

PEMBAGI NOL (*Zero Divisors*) PADA RING Matrik $n \times n$

SKRIPSI

Oleh:
BINTI KAROMAH
NIM. 07610070



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011**

PEMBAGI NOL (*Zero Divisors*) PADA RING Matrik $n \times n$

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
BINTI KAROMAH
NIM. 07610070

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011**

PEMBAGI NOL (*Zero Divisors*) PADA RING MATRIK $n \times n$

SKRIPSI

Oleh:
BINTI KAROMAH
NIM : 07610070

Telah disetujui oleh :

Dosen Pembimbing I

Drs. H .Turmudi, M.Si
NIP .19571005 198203 1 006

Dosen Pembimbing II

Ach.Nashichuddin, M.A
NIP.19730705 200003 1 002

Tanggal, 21 Juli 2011

Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PEMBAGI NOL (*Zero Divisors*) PADA RING MATRIK $n \times n$

SKRIPSI

Oleh:
BINTI KAROMAH
NIM : 07610070

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juli 2011

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si
NIP.19760318 200604 1 002 (.....)

Ketua Penguji: Hairur Rahman, M.Si
NIP. 19800429 200604 1 003 (.....)

Sekretaris Penguji: Drs. H. Turmudi, M.Si
NIP. 19571005 198203 1 006 (.....)

Anggota Penguji: Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002 (.....)

**Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika**

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Binti karomah

NIM : 07610070

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 21 Juli 2011

Yang membuat pernyataan

Binti Karomah
NIM. 07610070

MOTTO

وَلْتَنْظُرْ نَفْسٌ مَّا قَدَّمَتْ لِغَدٍ

*Dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah
diperbuatnya untuk hari
esok (akhirat)*

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk orang-orang yang sangat berarti dalam hidup ini..

Untuk kedua orang tua penulis abi dan umi tercinta yang tulus memberikan kasih sayangnya, mereka lah yang paling berjasa dalam hidup penulis, yang telah berjuang keras untuk membesarkan, selalu mendoakan, mendampingi penulis, selalu menjadi penyemangat dalam setiap langkah penulis.

Sukron Katsir

Untuk kakak sekeluarga, adik, kakek dan nenek terimakasih telah membesarkan, menyayangi sekaligus menjadi penyemangat dalam hidup penulis dan senantiasa mendoakan penulis sepanjang waktu....

Untuk mas Rizal Ma'arif yang setia mendampingi penulis, membantu, menjadi penyemangat dan selalu mendoakan setiap waktu, semoga mahabbah ini mendapat ridho Alloh Swt. amin....

*Semoga Tuhan Yang Maha Kuasa selalu memberikahidayah, kekuatan kepada penulis agar bisa menjadiuswatun hasanah bagi orang lain
Amin...*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur alhamdulillah wasyukurillah 'ala ni'matillah senantiasa penulis haturkan kehadiran Robbi wa Robbukum yang dengan sifat Rahman dan Rahim Nya senantiasa melimpahkan rahmat, ni'mat serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dan sekaligus menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan senantiasa mendapatkan nur dan ridho-Nya.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih yang tak terhingga dan teriring tetesan air mata serta alunan do'a dan harapan jazakumullah ahsanal jaza' kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah menjadikan UIN sebagai samudra ilmu pengetahuan bagi penulis khususnya dan bagi seluruh mahasiswa UIN pada umumnya.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

3. Abi dan Umi tercinta yang telah berjuang dengan jerih payah dan pengorbanan yang tak terhingga dengan tulus ikhlasnya, kesabarannya memberikan dukungan, bantuan moral maupun material sekaligus iringan doa dan restunya kepada penulis selama dalam menuntut ilmu.
4. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
5. Drs H.Turmudi, M.Si dan Ach. Nashichuddin, M.A selaku dosen pembimbing, yang dengan tulus dan penuh kesabaran telah membimbing dan memberikan banyak ilmu dan pengarahan kepada penulis sampai terselesaikan penulisan skripsi ini.
6. Tim penguji skripsi, terimakasih telah memberikan masukan-masukan yang sangat berharga kepada penulis.
7. Bapak Usman Pagalay M.S.i selaku dosen pembimbing akademik yang telah banyak memberikan ilmu dan nasehat berharga selama penulis menyelesaikan studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang ini.
8. Seluruh dosen jurusan matematika dan seluruh dosen UIN MALIKI yang telah mengajarkan ilmu yang tak ternilai harganya kepada penulis semoga Allah memberikan balasan yang lebih baik.
9. Kakak saya sekeluarga, nenek saya terima kasih atas dukungan, bantuan dan doa nya selama ini dan juga adik saya yang juga selalu memberikan bantuan, dukungan serta doa, jadilah anak yang selalu menjadi kebanggaan abi dan umi.

10. Mas Rizal Ma'arif yang dengan setia mendampingi penulis selama mencari ilmu senantiasa membantu, memotifasi, mendoakan setiap waktu semoga mahabbah ini senantiasa diridhoi Allah Swt.
11. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh staf administrasi, staf laboratorium, staf perpustakaan dan lain-lain terima kasih atas segenap ilmu, bantuan dan bimbingan serta pengalaman yang telah diberikan kepada penulis.
12. Teman-teman seperjuangan Matematika angkatan 2007, terimakasih atas bantuan dukungan, kebersamaannya yang telah memberikan banyak pengalaman dan kenangan yang indah selama menuntut ilmu di UIN MALIKI tercinta ini.
13. Teman-teman terbaik penulis Fibri, Yanti, Arina, Tia, Lusi, Krida, Rahma dan semuanya saja terima kasih atas kebersamaannya, canda tawa selama ini.
14. Teman-teman bocah WAROK "Komisariat UIN Maliki Malang" terimakasih atas bantuan, dukungan, doa serta pengalaman organisasi maupun kekeluargaannya selama ini semoga bocah-bocah warok bisa mewujudkan Ponorogo Mukti Wibowo.
15. Sahabat-sahabati PMII Rayon "Pencerahan Galileo" terimakasih atas ilmu keorganisasian nya selama ini semoga GALILEO tetap maju ,
" Hidup Galileo ".....
16. Keluarga besar Kh.Saifudin Zuhri sekaligus ustadz-ustadzah serta santri I'anatut Tholibin yang telah memberikan banyak ilmu kepada penulis.

17. Teman–teman kos Sumbersari gang 1 no 48, terima kasih atas jalinan kekeluargaannya selama ini yang tak terlepas dari canda, tawa keramaian, kesunyian semoga yang belum lulus bisa sabar menetap di istana itu.
18. Teman-teman Institut Studi Islam Darussalam Gontor (ISID) Ponorogo dan (ISID) Kediri atas dukungan, bantuan dan doanya.
19. Seluruh teman-teman Mahasiswa UIN MALIKI Malang dari semua Fakultas semoga kita bisa sama-sama mengamalkan ilmu yang telah kita dapatkan disini.
20. Segenap keluarga besar armada ”Travel Bintang jurusan PONOROGO-MALANG ” yang telah membantu perjalanan penulis dari Ponorogo sampai Malang selama masa studi, semoga Bintang tetap laris manis...

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan, dan masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi penulis berharap semoga skripsi ini bisa memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi dan pembaca pada umumnya. Amin Ya Rabbal A’lamin.

Wassalamu’alaikum Wr.Wb.

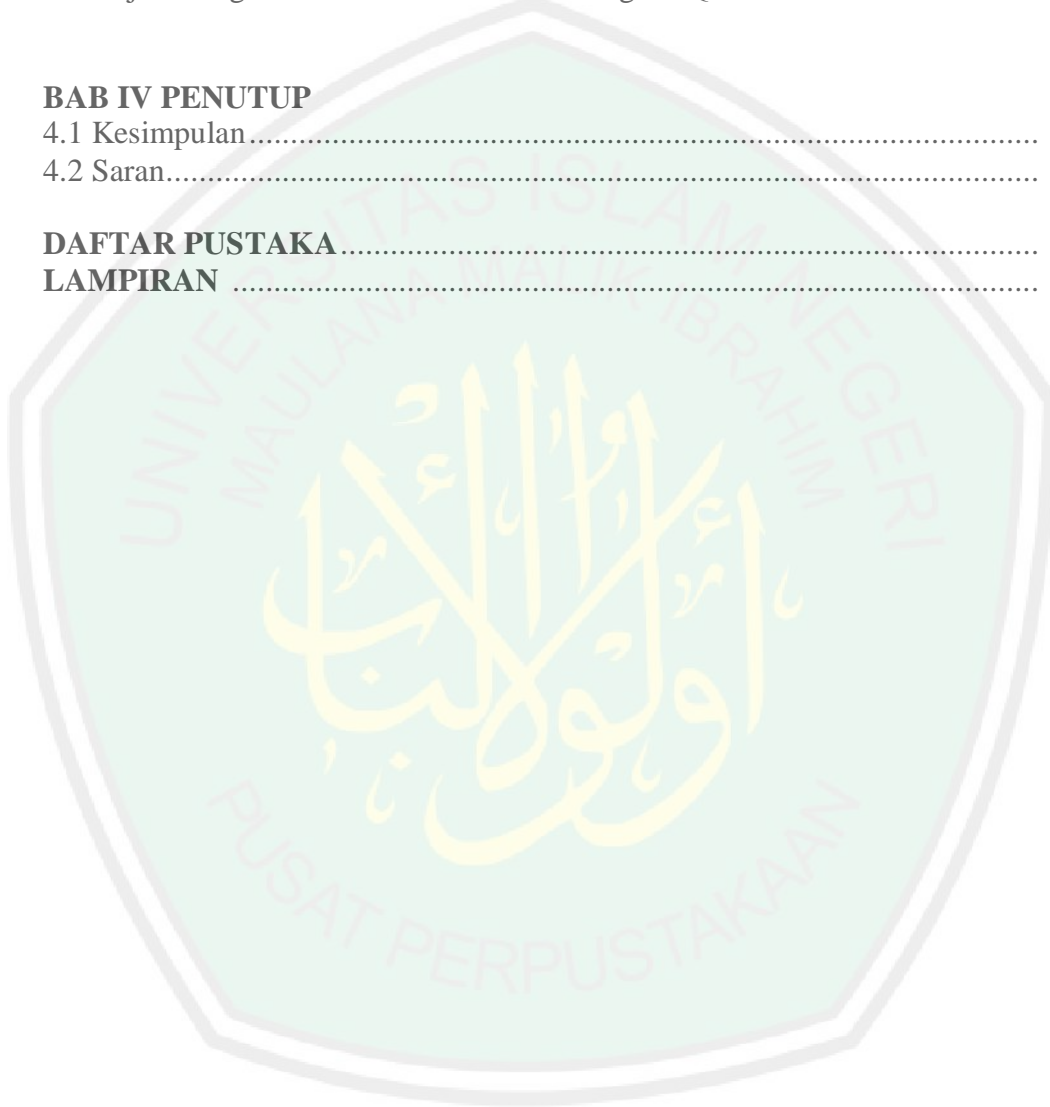
Malang, 21 Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	vii
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR SIMBOL.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
ABSTRAK.....	xvi
ABSTRACT	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	7
1.4 Tujuan Penelitian	7
1.5 Manfaat Penelitian	7
1.6 Metode Penelitian	8
1.7 Sistematika Penulisan.....	10
BAB II KAJIAN TEORI	
2.1 Grup.....	12
2.2 Ring	14
2.3 Karakteristik Ring	16
2.4 Macam-macam Ring	16
2.4.1 Ring Komutatif.....	16
2.4.2 Ring Satuan	16
2.4.3 Ring Komutatif dengan Elemen Satuan	17
2.5 Ring Tanpa Pembagi Nol dan Ring Dengan Pembagi Nol	18
2.6 Matrik	24
2.6.1 Definisi Matrik	24
2.6.2 Macam – macam Matrik	25
2.6.3 Operasi Dasar Matrik	26
2.7 Ring Matrik.....	27
2.8 Tafsir Surat Al-Baqarah Ayat 190	29

BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Sifat-sifat Ring Matrik	35
3.1.1 Pembuktian Ring Matrik dengan Entri Modulo Bilangan Bulat.....	35
3.2 Pembagi Nol Pada Ring Matrik	45
3.3 Kajian Ring Matrik Dalam Sudut Pandang Al-Qur'an	85
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan.....	93
4.2 Saran.....	94
DAFTAR PUSTAKA	95
LAMPIRAN	96



