ANALISIS ALGORITMA METODE *BOOTSTRAP* DAN *JACKKNIFE* DALAM MENGESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA

SKRIPSI

Oleh:
IESYAH RODLIYAH
NIM. 08610069

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

ANALISIS ALGORITMA METODE *BOOTSTRAP* DAN *JACKKNIFE* DALAM MENGESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
IESYAH RODLIYAH
NIM. 08610069

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

ANALISIS ALGORITMA METODE *BOOTSTRAP* DAN *JACKKNIFE* DALAM MENGESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA

SKRIPSI

Oleh:
IESYAH RODLIYAH
NIM. 08610069

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 20 Januari 2012

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Fachrur Rozi, M.Si	Ach. Nashichuddin, MA
NIP. 19800527 200801 1 012	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS ALGORITMA METODE *BOOTSTRAP* DAN *JACKKNIFE* DALAM MENGESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA

SKRIPSI

Oleh:
IESYAH RODLIYAH
NIM. 08610069

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 20 Januari 2012

Penguji Utama	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	____________________
Ketua Penguji	: Drs. H. Turmudi M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	____________________
Sekretaris Penguji	: Fachrur Rozi, M.Si NIP. 19800527 200801 1 012	____________________
Anggota Penguji	: Achmad Nashichuddin, MA NIP. 19730705 200003 1 002	____________________

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

MOTTO

.... وَبَشِّرِ ٱلصَّـٰبِرِينَ ﴿١٥٥﴾

"…..Dan berikanlah berita gembira kepada orang-orang yang sabar."

إِن يَنصُرْكُمُ ٱللَّهُ فَلَا غَالِبَ لَكُمْ ۖ وَإِن يَخْذُلْكُمْ فَمَن ذَا ٱلَّذِى يَنصُرُكُم مِّنۢ بَعْدِهِۦ ۗ وَعَلَى ٱللَّهِ فَلْيَتَوَكَّلِ ٱلْمُؤْمِنُونَ ﴿١٦٠﴾

"Jika Allah menolong kamu, Maka tak adalah orang yang dapat mengalahkan kamu; jika Allah membiarkan kamu (tidak memberi pertolongan), Maka siapakah gerangan yang dapat menolong kamu (selain) dari Allah sesudah itu? karena itu hendaklah kepada Allah saja orang-orang mukmin bertawakkal."

(Sabar & Tawakkal)

PERSEMBAHAN

Karya ini penulis persembahkan untuk
orang-orang yang telah memberikan arti bagi hidup penulis
Dengan pengorbanan, kasih sayang dan ketulusannya.

Kepada kedua orang tua penulis yang paling berjasa dalam hidup penulis dan slalu menjadi motivator dan penyemangat dalam setiap langkah penulis untuk terus berproses menjadi insan kamil,
Ibu tersayang (Hj. Fakhiroh) Abah tersayang (H. Achmad Thoifur Mas'udi)

Saudara-saudara penulis (Imam Muzakki, Citra Elok Megahardiyani, Didit Prabowo, 'Iffah 'Aidah, Ahmad Shollahuddin, Eka Nur Hidayati, Himmah Rosyidah, Fidi Mahendra, Hasan 'Alamuddin, Husain Kamaluddin, Ahmad Nuruddin, dan Fitroh Mubarokah) serta keponakan penulis (Deva Prabowo & Nafiza Ira Qeilani)

Kepada guru-guru penulis yang telah memberikan ilmunya
dengan segenap keikhlasannya.

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Iesyah Rodliyah

NIM : 08610069

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Januari 2012

Yang membuat pernyataan,

Iesyah Rodliyah

NIM. 08610069

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, karunia dan ridho-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya. Shalawat serta salam semoga tetap tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah mengajarkan tentang arti kehidupan yang sesungguhnya. Semoga termasuk orang-orang yang mendapatkan syafa'at beliau di hari akhir kelak. Amien...

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan berkat jasa-jasa, motivasi dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan penuh ketulusan dari lubuk hati yang paling dalam penulis sampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
4. Fachrur Rozi, M.Si dan Achmad Nasichuddin, MA selaku pembimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran, motivasi dan kesabarannya, penulis sampaikan *Jazakumullah Ahsanal Jaza'*.
5. Abdul Aziz, M.Si, dan Drs. H. Turmudi, M.Si selaku Dewan Penguji Skripsi.
6. Ari Kusumastuti S.Si, M.Pd, selaku Dosen Wali Mahasiswa.

7. Seluruh Dosen Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah mendidik, membimbing, mengajarkan dan mencurahkan ilmu-ilmunya kepada penulis. Semoga Allah membalas amal kebaikan mereka.
8. Ibunda dan Abah tercinta (Hj. Fakhiroh dan H. Ahmad Thoyfur Mas'udi (Alm)), yang telah mencurahkan cinta dan kasih-sayang teriring do'a, motivasinya, dan materi, sehingga penulis selalu optimis dalam menggapai kesuksesan hidup di dunia ini.
9. Saudara-saudara penulis (Imam Muzakki, Citra Elok Megahardiyani, Didit Prabowo, 'Iffah 'Aidah, Ahmad Shollahuddin, Eka Nur Hidayati, Himmah Rosyidah, Fidi Mahendra, Hasan 'Alamuddin, Husain Kamaluddin, Ahmad Nuruddin, dan Fitroh Mubarokah) serta keponakan penulis (Deva Prabowo & Nafeeza Ira Qeilani). *Syukron katsiron* atas bantuan, keceriaan, do'a dan motivasinya.
10. Sahabat-sahabat karib penulis: Diana Shofiyatul Hasanah, Nurul Khoiriyah, Hurin 'Ien, Syifa'iyah, Lina Nike F., Leni Masruchah, Mimin Nur Indah Sari, Nurul Chotimah, Miftahul Jannah, Fariha Maslahatul Fuada, terima kasih atas kebersamaannya, suka duka bersama, pelajaran hidup, pengalaman-pengalaman, semoga persaudaraan dan persahabatan akan abadi selamanya!
11. Sahabat-sahabat penulis seperjuangan di Jurusan matematika di kampus tercinta Faiqotul Munawwaroh, Azizatu Rhoma, Aulia Dewi Farizki, Azizizah Noor Aini, Siti Shifatul Azizah, Shofwan Ali Fauji, Adib Ahsan, Tunjung Ari Wibowo, Ummu Aiman Chabasiah, Lukman Hakim dan semuanya yang telah

memberikan keceriaan tersendiri dalam hidup penulis. Terimakasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah yang telah terukir.

12. Sahabat penulis Imam Danarto. Terimakasih banyak atas nasihat dan motivasi yang selalu engkau berikan.
13. Sahabat penulis Indah Puspita Sari, Ulida Neilul Mumtazati, Nur Mazidatun Ni'mah, Wahyu Mei Wulandari, Rouf Syaifuddin. Perjuangan ini akan menjadi pelajaran yang sangat berharga untuk hidup, semoga perjuagan itu tidak akan berhenti sampai disini.
14. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, kritik dan saran konstruktif dari para pembaca yang budiman sangat saya harapkan demi perbaikan dan kebaikan karya ilmiah ini.

Akhirnya, penulis berharap semoga karya ilmiah yang berbentuk skripsi ini dapat bermanfaat dan berguna bagi kita semua, khususnya bagi penulis secara pribadi. *Amin ya Robbal 'Alamiiin…*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 25 Januari 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

No.	Simbol	Keterangan
1.	$\boldsymbol{\beta}$	vektor Beta berukuran $(k+1)x1$
2.	$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$	taksiran Beta hasil metode kuadrat terkecil
3.	$\boldsymbol{B}$	jumlah replikasi pada regresi *Bootstrap*
4.	$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{b}}=\overline{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}^{(\boldsymbol{br})}$	beta rata-rata untuk regresi *Bootstrap*
5.	$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{j}=\overline{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}^{(j\boldsymbol{i})}$	beta rata-rata untuk regresi *Jackknife*
6.	$\boldsymbol{bi\hat{a}s_b}$	nilai bias regresi *Bootstrap*
7.	$\boldsymbol{bi\hat{a}s_j}$	nilai bias regresi *Jackknife*
8.	$\boldsymbol{\varepsilon}^*$	vektor berukuran (n x 1) pada model transformasi statistik linier yang umum
9.	$\boldsymbol{\varepsilon}$	vektor berukuran (n x 1)
10.	$\boldsymbol{JKG}$	jumlah kuadrat galat
11.	$\boldsymbol{JKR}$	jumlah kuadrat regresi
12.	$\boldsymbol{JKT}$	jumlah kuadrat total
13.	$\boldsymbol{S_e}$	standar *error*
14.	$\boldsymbol{w_i}$	data pasangan amatan (X_{ji}, Y_i)
15.	$\boldsymbol{X}$	matriks variabel penjelas berukuran $(n\ x\ (k+1))$
16.	$\boldsymbol{X}^*$	matriks variabel penjelas berukuran $(n\ x\ (k+1))$ pada model transformasi statistik linier yang umum
17.	$\boldsymbol{Y}$	vektor variabel terikat berukuran $(n\ x\ 1)$ dan penulisannya dengan huruf kecil
18	$\boldsymbol{Y}^*$	vektor variabel terikat berukuran $(n\ x\ 1)$ dan penulisannya dengan huruf kecil pada model transformasi statistik linier yang umum

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Rodliyah, Iesyah. 2012. **Analisis Algoritma Metode *Bootstrap* dan *Jackknife* Dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linier Berganda.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si
(II) Achmad Nashichuddin, MA

Kata Kunci: kuadrat terkecil, heteroskedastisitas, resampling, regresi *Bootstrap*, regresi *Jackknife*

Metode *Bootstrap* dan *Jackknife* merupakan dua metode yang digunakan untuk mengestimasi suatu distribusi populasi yang tidak diketahui dengan distribusi empiris yang diperoleh dari proses penyampelan ulang.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjelaskan algoritma dalam mengestimasi parameter regresi linear berganda dengan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*, serta mengimplementasikan algoritma estimasi parameter regresi linear berganda dengan metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife*. Metode penelitian dalam skripsi ini adalah metode penelitian pustaka (*library research*), langkah langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: menganalisis algoritma regresi *Bootstrap* dan *Jackknife*, menterjemahkan algoritma ke dalam program komputer dengan menggunakan Macro Minitab, mengimplementasikan algoritma pada data, dan pemilihan model terbaik dengan melihat bias, standar *error* dan interval konfidensi untuk parameter regresi.

Berdasarkan hasil pembahasan diperoleh hasil penerapan algoritma estimasi parameter regresi linier berganda dengan menggunakan metode *Bootstrap* dan *Jackknife* menunjukkan bahwa meskipun terjadi *heteroskedastisitas error*, metode *Jackknife* memperoleh estimator dari bias, standar *error*, serta batas atas dan batas bawah interval konfidensi untuk parameter regresi tidak jauh berbeda dengan hasil yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil atau lebih tepatnya metode *Generalized Least Square* dan lebih baik dibandingkan dengan metode *Bootstrap*. Dari pembahasan juga diketahui bahwa kelebihan dari kedua metode ini adalah mengabaikan asumsi apapun mengenai distribusi *error*, namun hasilnya hampir sama.

ABSTRACT

Rodliyah, Iesyah. 2012. **Analysis of Algorithms *Bootstrap* and *Jackknife* Methods Estimating Parameters in Multiple Linear Regression.** Theses. Mathematics Department Faculty of Science and Technology The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Promotor: (I) Fachrur Rozi, M. Si
(II) Achmad Nashichuddin, MA

Key words: *Least Squares*, *Heteroskedasticity*, resampling, regression *Bootstrap*, regression *Jackknife*

Bootstrap and *Jackknife* methods are two methods used to estimate an unknown population distribution with the empirical distribution obtained from the process of resampling.

The objectives of this research is to describe the algorithm in estimating parameters of multiple linear regression by the method of *Bootstrap* and *Jackknife* methods, as well as parameter estimation algorithm implements multiple linear regression by the method of *Bootstrap* and *Jackknife* methods. The research methods in this thesis is library research methods, the steps conducted within this research are as follows: analyze the *Bootstrap* and *Jackknife* regression algorithm, the algorithm translates into a computer program using Minitab macros, implementing the algorithm on the data, and selection the best model to see the bias, standard *errors* and confidence intervals for regression parameters.

The findings of the research is obtained by the application of parameter estimation algorithm using multiple linear regression method of *Bootstrap* and *Jackknife* shows despite error heteroskedasticity, *Jackknife* method to obtain an estimator of the bias, standard *errors*, as well as the upper limit and lower limit confidence interval for the regression parameters are not much different from the results obtained by the method of least squares, or more precisely *Generalized least Square* method and better than the *Bootstrap* method. From the discussion is also known that the advantages of both methods is to ignore any assumption about the distribution of errors, but the results are almost identical.

مستخلص البحث

راضية، عيشة. 2012. **تحليل طريقة البوتستراف والخوارزميات الجيكنيف في تقدير معلمات الانحدار الخطي المتعدد.** البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بـــمالانج.

المشرف الأول: فخر الرازي الماجستير

المشرف الثاني: أحمد ناصح الدين الماجستير

الكلمات الأساسية : مربع الأصغر، هيتيراسكيداستيسيتاس، اختزال، انحدار البوتستراف انحدار الجيكنيف.

طريقة البوتستراف والجيكنيف هما طريقتان مستخدمتان لتقدير التوزيع المجتمع غير معروف مع التوزيع التجريبية التي تحصلها من عملية اختزال.

أما أهداف هذاالبحث فهي وصف الخوارزمية في تقدير معالم الانحدار الخطي المتعدد بطريقة البوتستراف والجيكنيف، وتنفيذ خوارزمية تقدير المعلمة بتنفيذ الانحدار الخطي المتعدد بطريقة البوتستراف والجيكنيف. منهجية البحث في هذا البحث العلمي هي طريقة مكتبة البحوث (مكتبة البحوث)، والخطوات المستعملة في هذا البحث فهي كما يلي: تحليل خوارزمية الانحدار البوتستراف والجيكنيف، ويترجم الخوارزمية إلى برنامج الحاسوب باستخدام وحدات الماكرو مينيتاب، وتنفيذ الخوارزمية على البيانات، واختيار أفضل أسلوب لرؤية التحيز والأخطاء القياسية وفترات الثقة للمعلمات الانحدار.

استنادا إلى حصول البحث الذي يحصل عليه من تطبيق خوارزمية تقدير المعلمة باستخدام عدة طريقة الانحدار الخطي من التمهيد وهيتيراسكيداستيسيتاس الجكنيف يبين أنه على الرغم من الأخطاء القياسية، والحد العلوي والسفلي فاصل الثقة تحد للمعلمات الانحدار لاتختلف كثيرا عن النتائج التي تم الحصول عليها من خلال طريقة المربع الأصغر، أو بتعبير أدق طريقة عموما أقل سكوير وأفضل من طريقة البوتستراف. من هذا البحث يعرف أيضا أن مزايا كلا الطريقتان هو تجاهل أي فرضية حول توزيع أخطاء، ولكن النتائج تكاد متطابقة.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan cabang ilmu matematika yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data (Turmudi dan Harini, 2008:5). Suatu kegiatan utama dalam statistik adalah pengumpulan data. Dalam masalah mengumpulkan data yaitu mencatat atau membukukan data, Alqur’an juga membicarakannya. Perhatikan Alqur’an surat Al-Kahfi ayat 49 :

وَوُضِعَ ٱلْكِتَـٰبُ فَتَرَى ٱلْمُجْرِمِينَ مُشْفِقِينَ مِمَّا فِيهِ وَيَقُولُونَ يَـٰوَيْلَتَنَا مَالِ هَـٰذَا ٱلْكِتَـٰبِ لَا
يُغَادِرُ صَغِيرَةً وَلَا كَبِيرَةً إِلَّآ أَحْصَىٰهَا ۚ وَوَجَدُوا۟ مَا عَمِلُوا۟ حَاضِرًا ۗ وَلَا يَظْلِمُ رَبُّكَ أَحَدًا ﴿٤٩﴾

Artinya:“Dan diletakkanlah Kitab, lalu kamu akan melihat orang-orang bersalah ketakutan terhadap apa yang (tertulis) di dalamnya, dan mereka berkata: "Aduhai celaka Kami, kitab Apakah ini yang tidak meninggalkan yang kecil dan tidak (pula) yang besar, melainkan ia mencatat semuanya; dan mereka dapati apa yang telah mereka kerjakan ada (tertulis). dan Tuhanmu tidak Menganiaya seorang juapun".(Qs. al-Kahfi/18:49).

