PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN FUZZY NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE *STEEPEST DESCENT*

SKRIPSI

Oleh:
NURUS SAKINAH
NIM. 08610073

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN FUZZY NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE *STEEPEST DESCENT*

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
NURUS SAKINAH
NIM. 08610073

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN FUZZY NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE *STEEPEST DESCENT*

SKRIPSI

Oleh:
NURUS SAKINAH
NIM. 08610073

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 13 Januari 2012

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Mohammad Jamhuri, M.Si	Achmad Nashichuddin, M.A
NIP 1981 0502 200501 1 004	NIP. 1973 07 05 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN FUZZY NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE *STEEPEST DESCENT*

SKRIPSI

Oleh:

NURUS SAKINAH
NIM. 08610073

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 21 Januari 2012

Susunan Dewan Penguji: Tanda Tangan

1. **Penguji Utama : Evawati Alisah, M.Pd (..........................)**
   NIP. 1972 0604 1999 03 2 001
2. **Ketua : Wahyu Henky Irawan, M.Pd (..........................)**
   NIP. 1971 0420 2000 03 1 003
3. **Sekretaris : Mohammad Jamhuri, M.Si (..........................)**
   NIP. 1981 0502 2005 01 1 004
4. **Anggota : Achmad Nashichuddin, M.A (..........................)**
   NIP. 1973 0705 2000 03 1 002

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.1975 1006 2003 12 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Nurus Sakinah
NIM	: 08610073
Jurusan	: Matematika
Fakultas/Jurusan	: Sains dan Teknologi/Matematika

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 09 Januari 2012
Yang membuat pernyataan,

Nurus Sakinah
NIM. 08610073

MOTTO

Keep Spirit, Sholat, Doa, Belajar dan Sabar

Berusahalah menggapai cita-cita selagi kata “menyesal” belum datang

Yakinlah BISA dan PASTI BISA

PERSEMBAHAN

Dengan iringan do'a dan rasa syukur yang sangat besar karya ini penulis persembahkan sebagai cinta kasih dan bakti penulis untuk:

Abi Muzakki dan Ummi Jannatul Ma'wa, Kakak Istnan Hidayatullah, S.Th.I, M.Si, Kakak Ach. Ghofurul Wadud, S.Psi, Kakak Nur Azizah, dan Adik Nur Latifah

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Alhamdulillahirobbil'alamiin… segala puji dan syukur bagi Allah, yang telah memberikan rahmatkepada semua makhluk di bumi, yang Maha Perkasa dan Maha Bijaksana, penguasa alam semesta yang telah memberikan kekuatan dan bimbingan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skiripsi ini. Shalawat serta salam semoga senantiasa terlantunkan kepada pahlawan Revolusi Islam yakni Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing dari jalan yang terjal menuju jalan yang lurus dan jalan yang diridhoi-Nya yakni agama Islam.

Berkat bantuan, bimbingan dan dorongan dari berbagai pihak, maka penulis mengucapkan banyak terima kasih serta ucapan doa, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dan menyinari jalan yang diridhoi-Nya, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Mohammad Jamhuri, M.Si selaku pembimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran, motivasi dan

kesabarannya, sehingga penulis dapat menyelesaikan ini dengan baik, penulis sampaikan *Jazakumullah Ahsanal Jaza'*.

5. Achmad Nashichuddin, M.A selaku pembimbing agama penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran, motivasi dan kesabarannya, sehingga penulis dapat menyelesaikan ini dengan baik, penulis sampaikan *Jazakumullah Ahsanal Jaza'*.
6. Seluruh dosen Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah mendidik, membimbing, mengajarkan dan mencurahkan ilmu-ilmunya kepada penulis. Semoga Allah membalas amal kebaikannya.
7. Abi Muzakki danUmmi Jannatul Ma'wa tercinta, yang telah mencurahkan cinta dan kasih-sayang teriring do'a, motivasi, dan materi, sehingga penulis selalu optimis dalam menggapai salah satu kesuksesan hidup.
8. Kedua kakak penulis, Istnan Hidayatullah, S.Th.I, M.Si dan Ghofurul Wadud, S.Psi, ketiga kakak penulis, Nur Azizah, Iin Maghfirah, S.Th.I, Laila Faristin, kakak Wasi' dan Adik penulis, Nur Latifah tercinta dan tersayang yang telah memberikan dukungan, doa, motivasi dan materi bagi penulis.
9. Ketiga keponakan penulis, Ach. Hizbul Ghany Al-Barakah, Fathan Ail Azman dan Mazika Humairah Az-Zahrah yang telah memnghibur di kala kejenuhan dalam pengerjaan skripsi manghampiri penulis.
10. Evawati Alisah, M.Pd dan Ari kusumastuti, S.Si, M.Pd selaku dosen Matematika yang memberi arahan kepada penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini atas bimbingan, saran, motivasi dan kesabarannya penulis sampaikan sukron katsir.

11. Teman-teman terbaik penulis, Nur Miftahul Hidayati, Lailatul Maghfirah, Yunita Kestasari, Imam Danarto, Tunjung Ary Wibowo, Siti Aminah, Siti Tabi'atul Hasanah dan seluruh teman-teman jurusan matematika khususnya angkatan 2008 yang berjuang bersama-sama untuk mencapai kesuksesan yang diimpikan. Terimakasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah yang telah terukir.
12. Seluruh penghuni Kost "52/58" yang telah menjadi penyemangat dan penghibur lika-liku kehidupan penulis khususnya Fathiya, Elfira, Nia, Fifi, Mifta dan Rina.
13. Kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini, yang tidak bisa disebutkan satu per satu.

Akhirnya dengan segala keterbatasan pengetahuan dan waktu penulis, sekiranya ada sesuatu yang kurang berkenan sehubungan dengan penyelesaian skripsi ini, penulis mohon maaf yang sebesar-besarnya. Kritik dan saran dari para pembaca yang budiman demi kebaikan karya ini merupakan harapan besar bagi penulis. Semoga karya ilmiah yang berbentuk skripsi ini dapat bermanfaat dan berguna.

Malang, 12 Januari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

f_n	: fungsi ke-n
$\underline{f}_n$	: fungsi ke-n monoton terbatas ke atas
$\overline{f}_n$	: fungsi ke-n monoton terbatas ke bawah
x_n	: nilai x ke-n
$F(x_k)$	: matriks fungsi pada nilai x pada iterasi ke-k
$F(x_{k+1})$	: matriks fungsi pada nilai x pada iterasi ke-$k+1$
x_k	: nilai x pada iterasi ke-k
x_{k+1}	: nilai x pada iterasi ke-$k+1$
J	: matriks Jacobian pada iterasi ke-k
J^t	: transpose matriks Jacobian pada iterasi ke-k
g	: jumlah fungsi-fungsi yang dikuadratkan
∇g	: turunan dari jumlah fungsi-fungsi yang dikuadratkan
z	: turunan fungsi g
z_0	: norm dari z dua
r	: derajat keanggotaan, $r \in [0,1]$
n	: himpunan bilangan asli, $n = 1, 2, \ldots$
k	: $k = 0, 1, \ldots$
R	: bilangan Riil
h	: tinggi
α	: daerahiterasi
$F(x_k(r))$	: matriks fungsi pada nilai x pada iterasi ke-k dengan derajat keanggotaan-r

$F\left(x_{k+1}(r)\right)$: matriks fungsi pada nilai x pada iterasi ke-$k+1$ dengan derajat keanggotaan-r

$\underline{F}\left(x_k(\mu)\right)$: matriks fungsi monoton terbatas ke atas pada nilai x pada iterasi ke-k dengan derajat keanggotaan-r

$\overline{F}\left(x_k(\mu)\right)$: matriks fungsi monoton terbatas ke bawah pada nilai x pada iterasi ke-k dengan derajat keanggotaan-r

$\underline{F}\left(x_{k+1}(\mu)\right)$: matriks fungsi monoton terbatas ke atas pada nilai x pada iterasi ke-$k+1$ dengan derajat keanggotaan-r

$\overline{F}\left(x_{k+1}(\mu)\right)$: matriks fungsi monoton terbatas ke bawah pada nilai x pada iterasi ke-$k+1$ dengan derajat keanggotaan-r

$x_n^{(k)}(r)$: nilai x ke-n pada saat iterasi ke-k dengan derajat keangggotaan-r

$\underline{x}_n^{(k)}(r)$: nilai x ke-n monoton terbatas ke atas pada saat iterasi ke-k dengan derajat keangggotaan-r

$\overline{x}_n^{(k)}(r)$: nilai x ke-n monoton terbatas ke bawah pada saat iterasi ke-k dengan derajat keangggotaan-r

$J_{F_n}(r)$: hasil dari $-A_k^{-1}(r)\,F\left(x_k(r)\right)$ pada iterasi ke-k dengan derajat keangggotaan-r

$J_{F_n}^{t}(r)$: transpose hasil dari $-A_k^{-1}(r)\,F\left(x_k(r)\right)$ pada iterasi ke-k dengan derajat keangggotaan-r

$J_{F_n}^{(k)}(r)$: matriks Jacobian pada iterasi ke-k dengan derajat keanggotaan-r

$y_k(r)$: hasil dari $F\left(x_{k+1}(r)\right)-F\left(x_k(r)\right)$ pada iterasi ke-k dengan derajat keanggotaan-r

ε : galat

ABSTRAK

Sakinah, Nurus. 2012. *Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Menggunakan Metode Steepest Descent*. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si
(II) AchmadNashichuddin, M.A

Kata Kunci: *Persamaan Fuzzy, Persamaan fuzzy nonlinier, Steepest Descent*.

Metode *Steepest Descent* merupakan salah satu dari analisis numerik dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis. Dalam analisis numerik dilakukan perhitungan dalam jumlah yang sangat banyak dan berulang-ulang. Oleh karena itu, diperlukan bantuan computer dalam bentuk software MATLAB karena lebih mudah dan lebih cepat selain itu dapat dengan mudah menyelesaikan bilangan atau persamaan yang lebih kompleks. Tujuan penulis ingin mencari penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent* .

Persamaan fuzzy merupakankombinasi dari bilangan fuzzy dan operasi aritmatika.Secara umum bilangan fuzzy merupakan bilangan fuzzy segitiga. Dalam penelitian ini bilangan yang digunakan yaitu bilangan fuzzy segitiga karena bilangan fuzzy segitiga lebih mudah dan representasinya mendekati atau lebih dekat dengan logika konvensional.

Adapun dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent* yaitu menentukan nilai awal dengan cara mengubah persamaan nonlinier dalam bentuk parameter, kemudian mencari titik potong yang sama atau mendekati dengan titik potong kurva yang sebenarnya, titik potong yang didapatkan disubtitusikan ke sistem persamaan fuzzy nonlinier agar didapatkan nilai awal yang akan digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*. Penyelesaian dengan menggunakan metode *Steepest Descent* yaitu menghitung nilai g dengan menggunakan nilai pendekatan awal $x^{(n)} = \left(x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_n^{(n)}\right)^t$, kemudian menetukan arah $x^{(n)}$ yang mengakibatkan penurunan pada nilai g, selanjutnya pindahkan nilai pendekatan pada arahnya dan tentukan hasil yang baru, dan Ulangi langkah pertama sampai terakhir untuk $x^{(n)}$ diganti dengan $x^{(n+1)}$, error yang digunakan yaitu $\varepsilon = 10^{-5}$.

Penulis dapat menyimpulkan bahwa dalam mencari penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier lebih akurat menggunakan metode *Steepest Descent* walaupun kecepatan dalam menyelesaikan lebih rendah dibandingkan dengan metode newton lainnya karena solusi yang dihasilkan dari metode *Steepest Descent* akan konvergen.

ABSTRACT

Sakinah, Nurus. 2012. *Steepest Descent Method For Solving Fuzzy Nonlinear Equation System.*Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si
(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Steepest Descent method is one of numerical analysis to solve problems that is formulated mathematically. In the numerical analysis, there are many computing and repeatedly. Therefore, is needed computer helping that from software MATLAB because of easier and faster.Beside that, can solve the number or more complex equation easily. The goal of writer want to look for Steepest Descent method for solving fuzzy nonlinear equation system.

Fuzzy equation is combination of fuzzy number and arithmetic operation. Generally, fuzzy number is triangular fuzzy number. In this research, the writer use triangular fuzzy number because it is easier and the representation approach or nearer with conventional logic.

Steepest Descent method for solving fuzzy nonlinear equation system is determine initial value with change nonlinear equation in parameter from, then look for the same intersection or approach actual curve intersection, intersection that is got is substituted into fuzzy nonlinear equation system in order to get initial value that will be used to solve Steepest Descent method for solving fuzzy nonlinear equation system. Steepest Descent method for solving fuzzy nonlinear equation system is evaluate g at an initial approximation $x^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right)^t$, determine a direction from $x^{(0)}$ that result in a decrease in the value of g, move an appropriate amount in this direction and call the new value $x^{(1)}$, and repeat steepest one and three with $x^{(0)}$ replaced by $x^{(1)}$. Error that is used is $\varepsilon = 10^{-5}$.

The writer can conclude that look for solving nonlinear equation system more accurate use Steepest Descent method although speed to solve lower than another Newton method because the solution that is resulted from Steepest Descent method will be convergent.

Keywords: fuzzy equation, fuzzy nonlinear equation, Steepest Descent

ملخص

السكينة ، نور.٢١٠٢. أنظمة المعادلات غير الخطية فاززي تسوية عن طريق استخدام أسلوب ستيفيست دسكين. الأطروحة. الشعبة الرياضيات بكلية العلوم والتكنولوجيا جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالانج. المشرف : (١) محمد جمهوري ، الماجيستي
(٢) أحمد ناسيخ الدين الماجيستير

الكلمات الرئيسية : معادلات فاززي ، المعادلات غير الخطية فاززي ، ستيفيست دسكين.

طريقة ستيفيست دسكين هي واحد من التحليل العددي في حل المشاكل التي تصاغ رياضيا. في في التحليل العددي تستخدم حسابات الكبيرة ومتكررة.فلذلك,يحتاج مساعدة الحاسوب اللازمة بشكل MATLAB لأنه أسهل وأسرع, ويمكن يحل الارقام أومعاد لان اكثر تعقيدا. أرادت الكاتبة بحث التحليل منهج المعات فاززي غير الخطية باستخدام طريقة ستيفيست دسكين.

المعادلة هي مزيج من الأرقام فاززي والعمليات الحسابية. في العام, الأرقام هي الأرقام فاززي الثلاثي التى تستخدم في هذه الدراسة لانها أسهل وتمنيلها قريبة إلى المنطق التقليدي.

أما بالنسبة في تحليل منهج المعاد لان غير الخطية بطريقة ستيفيست دسكين هي تحديد القيمة الأولية بتغيير المعادلات غير الخطية ، بشكل مقيا س.ثم يبحث نطقة المقاطعة المتساوية أوقريبة با لنقطة النقطة لاجل الصرل على قيمة أولية لا ستخدامها فى حل منهج المعادلات غير الخطية بطريقة ستيفيست دسكين. تحليل بطر يقة ستيفيست دسكين هي تحسب قيمة وبقيمة و القيمة الأولية: $x^{(n)} = \left(x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_n^{(n)}\right)^t$، ثم تحديد جهة $x^{(n)}$ التى تؤدى إلى انخفاض على القيمة g، ثم تحتج قيمة اولية و تحتد نتائج جديدة ، وكرر الخطوات من الاؤل الى الاحرلي $x^{(n)}$ يبدل بي $x^{(n+1)}$,والخطأ المستخد هو $\varepsilon = 10^{-5}$.

نستنتج الكاتبة ان بحث التحليل منهج المعادلات فاززي غير الخطية اكثر دقة في ايجاد طريقة ستيفيست دسكين. وعلى الرغم من السرعة في حل أقل بالمقارنة مع طريقة نيوتن الأخرى من أجل حل الناتجة عن طريقة ستيفيست دسكين سوف تتقارب.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu sumber hukum Islam adalah Alquran. Alquran mengajarkan banyak hal kepada manusia, dari persoalan keyakinan, moral, prinsip-prinsip ibadah dan muamalah sampai kepada asas-asas ilmu pengetahuan. Mengenai ilmu pengetahuan, Alquran memberikan wawasan dan motivasi kepada manusia untuk memperhatikan dan meneliti alam sebagai manifestasi kekuasaan Allah. Dari hasil pengkajian dan penelitian fenomena alam kemudian melahirkan ilmu pengetahuan misalnya matematika.

Matematika berasal dari bahasa latin *manthanein* atau *mathema* yang berarti belajar atau hal yang dipelajari. Matematika dalam bahasa belanda disebut *wiskunde* atau ilmu pasti, yang semuanya berkaitan dengan penalaran. Ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sehingga kaitan antara konsep atau pernyataan dalam matematika bersifat konsisten.

Matematika sangat berpengaruh dalam berkembangnya ilmu-ilmu yang lainnya, misalnya dalam ilmu fisika, biologi, dan ilmu-ilmu yang lain. Para ahli dari berbagai disiplin ilmu menggunakan matematika untuk berbagai keperluan yang berkaitan dengan keilmuan mereka, banyak sekali fenomena di alam yang dapat dijelaskan menggunakan matematika. Seperti halnya dalam dunia kedokteran, teknik, farmasi, dan lain sebagainya. Dari fenomena alam tersebut dapat dimodelkan agar diketahui kestabilannya. Pemodelan yang dihasilkan sering dalam bentuk persamaan nonlinier yang sulit dipecahkan secara analitik.

