BOXICITY PADA GRAF RODA (W_n), GRAF HELM (H_n), GRAF HELM TERTUTUP (cH_n) DAN GRAF SIKEL BERAMBUT (hC_n)

SKRIPSI

Oleh:
M. ROFIQ NANANG BAHRI
NIM. 08610074

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

BOXICITY PADA GRAF RODA (W_n), GRAF HELM (H_n), GRAF HELM TERTUTUP (cH_n) DAN GRAF SIKEL BERAMBUT (hC_n)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
M. ROFIQ NANANG BAHRI
NIM. 08610074

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

BOXICITY PADA GRAF RODA (W_n), GRAF HELM (H_n), GRAF HELM TERTUTUP (cH_n) DAN GRAF SIKEL BERAMBUT (hC_n)

SKRIPSI

Oleh:
M. ROFIQ NANANG BAHRI
NIM. 08610074

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 7 Juli 2012

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,
H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Achmad Nashichuddin, M.A.**
NIP. 19710420 200003 1 003	**NIP. 19730705 200003 1 002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

BOXICITY PADA GRAF RODA (W_n), GRAF HELM (H_n),
GRAF HELM TERTUTUP (cH_n) DAN GRAF SIKEL BERAMBUT (hC_n)

SKRIPSI

Oleh:

M. ROFIQ NANANG BAHRI
NIM. 08610074

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 7 Juli 2012

Penguji Utama	: Usman Pagalay, M.Si NIP. 19650414 200312 1 001	....
Ketua Penguji	: Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	....
Sekretaris Penguji	: H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	....
Anggota Penguji	: Achmad Nashichuddin, M.A. NIP. 19730705 200003 1 002	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika,

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : M. Rofiq Nanang Bahri

NIM : 08610074

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 7 Juli 2012

Yang membuat pernyataan

M. Rofiq Nanang Bahri
NIM. 08610074

MOTTO

UNITY IN DIVERSITY

HALAMAN PERSEMBAHAN

بسم الله الرحمن الرحيم

Dengan iringan do'a dan rasa syukur yang teramat besar,

karya tulis ini penulis persembahkan kepada:

Ibunda tercinta dan ayah tersayang yang senantiasa memberikan

doa dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu

Kakak-kakak dan adik yang selalu memberikan semangat

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur alhamdulillah penulis hanturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus penulisan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis hanturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu selesainya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan bimbingan, motivasi serta inspirasi kepada penulis.
5. Achmad Nashichuddin, M.A., selaku dosen pembimbing agama, yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman yang berharga.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
7. Ibunda tercinta dan ayah tersayang yang senantiasa memberikan doa dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu.
8. Kakak-kakak dan adik yang selalu memberikan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
9. Teman-teman penulis, Tunjung Ary Wibowo, Hawzah Sa'adati, Azwar Riza, Nurul Hijriyah, Irhasha F. Afifi, Ummu Aiman dan seluruh mahasiswa Matematika angkatan 2008, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
10. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terima kasih atas keikhlasan bantuan moril dan spirituil yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan, dan penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 7 Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Bahri, M. Rofiq Nanang. 2012. ***Boxicity* pada Graf Roda (W_n), Graf Helm (H_n), Graf Helm Tertutup (cH_n) dan Graf Sikel Berambut (hC_n).** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing (I) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
(II) Achmad Nashichuddin, M.A.

Kata kunci: Graf, *Boxicity*, *k-box*

Graf G adalah suatu himpunan tak kosong berhingga dari objek yang disebut titik-titik bersama dengan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak berurutan titik-titik yang berbeda di G yang disebut sisi. *Boxicity* pada graf G, dinotasikan sebagai *box*(G), adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G dapat digambarkan sebagai perpotongan pada *k-box*. *k-box* adalah himpunan dari titik-titik $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \ldots \times R_k$ yang dapat diartikan sebagai "ruang dimensi-k". Jadi *boxicity* adalah dimensi terkecil k, demikian sehingga G dapat digambarkan sebagai *intersection graph* pada ruang di ruang dimensi-k. Skripsi ini membahas tentang *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh *boxicity* graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n) adalah sebagai berikut:

1. Graf Roda
   Boxiciy pada graf roda yaitu:
   a. $box(W_3) = 1$
   b. $box(W_n) = 2$, untuk $n > 3$
2. Graf Helm
   Boxicity pada graf helm (H_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$
3. Graf Helm Tertutup
   Boxicity pada graf helm tertutup (cH_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$
4. Graf Sikel Berambut
   Boxicity pada graf sikel berambut (hC_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$

ABSTRACT

Bahri, M. Rofiq Nanang. 2012. **Boxicity of Wheels Graph (W_n), Helm Graph (H_n), Close Helm Graph (cH_n), Hairy Cycle Graph (hC_n).** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Islamic State University Maulana Malik Ibarahim Malang.

Supervisor (I) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
(II) Achmad Nashichuddin, M.A.

Keywords: Graph, Boxicity, k-box

A graph G is a finite nonempty set of objects called vertices (the singular is vertex) together with a (possibly empty) set of unordered pairs of distinct vertices of G called edges. Boxicity of a graph G, denoted as *box(G)*, is the minimum positive integer k such that G is representable as the intersection of k-boxes. k-box is the set of points $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \ldots \times R_k$ that could be thought of as a "k-dimensional box". So boxicity is the minimum dimension k, such that G is representable as the intersecton graph of boxes in k-dimensional spaces. This thesis discusses boxicity of wheels graph (W_n), helm graph (H_n), close helm graph (cH_n), hairy cycle graph (hC_n).

Based on discussion the results obtained boxicity of wheels graph (W_n), helm graph (H_n), close helm graph (cH_n), hairy cycle graph (hC_n) are as follows:

1. Wheels Graph
   Boxicity of wheels graph are:
   a. $box(W_3) = 1$
   b. $box(W_n) = 2$, for $n > 3$
2. Helm Graph
   Boxicity of Helm graph (H_n) is 2, for $n \geq 3$
3. Close Helm Graph
   Boxicity of close helm graph (cH_n) is 2, for $n \geq 3$
4. Hairy Cycle Graph
   Boxicity of hairy cycle graph (hC_n) is 2, for $n \geq 3$

مخلص البحث

بحري, محمد رافيق ننا نج. **2012**. ***Boxicity*** **من** رسم العجلة (W_n), رسم الهلم (H_n) , رسم الهلم المغلق (cH_n), ورسم سيكل المشعر (hC_n)**.** بحث الجامعي. شعبة الرياضية. كلية العلوم والتكنو لوجي. جامعة مولانا مالك إبراهم الإسلامية الحكومية مالانج.

مشريف: 1. وحيو هنكي إراوان الماجستير في العلوم
2. أحمد نصيح الدين, مجيستر الدين

الكلمة الرئي سية: رسم, *Boxicity*, *k-box*

Boxicity من رسم G, الرمز $box(G)$, هوعدد صحيح موجب أصغر k حتى G يمكن أن تكون ممثلة على النحو اسفين *k-box*. *k-box* هو مجموعة من النقاط $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \ldots \times R_k$ التي يمكن أن تفسر "الابعاد الفضاء k " . هكذا *boxicity* هو أصغر الابعاد k, حتى G ويمكن وصفها تقاطع طرق رسم من الفضاء فى الابعاد الفضاء k. هذا البحث يناقش *boxicity* من رسم العجلة (W_n), رسم الهلم (H_n), رسم الهلم المغلق (cH_n), ورسم سيكل المشعر (hC_n).

على هذه المناقشة، التي ثم الحصول *boxicity* من رسم العجلة (W_n), رسم الهلم (H_n), رسم الهلم المغلق (cH_n), ورسم سيكل المشعر (hC_n) كمايلى:

1. رسم العجلة (W_n)
   Boxicity **من** رسم العجلة هو:
   أ. $box(W_3) = 1$
   ب. $box(W_n) = 2, n > 3$
2. رسم الهلم (H_n)
   Boxicity **من** رسم الهلم (H_n) : $box(H_n) = 2, n \geq 3$
3. رسم الهلم المغلق (cH_n)
   Boxicity **من** رسم الهلم المغلق (cH_n): $box(cH_n) = 2, n \geq 3$
4. رسم سيكل المشعر (hC_n)
   Boxicity **من** رسم سيكل المشعر (hC_n): $box(hC_n) = 2, n \geq 3$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Allah SWT berfirman dalam surat Al-Mujaadilah ayat 11:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ يَفۡسَحِ
ٱللَّهُ لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ
ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١

Hai orang-orang beriman dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan. **(Al-Mujaadilah:11)**

Ayat di atas menjelaskan bahwa jika seseorang disuruh melapangkan majlis, yang berarti melapangkan hati, bahkan jika dia disuruh berdiri sekalipun lalu memberikan tempatnya kepada orang yang patut didudukkan di muka, janganlah dia berkecil hati. Melainkan hendaklah dia berlapang dada. Karena orang yang berlapang dada itulah kelak yang akan diangkat Allah imannya dan ilmunya, sehingga derajatnya bertambah naik sebagaimana isi ayat di atas (Amrullah, 1975:45).

Banyak sekali ilmu pengetahuan di dunia ini dan salah satunya adalah matematika. Matematika seringkali digunakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan dalam kajian ilmu-ilmu lain. Untuk menyelesaikan suatu permasalahan dengan bantuan matematika diperlukan pengkajian dan analisis terlebih dahulu kemudian menjadikan masalah tersebut dalam model matematika. Salah satu model matematika yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah adalah menjadikannya dalam bentuk graf. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto, 1998:1).

Graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss, Leonhard Euler pada tahun 1736 lewat artikel yang berjudul "Masalah Jembatan Königsberg". JembatanKönigsberg adalah tujuh jembatan yang terletak di kota Königsberg dan digunakan untuk melewati sungai *Pregolya*. Penduduk kota Königsberg menyukai berjalan-jalan di jembatan-jembatan tersebut tetapi sekeras apapun mereka mencoba, tidak seorang pun penduduk dapat melewati ketujuh jembatan tersebut tepat sekali. Euler mempelajari fenomena ini yang membuat penduduk frustasi dan menulis artikel tentang permasalahan tersebut. Artikel yang berjudul "Masalah Jembatan Königsberg" ini dianggap oleh banyak orang sebagai awal dari teori graf (Harris, Hirst dan Mossinghoff, 2008:1).

Graf G adalah suatu himpunan tak kosong berhingga dari objek yang disebut titik-titik bersama dengan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak berurutan titik-titik yang berbeda di G yang disebut sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$, sedangkan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. Misalkan sisi $e=\{u,v\}$ menghubungkan titik u dan v. Maka u dan v adalah titik yang *adjacent* (terhubung langsung). Sedangkan u dan e *incident* (terkait langsung), sebagaimana v dan e (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Penelitian mengenai graf yang dilakukan sejak pertama kali graf ditemukan semakin berkembang. Salah satu pengembangan dari graf tersebut adalah *boxicity*. *Boxicity* diperkenalkan oleh Fred S. Roberts pada tahun 1969. *Boxicity* pada graf G, dinotasikan sebagai *box*(G), adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G dapat digambarkan sebagai perpotongan pada *k-box* (Francis, 2009:7).