Dalam Alqur’an surat az-Zukhruf ayat 80 :

أَمْ يَحْسَبُونَ أَنَّا لَا نَسْمَعُ سِرَّهُمْ وَنَجْوَىٰهُم ۚ بَلَىٰ وَرُسُلُنَا لَدَيْهِمْ يَكْتُبُونَ ﴿٨٠﴾

Artinya:“Apakah mereka mengira, bahwa Kami tidak mendengar rahasia dan bisikan-bisikan mereka? sebenarnya (kami mendengar), dan utusan-utusan (malaikat-malaikat) Kami selalu mencatat di sisi mereka.”(Qs. Az-Zukhruf/43: 80).

Dalam Alqur’an surat al-Jaatsiyah ayat 29 :

هَـٰذَا كِتَـٰبُنَا يَنطِقُ عَلَيْكُم بِٱلْحَقِّ ۚ إِنَّا كُنَّا نَسْتَنسِخُ مَا كُنتُمْ تَعْمَلُونَ ﴿٢٩﴾

Artinya: (Allah berfirman): "Inilah kitab (catatan) Kami yang menuturkan terhadapmu dengan benar. Sesungguhnya Kami telah menyuruh mencatat apa yang telah kamu kerjakan".(Qs. al-Jaatsiyah/45 : 29).

Dalam Alqur'an surat al-Qamar ayat 52 :

وَكُلُّ شَيۡءٍ فَعَلُوهُ فِي ٱلزُّبُرِ ٥٢

Artinya : "Dan segala sesuatu yang telah mereka perbuat tercatat dalam buku-buku catatan" (Qs. al-Qamar/54 : 52)

Dari ayat-ayat Alqur'an tersebut sangat menjelaskan betapa penting dan besar manfaat pengumpulan data. Namun, dalam proses pengumpulan data yang berkaitan dengan karakteristik-karakteristik dari sebuah kelompok individu atau benda tidaklah mudah, karena tidak mungkin atau tidak praktis untuk melakukan observasi terhadap keseluruhan individu atau objek dalam kelompok, terlebih-lebih jika kelompok tersebut merupakan kelompok besar.

Daripada melakukan pengamatan terhadap kelompok secara keseluruhan, yang disebut dengan istilah *populasi* atau *semesta*, seseorang dapat melakukan pengamatan tersebut hanya pada sebagian kecil dari kelompok yang disebut sebagai *sampel*.

Di dalam ilmu statistik sering seorang peneliti menghadapi suatu masalah karena memperoleh jumlah sampel yang kecil dalam suatu pemodelan dan dikhawatirkan parameter yang diperoleh bias, underestimate atau overestimate.

Masalah bias yang sering dihadapi para peneliti ini dapat diatasi dengan berbagai metode untuk mengestimasi bias, diantaranya metode *Jackknife* suatu metode nonparametrik untuk mengestimasi bias yang diperkenalkan oleh

Quenouille (1949). Selain dengan metode *Jackknife*, terdapat metode *Bootstrap* yang merupakan modifikasi dari metode *Jackknife* yang diperkenalkan oleh Efron untuk mengestimasi parameter dari sebaran yang tidak diketahui bentuknya pada pertengahan 1970.

Metode *Bootstrap* adalah metode berbasis resampling data sampel dengan syarat pengembalian pada datanya dalam menyelesaikan statistik ukuran suatu sampel dengan harapan sampel tersebut mewakili data populasi sebenarnya, biasanya ukuran resampling diambil secara ribuan kali agar dapat mewakili data populasinya. *Bootstrap* memungkinkan seseorang untuk melakukan inferensi statistik tanpa membuat asumsi distribusi yang kuat dan tidak memerlukan formulasi analitis untuk distribusi sampling suatu estimator.

Masing-masing metode ini mempunyai kelebihan dan kekurangan. Kelebihan pada kedua metode ini (*Bootstrap* dan *Jackknife)* dapat digunakan pada jumlah sampel yang kecil atau *insufficient,* distribusi datanya tidak diketahui, dan ketelitian pengukuran estimasi parameter yang akurat. Namun secara konseptual metode *Bootstrap* lebih sederhana daripada *Jackknife*. Dalam *Jackknife*, biasanya kita menghitung estimasi parameter dari sampel lengkap dan *n* estimasi berikutnya dengan menghilangkan satu pengamatan. Sedangkan estimasi *Bootstrap*, bahkan untuk sampel kecil, kita dapat menghitung sesuatu dari seratus sampel untuk beberapa ratus estimasi dengan sebuah parameter pengamatan, sehingga implementasinya merupakan pekerjaan yang besar bagi komputer.

Suat Sahinler dan Dervis Topuz (2007) menuliskan hasil penelitiannya tentang algoritma resampling *Bootstrap* dan *Jackknife*. Mereka meneliti dan menuliskan hasil *paper*-nya tentang estimasi regresi linier dengan menggunakan aplikasi resampling metode *Bootstrap* dan *Jackknife*, dimana pada penelitian tersebut berfokus pada ilustrasi dan penerapan teknik resampling *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi dengan metode *OLS* agar memperoleh hasil estimasi yang lebih baik. Dalam penelitian tersebut, dijelaskan contoh numerik nyata pada *Bootstrap* dan *Jackknife* yang dapat dijelaskan oleh linier model regresi dan dibandingkan hasilnya dengan *Ordinary Least Squares*. Penelitian ini bisa dikembangkan dengan mengubah obyek penelitian, yaitu mengubah obyek pembanding yang semula *OLS* (*Ordinary Least Square*) dengan metode *GLS* (*Generalized Least Square*), karena pada penelitian ini terfokus untuk menganalisis metode terbaik dari *Bootstrap* dan *Jackknife* pada kasus heteroskedastisitas yang kemudian akan dibandingkan dengan metode *GLS*.

Metode *GLS* merupakan pengembangan dari *OLS*. Sering kali terjadi penyimpangan estimasi ketika menggunakan metode *OLS*, salah satunya terjadi heteroskedastisitas (nilai variansi tidak konstan). Apabila penyimpangan ini terjadi maka akan dihasilkan estimasi yang tidak bias, konsisten namun tidak efisien. Maka harus digunakan metode kuadrat terkecil yang merupakan pengembangan dari kuadrat terkecil yang bisa digunakan pada data yang homoskedastisitas dan juga bisa digunakan untuk mengatasi heteroskedastisitas supaya tetap mendapatkan estimasi yang tidak bias, konsisten dan efisien yaitu metode Kuadrat Terkecil Umum.

Kasus estimasi disinggung dalam surat ash-Shaffaat ayat 147 :

وَأَرۡسَلۡنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلۡفٍ أَوۡ يَزِيدُونَ ١٤٧

Artinya: "Dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih." (Qs. ash-Shaffaat /37 : 147).

Pada QS. ash-Shaffat ayat 147 tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yusuf diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat rasa atau kesan ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Bukankah Allah SWT Maha Mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat Nabi Yunus? Jawaban terhadap pertanyaan tersebut adalah "inilah contoh estimasi (taksiran)." Penulis menangkap kesan bahwa Allah SWT mengajarkan suatu konsep dalam matematika yang dikenal dengan **estimasi.** Estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak (Abdussyakir, 2006:90).

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, penulis mengambil judul "**Analisis Algoritma Metode Bootstrap dan Jackknife Dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linier Berganda**."

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dibuat rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi?

2. Bagaimana perbandingan metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi linier berganda dengan metode kuadrat terkecil (*GLS*)?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah diatas, peneliti mempunyai tujuan sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui estimasi parameter regresi linier berganda dengan metode *Bootstrap* dan *Jackknife*.
2. Untuk mengetahui hasil perbandingan estimasi parameter regresi linier berganda metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dengan metode kuadrat terkecil (*GLS*).

1.4 Manfaat Penelitian

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat memberikan manfaat, yaitu :

1. Bagi Penulis

   Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang penerapan ilmu Statistik khususnya metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi.
2. Bagi Lembaga

   Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di Jurusan Matematika untuk mata kuliah statistik.

3. Bagi Pengembangan Ilmu

   Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan pembanding bagi pihak yang ingin mengetahui lebih banyak tentang metode *Bootstrap* dan metode *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi.

1.5 Batasan Masalah

Dalam hal ini peneliti membatasi masalah sebagai berikut :

1. Parameter populasi yang akan diestimasi adalah parameter regresi yaitu parameter *Beta*.
2. Program yang digunakan adalah program Macro Minitab untuk mengestimasi parameter regresi dengan metode *Bootstrap* dan *Jackknife*.
3. Ukuran pembanding metode *Bootstrap* dan *Jackknife* adalah metode *GLS*.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode penelitian sebagai berikut :

a. Pendekatan penelitian ini menggunakan pendekatan kajian kepustakaan

   Penelitian ini menggunakan pendekatan kepustakaan yang merujuk pada pustaka atau buku-buku yang berkaitan dan yang dibutuhkan untuk melakukan penelitian ini.

b. Sifat penelitian ini adalah penelitian perpustakaan (*library research*)

   Sifat penelitian ini adalah penelitian perpustakaan yang bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi dengan bermacam-macam materi yang terdapat dalam perpustakaan. Seperti buku, majalah, dokumen catatan dan kisah-kisah sejarah lainnya.

c. Teknik Analisis Data

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diambil dari skripsi Ana Syukriah yang berjudul "Analisis Uji Heteroskedastisitas pada Regresi Linier Berganda."

Dalam menganalisis data penelitian ini, penulis menyusun langkah-langkah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan dan mempelajari pustaka-pustaka yang berkenaan dengan materi penelitian seperti regresi linier berganda, heteroskedastisitas, *GLS/WLS*, regresi *Bootstrap*, regresi *Jackknife*, bias, varians, standar *error*, dan interval kepercayaan *Bootstrap* dan *Jackknife*.
2. Menganalisis dan menyusun hasil langkah pertama yang mencakup tentang :
   a. Konsep dasar *Bootstrap* dan *Jackknife* pada regresi linier berganda
   b. Cara mengestimasi parameter model regresi linier berganda dengan regresi *Bootstrap* dan regresi *Jackknife*
   c. Analisis algoritma *regresi* Bootstrap dan regresi *Jackknife* serta menterjemahkan algoritma ke dalam program komputer dengan menggunakan Macro Minitab.
3. Mengaplikasikan metode regresi *Bootstrap* dan regresi *Jackknife* pada kasus jarak tempuh mobil yang diambil dari skripsi Ana Syukriah dengan judul "Analisis Heteroskedastisitas pada Regresi Linier Berganda" yang

telah dilakukan penelitian sebelumnya oleh beliau yaitu mengestimasi parameter regresi pada kasus heteroskedastisitas dengan metode GLS dengan menggunakan program Eviews. Selanjutnya akan dilanjutkan dengan menggunakan dua metode lain yang lebih sederhana yaitu metode *Bootstrap* dan *Jackknife.*

4. Mengestimasi parameter regresi dengan metode resampling *Bootstrap*, yaitu :
   a. Mengambil sampel dari data yang diperoleh dengan pengembalian sebanyak n data dan diulang sebanyak B kali.
   b. Mengestimasi parameter β_0, β_1, β_2, dan β_3, dengan metode kuadrat terkecil.
5. Mengestimasi parameter regresi dengan metode resampling Jackknife, dengan cara :
   a. Mengambil satu kali sampel acak sebanyak data dengan pengembalian. Dari sampel acak tersebut, kemudian dilakukan regresi sebanyak n kali, dimana n adalah banyaknya data dengan menghilangkan data pasangan ke-i untuk setiap regresinya, sehingga terdapat $n - 1$ di setiap melakukan regresi.
   b. Mengestimasi parameter β_0, β_1, β_2, dan β_3,
6. Membandingkan hasil dari metode regresi *Bootstrap* dan *Jackknife* dengan hasil estimasi parameter regresi metode *GLS*.

7. Membuat kesimpulan. Kesimpulan merupakan jawaban singkat dari permasalahan yang telah dikemukakan dalam pembahasan.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dalam memahami skripsi ini secara keseluruhan maka penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab dan masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN: dalam bab ini diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN TEORI: bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan.

BAB III PEMBAHASAN: dalam bab ini dijelaskan bagaimana menganalisis algoritma regresi dengan menggunakan metode regresi *Bootstrap* dan regresi *Jackknife*.

BAB IV PENUTUP: pada bab ini dibahas tentang kesimpulan dari hasil penelitian yang dilakukan dan saran.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Analisis Regresi

Istilah regresi diperkenalkan pertama kali oleh Francis Galton, dalam makalahnya yang berjudul Family Likeness in Stature. Analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Prosedur analisisnya didasarkan atas distribusi probabilitas bersama peubah-peubahnya. Bila hubungan ini dapat dinyatakan dalam persamaan matematika, maka dapat dimanfaatkan untuk keperluan-keperluan yang lain misalnya peramalan. Secara umum, dapat dikatakan bahwa analisis regresi berkenaan dengan studi ketergantungan suatu variabel, yaitu variabel tak bebas (*dependent variable*), pada satu atau lebih variabel yang lain, yaitu variabel bebas (*independent variable*), dengan maksud mengestimasi dan atau meramalkan nilai rata-rata hitung (*mean*) atau rata-rata (*populasi*) dari variabel tak bebas, dipandang dari segi nilai yang diketahui atau tetap (dalam pengambilan sampel berulang) dari variabel bebas (Firdaus, 2004:22).

Tujuan utama dari analisis regresi adalah mendapatkan estimasi dari suatu variabel dengan menggunakan variabel lain yang diketahui. Analisis regesi mempunyai dua jenis yaitu regresi linier dan regresi non linier. Namun yang akan dibahas dalam penelitian ini mengenai regresi linier.

Menurut Supranto (1994:262) analisis regresi linier dapat dibedakan menjadi dua, yaitu :

1. Analisis regresi sederhana (*simple regression analisys*) atau regresi dua variabel, yang mempelajari ketergantungan satu variabel tak bebas hanya pada satu variabel bebas.

   Model regresi sederhana :

   $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{ji} + \varepsilon_i, i = 1,2,3, \dots N$ (2.1)

   dimana :

   Y_i = variabel tak bebas (*dependent variable*)

   X_{ji} = variabel bebas (*independent variable*)

   $\beta_0,\ \beta_1$ = parameter konstanta/ intersept regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

   ε = variabel galat/kesalahan regresi, dengan $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$

   N = banyaknya data observasi

2. Analisis regresi berganda (*multiple regression analisys*) atau regresi lebih dari dua variabel, yang mempelajari ketergantungan suatu variabel tak bebas pada lebih dari satu variabel bebas.

   Model regresi berganda :

   $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i, i = 1,2,3, \dots N$ (2.2)

   dimana :

   Y_i = variabel tak bebas (*dependent variable*)

   X_{ji} = variabel bebas (*independent variable*), $j = 1,2, \dots, k$

   $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ = parameter konstanta/ intersept regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

ε = variabel galat/kesalahan regresi, dengan $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$

N = banyaknya data observasi (Firdaus, 2004:25).

2.2 Estimasi Parameter

2.2.1 Pengertian Estimasi Parameter dan Estimator

Menurut Hasan (2002:11) estimasi merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk mengestimasi atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel dalam hal ini sampel random, yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui.

Estimator adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari suatu contoh disebut nilai estimasi (Yitnosumarto, 1990:211-212).

2.2.2 Sifat-Sifat Estimator

Estimator parameter mempunyai sifat-sifat antara lain :

1. Tak Bias (*Unbiased*)

   Suatu hal yang menjadi tujuan dalam estimasi adalah, estimasi haruslah "mendekati" nilai sebenarnya dari parameter yang diestimasi tersebut. Misalkan parameter kita β (kita gunakan parameter β agar tidak terikat pada parameter μ dan σ^2 misalnya). Jika $\hat{\beta}$ merupakan estimasi tak bias (unbiased estimator) dari parameter β, maka E($\hat{\beta}$)= β (2.3)

2. Efisien

Syarat kedua dalam estimasi adalah estimasi yang dipilih harus merupakan estimasi yang efisien. Untuk menjelaskan hal ini, misalkan mempunyai dua estimasi untuk parameter β, katakanlah $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$. untuk tiap-tiap estimasi, karena merupakan peubah acak, maka ia mempunyai ragam sendiri-sendiri. Sebagai misal, $\bar{X}$ mempunyai ragam sebesar $\frac{\sigma^2}{n}$ jika $\bar{X}$ tersebut merupakan nilai tengah yang diambil dari populasi dengan ragam σ^2 dan atas dasar sampel berukuran n.