DAFTAR SIMBOL

Lambang Matematika

* : Operasi penjumlahan

• : Operasi perkalian

\neq : Tidak sama dengan

$=$: Sama dengan

\in : Anggota

\exists : Terdapat

Lambang Khusus:

G : Grup

R : Ring

Z : Bilangan Bulat

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pasangan–pasangan Kemungkinan $M_{2 \times 2}$ yang mempunyai pembagi nol	84
Lampiran 2 . Pasangan–pasangan Kemungkinan $M_{3 \times 3}$ yang mempunyai pembagi nol	85
Lampiran 3 . Banyak Kemungkinan-kemungkinan dari $M_{2 \times 2}$	119
Lampiran 4 . Banyak Kemungkinan-kemungkinan dari $M_{3 \times 3}$	120



ABSTRAK

Karomah, Binti. 2011. **Pembagi Nol (*Zero Divisors*) Pada Ring Matrik $n \times n$** .
 Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam
 Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
 Pembimbing: (I) Drs.H.Turmudi, M.Si
 (II) Ach. Nashichuddin, M.A

Kata Kunci : ring, ring tanpa pembagi nol (*TPN*) , matrik

Suatu ring $(R, *, \cdot)$ dinamakan ring dengan pembagi nol jika terdapat unsur a dan b yang keduanya tidak nol akan tetapi ketika dikalikan sama dengan nol atau $a \cdot b = 0$. Dalam penelitian ini yang akan dikaji adalah pembuktian matrik dengan entri modulo bilangan bulat yang memenuhi syarat-syarat ring dan kemudian mencari banyaknya kemungkinan-kemungkinannya karena meskipun suatu matrik telah terbukti memenuhi syarat-syarat ring akan tetapi belum tentu semua kemungkinan-kemungkinan matrik tersebut mempunyai pembagi nol. Kemudian setelah akan didapat kan pembagi-pembagi nol nya akan dicari sifat-sifat pada pembagi nol. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah: (1) untuk membuktikan bahwa suatu matrik dengan entri modulo bilangan bulat secara umum memenuhi syarat syarat ring.(2) Untuk mengetahui pembagi nol pada ring matrik $n \times n$ (3) Untuk mengetahui sifat-sifat pembagi nol pada ring matrik $n \times n$. Pada penelitian ini langkah-langkah yang dilakukan adalah membuktikan bahwa matrik secara umum memenuhi syarat-syarat ring kemudian mencari kemungkinan-kemungkinan matrik 2×2 sampai dengan 3×3 selanjutnya mencari pasangan-pasangan yang mempunyai pembagi nol sehingga dari pasangan-pasangan matrik yang sama-sama mempunyai pembagi nol tersebut akan didapatkan irisan-irisannya sehingga menghasilkan perumusan baru. Sehingga dari penelitian ini didapatkan suatu kesimpulan hasil yakni: (1). Suatu matrik dengan entri modulo bilangan bulat terbukti memenuhi sifat sifat yang ada pada ring (2). Pembagi nol (*zero divisor*) pada ring matrik yakni jika ada unsur $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ akan tetapi $a \cdot b = 0$.(3). Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol terdapat matrik-matrik yang saling beririsan yang mempunyai pola sama memuat entri baris nol atau entri baris angka sejenis yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu (4).Irisan dari dua matrik pembagi nol akan termuat pada kumpulan irisan matrik pembagi nol yang lain (5).Kumpulan banyaknya irisan pembagi nol antara matrik yang saling beririsan yang memuat entri baris nol sama dengan kumpulan banyaknya irisan matrik lain yang memuat entri baris nol yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu (6). Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol akan terdapat matrik-matrik yang saling beririsan yang mempunyai determinan yang sama.

Abstract

Karomah, Binti. 2011. *Dividers Zero (Zero Divisors) In the Ring $n \times n$ matrix*. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology State Islamic University of Malang Maulana Malik Ibrahim.

Lectures : (I) Drs.H.Turmudi, M. Si

(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Keywords: ring, ring with zero divisors (TPN), the matrix

A ring $(R, *, \cdot)$ is called the ring with a zero divisor if there are elements a and b are both not zero but when multiplied by zero equals 0 or $a \cdot b = 0$. In this research to be reviewed is a testament to the matrix with integer entries modulo which meets the requirements of the ring and then look for the many possibilities that even if a matrix has been proven to fulfill the terms of the ring but not necessarily all of the possibilities of the matrix has a zero divisor . Then after going to get the quota of its zero divisor will be sought on the properties of a zero divisor. The purpose of this study were: (1) to prove that a matrix with integer entries modulo generally meets the requirements of the ring. (2) To find a zero divisor in the ring $n \times n$ matrix, (3) To know the properties of a zero divisor in the ring $n \times n$ matrix In this study the steps taken is to prove that the matrix generally meets the requirements of the ring and then look for the possibilities of the matrix 2×2 up to 3×3 then look for couples that have a zero divisor so that the pairs of the same matrix same zero-divisor will be obtained, the cut slices so as to produce a new formulation.

So from this study that the results obtained a conclusion: (1). A matrix with integer entries modulo proven to meet the existing properties on the ring (2). Divisor of zero (zero divisor) in the matrix ring if there is an element $a \neq 0$ and $b \neq 0$ will be but $a \cdot b = 0$. (3). If a matrix has a zero divisor then there are matrices which intersect each other that have the same pattern that contains a zero row entries or entries the same kind of line numbers is located in a particular row and column (4). Slices of two matrices zero divisor will fit onto a collection of slice matrices another zero divisor. (5). Collection of the many slices of zero divisor among a matrix of mutually intersecting lines that contain entries equal to zero will set the number of slices of other matrices that also contain the same entries zero line is located in a particular row and column, (6). If a matrix has a zero divisor, there will be matrices which intersect each other that have the same determinant.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Johnson dan Rising (1972 : 69) dalam bukunya mengatakan bahwa matematika adalah suatu ilmu yang mengkaji pola berpikir dan pembuktian yang logis serta menggunakan bahasa yang cermat dan jelas. Selain itu matematika juga merupakan ilmu yang mendasari berbagai macam ilmu yang lain dan sebagai alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman masalah sehingga dalam bahasan matematika suatu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, dipahami , dianalisis dan dipecahkan.

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Qur'an, salah satunya adalah matematika. Konsep dari disiplin ilmu matematika yang ada dalam Al-Qur'an diantaranya adalah masalah mengenai logika, statistik, himpunan, grup, ring dan lain-lain (Ma'nawi,1999 :79).Oleh karena itu berbagai ilmu termasuk matematika yang memuat rumus-rumus,ukuran , hitungan yang ada sekarang bukanlah murni diciptakan oleh ilmuwan- ilmuwan terdahulu akan tetapi sudah disediakan di dalam Al-Qur'an dan manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika.

Aljabar merupakan bagian dari ilmu matematika. Materi aljabar antara lain adalah aljabar abstrak yang didalamnya membahas struktur

aljabar yang disertai oleh beberapa aksioma. Struktur aljabar didefinisikan sebagai himpunan tidak kosong yang dilengkapi oleh satu buah operasi atau lebih (Wahyudin, 1989 :3). Dapat dipahami bahwa suatu struktur aljabar selalu melibatkan tiga unsur yaitu suatu himpunan tidak kosong, satu atau lebih operasi biner yang berupa operasi penjumlahan, perkalian dan operasi biner lain dan beberapa aksioma, sehingga banyaknya operasi dan aksioma yang berlaku menjadi pembeda antara struktur aljabar yang satu dengan yang lain.

Dari penjelasan di atas telah disebutkan bahwasanya dalam struktur aljabar mengkaji tentang himpunan tidak kosong. Kajian mengenai himpunan sudah tersirat dalam kitab Al-Qur'an. Misalnya kehidupan manusia yang terdiri dari berbagai macam golongan, dimana golongan merupakan bagian dari himpunan, karena himpunan sendiri merupakan kumpulan objek-objek yang terdefinisi.

Di dalam Al-Qur'an surat Al-Fatihah : 7 disebutkan:

صِرَاطَ الَّذِينَ أَنْعَمْتَ عَلَيْهِمْ غَيْرِ الْمَغْضُوبِ عَلَيْهِمْ وَلَا الضَّالِّينَ ﴿٧﴾

Artinya: *“yaitu jalan orang-orang yang telah Engkau beri nikmat kepada mereka, bukan jalan mereka yang dimurkai dan bukan pula jalan mereka yang sesat.”*

Dalam ayat di atas dijelaskan bahwa manusia terbagi menjadi 3 kelompok yaitu (1) kelompok yang mendapat nikmat dari Allah (2) kelompok yang dilaknat Allah (3) kelompok yang sesat.

Adapun struktur aljabar yang dilengkapi dengan satu buah operasi disebut grup. *Grup* merupakan struktur aljabar yang mempunyai satu operasi biner yang memenuhi empat aksioma yakni tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas dan mempunyai invers. (Raisinghania, Aggarwal 1980 : 313). Dari keempat syarat tersebut apabila salah satu tidak terpenuhi yakni misalkan sebuah grup yang disimbolkan dengan $(G, *)$ tidak dapat disebut sebagai grup, namun teori grup belum cukup untuk merangkum semua struktur aljabar dari sistem bilangan real atau bilangan kompleks karena suatu grup hanya berkaitan dengan satu operasi biner saja.

Adapun kajian tentang himpunan dengan satu operasi biner (*grup*) dalam kehidupan yaitu diibaratkan seorang pelajar harus rajin belajar untuk meraih kesuksesan, seperti juga halnya manusia sebagai makhluk yang beriman harus berjuang untuk mendapatkan kebahagiaan dalam hidupnya. Sebagai mana firman Allah SWT pada surat At-Taubah ayat 122.

وَمَا كَانَ الْمُؤْمِنُونَ لِيَنفِرُوا كَآفَّةً ۚ فَلَوْلَا نَفَرَ مِن كُلِّ فِرْقَةٍ مِّنْهُمْ طَائِفَةٌ لِّيَتَفَقَّهُوا فِي الدِّينِ وَلِيُنذِرُوا قَوْمَهُمْ إِذَا رَجَعُوا إِلَيْهِمْ لَعَلَّهُمْ يَحْذَرُونَ ﴿١٢٢﴾

Artinya: "Tidak sepatutnya bagi mukminin itu pergi semuanya (ke Medan perang). Mengapa tidak pergi dari tiap-tiap golongan di antara mereka beberapa orang untuk memperdalam ilmu pengetahuan mereka tentang agama dan untuk memberi peringatan kepada kaumnya apabila mereka telah kembali kepadanya, supaya mereka itu dapat menjaga dirinya."

Arti yang terkandung dari ayat diatas menjelaskan bahwa kaum mukminin dianjurkan untuk memperdalam pengetahuan tentang agama agar mereka dapat menjaga dirinya dalam medan perang.

Apabila kita pahami dan kita analisa dari tafsiran surat At-Taubah ayat 122 diatas didalam nya terdapat hubungan dengan konsep matematika mengenai grup yakni diambil makna dari kalimat seorang mukmin harus memperdalam pengetahuan tentang agama untuk menjaga diri nya dari medan perang bisa disimbolkan dalam bahasa matematika dengan simbolkan $(G,*)$ dimana G merupakan himpunan tak kosongnya (kaum mukminin) dan $+$ adalah operasi binernya yaitu medan perang.

Adapun *Ring* adalah suatu struktur aljabar yang mempunyai dua operasi biner yaitu penjumlahan $(+)$ dan perkalian (\cdot) dengan memenuhi aksioma aksioma tertentu. (Raisinghanian, Aggarwal 1980 :315). Dari pengertian antara grup dan ring diatas dapat kita analisa perbedaannya yakni sebuah grup hanya mempunyai satu operasi biner sedangkan ring mempunyai dua operasi biner. Kajian mengenai himpunan dengan dua operasi biner (*Ring*) dalam konsep Islam yakni bagi kaum mukminin yang akan terjun ke medan perang mereka harus mengikuti aturan-aturan atau strategi dalam peperangan. Hal ini terdapat dalam Alquran Qs-Al Baqarah : 190 sebagai berikut:

وَقَاتِلُوا فِي سَبِيلِ اللَّهِ الَّذِينَ يُقْتَلُونَكُمْ وَلَا تَعْتَدُوا إِنَّ اللَّهَ لَا يُحِبُّ الْمُعْتَدِينَ.