Beberapa penelitian tentang *boxicity* telah dilakukan seperti oleh L. Sunil Chandran, Mathew C. Francis dan Naveen Sivadasan (2006) melalui jurnal yang berjudul *Boxicity and Maximum Degree* dan menghasilkan *conjecture* bahwa *box(G)* adalah $O(\Delta)$ untuk setiap graf G dengan derajat maksimum Δ. Mathew C. Francis (2009) melalui jurnal yang berjudul *Intersection Graph of Boxes and Cubes* dan menghasilkan teorema bahwa jika $G = T \cup C$, dimana T adalah graf pohon dan C adalah graf sikel pada T demikian sehingga G adalah planar, maka *box*(G) = 2 jika G tidak *isomorphic* pada K_4 dan *conjecture* bahwa setiap graf *Halin* memiliki *boxicity* sama dengan 2, jika *isomorphic* pada K_4 maka memiliki *boxicity* sama dengan 1.

Sejauh ini belum banyak penelitian di Indonesia yang membahas masalah *boxicity* khususnya pada graf roda, graf helm, graf helm tertutup dan graf sikel berambut. Oleh karena itu penulis tertarik untuk melakukan penelitian *boxicity* pada suatu graf, sehingga judul yang diangkat oleh penulis adalah "*Boxicity* pada Graf Roda (W_n), Graf Helm (H_n), Graf Helm Tertutup (cH_n) dan Graf Sikel Berambut (hC_n)".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah utama dalam penelitian ini adalah berapa nilai *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n)?

1.3 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).

1.4 Batasan Masalah

Pembahasan pada graf roda dimulai dari W_3 sampai W_n, pada graf helm dimulai dari H_3 sampai H_n, pada graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_n dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_n.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini dibedakan berdasar kepentingannya.

1. Bagi penulis
   a. Menambah informasi dan wawasan keilmuan tentang teori graf, khususnya *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).
   b. Menambah pengetahuan tentang masalah sebenarnya, yaitu penggunaan teori-teori yang diterima di bangku kuliah tentang teori graf, khususnya *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).

2. Bagi pembaca
   a. Tambahan pengetahuan tentang graf khususnya *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).
   b. Tambahan wawasan dan pengalaman tentang penelitian matematika murni.
3. Bagi lembaga

   Sebagai tambahan bahan pustaka khususnya tentang materi *boxicity*, graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n), serta bahan rujukan untuk perkuliahan.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah metode penelitian pustaka *(library research)*. Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk menganalisis data adalah sebagai berikut :

1. Merumuskan Masalah
2. Mengumpulkan Data

   Data utama yang digunakan berupa gambar graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n),

   Data pendukungnya berupa definisi dan contoh-contohnya meliputi definisi graf, *adjacent* (terhubung langsung) dan *incident* (terkait langsung), derajat titik, definisi subgraf, definisi graf sikel (C_n), graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n), definisi graf interval, *induced cycle*, *k-box*, definisi *boxicity* dan kajian agama. Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini berupa buku, makalah, jurnal, artikel maupun sumber lainnya yang berhubungan dengan permasalahan yang dikaji.

3. Analisis Graf

Langkah-langkah untuk menganalisis graf adalah sebagai berikut:

a. Menggambarkan graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5.

b. Menentukan graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5 termasuk graf interval atau bukan.

c. Menunjukkan *k-box representation* pada graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5.

d. Menentukan *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).

4. Membuat Kesimpulan

Kesimpulan dalam penelitian adalah *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n).

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-

masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan meliputi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang definisi graf, terhubung langsung (*adjacent*) dan terkait langsung (*incident*), derajat titik, definisi subgraf, definisi graf sikel (C_n), graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n), definisi *intersection graph*, definisi graf interval, *induced cycle*, *k-box*, definisi *boxicity* dan kajian agama.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi gambar graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5, menentukan graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5 termasuk graf interval atau bukan, menunjukkan *k-box representation* pada graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5, menentukan *boxicity* pada graf

graf roda dimulai dari W_3 sampai W_5, graf helm dimulai dari H_3 sampai H_5, graf helm tertutup dimulai dari cH_3 sampai cH_5 dan graf sikel berambut dimulai dari hC_3 sampai hC_5.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini memuat kesimpulan dan saran yang diperoleh dari pembahasan yang telah dilakukan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Definisi Graf

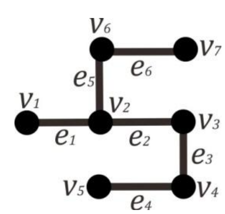
Situasi dalam kehidupan sehari-hari dapat digambarkan dengan sketsa yang memuat himpunan titik bersama dengan garis yang menghubungkan titik-titik tersebut. Sebagai contoh, titik dapat melambangkan orang dengan garis yang menghubungkannya adalah teman atau titik dapat melambangkan kota dengan garis yang menghubungkannya adalah jalan raya. Salah satu hal yang menarik melihat sketsa tersebut adalah pada dua titik yang dihubungkan oleh garis. Situasi ini jika dilihat secara matematis adalah konsep dasar dari graf. Secara matematis graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1

Graf G adalah suatu himpunan tak kosong berhingga dari objek yang disebut titik-titik bersama dengan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak berurutan titik-titik yang berbeda di G yang disebut sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$, sedangkan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Himpunan titik di G disebut order dari G dan biasanya dilambangkan dengan $n(G)$. Sedangkan kardinalitas himpunan sisi disebut ukuran *(size)* di G dan dinotasikan dengan $m(G)$. Graf (n,m) adalah graf yang berorder n dan berukuran m (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Contoh:



Gambar 2.1 Graf G

Pada Gambar 2.1, *G* adalah graf dengan

$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$,

$n(G) = 7$ dan $m(G) = 6$

2.2 *Adjacent* (Terhubung Langsung) dan *Incident* (Terkait Langsung)

Definisi 2

Sisi *e={u,v}* menghubungkan titik *u* dan *v* pada graf *G*, maka *u* dan *v* adalah titik yang *adjacent* (terhubung langsung) (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Definisi 3

Sisi *e={u,v}* menghubungkan titik *u* dan *v* pada graf *G*, maka *u* dan *e incident* (terkait langsung), sebagaimana *v* dan *e* (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

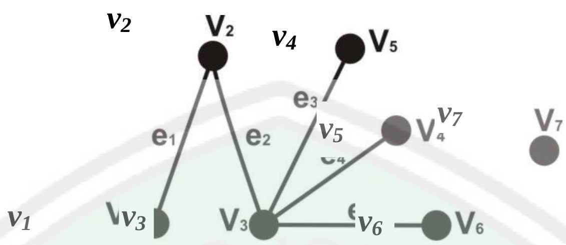
Berdasarkan **Definisi 2** dapat dikatakan bahwa dua titik dari suatu graf adalah *adjacent* jika terdapat sisi yang menghubungkan kedua titik dalam graf tanpa ada titik lain di antara kedua titik tersebut. Sedangkan dari **Definisi 3**, kedua titik tersebut juga dapat disebut *incident* dengan sisi yang menghubungkan mereka (Wilson, 1996:12). Selain order dan ukuran ataupun *adjacent* dan *incident*, suatu hal yang sering dipelajari dalam teori graf adalah derajat titik, yaitu memperoleh bilangan yang menyatakan banyaknya sisi yang *incident* dengan suatu titik. Derajat titik didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 4

Derajat titik *v* pada graf *G* adalah banyaknya sisi di *G* yang *incident* dengan *v*, dan dinotasikan dengan $deg_G\, v$ atau *deg v* (Chartrand dan Lesniak, 1996:2).

Suatu titik dikatakan ganjil atau genap bergantung apakah titik itu berderajat ganjil atatu genap. Titik yang tidak *incident* dengan sisi disebut titik terisolasi *(isolated vertex)*, dengan kata lain titik terisolasi adalah titik berderajat nol. Sedangkan titik dengan derajat satu disebut anting *(pendant vertex)* atau titik ujung *(end vertex)* (Vasudev, 2007:224).

Contoh:



Gambar 2.2 Graf G_1

Pada Gambar 2.2, titik v_1 dan titik v_2 merupakan titik yang *adjacent* di graf G_1. Sedangkan titik v_1 dan titik v_3 bukan merupakan titik yang *adjacent*. Sisi e_1 *incident* dengan titik v_1 dan v_2 di graf G_1, tetapi tidak terdapat sisi yang *incident* antara titik v_1 dan v_3. Derajat dari masing-masing titik pada graf G_1 adalah $deg(v_1)=deg(v_4)=deg(v_5)=deg(v_6)=1$, $deg(v_2)=2$, $deg(v_3)=3$, *dan* $deg(v_7)=0$.

Suatu graf dapat juga memuat graf lain. Graf yang termuat dalam graf lain disebut subgraf. Sedangkan graf yang memuat disebut supergraf dari subgraf sebagaimana definisi berikut:

Definisi 5

Graf H adalah subgraf dari graf G jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Dalam hal ini G adalah supergraf pada H (Chartrand dan Lesniak, 1996:4).

Cara paling sederhana mendapatkan subgraf pada graf G adalah menghapus titik atau sisi. Jika $v \in V(G)$ dan $|V(G)| \geq 2$, maka G - v menotasikan subgraf dengan himpunan titik $V(G)$ - $\{v\}$ dan sisinya adalah semua sisi pada G yang tidak *incident* dengan v. Jika $e \in E(G)$, maka G - e adalah subgraf yang memiliki titik himpunan $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ - $\{e\}$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:4-5). Subgraf yang didapatkan dari menghapus sisi saja disebut *spanning subgraph* (subgraf rentang) (Bondy dan Murty, 2008:46). Sedangkan subgraf yang didapatkan dari menghapus titik saja disebut *induced subgraph* (subgraf terdukung) (Bondy dan Murty, 2008:49).

Contoh:

Gambar 2.3 Subgraf dari Penghapusan Sisi atau Titik pada Graf

Pada Gambar 2.3, G - e adalah subgraf pada G yang didapatkan dengan cara menghapus sisi atau *spanning subgraph*. Sedangkan G - v adalah subgraf pada G yang didapatkan dengan cara menghapus titik atau *induced subgraph*.

2.3 Jenis-Jenis Graf

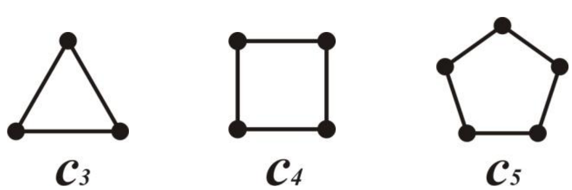
Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai beberapa graf yang digunakan dalam penelitian antara lain: graf sikel, graf roda, graf helm dan graf sikel berambut.

2.3.1 Graf Sikel (*Cycle Graph*)

Definisi 6

Graf sikel (C_n) adalah graf beraturan 2 yang mempunyai n titik ($n \geq 3$) dan n sisi (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

Contoh:



Gambar 2.4 Graf Sikel C_3, C_4 dan C_5

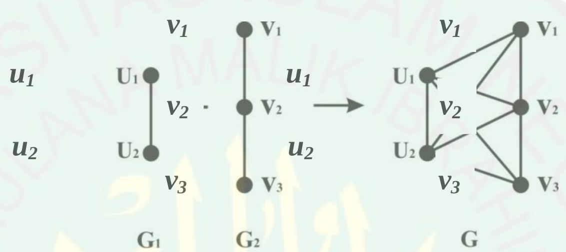
2.3.2 Graf Roda (*Wheels Graph*)

Untuk memahaminya penulis terlebih dahulu akan menjelaskan operasi penjumlahan pada graf.

Definisi 7

Penjumlahan (*join*) dari G_1 dan G_2, ditulis $G = G_1 + G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1)$ dan $v \in V(G_2)\}$ (Abdussakir, 2009:33).