Jika ragam $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ masing-masing sebesar $V(\hat{\beta}_1)$ dan $V(\hat{\beta}_2)$ maka $\hat{\beta}_1$ dikatakan lebih efisien dari $\hat{\beta}_1$, apabila

$$\frac{\mathrm{V}(\hat{\beta}_1)}{\mathrm{V}(\hat{\beta}_2)} < 1 \tag{2.4}$$

Atau dengan pernyataan lain, bila ragam untuk $\hat{\beta}_1$ lebih kecil dibanding dengan $\hat{\beta}_2$.

3. Konsisten

Bila suatu estimasi, $\bar{X}$ misalnya semakin mendekati parameter yang diestimasi, maka estimasi tersebut dinamakan estimasi yang konsisten, karena

$$\bar{X} \to \mu \text{ dengan } n \to \infty$$

atau, dengan pernyataan peluang, jika :

$$\lim_{n\to\infty} P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) = 1 \tag{2.5}$$

Maka $\bar{X}$ merupakan estimasi yang konsisten (Yitnosumarto, 1990:212).

2.3 Kuadrat Terkecil (*Least Square*)

Metode kuadrat terkecil adalah salah satu metode yang paling populer dalam mengestimasi nilai rata-rata (*central moments*) dari variabel random. Aplikasi pertama perataan kuadrat terkecil adalah dalam hitungan masalah astronomo oleh Carl F. Gauss. Keunggulan dari sisi praktis makin nyata setelah berkembangnya komputer elektronik, formulasi teknik hitungan dalam notasi matriks, dan hubungannya dengan konsep kuadrat terkecil itu ke statistik.

Model fungsional umum tentang sistem yang akan diamati harus ditentukan terlebih dahulu sebelum merencanakan pengukuran. Model fungsional ini ditentukan menggunakan sejumlah variabel (baik parameter maupun pengamatan) dan hubungan diantara mereka.

Selalu ada jumlah minimum variabel bebas yang secara unik menentukan model tersebut. Sebuah model fisis, bisa saja memiliki beberapa model fungsional yang berlainan, tergantung dari tujuan pengukuran atau informasi yang diinginkan. Jumlah minimum variabel dapat ditentukan setelah tujuan pengukuran berhasil ditetapkan, tidak terikat pada jenis pengukuran yang perlu dilakukan (Firdaus, 2004 : 30).

Menurut Sembiring (1995) kuadrat terkecil memiliki beberapa sifat yang baik. Kuadrat terkecil bersifat BLUE (*best linear unbiased estimator*) atau estimasi tak bias linier terbaik ketika semua asumsi klasik dipenuhi. Best maksudnya adalah varian minimum dan linier menunjukkan bahwa estimasi adalah fungsi linier dari Y. Terdapat beberapa persyaratan yang harus dipenuhi untuk menghasilkan estimasi yang bersifat BLUE. Persyaratan yang harus dipenuhi ini lebih dikenal dengan nama asumsi klasik regresi linier.

Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, Gauss telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut :

1. Nilai harapan ε akan sama dengan nol, atau

   $$E(\varepsilon) = 0 \tag{2.6}$$

   Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai x. Dengan demikian untuk nilai x tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negative, tetapi untuk nilai banyak x secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. ε memiliki variasi yang konstan,

   $$Var(\varepsilon) = E(\varepsilon - E(\varepsilon))^2 = E(\varepsilon^2) = \sigma^2 \tag{2.7}$$

   Asumsi kedua ini juga dinamakan homoskedastik (*homoscedasticity*)

3. Tidak ada korelasi antara ε_i dan ε_j. Dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2, yaitu :

   $$Var(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \tag{2.8}$$

   Sehingga asumsi ketiga ini dapat dituliskan dalam bentuk :

$$Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = E\left[(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))(\varepsilon_j - E(\varepsilon_j))^T\right] = E(\varepsilon\varepsilon^T) = \frac{\sigma^2}{n} \qquad (2.9)$$

Dengan kata lain, asumsi ketiga ini dapat ditulis $Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0$ dimana $i \neq j$. Asumsi ketiga ini juga dinamakan asumsi ε_i tidak berkorelasi serial (*non auto correlation*).

4. Variabel bebas tidak bersifat stokhastik (*nonstochastic*).

   Asumsi ini berarti bahwa dalam percobaan yang berulang-ulang nilai X adalah tetap. Implikasi dari asumsi ini adalah variasi Y_i sama dengan variasi ε_i, $Var(Y_i) = \sigma^2$, dan juga tidak ada korelasi Y_i dan Y_j untuk i tidak sama dengan j,

   $$Cov(Y_i, Y_j) = 0 \qquad (2.10)$$

5. ε_i berdistribusi normal, atau dapat ditulis $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Implikasi dari asumsi ini dan keempat asumsi di atas adalah : Y_i berdistribusi normal, dapat ditulis $Y_i \sim N(E(Y_i), \sigma^2)$. Karena $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$merupakan fungsi linier dari Y, maka $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ juga berdistribusi normal. Untuk $\hat{\beta}_1$ dapat ditulis $\hat{\beta}_1 \sim N(E(\hat{\beta}_1), Var(\hat{\beta}_1))$.

Penggunaan kuadrat terkecil pada umumnya menggunakan model fungsional yang linier karena model tidak linier lebih sulit dan lebih tidak praktis untuk diselesaikan (paling tidak Sampai saat ini). Oleh karena itu, jika digunakan model yang tidak linier, maka perlu dilakukan kegiatan linierisasi atau ditransformasikan ke dalam bentuk linier terlebih dahulu. Karena hubungan nonlinier dalam kasus teretentu dapat ditransformasikan menjadi hubungan linier, dengan cara mengubah variabel-variabel yang terkait secara tepat (Spiegel dan Stephens, 2004:232).

Persamaan (2.2) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{2.11}$$

dimana :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}}_{Y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \cdots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \cdots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}}_{\beta} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}}_{\varepsilon}$$

Minimumkan

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2$$

$$= [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$= \varepsilon^T \varepsilon$$

jadi

$$\begin{aligned} \textstyle\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 &= \varepsilon^T \varepsilon \\ &= (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \\ &= (Y^T - \beta^T X^T)(Y - X\beta) \\ &= Y^T Y - Y^T X\beta - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta \\ &= Y^T Y - (Y^T X\beta)^T - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta \\ &= Y^T Y - \beta^T X^T Y - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta \end{aligned}$$

$$\varepsilon^T\varepsilon = Y^TY - 2\beta^TX^TY + \beta^TX^TX\beta$$

Penaksir kuadrat terkecil harus memenuhi :

$$\left.\frac{\partial(\varepsilon^T\varepsilon)}{\partial\beta}\right|_{\hat{\beta}} = -2X^TY + 2X^TX\beta = 0$$

$$X^TX\beta = X^TY$$

karena X^TX matriks non singular, maka X^TX mempunyai invers sehingga penaksir untuk β adalah :

$$\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^TY \tag{2.12}$$

Metode kuadrat terkecil menghasilkan penaksir tak bias bagi parameter β pada model regresi linier. Substitusi persamaan (2.11) ke dalam persamaan (2.12) diperoleh :

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= (X^TX)^{-1}X^TY\\ &= (X^TX)^{-1}X^T(X\beta+\varepsilon)\\ &= (X^TX)^{-1}X^TX\beta + (X^TX)^{-1}X^T\varepsilon\\ &= \beta + (X^TX)^{-1}X^T\varepsilon \end{aligned} \tag{2.13}$$

dengan mengambil nilai harapan dari $\hat{\beta}$ didapat :

$$\begin{aligned}E(\hat{\beta}) &= E[(X^TX)^{-1}X^Ty]\\ &= E[(X^TX)^{-1}X^T(X\beta+\varepsilon)]\\ &= E[(X^TX)^{-1}X^TX\beta + (X^TX)^{-1}X^T\varepsilon)]\\ &= E[\beta + (X^TX)^{-1}X^T\varepsilon]\\ &= E[\beta] + E[(X^TX)^{-1}X^T\varepsilon]\end{aligned}$$

$$E(\hat{\beta}) = \beta + (X^T X)^{-1} X^T \, E[\varepsilon]$$
$$= \beta$$

Terbukti bahwa $\hat{\beta}$ adalah penaksir tak bias dari β.

Berdasarkan persamaan (2.13), maka :

$$(\hat{\beta} - \beta) = (X^T X)^{-1} X^T \varepsilon \tag{2.14}$$

Sifat varians dari $\hat{\beta}$ dinyatakan oleh matriks kovarian :

$$cov(\hat{\beta}) = E\left\{[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^T\right\} \tag{2.15}$$

dimana membentuk matriks simetri yang elemen diagonal utama ke-i adalah varians dari koefisien regresi masing-masing $\hat{\beta}_i$ dan elemen ke-ij adalah kovarians antara $\hat{\beta}_i$ dan $\hat{\beta}_j$, sehingga :

$$cov(\hat{\beta}) = E\left\{[\hat{\beta} - \beta][\hat{\beta} - \beta]^T\right\}$$
$$= E\{[(X^T X)^{-1} X^T \varepsilon][(X^T X)^{-1} X^T \varepsilon]^T\}$$
$$= E[(X^T X)^{-1} X^T \varepsilon\varepsilon^T (X^T X)^{-1}]$$

Dengan menggunakan sifat transpose suatu matriks adalah $(ABC)^T = C^T B^T A^T$ dan memperhatikan bahwa $(X^T X)^{-1}$ adalah sebuah matriks simetri, untuk $(X^T X)$ sebuah matriks simetri. Jadi matriks kovarian untuk $\hat{\beta}$:

$$cov(\hat{\beta}) = (X^T X)^{-1} X^T E[\varepsilon\varepsilon^T](X^T X)^{-1}$$
$$= (X^T X)^{-1} X^T \sigma^2 I (X^T X)^{-1}$$
$$= \sigma^2 (X^T X)^{-1} X^T (X^T X)^{-1}$$
$$= \sigma^2 (X^T X)^{-1} \tag{2.16}$$

Pendekatan analisis varians dilakukan untuk mengetahui penilaian atas baik tidaknya taksiran garis regresi. Pengujian terhadap nilai varians dinyatakan :

Teorema 1 **(**Walpole, 1986:350)

Untuk persamaan regresi linier

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon_i,\ i = 1,2,\ldots,n$$

jumlah kuadrat galat dapat ditulis sebagai :

$$JKG = JKT - JKR \tag{2.17}$$

dengan

$$JKT = Y^T Y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}{n} \tag{2.18}$$

dan

$$JKR = \beta^T X^T Y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}{n} \tag{2.19}$$

Bukti :

Selisih antara observasi aktual Y_i dan nilai penaksir $\hat{Y}_i$ disebut galat, dimana taksiran parameter regresi ($\hat{\beta}$) dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$

apabila dinyatakan dalam bentuk matriks :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \\ \hat{Y}_3 \\ \vdots \\ \hat{Y}_n \end{bmatrix}}_{\hat{Y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \cdots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \cdots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}}_{\hat{\beta}}$$

misalkan $\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$. Vektor galat dinotasikan oleh :

$$\varepsilon = Y - \hat{Y}$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$$

$$= \varepsilon^T \varepsilon$$

substitusi $\varepsilon = Y - \hat{Y} = Y - X\beta$, maka diperoleh :

$$JKG = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

$$= (Y^T - \beta^T X^T)(Y - X\beta)$$

$$= Y^T Y - Y^T X\beta - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta$$

$$= Y^T Y - (Y^T X\beta)^T - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta$$

$$JKG = Y - \beta^T X^T Y - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta$$

$$= Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta$$

karena $X^T X\beta = X^T Y$, maka :

$$JKG = Y^T Y - \beta^T X^T Y$$

$$= \left(Y^T Y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}{n}\right)\left(\beta^T X^T Y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}{n}\right)$$

$$= JKT - JKR$$

Secara umum, terdapat sebanyak k derajat kebebasan yang berkaitan dengan JKR. JKT memiliki $n - 1$ derajat kebebasan dan JKG memiliki *n-k-1* derajat kebebasan. Jadi, taksiran tak bias untuk σ^2 diberikan oleh :

$$s^2 = \frac{JKG}{n-k-1} \tag{2.20}$$

(Anenomous, 2006:15).

2.3.1 Kuadrat Terkecil Biasa (Ordinary Least Square)

Kuadrat Terkecil Biasa (*Ordinary Least Square*) merupakan salah satu metode bagian dari kuadrat terkecil dan sering hanya disebut kuadrat terkecil saja. Metode ini sering digunakan oleh para ilmuwan atau peneliti dalam proses penghitungan suatu persamaan regresi sederhana.

Dalam penggunaan regresi, terdapat beberapa asumsi dasar yang dapat menghasilkan estimator linear tidak bias yang terbaik dari model regresi yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil biasa (*Ordinary Least Square*) atau biasa dikenal dengan regresi *OLS* agar estimasi koefisien regresi itu bersifat BLUE yakni *best*, linier, tidak bias (*unbiased*) estimator.

Misalkan ada persamaan regresi linier (2.2) :

$$Y_i = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_{ik} X_{ik} + \varepsilon, i = 1,2,3, \dots n$$

dengan pendekatan matrik, dapat disederhanakan dan diperoleh $Y = X\beta + \varepsilon$.

Variabel ε sangat memegang peranan dalam ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu di buat dalam menerapkan metode *OLS* Misalkan sampel untuk y diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari β adalah dengan membuat $\varepsilon = Y - X\beta$ sekecil mungkin, maka perlu memilih parameter β sehingga

$$S = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

sekecil mungkin (minimal). Karena nilai S tersebut skalar maka :

$$S = (Y - X\beta)^T(Y - X\beta)$$
$$= (Y^T - \beta^T X^T)(Y - X\beta)$$
$$= Y^TY - Y^TX\beta - \beta^TX^TY + \beta^TX^TX\beta$$
$$= Y^TY - (Y^TX\beta)^T - \beta^TX^TY + \beta^TX^TX\beta$$
$$= Y^TY - \beta^TX^TY - \beta^TX^TY + \beta^TX^TX\beta$$
$$= Y^TY - 2\beta^TX^TY + \beta^TX^TX\beta$$

untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama S terhadap β

$$\frac{dS}{d\beta} = 0 - 2X^TY + X^TX\beta + (\beta^TX^TX)^T$$
$$= -2X^TY + X^TX\beta + X^TX\beta$$
$$= -2X^TY + 2X^TX\beta$$

dan kemudian menyamakannya dengan nol diperoleh

$$X^TY = X^TX\beta$$

yang dinamakan persamaan normal, dan

$$\hat{\beta}_{ols} = (X^TX)^{-1}X^TY \tag{2.21}$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter β secara *OLS*. Untuk kovariansinya adalah

$$Cov(\hat{\beta}_{ols}) = (X^TX)^{-1}X^T\emptyset X(X^TX)^{-1} \tag{2.22}$$

Sedangkan estimator kuadrat terkecil untuk variannya, σ^2 adalah

$$\hat{\sigma}_{ols} = \frac{\hat{\varepsilon}^T\varepsilon}{n-k} = \frac{(Y - X\hat{\beta}_{ols})^T(Y - X\hat{\beta}_{ols})}{n-k} \tag{2.23}$$

Akan tetapi asumsi dasar metode *OLS* sering dilanggar dalam melakukan estimasi sebuah model sehingga parameter yang diperoleh menjadi bias, tidak konsisten dan tidak efisien. Kehadiran heteroskedastisitas akan menyebabkan metode *OLS* menjadi tidak efisien walaupun parameter yang diperoleh tetap tidak bias dan konsisten. Tetapi penyimpangan yang muncul dalam analisis regresi linear bukan hanya terkait dengan pelanggaran asumsi-asumsi dasar metode *OLS* yang menyangkut variabel-variabel bebas dan variabel disturbansi melainkan juga dapat ditimbulkan oleh kekeliruan dalam menspesifikasikan model yang akan ditaksir dan kesalahan dalam mengukurvariabel. Metode *OLS* yang mengandung kasus heteroskedastisitas akan menyebabkan berubahnya beberapa sifat-sifat penaksir *OLSE* sehingga tidak lagi BLUE. Sehingga koefisien regresi linear yang diperoleh menjadi tidak efisien walaupun masih tetap tidak bias (*unbiased*) dan konsisten. Disamping itu varian penaksir *OLSE* tersebut juga menjadi bias (Firdaus,2004:107).