Pembentukan persamaan nonlinier, sering kali variabelnya berkaitan dengan variabel lainnya. Sehingga persamaan tersebut menjadi suatu sistem persamaan yang memiliki lebih dari satu bentuk persamaan. Pada kasus yang sama, pembentukan suatu sistem persamaan maupun suatu persamaan biasanya didapatkan dari suatu data yang sulit di buat kelas yang pasti, yang dapat mewadahi hingga kejadian tersebut benar-benar nyata. Sehingga dapat menggunakan logika fuzzy untuk pembentukan persamaan tersebut hingga persamaan tersebut menjadi nyata.

Metode *Steepest Descent* merupakan salah satu metode dalam analisis numerik. Metode *Steepest Descent* menurut bahasa yaitu *Steepest* artinya langkah dan *Descent* artinya kemiringan sehingga metode *Steepest Descent* diartikan sebagai langkah kemiringan atau dapat dikatakan sebagai suatu metode yang dapat menentukan kemiringan dari persamaan maupun sistem persamaan. Metode ini dipilih karena memiliki tingkat konvergensi linier dan metode *Steepest Descent* akan tetap konvergen walaupun kecepatan dalam perhitunganya rendah untuk mendapatkan solusi dan digunakan untuk mencari minimum lokal suatu fungsi g yang berubah-ubah dari R^n ke R (Burden, 2005:628).

Penyelesaian persamaan fuzzy nonlinier dapat menggunakan metode *Steepest Descent* seperti pada penelitian sebelumnya yang telah diteliti oleh (S.Abbasbandy, dkk. 2006) tentang “Penyelesaian Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Metode *Steepest Descent*". Sehingga berdasarkan latar belakang diatas maka penulis tertarik untuk meneliti tentang "Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Menggunakan Metode *Steepest Descent*".

Allah SWT berfirman dalam surat An-nisaa' ayat 5 yang berbunyi:

وَلَا تُؤْتُوا۟ ٱلسُّفَهَآءَ أَمْوَٰلَكُمُ ٱلَّتِى جَعَلَ ٱللَّهُ لَكُمْ قِيَـٰمًا وَٱرْزُقُوهُمْ فِيهَا وَٱكْسُوهُمْ وَقُولُوا۟ لَهُمْ قَوْلًا مَّعْرُوفًا ﴿٥﴾

Artinya: *"Dan janganlah kamu serahkan kepada orang-orang yang belum sempurna akalnya, harta (mereka yang ada dalam kekuasaanmu) yang dijadikan Allah sebagai pokok kehidupan. berilah mereka belanja dan pakaian (dari hasil harta itu) dan ucapkanlah kepada mereka kata-kata yang baik".*

Orang yang belum sempurna akalnya ialah anak yatim yang belum balig atau orang dewasa yang tidak dapat mengatur harta bendanya. Dari ayat tersebut jelas menggambarkan mengenai metode *Steepest Descent*. Dalam ayat tersebut menjelaskan bahwa selaku orang dewasa yang sempurna akalnya haruslah hidup hemat karena hidup terlalu berlebihan sangat tidak dianjurkan oleh Alquran dan Allah SWT tidak menyukai orang-orang yang boros. Dan metode ini juga memberikan salah satu gambaran cara dalam menentukan pengeluaran yang tidak berlebihan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka permasalahan dirumuskan sebagai berikut: Bagaimana Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Menggunakan Metode *Steepest Descent*?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan langkah-langkah Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Menggunakan Metode *Steepest Descent*.

1.4 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada bilangan fuzzy segitiga karena bilangan fuzzy segitiga lebih mudah dan representasinya mendekati atau lebih dekat dengan logika konvensional dan operasi aritmetika yang digunakan operasi aritmetika tegas, serta hanya pada persamaan fuzzy nonlinier dengan error 10^{-5} (Frans, 2006:111).

1.5 Manfaat Penelitian

1. **Bagi Penulis**

   a. Merupakan partisipasi penulis dalam memberikan kontribusi terhadap pengembangan keilmuan, khususnya dalam bidang matematika.

   b. Memperdalam pemahaman penulis mengenai penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan metode *Steepest Descent*.

2. **Bagi Pembaca**

   Sebagai bahan untuk menambah khasanah keilmuan matematika khususnya tentang penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent* dan diharapkan dapat menjadi rujukan untuk penelitian yang akan datang. Pembaca dapat mengetahui salah satu cara dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

3. **Lembaga**

Sebagai tambahan bahan pustaka tentang analisis numerik dalam logika fuzzy dan sebagai tambahan rujukan untuk materi kuliah.

4. **Pengembangan Ilmu Pengetahuan**

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan diharapkan memberikan konstribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan terutama dalam pengembangan ilmu matematika tentang analisis numerik dan logika fuzzy yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai disiplin ilmu.

1.6 Metode Penelitian

Penulis mengolah data dengan metode *Steepest Descent*. Untuk menyelesaikan penelitian ini, dipergunakan langkah-langkah sebagai berikut

a. Menentukan sistem persamaan fuzzy nonlinier.
b. Mengubah bentuk sistem persamaan fuzzy nonlinier ke dalam bentuk parameter.
c. Menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier (bentuk parameter) dengan menggunakan titik potong untuk mendapatkan nilai tebakan awal dengan menggunakan $r = 0$ dan $r = 1$.
d. Menentukan tebakan awal yang dipergunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan

   a. $g_1 = g\left(x^{(k)}\right)$

      $= \sum_{i=1}^{n} (f_i^2)$

   b. $z = \nabla g\left(x^{(k)}\right)$

   c. $z_0 = \|z\|_2$

2. Jika $z_0 = \|z\|_2 = 0$ maka iterasi dihentikan dan didapatkan nilai $x^{(k+1)}$ berdasarkan $x^{(k)}$ yang memenuhi g_1.

3. Apabila pernyataan (2) tidak terpenuhi maka selesaikan $z = \frac{z}{z_0}$ dan diberikan $\alpha_1 = 0$ dan $\alpha_3 = 1$ sehingga $g_3 = g\left(x^{(k)} - \alpha_3 z\right)$.

4. Ketika $g_3 \geq g_1$ dipenuhi, maka dilakukan

   a. $\alpha_3 = \frac{\alpha_3}{2}$, dan

   b. $g_3 = g\left(x^{(k)} - \alpha_3 z\right)$

   c. Jika memenuhi $\alpha_3 < \frac{\varepsilon}{2}$ maka iterasi dihentikan dan diperoleh $x^{(k)}$ yang memenuhi g_1. Jika $\alpha_3 > \frac{\varepsilon}{2}$ maka ulangi pernyataan (4).

5. Jika tidak memenuhi pernyataan (4) maka:

   a. $\alpha_2 = \frac{\alpha_3}{2}$

   b. $g_2 = g\left(x^{(k)} - \alpha_2 z\right)$

   c. $h_1 = \frac{(g_2 - g_1)}{\alpha_2}$

   d. $h_2 = \frac{(g_3 - g_2)}{(\alpha_3 - \alpha_2)}$

e. $h_3 = \frac{(h_2 - h_1)}{\alpha_3}$

f. Tentukan $\alpha_0 = 0{,}5\left(\alpha_2 - \frac{h_1}{h_3}\right)$

g. $g_0 = g\left(x^{(k)} - \alpha_0 z\right)$

h. Kemudian carilah α dari $\{\alpha_0, \alpha_3\}$ sehingga $g = g\left(x^{(k)} - \alpha z\right)$

i. Tentukan $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha z$

j. Jika $|g - g_1| < \varepsilon$ maka didapatkan $x^{(k+1)}$

6. Jika pernyataan (5) tidak memenuhi, maka ulangi langkah (1) sampai langkah (5).

e. Menggambarkan hasil analisis tersebut dengan menggunakan Matlab.

1.7 Sistematika Penelitian

Untuk memudahkan pembaca dalam memahami penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab yang mempunyai bagian-bagian yang terperinci. Empat bab tersebut adalah sebagai berikut.

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan ini, penulis memaparkan alasan diangkatnya tema penulisan penelitian ini yaitu tentang penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

BAB II KAJIAN TEORI

Pada bab II (kajian teori) berisi tentang materi-materi yang mendasari materi yang digunakan yakni tentang analisis numerik dan logika fuzzy.

BAB III PEMBAHASAN

Bab selanjutnya adalah bab pembahasan yang menjelaskan tentang pembahasan tentang penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

BAB IV PENUTUP

Di dalam bab terakhir ini berisi kesimpulan yang merupakan jawaban atas rumusan masalah yang telah dipaparkan dalam bab pertama.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Sistem Persamaan Nonlinier

Persamaan-persamaan yang tidak cocok dengan bentuk persamaan (2.1), maka disebut persamaan nonlinier, dengan c koefisien-koefisien dan a adalah konstanta (Chapra dan Canale, 1988:147).

$$f(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n - c = 0 \qquad (2.1)$$

Definisi 1:

Sistem persamaan nonlinier adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan-persamaan nonlinier.

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \\ \vdots \qquad &\vdots \\ f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \end{aligned} \qquad (2.2)$$

Penyelesaian sistem ini terdiri dari himpunan nilai-nilai x yang secara simultan memberikan semua persamaan tersebut nilai yang sama dengan nol.

2.2 Matriks

Definisi 2:

Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks (Anton, 1997:22).

Definisi 3:

Matriks Jacobian adalah matriks dari semua orde pertama turunan parsial dari sebuah vektor lain. Misalkan $F: R^n \rightarrow R^m$ adalah fungsi dari *euclidean* n-ruang untuk *eulidean* m-ruang. Fungsi seperti ini diberikan oleh m fungsi nilai riil komponen , $y_1(x_1, \dots, x_n), \dots, y_m(x_1, \dots, x_m)$. Turunan parsial dari semua fungsi-fungsi ini (jika ada) dapat diatur dalam sebuah *m* oleh *n* matriks, matriks Jacobian dari *F* sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Matriks ini juga dilambangkan dengan $J_F(x_1, \dots, x_n)$ dan $\frac{\partial(y_1, \dots, y_m)}{\partial(x_1, \dots, x_n)}$, jika $(x_1, \dots, x_n)$ adalah koordinat kartesius orthogonal biasa. Perhatikan bahwa beberapa buku mendefinisikan Jacobian sebagai transpos dari matriks yang diberikan di atas. Determinan Jacobian adalah determinan dari matriks Jacobian (jika *m* = *n*) (Anonim, 2012).

Contoh 2.1:

Untuk $m = n = 2, x = (x_1, x_2)$ dan $F(x) = \begin{pmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \end{pmatrix}$, maka mempunyai matrik Jacobian sebagai berikut (Neumaier, 2001: 303).

$$F^{'}(x)=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x_1}F_1(x) & \dfrac{\partial}{\partial x_2}F_1(x) \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1}F_2(x) & \dfrac{\partial}{\partial x_2}F_2(x) \end{pmatrix}$$

2.3 Ekstrim Lokal dan Ekstrim pada Interval Terbuka

Definisi 4:

Misalkan S, daerah asal f, memuat titik c. Dapat dikatakan bahwa:

1) $f(c)$ nilai maksimum lokal f jika terdapat interval (a,b) yang memuat c sedemikian rupa sehingga $f(c)$ adalah nilai maksimum f pada $(a,b)\cap S$.

2) $f(c)$ nilai minimum lokal f jika terdapat interval (a,b) yang memuat c sedemikian rupa $f(c)$ adalah nilai minimum $f(a,b)\cap S$.

3) $f(c)$ nilai ekstrim lokal f jika ia berupa nilai maksimum lokal atau minimum lokal.

(Edwin, 2008:162-163).

2.4 Galat

Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan matematika hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak (yang benar) dari penyelesaian analitik. Jadi dalam penyelesaian numerik tersebut terdapat kesalahan terhadap nilai eksak (Triatmodjo, 2002:2).

Menganalisis galat sangat penting di dalam perhitungan yang menggunakan metode numerik. Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya, semakin teliti solusi numerik yang didapatkan. Ada dua hal yang harus dipahami yaitu: (a) bagaimana menghitung galat, dan (b) bagaimana galat timbul.

Misalkan $\hat{a}$ adalah nilai hampiran terhadap nilai sejati a, maka selisih

$$\varepsilon = a - \hat{a}$$

disebut galat.sebagaicontoh, jika $\hat{a} = 10.5$ adalah nilai hampiran dari $a = 10.49$, maka galatnya adalah $\varepsilon = -0.01$. Galat diambil yang positif karena ketika error positif dijumlahkan dengan error negatif akan saling mengurangi error sehingga menggunakan galat mutlak yang didefinisikan sebagai

$$|\varepsilon| = |a - \hat{a}|$$

(Munir, 2003:23).

2.5 Metode *Steepest Descent*

Metode *Steepest Descent* adalah suatu penyelesaian yang menghasilkan solusi linier. Metode ini akan konvergen dengan nilai pendekatan nilai awal yang rendah. Sehingga metode ini digunakan untuk menemukan perkiraan awal yang cukup akurat, untuk metode dasar Newton dengan menggunakan cara yang sama pada metode biseksi yang digunakan untuk persamaan tunggal. Metode *Steepest Descent* digunakan untuk menentukan minimum lokal dari suatu fungsi multivariabel $g: R^n \to R$.

Metode ini sangat bermanfaat sebagai metode awal untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier. Hubungan antara peminimalisasian dari suatu fungsi R^n pada R dan solusi dari sistem persamaan nonlinier yang benar pada bentuk seperti persamaan (2.2) yang mempunyai solusi pada $x=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)^t$ tepatnya ketika fungsi g didefinisikan dengan

$$g\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(f_i\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)\right)^2$$

yang mempunyai nilai minimal 0. Metode *Steepest Descent* digunakan untuk mencari minimum lokal dari fungsi g yang berubah-ubah dari R^n pada R dapat dideskripsikan sebagai berikut:

1. Menghitung nilai g dengan menggunakan nilai pendekatan awal $x^{(n)}=\left(x_1^{(n)},x_2^{(n)},\ldots,x_n^{(n)}\right)^t$.
2. Menetukan arah $x^{(n)}$ yang mengakibatkan penurunan pada nilai g.
3. Langkah selanjutnya adalah pindahkan nilai pendekatan pada arahnya dan tentukan hasil yang baru.
4. Ulangi langkah 1 sampai 3 untuk $x^{(n)}$ diganti dengan $x^{(n+1)}$.

Sebelum menggambarkan bagaimana untuk memilih cara yang benar dan pendekatan jarak pada perpindahan arah ini, dibutuhkan peninjauan pada hasil yang didapatkan dari perhitungan dengan kalkulus. Teorema nilai ekstrim mengatakan bahwa turunan dari fungsi satu variabel memiliki peminimalan yang relatif hanya jika turunannya bernilai nol. Untuk memperpanjang hasil ini pada fungsi multivariabel, dibutuhkan definisi sebagai berikut.

Definisi 5:

Untuk $g: R^n \to R$, gradien dari g pada $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^t$ yang dinotasikan dengan $\nabla g(x)$ dan didefinisikan dengan

$$\nabla g(x) = \left(\frac{\partial g}{\partial x_1}(x), \frac{\partial g}{\partial x_2}(x), ..., \frac{\partial g}{\partial x_n}(x) \right)^t$$

Gradien untuk fungsi multivariabel dianalogikan pada turunan fungsi variabel tunggal dengan artian bahwa turunan fungsi multivariabel mempunyai relatif minimum pada x, hanya ketika gradien pada x adalah vektor nol. Gradien memiliki sifat penting lainnya yang berhubungan dengan minimasi fungsi multivariabel. Andaikan bahwa $v = (v_1, v_2, ..., v_n)^t$ merupakan unit vektor pada R^n, maka $\|v\|_2^2 = \sum_{i=1}^{n} v_i^2 = 1$, gradien berarah g pada x dengan arah v didefinisikan sebagai $D_v g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h}\left[g(x + hv) - g(x) \right] = v^t . \nabla g(x)$. Gradien berarah g pada x dengan arah v mengukur perubahan pada nilai fungsi g yang relatif terhadap perubahan variabel arah v. Hasil standart dari kalkulus fungsi multivariabel mengatakan bahwa, ketika g dapat diturunkan, arah yang dihasilkan adalah nilai maksimum untuk gradien berarah ketika v dipilih untuk menjadi paralel ke $\nabla g(x)$, dengan syarat $\nabla g(x) \neq 0$. Akibatnya, arah penurunan terbesar pada nilai g di x adalah arah yang diberikan dengan $-\nabla g(x)$. Objek ini adalah untuk mereduksi $g(x)$ sampai nilai minimal nol, jadi pemilihan yang tepat untuk $x^{(n)}$ adalah

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \alpha \nabla g\left(x^{(n)}\right), \text{untuk } \alpha > 0 \qquad (2.3)$$

Masalahnya sekarang adalah untuk memilih α sehingga $g\left(x^{(n+1)}\right)$ menjadi kurang signifikan dari pada $g\left(x^{(n)}\right)$. Untuk menghitung pemilihan yang tepat untuk nilai α, dianggap fungsi variabel tunggal

$$h(\alpha)=g\left(x^{(n)}-\alpha\nabla g\left(x^{(n)}\right)\right) \tag{2.4}$$

nilai α yang meminimalkan h adalah nilai yang dibutuhkan untuk persamaan (2.4). Menemukan nilai minimal h secara langsung mensyaratkan pendefinisian h, kemudian pemecahan masalah penemuan akar untuk menentukan titik kritis pada h. Langkah ini secara umum sangat merugikan. Ketika memilih tiga angka $\alpha_1<\alpha_2<\alpha_3$, diharapkan bahwa tiga angka tersebut tertutup untuk nilai minimum $h(x)$. Kemudian dikonstruksikan polinomial kuadrat yang menambah h pada α_1,α_2 dan α_3. Didefinisikan $\hat{\alpha}$ dalam $[\alpha_1,\alpha_3]$ dan menggunakan $P(\hat{\alpha})$ untuk mengaproksimasi nilai pada $h(\alpha)$. Maka $\hat{\alpha}$ digunakan untuk menentukan iterasi yang baru untuk mengaproksmasi nilai minimal dari g:

$$x^{(n+1)}=x^{(n)}-\alpha\nabla g\left(x^{(n)}\right) \tag{2.5}$$

Ketika $g\left(x^{(0)}\right)$ ada, $\alpha_1=0$ dipilih untuk meminimalkan perhitungan. Kemudian α_3 diperoleh dengan membandingkan $h(\alpha_3)<h(\alpha_1)$. (Karena α_1 tidak meminimalkan h maka α_3 ada) Akhirnya α_2 dipilih dari $\frac{\alpha_3}{2}$. Nilai minimum P pada $[\alpha_1,\alpha_3]$ terjadi hanya pada titik kritis pada P atau pada titik akhir α_3, karena dengan asumsi bahwa $P(\alpha_3)=h(\alpha_3)<h(\alpha_1)=P(\alpha_1)$. Titik

kritis dapat dihitung dengan mudah karena P adalah polinomial kuadratik (Burden, 2005:629-630).