Gambar berikut adalah contoh operasi penjumlahan pada graf:



Gambar 2.5 Penjumlahan Graf

Gambar 2.5 menunjukkan operasi penjumlahan pada G_1 dan G_2 yang menghasilkan graf G dimana $V(G)$ adalah gabungan titik-titik pada G_1 dan G_2. Sedangkan $E(G)$ adalah gabungan dari sisi-sisi pada G_1, G_2 dan sisi baru yang terbentuk dari titik-titik pada G_1 yang *adjacent* dengan titik-titik pada G_2.

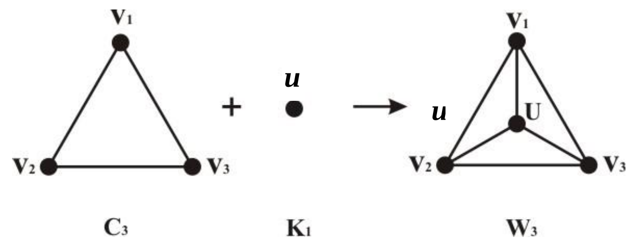
Definisi 8

Graf roda (W_n) adalah graf yang memuat satu sikel yang setiap titik pada sikel *adjacent* dengan titik pusat (Chartrand dan Lesniak, 1986:8). Graf roda (W_n) didapatkan dari operasi penjumlahan graf sikel (C_n) dengan graf komplit K_1. Jadi, $W_n = C_n + K_1, n > 2$

Berdasarkan **Definisi 7** dan **Definisi 8**, maka W_3 dapat digambarkan sebagai berikut:

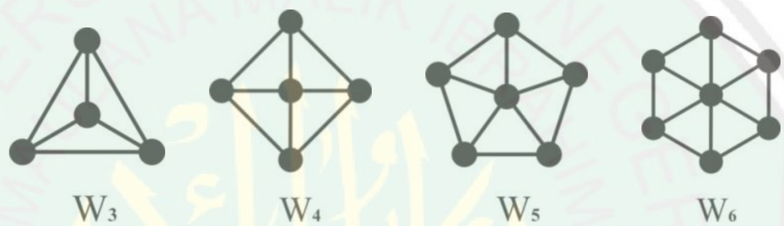
v_1 v_1

v_2 v_3 v_2 v_3



Gambar 2.6 Penjumlahan C_3 dengan K_1 Menghasilkan W_3

Gambar 2.6 adalah graf roda yang didapatkan dari penjumlahan C_3 dengan K_1. $V(W_3) = V(C_3) \cup V(K_1)$ dan $E(W_3) = E(C_3) \cup E(K_1) \cup \{uv \mid u \in V(C_3)$ dan $v \in V(K_1)\}$. Berikut adalah gambar dari graf roda W_3, W_4, W_5 dan W_6:



Gambar 2.7 Graf Roda W_3, W_4, W_5 dan W_6

2.3.3 Graf Helm (*Helm Graph*)

Dalam penelitian ini digunakan dua jenis graf helm yaitu graf helm (H_n) dan graf helm tertutup (cH_n). Graf helm (H_n) dan graf helm tertutup (H_n) sebagai berikut:

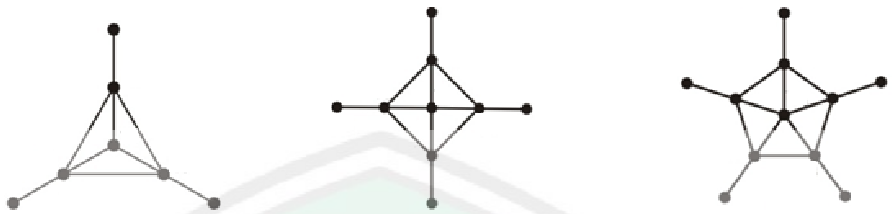
Definisi 9

Graf helm (H_n) adalah graf yang didapatkan dari graf roda (W_n) dengan menambahkan sisi anting-anting pada setiap titik di sikel (Gallian, 20017:7).

Definisi 10

Graf helm tertutup (cH_n) adalah graf yang didapatkan dari graf helm (H_n) dengan menghubungkan titik pada anting-anting untuk membentuk sikel yang baru (Gallian, 20017:7).

Berikut adalah contoh gambar dari graf helm H_3, H_4, H_5 dan graf helm tertutup cH_3, cH_4, cH_5:



Gambar 2.8 Graf Helm H_3, H_4, H_5

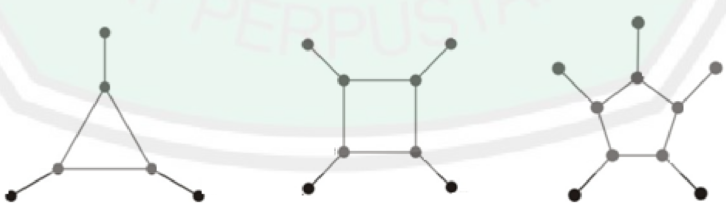
Gambar 2.9 Graf Helm Tertutup cH_3, cH_4, cH_5

2.3.4 Graf Sikel Berambut *(Hairy Cycle Graph)*

Definisi 11

Graf sikel berambut (hC_n) adalah graf yang didapatkan dari graf sikel (C_n) dengan menambahkan sisi anting-anting pada setiap titik di sikel (Wojciechowski, 2002:2).

Berikut adalah contoh dari graf sikel berambut hC_3, hC_4 dan hC_5:



Gambar 2.10 Graf Sikel Berambut hC_3, hC_4 dan hC_5

2.4 *Boxicity*

Sebelum menjelaskan tentang *boxicity*, penulis akan menjelaskan beberapa definisi dan istilah yang digunakan pada pembahasan *boxicity*.

Definisi 12

Jika A dan B adalah himpunan tak kosong, maka perkalian cartesius dari A dan B, ditulis A x B, adalah himpunan dari semua pasangan berurutan *(a,b)*, dengan $a \in A$ dan $b \in B$. Secara simbolik A x B = $\{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$ (Bartle dan Sherbet, 1994:4).

Contoh:

Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{1,2\}$, maka perkalian cartesius dari A dan B yang dinotasikan dengan A x $B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$

Definisi 13

Misalkan A dan B adalah himpunan. Maka fungsi f dari A ke B adalah subset dari A x B demikian sehingga untuk setiap $a \in A$, ada $b \in B$ sehingga $(a, b) \in f$ (jika $(a, b) \in f$ dan $(a, b') \in f$, maka $b = b'$) (Bartle dan Sherbet, 1994:5).

Himpunan A dari elemen pertama pada fungsi f disebut domain dari f dan dinotasikan dengan D_f. Himpunan dari semua elemen kedua pada fungsi f disebut *range* dari f dan dinotasikan dengan R_f (Bartle dan Sherbet, 1994:5).

f fungsi dari A ke B dinotasikan dengan $f: A \to B$. Notasi $f: A \to B$ dapat diartikan dengan f pemetaan dari A ke B atau f memetakan A ke B. Jika f fungsi dari A ke B dan $(a, b) \in f$, maka b disebut nilai dari fungsi f di a dan dinotasikan dengan $b = f(a)$.

Contoh:

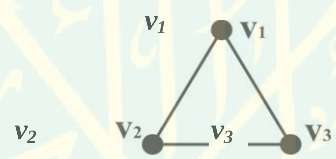
Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = (1,2)$. Misalkan f subset dari $A \times B$ dengan $f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\}$, maka f adalah fungsi dari A ke B dan $R_f = \{1,2\}$. Masing-masing $a \in A$ berada tepat satu pasang berurutan $(a, b) \in f$. Meskipun $1 \in B$ berada pada dua pasangan berurutan yang berbeda $(a, 1)$ dan $(c, 1)$, hal ini tidak bertentangan dengan definisi fungsi.

Definisi 14

Misalkan S suatu himpunan. Graf $G(V,E)$ disebut *intersection graph* pada himpunan S, jika terdapat $f : V(G) \rightarrow S$ demikian sehingga untuk setiap dua titik $u,v \in V(G)$, berlaku $(u,v) \in E(G) \Leftrightarrow f(u) \cap f(v) \neq \phi$ (Francis, 2009:3).

Jadi dimungkinkan untuk menentukan himpunan dari S pada setiap titik di G demikian sehingga jika dua titik *adjacent*, maka himpunan yang menunjukkan dua titik tersebut memiliki irisan dan jika dua titik tersebut tidak *adjacent*, maka himpunannya tidak memiliki irisan (Francis, 2009:3).

Contoh:



Gambar 2.11 Graf Sikel C_3

Gambar 2.11 adalah graf sikel C_3, dimana $V(C_3) = \{v_1,v_2,v_3\}$ dan misalkan diberikan $S = \{-1,0,1\}$. Misalkan fungsi f didefinisikan dengan $f = \{(v_1,1),(v_2,1),(v_3,1)\}$, maka f adalah fungsi dari $V(C_3)$ ke S. Setiap $a \in V(C_3)$ berada tepat satu pasangan berurutan $(a,b) \in f$. Karena f fungsi dari $V(C_3)$ ke S dan $(a,b) \in f$, dapat diketahui $f(v_1) = f(v_2) = f(v_3) = 1$ maka $f(u) \cap f(v) \neq \phi$. Berdasarkan Gambar 2.11 dapat diketahui v_1 *adjacent* dengan v_2 dan v_3, maka C_3 adalah *intersection graph* pada S karena terdapat fungsi yang memetakan $V(C_3)$ ke S dan setiap dua titik yang *adjacent* di C_3 memiliki peta fungsi yang beririsan ($f(u) \cap f(v) \neq \phi$).

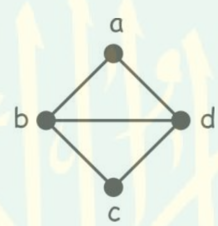
Definisi 15

Graf G adalah graf interval (*interval graph*) jika terdapat $f : V(G) \rightarrow X$ demikian sehingga demikian sehingga untuk setiap dua titik $u,v \in V(G)$, berlaku $(u,v) \in E(G) \Leftrightarrow f(u)$

$\cap$ *f(v)* $\neq \phi$, dimana *X* adalah himpunan dari semua interval tertutup pada garis bilangan *real*. Peta fungsi *f* disebut *interval representation* graf *G* (Francis, 2009:3).

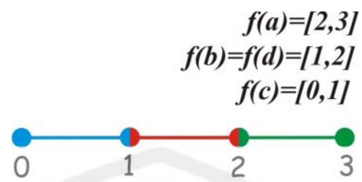
Interval tertutup pada garis bilangan *real*, dinotasikan sebagai $[i, j]$ dimana $i, j \in \mathbb{R}$ dan $i \leq j$, adalah himpunan $\{x \in \mathbb{R} \mid i \leq x \leq j\}$. Misalkan diberikan interval $X = [i, j]$, maka $l(X) = i$ dan $r(X) = j$ dimana interval X memiliki titik akhir di sebelah kiri $l(X)$ dan titik akhir di sebelah kanan $r(X)$. Karena dalam penelitian ini hanya menggunakan interval tertutup, dalam penulisan selanjutnya "interval tertutup" ditulis dengan "interval" (Francis, 2009:2).