2.3.2 Kuadrat Terkecil Umum (*Generalized Least Square*)

GLS (*Generalized Least Square*) sebagai salah satu bentuk dari pengembangan estimasi *least square*, merupakan bentuk estimasi yang dibuat untuk mengatasi sifat heteroskedastisitas yang memiliki kemampuan untuk mempertahankan sifat efisiensi estimatornya tanpa harus kehilangan sifat unbiased dan konsistensinya. Walaupun metode ini merupakan pengembangan Metode Kuadrat Terkecil untuk mengatasi heteroskedastisitas, namun metode ini juga bisa digunakan pada data yang homoskedastisitas.

Penaksir parameter-parameter pada β untuk model transformasi statistik linier yang umum, persamaan $Y^* = X^*\beta + \varepsilon^*$ atau $PY = PX\beta + P\varepsilon$ dimana $PP^T = \emptyset^{-1}$ disebut sebagai GLS (*Generalized Least Square*), yaitu :

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{gls} &= (X^{*T}X^*)^{-1}X^{*T}Y^* \\ &= (PX)^TPX)^{-1}(PX)^TPY \\ &= (X^T\emptyset^{-1}X)^{-1}X^T\emptyset^{-1}Y \\ &= \sigma^2(X^T\Psi^{-1}X)^{-1}X^T\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)\Psi^{-1}Y \\ &= (X^T\Psi^{-1}X)^{-1}X^T\Psi^{-1}Y \qquad (2.24)\end{aligned}$$

Yang merupakan *best linier unbiased estimator* (BLUE) dengan matrik kovariansi :

$$\begin{aligned}Cov\,(\hat{\beta}_{gls}) &= (X^{*T}X^*)^{-1} \\ &= [(PX)^T(PX)]^{-1} \\ &= (X^T\emptyset^{-1}X)^{-1} \\ &= \sigma^2(X^T\Psi^{-1}X)^{-1} \qquad (2.25)\end{aligned}$$

Sedangkan estimasi untuk σ^2 secara *generalized least square* adalah :

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2_{gls} &= \frac{1}{n-k}(\hat{Y} - \hat{X}\hat{\beta}_{gls})^T(\hat{Y} - \hat{X}\hat{\beta}_{gls}) \\ &= \frac{1}{n-k}\left(Q\left(Y - X\hat{\beta}_{gls}\right)\right)^T Q(Y - X\hat{\beta}_{gls}) \\ &= \frac{1}{n-k}\left(Y - X\hat{\beta}_{gls}\right)^T Q^TQ(Y - X\hat{\beta}_{gls}) \\ &= \frac{1}{n-k}\left(Y - X\hat{\beta}_{gls}\right)^T\Psi^{-1}(Y - X\hat{\beta}_{g<s}) \qquad (2.26)\end{aligned}$$

(Kariya dan Kurata, 2004:34).

2.4 Selang Kepercayaan

Selang kepercayaan dapat digunakan sebagai taksiran suatu parameter dan dapat pula dipandang sebagai pengujian hipotesis, yaitu apakah suatu parameter sama dengan suatu nilai tertentu. Di bawah anggapan bahwa galat ε_i berdistribusi normal, untuk setiap i. maka statistik β_0 dan β_1 juga akan berdistribusi normal (Sembiring, 1995:52).

Selang kepercayaan adalah suatu kisaran nilai yang dianggap mengandung nilai parameter populasi yang sebenarnya. Besaran B dan A dikatakan menentukan selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi suatu parameter apabila memenuhi kriteria berikut:

a. P[B≤ nilai parameter yang sebenarnya ≤A] $\geq (1-\alpha)$ dan
b. Nilai-nilai B dan A dapat dihitung apabila sampel telah diambil dari populasi dan digunakan untuk menghitung kedua batas tersebut.

Selang kepercayaan yang cukup baik adalah selang kepercayaan yang mempunyai lebar selang yang sempit dan persentase selang yang memuat parameter cukup besar (Koopmans, 1987).

2.4.1 Selang Kepercayaan untuk $\boldsymbol{\beta_1}$

Untuk memperoleh selang kepercayaan dari β_1 dapat dicari dengan cara yang telah diketahui bahwa :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$$

Dalam hal ini penjumlahan dilakukan dari $i = 1$ sampai n dan kedua rumus untuk $\hat{\beta}_1$ ini hanyalah bentuk yang sedikit berbeda

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})Y_i}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$= \frac{(X_1 - \bar{X})Y_1 + (X_2 - \bar{X})Y_2 + \cdots + (X_n - \bar{X})Y_n}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \tag{2.27}$$

Sekarang ragam suatu fungsi :

$$a = a_1Y_1 + a_2Y_2 + \cdots + a_nY_n \tag{2.28}$$

adalah

$$Var(a) = a_1^2Var(Y_1) + a_2^2Var(Y_2) + \cdots + a_n^2Var(Y_n)$$

Kalau Y_i saling tidak berkorelasi dan a_i merupakan konstanta, lebih jauh, jika $Var(Y_i) = \sigma^2$, maka

$$Var(a) = (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)\sigma^2$$

$$= (\textstyle\sum_{i=1}^{n} a_i^2)\sigma^2 \tag{2.29}$$

Dalam rumus $\hat{\beta}_1$, $a_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$;

karena X_i merupakan konstanta. Dengan demikian, kita memperoleh :

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \tag{2.30}$$

Simpangan baku bagi $\hat{\beta}_1$ adalah akar ragamnya. Jadi

$$\text{s.b. } (\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma}{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{2.31}$$

atau, kalau σ tidak diketahui dan sebagai gantinya digunakan s, dan modelnya benar, maka simpangan baku dugaan bagi $\hat{\beta}_1$ adalah s.b. dugaan $\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{s}{\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ (2.32)

kalau diasumsikan bahwa keragaman di sekitar garis regresi bersifat normal, artinya galat ε_i semuanya bersal dari sebaran normal yang sama, yaitu $N(0, \sigma^2)$, dapat ditunjukkan bahwa selang kepercayaan bagi β_1 adalah :

$$\hat{\beta}_1 \pm \frac{t\left(n-2, 1-\frac{\alpha}{2}\right)s}{\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{2.33}$$

atau

$$\hat{\beta}_1 - \frac{t\left(n-2, 1-\frac{\alpha}{2}\right)s}{\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right)^{\frac{1}{2}}} \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + \frac{t\left(n-2, 1-\frac{\alpha}{2}\right)s}{\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{2.34}$$

(Draper dan Smith, 1992:22-23)

2.4.2 Selang Kepercayaan untuk β_0

Selang kepercayaan bagi β_0 dengan cara yang serupa dengan yang diuraikan untuk β_1.

$$\begin{aligned} Var(\widehat{\beta_0}) &= Var(\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}) \\ &= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}\right) \\ &= \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^{n}(X_i)^2}{n \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \end{aligned} \tag{2.35}$$

Simpangan baku bagi $\hat{\beta}_1$ adalah akar ragamnya. Jadi

$$\text{s. b. } \left(\hat{\beta}_0\right) = \sigma \left(\frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^{n}(X_i)^2}{n \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.36}$$

Penggantian σ dengan s menghasilkan nilai dugaan bagi s.b. $\left(\hat{\beta}_0\right)$. Jadi, selang kepercayaan $100(1-\alpha)$ persen bagi β_0 adalah

$$\hat{\beta}_0 \pm t\left(n-2{,}1-\frac{\alpha}{2}\right) s \left(\frac{s^2 \sum_{i=1}^{n}(X_i)^2}{n\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.37}$$

(Draper dan Smith, 1992:25).

2.5 Metode *Jackknife* dan *Bootstrap*

Quenoulille (1949) memperkenalkan metode non-parametrik untuk mengestimasi *bias* yang sekarang dikenal sebagai *Jackknife*. Ini juga memberikan metode tentang estimasi varians sebuah estimasi parameter. Prosedur yang erat hubungannya dengan *Jackknife*, dan lebih umum berguna untuk melakukan estimasi varians dari parameter adalah sebuah prosedur yang disebut *Bootstrap*. *Bootstrap* dapat juga digunakan untuk memperoleh selang kepercayaan nilai parameter yang sebenarnya (P. Sprent, 1991:246).

Metode *Jackknife* dan *Bootstrap* membuat boros penggunaan kemampuan komputer untuk perhitungan rutin dan iterasi.

2.5.1 *Jackknife* dan Bias

Metode *Jackknife* dan *Bootstrap* membenarkan kenyataan bahwa fungsi distribusi kumulatif sampel adalah estimasi maksimum *likelihood* dari sebuah fungsi distribusi populasi *F(x)*. Metode *Jackknife* sesuai untuk mengestimasi *bias* dan varians dari estimasi, yaitu sampelnya analog dengan karakteristik populasi yang diperkirakan. Fungsi distribusi kumulatif sampel yang berhubungan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah fungsi distribusi untuk variabel diskret yang mempunyai probabilitas $p_i = \frac{1}{n}$ (ukuran tahapnya) pada masing-masing dari susunan x_i. Maka sampel rata-rata populasi adalah sampel rata-rata $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$ dan bahwa variansinya adalah $s^2 = \Sigma_i (x_i - \bar{x})^2$. Estimator varians yang disebut terakhir ini adalah *bias* dan diketahui benar bahwa $E(s^2) = \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{n}$. Nilai $-\frac{\sigma^2}{n}$ adalah *bias* dalam s^2 sebagai estimasi adalah σ^2.

Metode *Jackknife* dalam regresi berganda, akan berhubungan dengan *bias* dalam mengestimasi koefisien regresi, khususnya dalam keadaan tidak normal, atau regresi yang tidak linear.

Pembahasan ini dapat mencakup setiap estimasi parameter, seperti rata-rata, varians, simpangan baku, rasio rata-rata, koefisien, korelasi, koefisien regresi atau lainnya. Parameter yang akan diestimasi, dinotasikan sebagai θ ; ditulis $\hat{\theta}$ untuk estimasi θ, dan $\tilde{\theta}$ untuk estimasi *Jackknife* yang didefinisikan di bawah ini :

Dengan sebuah sampel berukuran n pengamatan, pertama-tama menghitung $\hat{\theta}$ untuk seluruh n pengamatan, kemudian mengulangi perhitungan ini dengan menghilangkan x_1, dan memperoleh sebuah estimasi yang dinotasikan dengan $\hat{\theta}_{(1)}$. Sebuah operasi jenis ini dilakukan sebanyak n kali, dengan menghilangkan pada masing-masing tahap satu pengamatan (atau dalam kasus data dengan dua variabel, yang dihilangkan satu titik pengamatan (x_i, y_i) dan pada data dengan peubah ganda adalah analog). Estimasi dengan menghilangkan pengamatan *i* dinotasikan oleh $\hat{\theta}_{(i)}$, dan rata-rata dari $\hat{\theta}_{(1)}$ oleh $\hat{\theta}_{(.)}$; yaitu $\hat{\theta}_{(.)} = \sum_i \frac{\hat{\theta}_{(i)}}{n}$. Estimasi *Jackknife* terhadap $\tilde{\theta}$ dari θ adalah

$$\tilde{\theta} = n\hat{\theta} - (n-1)\,\hat{\theta}_{(.)} \tag{2.38}$$

Estimasi *Jackknife* tentang bias adalah :

$$b = (\,n-1\,)(\,\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}) \tag{2.39}$$

Rata-rata sampel telah dikenal sebagai estimator yang tidak *bias* dari rata-rata populasi μ untuk setiap distribusi, sedangkan telah diketahui sebelumnya bahwa varians sampel $s^2 = \frac{\Sigma_i (x_i - x)^2}{n}$ adalah sebuah estimator yang *bias* dari varians populasi σ^2. Berikut ini contoh-contoh secara numerik bahwa estimasi *Jackknife* dari rata-rata sampel dan bahwa estimasi *Jackknife* untuk varians biasanya estimasi yang tidak *bias* dengan menggantikan pembagi pada s^2 yaitu n oleh $n-1$. Hasil ini dapat ditunjukkan oleh aljabar yang sederhana.

Contoh 1

Tentukan estimasi *Jackknife* untuk rata-rata dan varians dari data 1, 2, 7, 10. Rata-rata sampelnya adalah 5 dan varians sampelnya adalah s^2= 13,5. Estimasi tidak *bias* yang umum, dengan menggunakan pembagi $n-1$, yaitu $S'^2 = 18$.

Untuk menghitung rata-rata *Jackknife*, diperlukan rata-rata dari rata-rata sampel dengan menghilangkan satu pengamatan; dengan menghilangkan pengamatan-pengamatan dalam susunan, keempat rata-rata sampel tersebut adalah $\frac{19}{3}, 6, \frac{13}{3}, \frac{10}{3}$. Rata-rata keempat rata-rata ini adalah $\frac{60}{12} = 5$, sedangkan (2.38) memberikan $\theta = 4\,x\,5 - 3\,x\,5 = 5$. Juga (2.39) memberikan $b = 0$, konsisten dengan rata-rata sampel yang tidak *bias* (P. Sprent, 1991:248).

Untuk varians, dihitung varians sampai dengan menghilangkan satu pengamatan. Untuk keempat nilai tersebut nilai tersebut diperoleh $\frac{98}{9}, 14, \frac{146}{9}$ dan $\frac{62}{9}$. Rata-rata keempat nilai ini adalah 12, sedangkan (2.38) memberikan $\tilde{\theta} = 4\,x\,13{,}5 - 3\,x\,12 = 18$, konsisten dengan estimasi S'^2 yang tidak *bias*. *Bias* estimasi yang diberikan oleh (2.39) adalah $-$ 4,5 sama dengan *bias* sebenarnya.

Hasil ini terpenuhi secara umum untuk estimasi rata-rata dan varians merupakan motivasi pada estimasi *Jackknife* karena hasilnya yang mendekati nilai sebenarnya. Namun, dalam beberapa estimasi seperti koefisien korelasi sampel untuk mengestimasi koefisien korelasi populasi menunjukkan sebuah bentuk *bias* yang lebih rumit. *Jackknife* dalam kasus ini tidak seluruhnya menghilangkan *bias*, akan tetapi hasilnya biasanya menghasilkan pengurangan *bias* yang dapat diterima.

Secara umum dikatakan, berkurangnya *bias* dalam penduga-penduga yang diinginkan, kadang – kadang sebuah estimator yang bias mempunyai rata-rata kesalahan kuadrat yang lebih kecil daripada sebuah estimator yang tidak bias, dimana rata-rata kesalahan kuadrat didefinisikan sebagai $E(\hat{\theta} - \theta)^2$ dimana $\hat{\theta}$ adalah sebuah estimator dari parameter θ. Jelas ini sebuah ukuran bagaimana dekatnya estimator terhadap nilai yang sebenarnya, dan ini dapat dipecah dalam komponen aditif yang menyatakan varians dan *bias.*

2.5.2 Estimasi Varians *Jackknife*

Telah diketahui bahwa rata-rata sampel $\bar{x}$ adalah sebuah estimasi yang tidak bias dari rata-rata populasi μ yang mempunyai varians $\frac{\sigma^2}{n}$ dimana σ^2 adalah varians populasi. Secara konvensional, hal ini diestimasi dengan estimasi tidak *bias* $\frac{\Sigma_i (x_i - \bar{x})^2}{[n(n-1)]}$. Tukey (1958) mengusulkan sebuah estimasi *Jackknife* untuk varians estimasi parameter $\hat{\theta}$ dimana $\hat{\theta}$ adalah statistik sampel yang sama dengan parameter populasi yang diperkirakan. Estimasi ini dirumuskan sebagai berikut :

$$\hat{V}(\hat{\theta}) = (n-1) \sum_i \frac{\left(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_{(.)}\right)^2}{n} \tag{2.40}$$

Pernyataan $(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_{(.)})^2$ adalah dari bentuk $(x_i - \bar{x})^2$ dengan $\hat{\theta}_{(1)}$ dan $\hat{\theta}_{(.)}$ menggantikan x_i dan $\bar{x}$. Dengan pembuktian aljabar menunjukkan bahwa untuk $\hat{\theta} = \bar{x}$ ini mengurangi estimasi tidak *bias* untuk rata-ratanya. Hal ini bisa dibuktikan dengan beberapa data numerik sederhana.