Contoh 2.2:

$$\begin{aligned}
f_1(x_1,x_2,x_3) &= 3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} \\
f_2(x_1,x_2,x_3) &= x_1^2 - 81(x_2+0,1)^2 + \sin x_3 + 1,06 \quad (2.2) \\
f_3(x_1,x_2,x_3) &= e^{(-x_1x_2)} + 20x_3 + (10\pi - 3)/3
\end{aligned}$$

Iterasi I

Nilai awal $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, \alpha_1 = 0, \alpha_3 = 1$

$$F = \begin{bmatrix} 3x_1 - \cos\cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2+0,1)^2 + \sin x_3 + 1,06 \\ e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{bmatrix}$$

$$J(x_1,x_2,x_3) = \begin{bmatrix} 3 & x_3 \sin x_2x_3 & x_2 \sin x_2x_3 \\ 2x_1 & -162(x_3+0,1) & \cos x_3 \\ -x_2e^{-x_1x_2} & -x_1e^{-x_1x_2} & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
g(x_1,x_2,x_3) &= \left[f_1(x_1,x_2,x_3)\right]^2 + \left[f_2(x_1,x_2,x_3)\right]^2 + \left[f_3(x_1,x_2,x_3)\right]^2 \\
&= 111,863611
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nabla g(x_1,x_2,x_3) &= 2J^tF \\
&= \begin{bmatrix} -9 \\ -8,1 \\ 419,1666668 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$z_0 = \left\| \nabla g\left(x^{(0)}\right) \right\|_2$$
$$= 419,3415131$$
$$z = \frac{\nabla g\left(x^{(0)}\right)}{z_0}$$
$$= \begin{bmatrix} -0,02146222 \\ -0,09315998 \\ 0,999583045 \end{bmatrix}$$
$$g_1 = g\left(x^{(0)} - \alpha_1 z\right)$$
$$= 111,8636111$$
$$g_3 = g\left(x^{(0)} - \alpha_3 z\right)$$
$$= 93,66607922$$

Ketika $g_3 < g_1$, maka $\alpha_2 = \frac{\alpha_3}{2} = 0,5$, sehingga

$$g_2 = g\left(x^{(0)} - \alpha_2 z\right)$$
$$= 2,560910921$$

$$h_1 = \frac{\left(g_2 - g_1\right)}{\alpha_2 - \alpha_1}$$
$$= -218,6054004$$
$$h_2 = \frac{\left(g_3 - g_2\right)}{\alpha_3 - \alpha_2}$$
$$= 182,2103366$$

$$h_3 = \frac{\left(h_2 - h_1\right)}{\alpha_3 - \alpha_1}$$
$$= 400,815737$$

$$\alpha_0 = 0,5\left(\alpha_2 - \frac{h_1}{h_3}\right)$$
$$= 0,522700619$$
$$g_0 = g\left(x - \alpha_0 z\right)$$
$$= 2,326124562$$

Selanjutnya dicari nilai α dari $\{\alpha_0, \alpha_3\}$ sehingga $g = g(x - \alpha z) = \min\{g_0, g_3\}$. Dan didapatkan $\alpha = 0,522700619$ maka

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \alpha z$$
$$= \begin{bmatrix} 0,0011218315 \\ 0,010096484 \\ -0,522482677 \end{bmatrix}$$

Untuk iterasi selanjutnya dihitung dengan cara yang sama dengan iterasi pertama, sehingga dapat diperoleh seperti tabel di bawah ini (Burden, 2005:630-632).

Tabel 2.1 Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan Metode *Steepest Descent*

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$g\left(x^{(k)}\right)$
2	0,137860	-0,205453	-0,522059	1,27406
3	0,266959	0,00551102	-0,558494	1,06813
4	0,272734	-0,00811751	-0,522006	0,468309
5	0,308689	-0,0204026	-0,533112	0,381087
6	0,314308	-0,0147046	-0,520923	0,318837
7	0,324267	-0,00852549	-0,528431	0,287024

Sumber: Burden 2005

2.6 Logika Fuzzy

Logika fuzzy pertama kali dicetuskan oleh L.A. Zadeh pada tahun 1965. Pada awalnya logika fuzzy tidak diterima di Negara Amerika akan tetapi di Negara Eropa dan Jepang logika fuzzy sangat diminati. Dari situ logika fuzzy berkembang dan diaplikasikan ke berbagai bidang. Logika fuzzy sangat berguna bagi kehidupan sehari-hari, banyak peristiwa yang terdapat dalam kehidupan yang tidak bisa dipecahkan dengan cara tegas (*crips*), misalnya bersifat keambiguan (*ambiguity*), keacakan (*randomness*), ketidakjelasan, ketidaktepatan (*imprecision*), dan kekaburan semantik.

Operasi logika fuzzy hampir sama dengan logika konvensional, operasi yang digunakan pada logika fuzzy dan logika konvensional yaitu konjungsi, disjungsi, implikasi dan ekivalensi. Perbedaannya apabila logika konvensional solusi dari permasalahan menggunakan B (benar) atau S (salah), sedangkan logika fuzzy menggunakan maksimum dan minimum.

Dasar logika fuzzy adalah teori himpunan fuzzy. Pada teori himpunan fuzzy, peranan derajat keanggotaan sebagai penentu keberadaan elemen dalam suatu himpunan sangatlah penting. Nilai keanggotaan atau derajat keanggotaan atau *membership function* menjadi ciri utama dari penalaran dengan logika fuzzy tersebut. Dalam banyak hal, logika fuzzy digunakan sebagai suatu cara untuk memetakan permasalahan dari *input* menuju ke *output* yang diharapkan (Kusumadewi, 2010:1).

Menurut Cox (1994), ada bebarapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain:

a. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti. Karena logika fuzzy menggunakan dasar teori himpunan, maka konsep matematis yang mendasari penalaran fuzzy tersebut cukup mudah untuk dimengerti.

b. Logika fuzzy sangat fleksibel, artinya mampu beradaptasi dengan perubahan-perubahan, dan ketidakpastian yang menyertai permasalahan.
c. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data yang tidak tepat. Jika diberikan sekelompok data yang cukup homogen, dan kemudian ada beberapa data yang "eksklusif", maka logika fuzzy memiliki kemampuan untuk menangani data eksklusif tersebut.
d. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinier yang sangat kompleks.
e. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan. Dalam hal ini, sering dikenal dengan nama *Fuzzy Expert Systems* menjadi bagian terpenting.
f. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional. Hal ini umumnya terjadi pada aplikasi di bidang teknik mesin maupun teknik elektro.
g. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami. Logika fuzzy menggunakan bahasa sehari-hari sehingga mudah dimengerti.

(Kusumadewi, 2010:2-3).

2.6.1 HimpunanFuzzy

Misalkan himpunan fuzzy $\tilde{A}$ yang terdiri dari elemen-elemen pada x suatu himpunan semesta X yang dikarakterisasi oleh sebuah fungsi keanggotaan yang memiliki nilai interval $[0,1]$ maka definisinya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \{x|\mu_{\tilde{A}}[x], x \in X\}$$

Dengan $\mu_{\tilde{A}}[x]$ adalah derajat keanggotaan untuk himpunan fuzzy $\tilde{A}$ yang memetakan setiap elemen x pada nilai keangotaan antara 0 dan 1.

Contoh 2.3:

Misal diberikan himpunan nilai ujian 5 mahasiswa dan nilai sempurna yaitu 4.00. Nilai kelima mahasiswa tersebut adalah $3.2; 4; 3.6; 1.6$ dan $2{,}8$. Jika ditulis nilai derajat keanggotaan dari kelima mahasiswa tersebut dengan pendekatan pada nilai yang sempurna, yakni 4.00 adalah $\mu_{\tilde{A}}(3.2) = 0.8;\ \mu_{\tilde{A}}(2.4) = 0.6;\ \mu_{\tilde{A}}(3.6) = 0.9;\ \mu_{\tilde{A}}(1.6) = 0.4; \mu_{\tilde{A}}(2.8) = 0.7$

.

2.6.2 Fungsi Keanggotaan Fuzzy

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Dalam buku yang ditulis oleh Kusumadewi dan Purnomo (2004:8) dijelaskan ada beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai keanggotaan, yaitu: Representasi Linear, Representasi Kurva Segitiga, Representasi Kurva Trapesium, Representasi Kurva Bentuk Bahu, Representasi Kurva-S, Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*).

2.6.3 *α*- *cuts*

Definisi 6:

α-cuts adalah himpunan dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$ yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari atau sama dengan derajat keanggotaan yang ditentukan yang dapat didefinisikan dengan $\tilde{A}_\alpha = \{x \in X, \mu_A(x) \geq \boldsymbol{\alpha}\}$. Selain itu juga terdapat *strong α-cuts*, yakni himpunan dari himpunan fuzzy $\tilde{A}$ yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari derajat keanggotaan yang ditentukan atau dengan kata lain $\tilde{A}'_\alpha = \{x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ (Dubbois, 1980:19).

Contoh 2.4:

Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dalam himpunan fuzzy $\tilde{A}$ dapat dinyatakan sebagai berikut: $\tilde{A} = \sum \frac{\mu_{\tilde{A}}(X)}{X} = \frac{0.1}{-4} + \frac{0.3}{-3} + \frac{0.7}{-1} + \frac{1}{0} + \frac{0.7}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.1}{4}$, *α-cut* dari $\tilde{A}$ dengan $\alpha = 0.5$ adalah $\tilde{A}_0 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, sedangkan *strongα-cut* adalah $\tilde{A}'_{0.5} = \{-1, 0, 1\}$.

Definisi 7:

Supp$(\tilde{A})$ atau pendukung $(\tilde{A})$ adalah himpunan *crips* yang memuat semua unsur dari semesta yang mempunyai derajat keanggotaan tak nol dalam $\tilde{A}$, yaitu (Frans , 2006:52).

$$Supp(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

Contoh 2.5:

Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ himpunan fuzzy $\tilde{A}$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(X)}{X} = \frac{0.1}{-4} + \frac{0.3}{-3} + \frac{0.5}{-2} + \frac{0.7}{-1} + \frac{1}{0} + \frac{0.7}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.1}{4}$$

$Supp(\tilde{A}) = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Definisi 8:

Height atau tinggi dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$, yang dilambangkan dengan *height* $\left(h(\tilde{A})\right)$ didefinisikan sebagai $h(\tilde{A}) = Sup_{x \in X} \tilde{A}\{\mu_{\tilde{A}}(x)\}$ (Frans,2006: 53).

Definisi 9:

Sebuah himpunan fuzzy $\tilde{A}$ dikatakan normal jika $h(\tilde{A}) = 1$, dan dikatakan subnormal jika $h(\tilde{A}) < 1$ (Klir dan Yuan,1995:21).

2.6.4 Bilangan Fuzzy

Bilangan fuzzy adalah himpunan fuzzy $\tilde{A}$ di R yang memenuhi tiga sifat di bawah ini.

a. $\tilde{A}$ adalah himpunan fuzzy normal.

b. $\tilde{A}_\alpha$ adalah selang tertutup pada setiap $\alpha \in (0,1]$.

c. *Support* $\tilde{A}$, $\tilde{A}_0$ adalah terbatas.

A dikatakan himpunan fuzzy normal jika *A* mempunyai anggota yang berderajat keanggotaan 1. *α-cuts* dari himpunan fuzzy *A* mempunyai derajat keanggotaan di dalam selang tertutup dengan $\alpha \in (0,1]$. Sedangkan *support* dari himpunan fuzzy *A* hanya terdapat pada anggota dari himpunan fuzzy *A* yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari 0 dan kurang dari sama dengan 1.

Secara umum bilangan fuzzy didefinisikan sebagai himpunan fuzzy dalam semesta himpunan semua bilangan real R yang memenuhi empat sifat diantaranya yaitu: normal, mempunyai *support* yang terbatas, semua $\alpha - cuts$ adalah selang tertutup dalam R dan yang terakhir konveks.

Suatu bilangan fuzzy bersifat normal jika mempunyai nilai fungsi keanggotaannya sama dengan 1 dan sifat lainnya digunakan untuk dapat mendefiniskan operasi-operasi aritmetika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) pada bilangan fuzzy.

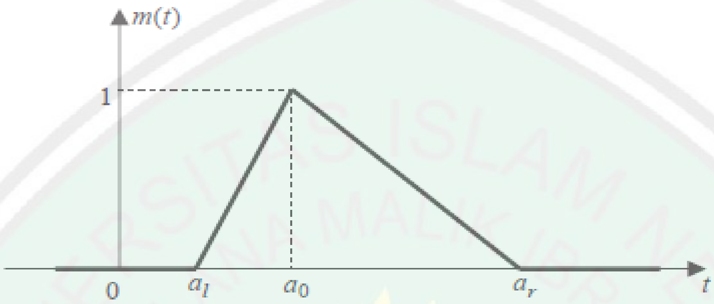
Bilangan fuzzy yang paling banyak dipakai dalam aplikasi adalah bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan segitiga, yang disebut bilangan fuzzy segitiga, dan bilangan fuzzy dengan fungsi keangotaan trapesium yang disebut bilangan fuzzy trapesium. Kedua jenis bilangan fuzzy tersebut memenuhi sifat-sifat bilangan fuzzy (Frans, 2006:112).

Definisi 10:

Bilangan fuzzy segitiga adalah bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan representasi segitiga yang diperoleh dari

$$m(t)=\begin{cases}\dfrac{t-a_l}{a_0-a_l}, \text{ jika } t\in[a_l,\ a_0]\\ \dfrac{t-a_r}{a_0-a_r}, \text{ jika } t\in[a_0,\ a_r]\end{cases}$$

Untuk $a_l, a_0, a_r \in R$ dengan $a_l \le a_0 \le a_r$ (Wang,2010: 48).



Gambar 2.1 Fungsi Keanggotaan dari Bilangan Fuzzy Segitiga (Wang dkk, 2010:48)

Keterangan:

$m(t)$: Derajat keanggotaan untuk t.

t : Himpunan *crisp*, t beranggotakan a_l, a_0, a_r.

a_l : Anggota himpunan *crisp* t yang berderajat 0 terletak di sebelah kiri.

a_0 : Anggota himpunan *crisp* t yang berderajat 1 terletak di sebelah tengah.

a_r : Anggota himpunan *crisp* t yang berderajat 0 terletak di sebelah kanan.

a. Untuk $t \in [a_l, a_0]$

$$m(t) = \frac{t - a_l}{a_0 - a_l}$$

$$(a_0 - a_l)m(t) = t - a_l \tag{2.6}$$

$$t = a_l + (a_0 - a_l)m(t)$$

Jika $m(t)$ disimbolkan dengan r, dan karena t terletak disebelah kiri dari derajat keanggotaan yang bernilai 1 maka t dapat disimbolkan dengan $\bar{t}$, sehingga persamaan (2.7) dapat ditulis ulang dengan

$$\bar{t}(r) = a_l + (a_0 - a_l)r \tag{2.7}$$

Keterangan :

$\bar{t}(r)$: Nilai t monoton terbatas ke atas dengan derajat keanggotaan r.

r : Derajat keanggotaan, $0 \le r \le 1$.

a_l : Anggota himpunan *crisp* t yang berderajat 0 terletak di sebelah kiri.

a_0 : Anggota himpunan *crisp* t yang berderajat 1 terletak di sebelah tengah.

b. Untuk $t \in [a_0, a_r]$

$$m(t) = \frac{t - a_r}{a_0 - a_r}$$

$$(a_0 - a_r)m(t) = t - a_r \tag{2.8}$$

$$t = a_r + (a_0 - a_r)m(t)$$

Jika $m(t)$ disimbolkan dengan r, dan karena t terletak di sebelah kanan dari derajat keanggotaan yang bernilai 1 maka dapat disimbolkan dengan $\underline{r}$, sehingga persamaan (2.9) dapat ditulis ulang dengan

$$\underline{t}(r) = a_r + (a_0 - a_r)r \tag{2.9}$$

Keterangan :

$\underline{t}(r)$: Nilai t monoton terbatas kebawah dengan derajat keanggotaan r.

r : Derajat keanggotaan, $0 \le r \le 1$.

a_0 : Anggota himpunan *crispt* yang berderajat 0 terletak di sebelah tengah.

a_r : Anggota himpunan *crispt* yang berderajat 0 terletak di sebelah kanan

Bilangan fuzzy segitiga didefinisikan dengan vektor (a_l, a_0, a_r). Setiap bilangan real *crips* a dapat dikatakan bilangan fuzzy segita dengan syarat $a_l = a_0 = a_r = a$ (Wang dkk, 2010:48).