Berikut ini adalah contoh dari graf interval:



Gambar 2.12 Graf Interval

Gambar 2.12 adalah contoh dari graf interval misalkan disebut G, maka dapat diketahui $V(G) = \{a, b, c, d\}$ dan diketahui X adalah himpunan dari semua interval pada garis bilangan *real*. Misalkan f didefinisikan dengan $f = \{(a, [2,3]), (b, [1,2]), (c, [0,1]), (d, [1,2])\}$, maka f adalah fungsi dari $V(G)$ ke X. Setiap $a \in V(G)$ berada tepat satu pasangan berurutan $(a, b) \in f$. Karena f fungsi dari $V(G)$ ke X dan $(a, b) \in f$, dapat diketahui $f(a) = [2,3], f(b) = [1,2], f(c) = [0,1]$ dan $f(d) = [1,2]$. $f(b) = f(d) = [1,2]$ maka $f(b) \cap f(d) \neq \phi$, $f(a)$ beririsan dengan $f(b)$ dan $f(d)$ pada titik [2], $f(c)$ beririsan dengan $f(b)$ dan $f(d)$ pada titik [1]. Berdasarkan Gambar 2.12 dapat diketahui titik b *adjacent* dengan titik d, titik a *adjacent* dengan titik b dan d, titik c *adjacent* dengan titik b dan d, maka G adalah graf interval pada X karena terdapat fungsi yang memetakan $V(G)$ ke X dan setiap dua titik *adjacent* di G jika dan hanya memiliki peta fungsi yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. Berikut adalah *interval representation* graf G:



Gambar 2.13 *Interval Representation* Graf *G*

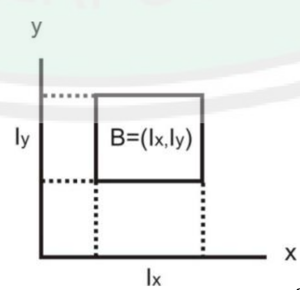
Tidak semua graf adalah graf interval. Graf sikel (C_n) dimana $n > 3$ adalah salah satu contoh graf yang tidak termasuk graf interval sebagaimana penjelasan berikut: Andaikan C_n adalah graf interval. Maka terdapat fungsi f yang memetakan $V(C_n)$ ke X, dimana X adalah himpunan dari semua interval tertutup pada garis bilangan *real*. Titik u *adjacent* titik v pada C_n jika dan hanya jika memiliki peta yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. C_n dapat ditulis $v_1v_2v_3 \ldots v_{n-1}v_nv_1$ sehingga diketahui $V(C_n) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n-1}, v_n\}$. Misalkan v_1 adalah titik akhir paling sebelah kiri. Karena titik v_1 tidak *adjacent* dengan titik v_3, maka $f(v_1)$ dan $f(v_3)$ tidak beririsan. Karena $f(v_1)$ adalah interval pada titik akhir paling sebelah kiri, sehingga diketahui $r\big(f(v_1)\big) < l(f(v_3))$ dan juga $r\big(f(v_1)\big) < l(f(v_{n-1}))$. Hal tersebut menyebabkan tiap titik yang *adjacent* pada titik v_1 dan v_3 atau v_1 dan v_{n-1} akan memiliki titik $r(f(v_1))$. Jadi $f(v_2)$ dan $f(v_n)$ akan memuat titik pada $r(f(v_1))$ sehingga $f(v_2) \cap f(v_n) \neq \phi$. Tetapi pada C_n tidak ada sisi yang menghubungkan titik v_2 dengan v_n (titik v_2 tidak *adjacent* dengan titik v_n) sehingga menyebabkan pengandaian salah. Jadi C_n tidak termasuk graf interval (Francis, 2009:4).

Definisi 16

Induced cycle (sikel terdukung) pada G adalah sikel pada G yang membentuk *induced subgraph* (subgraf terdukung) (Diestel, 2005:8).

Sebagaimana dijelaskan sebelumnya, *induced subgraph* adalah subgraf yang didapatkan dengan cara hanya menghapus titik pada graf sehingga tiap sisi yang *incident* dengan titik tersebut juga ikut terhapus. Jadi *induced cycle* adalah *induced subgraph* yang berbentuk sikel. Dengan demikian *induced cycle* pada suatu graf adalah sikel itu sendiri. Graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3 (Francis, 2009:4) sebagaimana penjelasan berikut: *Induced cycle* adalah suatu *induced subgraph* yang berbentuk sikel. Setiap graf yang memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka memuat C_n untuk $n > 3$. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 20 bahwa graf sikel (C_n) untuk $n > 3$ bukan merupakan graf interval. Sehingga graf yang memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3 bukan merupakan graf interval karena memuat sikel (C_n) untuk $n > 3$.

Penelitian ini menggunakan garis bilangan *real* sebagai ruang dimensi-1 atau dimensi-1. Untuk ruang dimensi yang lebih tinggi, misalkan $\mathbb{R}^2$, dari garis bilangan *real* dapat dibentuk dari pasangan terurut pada interval (I_x, I_y). Pasangan terurut interval (I_x, I_y) menjelaskan persegi di $\mathbb{R}^2$ (dengan tiap sisi sejajar pada sumbu-sumbunya) sebagaimana pada Gambar 2.14. Misalkan diberikan $B = (I_x, I_y)$. Persegi ini disebut 2-*box* dalam hal ini karena persegi tesebut berada pada dimensi-2 pada bidang $\mathbb{R}^2$ (Francis, 2009:5-6).



Gambar 2.14 2-*Box* Pada $\mathbb{R}^2$

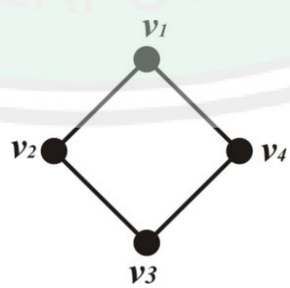
Berdasarkan contoh di atas, sehingga dapat digeneralisasikan definisi dimensi-k dengan mendefinisikan *k-box*.

Definisi 17

k-box (ruang-k), dinotasikan sebagai k-berlipat dari interval $(R_1, R_2, R_3, \dots, R_k)$ adalah himpunan dari titik-titik $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \dots \times R_k$ (Francis, 2009:6).

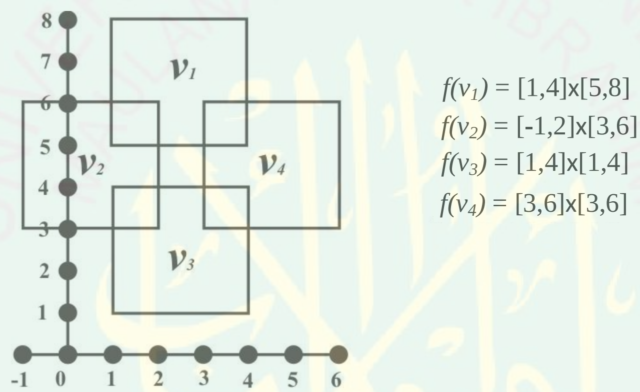
Jika garis bilangan real adalah dimensi-1. Pasangan terurut pada interval (I_x, I_y) yang menotasikan himpunan $I_x \times I_y$ pada titik-titik di $\mathbb{R}^2$ adalah dimensi-2. Maka *k-box* adalah pasangan terurut $(R_1, R_2, R_3, \dots, R_k)$ yang menotasikan himpunan $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \dots \times R_k$ pada titik-titik di $\mathbb{R}^k$ adalah dimensi-k. Karena *k-box* dinotasikan oleh interval k-berlipat, maka X^k menotasikan himpunan dari semua *k-box* dimana X adalah garis bilangan *real*. Graf G disebut *intersection graph* pada *k-box* jika terdapat $f: V(G) \to X^k$ demikian sehingga $\forall u, v \in V(G)$, berlaku $(u, v) \in E(G) \Leftrightarrow f(u) \cap f(v) \neq \phi$. Peta fungsi f disebut *k-box representation* pada G (Francis, 2009:6).

Berdasarkan **Definisi 17**, maka *1-box* adalah interval pada garis *real* ($\mathbb{R}$) sedangkan 2-*box* dapat ditunjukkan sebagai persegi pada $\mathbb{R}^2$ dengan tiap sisi sejajar sumbu-sumbunya. Untuk contoh graf yang berada pada *2-box* dapat menggunakan graf sikel yang telah diketahui bukan merupakan graf interval. Graf sikel C_4 dapat dipetakan sebagai berikut:



Gambar 2.15 Graf Sikel C_4

Gambar 2.15 adalah graf sikel C_4 yang telah diketahui bukan merupakan graf interval, dimana $V(C_4) = \{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ dan X^2 adalah himpunan dari semua interval pasangan terurut (R_1,R_2) yang menotasikan $R_1 \mathrm{x} R_2$ pada titik-titik di $\mathbb{R}^2$. Misalkan f didefinisikan dengan $f = \{(v_1,[1,4]\mathrm{x}[5,8]),(v_2,[-1,2]\mathrm{x}[3,6]),(v_3,[1,4]\mathrm{x}[1,4]),(v_4,[3,6]\mathrm{x}[3,6])\}$, maka f adalah fungsi dari $V(C_4)$ ke X^2. Setiap $a \in V(C_4)$ berada tepat satu pasangan berurutan $(a,b) \in f$. Karena f fungsi dari $V(C_4)$ ke X^2 dan $(a,b) \in f$, dapat diketahui $f(v_1) = [1,4]\mathrm{x}[5,8]$, $f(v_2) = [-1,2]\mathrm{x}[3,6]$, $f(v_3) = [1,4]\mathrm{x}[1,4]$ dan $f(v_4) = [3,6]\mathrm{x}[3,6]$. Peta tiap titik pada C_4 berbentuk persegi akibat dari pasangan terurut interval-intervalnya sebagaimana gambar berikut:



Gambar 2.16 2-*Box Representation* untuk C_4

Persegi v_1 beririsan dengan persegi v_2 dan persegi v_4 menunjukkan titik v_1 *adjacent* dengan titik v_2 dan titik v_4. Persegi v_3 beririsan dengan persegi v_2 dan persegi v_4 menunjukkan titik v_3 *adjacent* dengan titik v_2 dan titik v_4. Persegi v_1 tidak beririsan dengan persegi v_3 menunjukkan titik v_1 tidak *adjacent* dengan titik v_3. Persegi v_2 tidak beririsan dengan persegi v_4 menunjukkan titik v_4 tidak *adjacent* dengan titik v_4. Jadi C_4 adalah *intersection graph* pada X^2 (2-*box*) karena terdapat fungsi yang memetakan $V(C_4)$ ke X^2 dan setiap dua titik *adjacent* di C_4 jika dan hanya jika memiliki peta fungsi yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. Berdasarkan contoh di atas dapat diketahui bahwa graf G memiliki *k-box representation* (interval graf jika $k = 1$) jika dan hanya jika terdapat fungsi yang memetakan $V(G)$ ke X^k, dimana X^k menotasikan himpunan dari semua *k-box*. Sehingga untuk penulisan selanjutnya, penulis tidak lagi menentukan fungsi dan intervalnya, tetapi cukup menunjukkan *k-box representation* yang dimiliki suatu graf.

Definisi 18

Boxicity pada graf G, dinotasikan sebagai *box*(G), adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G dapat digambarkan sebagai perpotongan pada *k-box* (Francis, 2009:7).

Berdasarkan **Definisi 17**, *k-box* adalah interval $(R_1, R_2, R_3, \dots, R_k)$ adalah himpunan dari titik-titik $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \dots \times R_k$ yang menunjukkan suatu dimensi-*k* sehingga *boxicity* dapat diartikan sebagai dimensi terkecil k demikian sehingga G dapat digambarkan pada ruang di dimensi-*k*. Maka dapat disimpulkan bahwa G adalah graf interval jika dan hanya jika $box(G) = 1$, karena terdapat fungsi yang memetakan $V(G)$ ke X, dimana X adalah interval pada garis bilangan *real* ($\mathbb{R}$), dan setiap dua titik yang *adjacent* di G memiliki peta fungsi yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. Kemudian karena C_4 bukan merupakan graf interval dan memiliki *2-box representation* (terdapat fungsi yang memetakan $V(C_4)$ ke X^2, dimana X^2 menotasikan himpunan dari semua interval (R_1, R_2) pada titik-titik di $\mathbb{R}^2$, dan setiap dua titik yang *adjacent* di C_4 memiliki peta fungsi yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.16, maka $box(C_4) = 2$.