Contoh 2

Untuk data $1, 2, 7, 10$ dimana rata-ratanya adalah parameter yang diamati, telah ditunjukkan dalam contoh 1 bahwa $s^2 = 18$ merupakan estimasi tidak *bias* dari σ^2, sedangkan dari mengikuti estimasi varians rata-rata sampel adalah $\frac{s^2}{n} = \frac{18}{4} = 4{,}5$. Dengan menghitung estimasi *Jackknife*, tercatat bahwa empat rata-rata dengan satu pengamatan yang dihilangkan adalah $\frac{19}{3}, 6, \frac{13}{3}, dan\ \frac{10}{3}$. (lihat contoh 1), sedangkan dengan (2.40) memberikan $V(x) = 4{,}5$, yaitu estimasi yang tidak *bias.*

Kesamaan ini merupakan motivasi untuk estimasi varians *Jackknife* terhadap sebuah estimasi sampel pada estimasi parameter lainnya, metodenya telah dibuktikan seperti yang diharapkan. Penggunaan estimasi simpangan baku berdasarkan pada $\sqrt{[\hat{V}(\hat{\theta})}$ dapat diharapkan mengarah pada selang kepercayaan berdasarkan distribusi-*t* dengan derajat bebas $(n - 1)$ tepat (sebagaimana sampel yang berasal dari sebuah distribusi normal), telah ditunjukkan tidak memuaskan untuk beberapa parameter lainnya dan distribusi lainnya. Hal ini dapat muncul karena sejumlah alasan, misalkan distribusi dari estimasi mungkin tidak simetrik. Tetapi bila teorinya dapat dihubungkan dengan estimasi varians *Jackknife* atau simpangan baku dari sebuah estimasi bisa jadi bukti yang berguna (P. Sprent. 1991:249).

2.5.3 Estimasi Varian *Bootstrap*

Meskipun secara konseptual lebih sederhana daripada *Jackknife*, estimasi varians *Bootstrap* mengenai sebuah estimasi parameter biasanya mencakup perhitungan yang lebih besar. Dalam *Jackknife*, biasanya dihitung estimasi parameter dari sampel lengkap dan *n* estimasi berikutnya dengan menghilangkan satu pengamatan, dan total estimasinya adalah $n - 1$.

Prinsip dalam *Bootstrap* ialah bahwa parameter diestimasi untuk masing-masing jumlah sampel yang diperoleh dengan mengambil sampel berukuran *n* dari nilai-nilai data asli; sampel ini merupakan sampel acak dengan pengembalian. Maksudnya, dalam sampel *Bootstrap*, beberapa nilai sampel asli akan menjadi berulang, dan beberapa diantaranya tidak akan terjadi sama sekali. Jika pengamatan ada 9 yaitu $3, 5, 7, 11, 12, 13, 15, 19, 21$ **penarikan sampel berulang** dengan pengembalian mungkin (setelah disusun) menjadi $3, 3, 11, 11, 12, 13, 15, 15, 21$ atau $3, 5, 7, 7, 7, 11, 12, 19, 19$. Dari masing-masing sampel ini dihitung estimasi θ^* dari parameter yang diinginkan. Dalam beberapa kasus, dapat dihitung varians atau simpangan baku dari estimasi *Bootstrap* secara analitis, tetapi sebagian besar kasus ini tidak mungkin. Prosedur *Bootstrap* kemudian diterangkan dengan metode Monte Carlo di mana dibangkitkan *m* sampel *Bootstrap* (dalam praktek *m* biasanya paling sedikit 100), untuk masing-masing sampel ini dihitung nilai θ^*. Misalkan bahwa untuk sampel ke-*i* menjadi θ^*_i. dengan menotasikan rata-rata dari seluruh *m* estimasi *Bootstrap* oleh $\theta^*_{(.)}$ estimasi varians *Bootstrap* untuk θ^* diberikan dengan

$$V^*(\theta^*) = \left[\sum_i (\theta^*_i - \theta^*_{(.)})\right](m-1) \tag{2.41}$$

Bila m→ ∞, ini konvergen untuk varians *Bootstrap* dari estimasi sampel $\hat{\theta}$, dimana $\hat{\theta}$ adalah estimasi parameter populasi yang diamati.

Dalam sejumlah keadaan di mana varians atau simpangan baku sebenarnya dari sebuah estimator yang diketahui, Efron (1982) berpendapat bahwa estimasi Monte Carlo dengan nilai *m* berada diantara 100 dan 1000 sering mendekati nilai sebenarnya daripada estimasi *Jackknife* yang diberikan oleh (2.40) (P. Sprent, 1991:251).

2.6 Estimasi Standar *Error*

Estimasi standar *error* adalah ukuran penyebaran (*dispersi*) data dari garis yang paling tepat. Dengan estimasi standar *error* (*Se*), dapat dihitung interval konfidensi (sekitar nilai estimasi untuk variabel independen) untuk tingkat-tingkat konfidensi yang berbeda. Interval konfindensi adalah kisaran nilai-nilai dimana observasi aktual diharapkan terletak dalam prosentase tertentu pada waktu tertentu (Endang, 2002:8).

Estimasi standar *error* dapat dihitung dengan rumus berikut :

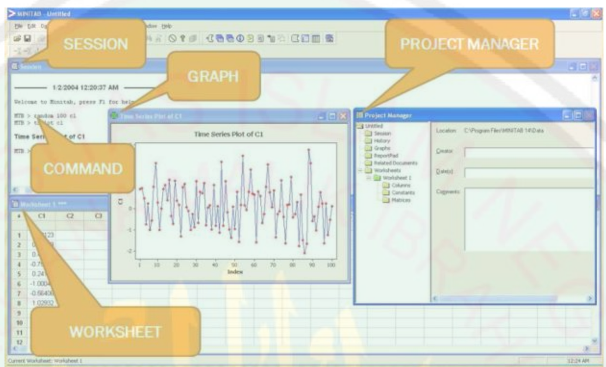
$$Se = \sqrt{\frac{\sum Y^2 = \propto \sum Y - \beta \sum YX}{n-2}}$$

2.7 Daya Prediksi Persamaan Regresi

Koefisien standar *error* adalah ukuran atau ketetapan nilai β yang telah dihitung, yang merupakan koefisien yang mengestimasi hubungan marjinal antara variabel Y dan variabel X. Koefisien standar *error* (**S**β**)** bila relatif kecil, memungkinkan untuk menyatakan keyakinan bahwa hasil perhitungan nilai β sangat mendekati nilai yang "benar". Nilai β yang besar dapat diverifikasi bila dipunyai populasi observasi yang menyeluruh yang meliputi variabel-variabel **Y** dan **X,** tidak sekedar sebuah sampel. Singkatnya, **S**β adalah standar deviasi dari distribusi sampling β**.** Semakin kecil koefisien standar *error*, semakin besar keyakinan akan koefisien regresi yang diperoleh dari data nilai-nilai **X** dan nilai **Y.** Koefisien standar *error* dapat dirumuskan sebagai berikut : (Endang, 2002:8)

$$Koef.Se = \frac{Se}{\sqrt{\sum Y^2 - \propto \sum Y - \beta \sum YX}}$$

2.8 Macro Minitab



Gambar 2.1 Macro Minitab

Macro Minitab adalah perintah atau rangkaian perintah (command) yang membentuk fungsi tertentu (biasanya lebih khusus) dan tidak disediakan oleh Minitab. Untuk membuat macro minitab sangat beragam caranya namun umumnya dibuat dengan *text editor* seperti notepad karena Minitab tidak menyediakan window tersendiri untuk membuat macro. Macro yang dibuat dapat dijalankan pada window Session yang telah diaktifkan sebelumnya dengan cara ***Editor*** > ***Enable Command***. Dan tampilan window Session dapat diatur pada ***Tools*** > ***Options***> ***Session Window***. Tujuan pembuatan macro Minitab pada dasarnya untuk memenuhi kebutuhan analisis data yang komplek dan perlu algoritma tertentu yang tidak terdapat pada fasilitas Minitab.

Terdapat tiga jenis macro yang dikembangkan oleh Minitab untuk melakukan beragam tugas yang berulang (*repetitive*) dengan mudah dan efektif, antara lain :

1. **Global macros**, merupakan bentuk macro yang sangat sederhana (*simple*)
2. **Local macros**, termasuk macro tingkat lanjut (*advanced*) yang mempunyai bentuk lebih komplek
3. **Execs**, yakni bentuk macro paling awal (tua) yang digunakan Minitab

2.9 Perbandingan Dalam Alqur'an

Dalam Alqur'an surat *al-Ahzab* ayat 23-24 telah disinggung mengenai perbandingan antara dua hal yang diantaranya ada satu yang paling baik di mata Allah SWT, yang berbunyi :

مِّنَ ٱلْمُؤْمِنِينَ رِجَالٌ صَدَقُوا۟ مَا عَـٰهَدُوا۟ ٱللَّهَ عَلَيْهِ ۖ فَمِنْهُم مَّن قَضَىٰ نَحْبَهُۥ وَمِنْهُم
مَّن يَنتَظِرُ ۖ وَمَا بَدَّلُوا۟ تَبْدِيلًا ﴿٢٣﴾ لِّيَجْزِىَ ٱللَّهُ ٱلصَّـٰدِقِينَ بِصِدْقِهِمْ وَيُعَذِّبَ
ٱلْمُنَـٰفِقِينَ إِن شَآءَ أَوْ يَتُوبَ عَلَيْهِمْ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ كَانَ غَفُورًا رَّحِيمًا ﴿٢٤﴾

Artinya:"Di antara orang-orang mukmin itu ada orang-orang yang menepati apa yang telah mereka janjikan kepada Allah; Maka di antara mereka ada yang gugur. dan di antara mereka ada (pula) yang menunggu- nunggu dan mereka tidak merobah (janjinya),
Supaya Allah memberikan Balasan kepada orang-orang yang benar itu karena kebenarannya, dan menyiksa orang munafik jika dikehendaki-Nya, atau menerima taubat mereka. Sesungguhnya Allah adalah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang." (Qs. al-Ahzab/33 : 23-24).

Menurut Ahmad Musthafa Al-Maraghi dalam tafsirnya *Al-Maraghi* menjelaskan bahwasanya di antara orang-orang yang beriman kepada Allah dan percaya kepada rasul-Nya terdapat orang-orang yang telah menunaikan janjinya kepada Allah yaitu bersikap sabar di dalam menghadapi malapetaka dan bahaya. Maka di antara mereka ada yang gugur di dalam perang Badar, dan sebagian lainnya di dalam perang Uhud, dan sebagian lagi gugur dalam peperangan yang lainnya. Dan di antara mereka masih ada orang yang menunggu kepastian dari Allah sesuai janjinya, sebagaimana yang telah dilakukan oleh orang-orang yang telah mendahului mereka yang setia kepada janjinya terhadap Allah. Dan mereka tidak sekali-kali merubah atau mengganti janji itu

Penulis kitab *Al-Kasyaf* (Imam Zamakhsari) telah meriwayatkan, bahwa ada beberapa orang lelaki dari kalangan para sahabat bernadzar, apabila mereka bertemu dengan musuh dalam perang bersama dengan Rasulullah, niscaya mereka akan teguh dan terus berperang hingga titik darah yang penghabisan, sebagai syuhada'. Mereka adalah sahabat Usman bin Affan, sahabat Thalhah ibnu Ubaidillah, sahabat Sa'ad ibnu Zaid, sahabat Hamzah, sahabat Mus'ab ibnu Umair dan para sahabat lainnya.

Selanjutnya Allah SWT menjelaskan 'illat dari uraian dan seleksi iman ini melalui firman-Nya surat *al-Ahzab* ayat 24, Sesungguhnya Allah SWT, tidak sekali-kali menguji hamba-hamba-Nya dengan rasa takut dan kegoncangan hati, melainkan untuk membedakan mana yang buruk dan mana yang baik dan untuk menampakkan perihal dari kedua sifat itu secara terang, sebagaimana yang telah diungkapkan-Nya dalam ayat yang lain, melalui firman-Nya di dalam surat *Muhammad* ayat 31 yang artinya :

"*Dan sesungguhnya Kami benar-benar akan menguji kamu agar Kami mengetahui orang-orang yang berjihad dan bersabar di antara kamu, dan agar Kami menyatakan (baik buruknya) hal ihwalmu.*"(Qs. Muhammad/47 : 31).

Kemudian Allah memberikan pahala kepada orang-orang yang benar di antara mereka pahala kebenaran mereka di dalam menunaikan janji yang telah mereka ikrarkan kepada Allah, dan Dia mengazab orang-orang Munafik, yaitu mereka yang telah merusak perjanjian ini dan yang menentang perintah-perintah-Nya, bila mereka masih tetap dalam kemunafikannya hingga mereka bertemu dengan-Nya nanti. Dan apabila mereka bertaubat serta meninggalkan kemunafikan mereka, lalu mereka mengerjakan amal-amal yang shaleh, maka Allah mengampuni kejelekan-kejelekan mereka yang terdahulu dan dosa-dosa yang telah mereka kerjakan di masa lalu.

Dan mengingat rahmat Allah serta kasih sayang-Nya terhadap makhluk-Nya adalah sifat yang lebih menonjol, maka Dia mengungkapkan hal itu di dalam firman-Nya :

"*Sesungguhnya Allah adalah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang*." (Qs. al-Ahzab/33 : 24).

Sesungguhnya Allah SWT di antara sifat-sifat-Nya adalah Maha Mengampuni dosa-dosa orang-orang yang bertaubat dan Dia Maha Penyayang kepada mereka maka Dia tidak akan menyiksa mereka sesudah mereka bertaubat. Di dalam ungkapan ini terkandung pengertian memberikan dorongan untuk bertaubat dalam segala suasana sekaligus mengandung manfaat bertaubat itu bagi orang-orang yang melakukannya.

Menurut Ibn Katsir dalam tafsir *Ibn Katsir* menjelaskan ketika Allah SWT telah menyebutkan tentang orang-orang munafik yang tidak memenuhi perjanjian yang mereka janjikan kepada Allah SWT bahwa mereka tidak akan mundur, maka Allah menggambarkan tentang orang-orang yang beriman yang selalu memenuhi perjanjian dan amanah yang dipercayakan kepada mereka. Dan, "*Yang menepati apa yang mereka janjikan kepada Allah; maka di antara mereka ada yang gugur*." Sebagian mereka berkata :" نحبه artinya ajalnya,"

Menurut Sayyid Quthb yang juga memiliki pemikiran hampir sama dengan Ibnu Katsir dalam tafsirnya *Fi Zhilalil Qur'an* menjelaskan bahwasanya gambaran ayat ini kebalikan dari gambaran contoh yang dibenci sebelumnya. Yaitu, gambaran orang-orang yang telah berjanji kepada Allah bahwa mereka tidak akan melerikan diri dari peperangan, namun kemudian mereka berkhianat terhadap janji-Nya.

"*Sesungguhnya mereka sebelum itu telah berjanji kepada Allah mereka tidak akan berbalik ke belakang (mundur). Dan, adalah perjanjian dengan Allah akan diminta pertanggungjawabannya.*" (Qs. al-Ahzab/33 : 15).

Imam Ahmad meriwayatkan dari Tsabit bahwa pamannya yakni Anas ibnun-Nadhar r.a (Tsabit dinamakan dengan namanya) tidak menghadiri Perang Badar bersama Rasulullah SAW. Maka, dia pun merasa sangat susah dan tertekan. Dan, dia berkata, "Peperangan pertama yang disaksikan langsung oleh Rasulullah, sementara aku tidak menghadirinya! Bila Allah memberikan kesempatan kepadaku untuk menyaksikan perang lainnya nanti bersama Rasulullah, pasti Allah akan menyaksikan bagaimana aku berperang dan berjuang."