Bilangan fuzzy juga mengenal operasi aritmetika yang sama pada *crisp* yakni penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Namun, yang membedakan adalah proses perhitungannya.

Misal diberikan A dan B yang didefinisikan sebagai bilangan fuzzy dan diberikan $*$ sebagai empat operasi dasar aritmetika. Kemudian didefinisikan sebagai himpunan fuzzy pada R, $A*B$, dengan definisi α-*cuts*, $(A*B)_\alpha$ sebagai $(A*B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$, untuk beberapa $\alpha \in (0,1]$. (Ketika $* = /$, jelas bahwa harus diketahui bahwa $0 \notin B_\alpha$ untuk semua $\alpha \in (0,1]$. $A * B$ menurut teorema dekomposisi yaitu $A = \bigcup_{\alpha \in [0.1]} {}_\alpha A$ dapat ditulis sebagai berikut

$$A * B = \bigcup_{\alpha\in[0.1]} {}_{\alpha}(A * B)$$

Ketika ${}^{\alpha}(A*B)$ merupakan interval tertutup untuk seiap $\alpha \in (0,1]$ dan A, B merupakan bilangan fuzzy maka $A * B$ juga merupakan bilangan fuzzy, sehingga dapat didefinisikan dua bentuk bilangan fuzzy segitiga yaitu:

$$A(x) = \begin{cases} 0, \quad untuk\ x \leq -1\ dan\ x > 3 \\ \dfrac{(x+1)}{2}, \quad untuk - 1 < x \leq 1 \\ \dfrac{(3-x)}{2}, \quad untuk\ 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

$$B(x) = \begin{cases} 0, \quad untuk\ x \leq 1\ dan\ x > 5 \\ \dfrac{(x-1)}{2}, \quad untuk\ 1 < x \leq 3 \\ \dfrac{(5-x)}{2}, \quad untuk\ 3 < x \leq 5, \end{cases}$$

Maka $\alpha - cuts$ dari $A(x)$ dan $B(x)$ adalah ${}^{\alpha}A = [2\alpha + 1, 3 - 2\alpha]$ dan ${}^{\alpha}B = [2\alpha + 1.5 - 2\alpha]$

Sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}^{\alpha}(A+B) &= {}^{\alpha}A + {}^{\alpha}B \\ &= [2\alpha - 1.3 - 2\alpha] + [2\alpha + 1.5 - 2\alpha] \\ &= [4\alpha - 8 - 4\alpha], \quad untuk \quad \alpha \in (0,1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{\alpha}(A-B) &= {}^{\alpha}A - {}^{\alpha}B \\ &= [2\alpha - 1.3 - 2\alpha] = [2\alpha + 1.5 - 2\alpha] \\ &= [4\alpha - 6.2 - 4\alpha], \quad untuk \quad \alpha \in (0,1] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
{}^{\alpha}(A.B) &= {}^{\alpha}A.{}^{\alpha}B \\
&= [2\alpha - 1.3 - 2\alpha].[2\alpha + 1.5 - 2\alpha] \\
&= \begin{cases} [-4\alpha^2 + 12\alpha - 5, \quad 4\alpha^2 - 16\alpha + 15], & untuk \quad \alpha \in (0, 0.5] \\ [4\alpha^2 - 1, \quad 4\alpha^2 - 16\alpha + 15], & untuk \quad \alpha \in (0.5, 1] \end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
{}^{\alpha}\left(\frac{A}{B}\right) &= \frac{{}^{\alpha}A}{{}^{\alpha}B} \\
&= \frac{[2\alpha - 1.3 - 2\alpha]}{[2\alpha + 1.5 - 2\alpha]} \\
&= \begin{cases} \left[\dfrac{(2\alpha - 1)}{(2\alpha + 1)}, \dfrac{(3 - 2\alpha)}{(2\alpha + 1)}\right], & untuk \quad \alpha \in (0, 0.5] \\ \left[\dfrac{(2\alpha - 1)}{(5 - 2\alpha)}, \dfrac{(3 - 2\alpha)}{(2\alpha + 1)}\right], & untuk \quad \alpha \in (0.5, 1] \end{cases}
\end{aligned}
$$

(Klir dan Yuan, 1995:105).

2.6.5 Persamaan Fuzzy

Definisi 11:

Persamaan fuzzy adalah kombinasi dari bilangan fuzzy dan operasi aritmetika (Klir dan Yuan, 1995:114).

Contoh 2.6:

Misalkan bilangan fuzzy $\tilde{2}$ dan $\tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan $\tilde{2} = segitiga(x; 0, 2, 4)$ dan $\tilde{3} = segitiga(x; 2, 3, 4)$. Akan dicari penyelesaian persamaan fuzzy $\tilde{2} + \tilde{x} = 3$. $\alpha - cuts$ dari bilangan $\tilde{2}$ dan $\tilde{3}$ berturut-turut adalah $2_\alpha = [2\alpha, 4 - 2\alpha]$ dan $3_\alpha = [\alpha + 2, 4 - \alpha]$, maka $\overline{x}_\alpha = 3^-_\alpha - 2^-_\alpha = 2 - \alpha$ dan $X^+_\alpha = 3^+_\alpha - 2^+_\alpha = \alpha$. Ternyata syarat pertama tidak dipenuhi sebab sebab $2 - \alpha \geq \alpha$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Jadi persamaan fuzzy tersebut dengan bilangan-bilangan $\tilde{2}$ dan $\tilde{3}$ seperti didefinisikan di atas tidak mempunyai penyelesaian. Kalau bilangan fuzzy

$\tilde{3}$ didefinisikan dengan fungsi keanggotaan $\tilde{3} = Segitiga(x;0,3,6)$, maka $\alpha - cuts$ nya adalah $\overline{x}_\alpha = 3^-_\alpha - 2^-_\alpha = \alpha$ dan $x^+_\alpha = 3^+_\alpha - 2^+_\alpha = 2 - \alpha$. Syarat pertama dipenuhi sebab $\alpha \leq 2 - \alpha$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, dan syarat kedua dipenuhi sebab jika $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$ maka $\alpha \leq \beta \leq 2 - \beta \leq 2 - \alpha$. Jadi $x_\alpha = [\alpha, 2 - \alpha]$, sehingga penyelesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{2} + \tilde{x} = 3$ itu adalah

$$x = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} x_\alpha = Segitiga(x;0,1,2) = \tilde{1}$$

Penyelesaian persamaan fuzzy $\tilde{2}.\tilde{x} = \tilde{3}$ diperoleh dari $-cuts$ $x_\alpha = [x^-_\alpha, x^+_\alpha] = [3^-_\alpha/2^-_\alpha, 3^+_\alpha/2^+_\alpha] = [3/2, 3/2,]$, yaitu bilangan tegas $3/2$ (Frans, 2006:125).

2.7 Hemat dalam Islam

Alquran adalah kitab suci umat Islam. Di dalam Alquran menerangkan berbagai hal termasuk kehidupan dunia dan kehidupan akhirat.Salah satunya adalah menjelaskan tentang hidup hemat salah satunya tercantum dalam QS Al-Israa' (17) ayat 26-27.

وَءَاتِ ذَا ٱلْقُرْبَىٰ حَقَّهُۥ وَٱلْمِسْكِينَ وَٱبْنَ ٱلسَّبِيلِ وَلَا تُبَذِّرْ تَبْذِيرًا ﴿٢٦﴾ إِنَّ ٱلْمُبَذِّرِينَ كَانُوٓا۟
إِخْوَٰنَ ٱلشَّيَٰطِينِ ۖ وَكَانَ ٱلشَّيْطَٰنُ لِرَبِّهِۦ كَفُورًا ﴿٢٧﴾

Artinya: "*Dan berikanlah kepada keluarga-keluarga yang dekat akan haknya, kepada orang miskin dan orang yang dalam perjalanan dan janganlah kamu menghambur-hamburkan (hartamu) secara boros. Sesungguhnya pemboros-pemboros itu adalah saudara-saudara syaitan dan syaitan itu adalah sangat ingkar kepada Tuhannya*".

Penjelasan ayat di atas menurut tafsir Al-Misbah yaitu *Dan berikanlah kepada keluarga yang dekat* baik dari pihak ibu maupun bapak walau keluarga jauh *akan haknya* berupa bantuan, kebajikan dan silaturrahim, *dan* demikian juga *kepada orang miskin* walau bukan kerabat *dan orang yang dalam perjalanan* baik dalam bentuk zakat maupun sedekah ataupun bantuan yang mereka butuhkan, *Dan janganlah menghambur*kan hartamu secara boros yakni pada hal-hal yang bukan pada tempatnya dan tidak mendatangkan kemaslahatan. *Sesungguhnya para pemboros* yakni yang menghamburkan harta bukan pada tempatnya *adalah saudara-saudara* yakni sifat-sifatnya samadengan sifat-sifat *setan-setan*, sedang *setan terhadap tuhannya adalah sangat ingkar* (Shihab, 2002:453).

Islam mengajarkan kepada setiap manusia untuk bekerja memenuhi kebutuhan hidupnya selain itu, bekerja merupakan suatu kemuliaan. Berangkat pagi pulang petang dalam rangka mencari nafkah untuk keluarga merupakan jihadnya seorang muslim. Rasulullah bersabda, "Sesungguhnya Allah mencintai hambanya yang bekerja. Barang siapa yang bersusah payah mencari nafkah untuk keluarganya, maka laksana seseorang yang bertempur di medan perang membela agama Allah" (HR. Ahmad).

Selain meningkatkan produktivitas, Islam juga mengajarkan agar terbiasa dengan pola dan budaya hidup hemat. Hal ini juga ditegaskan dalam Alquran Surat Al Furqon ayat 67,

وَٱلَّذِينَ إِذَآ أَنفَقُواْ لَمۡ يُسۡرِفُواْ وَلَمۡ يَقۡتُرُواْ وَكَانَ بَيۡنَ ذَٰلِكَ قَوَامٗا ٦٧

Artinya: "*Dan orang-orang yang apabila membelanjakan (harta), mereka tidak berlebihan, dan tidak (pula) kikir, dan adalah (pembelanjaan itu) di tengah-tengah antara yang demikian*" (QS. Al-Furqon: 67).

Berdasarkan ayat diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa budaya hemat memilki aplikasi yang sejajar dengan perintah Allah. Karena itu setiap muslim hendaknya memahami pentingnya meningkatkan budaya hemat dalam kehidupan sehari-hari.

1. **Hemat** sebagai upaya menyimpan kelebihan setelah kebutuhan primer terpenuhi. Rasulullah pernah berdiskusi dengan Jabir, "Mengapa engkau berlebih-lebihan?" Jabir menjawab, "Apakah didalam wudhu tidak boleh berlebih-lebihan?". Kemudian Rasulullah menjawab, "Ya, janganlah engkau berlebih-lebihan ketika wudhu meskipun engkau berada di sungai".
2. **Hemat** sebagai modal untuk kemaslahatan generasi setelah kita. Nasehat Rasulullah, "Sesungguhnya engkau meninggalkan ahli warismu dalam keadaan kaya itu lebih baik dari pada engkau meninggalkan mereka dalam keadaan miskin. Mereka menerima kecukupan dari orang lain. Mungkin orang lain memberinya atau mungkin menolaknya. Sesungguhnya tidaklah engkau memberikan nafkah dengan ikhlas karena Allah kecuali engkau akan mendapat pahala dariNya." (HR. Muttafaq'alaih).
3. **Hemat** sebagai upaya pendekatan diri kepada Allah. Karena sikap hemat merupakan perintah Allah, maka jika terbiasa dengan pola hidup hemat, sebenarnya kita tengah melakukan pendekatan diri dan melaksanakan perintah-Nya.

(Anonim,2011).

Al-Qurthuby berkata, “Ada tiga pendapat tentang maksud dari larangan berbuat *israf* (berlebih-lebihan) dalam membelanjakan harta:

1. Membelanjakan harta dalam hal yang diharamkan dan ini adalah pendapat Ibnu Abbas.

2. Tidak membelanjakan dalam jumlah yang banyak, dan ini adalah pendapat Ibrahim an-Nakha'i.
3. Mereka tidak larut dalam kenikmatan, bila mereka makan, maka mereka makan sekadarnya, dan dengan agar kuat dalam menjalankan ibadah, dan bila mereka berpakaian, maka sekadar untuk menutup auratnya, sebagaimana yang dilakukan oleh sahabat Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam, dan ini adalah pendapat Yazid bin Abi Habib.

(Anonim,2011).

Selanjutnya, al-Qurthuby menimpali ketiga penafsiran ini dengan berkata, "Ketiga penafsiran ini benar, karena membelanjakan dalam hal kemaksiatan adalah diharamkan. Makan dan berpakaian hanya untuk bersenang-senang, dibolehkan, akan tetapi bila dilakukan agar kuat menjalankan ibadah dan menutup aurat, maka itu lebih baik. Oleh karena itu, Allah memuji orang yang melakukan dengan tujuan yang utama, walaupun selainnya adalah dibolehkan, akan tetapi bila ia berlebih-lebihan dapat menjadikannya pelit. Pendek kata, menabungkan sebagian harta itu lebih utama" (*Ahkamul Quran* oleh al-Qurthuby, 3/452).

BAB III
PEMBAHASAN

3.1 Metode *Steepest Descent* Pada Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier

Sistem persamaan fuzzy nonlinier sulit diselesaikan secara analitik. Oleh sebab itu terdapat metode khusus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier, yaitu dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

Misal diberikan sistem persamaan fuzzy nonlinier seperti persamaan (2.2). Dari sistem persamaan fuzzy nonlinier (2.2) diubah ke dalam bentuk parameter

$$F(\underline{x}, \overline{x}, \dots, \underline{x}_n, \overline{x}_n; r) = \begin{bmatrix} \underline{f}_1(\underline{x}, \overline{x}, \dots, \underline{x}_n, \overline{x}_n; r) \\ \overline{f}_1(\underline{x}, \overline{x}, \dots, \underline{x}_n, \overline{x}_n; r) \\ \vdots \\ \underline{f}_i(\underline{x}, \overline{x}, \dots, \underline{x}_n, \overline{x}_n; r) \\ \overline{f}_i(\underline{x}, \overline{x}, \dots, \underline{x}_n, \overline{x}_n; r) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Untuk $\forall\ r \in [0,1]$ dan $\forall\ i = 1, 2 \ldots n$ dan $\underline{x}$ untuk bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah dan $\overline{x}$ untuk bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas. Setelah diperoleh sistem persamaan fuzzy nonlinier dalam bentuk parameter maka untuk menentukan titik potong kurva dari sistem persamaan fuzzy nonlinier kemudian diganti dengan nilai derajat keanggotaanya yaitu $0 \leq r \leq 1$. Kemudian dipilih $r = 0$ (batas bawah dari derajat keanggotaan) dan $r = 1$ (batas atas dari derajat keanggotaan) atau dapat memilih $0 \leq r \leq 1$ untuk mendapatkan titik potong kurva. Dari titik potong kurva ini, maka didapatkan suatu titik yang akan menjadi nilai awal dari penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier. Untuk titik tersebut harus memenuhi syarat yaitu $\underline{x}_n(0) \leq \overline{x}_n(1) \leq \overline{x}_n(0)$ atau $\underline{x}_n(0) \leq \underline{x}_n(1) \leq \overline{x}_n(0)$. Karena daerah yang memiliki derajat keanggotaan dengan nilai 1 hanya satu bagian, maka mengakibatkan $\underline{x}_n(1) = \overline{x}_n(1)$ sehingga dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier untuk nilai awal dapat ditulis sebagai berikut $x^{(k)} = \left(\underline{x}_n(0), \underline{x}_n(1), \overline{x}_n(0)\right)$ untuk $\forall k = 0,1...$ dan $\forall n = 0,1,...$. Setelah itu maka didapatkan titik potong kurva dari sistem persamaan fuzzy nonlinier sehingga dapat diselesaikan dengan menggunakan titik potong yang sama atau mendekati dengan titik potong kurva yang sebenarnya. Kemudian titik potong yang didapatkan disubtitusikan ke sistem persamaan fuzzy nonlinier agar didapatkan nilai awal yang akan digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

Penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan algoritma metode *Steepest Descent* untuk mendapatkan solusi dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan nilai fungsi, matriks sistem persamaan dan matriks Jacobian dari sistem persamaan fuzzy nonlinier (3.1).

$$F\left(\underline{x}_n^{(k)}, \overline{x}_n^{(k)}; r\right) = \begin{bmatrix} \underline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)}, \overline{x}_n^{(k)}; r\right) \\ \overline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)}, \overline{x}_n^{(k)}; r\right) \end{bmatrix}$$

$$J_F\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)=\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial \underline{x}_n}\underline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right) & \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\underline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\\ \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\overline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right) & \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\overline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\end{bmatrix}$$

$$J_F^t\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)=\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial \underline{x}_n}\underline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right) & \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\overline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\\ \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\underline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right) & \frac{\partial}{\partial \overline{x}_n}\overline{f}_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\end{bmatrix}$$

b. Menghitung

$$g_1\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)=g\left(x^{(k)}\right)$$

$$g\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right) = \left[f_1\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\right]^2+\left[f_2\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\right]^2+\cdots + \left[f_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\right]^2$$

c. Menghitung $z=\nabla g\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)=\nabla g\left(x^{(k)}\right)=2J^tF$

$$gg\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)=\left(2f_1\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+\cdots+2f_n\left(\underline{x}_n^{(k)},\overline{x}_n^{(k)};r\right)\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right) = 2FJ^t$$

d. Menghitung

$$z_0=\|z\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} f_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

e. Jika $z_0=\|z\|_2=0$ maka iterasi dihentikan dan didapatkan nilai $x^{(k+1)}$ berdasarkan $x^{(k)}$ yang memenuhi g_1.

f. Apabila pernyataan (2) tidak terpenuhi maka selesaikan $z=\frac{z}{z_0}$ dan diberikan $\alpha_1=0$ dan $\alpha_3=1$ sehingga $g_3=g\left(x^{(k)}-\alpha_3 z\right)$.

g. Ketika $g_3 \geq g_1$ dipenuhi, maka dilakukan

1. $\alpha_3 = \frac{\alpha_3}{2}$, dan
2. $g_3 = g\left(x^{(k)} - \alpha_3 z\right)$
3. Jika memenuhi $\alpha_3 < \frac{\varepsilon}{2}$ maka iterasi dihentikan dan diperoleh $x^{(k)}$ yang memenuhi g_1. Jika $\alpha_3 > \frac{\varepsilon}{2}$ maka ulangi pernyataan (g).

h. Jika tidak memenuhi pernyataan (g) maka

1. $\alpha_2 = \frac{\alpha_3}{2}$
2. $g_2 = g\left(x^{(k)} - \alpha_2 z\right)$
3. $h_1 = \frac{(g_2 - g_1)}{\alpha_2}$
4. $h_2 = \frac{(g_3 - g_2)}{(\alpha_3 - \alpha_2)}$
5. $h_3 = \frac{(h_2 - h_1)}{\alpha_3}$
6. Tentukan $\alpha_0 = 0{,}5\left(\alpha_2 - \frac{h_1}{h_3}\right)$
7. $g_0 = g\left(x^{(k)} - \alpha_0 z\right)$
8. Kemudian carilah α dari $\{\alpha_0, \alpha_3\}$ sehingga $g = g\left(x^{(k)} - \alpha z\right)$
9. Tentukan $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha z$
10. Jika $|g - g_1| < \varepsilon$ maka didapatkan $x^{(k+1)}$

i. Jika pernyataan (h) tidak memenuhi, maka ulangi langkah (a) sampai langkah (h).

j. Untuk iterasi selanjutnya ulangi langkah (b – i) sehingga $|g - g_0| < \varepsilon^{10^{-5}}$.