2.5 Tingkatan Iman dalam Islam

Beberapa ayat dalam Al-Qur’an menyebutkan tentang keimanan seorang muslim salah satunya adalah surat Al-Mujaadillah ayat 11 sebagaimana berikut:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ يَفۡسَحِ ٱللَّهُ لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١

Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan **(Al-Mujaadillah:11).**

Menurut Amrullah (1975:42-44) dan Al-Maraghi (1989:23-26) bahwa ayat ini turun ketika Rasulullah SAW pada hari jum'at berada di *Shuffah* (yaitu ruang tempat berkumpul dan tempat tinggal dari sahabat-sahabat Rasulullah SAW yang tidak mempunyai rumah tangga). Kemudian para sahabat baik golongan Muhajirin maupun Anshar duduk bersama mengelilingi Rasulullah SAW karena hendak mendengar ajaran-ajaran dan hikmah yang akan beliau keluarkan. Beberapa orang sahabat yang turut dalam perang Badar telah juga turut hadir. Kemudian datang pula beberapa orang sahabat yang turut dalam perang Badar yang lain mengucapkan salam kepada Rasulullah SAW dan yang telah hadir lebih dahulu. Salam mereka dijawab orang yang telah hadir tetapi mereka tidak bergeser dari tempat duduk mereka sehingga orang yang baru datang terpaksa berdiri terus. Melihat hal itu Rasulullah SAW merasa kurang senang, terutama karena di antara orang yang baru datang adalah sahabat yang mendapat penghargaan istimewa dari Allah karena mereka turut dalam perang Badar. Akhirnya bersabdalah Rasulullah SAW kepada sahabat yang bukan *ahli* Badar untuk berdiri. Kemudian beliau menyuruh *ahli* Badar yang masih berdiri untuk duduk. Tetapi yang disuruh berdiri ada yang wajahnya kurang senang atas hal demikian dan orang-orang munafik yang turut hadir mulai membisikkan celaan. Melihat hal demikian bersabdalah Rasulullah SAW: “Dirahmati Allah seseorang yang melapangkan tempat buat saudaranya”. Lama-lama bertambah teraturlah majlis itu karena masing-masing orang saling hormat-menghormati, yang tua patut dituakan, yang lebih berjasa patut dilebihkan. Karena Rasulullah SAW pernah pula bersabda: “Supaya mengelilingiku orang-orang yang mempunyai pandangan jauh dan lanjutan”. Sejak itu artinya orang-orang tua atau yang dituakan duduk di muka. Biasanya Abu Bakar duduk di sebelah kanan Rasulullah SAW, Umar di sebelah kiri, sedang Usman dan Ali duduk di hadapan beliau, sebab keduanya kerap kali diberi tugas mencatat wahyu kalau kebetulan turun.

Ayat ini juga menerangkan ketika seseorang disuruh melapangkan majlis, yang berarti melapangkan hati, bahkan jika dia disuruh berdiri sekalipun lalu memberikan tempatnya kepada orang yang patut didudukkan di muka, maka hal tersebut tidak mengurangi haknya. Karena hal yang demikian merupakan peningkatan dan penambahan kedekatannya pada Allah. Allah akan menambah iman dan ilmunya, sehingga derajatnya akan bertambah naik (Amrullah, 1975:45) dan (Al-Maraghi, 1989:24).

Allah mengetahui segala perbuatan manusia. Dia akan membalas setiap amal perbuatan yang dilakukan manusia. Orang yang berbuat baik akan dibalas dengan kebaikan dan orang yang berbuat buruk akan dibalas dengan apa yang pantas baginya atau Allah akan mengampuninya jika dia mau bertobat (Al-Maraghi, 1989:24) dan (Al-Qarni, 2008:304).

Ayat di atas menjelaskan bahwa ketika seseorang mau berlapang dada, Allah akan meninggikan iman dan ilmu pengetahuannya. Semakin seseorang beriman dan memiliki ilmu maka semakin tinggi derajatnya. Hal ini disebutkan dalam Al-Qur’an surat Ali Imron ayat 163

هُمۡ دَرَجَٰتٌ عِندَ ٱللَّهِۗ وَٱللَّهُ بَصِيرُۢ بِمَا يَعۡمَلُونَ ١٦٣

(Kedudukan) mereka itu bertingkat-tingkat di sisi Allah, dan Allah Maha melihat apa yang mereka kerjakan **(Ali Imron:163)**

Surat Ali Imron ayat ke 163 menjelaskan bahwa sesungguhnya setiap orang berbeda keimanan dan pengetahuannya sewaktu di dunia yang berakibat mempengaruhi setiap amal perbuatan yang dilakukan.Perbedaan itu bertingkat-tingkat (Al-Maraghi, 1993:212). Orang yang berbuat kebaikan dan mengikuti keridhaan-Nya akan mendapat pahala. Kedudukan mereka berbeda dengan orang yang berbuat kejahatan akan kembali dengan membawa murka-Nya dan mendapatkan siksa sebagai balasan amal perbuatannya (Muhammad dan Abdirrahman, 2011:294) dan (Al-Mubarakfuri, 2007:348). Tidak ada yang samar bagi Allah mengenai motivasi-motivasi amal perbuatan yang ada di dalam jiwa manusia. Juga tidak ada bagi Allah hal-hal yang tersembunyi di balik hati mereka, baik berupa bisikan hati atau keinginannya (Al-Maraghi, 1993:212-213). Allah akan memberikan balasan sesuai dengan amal perbuatan. Semua amal perbuatan mereka akan diperhitungkan sehingga masing-masing akan dibalas sesuai amal baik dan buruk yang dikerjakan (Al-Mubarakfuri, 2007:349) dan (Ath-Thabari, 2007:151).

Dua ayat di atas menjelaskan bahwa orang yang memiliki iman dan ilmu pengetahuan derajatnya akan dinaikkan oleh Allah. Jadi setiap orang berbeda-beda derajatnya berdasarkan iman dan ilmunya. Rasulullah SAW bersabda: "perbaruilah (perbaikilah) iman kalian dengan memperbanyak membaca kalimat *Laa Ilaaha Illallah*". Rasulullah SAW memerintahkan umatnya untuk memperbanyak membaca kalimat iman. Iman menurut sebagian ulama terbagi menjadi lima tingkatan (bagian) yaitu:

1. Tingkatan iman pertama disebut dengan iman *matbu'* yaitu iman yang dimiliki oleh para malaikat. Tingkatan iman ini tidak pernah berkurang dan tidak pula bertambah

2. Tingkatan iman kedua disebut dengan iman *ma'shum* yaitu tingkatan iman yang dimiliki oleh para Nabi dan Rasul Allah. Tingkatan iman ini tidak pernah berkurang dan selalu bertambah ketika wahyu datang kepadanya.
3. Tingkatan iman ketiga disebut dengan iman *maqbul* yaitu iman yang dimiliki oleh kaum muslimin dan muslimat. Iman tingkatan ini selalu bertambah jika mengerjakan amal kebaikan dan akan berkurang jika melakukan maksiat.
4. Tingkatan iman keempat disebut dengan iman *mauquf* yaitu iman yang dimiliki oleh *ahli bid'ah* atau disebut iman yang ditangguhkan. Maksudnya adalah jika *ahli bid'ah* berhenti melakukan perbuatan *bid'ah* maka imannya akan diterima. Contoh *ahli bid'ah* adalah kaum *rafidhoh* atau dukun, ahli sihir, dan yang sejenisnya.
5. Tingkatan iman kelima disebut dengan iman *mardud* yaitu iman yang ditolak. Iman ini dimiliki oleh orang-orang musyrik, murtad dan kafir ataupun sejenisnya (Salman, 2012:1).

BAB III

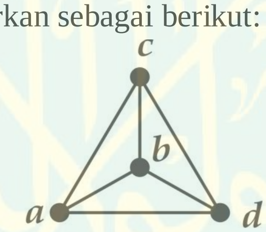
PEMBAHASAN

Pada bab III ini akan dibahas mengenai *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n) dengan $n \geq 3$ untuk setiap n adalah bilangan asli. Sebagaimana dijelaskan sebelumnya *boxicity* $(box(G))$ adalah dimensi terkecil k demikian sehingga G dapat digambarkan pada ruang di dimensi-k. Graf G memiliki *k-box representation* (interval graf jika $k = 1$) jika dan hanya jika terdapat fungsi yang memetakan $V(G)$ ke X^k, dimana X^k menotasikan himpunan dari semua *k-box*.

3.1 *Boxicity* pada Graf Roda

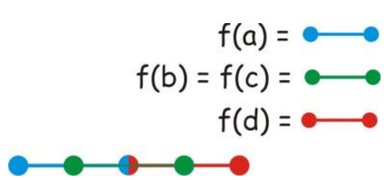
3.1.1 Graf Roda W_3

Graf roda W_3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Graf Roda W_3

Langkah pertama untuk mencari *boxicity* pada graf roda W_3 adalah menentukan jenis graf tersebut termasuk graf interval atau bukan. Dari Gambar 3.1, diketahui $V(W_3) = \{a, b, c, d\}$. Berdasarkan **Definisi 15**, maka terdapat fungsi f yang memetakan $V(W_3)$ ke X, dimana X adalah interval pada garis bilangan *real*. Titik *a adjacent* titik b pada W_3 jika dan hanya jika memiliki peta yang beririsan $(f(a) \cap f(b) \neq \phi)$. Berikut adalah *interval representation* pada W_3:

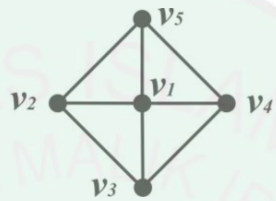


Gambar 3.2 *Interval Representation* Graf Roda W_3

Karena dapat ditunjukkan *interval representation* untuk W_3, maka W_3 termasuk graf interval sehingga $box(W_3) = 1$.

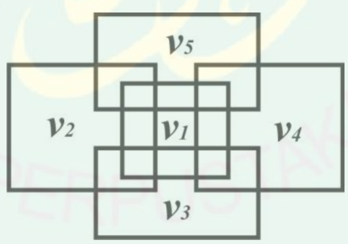
3.1.2 Graf Roda W_4

Graf roda W_4 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.3 Graf Roda W_4

Sikel C_4 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 pada W_4 pada Gambar 3.3. Berdasarkan **Definisi 16** maka W_4 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka W_4 bukan graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk W_4 sebagaimana gambar berikut:

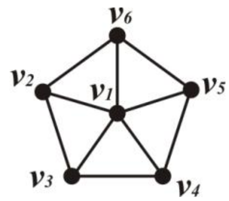


Gambar 3.4 *2-Box Representation* Graf Roda W_4

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk W_4 maka $box(W_4) = 2$.

