); title('konvergensi nilai x'); grid
on
subplot(3,2,2); plot(s,'-*'); title('konvergensi nilai y'); grid
on
subplot(3,2,3);  plot(t,'-*');  title('konvergensi  nilai  f(xy)');
grid on
subplot(3,2,4);  plot(u,'-*');  title('konvergensi  nilai  g(xy)');
grid on
subplot(3,2,5); plot(v,'-*'); title('konvergensi nilai galat(x)');
grid on
subplot(3,2,6); plot(w,'-*'); title('konvergensi nilai galat(y)');
grid on
end
```

Lampiran 2. Program Matlab Metode Newton-Raphson Pada Sistem Persamaan Tak Linier Dengan 3 Persamaan Tak Linier

```
clc;clear;
disp('==================================================')
disp('==program penyelesaian sistem persaman tak linier=')
disp('============dengan metode newton-raphson========')
disp('================== Khutwatun Nasiha===============')
disp('===================03110240====================')
disp('==================================================')
disp(' ')
f=inline('(x)+(cos(x*y*pi/180))-(z^2)-(1.1)','x','y','z')
g=inline('(x^2)-(10*y)-exp(y*z)+(0.8)','x','y','z')
h=inline('(x*z)+(y^2)-(z)-(0.3)','x','y','z')
fx=inline('(1)-(y*sin(x*y*pi/180))','x','y','z')
fy=inline('(-x)*(sin(x*y*pi/180))','x','y','z')
fz=inline('(-2*z)','x','y','z')
gx=inline('(2*x)','x','y','z')
gy=inline('(-10)-(z*exp(y*z))','x','y','z')
gz=inline('(-y*exp(y*z))','x','y','z')
hx=inline('z','x','y','z')
hy=inline('(2*y)','x','y','z')
hz=inline('(x-1)','x','y','z')
x=input('masukkan tebakan awal x0:');
y=input('masukkan tebakan awal y0:');
z=input('masukkan tebakan awal z0:');
e=input('masukkan toleransi nilai fungsi =  ');
disp('-----------------------------------------------------------------
---')
fprintf('Iterasi       x          y           z           f(xyz)
g(xyz)       z(xyz)     galat(x)     galat(y)    galat(z)\n')
fprintf('---------------------------------------------------------
-\n')
```

```
for i=1:e
r=((-f(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z)*gz(x,y,z)*-
   h(x,y,z))+(fz(x,y,z)*-g(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*-h(x,y,z))-(-
   f(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-(fy(x,y,z)*-
   g(x,y,z)*hz(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z
   )*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
   (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));
s=((fx(x,y,z)*-g(x,y,z)*hz(x,y,z))+(-
   f(x,y,z)*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*-h(x,y,z))-
   (fz(x,y,z)*-g(x,y,z)*hx(x,y,z))-(fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*-
   h(x,y,z))-(-
   f(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))
   +(fy(x,y,z)*gz(x,y,z)*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z)
   )-(fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
   (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));
t=((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*-h(x,y,z))+(fy(x,y,z)*-
   g(x,y,z)*hx(x,y,z))+(-f(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-(-
   f(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-(fx(x,y,z)*-g(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*-
   h(x,y,z)))/((fx(x,y,z)*gy(x,y,z)*hz(x,y,z))+(fy(x,y,z)*gz(x,y,z
   )*hx(x,y,z))+(fz(x,y,z)*gx(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fz(x,y,z)*gy(x,y,z)*hx(x,y,z))-
   (fx(x,y,z)*gz(x,y,z)*hy(x,y,z))-
   (fy(x,y,z)*gx(x,y,z)*hz(x,y,z)));

   x=x+r;
   y=y+s;
   z=z+t;
   a=f(x,y,z);
   b=g(x,y,z);
   c=h(x,y,z);
if i==1
   gl(i)=nan;
   gk(i)=nan;
   gm(i)=nan;
       else
          gl(i)=x-(x-r);
          gk(i)=y-(y-s);
          gm(i)=z-(z-t);
end
fprintf(' %g     %2.8e   %2.8e     %2.8e       %2.8e    %2.8e   %2.8e
%2.8e    %2.8e    %2.5e\n',i,x,y,z,a,b,c,gl(i),gk(i),gm(i))

n=[1.00000e-001   2.372694e-001     2.646003e-001     2.675372e-001
   2.675662e-001 2.67566230e-001];
s=[-2.00000e-002  -1.692203e-002  -1.363872e-002  -1.339303e-002  -
   1.339047e-002 -1.33904733e-002 ];
u=[ -3.00000e-001   -3.78782e-001  -4.06667e-001   -4.09322e-001  -
   4.09349e-001 -4.09348541e-001];
v=[-9.00000e-002  -6.20654e-003    -7.77577e-004  -7.04955e-006  -
   7.41756e-010 -1.99840144e-015];
```

```
w=[3.98196e-003  1.90867e-002 8.38749e-004 9.27874e-006 9.14030e-
   010  2.22044605e-016];
j=[-2.96000e-002  -1.08049e-002    -7.51335e-004  -7.73632e-006  -
   7.75605e-010 0.00000e+000];
k=[1.37269373e-001 2.73309619e-002 2.93681981e-003 2.90727619e-005
   2.97991213e-009];
l=[3.07796601e-003  3.28331012e-003   2.45697968e-004  2.55229976e-
   006 2.57797825e-010 ];
m=[-7.87821e-002    -2.78847e-002-2.65481e-003    -2.69021e-005  -
   2.73381e-009];

subplot(3,3,1);  plot(n,'-*');  title('konvergensi  nilai  x');  grid
on
subplot(3,3,2);  plot(s,'-*');  title('konvergensi  nilai  y');  grid
on
subplot(3,3,3);  plot(u,'-*');  title('konvergensi  nilai  z');  grid
on
subplot(3,3,4);  plot(v,'-*');  title('konvergensi  nilai  f(xyz)');
grid on
subplot(3,3,5);  plot(w,'-*');  title('konvergensi  nilai  g(xyz)');
grid on
subplot(3,3,6);  plot(j,'-*');  title('konvergensi  nilai  h(xyz)');
grid on
subplot(3,3,7); plot(k,'-*'); title('konvergensi nilai galat(x)');
grid on
subplot(3,3,8); plot(l,'-*'); title('konvergensi nilai galat(y)');
grid on
subplot(3,3,9); plot(m,'-*'); title('konvergensi nilai galat(z)');
grid on
end
end
```