Anas takut mengatakan yang lainnya. Kemudian dia pun menyaksikan dan ikut serta bersama Rasulullah dalam Perang Uhud. Sa'ad bin Mu'adz r.a pun tiba dihadapannya, lalu Anas r.a berkata kepadanya, "Wahai Aba Amr, alangkah mudahnya mendapatkan angin surga, sesungguhnya aku menemukan di depan Gunung Uhud.” Maka Anas pun menebas pedangnya kepada kepala musuh hingga dia pun syahid. Di jasadnya ditemukan delapan puluhan luka, baik berupa pukulan, tusukan, maupun bekas panas.

Tsabit berkata. “Para sahabat berpendapat bahwa ayat ini turun pada Anas Ibnun Nadzar, dan semoga Allah meridloi para sahabat Rasulullah semuanya.” (Riwayat Muslim, Tirmidzi, Nasa’i dari hadits Salman al-Mughirah).

Menurut Ibnu Katsir Ini adalah pengetahuan tentang sesuatu sesuai kejadiannya, sekalipun pengetahuan yang lalu telah diketahuinya sebelum keberadaanya. Demikian Allah Ta’ala berfirman :

مَّا كَانَ ٱللَّهُ لِيَذَرَ ٱلۡمُؤۡمِنِينَ عَلَىٰ مَآ أَنتُمۡ عَلَيۡهِ حَتَّىٰ يَمِيزَ ٱلۡخَبِيثَ مِنَ ٱلطَّيِّبِۗ وَمَا كَانَ ٱللَّهُ لِيُطۡلِعَكُمۡ عَلَى ٱلۡغَيۡبِ ١٧٩

179. “Allah sekali-kali tidak akan membiarkan orang-orang yang beriman dalam Keadaan kamu sekarang ini sehingga Dia menyisihkan yang buruk (munafik) dari yang baik (mukmin). dan Allah sekali-kali tidak akan memperlihatkan kepada kamu hal-hal yang ghaib.” (Qs. ali ‘Imran/3 : 179).

untuk itu, di dalam ayat ini Allah SWT berfirman:

“*Supaya Allah memberikan Balasan kepada orang-orang yang benar itu karena kebenarannya*.” Yaitu, oleh sebab kesabaran mereka berada di atas perjanjian dengan Allah SWT, menegakkan dan menjaganya.”*Dan menyiksa orang munafik jika dikehendaki-Nya, atau menerima taubat mereka.*” Mereka adalah orang-orang yang tidak memenuhi perjanjian Allah serta melanggar perintah-perintahNya, hingga meraka berhak menerima hukuman dan siksaan-Nya. Akan tetapi mereka berada di atas kehendak Allah SWT di dunia. Jika Allah mau, mereka pasti terus berada di bawah sikapnya tersebut, hingga mereka berjumpa dengan-Nya, hingga Allah menyiksa mereka. Dan jika Allah mau, Allah akan menerima taubat mereka dengan diberi arahan untuk mencabut diri dari kemunafikan menuju keimanan dan amal shalih setelah mereka berbuat kefasikan dan kemaksiatan.Serta dikarenakan rahmat dan kasih sayang, Allah Tabaaraka wa Ta'ala kepada makhluk-Nya yang mengalahkan kemurkaan-Nya, maka Allah Ta'ala berfirman:

Artinya: "Sesungguhnya Allah adalah Maha pengampun lagi Maha penyayang.

Sayyid Quthb menambahkan bahwasanya gambaran yang mencerahkan dari teladan orang-orang yang beriman ini disebutkan disini sebagai pelengkap dari gambaran iman, di hadapan gambaran kemunafikan, kelemahan, pengkhianatan janji dari kelompok itu, yang bertolak belakang dengannya. Dengan demikian lengkaplah perbandingan antara keduanya dalam memberikan pendidikan dengan kejadian-kejadian dan dengan Alqur'an sendiri.

Kemudian pada ayat ke-24 dijelaskan mengenai hikmah ujian dan akibat yang ditimbulkan oleh pengkhianatan terhadap janji atau balasan atas sikap menepati janji itu. Tujuannya agar seluruh urusan ini diserahkan sepenuhnya kepada kehendak Allah. Ayat ke-24 ini mengandung selipan tentang gambaran kejadian-kejadian dan fenomena-fenomena, bertujuan agar semua urusan itu diserahkan secara total kepada Allah. Juga agar dia menyingkap tentang hikmah dari kejadian-kejadian dan peristiwa-peristiwa. Jadi, disana tidak ada yang sia-sia atau hanya kebetulan saja. Namun sesungguhnya semua itu terjadi seiring dengan hikmah yang telah ditentukan dan pengaturan yang dimaksudkan. Kemudian hal itu berakhir pada kehendak Allah dalam menentukan akibat-akibatnya. Dengan tersingkapnya hal itu, maka akan tampaklah di dalamnya rahmat Allah kepada hamba-hamba-Nya. Dan, rahmat ampunan Allah itu lebih dekat dan lebih besar dari segalanya.

Kemudian bahasan tentang peristiwa yang besar ini ditutup dengan akibat yang sesuai dan seiring dengan harapan orang-orang yang beriman kepada Tuhan mereka. Juga dengan penjelasan tentang kesesatan dan kekalutan orang-orang munafik dan para penghasut yang penakut beserta kesalahan prediksi dan persepsi mereka (Sayyid Quthb, 2008:243-244).

BAB III
PEMBAHASAN

Tujuan skripsi ini adalah upaya untuk mengetahui metode terbaik yang digunakan untuk mengestimasi parameter regresi pada kasus heteroskedastisitas. Metode yang digunakan adalah metode *Bootstrap* dan *Jackknife* sebagai alternatif lain karena sifatnya yang sederhana. Kedua metode tersebut merupakan metode resampling yang kemudian diterapkan dalam regresi dengan mengabaikan asumsi distribusinya. Hasil kedua metode tersebut, akan dibandingkan dengan metode least square lebih tepatnya metode *Generalized Least Square*. Namun sebelumnya akan diuraikan terlebih dahulu analisis mengenai algoritma metode *Bootstrap* dan *Jackknife* yang mendasari skripsi ini.

3.1 Regresi *Bootstrap*

Regresi *Bootstrap* merupakan suatu proses metode *Bootstrap* dalam mengestimasi parameter regresi. Metode *Bootstrap* itu sendiri adalah suatu prosedur pengambilan sampel baru yang dilakukan berulang kali sebanyak B sampel baru dari data asal berukuran n. Sebuah sampel baru dilakukan pengambilan titik sampel dari data asal dengan cara satu persatu sampai n kali dengan pengembalian. Sama halnya dengan regresi *Bootstrap*, untuk mendapatkan sebuah sampel baru yaitu dengan resampling terhadap n pasang amatan Y_i dan X_{ji} untuk $i = 1,2, \dots, n$ dan $j = 1,2, \dots, k$ yang disimbolkan w_i secara satu persatu dengan pengembalian. Kemudian dari sampel-sampel baru *Bootstrap* dapat diestimasi parameter regresinya dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Proses inilah yang dinamakan regresi *Bootstrap* atau lebih tepatnya regresi dengan prosedur *Bootstrap*.

Dalam metode regresi *Bootstrap*, terdapat dua macam pendekatan. Pemilihannya tergantung keadaan variabel penjelasnya apakah sudah terdapat nilainya atau ditarik secara random. Jika variabel penjelas sudah ditentukan nilainya (*fixed*), maka *Bootstrap* yang digunakan adalah resampling untuk data error, metode ini biasa disebut dengan *residual Bootstrap*. Apabila variabel penjelas merupakan data random, *Bootstrap* menggunakan resampling data observasi atau biasa disebut dengan metode *Bootstrap* pasangan (*pairs Bootstrap*). Namun pada penelitian ini pendekatan yang digunakan adalah pendekatan dengan metode *Bootstrap* pasangan (*pairs Bootstrap*). Hal ini dikarenakan metode *Bootstrap* pasangan lebih baik ketika digunakan pada kasus heteroskedastisitas.

3.1.1 *Bootstrap* Pasangan (*Pairs Bootstrap*)

Bootstrap pasangan atau yang biasa dikenal dengan *Pairs Bootstrap* merupakan salah satu teknik *Bootstrap* resampling dalam analisis regresi pertama kali diajukan oleh Freedman pada tahun 1981. Resampling dalam *Bootstrap* ini dikenakan pada masing-masing variabel penjelas dan variabel terikatnya.

Menurut Fox (1997) dalam *Sahinler* dan *Topuz* (2007), pendekatan ini biasa digunakan ketika model regresi terdiri dari data dengan variabel penjelas yang sama randomnya dengan data variabel terikat. Dalam pendekatan ini, vektor data set yaitu $(w_1, w_2, \dots, w_n)$. Data *resampling*

Bootstrap diperoleh dengan mengambil n sampel *Bootstrap* $(w_1^{(b)}, w_2^{(b)}, \dots, w_n^{(b)})$ dengan pengembalian, dan probabilitas masing-masing w_i diberi nilai $\frac{1}{n}$ dan hasil penarikan sampel baru tersebut ditulis dalam persamaan berikut ini :

$$w_i^{(b)} = (Y_i^{(b)}, X_{ji}^{(b)}) \tag{3.1}$$

dengan $i = 1,2,3, \dots, n$ dan $j = 1,2,3, \dots, k$. Vektor variabel respon dan variabel penjelasnya terdapat dalam persamaan :

$$Y_i^{(b)} = (y_1^{(b)}, y_2^{(b)}, \dots, y_n^{(b)}) \tag{3.2}$$

$$X_{ji}^{(b)} = (x_{j1}^{(b)}, x_{j2}^{(b)}, \dots, x_{jn}^{(b)}) \tag{3.3}$$

$X_{ji}^{(b)}$ merupakan matriks berdimensi $n\,x\,(k+1)$ dengan $i = 1,2,3, \dots, n$ dan $j = 1,2,3, \dots, k$. Selanjutnya mengukur nilai koefisien model *OLS* dari sampel *Bootstrap* yang dirumuskan pada persamaan :

$$\hat{\beta}^{(br)} = \left(\left(X^{(b)}\right)^T X^{(b)}\right)^{-1} \left(X^{(b)}\right)^T Y^{(b)} \tag{3.4}$$

sehingga nanti akan memperoleh nilai $\hat{\beta}^{(b)}$sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(b1)} = \left(\left(X^{(b)}\right)^T X^{(b)}\right)^{-1} \left(X^{(b)}\right)^T Y^{(b)}$$

$$\hat{\beta}^{(b2)} = \left(\left(X^{(b)}\right)^T X^{(b)}\right)^{-1} \left(X^{(b)}\right)^T Y^{(b)}$$

$$\vdots$$

$$\hat{\beta}^{(bB)} = \left(\left(X^{(b)}\right)^T X^{(b)}\right)^{-1} \left(X^{(b)}\right)^T Y^{(b)}$$

Proses pengambilan sampel acak *Bootstrap* sampai pada proses estimasi parameter dilakukan secara berulang-ulang untuk $r = 1,2, \dots, B$;

dengan B adalah jumlah pengulangan. Selanjutnya mencari nilai peluang distribusi $(F(\hat{\beta}^{(b)}))$ dari estimasi parameter *Bootstrap* $(\hat{\beta}^{(b1)}, \hat{\beta}^{(b2)}, \dots, \hat{\beta}^{(bB)})$. $(F(\hat{\beta}^{(b)})$ digunakan untuk mengestimasi koefisien regresi, variansi, dan selang kepercayaan. Estimasi *Bootstrap* untuk koefisien regresi merupakan rata-rata dari fungsi distribusi $(F(\hat{\beta}^{(b)}))$.

$$\hat{\beta}^{(b)} = \sum_{r=1}^{B} \frac{\hat{\beta}^{(br)}}{B} = \bar{\hat{\beta}}^{(br)} \tag{3.5}$$

Maka persamaan regresi *Bootstrap* dinyatakan dalam persamaan $\hat{Y} = X\hat{\beta}^{(b)} + \varepsilon$ dengan $\hat{\beta}^{(b)}$ sebagai estimasi tak bias dari β.

3.1.2 Bias *Bootstrap*, Variansi, dan Selang Kepercayaan

Menurut Efron dan Tibshirani (1993) dalam *Sahinler* dan *Topuz* (2007), persamaan bias *Bootstrap* dirumuskan sebagai berikut :

$$bi\hat{a}s_b = \hat{\beta}^{(b)} - \hat{\beta} \tag{3.6}$$

Sedangkan variansi *Bootstrap* dari distribusi $F(\hat{\beta}^{(b)})$ dihitung dengan persamaan :

$$var(\hat{\beta}^{(b)}) = \sum_{r=1}^{B} \frac{[(\hat{\beta}^{(br)} - \hat{\beta}^{(b)})(\hat{\beta}^{(br)} - \hat{\beta}^{(b)})']}{(B-1)} \tag{3.7}$$

dengan $r = 1,2, \dots, B$, Sehingga nanti akan didapatkan nilai variansi tiap rata-rata $\hat{\beta}^{(b)}$:

$$var\hat{\beta}_0^{(b)} = \sum_{r=1}^{B} \frac{\left[\left(\hat{\beta}_0^{br} - \hat{\beta}_0^{(b)}\right)(\hat{\beta}_0^{br} - \hat{\beta}_0^{(b)})'\right]}{(B-1)}$$

$$var\hat{\beta}_1^{(b)} = \sum_{r=1}^{B} \frac{\left[\left(\hat{\beta}_1^{br} - \hat{\beta}_1^{(b)}\right)(\hat{\beta}_1^{br} - \hat{\beta}_1^{(b)})'\right]}{(B-1)}$$

$$\vdots$$

$$var\hat{\beta}_k^{(b)} = \sum_{r=1}^{B} \frac{\left[\left(\hat{\beta}_k^{br} - \hat{\beta}_k^{(b)}\right)(\hat{\beta}_k^{br} - \hat{\beta}_k^{(b)})'\right]}{(B-1)}$$

Adapun selang kepercayaan *Bootstrap* dengan pendekatan normal adalah sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(b)} - t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}} S_e\left(\hat{\beta}^{(b)}\right) < \beta < \hat{\beta}^{(b)} + t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}} S_e\left(\hat{\beta}^{(b)}\right) \quad (3.8)$$

$t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}}$ merupakan nilai kritis bagi distribusi t dengan probabilitas $\frac{\alpha}{2}$ untuk derajat bebas sebesar $n-(k+1)$. $S_e\left(\hat{\beta}^{(b)}\right)$ merupakan standar *error* dari $\hat{\beta}^{(b)}$.

Selang kepercayaan non-parametrik disebut dengan selang persentil yang diperoleh dari kuantil distribusi sampling *Bootstrap* $\hat{\beta}^{(b)}$. Selang interval dari $\frac{\alpha}{2}$ persen dan $\frac{1-\alpha}{2}$ persen dirumuskan dalam pesamaan

$$\hat{\beta}_{lower}^{(br)} < \beta < \hat{\beta}_{upper}^{(br)} \quad (3.9)$$

dimana $\hat{\beta}^{(br)}$ merupakan estimasi dari koefisien regresi yang sudah diurutkan dari persamaan (3.5), dengan batas bawah $= \left(\frac{\alpha}{2}\right)B$ dan batas atas $= \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)B$.

3.2 Regresi *Jackknife*

Sama halnya dengan regresi *Bootstrap*, regresi *Jackknife* merupakan suatu proses metode *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi. Metode

Jackknife itu sendiri adalah suatu prosedur pengambilan sampel baru secara berulang dari data asal berukuran n dengan cara menghilangkan pengamatan ke$-i$, $i = 1,2,3, \dots, n$ sebanyak n kali, sehingga terdapat $n-1$ data di setiap sampel baru. Proses tersebut Sama halnya dengan regresi *Jackknife*. Regresi *Jackknife* dalam mendapatkan sebuah sampel baru yaitu dengan menghilangkan pasangan data ke$-i$ yang disimbolkan $w_i = (Y_i, X_{ji})$, sehingga melalui prosedur *Jackknife* akan diperoleh sampel-sampel baru sebanyak $n-1$ data di setiap melakukan regresi. Sampel-sampel baru *Jackknife* dapat diestimasi parameter regresinya dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Proses inilah yang dinamakan regresi *Jackknife* atau lebih tepatnya regresi dengan prosedur *Jackknife*.