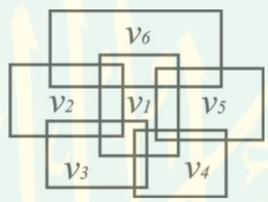
3.1.3 Graf Roda W_5

Graf roda W_5 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.5 Graf Roda W_5

Sikel C_5 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 pada W_5 pada Gambar 3.5. Berdasarkan **Definisi 16** maka W_5 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka W_5 bukan graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk W_5 sebagai berikut:

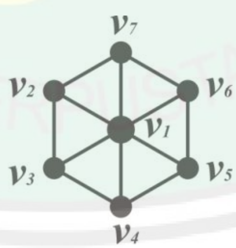


Gambar 3.6 *2-Box Representation* Graf Roda W_5

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk W_5 maka $box(W_5) = 2$.

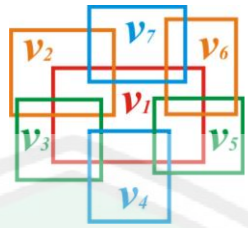
3.1.4 Graf Roda W_6

Graf roda W_6 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.7 Graf Roda W_6

Sikel C_6 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 pada W_6 pada Gambar 3.7. Berdasarkan **Definisi 16** maka W_6 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka W_6 bukan graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk W_6 sebagai berikut:



Gambar 3.8 *2-Box Representation* Graf Roda W_6

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk W_6 maka $box(W_6) = 2$.

Berdasarkan hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola *boxicity* pada graf roda W_3 sampai W_n sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.1. *Boxicity* pada Graf Roda

No	Graf	*Boxicity*
1	W_3	1
2	W_4	2
3	W_5	2
4	W_6	2
5	W_n	$W_n = 1$, untuk $n = 3$ $W_n = 2$, untuk $n \geq 4$

Teorema 1

Boxicity pada graf roda (W_n), untuk $n \geq 3$ adalah

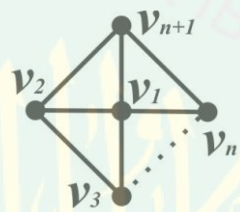
$$box(W_n) = \begin{cases} 1, & n = 3 \\ 2, & n \geq 4 \end{cases}$$

Bukti Teorema 1

1. Misalkan W_n adalah graf roda dengan $n = 3$. $V(W_3) = \{a, b, c, d\}$ sebagaimana pada Gambar 3.1. Berdasarkan **Definisi 12**, maka terdapat fungsi f yang memetakan $V(W_3)$ ke X, dimana X adalah interval pada garis bilangan *real*. Titik *a adjacent* titik *b* pada W_3

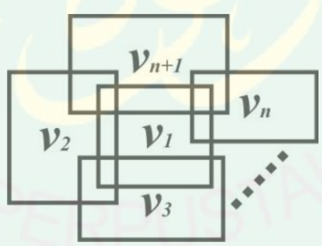
jika dan hanya jika memiliki peta yang beririsan $(f(a) \cap f(b) \neq \phi)$. Karena dapat ditunjukkan *interval representation* untuk W_3 sebagaimana pada Gambar 3.2 maka W_3 adalah graf interval sehingga $box(W_3) = 1$.

2. Misalkan W_n adalah graf roda dengan $n = 4,5,6, \dots, n$. Sikel C_n dapat diperoleh dengan cara menghapus titik pusat pada W_n. Berdasarkan **Definisi 16,** maka W_n memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka W_n bukan graf interval. W_n dapat digambarkan sebagaimana berikut:



Gambar 3.9 Graf Roda (W_n)

Karena W_n, untuk $n \geq 4$, bukan merupakan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk W_n sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.10 *2-Box Representation* Graf Roda (W_n)

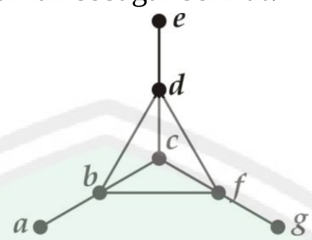
Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk W_n maka $box(W_n) = 2$, untuk $n \geq 4$.

Jadi *boxicity* pada graf roda adalah $box(W_n) = 1$, untuk $n = 3$ dan $box(W_n) = 2$, untuk $n \geq 4$.

3.2 *Boxicity* pada Graf Helm

3.2.1 Graf Helm H_3

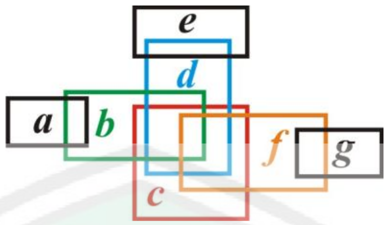
Graf helm H_3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.11 Graf Helm H_3

Langkah pertama untuk mencari *boxicity* pada graf helm H_3 adalah menentukan jenis graf tersebut termasuk graf interval atau bukan sebagaimana penjelasan berikut: Misalkan H_3 adalah graf interval. Berdasarkan **Definisi 15,** maka terdapat fungsi f yang memetakan $V(H_3)$ ke X, dimana X adalah himpunan dari semua interval tertutup pada garis bilangan *real*. Dari Gambar 3.11, dapat diketahui $V(H_3) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Titik u *adjacent* titik v pada H_3 jika dan hanya jika memiliki peta yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. Misalkan fungsi f memetakan titik a pada interval $[0,1]$. Fungsi f memetakan titik b pada interval $[1,2]$. Fungsi f memetakan titik c pada interval $[2,3]$. Fungsi f memetakan titik f pada interval $[2,4]$. Fungsi f memetakan titik g pada interval $[4,5]$. Fungsi f memetakan titik d pada interval $[2,3]$. Karena titik e *adjacent* titik d, maka peta titik e akan memiliki minimal satu titik yang berada di antara interval 2 sampai 3 $(2 \leq e \leq 3)$. Jika demikian, maka peta titik e akan beririsan dengan peta yang memiliki interval $[2]$ atau $[3]$ atau $[2,3]$. Hal ini berarti titik e *adjacent* dengan titik b atau c atau d atau f. Tetapi titik e hanya *adjacent* dengan titik d, dan titik e tidak *adjacent* dengan titik b atau c atau f pada H_3 sehingga terjadi kontradiksi. Maka asumsi salah dan diketahui bahwa H_3 bukan graf interval.

Karena H_3 tidak termasuk graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk H_3 sebagai berikut:

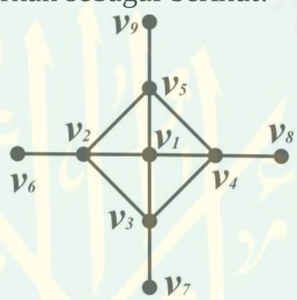


Gambar 3.12 *2-Box Representation* Graf Helm H_3

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk H_3 maka $box(H_3) = 2$.

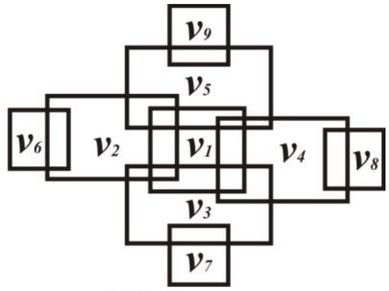
3.2.2 Graf Helm H_4

Graf helm H_4 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.13 Graf Helm H_4

Sikel C_4 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 dan tiap titik berderajat satu atau anting pada H_4 pada Gambar 3.13. Berdasarkan **Definisi 16** maka H_4 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka H_4 bukan graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk H_4 sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.14 *2-Box Representation* Graf Helm H_4

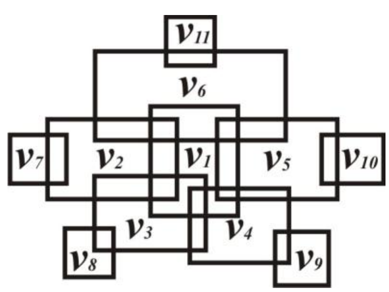
Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk H_4 maka $box(H_4) = 2$.

3.2.3 Graf Helm H_5

Graf helm H_5 dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 3.15 Graf Helm H_5

Sikel C_5 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 dan tiap titik berderajat satu atau anting pada H_5 pada Gambar 3.15. Berdasarkan **Definisi 16** maka H_5 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka H_5 bukan graf interval sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk H_5 sebagai berikut:



Gambar 3.16 *2-Box Representation* Graf Helm-5(H_5)

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk H_5 maka $box(H_5) = 2$.

Berdasarkan hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola *boxicity* pada graf helm H_3 sampai H_n sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.2 *Boxicity* pada Graf Helm

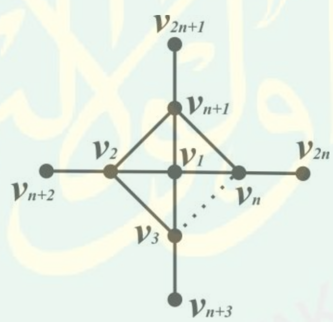
No	Graf	*Boxicity*
1	H_3	2
2	H_4	2
3	H_5	2
4	H_n	$H_n = 2,$ untuk $n \geq 3$

Teorema 2

Boxicity pada graf helm (H_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$

Bukti Teorema 2

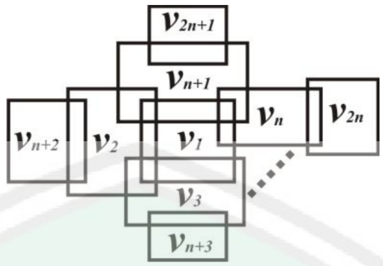
Graf helm (H_n) dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.17 Graf Helm (H_n)

Misalkan H_n adalah graf helm dengan $n = 4,5,6, \dots, n$. Sikel C_n dapat diperoleh dengan cara menghapus titik pusat pada H_n dan semua titik yang berderajat satu. Berdasarkan **Definisi 16,** maka H_n memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka H_n bukan graf interval.

Karena H_n, untuk $n \geq 4$, bukan merupakan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk H_n sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.18 *2-Box Representation* Graf Helm (H_n)

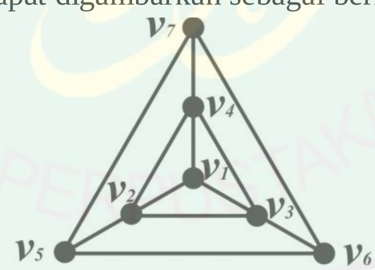
Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk H_n maka $box(H_n) = 2$, untuk $n \geq 4$. Untuk H_n dimana $n = 3$, telah dijelaskan pada halaman 35 samapai halaman 36 bahwa graf helm H_3 tidak dapat dipetakan pada interval garis bilangan *real*, tetapi H_3 memiliki *2-box representation*, maka $box(H_3) = 2$.

Jadi *boxicity* pada graf helm adalah $box(H_n) = 2$, untuk $n \geq 3$.

3.3 *Boxicity* pada Graf Helm Tertutup

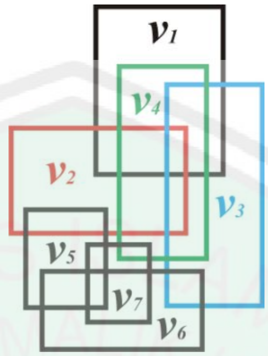
3.3.1 Graf Helm Tertutup cH_3

Graf helm tertutup cH_3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.19 Graf Helm Tertutup cH_3

Langkah pertama untuk mencari *boxicity* pada graf helm tertutup cH_3 adalah menentukan jenis graf tersebut termasuk graf interval atau bukan. Sikel C_4 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1, v_2, v_5 pada cH_3 pada Gambar 3.19. Berdasarkan **Definisi 16** maka cH_3 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka cH_3 bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_3 sebagaimana gambar berikut:

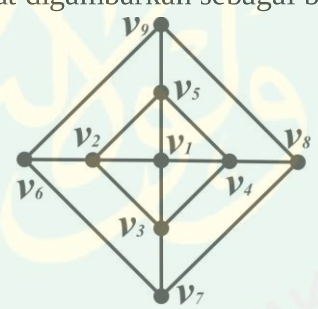


Gambar 3.20 *2-Box Representation* Graf Helm Tertutup cH_3

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_3 maka $box(cH_3) = 2$.