Artinya :

“Dan perangilah di jalan Allah orang-orang yang memerangi kamu tetapi janganlah melampaui batas, karena Allah tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas “

Makna yang terdapat dari kandungan ayat diatas yakni menjelaskan bahwasanya kaum mukminin harus berjuang untuk mendapatkan kemenangan dalam kehidupannya, akan tetapi cara mereka untuk meraih kemenangan tersebut dengan mematuhi aturan-aturan dalam medan perang.

Apabila kita pahami dan kita analisa dari tafsiran surat Al-Baqaroh ayat 190 diatas didalam nya terdapat hubungan dengan konsep matematika mengenai *ring* yakni diambil makna kalimat seorang mukmin harus berjuang untuk mendapatkan kemenangan dengan mematuhi aturan-aturan dalam medan perang bisa disimbolkan dengan $(R, *, \cdot)$ dimana R merupakan himpunan tak kosongnya (kaum mukminin) dan $(*)$ sebagai operasi pertamanya yaitu berjuang dalam peperangan dan (\cdot) sebagai operasi keduanya yaitu harus mematuhi aturan medan perang.

Adapun mengenai *ring* matrik dengan dua operasi yakni penjumlahan dan perkalian $(M, +, \cdot)$ dikatakan ring dengan pembagi nol (*ring with zero divisors*) jika terdapat dua elemen yang tidak sama dengan nol akan tetapi ketika dikalikan akan sama dengan nol, dapat disimbolkan bahwa $(R, +, \cdot)$ disebut mempunyai pembagi nol jika ada sebarang a, b anggota R dimana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ sedemikian sehingga $a * b = 0$. Adapun sebaliknya ring dikatakan tanpa memuat pembagi nol (*TPN*) jika terdapat dua elemen yang tidak sama dengan nol dan ketika

dikalikan juga tidak sama dengan nol atau bisa juga dikatakan bahwa suatu ring disebut tanpa pembagi nol (*ring without zero divisors*) jika $a * b = 0$ selalu diperoleh jika $a = 0$, $b = 0$. Karena permasalahan tentang pembagi nol (*zero divisors*) pada ring cukup penting untuk kita ketahui ketahu maka dalam skripsi ini penulis tertarik untuk mengkaji lebih dalam mengenai pembagi nol (*zero divisors*) yang diterapkan pada ring matrik dengan unsur modulo karena pada ring matrik dengan unsur modulo belum tentu terdapat pembagi nol (*zero divisors*) nya. Berdasarkan latar belakang tersebut maka dalam skripsi ini penulis akan mengangkat tema **“Pembagi Nol (*zero divisors*) Pada Ring Matrik $n \times n$ ”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah :

1. Apakah matrik dengan entri modulo bilangan bulat secara umum terbukti memenuhi sifat- sifat ring ?
2. Bagaimana bentuk pembagi nol (*zero divisors*) pada ring matrik 2×2 Sampai 3×3 ?
3. Bagaimana sifat-sifat pembagi nol (*zero divisors*) ring matrik 2×2 sampai 3×3 ?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam skripsi ini adalah :

1. Ring matrik yang digunakan adalah ring dengan unsur himpunan modulo

bilangan bulat.

2. Operasi yang digunakan adalah penjumlahan dan perkalian yakni

$(M, *, \cdot)$

3. Ordo matrik yang digunakan adalah sampai dengan ordo 3×3

1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan penulisan skripsi ini adalah :

1. Untuk membuktikan bahwa matrik dengan entri modulo bilangan bulat secara umum memenuhi sifat- sifat ring .
2. Untuk mengetahui bentuk pembagi nol (*zero devisors*) pada ring matrik 2×2 sampai 3×3 .
3. Untuk mengetahui sifat-sifat pada pembagi nol (*zero devisors*) pada ring Matrik 2×2 sampai 3×3 .

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Bagi penulis
 - a. Dapat menambah wawasan bagi penulis untuk mengetahui lebih dalam mengenai teori-teori dalam bidang aljabar.
 - b. Dapat memperoleh pengetahuan baru untuk mengidentifikasi suatu matrik yang memenuhi syarat- syarat ring.
 - c. Dapat memperoleh pengetahuan baru tentang pembagi nol (*zero devisors*) pada ring matrik.

- d. Dapat mengetahui sifat–sifat pembagi nol (*zero divisors*) pada ring matrik.
- b . Bagi pembaca
- a. Dapat menambah khazanah keilmuan dan memperdalam pengetahuan dan wawasan baru dalam bidang aljabar
 - b. Dapat menjadi referensi untuk keperluan mengembangkan penelitian lebih lanjut.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam skripsi ini adalah studi riteratur atau studi pustaka. Studi riteratur merupakan penelaah sumber pustaka yang relevan dengan penelitian ini dengan bantuan bermacam - macam sumber yang terdapat di perpustakaan seperti buku - buku, artikel , jurnal dan lain - lain dengan tanpa melakukan penelitian lapangan. Adapun riteratur utama yang dipakai sebagai referensi adalah buku modern algebra karangan M.D Raisinghanian dan R.S Aggarwal, struktur algebra karangan David S. Dummit dan Richard M.Foote. Sedangkan sebagai literatur pendampingnya adalah buku, jurnal, artikel yang dapat mengantarkan kepada tujuan pembahasan yang ditetapkan.

Dalam skripsi ini pertama dipelajari tentang definisi dan teorema tentang ring yang merupakan landasan utama yang ada dalam pembahasan nanti kemudian mengoperasikan matrik 2×2 sampai 3×3 dengan sifat–sifat ring

serta mencari pembagi nol-nya. Selanjut nya dalam analisis data tersebut penulis melakukan penjabarkan langkah-langkah secara rinci sebagai berikut:

- a. menentukan jenis ring yang akan diteliti yakni dengan menggunakan ring matrik .
- b. menentukan entri matrik yang digunakan yakni matrik dengan entri himpunan modulo $-n$.
- c. membuktikan bahwa matrik dengan operasi penjumlahan dan perkalian $(M, *, \cdot)$ adalah memenuhi syarat-syarat ring.
- d. mencari kemungkinan-kemungkinan matrik yang menjadi anggota dari $M_{2 \times 2}$ sampai dengan $M_{3 \times 3}$.
- e. meneliti kemungkinan-kemungkinan matrik dari $M_{2 \times 2}$ sampai dengan $M_{3 \times 3}$ untuk menemukan matrik-matrik yang mempunyai pembagi nol (*zero divisors*).
- f. mengelompokan matrik $M_{2 \times 2}$ sampai dengan $M_{3 \times 3}$ yang mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) dari ring matrik $M_{2 \times 2}$ sampai dengan $M_{3 \times 3}$.
- g. mencari irisan-irisan dari $M_{2 \times 2}$ sampai dengan $M_{3 \times 3}$ yang mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) tersebut.
- g. membuat perumusan baru untuk menemukan sifat-sifat tentang pembagi nol (*zero divisors*) pada ring matrik

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB 1 : PENDAHULUAN

Pada bab 1 ini diharapkan mampu memberikan gambaran terhadap isi skripsi agar pembaca mengetahui apa yang dimaksud dalam pembahasan. Bab ini memiliki beberapa pokok sub bahasan yakni meliputi : latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian , manfaat penelitian metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB 11 : KAJIAN TEORI

Pada bab ini penulis menjelaskan beberapa teori yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dikaji dalam pembahasan. Diantara teori-teori yang berhubungan meliputi grup, ring , karakteritik ring , macam-macam ring , ring dengan pembagi nol, ring tanpa pembagi nol, definisi matrik , macam-macam matrik , operasi pada matrik , ring matrik.

BAB 111 : PEMBAHASAN

Dalam bab ini penulis akan menjelaskan pembagi nol (*zero divisors*) dari ring matrik $n \times n$ serta menentukan sifat-sifat tentang pembagi nol (*zero divisors*) pada ring matrik $n \times n$.

BAB 1V : PENUTUP

Pada bab ini penulis memberikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan juga dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Grup

Menurut Raisinghania dan aggarwal (1980: 31) Grup adalah struktur aljabar yang mempunyai satu operasi biner yang harus memenuhi empat aksioma. Misalkan $(G, *)$ adalah grup maka dia harus memenuhi empat aksioma, antara lain: tertutup, memenuhi hukum asosiatif, memiliki elemen identitas dan setiap elemennya mempunyai invers.

Definisi 1 :

Menurut Raisinghania dan aggarwal (1980: 31) suatu grup $(G, *)$ adalah suatu himpunan G dengan suatu operasi biner $*$ yang memenuhi aksioma- aksioma berikut:

- a. Tertutup terhadap operasi $*$ yaitu : $a * b \in G$, untuk setiap $a, b \in G$.
- b. Untuk setiap $a, b, c \in G$ maka $(a * b) * c = a * (b * c)$. operasi $*$ bersifat asosiatif di G .
- c. Setiap unsur di G mempunyai invers terhadap operasi $*$.

untuk setiap $a \in G$ ada $a^{-1} \in G$ yang disebut sebagai invers dari a , sehingga

$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$. dimana e adalah unsur identitas.

Contoh:

Tunjukkan bahwa sistem matematika $(Z, +)$ dengan Z merupakan bilangan bulat dan $(+)$ didefinisikan sebagai operasi penjumlahan adalah grup.

Bukti:

(1) Ambil sebarang $a, b \in Z$ maka $a * b \in Z$

Jadi Z bersifat tertutup terhadap operasi $*$

(2) Ambil sebarang $a, b, c \in Z$ maka $a * (b * c) = (a * b) * c$

Jadi operasi $*$ pada Z bersifat asosiatif

(3) Misal r adalah elemen identitas, untuk setiap $a \in Z$ maka

$$a * r = a \quad \text{dan} \quad r * a = a$$

$$r = a - a \quad r = a - a$$

$$r = 0 \quad r = 0$$

jadi elemen identitas nya adalah 0.

(4) Misal g adalah invers dari a atau $a^{-1} = g$, untuk setiap $a \in Z$

maka

$$a * g = 0 \quad \text{dan} \quad g * a = 0$$

$$g = 0 - a \quad g = 0 - a$$

$$g = -a \quad g = -a$$

jadi invers dari a adalah $-a$

dari 1, 2, 3 dan 4 terbukti $(Z, *)$ adalah grup.

2.2 Ring

Definisi 2 :

Menurut Raisinghania dan Aggarwal (1980: 313) Ring adalah struktur yang terdiri dari himpunan tidak kosong yang dikenai dua operasi biner dengan dilambangkan $(R, *, \cdot)$ yakni operasi pertama dilambangkan dengan $(*)$ dan operasi kedua dilambangkan dengan (\cdot) yang kedua-duanya memenuhi aksioma berikut:

- a. $(R, *)$ adalah grup abelian
- b. Operasi \cdot tertutup di R
- c. Operasi \cdot bersifat asosiatif di R
- d. Operasi \cdot bersifat distributif terhadap operasi $*$ di R baik distributif kiri maupun distributif kanan.

Definisi 3 :

Suatu himpunan R dengan dua operasi (disimbolkan dengan $*$ dan \cdot) dinamakan Ring menurut Dummit & M.foot (1991: 225) apabila :

1. $(R, *)$ merupakan grup abelian/ grup yang bersifat komutatif
2. (R, \cdot) bersifat
 - a. Tertutup
 - b. Asosiatif $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, untuk setiap $a, b, c \in R$
3. Operasi (\cdot) bersifat distributif terhadap $+$ di R untuk setiap $a, b, c \in R$
 - a. Distribusi kiri yaitu $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 - b. Distribusi kanan yaitu $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ untuk setiap $a, b, c \in R$

Contoh :

Selidiki apakah $(Z, *, \cdot)$ dengan Z bilangan bulat adalah merupakan ring?