Menurut Efron, Falun (1983), dan Wu (1986) dalam *Sahinler* dan *Topuz* (2007) mengatakan bahwa terdapat dua algoritma untuk model regresi *Jackknife* berdasarkan pengamatan (*based on the resampling observation*). Dua algoritma tersebut adalah estimasi model dengan menghilangkan satu per-satu observasi, dilakukan berulang sampai $(n-1)$ kali dan mencari taksiran parameter dari rata-rata parameter (*beta*) setiap kali resampling dilakukan dan yang kedua estimasi model dengan menghilangkan d-observasi sekaligus, dilakukan berulang sampai sebanyak S kali dengan S, $S = n$ kombinasi d. Namun pada penelitian ini algoritma yang digunakan adalah algoritma estimasi model dengan menghilangkan satu per-satu observasi karena penggunannya yang lebih sederhana.

3.2.1 Regresi *Jackknife* untuk Hapus Satu Observasi

Regresi *Jackknife* untuk hapus satu observasi diperoleh dengan menghilangkan satu per-satu pasangan observasi data ke$-i$ yang dilakukan berulang sebanyak n kali, sehingga terdapat $n-1$ sampel di setiap sampel-sampel baru tersebut.

Vektor data set algoritma ini disimbolkan dengan $(w_1^{(j)}, w_2^{(j)}, \dots, w_n^{(j)})'$. Kemudian diekstrak menjadi :

$$w_1^{(j)} = (Y_i^{(j)}, X_{ji}^{(j)}) \tag{3.10}$$

Vektor variabel respon dan variabel penjelasnya terdapat dalam persamaan:

$$Y_i^{(j)} = (y_1^{(j)}, y_2^{(j)}, \dots, y_n^{(j)}) \tag{3.11}$$

$$X_{ji}^{(j)} = (x_{j1}^{(j)}, x_{j2}^{(j)}, \dots, x_{jn}^{(j)}) \tag{3.12}$$

sehingga secara detailnya sampel-sampel baru tersebut adalah :

Y_i : vektor Y pada (3.11) tanpa elemen ke$-i$, $i = 1,2, \dots, n$

X_{ji} : matriks X pada (3.12) tanpa baris ke$-i$, $i = 1,2, \dots, n$ dan

$j = 1,2, \dots (k+1)$

Setelah selesai proses pengambilan sampel, sampel-sampel baru tersebut digunakan untuk mencari taksiran parameter dari rata-rata parameter (beta) setiap kali resampling dilakukan dengan menggunakan metode *OLS* sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(jr)} = \left(\left(X^{(j)}\right)^T X^{(j)}\right)^{-1} \left(X^{(j)}\right)^T Y^{(j)} \tag{3.13}$$

dengan r sebanyak n kali. Sehingga nanti akan memperoleh nilai $\hat{\beta}^{(j)}$ sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(j1)} = \left(\left(X^{(j)}\right)^T X^{(j)}\right)^{-1} \left(X^{(j)}\right)^T Y^{(j)}$$

$$\hat{\beta}^{(j2)} = \left(\left(X^{(j)}\right)^T X^{(j)}\right)^{-1} \left(X^{(j)}\right)^T Y^{(j)}$$

$$\vdots$$

$$\hat{\beta}^{(jn)} = \left(\left(X^{(j)}\right)^T X^{(j)}\right)^{-1} \left(X^{(j)}\right)^T Y^{(j)}$$

Proses pengambilan sampel *Jackknife* sampai pada proses estimasi parameter dilakukan sebanyak n kali. Selanjutnya mencari nilai peluang distribusi $(F(\hat{\beta}^{(b)}))$ dari estimasi parameter *Jackknife* $(\hat{\beta}^{(j1)}, \hat{\beta}^{(j2)}, \ldots, \hat{\beta}^{(jn)})$. $(F(\hat{\beta}^{(j)})$ digunakan untuk mengestimasi koefisien regresi, variansi, dan selang kepercayaan. Estimasi *Jackknife* untuk koefisien regresi merupakan rata-rata dari fungsi distribusi $\left(F\left(\hat{\beta}^{(j)}\right)\right)$ yang dirumuskan sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(j)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\beta}^{(jr)}}{n} = \bar{\hat{\beta}}^{(jr)} \qquad (3.14)$$

Maka persamaan regresi *Jackknife* dinyatakan dalam persamaan $\hat{Y} = X\hat{\beta}^{(j)} + \varepsilon$ dengan $\hat{\beta}^{(j)}$ sebagai estimasi tak bias dari β.

3.2.2 Bias *Jackknife*, Variansi, dan Selang Kepercayaan

Menurut Miller (1974) dalam *Sahinler* dan *Topuz* (2007), bias *Jackknife*, variansi dan selang kepercayaan diestimasi dengan menggunakan persamaan dari distribusi $F\left(\hat{\beta}^{(j)}\right)$. Adapun persamaan bias *Jackknife* dirumuskan sebagai berikut :

$$bi\hat{a}s_j\left(\hat{\beta}\right) = (n-1)(\hat{\beta}^{(j)} - \hat{\beta}) \qquad (3.15)$$

sedangkan variansi *Jackknife* dihitung dengan menggunakan persamaan :

$$var\left(\hat{\beta}^{(j)}\right) = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{\beta}^{(ji)} - \hat{\beta}^{(j)})(\hat{\beta}^{(ji)} - \hat{\beta}^{(j)})' \qquad (3.16)$$

$\hat{\beta}^{(ji)}$ adalah estimasi yang dihasilkan dari mereplikasi himpunan observasi satu persatu. Sehingga nanti akan didapatkan nilai variansi tiap rata-rata $\hat{\beta}^{(j)}$:

$$var(\hat{\beta}_0^{(j)}) = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{\beta}_0^{(ji)} - \hat{\beta}_0^{(j)})(\hat{\beta}_0^{(ji)} - \hat{\beta}_0^{(j)})'$$

$$var(\hat{\beta}_1^{(j)}) = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{\beta}_1^{(ji)} - \hat{\beta}_1^{(j)})(\hat{\beta}_1^{(ji)} - \hat{\beta}_1^{(j)})'$$

$$\vdots$$

$$var(\hat{\beta}_k^{(j)}) = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{\beta}_k^{(ji)} - \hat{\beta}_k^{(j)})(\hat{\beta}_k^{(ji)} - \hat{\beta}_k^{(j)})'$$

Selang kepercayaan *Jackknife* $(1-\alpha)100\%$ dihitung dengan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{\beta}^{(j)} - t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}}S_e\left(\hat{\beta}^{(j)}\right) < \beta < \hat{\beta}^{(j)} + t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}}S_e\left(\hat{\beta}^{(j)}\right) \qquad (3.17)$$

$t_{n-(k+1),\frac{\alpha}{2}}$ merupakan nilai kritis bagi distribusi t dengan probabilitas $\frac{\alpha}{2}$ untuk derajat bebas sebesar $n-(k+1)$. $S_e\left(\hat{\beta}^{(j)}\right)$ merupakan standar *error* dari $\hat{\beta}^{(j)}$.

Selang persentil *Jackknife* bisa dibangun dari kuantil distribusi sampling *Jackknife* $\hat{\beta}^{(j)}$. Selang interval dari $\left(\frac{\alpha}{2}\right)\%$ dan $\left(\frac{(1-\alpha)}{2}\right)\%$ dirumuskan dalam pesamaan :

$$\hat{\beta}^{(j)}_{lower} < \beta < \hat{\beta}^{(j)}_{upper} \quad (3.18)$$

dimana $\hat{\beta}^{(j)}$ merupakan estimasi dari koefisien regresi yang sudah diurutkan dari persamaan :

$$\hat{\beta}^{(j)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{\beta}^{(ji)}}{n} = \bar{\hat{\beta}}^{(ji)} \quad (3.19)$$

dengan batas bawah $= \left(\frac{\alpha}{2}\right) n$ dan batas atas $= \left(\frac{1-\alpha}{2}\right) n$.

3.3 Implementasi Regresi *Bootstrap* dan Regresi *Jackknife* dengan Bantuan Macro Minitab

3.3.1 Algoritma Regresi *Bootstrap*

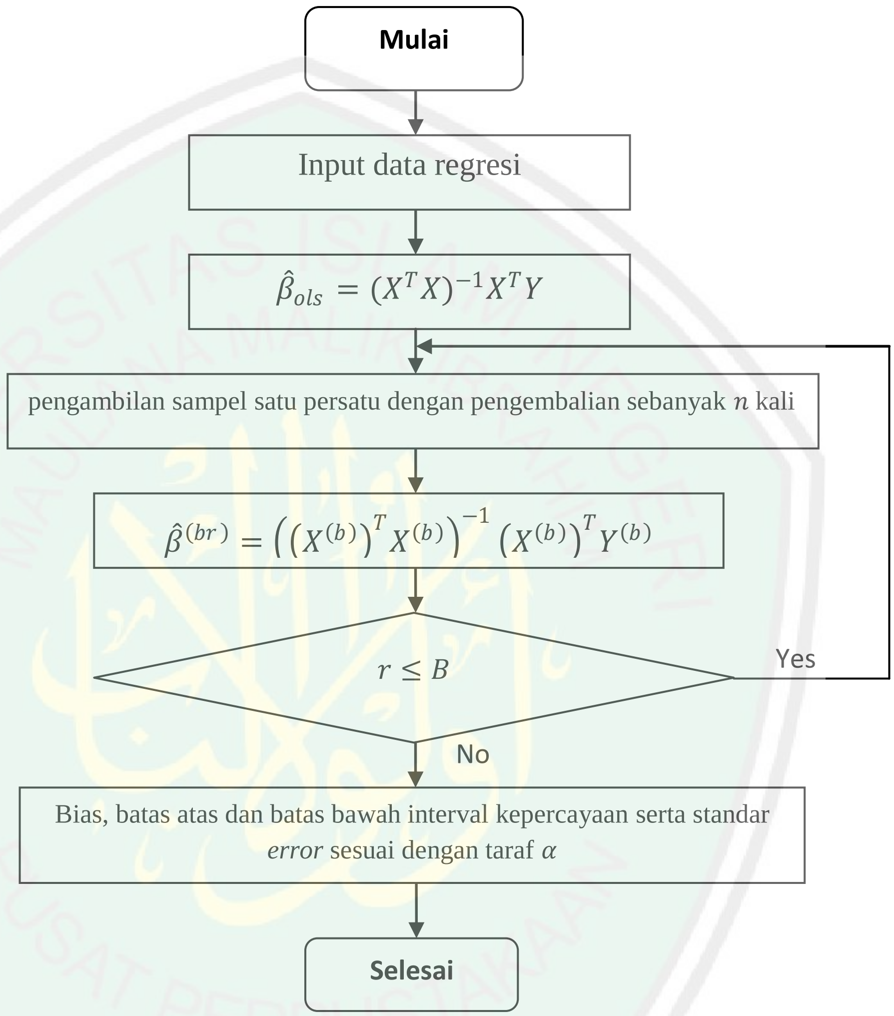
1. Input data regresi
2. Hitung estimator koefisien regresi dengan rumus kuadrat terkecil (2.21)
3. Lakukan pengambilan sampel satu persatu dengan pengembalian sebanyak n kali
4. Hitung estimator koefisien regresi dengan rumus (3.4) pada sampel baru
5. Ulangi langkah 3 dan 4 sebanyak r, $r = 1,2,3,\dots,B$
6. Tentukan bias, batas atas dan batas bawah interval kepercayaan serta standar *error* untuk masing-masing parameter sesuai dengan taraf α

3.3.2 Algoritma Regresi *Jackknife*

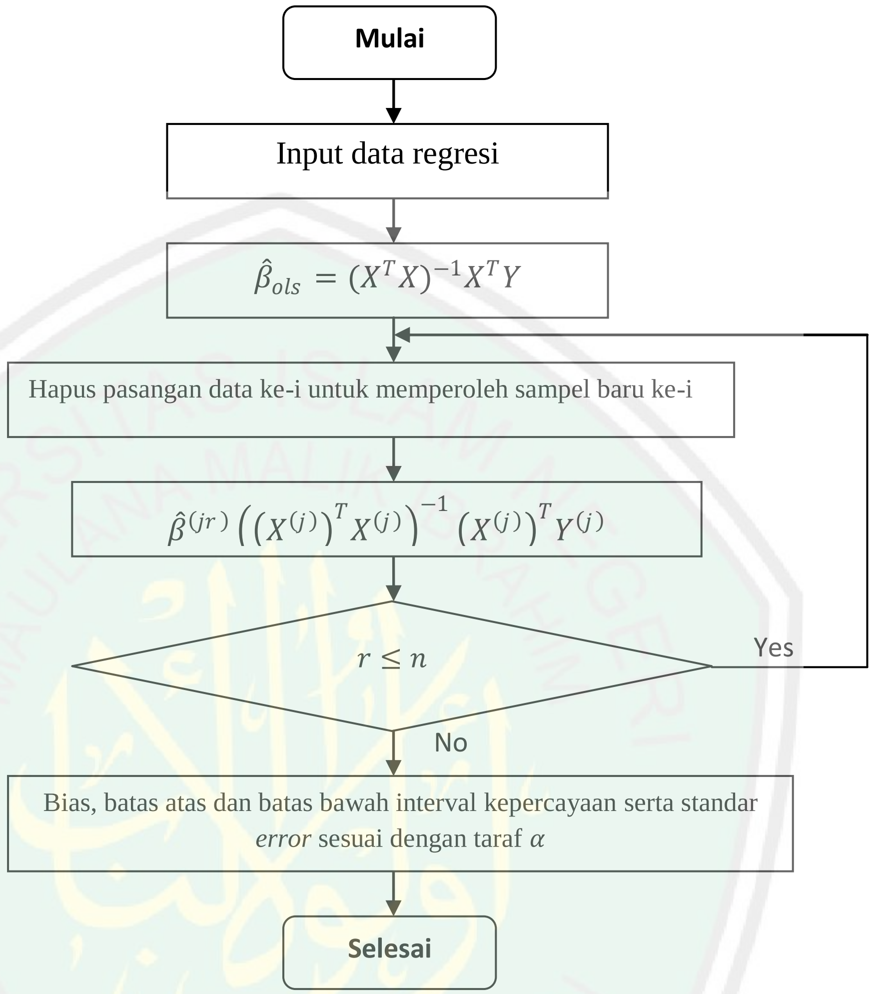
1. Input data regresi

2. Hitung estimator koefisien regresi dengan rumus kuadrat terkecil (2.21)
3. Hapus pasangan data ke-i untuk memperoleh sampel baru ke-i
4. Hitung estimator koefisien regresi dengan rumus (3.13) pada sampel baru
5. Ulangi langkah 3 dan 4 sebanyak i, $i = 1,2,3, \dots, n$
6. Tentukan bias, batas atas dan batas bawah interval kepercayaan serta standar *error* untuk masing-masing parameter sesuai dengan taraf α

3.3.3 Flowchart Alur Penyelesaian Regresi *Bootstrap* dan Regresi *Jackknife* dengan Bantuan Macro Minitab



Gambar 3.1 Flowchart Alur Penyelesaian Regresi *Bootstrap*.



Gambar 3.2 Flowchart Alur Penyelesaian Regresi *Jackknife*

3.3.4 Implementasi Metode *Bootstrap* dan Metode *Jackknife* pada Kasus Heteroskedastisitas

Data yang dipakai dalam penelitian ini adalah data rincian dari 40 mobil yang memuat jarak tempuh mobil yang didukung oleh satu gallon bahan bakar (MGP), kecepatan tertinggi mobil (SP), tenaga kuda mesin mobil (HP), dan berat mobil (WT). Data tersebut diambil dari skripsi Ana Syukriah yang berjudul '*Analisis heteroskedastisitas Pada Regresi Linier*

Berganda', di dalam penelitian tersebut penulis menggunakan metode *GLS* untuk mengestimasi parameter regresi. Penelitian ini melanjutkan penelitian beliau untuk mencoba menggunakan metode lain dengan mengabaikan asumsi distribusi yaitu metode *Bootstrap* dan *Jackknife* pada kasus heteroskedastisitas. Kemudian akan dibandingkan dengan hasil perhitungan yang sudah diteliti oleh beliau untuk mendapatkan metode terbaik antara *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam kasus heteroskedastisitas.