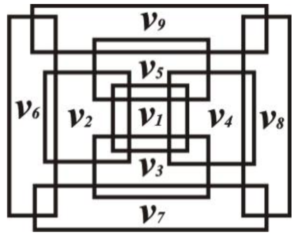
3.3.2 Graf Helm Tertutup cH_4

Graf helm tertutup cH_4 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.21 Graf Helm Tertutup cH_4

Sikel C_4 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 dan sikel luar pada cH_4 pada Gambar 3.21. Berdasarkan **Definisi 16** maka cH_4 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka cH_4 bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_4 sebagaimana gambar berikut:

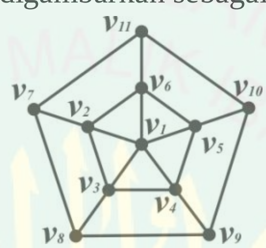


Gambar 3.22 *2-Box Representation* Graf Helm Tertutup-4(cH_4)

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_4 maka $box(cH_4) = 2$.

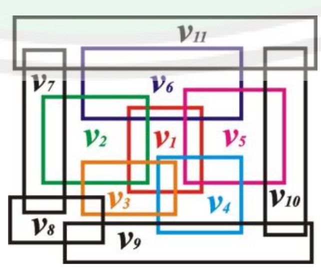
3.3.3 Graf Helm Tertutup cH_5

Graf helm tertutup cH_5 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.23 Graf Helm Tertutup cH_5

Sikel C_5 dapat diperoleh dengan cara menghapus titik v_1 dan tiap titik terluar pada cH_5 pada Gambar 3.23. Berdasarkan **Definisi 16** maka cH_5 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka cH_5 bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_5 sebagai berikut:



Gambar 3.24 *2-Box Representation* Graf Helm Tertutup cH_5

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_5 maka $box(cH_5) = 2$.

Berdasarkan hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola *boxicity* pada graf helm tertutup cH_3 sampai cH_n sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.3 *Boxicity* pada Graf Helm Tertutup

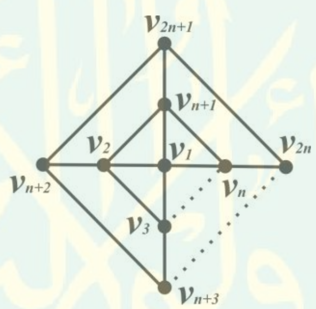
No	Graf	*Boxicity*
1	cH_3	2
2	cH_4	2
3	cH_5	2
4	cH_n	$cH_n = 2$, untuk $n \geq 3$

Teorema 3

Boxicity pada graf helm tertutup (cH_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$

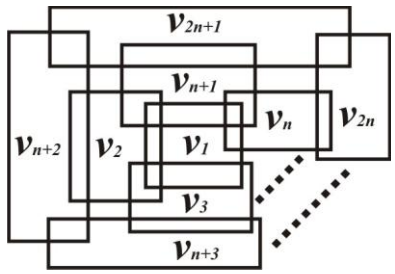
Bukti Teorema 3

Graf helm tertutup (cH_n) dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.25 Graf Helm tertutup (cH_n)

Misalkan cH_n adalah graf helm tertutup dengan $n = 4,5,6, \dots, n$. Sikel C_n dapat diperoleh dengan cara menghapus titik pusat pada cH_n dan sikel luarnya. Berdasarkan **Definisi 16,** maka cH_n memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka cH_n bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_n sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.26 *2-Box Representation* Graf Helm Tertutup (cH_n)

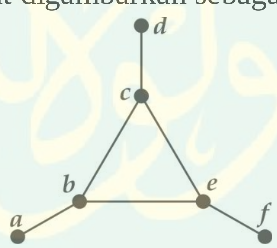
Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk cH_n maka $box(cH_n) = 2$, untuk $n \geq 4$. Untuk cH_n dimana $n = 3$, telah dijelaskan pada halaman 40 bahwa graf helm cH_3 memuat *induced cycle* sehingga bukan merupakan graf interval. Karena cH_3 memiliki *2-box representation*, maka $box(cH_3) = 2$.

Jadi *boxicity* pada graf helm tertutup adalah $box(cH_n) = 2$, untuk $n \geq 3$.

3.4 *Boxicity* pada Graf Sikel Berambut

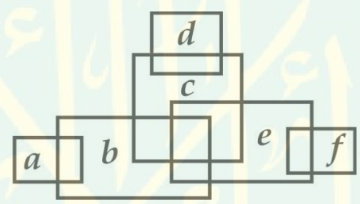
3.4.1 Graf Sikel Berambut hC_3

Graf sikel berambut hC_3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.27 Graf Sikel Berambut hC_3

Langkah pertama untuk mencari *boxicity* pada graf sikel berambut hC_3 adalah menentukan jenis graf tersebut termasuk graf interval atau bukan sebagaimana penjelasan berikut: Misalkan hC_3 adalah graf interval. Berdasarkan **Definisi 15,** maka terdapat fungsi f yang memetakan $V(hC_3)$ ke X, dimana X adalah himpunan dari semua interval tertutup pada garis bilangan *real*. Dari Gambar 3.27, dapat diketahui $V(hC_3) = \{a, b, c, d, e, f\}$. Setiap titik yang *adjacent* dengan titik lain pada hC_3, Misalkan titik *u* *adjacent* titik *v*, akan memiliki peta yang beririsan $(f(u) \cap f(v) \neq \phi)$. Misalkan fungsi f memetakan titik a pada interval [0,1]. Fungsi f memetakan titik b pada interval [1,3]. Fungsi f memetakan titik e pada interval [3,4]. Fungsi f memetakan titik f pada interval [4,5]. Fungsi f memetakan titik c pada interval [2,3]. Karena titik d *adjacent* titik c, maka peta titik d akan memiliki minimal satu titik yang berada di antara interval 2 sampai 3 $(2 \leq d \leq 3)$. Jika demikian, maka peta titik d akan beririsan dengan peta yang memiliki interval [2] atau [3] atau [2,3]. Hal ini berarti titik e *adjacent* dengan titik b atau c atau e. Tetapi titik d hanya *adjacent* dengan titik c, dan titik d tidak *adjacent* dengan titik b atau e pada hC_3 sehingga terjadi kontradiksi. Maka asumsi salah dan diketahui bahwa hC_3 bukan graf interval. Sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_3 sebagai berikut:

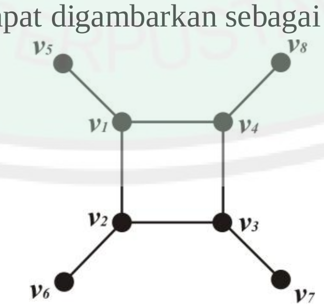


Gambar 3.28 *2-Box Representation* Graf Sikel Berambut hC_3

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_3 maka $box(hC_3) = 2$.

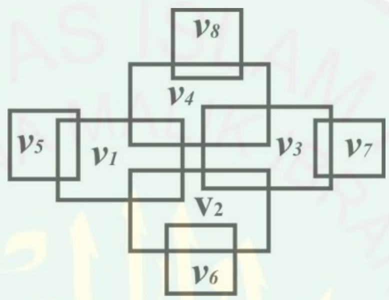
3.4.2 Graf Sikel Berambut hC_4

Graf sikel berambut hC_4 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.29 Graf Sikel Berambut hC_4

Sikel C_4 dapat diperoleh dengan cara menghapus tiap titik berderajat satu atau anting pada hC_4 pada Gambar 3.29. Berdasarkan **Definisi 16** maka hC_4 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka hC_4 bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_4 sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.30 *2-Box Representation* Graf Sikel Berambut hC_4

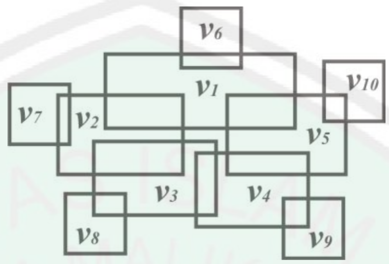
Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_4 maka $box(hC_4) = 2$.

3.4.3 Graf Sikel Berambut hC_5

Graf sikel berambut hC_5 dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 3.31 Graf Sikel Berambut hC_5

Sikel C_5 dapat diperoleh dengan cara menghapus tiap titik berderajat satu atau anting pada hC_5 pada Gambar 3.31. Berdasarkan **Definisi 16** maka hC_5 memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka hC_5 bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_5 sebagai berikut:



Gambar 3.32 *2-Box Representation* Graf Sikel Berambut hC_5

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_5 maka $box(hC_5) = 2$.

Berdasarkan hasil pembahasan di atas, maka didapatkan pola *boxicity* pada graf sikel berambut hC_3 sampai hC_n sebagaimana pada tabel berikut:

Tabel 3.4 *Boxicity* pada Graf Sikel Berambut

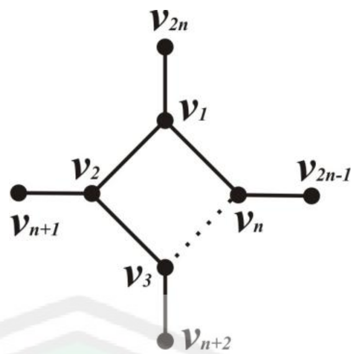
No	Graf	*Boxicity*
1	hC_3	2
2	hC_4	2
3	hC_5	2
4	hC_n	$hC_n = 2$, untuk $n \geq 3$

Teorema 4

Boxicity pada graf sikel berambut (hC_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$

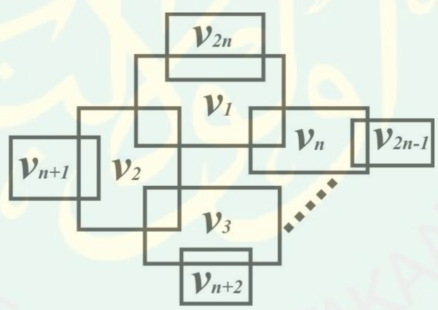
Bukti Teorema 4

Graf sikel berambut (hC_n) dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.33 Graf sikel berambut (hC_n)

Misalkan hC_n adalah graf sikel berambut dengan $n = 4,5,6, \dots, n$. Sikel C_n dapat diperoleh dengan cara menghapus semua titik yang berderajat satu pada hC_n. Berdasarkan **Definisi 16,** maka hC_n memuat *induced cycle* yaitu *induced subgraf* yang berbentuk sikel. Telah dijelaskan sebelumnya pada halaman 21 bahwa graf interval tidak dapat memuat *induced cycle* dengan sisi sikel lebih dari 3, maka hC_n bukan graf interval, sehingga cukup ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_n sebagaimana gambar berikut:



Gambar 3.34 *2-Box Representation* Graf Sikel Berambut (hC_n)

Karena dapat ditunjukkan *2-box representation* untuk hC_n maka $box(hC_n) = 2$, untuk $n \geq 4$. Untuk hC_n dimana $n = 3$, telah dijelaskan pada halaman 44 bahwa graf helm hC_3 tidak dapat dipetakan pada interval garis bilangan *real*, sehingga hC_3 bukam graf interval. Karena hC_3 memiliki *2-box representation*, maka $box(hC_3) = 2$.

Jadi *boxicity* pada graf sikel berambut adalah $box(hC_n) = 2, untuk\ n \geq 3$.