3.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Metode *Steepest Descent*

Penulis memberikan sistem persamaan sebagai contoh dalam penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*

Contoh 3.1:

$$(1,2,3)x^2 + (2,4,6)y^2 = (2,3,4) \quad (3.2)$$
$$(4,5,7)x + (1,4,5)y = (1,3,5) \quad (3.3)$$

a. Untuk persamaan (3.2) dengan mengikuti aturan bilangan fuzzy segitiga maka:

$(1,2,3)x^2$, misal $(1,2,3) = a$, maka $ax^2 \Rightarrow a(r)x^2(r)$

Sehingga untuk a bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{a})$ dengan derajat keangotaan r diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{a}(r)\underline{x}^2(r) = \left(a_l + (a_0 - a_l)\right)\underline{x}^2(r)$$
$$\underline{a}(r)\underline{x}^2(r) = (1 + (2-1)r)\,\underline{x}^2(r)$$
$$= (1 + r)\underline{x}^2(r) \quad (3.4)$$

Dan untuk a bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{a})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{a}(r)\overline{x}^2(r) = \left(a_r + (a_0 - a_r)\right)\overline{x}^2(r)$$
$$\overline{a}(r)\overline{x}^2(r) = (3 + (2-3)r)\overline{x}^2(r)$$
$$= (3 - r)\overline{x}^2(r) \quad (3.5)$$

untuk $(2,4,6)y^2$, dimisalkan $(2,4,6) = b$, maka $by^2 \Rightarrow b(r)y^2(r)$

Sehingga untuk b bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{b})$ diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{b}(r)\,\underline{y}^2(r) = \left(a_l + (a_0 - a_l)\right)\underline{y}^2(r)$$

$$\underline{b}(r)\,\underline{y}^2(r) = (2 + (4-2)r)\,\underline{y}^2(r)$$

$$= (2+2r)\,\underline{y}^2(r) \tag{3.6}$$

Dan untuk b bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{b})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{b}(r)\overline{y}^2(r) = \left(a_r + (a_0 - a_r)\right)\overline{y}^2(r)$$

$$\overline{b}(r)\overline{y}^2(r) = (6 + (4-6)r)\overline{y}^2(r)$$

$$= (6-2r)\overline{y}^2(r) \tag{3.7}$$

Dan untuk $(2,3,4)$, misal $(2,3,4) = c$, maka $c \Rightarrow c(r)$

Sehingga untuk c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{c})$ dengan derajat keanggotaan r diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{c}(r) = \left(a_l + (a_0 - a_l)\right)$$

$$\underline{c}(r) = (2 + (3-2)r)$$

$$= (2+r) \tag{3.8}$$

Dan untuk c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{c})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{c}(r) = \left(a_r + (a_0 - a_r)\right)$$

$$\overline{c}(r) = (4 + (3-4)r)$$

$$= (4 - r) \tag{3.9}$$

Sehingga hasil persamaan bentuk parameter dari persamaan $(1,2,3)x^2 + (2,4,6)y^2 = (2,3,4)$ didiperoleh sebagai berikut:

1. Untuk a, b, c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah dengan derajat keanggotaan r maka mensubstitusikan persamaan (3.4), (3.6) dan (3.8) , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$(1 + r)\underline{x}^2(r) + (2 + 2r)\,\underline{y}^2(r) = (2 + r) \tag{3.10}$$

2. Untuk a, b, c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas dengan derajat keanggotaan r maka mensubstitusikan persamaan (3.5), (3.7) dan (3.9) , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$(3 - r)\overline{x}^2(r) + (6 - 2r)\overline{y}^2(r) = (4 - r) \tag{3.11}$$

b. Untuk persamaan (3.3) dengan mengikuti aturan bilangan fuzzy segitiga maka:

$(4,5,7)x$, misal $(4,5,7) = a$, maka $ax \Rightarrow a(r)x(r)$

Sehingga untuk a bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{a})$ dengan derajat keanggotaan r diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{a}(r)\underline{x}(r) = \left(a_l + (a_0 - a_l)\right)\underline{x}(r)$$

$$\underline{a}(r)\underline{x}(r) = (4 + (5 - 4)r)\underline{x}(r)$$

$$= (4 + r)\underline{x}(r) \tag{3.12}$$

Dan untuk a bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{a})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{a}(r)\overline{x}(r) = \big(a_r + (a_0 - a_r)\big)\overline{x}(r)$$

$$\overline{a}(r)\overline{x}(r) = (7 + (5 - 7)r)\overline{x}(r)$$

$$= (7 - 2r)\overline{x}(r) \tag{3.13}$$

untuk $(1{,}4{,}5)y$, dimisalkan $(1{,}4{,}5) = b$, maka $by \Rightarrow b(r)y(r)$

Sehingga untuk b bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{b})$ dengan derajat keanggotaan r diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{b}(r)\underline{y}(r) = \big(a_l + (a_0 - a_l)\big)$$

$$\underline{b}(r)\underline{y}(r) = (1 + (4 - 1)r)\underline{y}(r)$$

$$= (1 + 3r)\underline{y}(r) \tag{3.14}$$

Dan untuk b bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{b})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{b}(r)\overline{y}(r) = \big(a_r + (a_0 - a_r)\big)\overline{y}(r)$$

$$\overline{b}(r)\overline{y}(r) = (5 + (4 - 5)r)\overline{y}(r)$$

$$= (5 - r)\overline{y}(r) \tag{3.15}$$

untuk $(1{,}3{,}5)y$, dimisalkan $(1{,}3{,}5) = c$, maka $c \Rightarrow c(r)$

Sehingga untuk c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah $(\underline{c})$ dengan derajat keanggotaan r diperoleh sebagai berikut:

$$\underline{c}(r) = (a_l + (a_0 - a_l))$$

$$\underline{c}(r) = (1 + (3-1)r)$$

$$= (1 + 2r) \tag{3.16}$$

Dan untuk c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas $(\overline{c})$ dengan derajat keanggotaan r yaitu:

$$\overline{c}(r) = (a_r + (a_0 - a_r))$$

$$\overline{c}(r) = (5 + (3-5)r)$$

$$= (5 - 2r) \tag{3.17}$$

Sehingga hasil persamaan bentuk parameter dari persamaan $(4{,}5{,}7)x + (1{,}4{,}5)y = (1{,}3{,}5)$ didiperoleh sebagai berikut:

1. Untuk a, b, c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas kebawah dengan derajat keanggotaan r maka mensubstitusikan persamaan (3.12), (3.14) dan (3.16) , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$(4 + r)\underline{x}(r) + (1 + 3r)\underline{y}(r) = (1 + 2r) \tag{3.18}$$

2. Untuk a, b, c bilangan fuzzy segitiga dan variabel fuzzy monoton terbatas keatas dengan derajat keanggotaan r maka mensubstitusikan persamaan (3.13), (3.15) dan (3.17) , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$(7 - 2r)\overline{x}(r) + (5 - r)\overline{y}(r) = (1 + 2r) \tag{3.19}$$

Karena $0 \le r \le 1$ maka ambil $r = 0$ dan $r = 1$ untuk disubtitusikan pada persamaan (3.10), (3.11), (3.18) dan (3.19) sehingga didapatkan persamaan seperti dibawah ini:

$$\begin{cases} \underline{x}^2(0) + 2\underline{y}^2(0) = 2 \\ 4\underline{x}(0) + \underline{y}(0) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\underline{x}^2(1) + 4\underline{y}^2(1) = 3 \\ 5\underline{x}(1) + 4\underline{y}(1) = 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3\overline{x}^2(0) + 6\overline{y}^2(0) = 4 \\ 7\overline{x}(0) + 5\overline{y}(0) = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\overline{x}^2(1) + 4\overline{y}^2(1) = 3 \\ 5\overline{x}(1) + 4\overline{y}(1) = 3 \end{cases} \qquad (3.20)$$

Dari persamaan (3.20) dapat dicari nilai titik potong dengan banyak cara seperti memfaktorkan, menggunakan rumus abc atau melengkapkan kuadrat.

1. $\underline{x}^2(0) + 2\underline{y}^2(0) = 2$

$$4\underline{x}(0) + \underline{y}(0) = 1$$

$$\underline{y}(0) = 1 - 4\underline{x}(0)$$

Sehingga, $\underline{x}^2(0) + \left(1 - 4\underline{x}(0)\right)^2 = 2$

$$\underline{x}^2(0) + 2\left(1 - 8\underline{x}(0) + 16\underline{x}^2(0)\right) = 2$$

$$\underline{x}^2(0) + 2 - 16\underline{x}(0) + 32\underline{x}^2(0) = 2$$

$$33\underline{x}^2(0) + 2 - 16\underline{x}(0) = 0$$

$$\underline{x}(33\underline{x} - 16) = 0$$

$$\underline{x}_1 = 0 \; atau \; 33\underline{x}_2 = 16$$

$$\underline{x}_2 = \frac{16}{33}$$

$\underline{x}_1(0) = 0$ $\underline{y}_1(0) = 1$

$\underline{x}_2(0) = \frac{16}{33}$ $\underline{y}_2(0) = -0.9392$

2. $3\overline{x}^2(0) + 6\overline{y}^2(0) = 4$

$7\overline{x}(0) + 5\overline{y}(0) = 5$

$$5\overline{y}(0) = 5 - 7\overline{x}(0)$$

$$\overline{y}(0) = \frac{5 - 7\overline{x}(0)}{5}$$

Sehingga,

$$3\overline{x}^2(0) + 6\left(\frac{5-7\overline{x}(0)}{5}\right)^2 = 4$$

$$3\overline{x}^2(0) + 6\left(\frac{25 - 70\overline{x}(0) + 49\overline{x}^2(0)}{5}\right)^2 = 4$$

$$14.76\overline{x}^2(0) - 16.8\overline{x}(0) + 2 = 0$$

$$\overline{x}_{1.2} = \frac{16.8 \pm \sqrt{(-16.8)^2 - 4(14.76)2}}{2(14.76)}$$

$$\overline{x}_{1.2} = \frac{16.8 \pm 12.812}{29.52}$$

$\overline{x}_1(0) = 1.003116531$ $\overline{y}_1(0) = 1.003116531$

$\overline{x}_2(0) = 0.13509485$ $\overline{y}_2(0) = 0.81086721$

3. $2\underline{x}^2(1) + 4\underline{y}^2(1) = 3$

$5\underline{x}(1) + 4\underline{y}(1) = 3$

$$4\underline{y}(1) = 3 - 5\underline{x}(1)$$

$$\underline{y}(1) = \frac{3 - 5\underline{x}(1)}{4}$$

Sehingga, $2\underline{x}^2(1) + 4\left(\frac{3-5\underline{x}(1)}{4}\right)^2 (1) = 3$

$$2\underline{x}^2(1) + 4\left(\frac{9 - 30\underline{x}(1) + 25\underline{x}^2(1)}{4}\right)^2 = 3$$

$$8.25\underline{x}^2(1) + 7.5\underline{x}(1) - 0.75 = 0$$

$$\underline{x}_{1.2} = \frac{7.5 \pm \sqrt{(-7.5)^2 - 4(8.25)(-0.75)}}{2(8.25)}$$

$$\underline{x}_{1.2} = \frac{7.5 \pm \sqrt{81}}{16.5}$$

$$\underline{x}_1(1) = 1 \qquad \underline{y}_1(1) = -0.5$$

$$\underline{x}_2(1) = -0.099090 \qquad \underline{y}_2(1) = 0.6375$$

Setelah didapatkan nilai-nilai $\underline{x}, \overline{x}, \underline{y}, \overline{y}$ maka pilih titik-titik yang memenuhi syarat bilangan fuzzy yaitu

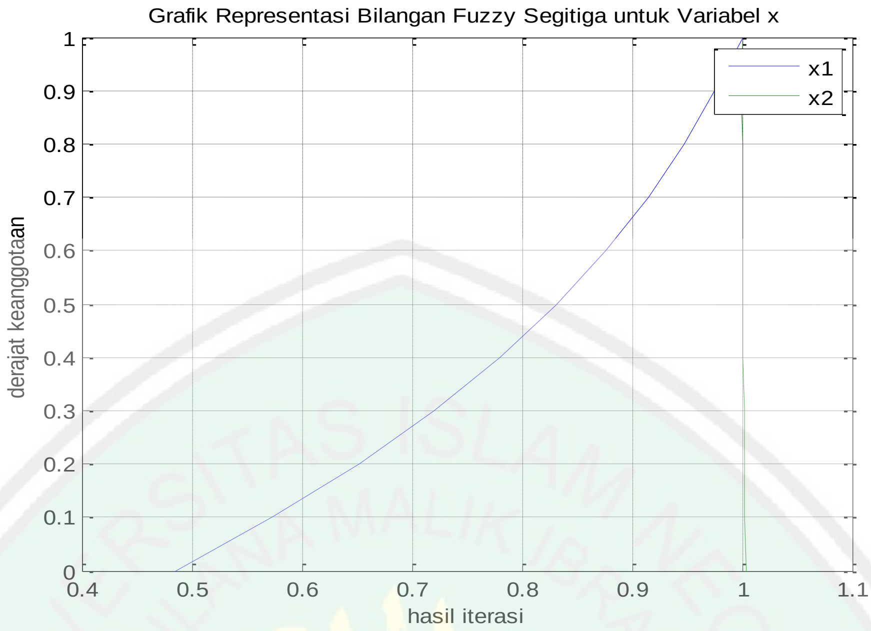
$\underline{x}_n(0) \le \overline{x}_n(1) \le \overline{y}_n(0)\ atau\ \underline{y}_n(0) \le \overline{y}_n(1) \le \overline{y}_n(0)$

sehingga diperoleh $x = \left(\frac{16}{33}; 1; 1.003\right)$ dan $y = (-0.9; -0.5; -0.404)$. Sehingga yang menjadi nilai awal dari penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*, yaitu dipilih $x = (0,4;1;1)$ dan $y = (-0,9;-0,5;-0,4)$ karena titik-titik x dan y tersebut mendekati titik-titik potong yang sebenarnya. Dengan menggunakan metode *Steepest Descent*, maka penyelesaian persamaan (3.2) dan (3.3) didapatkan hasil (Tabel (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), (3.5) dan (3.6)) dibawah ini, adapun hasil yang lebih jelasnya dipaparkan dilampiran

Tabel 3.1 Hasil perhitungan untuk $x^{(k)}(r)$

Derajat Keanggotaan ke-	$\underline{x}^{(k)}(r)$	$\overline{x}^{(k)}(r)$
0	0.4844	1.0033
0.1	0.5737	1.0025
0.2	0.6524	1.0021
0.3	0.7208	1.0017
0.4	0.7802	1.0016
0.5	0.8318	1.0009
0.6	0.8763	1.0009
0.7	0.9146	1.0004
0.8	0.9476	1.0004
0.9	0.9754	1.0000
1.0	1.0000	1.0000

Tabel (3.1) dapat dilihat bahwa ketika iterasi pertama pada $\underline{x}$ (nilai batas bawah) dengan derajat keanggotaan 0 diperoleh nilai sebesar sebesar 0.4844, Ketika derajat keanggotaan 1 pada $\underline{x} = \overline{x}$ (nilai batas bawah = nilai batas atas) diperoleh nilai sebesar 1.0000. Dan untuk $\overline{x}$ (nilai batas atas) dengan derajat keanggotaan 0 diperoleh nilai sebesar 1.0033, sehingga dari tabel (3.1) diperoleh gambar (3.1).