Jawab :

i. $(Z, *)$ grup abelian karena

i. Ambil $a, b \in Z$ maka $a * b \in Z$. Jadi Z tertutup terhadap operasi penjumlahan $(*)$.

ii. Ambil $a, b, c \in Z$ maka $(a * b) * c = a * (b * c)$
jadi operasi penjumlahan $(*)$ bersifat asosiatif di Z

iii. $\exists 0 \in Z$ sehingga $a * 0 = 0 * a = a$ untuk setiap $a \in Z$
jadi 0 adalah identitas penjumlahan

iv. untuk masing-masing $a \in Z$ ada $(-a) \in Z$ sehingga

$$a * (-a) = (-a) * a = 0$$

jadi invers dari a adalah $-a$

v. operasi $*$ bersifat komutatif di Z

untuk setiap $a, b \in Z$ berlaku $a * b = b * a$

ii. Operasi \bullet bersifat asosiatif di Z

$$(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in Z$$

iii. Operasi \bullet bersifat distributif terhadap $+$

$$(a * b) \bullet c = (a \bullet c) * (b \bullet c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in Z$$

$$a \bullet (b * c) = (a \bullet b) * (a \bullet c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in Z$$

2.3 Karakteristik Ring

Definisi 4:

Misalkan R adalah ring, jika untuk setiap $a \in R$ ada bilangan bulat positif terkecil n sedemikian sehingga $n \cdot a = 0$, maka dikatakan ring R mempunyai karakteristik n . jika tidak ada n yang demikian dikatakan ring R mempunyai karakteristik nol atau tak berhingga. (Raisinghania, 1980 : 330).

Contoh :

$M_7 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ dengan penjumlahan dan perkalian modulo 7 merupakan ring. Jadi ring M_7 mempunyai karakteristik 7.

2.4 Macam – macam Ring

a. Ring Komutatif (RK)

Definisi 5 :

Suatu Ring $(R, *, \cdot)$ disebut *ring komutatif* (RK) jika dan hanya jika operasi kedua (\cdot) bersifat komutatif di R .

(Raisinghania & Aggarwal, 1980 : 314)

b. Ring Satuan (RS)

Definisi 6 :

Suatu Ring $(R, *, \cdot)$ disebut *Ring dengan elemen satuan* (RS) jika dan hanya jika R punya elemen identitas terhadap operasi kedua (\cdot) .

(Raisinghania & Aggarwal, 1980 : 314).

c. Ring Komutatif dengan Elemen Satuan (RKS)

Definisi 7 :

Suatu ring $(R, *, \bullet)$ disebut *ring komutatif dengan elemen satuan (RKS)* jika dan hanya jika operasi kedua bersifat komutatif dan R punya elemen identitas terhadap operasi kedua, dengan kata lain merupakan ring komutatif (RK) sekaligus ring dengan elemen satuan (RS).

(Raisinghania & Aggarwal, 1980 :314).

Contoh :

Selidiki apakah $(R, *, \bullet)$ dengan R bilangan real adalah merupakan ring dengan unsur satuan ?

Jawab :

a. $(R, *)$ adalah grup abelian karena

1. Ambil $a, b \in R$ maka $a * b \in R$. jadi R tertutup terhadap operasi penjumlahan.

2. Ambil $a, b, c \in R$ maka $(a * b) * c = a * (b * c)$

Jadi operasi penjumlahan bersifat asosiatif di R .

3. $\exists 0 \in R$ sehingga $a * 0 = 0 * a = a$ untuk setiap $a \in R$

Jadi 0 adalah identitas penjumlahan.

4. Untuk masing-masing $a \in R$ ada $(-a) \in R$, sehingga $a * (-a) = (-a) * a = 0$

Jadi invers dari a adalah $-a$

5. Operasi $*$ bersifat komutatif di R

Untuk setiap $a, b \in R$ berlaku $a * b = b * a$

b. Operasi \bullet bersifat asosiatif di R

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in R$$

c. Operasi \cdot bersifat distributive terhadap $*$

$$(a * b) \cdot c = (a \cdot c) * (b \cdot c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in R$$

$$a \cdot (b * c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) \text{ untuk setiap } a, b, c \in R$$

d. Memuat unsur satuan

misalkan $a \in R$ sehingga

$$a \cdot b = b \cdot a = a$$

maka unsur satuannya 1

untuk selanjutnya $a \cdot b$ akan ditulis ab saja.

Jadi $(R, *, \cdot)$ merupakan ring satuan.

2.5 Ring Tanpa Pembagi Nol dan Ring Dengan Pembagi Nol

a. Ring Tanpa Pembagi Nol (*Ring Without Zero Divisors*)

Definisi 8 :

Misal Ring $(R, *, \cdot)$ adalah *Ring komutatif dengan elemen satuan (RKS)*

Ring $(R, *, \cdot)$ disebut sebagai ring tanpa memuat pembagi nol (*TPN*) jika ada sebarang $a, b \in R$ dimana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ sedemikian sehingga $a \cdot b = 0$

(Raisinghania & Aggarwal, 1980 :314).

Definisi 2:

Misal $(R, *, \cdot)$ adalah ring tanpa pembagi nol (*ring with zero divisors*) jika dan hanya jika kanselasi berlaku pada ring tersebut .

Bukti :

Misal $(R, *, \cdot)$ adalah ring tanpa pembagi nol dan misal $a, b, c \in R$ sedemikian sehingga $a \neq I$ dan $(a \cdot b) = (a \cdot c)$ berakibat $b = c$

Maka $a \neq I$ dan $(a \cdot b) = (a \cdot c)$

$$a \neq I \text{ dan } (a \cdot b) * (a \cdot c)^{-1} = I$$

$$a \neq I \text{ dan } (a \cdot b) * (a \cdot c^{-1}) = I$$

$$a \neq I \text{ dan } a * (b * c^{-1}) = I$$

$$a \neq I \text{ dan } (b * c^{-1}) = I$$

berakibat $b = c$

jadi kanselasi kiri dipenuhi pada ring tersebut.

Demikian pula misal $a \neq I$ dan $(b \cdot a) = (c \cdot a)$ berakibat $b = c$

Maka $a \neq I$ dan $(b \cdot a) = (c \cdot a)$

$$a \neq I \text{ dan } (b \cdot a) * (c \cdot a)^{-1} = I$$

$$a \neq I \text{ dan } (b \cdot a) * (c^{-1} \cdot a) = I$$

$$a \neq I \text{ dan } (b * c^{-1}) \cdot a = I$$

$$a \neq I \text{ dan } (b * c^{-1}) = I$$

berakibat $b = c$

jadi $(R, *, \cdot)$ adalah ring tanpa pembagi nol (*TPN*). (Pinter, 1990 :5)

Contoh :

Diketahui $(Z_3, *, \bullet)$ adalah ring komutatif. tunjukan bahwa $(Z_3, *, \bullet)$ merupakan ring *TPN*.

Jawab :

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Dari tabel diatas $a \bullet b = 0$ selalu diperoleh jika $a = 0$ $b = 0$ dimana 0 adalah identitas operasi pertama (operasi $*$). Jadi $(Z_3, *, \bullet)$ adalah ring komutatif *TPN*.

Definisi 3:

Misalkan $(R, *, \bullet)$ adalah ring komutatif, maka $(R, *, \bullet)$ disebut integral domain jika

TPN yakni jika $a \bullet b$ selalu diperoleh $a = 0$, $b = 0$

(0 = identitas operasi pertama) (Pinter, 1990 :173).

b. Ring Dengan Pembagi Nol (Ring With Zero Divisors)

Definisi 9 :

Suatu Ring komutatif $(R, *, \cdot)$ disebut mempunyai pembagi nol apabila ada sebarang $a, b \in R$ dimana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ sedemikian sehingga $a \cdot b = 0$ ($0 =$ identitas operasi pertama). (Pinter ,1990:173).

Definisi 10 :

Bila $(R, * , \cdot)$ adalah ring komutatif, suatu elemen yang bukan nol $a \in R$ disebut pembagi nol (*zero divisors*) bila ada elemen yang bukan nol $b \in R$ sedemikian sehingga $a \cdot b = 0$. (Durbin , 1990 :116)

Definisi 11 :

Pada setiap ring, elemen tidak nol a dinamakan pembagi nol jika terdapat elemen tidak nol b sedemikian sehingga perkalian ab atau ba sama dengan nol.

Kita harus hati-hati dengan istilah ring tanpa pembagi nol (*ring with not zero divisor*) karena hal ini mempunyai makna “jika perkalian dua elemen pada ring adalah sama dengan nol maka salah satu nya adalah nol “.

Contoh :

$(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, * , \cdot)$ adalah ring, dengan $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \}$.

Selanjut nya identitas operasi $*$ adalah 0.

Ambil dua unsur yaitu 2 dan 3 (keduanya $\neq 0$) tetapi kalau dikalikan hasilnya 0.

Ini berarti kita dapat menemukan dua unsur tidak nol tetapi kalau dikalikan sama dengan nol. Maka $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, * , \cdot)$ adalah Ring dengan pembagi nol.

Definisi 12:

Misalkan $(R, *, \cdot)$ ring. jika a dan b keduanya elemen tidak nol di R sehingga $ab = 0$. maka a dan b dinamakan pembagi nol.

(Raisinghania & Aggarwal, 1980 : 314).

Contoh :

Dalam ring $(Z_6, *, \cdot)$ ring. elemen 2 dan 3 merupakan pembagi nol sebab $2 \cdot 3 = 0$. Pembagi nol lainnya adalah 4 sebab $3 \cdot 4 = 0$

Contoh:

Diketahui $(Z_8, *, \cdot)$ adalah ring komutatif, maka tunjukkan bahwa $(Z_8, *, \cdot)$ merupakan ring dengan pembagi nol (*ring with zero divisors*)

Jawab :

$Z_8 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$ dimana $Z_8 \in Z^+$

X	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

Dari tabel diatas diketahui bahwa diketahui bahwa terdapat unsur tidak nol akan tetapi ketika dikalikan menghasilkan nol.jadi $(Z_8, *, \cdot)$ adalah ring dengan pembagi nol (*ring with zero devisors*).

Contoh:

Misalkan $(Z_{20}, *, \cdot)$ merupakan ring himpunan bilangan bulat modulo 20 tentukan pembagi nol dan unit-unit dari Z_{20} tersebut.

Jawab :

$$Z_{20} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$$

Akan dicari pembagi nol dari unit-unit dari Z_{20} tersebut.

$$2 \text{ pembagi nol karena } \exists 10 \neq 0 \ni 2 \cdot 10 = 20 = 0$$

$$4 \text{ pembagi nol karena } \exists 5 \neq 0 \ni 4 \cdot 5 = 20 = 0$$

$$5 \text{ pembagi nol karena } \exists 4 \neq 0 \ni 5 \cdot 4 = 20 = 0$$

$$6 \text{ pembagi nol karena } \exists 10 \neq 0 \ni 6 \cdot 10 = 60 = 0$$

$$8 \text{ pembagi nol karena } \exists 5 \neq 0 \ni 8 \cdot 5 = 40 = 0$$

$$10 \text{ pembagi nol karena } \exists 2 \neq 0 \ni 10 \cdot 2 = 20 = 0$$

$$12 \text{ pembagi nol karena } \exists 5 \neq 0 \ni 12 \cdot 5 = 60 = 0$$

$$14 \text{ pembagi nol karena } \exists 10 \neq 0 \ni 14 \cdot 10 = 140 = 0$$

$$15 \text{ pembagi nol karena } \exists 4 \neq 0 \ni 15 \cdot 4 = 60 = 0$$

$$16 \text{ pembagi nol karena } \exists 5 \neq 0 \ni 16 \cdot 5 = 80 = 0$$

$$18 \text{ pembagi nol karena } \exists 10 \neq 0 \ni 18 \cdot 10 = 180 = 0$$

Jadi unit dari modulo Z_{20} adalah 1,3,5,7,9,11,13,17,19

Bukti :

$$1 \text{ unit karena } \exists 1 \ni 1 \cdot 1 = 1$$

$$3 \text{ unit karena } \exists 3 \ni 3 \cdot 7 = 21 = 1$$

$$7 \text{ unit karena } \exists 7 \ni 7 \cdot 3 = 21 = 1$$

$$9 \text{ unit karena } \exists 9 \ni 9 \cdot 9 = 81 = 1$$

$$11 \text{ unit karena } \exists 11 \ni 11 \cdot 11 = 121 = 1$$

$$13 \text{ unit karena } \exists 13 \ni 13 \cdot 17 = 221 = 1$$

$$17 \text{ unit karena } \exists 13 \ni 13 \cdot 17 = 221 = 1$$

$$19 \text{ unit karena } \exists 19 \ni 19 \cdot 19 = 361 = 1.$$

2.6 Matrik

2.6.1 Definisi Matrik

Matrik adalah sekumpulan bilangan real atau kompleks yang disusun menurut baris dan kolom sehingga membentuk jajaran persegi panjang dan disajikan dalam tanda kurung atau kurung siku-siku dan bilangan-bilangan dalam susunan itu disebut anggotanya. (Wikaria , 2005 :1)

Ukuran matrik diberikan oleh jumlah baris (garis horisontal)dan kolom (garis vertikal) yang dikandungnya. Misalnya matrik yang mempunyai bentuk tiga baris dan dua kolom,sehingga ukuran nya adalah 3 kali 2. Dalam suatu uraian ukuran angka pertama selalu menyatakan jumlah baris dan angka kedua menyatakan jumlah kolom.