3.5 *Boxicity* dalam Perspektif Islam

Iman adalah sikap percaya, dalam hal ini terutama percaya pada enam rukun iman, sebagaimana disebutkan oleh nabi yang artinya: *(iman) adalah engkau beriman kepada Allah, malaikat-malaikat-Nya, kitab-kitab-Nya, rasul-rasul-Nya, hari akhir dan engkau beriman kepada qadar, yang baik dan yang buruk* (HR. Bukhari dan Muslim dalam Kitabul Iman). Iman adalah berdasarkan kepada enam rukun tersebut. Iman tidaklah sempurna kecuali apabila telah mencakupnya secara keseluruhan. Barang siapa mengingkari salah satunya, maka dia bukanlah seorang mukmin (Al-Atsari dan Al-Hamad, 2006:70).

Beberapa ayat dalam Al-Qur’an menyebutkan tentang keimanan seorang muslim salah satunya adalah surat Al-Mujaadillah ayat 11 sebagaimana berikut:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ يَفۡسَحِ ٱللَّهُ لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١

Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan **(Al-Mujaadillah:11).**

Ayat di atas menjelaskan bahwa ketika seseorang mau berlapang dada, Allah akan meninggikan iman dan ilmu pengetahuannya. Semakin seseorang beriman dan memiliki ilmu maka semakin tinggi derajatnya. Hal ini disebutkan dalam Al-Qur’an surat Ali Imron ayat 163:

هُمۡ دَرَجَٰتٌ عِندَ ٱللَّهِۗ وَٱللَّهُ بَصِيرُۢ بِمَا يَعۡمَلُونَ ١٦٣

(Kedudukan) mereka itu bertingkat-tingkat di sisi Allah, dan Allah Maha melihat apa yang mereka kerjakan **(Ali Imron:163)**

Sesungguhnya setiap orang berbeda keutamaan-keutamaan dan pengetahuan sewaktu di dunia yang berakibat mempengaruhi setiap amal perbuatan yang dilakukan. Perbedaan itu bertingkat-tingkat (Al-Maraghi, 1993:212).

Ayat-ayat di atas menjelaskan bahwa orang yang memiliki iman dan ilmu pengetahuan derajatnya akan dinaikkan oleh Allah. Jadi setiap orang berbeda-beda derajatnya berdasarkan iman dan ilmunya. Iman menurut sebagian ulama terbagi menjadi lima tingkatan (bagian) yaitu:

1. Iman *matbu'* yaitu iman yang dimiliki oleh para malaikat
2. Iman *ma'shum* yaitu iman yang dimiliki oleh Nabi dan Rasul Allah
3. Iman *maqbul* yaitu iman yang dimiliki oleh orang muslim
4. Iman *mauquf* yaitu iman yang dimiliki oleh *ahli* bid'ah
5. Iman *mardud* yaitu iman yang dimiliki oleh orang musyrik, murtad dan kafir

Boxicity pada graf G, dinotasikan sebagai $box(G)$, adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G dapat digambarkan sebagai perpotongan pada k-*box* (Francis, 2009:7). k-*box* adalah himpunan dari titik-titik $R_1 \times R_2 \times R_3 \times \ldots \times R_k$ yang menunjukkan suatu dimensi ruang sehingga *boxicity* dapat diartikan sebagai dimensi terkecil k demikian sehingga G dapat digambarkan pada ruang di dimensi-k. Dimensi ruang dimulai dari dimensi-1 sampai dimensi-n tapi karena keterbatasan indera, manusia hanya dapat melihat sampai dimensi-3. Berikut adalah ciri-ciri dari dimensi-1 sampai dimensi-3:

1. Dimensi-1 yaitu dimensi yang hanya memiliki panjang
2. Dimensi-2 yaitu dimensi yang memiliki panjang dan lebar

3. Dimensi-3 yaitu dimensi yang memiliki panjang, lebar dan tinggi

Boxicity dapat menjadi salah satu contoh dari isi kandungan surat Ali Imron ayat 163. Yakni kedudukan tiap orang bertingkat-tingkat. Perbedaan tersebut bertingkat-tingkat karena iman dan ilmu seseorang yang mempengaruhi amal perbuatannya juga bertingkat-tingkat. Iman dan ilmu seseorang belum tentu sama dengan yang lainnya meskipun berasal dari sekolah yang sama. Sehingga kedudukan tiap orang bertingkat-tingkat berdasarkan iman dan ilmunya. Dalam *boxicity*, dimensi suatu graf juga bertingkat-tingkat karena sifat satu graf dengan yang lainnya belum tentu sama. Hal tersebut menyebabkan adanya jenis-jenis graf, misalnya graf interval atau yang lain, dimana tiap jenis graf memiliki ciri khusus dan tingkatan dimensi dalam *boxicity* yang berbeda.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan pada skripsi ini, didapatkan bahwa *boxicity* pada graf roda (W_n), graf helm (H_n), graf helm tertutup (cH_n) dan graf sikel berambut (hC_n) adalah sebagai berikut:

1. Graf Roda

   Boxiciy pada graf roda yaitu:

   a. $box(W_3) = 1$

   b. $box(W_n) = 2$, untuk $n > 3$
2. Graf Helm

   Boxicity pada graf helm (H_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$
3. Graf Helm Tertutup

   Boxicity pada graf helm tertutup (cH_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$
4. Graf Sikel Berambut

   Boxicity pada graf sikel berambut (hC_n) adalah 2, untuk $n \geq 3$

4.2 Saran

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis hanya mendapatkan graf yang berada sampai dimensi-2 atau $box(G) = 2$. Oleh karena itu penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini supaya mengembangkannya dengan membahas graf yang memiliki $box(G) \geq 3$.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, dkk. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Press

Al-Atsari, Abdullah bin Abdul Hamid dan Al-Hamad, Muhammad bin Ibrahim, 2006. *Ringkasan Keyakinan Islam (Aqidah Ahlu Sunnah Wal Jamaah*. Surabaya: Pustaka La Raiba Bima Amanta (eLBA))

Al-Maraghi, Ahmad Mustafa. 1993. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi 4*. Terjemahan Anshori Umar S., Hery Noer A., Ali Imron B.A. Cv. Semarang: Toha Putra Semarang

Al-Maraghi, Ahmad Mustafa. 1993. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi 28*. Terjemahan Anshori Umar S., Hery Noer A., Bahrun Abubakar. Cv. Semarang: Toha Putra Semarang

Al-Mubarakfuri, Syafiyyurrahman. 2007. *Shahih Ibnu Katsir Jilid 2*. Terjemahan Abu ihsan Al-Atsari. Bogor: Pustaka Ibnu Katsir

Al-Qarni, Aidh. 2008. *Tafsir Muyassar 4*. Terjemahan tim penerjemah Qisthi Press. Jakarta: Qisthi Press

Amrullah, Abdul Malik Abdul Karim. 1975. *Tafsir Al-Azhar Juz 28*. Surabaya: Yayasan Latimojong

Ath-Thabari, Abu Ja'far Muhammad bin Jarir. 2007. *Tafsir Ath-Thabari (6)*. Terjemahan Akhmad Affandi. Jakarta Selatan: Pustaka Azzam

Bartle, R.G dan Sherbet, D.R. 1994. *Introduction to Real Analysis Third Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Bondy, J.A. dan Murty, U.S.R. 2008. *Graph Theory*. New York: Springer

Chandran, L. Sunil, Francis, Mathew C. dan Sivadasan, Naveen. 2006. *Boxicity and Maximum Degree*. Computer Science and Automatic Indian Institute of Science Bangalor

Chatrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: Division of Wadsworth.Inc.

Chartrand, Gery dan Lesniak, Linda. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. Florida: CRC Press LLC

Diestel, Reinhard. 2005. *Graph Theory*. New York: Springer – Verlag Heidelberg

Francis, Mathew C. 2009. *Intersection Graph of Boxes and Cubes*. Computer Science and Automatic Indian Institute of Science Bangalor

Gallian, J.A. 2007. *Dynamic Survey of Graph Labeling*. (Online): (http://mathword.wolfram.com/www.combinatorics.org/Surveys//ds6.pdf. diakses 17 Juli 2012)

Harris, John M., Hirst, Jeffry L. dan Mossinghoff, Michael J. 2008. *Combinatorics And Graph Theory Second Edition*. New York: Springer Science+Business Media, LLC

Muhammad, Al-Imam Jalaluddin dan Abdirrahman, Al-Imam Jalaluddin. 2011. *Tafsir Jalalain Jilid I*. Terjemahan Najib Junadi. Surabaya: Pustaka eLBA

Purwanto. 1998. *Teori Graf*. Malang: IKIP MALANG

Salman, Abu. 2012. *Tingkatan Iman.* (Online): (http://abu-salman-blogspot.com/p/tingkatan-iman.html. Diakses 17 Juli 2012)

Vasudev, C. 2007. *Combinatorics And Graph Theory*. New Delhi: New Age International

Wilson, Robin J. 1996. *Introduction to Graph Theory Fourth Edition.* London: Addison Wesley Longman

Wojciechowski, Jerzy. 2002. *Minimal Equability of Hairy Cycles*. West Virginia University

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : M. Rofiq Nanang Bahri
NIM : 08610074
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : *Boxicity* pada Graf Roda (W_n), Graf Helm (H_n), Graf Helm Tertutup (cH_n) dan Graf Sikel Berambut (hC_n)
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, M.A.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	15 Februari 2012	Konsultasi BAB I dan BAB II	1.
2.	23 Februari 2012	Revisi BAB II	2.
3.	9 Maret 2012	Konsultasi Kajian Agama	3.
4.	12 Maret 2012	Revisi Kajian Agama BAB II	4.
5.	31 Maret 2012	ACC BAB I dan BAB II	5.
6.	3 Mei 2012	ACC Kajian Agama BAB II	6.
7.	4 Mei 2012	Tambahan dan Revisi pada BAB I	7.
8.	11 Mei 2012	Revisi BAB I dan BAB II	8.
9.	15 Mei 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB III	9.
10.	22 Mei 2012	ACC Kajian Agama	10.
11.	25 Mei 2012	ACC BAB I dan Revisi BAB II	11.
12.	31 Mei 2012	Revisi BAB II dan Konsultasi BAB III	12.
13.	7 Juni 2012	ACC BAB II dan BAB III	13.

Malang, 30 Juni 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : M. Rofiq Nanang Bahri
NIM : 08610074
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : *Boxicity* pada Graf Roda (W_n), Graf Helm (H_n), Graf Helm Tertutup (cH_n) dan Graf Sikel Berambut (hC_n)
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, M.A.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	15 Februari 2012	Konsultasi BAB I dan BAB II	1.
2.	23 Februari 2012	Revisi BAB II	2.
3.	9 Maret 2012	Konsultasi Kajian Agama	3.
4.	12 Maret 2012	Revisi Kajian Agama BAB II	4.
5.	31 Maret 2012	ACC BAB I dan BAB II	5.
6.	3 Mei 2012	ACC Kajian Agama BAB II	6.
7.	4 Mei 2012	Tambahan dan Revisi pada BAB I	7.
8.	11 Mei 2012	Revisi BAB I dan BAB II	8.
9.	15 Mei 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB III	9.
10.	22 Mei 2012	ACC Kajian Agama	10.
11.	25 Mei 2012	ACC BAB I dan Revisi BAB II	11.
12.	31 Mei 2012	Revisi BAB II dan Konsultasi BAB III	12.
13.	7 Juni 2012	ACC BAB II dan BAB III	13.

Malang, 30 Juni 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001