Gambar 3.1 Grafik Representasi Bilangan Fuzzy Segitiga untuk Variabel x
(Hasil Olahan Penulis)

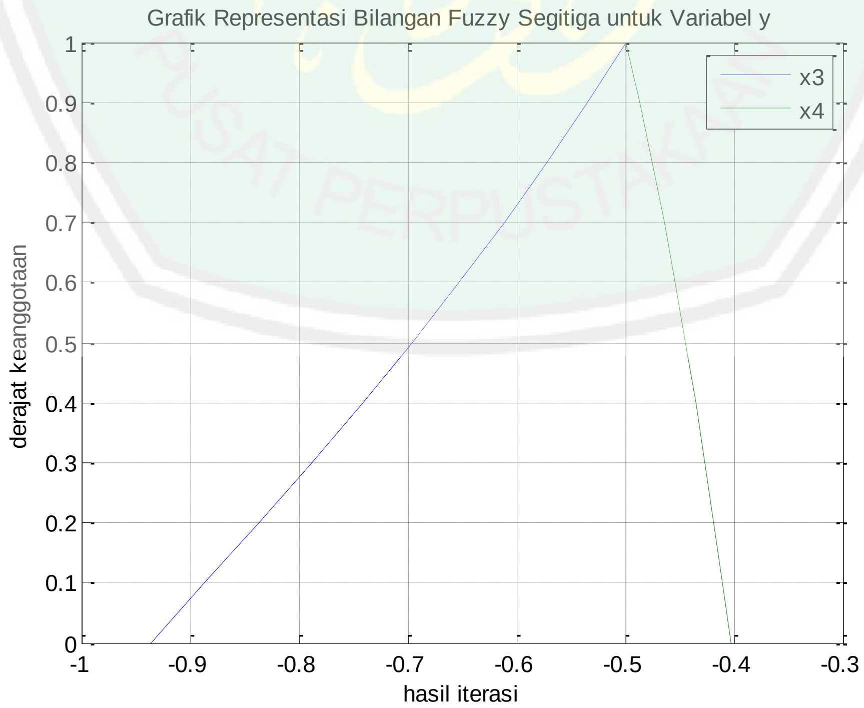
Gambar (3.1) merupakan grafik representasi bilangan fuzzy segitiga pada persamaan (3.2) dan (3.3) untuk variabel x yang diperoleh dari tabel (3.1) tingginya sama dengan satu sehingga pada persamaan (3.2) dan (3.3) untuk variabel x dapat dikatakan himpunan fuzzy normal.

Tabel 3.2 Hasil perhitungan untuk $y^{(k)}(r)$

Derajat Keanggotaan ke-	$\underline{y}^{(k)}(r)$	$\overline{y}^{(k)}(r)$

0	-0.9386	-0.4044
0.1	-0.8881	-0.4120
0.2	-0.8386	-0.4199
0.3	-0.7901	-0.4282
0.4	-0.7430	-0.4368
0.5	-0.6978	-0.4460
0.6	-0.6544	-0.4556
0.7	-0.6127	-0.4658
0.8	-0.5733	-0.4764
0.9	-0.5357	-0.4879
1.0	-0.5000	-0.5000

Tabel (3.2) dapat dilihat bahwa pada $\underline{y}$ (nilai batas bawah) dengan derajat keanggotaan 0 diperoleh nilai sebesar -0.9386. Ketika iterasi pertama pada $\underline{y} = \overline{y}$ (nilai batas bawah = nilai batas atas) dengan derajat keanggotaan 1 diperoleh nilai sebesar -0.500000 dan pada $\overline{y}$ (nilai batas atas) dengan derajat keanggotaan 0 dan diperoleh nilai sebesar -0.4044, sehingga tabel (3.2) diperoleh gambar (3.2).

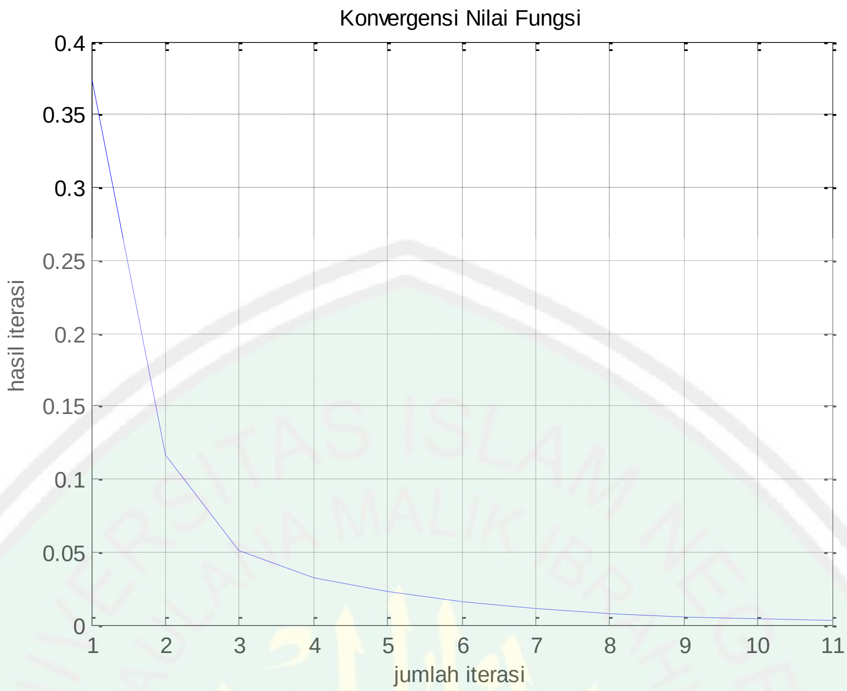


Gambar 3.2 Grafik Representasi Bilangan Fuzzy Segitiga untuk Variabel y
(Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.2) merupakan grafik representasi bilangan fuzzy segitiga pada persamaan (3.2) dan (3.3) untuk variabel y yang diperoleh dari tabel (3.2) tingginya sama dengan satu atau derajat keanggotaan sama dengan satu sehingga pada persamaan (3.2) dan (3.3) untuk variabel y dapat dikatakan himpunan fuzzy normal.

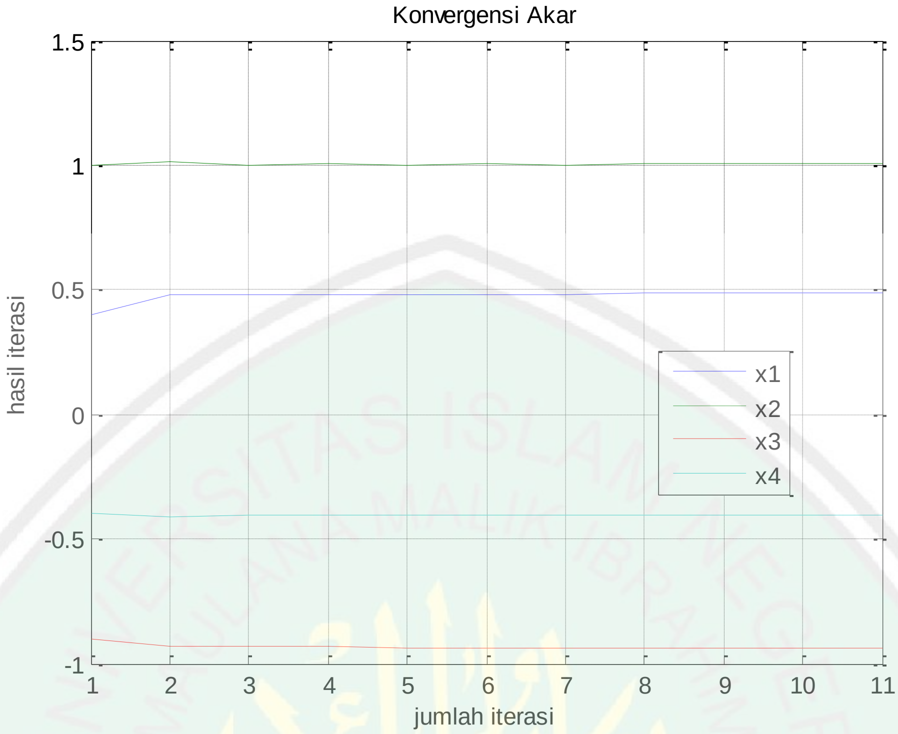
Tabel 3.3 Hasil perhitungan untuk Konvergensi nilai fungsi dan Akar $r = 0$

Iterasi ke- k	$F = \left(\underline{x}^{(k)}(0), \overline{x}^{(k)}(0), \underline{y}^{(k)}(0), \overline{y}^{(k)}(0)\right)$
0	0.374165
1	0.115821
2	0.050882
3	0.032217
4	0.022589
5	0.015973
6	0.011302
7	0.007997
8	0.005660
9	0.004006
10	0.002836



Gambar 3.3 Grafik Konvergensi Nilai Fungsi (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.3) menunjukkan grafik konvergensi nilai fungsi dari hasi tabel (3.3). Pada saat iterasi pertama dengan nilai awal 0.374165 didapatkan nilai norma fungsi (hasil iterasi) sebesar 0.115821 dan semakin dilakukan perhitungan iterasi selanjutnya nilai norma fungsi yang dihasilkan semakin turun dan berhenti pada saat konvergen ke nol yaitu pada iterasi ke-11 dengan nilai norma fungsi (hasil iterasi) yang dihasilkan 0.002836 begitu juga untuk iterasi selanjutnya.



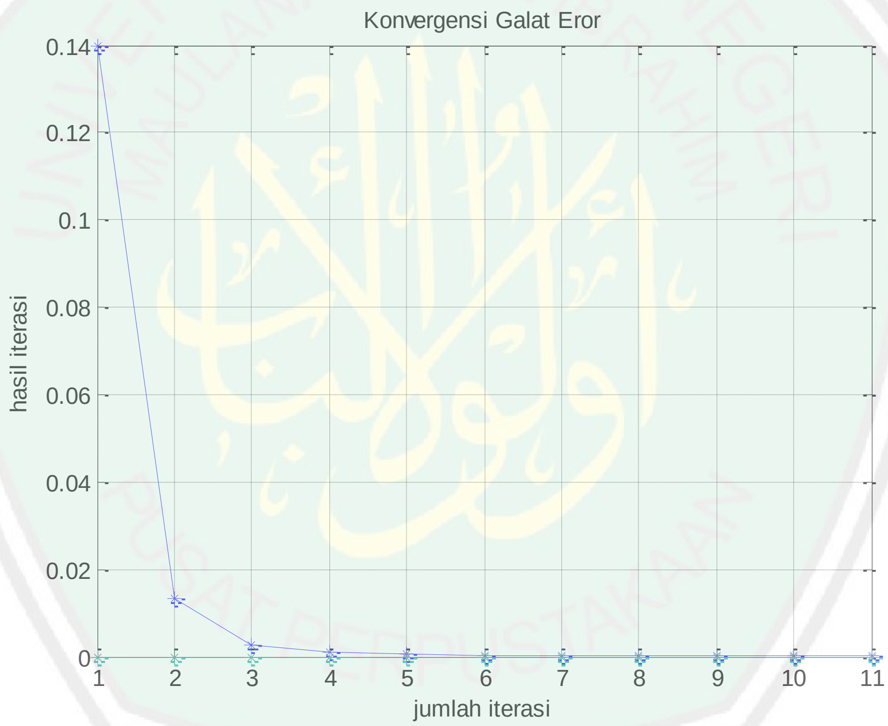
Gambar 3.4 Grafik Konvergensi Akar (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.4) merupakan grafik konvergensi Akar hasil dari tabel (3.3), pada x_1 nilai terbatas atas, x_2 nilai terbatas bawah, x_3 nilai terbatas atas untuk variabel *y*, x_4 nilai terbatas bawah untuk variabel *y*, Pada x_1, x_2, x_3 dan x_4 perhitungan akan berhenti pada saat iterasi ke-11 dengan galat yang konstan pada keempat variabel tersebut.

Tabel 3.4 Hasil perhitungan untuk Konvergensi Galat Error $r = 0$

Iterasi ke-*k*	$g = \left(\underline{x}^{(k)}(0), \overline{x}^{(k)}(0), \underline{y}^{(k)}(0), \overline{y}^{(k)}(0) \right)$
0	0.140000
1	0.013414

2	0.002589
3	0.001037
4	0.000510
5	0.000255
6	0.000127
7	0.000063
8	0.000032
9	0.000016
10	0.000008

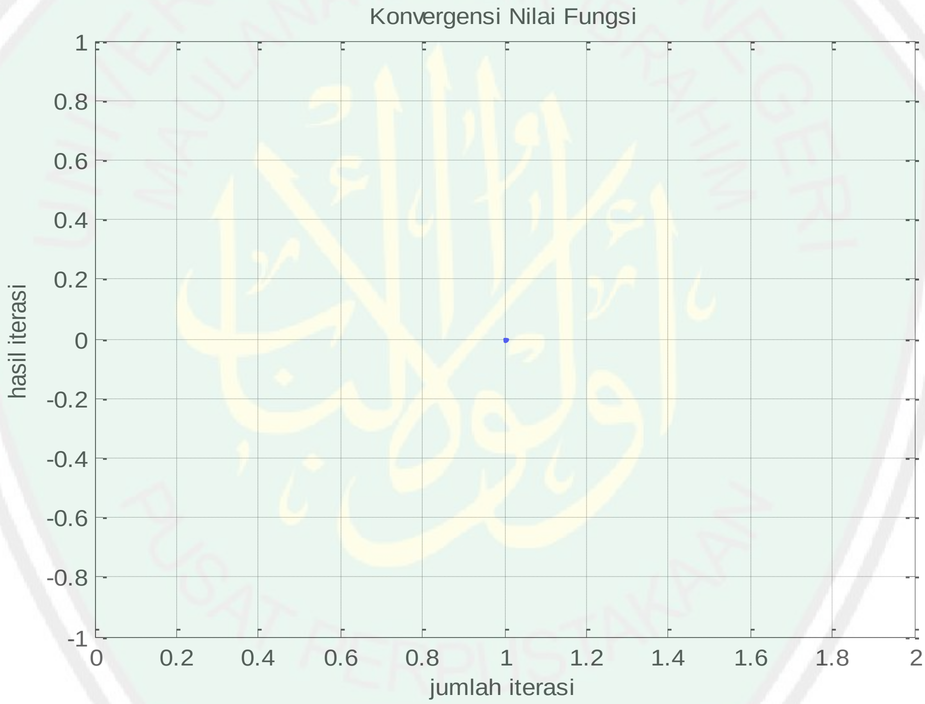


Gambar 3.5 Konvergensi Galat Error (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.5) merupakan grafik konvergensi galat error hasil dari tabel (3.4) dengan derajat keanggotaan sama dengan nol. Pada saat iterasi pertama dengan nilai awal 0.140000 didapatkan nilai norma fungsi sebesar 0.013414, perhitungan dilakukan sampai iterasi ke-11 dengan nilai sebesar 0.000008, dihentikan karena sudah memenuhi $\varepsilon^{10^{-5}}$.

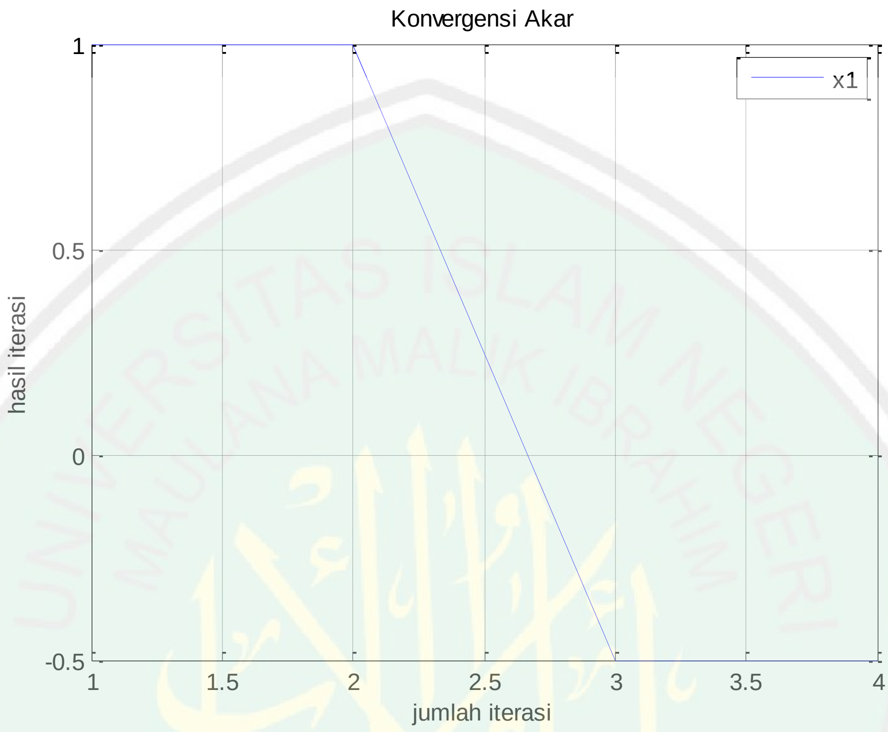
Tabel 3.5 Hasil perhitungan untuk Konvergensi Nilai Fungsi dan Akar $r = 1$

Iterasi ke-k	$F = \left(\underline{x}^{(k)}(1), \overline{x}^{(k)}(1), \underline{y}^{(k)}(1), \overline{y}^{(k)}(1)\right)$
0	0.000190
1	0.000190



Gambar 3.6 Konvergensi Nilai Fungsi (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.6) merupakan grafik Konvergensi Nilai Fungsi hasil dari tabel (3.5) dengan derajat keanggotaan $(r) = 1$, pada iterasi pertama nilai fungsi yang dihasilkan sama dengan nol dengan nilai awal sama dengan nol, sehingga perhitungan berhenti saat iterasi sampai ke-2 tetap menghasilkan nol karena sudah memenuhi $\varepsilon^{10^{-5}}$, galat yang didapatkan sebesar nol sehingga dalam grafik tersebut hanya terdapat satu titik.