2.6.2 Macam-macam Matriks

1. Matriks bujur sangkar

Matrik bujur sangkar adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom. (Stroud,1996 : 364).

Contoh:
$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \\ 4 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Matrik segitiga bawah

Matrik segitiga bawah adalah matrik bujur sangkar yang semua unsur diatas diagonal utamanya nol. (Wikaria , 2005 : 8)

Contoh:
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Matrik segitiga atas

Matrik segitiga atas adalah matrik bujur sangkar yang semua unsur dibawah diagonal utama nya nol. (Wikaria , 2005 :7)

Contoh:
$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.6.3 Operasi Dasar Matrik

a. Penjumlahan Matriks

Definisi 13:

Jika A dan B adalah sebarang dua matrik yang ukuran nya sama, maka jumlah

$A + B$ adalah matrik yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang bersesuaian dalam kedua matrik tersebut. Adapun syarat penjumlahan dua matrik adalah mempunyai ordo yang sama. (Anton, 1997 : 23).

Contoh:

$$A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } C_{2 \times 3} &= \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 7 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 13 & 11 \\ 9 & 12 & 6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

b. Perkalian Matrik

Definisi 14:

Jika A adalah matrik berukuran $m \times k$ dan B adalah matrik berukuran $n \times k$ maka

$$A \cdot B = A_{m \times k} \times B_{k \times n} = AB_{m \times n}. \text{ (Wikaria, 2005 : 13).}$$

Adapun syarat-syarat perkalian matrik adalah

1. Setiap baris pada matriks pertama harus dikalikan pada setiap kolom pada matrik kedua
2. Banyaknya kolom pada matrik pertama harus sama dengan banyak nya baris pada matrik kedua.

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 4.2 + 2.4 + 5.6 & 4.3 + 2.5 + 5.1 \\ 3.2 + 0.4 + 6.1 & 3.3 + 0.5 + 1.1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 46 & 77 \\ 12 & 10 \end{bmatrix}$$

2.7 Ring Matrik

Diberikan R adalah sebarang matrik, akan kita berikan definisi ring R_n pada matrik $n \times n$ dengan elemen di R .

Elemen R_n adalah tersusun dalam bentuk matrik sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

kita definisikan penjumlahan matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} + b_{n1} & a_{n2} + b_{n2} & \dots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix}$$

adapun untuk perkalian matrik kita definisikan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum a_{1k} b_{k1} & \sum a_{1k} b_{k2} & \dots & \sum a_{1k} b_{kn} \\ \sum a_{2k} b_{k1} & \sum a_{2k} b_{k2} & \dots & \sum a_{2k} b_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum a_{nk} b_{k1} & \sum a_{nk} b_{k2} & \dots & \sum a_{nk} b_{kn} \end{bmatrix}$$

Sebagai contoh pada ring $M_3(\mathbb{Z})$ adalah ring bilangan bulat yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -25 & 8 \\ 3 & 11 & -1 \\ 12 & 43 & 9 \end{bmatrix}$$

Dari banyak literatur disebutkan bahwa perkalian matrik bersifat bersifat asosiatif dan juga bersifat distributif sehingga dapat dikatakan bahwa R_n adalah ring. (Nathan, 1991 : 93).

Misalkan M adalah himpunan semua matrik bujur sangkar berordo 2 dan setiap elemen matrik itu bilangan bulat yaitu : $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \text{ adalah bilangan bulat} \right\}$, maka M dengan operasi penjumlahan dan perkalian matrik suatu ring dengan elemen kesatuan. coba tunjukkan bahwa semua sarat ring dipenuhi, karena perkalian matrik tidak bersifat komutatif maka M tersebut bukan ring komutatif, maka M

tersebut bukan ring komutatif, elemen kesatuan dari M adalah $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Demikian pula jika N adalah himpunan semua matrik bujur sangkar berordo 3 dan setiap elemen matrik itu bilangan rasional maka N terhadap penjumlahan dan perkalian matrik adalah suatu ring dengan elemen kesatuan dan ring N ini bukan ring komutatif.

Selanjut nya secara umum apabila R adalah himpunan semua bujur sangkar berordo n dan setiap elemen matrik itu bilangan real maka terhadap penjumlahan dan perkalian matrik merupakan suatu ring dengan elemen kesatuan. gelanggang R ini juga bukan merupakan ring komutatif. (Soebagio, sukirman.1995 : 85)

2.8 Tafsir Surat Al-Baqarah Ayat 190

وَقَاتِلُوا فِي سَبِيلِ اللَّهِ الَّذِينَ يُقَاتِلُونَكُمْ وَلَا تَعْتَدُوا إِنَّ اللَّهَ لَا يُحِبُّ الْمُعْتَدِينَ



Artinya: “Dan perangilah di jalan Allah orang-orang yang memerangi kalian (tetapi) janganlah kalian melampaui batas karena sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas”.

Penjelasan kata :

سَبِيلِ اللَّهِ : Jalan yang mengantarkan kepada keridhaan Allah ,yaitu

Islam yang maksud nya adalah meninggikan kalimat Allah.

الَّذِينَ يُقَاتِلُونَكُمْ : yaitu orang-orang musrik yang memulai peperangan

terhadap kalian

وَلَا تَعْتَدُوا^ع : Janganlah kalian melampaui batas sehingga kalian membunuh wanita, anak – anak , dan orang–orang yang tidak ikut berperang
(Al-Jairi , Abu Bakar 2006 : 307)

Dalam tafsir As- sa'di dijelaskan bahwa ayat ini mengandung perintah untuk berperang jalan Allah dimana sebelum nya mereka diperintahkan untuk menahan diri , dan mengkhususkan perang (*fi sabilillah*) adalah sebuah anjuran untuk berikhlas dan larangan untuk saling berperang dalam fitnah antara kaum muslimin. (*alladzina yuqaatilu nakum*) yaitu orang–orang yang bersiap untuk memerangi kalian dan mereka itulah orang–orang yang telah baligh dari kaum laki–laki yang bukan orang tua yang tidak didengar perkataan mereka dan tidak ikut berperang.

Adapun larangan dari tindakan melampaui batas meliputi segala macam bentuk membunuh orang yang tidak ikut berperang seperti wanita, orang gila anak–anak, para pendeta dan juga memotong–motong mayat , membunuh hewan – hewan , memotong pepohonan yang bukan untuk kemaslahatan untuk kaum muslimin dan juga yang termasuk melempai batas adalah memerangi orang yang membayar *jizyah* apabila mereka telah membayar nya.(Asy-Syanqithi,2006 : 288).

Menurut golongan salaf mengatakan bahwa yang dimaksud dengan firmanNya (*alladzina yuqatilunakum*) yakni orang-orang yang memerangi kamu tidak termasuk kaum wanita, anak-anak, para rahib dan serupa nya. Mereka menyatakan bahwa hukum ayat ini tetap berlaku dan tidak dihapus. Pengertian “ tidak melampaui batas “ menurut pengusung pendapat pertama adalah: memerangi orang-orang yang memerangi yaitu orang-orang yang memerangi yaitu golongan kafir. Sedangkan menurut pengusung pendapat kedua bahwa maksud nya adalah: berlebihan dalam memerangi orang-orang yang berhak diperangi hingga memerangi orang – orang yang tidak berhak diperangi.

Menurut para ulama dalam ayat diatas terdapat tiga penafsiran yaitu *pertama* , maksud dari orang-orang yang memerangi kalian adalah musuh yang mempunyai kemampuan berperang sehingga wanita, anak kecil, orang tua yang lemah , dan orang tua yang lemah dan ahli ibadah yang hanya beribadah di tempat ibadah saja, orang-orang yang telah mengadakan perdamaian dengan kamu tidak termasuk orang-orang yang harus diperangi. *kedua* ayat ini telah *dinasakh* dengan *ayat saif* (ayat- ayat yang memerintahkan untuk memerangi mereka), dalam ayat ini dijelaskan perintah untuk memerangi mereka semua.*ketiga* maksud ayat ini adalah memberikan motifasi kepada kaum muslimin untuk berani memerangi orang-orang kafir. (Asy-Syanqithi,2006 : 288).

Disebutkan di dalam tafsir fatkhul qadir Abu ja'far mengatakan bahwa para mufassir berselisih pendapat tentang penakwilan ayat ini. Sebagian mereka mengatakan bahwa ayat ini adalah ayat pertama yang memerintahkan umat Islam agar memerangi orang-orang kafir musrik. Dalam ayat ini mereka mengatakan bahwa umat Islam diperintahkan untuk memerangi orang kafir musrik yang memerangi mereka dan membiarkan orang-orang yang tidak memerangi mereka.

Sedangkan Ibnu Zaid berkata bahwa sebagian mereka mengatakan bahwa ayat ini tidak dihapuskan dan tetap menjadi perintah Allah kepada umat Islam agar memerangi orang-orang kafir. Adapun sikap melampaui batas yang dilarang Allah adalah membunuh kaum wanita, anak-anak dan orang lemah. Mereka mengatakan : “tidak ada satu hukum pun yang dihapuskan dalam ayat ini”.

Abu ja'far berkata bahwa yang paling tepat adalah pendapat Umar bin Abdul Aziz yakni intinya adalah “ Janganlah engkau memerangi orang yang tidak memerangi orang yang tidak memerangi kamu, yaitu kaum wanita , anak-anak dan para pendeta. Abu ja'far berkata paling tepat karena dakwaan orang yang mengatakan ayat ini dihapuskan tanpa dalil yang benar adalah sikap sewenang-wenang dan siapapun dapat bersikap demikian.

Jika demikian maka penakwilan ayat ini adalah : Perangilah wahai orang-orang yang beriman di jalan Allah, dan jalan Allah adalah metode yang dijelaskan – Nya serta agama yang disyariatkan-Nya. Allah berfirman kepada mereka: perangilah

dalam ketaatan-Ku dan mengikuti agama-Ku yang telah Aku ajarkan kepada kalian dan serulah orang yang berpaling darinya sehingga ia kembali pada ketaatan-Ku atau memberikan upeti kepada kalian sebagai bentuk ketundukan jika mereka dari ahli kitab. Dan Allah memerintahkan kepada mereka agar memerangi orang-orang yang memerangi mereka dan membiarkan kaum wanita dan keluarga mereka, karena sesungguhnya mereka akan menjadi harta rampasan jika beroleh kemenangan. Demikian makna ayat tersebut karena Allah memperbolehkan untuk tidak memerangi orang kafir yang tidak ikut perang dan ahli kitab yang mau membayar upeti. Jadi ayat diatas artinya : janganlah kalian membunuh anak kecil , kaum wanita , dan orang yang memberikan upeti kepada kalian dari ahli kitab dan majusi karena sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas, yaitu orang-orang yang memerangi mereka yang diharamkan untuk memerangi nya, yaitu kaum wanita dan anak-anak (Asy- Syaukani , 2008 :740).

Makna umum yang terdapat dari kandungan surat Al-Baqarah diatas adalah menjelaskan bahwa orang mu'min harus berjuang untuk mendapatkan kemenangan melawan orang-orang kafir akan tetapi cara mereka untuk meraih kemenangan tersebut dengan mematuhi aturan-aturan dalam medan perang.