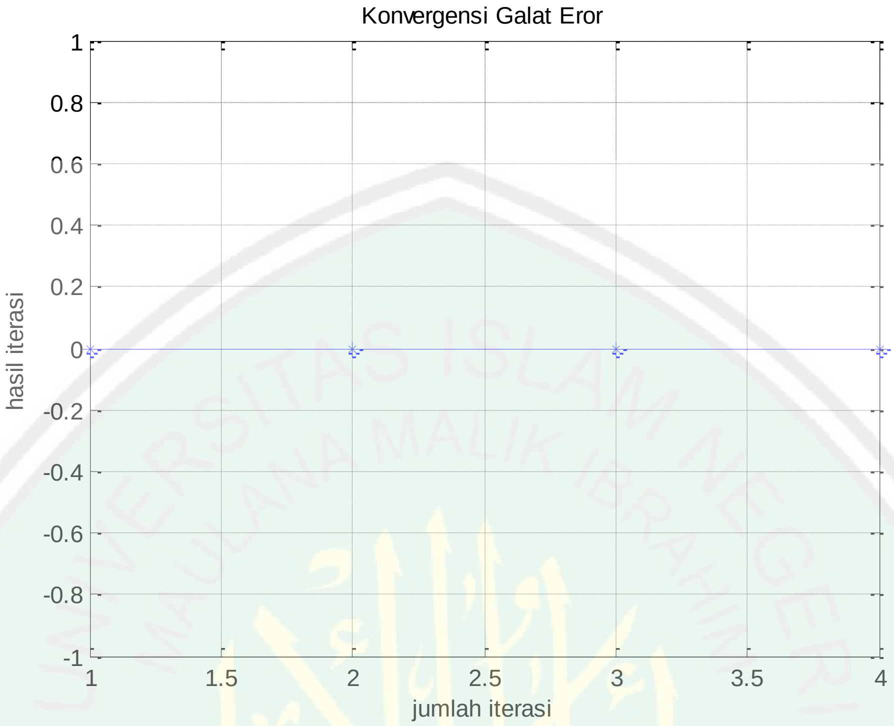


Gambar 3.7 Konvergensi Akar (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.4) merupakan grafik konvergensi Akar yang dihasilkan dari tabel (3.1) dan tabel (3.2) dengan derajat keanggotaan sama (r) dengan 1, pada x_1 nilai terbatas atas perhitungan saat iterasi pertama hasil iterasi yang didapatkan 1 sampai iterasi ke- 2, ketika iterasi ke- 2 sampai iterasi ke- 3 hasil iterasi semakin turun dan akan berhenti pada saat iterasi ke- 4 dengan hasil iterasi -0.5 dalam keadaan konstan.

Tabel 3.6 Hasil perhitungan untuk Konvergensi Galat Error $r = 1$

Iterasi ke-k	$g = \left(\underline{x}^{(k)}(1), \overline{x}^{(k)}(1), \underline{y}^{(k)}(1), \overline{y}^{(k)}(1)\right)$
0	0
1	0
2	0



Gambar 3.8 Konvergensi Akar (Hasil Olahan Penulis)

Gambar (3.8) merupakan grafik konvergensi Akar hasil tabel (3.6), pada saat iterasi pertama dengan nilai awal nol diperoleh nilai norma fungsi sebesar nol dengan derajat keanggotaan (r) sama dengan 1, berapun jumlah iterasi yang dilakukannya akan menghasilkan nilai norma fungsi yang konstan yaitu 0, hal ini disebabkan karena nilai norma fungsi tersebut sudah konvergen ke nol dan memenuhi $\varepsilon^{10^{-5}}$.

3.3 Metode *Steepest Descent* dalam Prespektif Islam

Alquran sebagai sumber utama atau pokok dalam hukum Islam. Alquran menjadi sumber dari segala sumber hukum. Karena itu jika akan menggunakan sumber hukum lain di luar Alquran, maka harus sesuai dengan petunjuk Alquran. Alquran mempunyai berbagai fungsi diantaranya sebagai petunjuk (hudan), panerang jalan hidup (bayyinat), pembeda antara yang benar dan yang salah (furqan), penyembuh penyakit hati (syifa), nasehat atau petuah (maulizah) dan sumber informasi (bayan). Sebagai sumber informasi Alquran mengajarkan banyak hal kepada manusia, dari persoalan keyakinan, moral, prinsip-prinsip ibadah dan muamalah sampai kepada asas-asas ilmu pengetahuan. Mengenai ilmu pengetahuan, Alquran memberikan wawasan dan motivasi kepada manusia untuk memperhatikan dan meneliti alam sebagai manifestasi kekuasaan Allah.Dari hasil pengkajian dan penelitian fenomena alam kemudian melahirkan ilmu pengetahuan. Misalnya tatacara hidup hemat yang telah dijelaskan dalam QS.An-nisaa' ayat 5, Al-Israa' ayat 26-27 dan Al Furqon ayat 67. Dalam keempat ayat tersebut Allah telah menjelaskan bagaimana cara hidup hemat sesuai dengan konsep Islam.

Berhemat dalam menghadapi krisis multidimensi, terutama krisis ekonomi, merupakan salah satu cara yang dapat dilakukan oleh siapapun. Berbagai keputusan politik dan ekonomi yang diambil oleh pemerintah tidak secara otomatis menjawab permasalahan berbangsa dan bernegara.Karena itu berbagai alternatif yang bisa mengurangi penderitaan rakyat, termasuk beratnya kehidupan yang dialami oleh setiap individu terus dicari.Hidup hemat mestinya bukan suatu hal berat untuk dilaksanakan. Hemat bukanlah hal yang kompleks, tapi suatu cara yang sangat sederhana. Hemat berarti tidak boros. Dalam Islam secara tegas Allah swt melarang untuk hidup boros.

Kebutuhan sehari-hari untuk setiap individu sering kali menjadi masalah terutama bagi kalangan masyarakat menengah kebawah. Masalah-

masalah tersebut menyebabkan perbedaan antara masalah yang tegas dan masalah yang bersifat ambigu (tidak jelas). Di dalam matematika untuk memperjelas atau mempertegas suatu permasalahan dapat menggunakan aplikasi fuzzy dengan memodelkan permasalahan tersebut dengan menggunakan aturan yang ada.Salah satu model yang dapat dipergunakan adalah modeldalam sistem persamaan fuzzy nonlinier. Untuk menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier secara analitik cenderung mengalami kesulitan, oleh karena itu peneliti menggunakan metode *Steepest Descent*.

Metode *Steepest Descent* merupakan salah satu metode dalam analisis numerik yang digunakan untuk meminimalisir kesalahan dalam perhitungan. Metode *Steepest Descent* menurut bahasa yaitu *Steepest* artinya langkah dan *Descent* artinya kemiringan sehingga metode *Steepest Descent* diartikan sebagai langkah kemiringan atau dapat dikatakan sebagai suatu metode yang dapat menentukan kemiringan dari persamaan maupun sistem persamaan. Metode *Steepest Descent* memiliki tingkat konvergensi yang linier dan metode *steepest Descent* akan tetap konvergen walaupun kecepatan dalam perhitungan rendah dibandingkan metode-metode lain misalnya metode Broyden. Namun, metode *Steepest Descent* menghasilkan solusi yang cukup akurat. Dalam menyelesaikan suatu persamaan maupun sistem persamaan, pertama yang harus dilakukan yaitu menghitung nilai fungsi dari persamaan maupun sistem persamaan yang telah diberikan penulis dengan cara mengkuadratkan persamaannya jika dalam bentuk sistem persamaan dengan cara mengkuadratkan setiap persamaannya kemudian dijumlahkan dengan nilai awal yang ditentukan penulis. Selanjutnya menghitung nilai gradien (kemiringan) dari suatu fungsi dengan cara menurunkan fungsi persamaan ataupun sistem kemudian mensubtitusikan nilai awal ke persamaan maupun sistem. Karena dalam hal ini membahas mengenai tentang kemiringan maka diperlukan pengetahuan matriks, vektor dan norma suatu turunan fungsi yang telah diberikan.Ketika diberikan selang atau jarak sebesar $[0,1]$ pada lokasinya dengan $\alpha_1 = 0, \alpha_3 = 1$ untuk mencari nilai fungsi pertama dengan cara nilai awal dikurangi α_1 dikalikan norma kemudian dengan cara yang sama mencari nilai fungsi ketiga. Dalam algoritma metode *Steepest Descent* ketika nilai fungsi ketiga lebih besar atau sama dengan dari nilai fungsi pertama maka hasil dari nilai fungsi ketiga tersebut terus dibagi dua agar memenuhi nilai fungsi ketiga lebih kecil dari nilai fungsi pertama dan agar mendapatkan titik (daerah) yang lebih dekat (minimum) atau disebut juga minimum lokal karena dalam garis bilangan harus memenuhi $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ sehingga diperlukan proses membagi dua atau yang lebih dikenal denga metode biseksi dalam analisis numerik. Minimum lokal dalam kalkulus merupakan aplikasi dari turunan, agar jarak antara titik yang satu dengan yang lainnya tidak terlalu jauh diperlukan minimum lokal yang bertujuan untuk mendapakan solusi yang lebih akurat dan error (galat) yang diperoleh tidak terlalu besar. Dalam kehidupan sering menghadapi masalah guna mendapatkan jalan terbaik untuk melakukan sesuatu misalnya seorang kepala pabrik akan menekan sekecil mungkin biaya pendistribusian produknya. Kadangkala masalah ini dapat dirumuskan sehingga akan melibatkan meminimumkan, bila demikian metode kalkulus menyediakan sarana yang ampuh untuk memecahkan masalah seperti diatas.

Perhitungan manual untuk metode ini sering kali mengalami pengulangan pada *step-step* tertentu seperti pada *step* yang berkaitan dengan membagi duahal ini bertujuan untuk menemukan minimum lokal dari setiap iterasi. Karena dalam menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan metode *Steepest Descent* belum diketahui banyaknya iterasi yang dipergunakan, maka penulis menggunakan sofware MATLAB didapatkan solusi dari permasalahan tersebut. Keuntungan dari bantuan sofware yakni waktu yang diperlukan lebih singkat dari pada perhitungan manual.

Surat Al-Israa' ayat 26 menegaskan bahwa disamping perintah memberikan sebagian harta yang di miliki diri sendiri kepada orang lain, termasuk saudara sendiri, dan juga diperintahkan untuk berhemat. Dengan kata lain dilarang memboroskan harta. Betapa indahnya ayat tersebut yang menggabungkan perintah untuk membagi harta untuk orang lain dengan perintah untuk berhemat. Allah memberikan perasaan percaya diri kepada umat Islam terlebih dulu sebelum memerintahkan untuk berhemat. Seorang muslim diingatkan terlebih dahulu untuk membantu orang lain. Sesungguhnya hanya mereka yang mau berpikir dan berniat baik sajalah yang bisa mengambil manfaat dari perintah tersebut. Sementara ayat kedua secara lebih jelas menggambarkan akibat jika manusia melalaikan perintah tersebut, sehingga Allah dengan tegas menggolongkan manusia yang lalai sebagai sekutu dari syaitan dan juga akan mendapat sanksi setimpal seperti dijanjikan Allah SWT.

Salah satu langkah metode *Steepest Descent* di atas yang telah dipaparkan merupakan bukti tentang firman Allah QS.Al-Israa' ayat 26 dan Al-Furqon ayat 67 dalam hal hidup hemat.Hidup hemat dalam metode *Steepest Descent* dapat diperumpamakan dengan peminimuman dari permasalahan untuk menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier. Dengan adanya suatu peminimuman, maka hal ini menunjukkan adanya suatu penghematan dari langkah-langkah yang dilakukan. Penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier yang dilakukan secara analitik tergolong cara yang sulit dilakukan sehingga dapat membuang waktu yang akan dipergunakan untuk menyelesaikannya. Waktu yang dipergunakan dapat dipersingkat dengan metode *Steepest Descent* sehingga hal ini dapat menghemat waktu yang dipergunakan dalam menentukan solusi dari sistem persamaan fuzzy nonlinier.Selain itu, metode *Steepest Descent* juga melakukan penghematan pada langkah membagi dua dalam selangnya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, bahwa dalam penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent* yaitu dengan langkah-langkah dibawah ini:

a. Menentukan nilai awal yang akan gunakan untuk mencari penyelesaian dari sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan cara mengubah persamaan fuzzy nonlinier dalam bentuk parameternya.

b. Kemudian mencari titik potong dari sistem persamaan fuzzy nonlinier yang telah diubah dalam bentuk parameter dengan memenuhi syarat $\underline{x}_n(0) \le \overline{x}_n(1) \le \overline{x}_n(0)$ atau $\underline{x}_n(0) \le \underline{x}_n(1) \le \overline{x}_n(0)$ sehingga dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier untuk nilai awal dapat ditulis sebagai berikut $x^{(k)} = \left(\underline{x}_n(0), \underline{x}_n(1), \overline{x}_n(0)\right)$ untuk $\forall k = 0,1...$ dan $\forall n = 0,1...$.

c. Setelah itu maka didapatkan titik potong kurva dari sistem persamaan fuzzy nonlinier sehingga dapat diselesaikan dengan menggunakan titik potong yang sama atau mendekati dengan titik potong kurva yang sebenarnya.

d. Kemudian titik potong yang didapatkan disubtitusikan ke sistem persamaan fuzzy nonlinier agar didapatkan nilai awal yang akan digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan fuzzy nonlinier dengan menggunakan metode *Steepest Descent*.

e. Kemudian sistem persamaan fuzzy nonlinier diselesaikan dengan metode *Steepest Descent* sehingga solusi yang didapatkan sampai $\varepsilon \leq 10^{-5}$.

4.2 Saran

Berdasarkan temuan penelitian dalam pembahasan diatas, maka saran yang dapat penulis berikan adalah sebagai berikut:

1. Bagi pembaca diharapkan dapat mengembangkan analisis numerik yang lebih mendalam terutama pada Metode *Steepest Descent* dalam penyelesaian sistem persamaan fuzzy nonlinier.
2. Mahasiswa yang sedang menempuh mata kuliah analisis numerik dan logika fuzzy diharapkan dapat menggunakan hasil penelitian ini untuk dijadikan salah satu bahan rujukan dalam mempelajari analisis numerik terutama yang berkaitan dengan penyelesaian sistem persamaan nonlinier.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga

Burden, R.L. 2005. *Numerical Analysis, eight edition*. USA: Thomson.

Chapra, steven C. Canale, Raymond P. 1988. *Metode Numerik untuk Teknik dengan Penerapan pada Komputer Pribadi*. Jakarta: UI

Klir George J dan Bo yuan. 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. London: Prentice-Hall.

Kusumadewi, Sri dan Hari Purnomo. 2010. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan, edisi kedua*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Munir, Rinaldi. 2008. Metode Numerik Revisi Kedua. Bandung: Informatika.

Purcell, Edwin J. 1987. *Kalkulus dan Geometri analitis Jilid I*. Jakarta: Erlangga.

Shihab, Quraish. 2002. *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan dan Keserasia Al-Qur'an.* Jakarta: Lentera Hati.

Susilo, Frans. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Wang, Zhenyuan dkk. 2010. *Nonlinear Integrals and Their Applications in Data Mining, Advances in Fuzzy Systems, Applications and Theory vol 24*. Singapura: World Scientific Publishing.

Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control* Volume 8: 338-353.

Anonim. *http:/nitip/Organization-Irlan.htm*.diakses 11 Oktober 2011.

Anonim.*http:/nitip/ Menempuh Hidup Sederhana Sobat Muslim.htm*.diakses 11 Oktober 2011.

Anonim.*http:/nitip/ Matriks Jacobian.htm*. diakses 23 Januari 2012.