Apabila kita pahami dan kita analisa dari tafsiran surat Al-Baqarah ayat 190 diatas di dalam nya terdapat hubungan dengan konsep matematika mengenai ring yakni dilihat dari kalimat “ seorang mu,min harus berjuang untuk mendapatkan kemenangan dengan mematuhi aturan-aturan dalam medan perang isa disimbolkan

dengan $(R, *, \bullet)$ dimana R merupakan himpunan tak kosong nya(kaum mu'minin) dan $(*)$ sebagai operasi pertama nya yaitu berjuang dalam peperangan dan (\bullet) sebagai operasi kedua yaitu mematuhi aturan dalam medan perang.



BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Sifat–Sifat Ring Matrik

Pada bab ini pertama akan dijelaskan pembuktian matrik yang memenuhi sifat–sifat ring . Dalam pembahasan skripsi ini penulis memulai dari $M_{2 \times 2}$ sampai $M_{3 \times 3}$ dengan entri modulo bilangan bulat.

3.1.1 Pembuktian Ring Matrik Dengan Entri Modulo Bilangan Bulat

1. $M_{2 \times 2}$

Diberikan $(M_{2 \times 2}, *, \bullet)$

$$M_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ dimana } a, b, c, d \in \mathbb{Z}_2$$

akan dibuktikan bahwa matrik tersebut memenuhi syarat–syarat ring.

a. $M_{2 \times 2}$ tertutup terhadap operasi penjumlahan ($*$)

Diberikan $a, b \in M_{2 \times 2}$

ambil $a, b \in M_{2 \times 2}$ maka $a * b \in M_{2 \times 2}$

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}, \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$$

dengan $a, b, c, d \in \mathbb{Z}_2$ dan $p, q, r, s \in \mathbb{Z}_2$

$$\text{maka } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p & b * q \\ c * r & d * s \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$$

jadi $M_{2 \times 2}$ tertutup terhadap operasi penjumlahan (*).

b. $M_{2 \times 2}$ bersifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan (*)

$$\text{Ambil } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \right\} * \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p * t & q * u \\ r * v & s * w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p & b * q \\ c * r & d * s \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a * p * t & b * q * u \\ c * r * v & d * s * w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p * t & b * q * u \\ c * r * v & d * s * w \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{2 \times 2}$ bersifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan (*).

c. $M_{2 \times 2}$ mempunyai unsur identitas terhadap operasi penjumlahan (*)

Diberikan $a \in M_{2 \times 2}$

$$a * I = I * a = a \text{ untuk setiap } a \in M_{2 \times 2}$$

$$a * I \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$I * a \rightarrow I * \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\text{Jadi } I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{2 \times 2}$ mempunyai identitas operasi penjumlahan (*).

d. $M_{2 \times 2}$ mempunyai invers terhadap operasi penjumlahan (*)

Diberikan $a \in M_{2 \times 2}$

untuk masing-masing $a \in M_{2 \times 2}$ ada $(a^{-1}) \in M_{2 \times 2}$

sehingga $a * (a^{-1}) = (a^{-1}) * a = 0$

$$a * (a^{-1}) \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{misalkan } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$\text{jadi } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 - a & 2 - b \\ 2 - c & 2 - d \end{bmatrix}$$

e. $M_{2 \times 2}$ bersifat komutatif terhadap operasi penjumlahan (*)

Diberikan $a, b \in M_{2 \times 2}$ Untuk setiap $a, b \in M_{2 \times 2}$

berlaku $a * b = b * a$

$$a * b \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p & b * q \\ c * r & d * s \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 \\ \alpha 3 & \alpha 4 \end{bmatrix}$$

$$b * a \rightarrow \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p * a & q * b \\ r * c & s * d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 \\ \alpha 3 & \alpha 4 \end{bmatrix}$$

jadi Jadi $M_{2 \times 2}$ bersifat komutatif terhadap operasi penjumlahan (*)

f. $M_{2 \times 2}$ bersifat tertutup terhadap operasi perkalian (\bullet)

Diberikan $a, b \in M_{2 \times 2}$

ambil $a, b \in M_{2 \times 2}$ maka $a \bullet b \in M_{2 \times 2}$

sehingga $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$ dan $\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$

$$\begin{aligned} \text{maka } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} ap * br & aq * bs \\ cp * dr & cq * ds \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 \\ \alpha 3 & \alpha 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi $M_{2 \times 2}$ bersifat tertutup terhadap operasi perkalian (\bullet)

g. $M_{2 \times 2}$ bersifat asosiatif terhadap operasi perkalian (\bullet)

Ambil $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \right\} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ap * br & aq * bs \\ cp * dr & cq * ds \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap * br & aq * bs \\ cp * dr & cq * ds \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 \\ \alpha 3 & \alpha 4 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 \\ \alpha 3 & \alpha 4 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{2 \times 2}$ bersifat asosiatif terhadap operasi perkalian (\bullet)

h. $M_{2 \times 2}$ pada operasi (\bullet) bersifat distributif terhadap operasi $(*)$

$$\text{ambil } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}$$

$$\begin{aligned} \text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \right\} &= \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \right\} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \right\} * \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\} * \left\{ \begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} at & bu \\ cv & dw \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} ap & bq \\ cr & ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ta & ub \\ vc & wd \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} pa & qb \\ rc & sd \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} at * ap & bu * bq \\ cv * cr & dw * ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ta * pa & ub * qb \\ vc * rc & wd * sd \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi $M_{2 \times 2}$ pada operasi (\bullet) bersifat distributif terhadap operasi $*$

2. $M_{3 \times 3}$

Diberikan $(M_{3 \times 3}, +, x)$

$$M_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \text{ dimana } a, b, c, d, e, f \in \mathbb{Z}_3$$

a. $M_{3 \times 3}$ bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan $(+)$

Diberikan $a, b \in M_{3 \times 3}$

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$\text{maka } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p & b * q & c * r \\ d * s & e * t & f * u \\ g * v & h * w & i * x \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 4 & \alpha 5 & \alpha 6 \\ \alpha 7 & \alpha 8 & \alpha 9 \end{bmatrix}$$

jadi $M_{3 \times 3}$ bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan (*)

b. $M_{3 \times 3}$ bersifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan (*)

$$\text{Ambil } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \left\{ \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \right\} * \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} j * s & k * t & l * u \\ m * v & n * w & o * x \\ p * y & q * z & r * a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * j & b * k & c * l \\ d * m & e * n & f * o \\ g * p & h * q & i * r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a * j * s & b * k * t & c * l * u \\ d * m * v & e * n * w & f * o * x \\ g * p * y & h * q * z & i * r * a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * j * s & b * k * t & c * l * u \\ d * m * v & e * n * w & f * o * x \\ g * p * y & h * q * z & i * r * a \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{3 \times 3}$ bersifat asosiatif terhadap operasi penjumlahan (*)

c. $M_{3 \times 3}$ mempunyai unsur identitas terhadap operasi penjumlahan (*)

diberikan $a \in M_{3 \times 3}$

$a * I = I * a = a$ untuk setiap $a \in M_{3 \times 3}$

$$\text{Maka } a * I \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * I = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$I * a \rightarrow I + \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\text{Jadi } I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{3 \times 3}$ mempunyai identitas terhadap operasi penjumlahan

a. $M_{3 \times 3}$ mempunyai invers terhadap operasi penjumlahan (*)

Diberikan $a \in M_{3 \times 3}$

untuk masing–masing $a \in M_{3 \times 3}$ ada $(-a) \in M_{3 \times 3}$

sehingga $a * (a^{-1}) = (a^{-1}) * a = 0$

$$a * (-a) \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

misalkan $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix}$

jadi $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3-a & 3-b & 3-c \\ 3-d & 3-e & 3-f \\ 3-g & 3-h & 3-i \end{bmatrix}$

dimana $p \equiv 3 - a$ $s \equiv 3 - d$ $v \equiv 3 - g$

$t \equiv 3 - e$ $w \equiv 3 - h$

$q \equiv 3 - b$ $u \equiv 3 - f$ $x \equiv 3 - i$

$r \equiv 3 - c$

b. $M_{3 \times 3}$ bersifat komutatif terhadap operasi penjumlahan (*)

Diberikan $a, b \in M_{3 \times 3}$

ambil $a, b \in M_{3 \times 3}$ berlaku $a * b = b * a$

sehingga $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$

$$a * b \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a * p & b * q & c * r \\ d * s & e * t & f * u \\ g * v & h * w & i * x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 4 & \alpha 5 & \alpha 6 \end{bmatrix}$$

$$b * a \rightarrow \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p * a & q * b & r * c \\ s * d & t * e & u * f \\ v * g & w * h & x * i \end{bmatrix}$$

jadi $M_{3 \times 3}$ bersifat komutatif terhadap operasi penjumlahan (*)

c. $M_{3 \times 3}$ bersifat tertutup terhadap operasi perkalian (•)

Diberikan $a, b \in M_{3 \times 3}$

ambil $a, b \in M_{3 \times 3}$ maka $a \bullet b \in M_{3 \times 3}$

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap * bs * cv & aq * bt * cw & ar * bu * cx \\ dp * es * fv & dq * et * fw & dr * eu * fx \\ gp * hs * iv & gq * ht * iw & gr * hu * ix \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 4 & \alpha 5 & \alpha 6 \\ \alpha 7 & \alpha 8 & \alpha 9 \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{3 \times 3}$ bersifat tertutup terhadap operasi perkalian (•)

d. $M_{3 \times 3}$ bersifat asosiatif terhadap operasi perkalian (•)

$$\text{Ambil } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} aj * bm * cp & ak * bn * cq & al * bo * cr \\ dj * em * fp & dk * en * fq & dl * eo * fr \\ gj * hm * ip & gk * hn * iq & gl * ho * ir \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} aj * bm * cp & ak * bn * cq & al * bo * cr \\ dj * em * fp & dk * en * fq & dl * eo * fr \\ gj * hm * ip & gk * hn * iq & gl * ho * ir \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \\ \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{3 \times 3}$ bersifat asosiatif terhadap operasi perkalian (\bullet)

e. $M_{3 \times 3}$ pada operasi (\bullet) bersifat distributif terhadap operasi ($*$)

$$\text{Ambil } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}$$

$$\text{sehingga } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \right\} * \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \right\} * \left\{ \begin{bmatrix} s & t & u \\ v & w & x \\ y & z & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} as & bt & cu \\ dv & ew & fx \\ gy & hz & ia \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} aj & bk & cl \\ dm & en & fo \\ gp & hq & ir \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sa & tb & uc \\ vd & we & xf \\ yg & zh & ai \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} ja & kb & lc \\ md & ne & of \\ pg & qh & ri \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} as * aj & bt * bk & cu * cl \\ dv * dm & ew * en & fx * fo \\ gy * gp & hz * hq & ia * ir \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sa * ja & tb * kb & uc * lc \\ vd * md & we * ne & xf * of \\ yg * pg & zh * qh & ai * ri \end{bmatrix}$$

Jadi $M_{3 \times 3}$ pada operasi (\bullet) bersifat distributif terhadap operasi $(*)$

Maka dari pembuktian diatas maka terbukti bahwa matrik dengan entri modulo bilangan bulat secara umum terbukti memenuhi syarat-syarat ring yakni :

- f. $(R, *)$ adalah grup abelian
- g. Operasi \bullet tertutup di R
- h. Operasi \bullet bersifat asosiatif di R
- i. Operasi \bullet bersifat distributif terhadap operasi $*$ di R baik distributif kiri maupun distributif kanan.

3. 2 Pembagi Nol Pada Ring Matrik

Definisi :

Suatu ring komutatif $(R, *, \bullet)$ disebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) apabila ada sebarang $a, b \in R$ dimana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ sehingga $a \bullet b = 0$

Dalam pembahasan skripsi ini setelah matrik $(M_{2 \times 2}, *, \bullet)$ sampai $(M_{3 \times 3}, *, \bullet)$ dengan dengan entri modulo bilangan bulat telah terbukti ring maka akan

dicari kemungkinan- kemungkinan bentuknya dan kemudian akan dicari pembagi nol (*zero divisors*) sebagai berikut:

a. $(M_{2 \times 2}, *, \cdot)$

Diberikan $(M_{2 \times 2}, *, \cdot)$ dimana anggotanya adalah Z_2 yakni $0, 1 \in Z_2$ maka $M_{2 \times 2}$ mempunyai beberapa kemungkinan bentuk sebagaimana terdapat pada lampiran 3.

Dari kemungkinan-kemungkinan tersebut akan dicari masing-masing pembagi nol nya, dan setelah ditemukan pembagi nol (*zero divisor*) nya maka akan dicari pasangan-pasangan kemungkinan yang mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama.

Pada pembahasan skripsi ini dimulai dari $(M_{2 \times 2}, *, \cdot)$ dimana anggotanya adalah Z_2

1. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 1 lampiran 1 maka pasangan – pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 2 lampiran 1 maka pasangan – pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 3 lampiran 1 maka pasangan – pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 4 lampiran 1 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 5 lampiran 1 maka pasangan – pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga kemungkinan–kemungkinan lain dari $M_{2 \times 2}$ yang tidak disebutkan diatas berarti bahwa kemungkinan–kemungkinan tersebut tidak mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) karna tidak ada sebarang dua elemen yang tidak sama dengan nol akan tetapi setelah dikalikan sama dengan nol.

b. $(M_{3 \times 3}, +, \times)$

Diberikan $(M_{3 \times 3}, +, \times)$ dimana anggotanya adalah Z_3 yakni $0, 1, 2 \in Z_3$ maka $M_{3 \times 3}$ mempunyai beberapa kemungkinan bentuk sebagaimana yang terdapat pada lampiran 4.

Dari kemungkinan-kemungkinan tersebut maka sebagaimana kemungkinan-kemungkinan pada $(M_{2 \times 2}, +, \times)$ diatas maka $(M_{3 \times 3}, +, \times)$ juga akan dicari masing-masing pembagi nol nya, dan setelah ditemukan pembagi nol (*zero devisors*) nya maka akan dicari pasangan-pasangan kemungkinan yang mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni sebagai berikut :

1. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 1 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 2 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 012 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 021 \\ 021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 012 \\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 012 \\ 012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 021 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 120 \\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 110 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 011 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 110 \\ 111 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 101 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 001 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 102 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 012 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 021 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 120 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 011 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 110 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 101 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 001 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 021 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 120 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 012 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 8 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

9. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 9 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 10 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

11. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 11 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

12. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 12 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

13. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 13 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

14. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 14 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

15. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 15 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

16. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 16 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

17. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 17 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

19. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 19 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

20. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 20 lampiran 2 maka pasangan-pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

23. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 23 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

24. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 24 lampiran 2 maka pasangan – pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

25. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 25 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

26. Jika anggota yang diberikan adalah sebagaimana yang terdapat di nomor 26 lampiran 2 maka pasangan–pasangan kemungkinan tersebut mempunyai pembagi

nol (*zero divisor*) yang sama yakni:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Setelah kemungkinan–kemungkinan matrik 2×2 dan 3×3 tersebut mempunyai pasangan –pasangan pembagi nol (*zero divisor*) maka pasangan–pasangan antara satu matrik dengan matrik lain nya tersebut terdapat irisan–irisan. Sehingga irisan–irisan tersebut bisa dikelompokkan untuk selanjut nya dikaji untuk menemukan pola atau sifat–sifat baru dalam skripsi ini.

Dari definisi telah kita ketahui bahwasanya suatu ring matrik $(R, *, \cdot)$ dikatakan mempunyai pembagi nol jika ada sembarang $a, b \in R$ dimana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ sedemikian sehingga $a \cdot b = 0$. Dalam hal mencari irisan–irisan antara satu matrik dengan matrik yang lain ini maka penulis memulai dari matrik $2 \cdot 2$ yang diambil dari unsur matrik $b \neq 0$ sebagai berikut:

1. $(M_{2 \times 2}, *, \cdot)$

a. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 1

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 3 adalah : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

b. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 2

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 3 adalah : $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 5 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 3

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 5 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. ($M_{3 \times 3}, *, \bullet$)

a. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 1

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 2 adalah:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 3 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 4 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 5 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 6 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 8 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 9 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

9. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 10 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

10. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 11 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

11. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 12 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

12. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 13 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

13. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

14. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 15 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

15. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 16 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

16. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 22 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

17. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

18. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 24 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

19. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 25 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

20. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 1 dengan kelompok 26 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

b. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 2

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 3 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 4 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 5 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 6 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 8 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 11 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 16 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

9. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 17 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 21 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

11. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

12. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 2 dengan kelompok 26 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

c. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 3

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 4 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 5 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 6 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 9 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 12 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 15 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

9. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 3 dengan kelompok 18 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 10 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 13 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

6. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 19 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 2 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

9. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 21 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

10. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 4 dengan kelompok 21 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

e. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 5

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 6 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 9 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 12 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 1 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 17 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 18 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

13. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 5 dengan kelompok 24 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

f. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 6

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 7 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 8 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 11 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 16 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 17 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

9. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 21 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

10. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

11. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 6 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

g. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 7

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 7 dengan kelompok 10 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 7 dengan kelompok 13 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 7 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

8. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 7 dengan kelompok 25 adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

h. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 8

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 8 dengan kelompok 11 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 8 dengan kelompok 16 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 8 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 8 dengan kelompok 26 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

i. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 9

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 9 dengan kelompok 12 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 9 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 9 dengan kelompok 15 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 9 dengan kelompok 24 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

j. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 10

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 10 dengan kelompok 13 adalah:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 10 dengan kelompok 14 adalah:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 10 dengan kelompok 25 adalah:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

k. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 11

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 11 dengan kelompok 16 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 11 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 11 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

l. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 12

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 12 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 12 dengan kelompok 15 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 12 dengan kelompok 24 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

m. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 13

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 13 dengan kelompok 14 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 13 dengan kelompok 25 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

n. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 14

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 14 dengan kelompok 15 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 14 dengan kelompok 24 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 14 dengan kelompok 25 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

o. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 15

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 15 dengan kelompok 24 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

p. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 16

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 16 dengan kelompok 23 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 16 dengan kelompok 26 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

q. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 18

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 18 dengan kelompok 21 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

r. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 19

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 19 dengan kelompok 20 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

s. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 21

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 21 dengan kelompok 3 adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 21 dengan kelompok 5 adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 21 dengan kelompok 20 adalah:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

t. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 22

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 22 dengan kelompok 26 adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

u. Matrik $b \neq 0$ pada kelompok 23

1. Irisan antara matrik $b \neq 0$ kelompok 23 dengan kelompok 26 adalah:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Apabila kita lihat dari irisan–irisan matrik diatas maka akan terlihat pola–pola yang bisa kita rumuskan menjadi sifat–sifat sebagai berikut :

Sifat 1:

Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol maka terdapat matrik-matrik yang saling beririsan yang mempunyai pola sama yang memuat entri baris nol atau entri baris angka sejenis yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu.

Selain itu apabila kumpulan irisan-irisan matrik yang saling beririsan tersebut kita kelompokkan maka juga akan terlihat pola lagi sehingga bisa kita rumuskan sifat-sifat lagi sebagai berikut:

Sifat 2 :

Irisan dari dua matrik pembagi nol akan termuat pada kumpulan dari irisan matrik yang lain.

Sifat 3 :

Kumpulan banyaknya irisan pembagi nol antara matrik yang saling beririsan yang memuat entri baris nol akan sama dengan kumpulan banyaknya irisan matrik lain yang juga memuat entri baris nol yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu.

Sifat 4:

Kumpulan banyaknya irisan antara matrik yang saling beririsan yang tidak memuat entri baris nol akan sama dengan kumpulan banyaknya irisan matrik lain

yang juga tidak memuat entri baris nol yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu

Apabila kita lihat dari determinannya juga akan terlihat pola yakni determinan dari matrik yang saling berurutan adalah sama yakni nol sehingga bisa kita bangun sifat-sifat sebagai berikut:

Sifat 5 :

Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol maka akan terdapat matrik-matrik yang saling berurutan yang mempunyai determinan yang sama.

3.3 Kajian Ring Matrik dalam Sudut Pandang Al-Qur'an

Dalam suatu matrik dapat dilakukan penelitian yang bertujuan untuk mengetahui apakah suatu matrik secara umum bisa memenuhi syarat-syarat yang berlaku pada ring atau tidak. Sehingga yang dilakukan adalah dengan membuktikan matrik tersebut dengan syarat-syarat yang berlaku pada ring sehingga kita dapat mengetahui dan menyimpulkan apakah matrik tersebut memenuhi syarat-syarat yang berlaku pada ring atau tidak.

Dalam teori-teori ilmu matematika telah banyak diketahui bahwa ring adalah perluasan dari grup yakni didefinisikan bahwa ring adalah struktur yang terdiri dari himpunan tidak kosong yang dikenai dua operasi dengan dilambangkan $(R, *, \bullet)$

yakni operasi pertama dilambangkan dengan $(*)$ dan operasi kedua dilambangkan dengan (\bullet) yang memenuhi beberapa aksioma.

Adapun syarat-syarat yang harus dipenuhi agar memenuhi syarat-syarat ring adalah:

1. $(R, *)$ adalah grup abelian
2. Operasi (\bullet) bersifat tertutup di R
3. Operasi (\bullet) bersifat asosiatif di R
4. Operasi (\bullet) bersifat distributive terhadap operasi $*$ di R

sehingga dari ke empat aksioma tersebut harus dipenuhi oleh ring, maka apabila salah satu dari aksioma–aksioma tersebut tidak terpenuhi maka tidak bisa dikatakan ring.

Sebagai contoh misalkan terdapat $(Z, *, \bullet)$ dengan Z adalah bilangan bulat maka agar $(Z, *, \bullet)$ bisa dikatakan ring maka dia harus memenuhi syarat–syarat yang berlaku pada ring salah satu nya adalah harus bersifat tertutup yakni untuk setiap $a, b \in Z$ maka $a * b \in Z$. jadi Z bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan $(*)$. Akan tetapi jika untuk setiap $a, b \in Z$ kemudian $a * b \notin Z$ maka dia telah keluar dari sifat ketertutupan pada ring.

Dari contoh diatas maka $(Z, *, \bullet)$ bisa dikatakan ring jika bersifat tertutup dan juga memenuhi syarat–syarat ring yang lain yakni grup abelian, bersifat asosiatif dan bersifat distributif. namun apabila dari beberapa syarat ring tersebut hanya tertutup saja yang terpenuhi maka $(Z, *, \bullet)$ tidak bisa dikatakan ring.

Dalam Al-Qur'an konsep mengenai ring dianalogikan dengan tata cara atau aturan-aturan bagi orang-orang muslim dalam memerangi orang-orang kafir atau orang-orang yang memerangi kita. Hal ini tercantum dalam firman Allah Qs. Al-Baqarah ayat 190 yang isinya menjelaskan bahwa Rasulullah SAW dianjurkan dan diijinkan untuk memerangi orang-orang kafir musyrik yang telah memerangi orang Islam yaitu orang-orang kafir Quraisy sehingga Rasulullah melaksanakan penyerangan kepada kaum musyrik di Jazirah Arab.

Meski dalam Al-Qur'an Rasulullah telah dianjurkan untuk memerangi orang-orang kafir akan tetapi harus mentaati peraturan-peraturan dalam medan peperangan sehingga tidak sampai melampaui batas-batas yang ditentukan oleh Allah yang terdapat dalam Al-Qur'an.

Adapun larangan-larangan dalam peperangan yang dijelaskan oleh Allah dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 190 diantaranya adalah : memerangi orang yang tidak memerangi, membunuh anak-anak, membunuh perempuan, membunuh orang sakit, memerangi orang-orang yang mengadakan perdamaian dengan orang Islam, membunuh orang gila, memotong mayat, membunuh hewan, memotong pepohonan dan sebagainya yang bukan karena kemaslahatan yang kembali kepada kaum muslimin, memerangi orang-orang yang membayar *jizyah*, dan juga larangan larangan melakukan kejahatan terhadap musuh.

Dari beberapa larangan–larangan diatas maka orang–orang muslim yang melakukan peperangan terhadap orang–orang kafir haruslah memenuhinya dalam arti tidak boleh melanggarnya karena Rasulullah juga melakukan hal yang demikian karena jika kita melakukan salah satu dari larangan–larangan tersebut, maka kita termasuk orang–orang yang melampaui batas, karena dalam Al-Qur'an telah dijelaskan bahwa Allah tidak menyukai dan melarang orang–orang yang melampaui batas yakni orang–orang yang memerangi golongan–golongan yang diharamkan untuk diperangi dan dibunuh yaitu kaum wanita, anak kecil dan lain sebagainya.