LAMPIRAN

Kode Program dalam Matlab

```
clc;clear
syms x1 x2 x3 x4 r
format long
disp('==+++Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan
menggunakan Metode Steepest Descent+++===')
disp('===============Studi Kasus pada Persamaan Fuzzy Lingkaran
dan Persamaan Fuzzy garis=================')
%input
%X0 nilai awal
%ff adalah fungsi
%Af adalah matrik jacobian
%n adalah banyaknya variabel
%tol adalah eror
%output matrik X
disp(' ')
disp(' ')
disp(' ')
disp('Diberikan Matrik Fungsi dari Sistem Persamaan dalam bentuk
Parameter')
F=inline('[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-
(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)]')
nilX=[0.4 1 1]
nilY=[-0.9 -0.5 -0.4]
a=nilX(1,1);
b=nilX(1,2);
c=nilX(1,3);
d=nilY(1,1);
e=nilY(1,2);
f=nilY(1,3);
n=4;
tol=10^-5;
i=1;
j=1;
fx=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
gg=zeros(n,1);
Fx=zeros(n,1);
hasil=zeros(n,1);
mf=zeros(1,1);
tic;
for r=0:0.1:1
    x1=a+(b-a)*r;
    x2=c+(b-c)*r;
    x3=d+(e-d)*r;
    x4=f+(e-f)*r;
    X0=[x1 x2 x3 x4];
    X(:,i)=X0;
    ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-(4-
r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)];
    Af=[2*(1+r)*x1 0 2*(2+2*r)*x3 0;0 2*(3-r)*x2 0 2*(6-
2*r)*x4;4+r 0 1+3*r 0;0 7-2*r 0 5-r];
    fx(:,1)=ff;
    Fx(1,i)=norm(fx(:,i));
    gg(1,i)=(norm(fx(:,1)))^2;
```

```
    while norm(fx(:,i))>tol
        g1=(norm(fx(:,i)))^2;
        z=2*Af'*fx(:,i);
        z0=norm(z);
        if z0==0
            break;
        end
        zlama=z;
        z=zlama/z0;
        a1=0;
        a3=1;
        g3i=X(:,i)-a3*z;
        x1=g3i(1);
        x2=g3i(2);
        x3=g3i(3);
        x4=g3i(4);
        ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-
(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)];
        g3=(norm(ff))^2;
        while g3>=g1
            a3=a3/2;
            g3i=X(:,i)-a3*z;
            x1=g3i(1);
            x2=g3i(2);
            x3=g3i(3);
            x4=g3i(4);
            ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-
2*r)*x4^2-(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-
(5-2*r)];
            g3=(norm(ff))^2;
            if a3<(tol/2)
                break;
            end
        end
        a2=a3/2;
        g2i=X(:,i)-a2*z;
        x1=g2i(1);
        x2=g2i(2);
        x3=g2i(3);
        x4=g2i(4);
        ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-
(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)];
        g2=(norm(ff))^2;
        h1=(g2-g1)/a2;
        h2=(g3-g2)/(a3-a2);
        h3=(h2-h1)/a3;
        a0=0.5*(a2-(h1/h3));
        g0i=X(:,i)-a0*z;
        x1=g0i(1);
        x2=g0i(2);
        x3=g0i(3);
        x4=g0i(4);
        ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-
(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)];
        g0=(norm(ff))^2;
        if g0<g3
            g=g0;
            a=a0;
        elseif g0>g3
```

```
            g=g3;
            a=a3;
        end
        X(:,i+1)=X(:,i)-a*z;
        x1=X(1,i+1);
        x2=X(2,i+1);
        x3=X(3,i+1);
        x4=X(4,i+1);
        ff=[(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-
(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)];
        fx(:,i+1)=ff;
        Fx(1,i+1)=norm(fx(:,i+1));
        gg(1,i+1)=(norm(fx(:,i+1)))^2;
        if abs(g-g1)<tol
            break;
        end
        i=i+1;
    end
    for ak=1:n
        hasil(ak,j)=X(ak,i);
    end
    mf(1,j)=r;
    i=i+1;
    j=j+1;
end
disp('hasil iterasi menggunakan metode Steepest Descent')
disp('iterasi           x^(i)                          Fx
g')
disp([[0:i-1]' X' Fx(1,:)' gg(1,:)'])
disp('Hasil Akhir Iterasi pada Setiap Derajat Keanggotaan Fuzzy')
disp('derajat keanggotaan                       x(r)
y(r)')
disp([mf' hasil'])
disp(['waktu komputasi=',num2str(toc)])
figure(1);plot(hasil(1,:)',mf',hasil(2,:)',mf');title('Grafik
Representasi Bilangan Fuzzy Segitiga untuk Variabel x');grid on
figure(2);plot(hasil(3,:)',mf',hasil(4,:)',mf');title('Grafik
Representasi Bilangan Fuzzy Segitiga untuk Variabel y');grid on
figure(3);plot(Fx(1,:)');title('Konvergensi Nilai Fungsi');grid on
figure(4);plot(X(:,:)'),title('Konvergensi Akar');grid on
   figure(5);plot(gg','-*');title('Konvergensi  Galat  Eror');grid

   on
```

Hasil Running Program

==+++Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan menggunakan Metode Steepest Descent+++===

===============Studi Kasus pada Persamaan Fuzzy Lingkaran dan Persamaan Fuzzy garis================

Diberikan Matrik Fungsi dari Sistem Persamaan dalam bentuk Parameter

F =

Inline function:

F(r,x1,x2,x3,x4) = [(1+r)*x1^2+(2+2*r)*x3^2-(2+r);(3-r)*x2^2+(6-2*r)*x4^2-(4-r);(4+r)*x1+(1+3*r)*x3-(1+2*r);(7-2*r)*x2+(5-r)*x4-(5-2*r)]

nilX =

0.400000000000000 1.000000000000000 1.000000000000000

nilY =

-0.900000000000000 -0.500000000000000 -0.400000000000000

hasil iterasi menggunakan metode Steepest Descent

iterasi x^(i) Fx g

0.400000000000000 1.000000000000000 -0.900000000000000 -0.400000000000000 0.374165738677394 0.140000000000000

0.476907005865244 1.013414012650915 -0.927498725934375 -0.410731210120732 0.115821003034678 0.013414504743959

0.478508020698947 1.002297165786286 -0.929712946307616 -0.407476052375726 0.050882887577175 0.002589068248191

0.480953414402386 1.004550692190721 -0.933172071549543 -0.403561038320848 0.032217690750307 0.001037979597282

0.481994939560328 1.002337361975436 -0.934724553014001 -0.404415605146005 0.022589250491518 0.000510274237769

0.482975468457362 1.003878965856390 -0.936227417557095 -0.404273156402242 0.015973967026802 0.000255167622573

0.483476119850837 1.002742351342891 -0.937024108466909 -0.404450782154322 0.011302378723184 0.000127743764802

0.483944825772859 1.003505805999932 -0.937788353428821 -
0.404326170491529 0.007997581152125 0.000063961304285

0.484185161640979 1.002937422718986 -0.938193256240033 -
0.404418178294789 0.005660149003311 0.000032037286740

0.484410491586193 1.003319799988836 -0.938581061943081 -
0.404356383047705 0.004006397461630 0.000016051220621

0.100335224112887 1.000000000000000 -0.860000000000000 -
0.410000000000000 0.002836363627727 3.849193006057500

0.100336238968607 1.000002470265092 -0.860002695040807 -
0.409999604363142 1.961932698645013 3.849179914012505

0.568020200873439 1.012175237879178 -0.816821012457183 -
0.414424666552197 0.297642529286187 0.088591075239878

0.562039540088242 0.991339602328563 -0.848640995429703 -
0.412627294192223 0.196693020771024 0.038688144420031

0.562586242723531 1.006685925033082 -0.859373066804769 -
0.410969106512202 0.132717949250231 0.017614054053187

0.564569280094369 0.997720458018152 -0.872341342713414 -
0.412840272649559 0.090097103537153 0.008117488065784

0.566200988018552 1.004608987265342 -0.876763690627871 -
0.411632149466694 0.061573160959143 0.003791254150501

0.568620327312684 1.000390693716355 -0.881969214095421 -
0.412317722025485 0.042099212524795 0.001772343695208

0.569813609186224 1.003614029651053 -0.883770556243994 -
0.411785306358900 0.028793168413669 0.000829046547298

0.571382593357236 1.001631499570016 -0.885859954895494 -

0.412116534533786 0.019661382563241 0.000386569964298

0.572067362393554 1.003141517960615 -0.886597741626267 -

0.411865803035282 0.013401040458784 0.000179587885378

0.572920670483653 1.002213993683824 -0.887444236089983 -

0.412019763443398 0.009118283175175 0.000083143088063

0.573276241121942 1.002916140253665 -0.887749875723915 -

0.411903365412835 0.006190266110577 0.000038319394520

0.573706057798674 1.002486056755693 -0.888098187279900 -

0.411974700394165 0.004195250791075 0.000017600129200

0.200314784324476 1.000000000000000 -0.820000000000000 -

0.420000000000000 0.002837342343138 3.789379233118319

0.200317410061888 0.999997781906510 -0.820001613685387 -

0.420000365375169 1.946622774047240 3.789340224439371

0.646316554913917 1.009552742154580 -0.771904602690218 -

0.418921695971876 0.287385155451356 0.082590227573800

0.639283323505263 0.990676363540997 -0.812627702205819 -

0.421632119157752 0.162038556807124 0.026256493892136

0.641286914645983 1.004903877812488 -0.820174362313131 -

0.419297783233946 0.096775558764945 0.009365508774267

0.645432906781301 0.998263548272904 -0.831321838359541 -

0.420571968213862 0.058072931774408 0.003372465404875

0.647093415677254 1.003308182344156 -0.833498101906433 -

0.419671677762758 0.035216195031379 0.001240180392488

0.649731215057260 1.000827447806503 -0.836549218453113 -
0.420087118108940 0.021335305408063 0.000455195256855

0.650508948656626 1.002682692123675 -0.837197595301438 -
0.419770732251381 0.012903572416117 0.000166502181098

0.651655399155474 1.001766372341509 -0.838085318078441 -
0.419930093208442 0.007783036486382 0.000060575656948

0.651970018506725 1.002444794813263 -0.838285311553840 -
0.419813177870724 0.004678819330707 0.000021891350329

0.652417538657955 1.002110939283597 -0.838556125224830 -
0.419870358186528 0.002807133301910 0.000007879997375

0.300198324159059 1.000000000000000 -0.780000000000000 -
0.430000000000000 0.001679493613157 3.569859003345449

0.300201326674761 0.999998075292560 -0.780001312832218 -
0.430000329829536 1.889394898198733 3.569813081339399

0.713877930046185 1.007230354654466 -0.731119709066966 -
0.425364249196766 0.265180393157869 0.070320640915362

0.708027483543927 0.992363427132936 -0.775381691953693 -
0.430938869233277 0.122700192728485 0.015055337295607

0.711233864993370 1.003879210629148 -0.780291763093897 -
0.428043250243497 0.066255604066817 0.004389805070259

0.716416514822986 0.999081713826458 -0.786992411042021 -
0.428490527095247 0.035959276736077 0.001293069583382

0.717797614830999 1.002495388351125 -0.788072425237789 -
0.427971811159615 0.019549308315918 0.000382175455631

0.719742182693678	1.001079478987118	-0.789471533943501	-0.428280712396646	0.010610206263046	0.000112576476944
0.720200159621026	1.002080208946340	-0.789727768836844	-0.428088894410017	0.005731753035641	0.000032852992862
0.720815939980096	1.001658949822913	-0.790055040129359	-0.428159047103479	0.003088198583188	0.000009536970489
0.400200804640407	1.000000000000000	-0.740000000000000	-0.440000000000000	0.001657774464897	3.192698327655841
0.400203928109083	0.999998166322242	-0.740001148061158	-0.440000339764796	1.786799045425289	3.192650828732725
0.771611009173306	1.005253413298520	-0.693655254758171	-0.433491147509541	0.233086801931002	0.054329457234422
0.769298611768028	0.994819270072057	-0.735818128389376	-0.439708286740249	0.087666925479936	0.007685489823105
0.773230799644564	1.003221152361025	-0.738708031861099	-0.436847718275683	0.044116594309805	0.001946273893496
0.777608160109847	0.999712713596111	-0.741664439894190	-0.437048138452963	0.022284450624284	0.000496596739626
0.778723601083239	1.001926911595759	-0.742273368687788	-0.436703466879256	0.011202208871217	0.000125489483594
0.779906239651073	1.001057912605067	-0.742885111116392	-0.436901472662684	0.005617320966955	0.000031554294846
0.780199813553172	1.001612248699071	-0.743018315831525	-0.436790364168854	0.002804900288811	0.000007867465630

0.500200503280451 1.000000000000000 -0.700000000000000 -
0.450000000000000 0.001397818758699 2.676706292343253

0.500202436000066 1.000003169465388 -0.700000638627633 -
0.449999397377383 1.636055297396100 2.676676936137842

0.820981524135859 1.003626880923490 -0.658576249802498 -
0.442996722473706 0.195899097380753 0.038376456354594

0.823631534435702 0.996930109184786 -0.695095842332279 -
0.448218960208263 0.058682451101872 0.003443630067324

0.827663167344009 1.002563345934883 -0.696363613326764 -
0.445881359346494 0.026639987466473 0.000709688932214

0.830371873842910 1.000193244887086 -0.697260150589045 -
0.446127644229482 0.012253773011887 0.000150154953027

0.831220357160997 1.001422779283178 -0.697559175192729 -
0.445885865225555 0.005655873007107 0.000031988899473

0.831789995554232 1.000929917977918 -0.697765034882372 -
0.445990406244910 0.002613695492839 0.000006831404129

0.600131495443781 1.000000000000000 -0.660000000000000 -
0.460000000000000 0.001209289391967 2.054890740987554

0.600134413069005 0.999997759103015 -0.660000894676176 -
0.460000466168986 1.433475240930702 2.054851266361335

0.864074652351816 1.002368842202291 -0.625050925954124 -
0.453528402905538 0.158191567160834 0.025024571920801

0.871667913399671 0.998288884836567 -0.654804510049685 -
0.457058262695048 0.034435058449900 0.001185773250448

0.874666365548465 1.001626942074404 -0.654469860768457 -
0.455521198028092 0.012277314254865 0.000150732445313

0.875946745959237 1.000436304544988 -0.654394232788128 -
0.455664378681497 0.004481681289375 0.000020085467180

0.876343491722825 1.000892516586292 -0.654399156285754 -
0.455553435327007 0.001669241745558 0.000002786368005

0.700071216122273 1.000000000000000 -0.620000000000000 -
0.470000000000000 0.000631790972115 1.378489731694614

0.700073806252394 1.000002718947387 -0.620000245391468 -
0.469999375300616 1.174077376543713 1.378457686111767

0.912167787167873 1.001485348980729 -0.591255819060685 -
0.464507619759420 0.111640665027995 0.012463638087893

0.911284025464742 0.999378756438986 -0.612094475383548 -
0.466304677691323 0.022303141455594 0.000497430118788

0.914208839376123 1.001100906826988 -0.612550399760022 -
0.465573879643295 0.006213024869234 0.000038601678026

0.914599907071889 1.000381140420780 -0.612720510432434 -
0.465761499018330 0.001865990082657 0.000003481918989

0.800058837574289 1.000000000000000 -0.580000000000000 -
0.480000000000000 0.000571702216305 0.726641931150861

0.800060590799102 0.999996886310249 -0.580001076122253 -
0.480000790578913 0.852424185960050 0.726626992809654

0.943206709630803 1.000777407365184 -0.560080889620290 -
0.476238879210296 0.073236210479751 0.005363542525434

0.946451899436928 0.999771075052321 -0.573535956484901 -
0.476642426964048 0.008552156786744 0.000073139385705

0.947619866704409 1.000385842252809 -0.573276161593232 -
0.476446332807910 0.001358093225954 0.000001844417210

0.900019591692964 1.000000000000000 -0.540000000000000 -
0.490000000000000 0.000247451169782 0.214556047587281

0.900022966955949 1.000001617354270 -0.540000532433583 -
0.489999489907206 0.463182137847483 0.214537692820965

0.974143649957886 1.000306144475389 -0.529345305856051 -
0.488082191248891 0.035457145441333 0.001257209162848

0.975445717761573 0.999961730894139 -0.535746083980191 -
0.487888156255370 0.003043535836161 0.000009263110386

1.000000000000000 1.000000000000000 -0.500000000000000 -
0.500000000000000 0.000190877421147 0

1.000005128000286 0.999989405023060 -0.500008360935844 -
0.500005473803900 0.000094854082827 0.000000008997297

Hasil Akhir Iterasi pada Setiap Derajat Keanggotaan Fuzzy

derajat keanggotaan x(r) y(r)

0 0.484410491586193 1.003319799988836 -0.938581061943081 -
0.404356383047705

0.100000000000000 0.573706057798674 1.002486056755693 -
0.888098187279900 -0.411974700394165

0.200000000000000 0.652417538657955 1.002110939283597 -
0.838556125224830 -0.419870358186528

0.300000000000000 0.720815939980096 1.001658949822913 -
0.790055040129359 -0.428159047103479

0.400000000000000 0.780199813553172 1.001612248699071 -
0.743018315831525 -0.436790364168854

0.500000000000000 0.831789995554232 1.000929917977918 -
0.697765034882372 -0.445990406244910

0.600000000000000 0.876343491722825 1.000892516586292 -
0.654399156285754 -0.455553435327007

0.700000000000000 0.914599907071889 1.000381140420780 -
0.612720510432434 -0.465761499018330

0.800000000000000 0.947619866704409 1.000385842252809 -
0.573276161593232 -0.476446332807910

0.900000000000000 0.975445717761573 0.999961730894139 -
0.535746083980191 -0.487888156255370

1.000000000000000 1.000000000000000 1.000000000000000 -
0.500000000000000 -0.500000000000000

waktu komputasi=0.10006

KEMENTRIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144 Telp. / Fax. (0341) 558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nurus Sakinah
NIM : 08610073
Fakultas : Sains danTeknologi
Jurusan : Matematika
Judul Skripsi : Penyelesaian Sistem Persamaan Fuzzy Nonlinier dengan Menggunakan Metode *Steepest Descent*
Pembimbing I : Mohammad Jamhuri, M.Si
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, MA

<table>
<tr><th>No.</th><th>Tanggal</th><th>Materi</th><th colspan="2">Ttd. Pembimbing</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>1 Oktober 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB I</td><td>1.</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>9 Oktober 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB I, II</td><td>2.</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>15 Oktober 2011</td><td>Konsultasi BAB I</td><td></td><td>3.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>17 Oktober 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB III</td><td>4.</td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>10 Desember 2011</td><td>Konsultasi BAB I, II, III</td><td></td><td>5.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>17 Desember 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB III</td><td>6.</td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>20 Desember 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB III</td><td>7.</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td rowspan="2">23 Desember 2011</td><td>Konsultasi Agama BAB III</td><td></td><td>8.</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Konsultasi BAB I, II, III</td><td>9.</td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>07 Januari 2012</td><td>Konsultasi BAB I, II, III, IV</td><td></td><td>10.</td></tr>
</table>

Malang, 13 Januari 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 1975 1006 200312 1 001