Dari penjelasan–penjelasan diatas jelaslah dapat kita ketahui dan kita ambil kesimpulan bahwa aturan–aturan dalam peperangan untuk tujuan jihad di jalan Allah haruslah benar–benar diperhatikan oleh orang–orang Islam yang akan melakukan peperangan di jalan Allah karena jika kita tidak mentaati dan memenuhinya salah satu saja dari beberapa syarat diatas maka kita akan keluar dari batas–batas koridor yang telah ditentukan Allah dalam Al-Qur'an.

Dari pernyataan–pernyataan diatas jelaslah terbukti kaitannya dengan matematika mengenai ring matrik yakni jika suatu matrik tidak memenuhi semua aksioma–aksioma yang berlaku pada ring maka matrik tersebut tidak akan bisa dikatakan ring. Seperti dalam contoh diatas yakni jika untuk setiap $a, b \in Z$ maka $a * b \in Z$ jadi $\in Z$ tertutup terhadap operasi penjumlahan (*). Akan tetapi jika untuk setiap $a, b \in Z$ kemudian $a * b \notin Z$ maka dia keluar dari sifat ketertutupan pada ring. Jadi dia tidak bisa dikatakan ring karena tidak memenuhi syarat–syarat ring.

Begitu juga dengan orang-orang yang melakukan peperangan di jalan Allah maka ia harus memenuhi aturan-aturan dalam peperangan sebagaimana yang terdapat dalam Al-Qur'an agar ia tidak keluar dari aturan-aturan Allah.

Sebagai contoh Allah mensyaratkan orang-orang yang akan melakukan peperangan di jalan Allah agar mematuhi aturan-aturan sebagaimana yang dijelaskan dalam Al-Qur'an, salah satunya adalah dilarang membunuh orang-orang yang membayar *jizyah*. Jadi apabila seorang muslim membunuh orang-orang yang membayar *jizyah* maka dia dikatakan keluar dari aturan-aturan peperangan yang telah ditetapkan Allah. Jadi dia tidak memenuhi aturan-aturan peperangan Allah dalam Al-Qur'an.

Dari sini dapat diketahui bahwa dalam ring terdapat syarat-syarat yang harus dipenuhi sedangkan dalam peperangan juga terdapat syarat-syarat yang harus dipenuhi. Jadi dapat disimpulkan bahwa ada keterkaitan antara konsep ring dan konsep peperangan.

BAB 1V

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah :

1. Suatu matrik dengan entri modulo bilangan bulat terbukti memenuhi sifat-sifat yang ada pada ring yakni :
 - a. $(R, *)$ adalah grup abelian
 - b. Operasi \bullet tertutup di R
 - c. Operasi \bullet bersifat asosiatif di R
 - d. Operasi \bullet bersifat distributif terhadap operasi $*$ di R baik distributif kiri maupun distributif kanan.
2. Pembagi nol (*zero divisors*) pada ring matrik yakni jika ada unsur $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ akan tetapi $a \bullet b = 0$.
3. Sifat-sifat pembagi nol (*zero divisors*) ring matrik $n \bullet n$ adalah :
 - a. Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol maka terdapat matrik-matrik yang saling beririsan yang mempunyai pola sama yang memuat entri baris nol atau entri baris angka sejenis yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu
 - b. Irisan dari dua matrik pembagi nol akan termuat pada kumpulan dari irisan matrik pembagi nol yang lain.

- c. Kumpulan banyaknya irisan pembagi nol antara matrik yang saling beririsan yang memuat entri baris nol akan sama dengan kumpulan banyaknya irisan matrik lain yang juga memuat entri baris nol yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu.
- d. Kumpulan banyaknya irisan pembagi nol antara matrik yang saling beririsan yang tidak memuat entri baris nol akan sama dengan kumpulan banyaknya irisan matrik lain yang juga tidak memuat entri baris nol yang sama letaknya dalam baris dan kolom tertentu.
- e. Jika suatu matrik mempunyai pembagi nol maka akan terdapat matrik-matrik yang saling beririsan yang mempunyai determinan yang sama.

4.2 Saran

Dalam penelitian selanjutnya diharapkan dilakukan penelitian lebih lanjut dengan menggunakan ring yang lain pada bidang aljabar. Selain itu penulis mengharapkan adanya kritik dan saran dari pembaca agar penelitian ini lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Jairi, Abu Bakar Jabir .2006. *Tafsir Al-Aisar*. Jakarta : Darus Sunnah.
- Anton, Howard.2002. *Dasar- dasar Aljabar Linear*. Jakarta : Interaksa
- As-saidi, Abdurrahman bin Natsir.2007. *Tafsir As-sa'di*. Jakarta : Pustaka Sahifa
- Birkhoff, Garrett . 1965.*Modern Algebra Third Edition*. New Delhi. The Macmillan Company
- Dummit, David S, Richard M.Foote. 1991. *Abstract Algebra* .Englwood Cliffs : Prentice – Hall International ,Inc.
- Gajali, Wikaria.2005.*Matrik dan Transformasi Linear*. Yogyakarta : Graha Ilmu.
- Gere, William Weaver.1987. *Aljabar Matrik Untuk Para Insinyur*. Jakarta : Erlangga
- Hasan, Abdul Halim . 2006. *Tafsir Al- ahkam*. Jakarta : Kencana.
- Jacobson, Nathan. 1989. *Basic Algebra 1..* New York : W. H. Freeman And Company
- Ma'nawi. 1999. *Sains Dalam Alquran* . Surabaya : IAIN Press.
- Muhammad bin Jarir Ath- Thabari, Abu Ja'far. 2008. *Tafsir Jami' Al Bayan an Ta'wil Ayi Alquran*. Jakarta : Pustaka Azzam
- Pinter, Charles. 1990. *A Book of Abstract Algebra*. New York : McGraw-Hill Publishing Company
- Raisinghania&Aggarwal.1980.*Modern Algebra*: New Delhi. RamNagar
- Soebagio, Suharti , Sukirman.1995 . *Struktur Aljabar*. Jakarta : Universitas Terbuka.
- Wahyudin . 1989.*Aljabar Modern*. Bandung : Tarsito.

DAFTAR PUSTAKA

- Al – Jairi , Abu Bakar Jabir .2006. *Tafsir Al- Aisar*.Jakarta : Darus Sunnah.
- Anton, Howard.2002. *Dasar- dasar Aljabar Linear*. Jakarta : Interaksa
- As – saidi , Abdurrahman bin Natsir.2007. *Tafsir As – sa’ di*. Jakarta : Pustaka Sahifa
- Birkhoff , Garrett . 1965.*Modern Algebra Third Edition*. New Delhi. The Macmillan Company
- Dummit , David S , Richard M.Foote. 1991. *Abstract Algebra* .Englwood Cliffs : Prentice – Hall International ,Inc.
- Gajali , Wikaria.2005.*Matrik dan Transformasi Linear*.Yogyakarta : Graha Ilmu.
- Gere , William Weaver.1987. *Aljabar Matrik Untuk Para Insinyur*.Jakarta : Erlangga
- Hasan , Abdul Halim . 2006. *Tafsir Al- ahkam*. Jakarta : Kencana.
- Jacobson , Nathan. 1989. *Basic Algebra I..* New York : W. H. Freeman And Company
- Ma’ nawi. 1999. *Sains Dalam Alquran* . Surabaya : IAIN Press.
- Muhammad bin Jarir Ath- Thabari , Abu Ja’far. 2008. *Tafsir Jami’ Al Bayan an Ta’wil Ayi Alquran*. Jakarta : Pustaka Azzam
- Pinter , Charles. 1990.*A Book of Abstract Algebra*. New York : McGraw-Hill Publishing Company
- Raisinghanian , Aggarwal.1980.*Modern Algebra.:* New Delhi. RamNagar
- Soebagio , Suharti , Sukirman.1995 . *Struktur Aljabar*.Jakarta : Universitas Terbuka.
- Wahyudin . 1989.*Aljabar Modern*. Bandung : Tarsito.

LAMPIRAN

Lampiran 1

PASANGAN- PASANGAN KEMUNGKINAN ($M_{2 \times 2}, *, \bullet$) YANG MEMPUNYAI PEMBAGI NOL

1. Jika anggota nya yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.
2. Jika anggota nya yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.
3. Jika anggota nya yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.
4. Jika anggota nya yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

5. Jika anggota nya yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

3. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama yakni sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

4. Jika anggota yang diberikan adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

5. Jika anggota yang diberikan adalah:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

6. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

7. Jika anggota yang diberikan adalah:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

8. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

12. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan-pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

13. Jika anggota yang diberikan adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

14. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

15. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

16. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero devisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

17. Jika anggota yang diberikan adalah :

(*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

19. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

20. Jika anggota yang diberikan adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisor*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 000 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 000 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 101 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 222 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 202 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 010 \\ 222 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 212 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 121 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 222 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 222 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 212 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 121 \\ 121 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 000 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 000 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 010 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 020 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 \\ 010 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 010 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 010 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 020 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 222 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 222 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 222 \\ 202 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 202 \\ 212 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 121 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 212 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 121 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 202 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 010 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 121 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 000 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 212 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 121 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 000 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 121 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 020 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 212 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 121 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 010 \\ 212 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 121 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 212 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 \\ 121 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 101 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 222 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 222 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 212 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 121 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 222 \\ 000 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 000 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 212 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 111 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 101 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 202 \\ 000 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 111 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 111 \\ 101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 121 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 202 \\ 111 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 212 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 121 \\ 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 111 \\ 212 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Maka pasangan–pasangan kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

26. Jika anggota yang diberikan adalah $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ maka pasangan–pasangan

kemungkinan ini mempunyai pembagi nol (*zero divisors*) yang sama sebagaimana yang tertera pada pembahasan.

Lampiran 3**BANYAK KEMUNGKINAN–KEMUNGKINAN DARI $M_{2 \times 2}$**

Diberikan $(M_{2 \times 2}, *, \bullet)$ dimana anggotanya adalah Z_2 yakni $0, 1 \in Z_2$ maka $M_{2 \times 2}$ mempunyai beberapa kemungkinan bentuk sebagai berikut:

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

9. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

10. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

14. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

11. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

12. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

16. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Lampiran 4

BANYAK KEMUNGKINAN–KEMUNGKINAN DARI $M_{3 \times 3}$

Diberikan $(M_{3 \times 3}, *, \cdot)$ dimana anggotanya adalah Z_3 yakni $0, 1, 2 \in Z_3$

Maka $M_{3 \times 3}$ mempunyai beberapa kemungkinan bentuk sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 001 \\ 001 \\ 002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 002 \\ 002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 000 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 200 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 000 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 200 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 000 \\ 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 200 \\ 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 010 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 020 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 020 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 010 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 020 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 010 \\ 010 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 010 \\ 020 \\ 010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 020 \\ 000 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 010 \\ 010 \\ 020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 122 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 222 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 122 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 222 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 122 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 022 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 222 \\ 122 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 022 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 022 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 122 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 122 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 022 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 122 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 022 \\ 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 \\ 222 \\ 022 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 022 \\ 122 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 022 \\ 222 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 022 \\ 022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 002 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 112 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 222 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 002 \\ 112 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 002 \\ 222 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 112 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 112 \\ 111 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 222 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 221 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 221 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 002 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 112 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 112 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 002 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 002 \\ 112 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 221 \\ 112 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 112 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 221 \\ 111 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 221 \\ 112 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 111 \\ 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 221 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 222 \\ 112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 112 \\ 002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 \\ 222 \\ 002 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 102 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 102 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 201 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 102 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 102 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 201 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 000 \\ 201 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 000 \\ 102 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 201 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 201 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 000 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 102 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 201 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 120 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 000 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 120 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 000 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 120 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 210 \\ 000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 210 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 000 \\ 210 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 120 \\ 120 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 000 \\ 210 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 210 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 111 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 210 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 201 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 201 \\ 201 \\ 111 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 201 \\ 111 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 201 \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 111 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 102 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 111 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 102 \\ 111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 \\ 111 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 \\ 102 \\ 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 012 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 012 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 012 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 012 \\ 222 \\ 012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 012 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 021 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 021 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 021 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 021 \\ 222 \\ 021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 021 \\ 021 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 120 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 120 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 120 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 222 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 210 \\ 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 222 \\ 222 \\ 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 210 \\ 210 \\ 222 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