Tabel 3.1: Data rincian dari 40 mobil

Observasi	MGP	SP	HP	WT
1	65.4	96	49	17.5
2	56.0	97	55	20.0
3	55.9	97	55	20.0
4	49.0	107	70	20.0
5	46.5	96	53	20.0
6	46.2	105	70	20.0
7	45.4	97	55	20.0
8	59.2	98	62	22.5
9	53.3	98	62	22.5
10	43.4	107	80	22.5
11	41.1	103	73	22.5
12	40.9	113	93	22.5
13	40.9	113	92	22.5
14	40.4	103	73	22.5
15	39.6	100	66	22.5
16	39.3	103	73	22.5
17	38.9	106	78	22.5
18	38.8	113	92	22.5
19	38.2	106	78	22.5
20	42.2	109	90	25.0
21	40.9	110	92	25.0
22	40.7	101	74	25.0
23	40.0	111	95	25.0
24	39.3	105	81	25.0
25	38.8	111	92	25.0
26	38.4	110	92	25.0
27	38.4	110	92	25.0
28	38.4	110	92	25.0
29	46.9	90	52	27.5
30	36.3	112	103	27.5
31	36.1	103	84	27.5
32	36.1	103	84	27.5
33	35.4	111	102	27.5
34	35.3	111	102	27.5
35	35.1	102	81	27.5
36	35.1	106	90	27.5
37	35.0	106	90	27.5
38	33.2	109	102	30.0
39	32.9	109	102	30.0
40	32.3	120	130	30.0

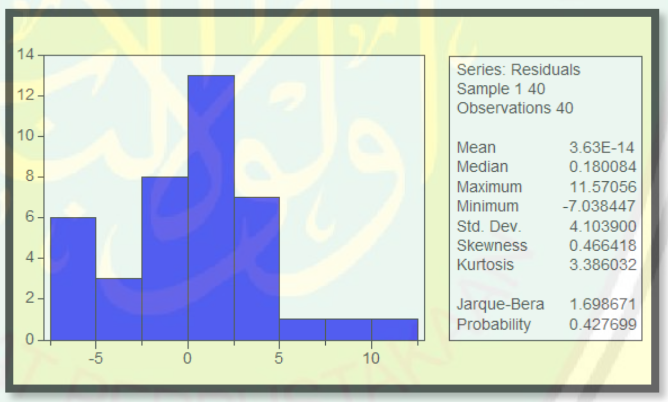
Sumber: Skripsi Ana Syukriah Jurusan Matematika

Pemodelan satu galon bahan bakar terhadap kecepatan tertinggi mobil, tenaga kuda mesin mobil, dan berat mobil akan dilakukan dalam tiga metode yaitu analisis regresi linier berganda dengan metode *OLS* dan *GLS*, regresi pairs *Bootstrap*, dan regresi *Jackknife.* Tahapan awal dari analisis regresi linier berganda dengan metode *GLS* digunakan asumsi linier, kenormalan residual, kehomogenan varians, ada tidaknya autokorelasi dalam data, dan ada tidaknya multikolinieritas.

Uji Asumsi-Asumsi Klasik dalam Regresi Linier Berganda

Uji asumsi-asumsi klasik dalam regresi linier berganda ini diuji dengan menggunakan program *Eviews 4.1* :

1. Uji Normalitas



Gambar 3.3 Output Eviews 4.1 Histogram untuk Uji Normalitas

Uji normalitas data dalam penelitian ini menggunakan *Jarqu Berra Test*, dengan cara membandingkan hasil hitung *Jarqu Berra* (JB) dengan tabel *Chi-Square*. Apabila *Jarqu Berra* lebih besar dibandingkan nilai tabel *Chi-Square* ($JB > \chi^2_{df}$), maka data yang diuji residualnya berdistribusi tidak normal, dan apabila sebaliknya ($JB < \chi^2_{df}$), maka data yang diuji residualnya berdistribusi normal. Dari perhitungan *Eviews 4.1*, dengan $n = 40$ diperoleh hasil berikut ini:

$$JB = 1,698671$$

dan

$$\chi^2_4 = 9.48773$$

sehingga didapatkan perbandingan sebagai berikut:

$$JB < \chi^2_{df}$$

dari sini bisa disimpulkan bahwa data distribusi normal.

2. Uji Linieritas

Ramsey RESET Test:				
F-statistik	9.304708	Probability		0.004339
Log likelihood ratio	9.429716	Probability		0.002135

Test Equation:
Dependent Variabel: MGP
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 10:08
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	-738.9194	312.0799	-2.367725	0.0236
SP	5.962376	2.455860	2.427816	0.0205
HP	-2.075273	0.868301	-2.390038	0.0224
WT	9.448832	3.892176	2.427648	0.0205
FITTED^2	0.051658	0.016935	3.050362	0.0043

R-squared	0.762504	Mean dependent var	41.63000
Adjusted R-squared	0.735362	S.D. dependent var	7.484761
S.E. of regression	3.850385	Akaike info criterion	5.650692
Sum squared resid	518.8912	Schwarz criterion	5.861802
Log likelihood	-108.0138	F-statistik	28.09277
Durbin-Watson stat	1.570450	Prob(F-statistik)	0.000000

Gambar 3.4 Output Eviews 4.1 untuk Uji Linearitas

Untuk mendeteksi apakah model linear atau tidak dengan membandingkan nilai *F*-hitung dengan *F*-tabel. Apabila *F*-hitung lebih besar dibandingkan *F*-tabel $(F_{stat} > F_{tabel})$, maka data yang diuji termasuk dalam data linier, dan apabila sebaliknya $(F_{stat} < F_{tabel})$, maka data yang diuji termasuk dalam data tidak linier.

Dari pengujian linieritas di atas, dihasilkan nilai *F*-hitung berikut :

$$F_{stat} = 9.304708$$

dipihak lain diketahui bahwa *F*-tabel untuk derajat kebebasan pembilang 3 dan derajat kebebasan penyebut 37 dengan tingkat signifikansi 5% adalah sebagai berikut:

$$F_{tabel\ (0.05;3;37)} = 2.92$$

sehingga didapatkan perbandingan antara *F*-hitung dan *F*-tabel sebagai berikut:

$$F_{stat} > F_{tabel}$$

dari sini bisa disimpulkan bahwa data linier.

3. Uji Autokorelasi

Untuk menguji autokorelasi digunakan Uji Durbin–Watson. Jika bisa ditunjukkan

$$d_u < d < 4 - d_u$$

dengan

d = d-hitung

d_u = nilai kritis untuk batas atas

maka dapat disimpulkan tidak terjadi autokorelasi positif maupun autokorelasi negatif.

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:				
F-statistik	1.310834	Probability		0.282874
Obs*R-squared	2.863516	Probability		0.238889
Test Equation:				
Dependent Variabel: RESID				
Method: Least Squares				
Date: 01/15/12 Time: 10:25				
Presample missing value lagged residuals set to zero.				
Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	-9.265395	83.32697	-0.111193	0.9121
SP	0.096314	0.892323	0.107936	0.9147
HP	-0.028547	0.417513	-0.068373	0.9459
WT	0.060231	0.988761	0.060916	0.9518
RESID(-1)	0.271769	0.175754	1.546303	0.1313
RESID(-2)	0.016100	0.174298	0.092372	0.9269
R-squared	0.071588	Mean dependent var		3.63E-14
Adjusted R-squared	-0.064943	S.D. dependent var		4.103900
S.E. of regression	4.235064	Akaike info criterion		5.862155
Sum squared resid	609.8161	Schwarz criterion		6.115487
Log likelihood	-111.2431	F-statistik		0.524334
Durbin-Watson stat	1.792846	Prob(F-statistik)		0.756131

Gambar 3.5 Output Eviews 4.1 untuk Uji Autokorelasi

Hasil pengujian autokorelasi di atas, dihasilkan nilai d-hitung berikut :

$$d = 1{,}792846$$

dan untuk $n = 40$ dan $k = 3$ didapat nilai kritis untuk batas atas pada tingkat signifikansi 5% sebagai berikut:

$$d_u = 1.66$$

sehingga bisa didapat perbandingan berikut :

$$d_u \sim d \sim 4 - d_u$$

$$1.66 < 1{,}792846 < 2.34$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi autokorelasi positif dan autokorelasi negatif pada model regresi.

4. Uji Multikolinieritas

Uji Multikolinieritas dilakukan dengan cara meregresi model analisis dan melakukan uji korelasi antar variabel independen. Apabila didapatkan perbandingan berikut:

$$R_1^2 > R_{11}^2, R_{12}^2, R_{13}^2$$

dengan

R_1^2 = koefisiensi determinan dari regresi variabel terikat terhadap variabel bebas

R_{11}^2 = koefisiensi determinan dari regrasi variabel bebas (SP) terhadap variabel bebas lain

R_{12}^2 = koefisiensi determinan dari regrasi variabel bebas (HP) terhadap variabel bebas lain

R_{13}^2 = koefisiensi determinan dari regrasi variabel bebas (WT) terhadap variabel bebas lain

maka pada regresi tidak ditemukan adanya multikolieritas. Dari sini bisa diketahui bahwa untuk menguji adanya multikolinieritas harus didapatkan koofesiesi determinan dari regresi variabel terikat terhadap variabel bebas dan koofesiesi determinan regresi masing-masing variabel bebas terhadap variabel bebas yang lain, hasil koefisiensi determinan tersebut sebagai berikut :

Dependent Variabel: MGP
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 10:47
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	184.6990	83.84481	2.202867	0.0341
SP	-1.110264	0.897990	-1.236388	0.2243
HP	0.307384	0.420711	0.730631	0.4697
WT	-2.103176	0.996544	-2.110470	0.0418

R-squared	0.699366	Mean dependent var	41.63000
Adjusted R-squared	0.674313	S.D. dependent var	7.484761
S.E. of regression	4.271474	Akaike info criterion	5.836435
Sum squared resid	656.8377	Schwarz criterion	6.005323
Log likelihood	-112.7287	F-statistik	27.91568
Durbin-Watson stat	1.334241	Prob(F-statistik)	0.000000

Gambar 3.6 Output untuk variabel Y (MGP)

Dependent Variabel: SP
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 10:49
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	93.17544	0.989004	94.21136	0.0000
HP	0.464112	0.010520	44.11874	0.0000
WT	-1.050357	0.058885	-17.83751	0.0000

R-squared	0.985013	Mean dependent var	105.4250
Adjusted R-squared	0.984203	S.D. dependent var	6.221911
S.E. of regression	0.781998	Akaike info criterion	2.418109
Sum squared resid	22.62626	Schwarz criterion	2.544775
Log likelihood	-45.36218	F-statistik	1215.943
Durbin-Watson stat	1.667855	Prob(F-statistik)	0.000000

Gambar 3.7 Output untuk variabel X1 (SP)

Dependent Variabel: HP				
Method: Least Squares				
Date: 01/15/12 Time: 10:51				
Sample: 1 40				
Included observations: 40				
Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	-197.3736	4.536698	-43.50599	0.0000
SP	2.114458	0.047927	44.11874	0.0000
WT	2.298220	0.094297	24.37203	0.0000
R-squared	0.991564	Mean dependent var		81.27500
Adjusted R-squared	0.991108	S.D. dependent var		17.70121
S.E. of regression	1.669143	Akaike info criterion		3.934536
Sum squared resid	103.0834	Schwarz criterion		4.061202
Log likelihood	-75.69073	F-statistik		2174.573
Durbin-Watson stat	1.678078	Prob(F-statistik)		0.000000

Gambar 3.8 Output untuk variabel X2 (HP)

Dependent Variabel: WT				
Method: Least Squares				
Date: 01/15/12 Time: 10:52				
Sample: 1 40				
Included observations: 40				
Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	80.87401	3.813888	21.20514	0.0000
SP	-0.852878	0.047814	-17.83751	0.0000
HP	0.409605	0.016806	24.37203	0.0000
R-squared	0.952892	Mean dependent var		24.25000
Adjusted R-squared	0.950345	S.D. dependent var		3.162278
S.E. of regression	0.704661	Akaike info criterion		2.209840
Sum squared resid	18.37227	Schwarz criterion		2.336506
Log likelihood	-41.19680	F-statistik		374.2115
Durbin-Watson stat	1.655409	Prob(F-statistik)		0.000000

Gambar 3.9 Output untuk variabel X3 (WT)

Dari hasil output *Eviews 4.1* di atas, diperoleh :

R_1^2 = 0.699366

R_{11}^2 = 0.985013

R_{12}^2 = 0.985013

R_{13}^2 = 0.952892

Analisis hasil output menunjukkan bahwa $R_1^2 < R_{11}^2, R_{12}^2, R_{13}^2$ maka dalam model regresi tersebut ditemukan adanya multikolinearitas.

5. Uji Heteroskedastisitas

Untuk mengetahui apakah data yang digunakan mengandung heteroskedastisitas atau tidak digunakan Uji *White*. Untuk menguji heteroskedastisitas dilakukan dengan membandingkan perkalian banyak observasi dengan koefisiensi determinan dengan nilai tabel *Chi-Square*, secara matematis bisa ditulis

$$nR^2 \sim \chi^2_{df}$$

apabila perkalian banyak observasi dengan koefisiensi determinan lebih besar dibandingkan nilai tabel *Chi-Square* ($nR^2 > \chi^2_{df}$), maka *error* (ε) bersifat heteroskedastisitas, dan apabila sebaliknya ($nR^2 < \chi^2_{df}$), maka *error* tidak bersifat heteroskedastisitas, dengan kata lain *error* bersifat homoskedastisitas.

Hasil menggunakan *Eviews 4.1* adalah sebagai berikut:

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistik	2.813903	Probability	0.015951
Obs*R-squared	18.31003	Probability	0.031742

Test Equation:
Dependent Variabel: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 01/15/12 Time: 11:26
Sample: 1 40
Included observations: 40

Variabel	Coefficient	Std. Error	t-Statistik	Prob.
C	42869.86	58887.15	0.728000	0.4723
SP	-906.2744	1241.420	-0.730031	0.4710
SP^2	4.767729	6.524131	0.730784	0.4706
SP*HP	-4.186606	6.001490	-0.697594	0.4908
SP*WT	9.538603	14.54380	0.655854	0.5169
HP	394.1887	574.1220	0.686594	0.4976
HP^2	0.922897	1.383046	0.667293	0.5097
HP*WT	-4.088130	6.812923	-0.600055	0.5530
WT	-875.4003	1380.911	-0.633930	0.5309
WT^2	3.975259	8.250309	0.481831	0.6334

R-squared	0.457751	Mean dependent var	16.42094
Adjusted R-squared	0.295076	S.D. dependent var	25.68821
S.E. of regression	21.56776	Akaike info criterion	9.192594
Sum squared resid	13955.05	Schwarz criterion	9.614814
Log likelihood	-173.8519	F-statistik	2.813903
Durbin-Watson stat	1.928777	Prob(F-statistik)	0.015951

Gambar 3.10 Output Eviews 4.1 untuk uji heteroskedastisitas

Output untuk uji heteroskedastitas di atas memberikan hasil perkalian banyak observasi dengan koefisiensi determinan sebagai berikut:

$$nR^2 = 18.31003$$

dipihak lain didapatkan *Chi-Square* dari $df = 9$ dengan tingkat signifikansi 5% sebagai berikut:

$$\chi_9^2 = 16.9190$$

dan didapatkan perbandingan sebagai berikut:

$$nR^2 > \chi_{df}^2$$

dari sini bisa diambil kesimpulan bahwa *error* (ε) bersifat heteroskedastisitas.

Oleh karena itu, perlu dilakukan transformasi data untuk mengatasi heteroskedastisitas yang telah dilakukan oleh penelitian sebelumnya, sehingga dengan menggunakan metode *Generally Least Squares* dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Saudara Ana Syukriah diperoleh estimasi parameter regresi dengan metode *GLS* sebagai berikut :

Tabel 3.2 Hasil Estimasi Parameter Metode *GLS*

Parameter	***GLS***	
	Estimasi	**Standar Error**
β_0	184.3764	75.63675
β_1	-1.107449	0.809239
β_2	0.295401	0.371766
β_4	-2.052169	0.877662

Adapun hasil *OLS*, regresi *Bootstrap* dengan pengambilan sampel sebanyak n dan replikasi B = 1000 dan *Jackknife* dengan menggunakan program Macro Minitab pada lampiran I dan II diperoleh hasil pada lampiran III dan IV sebagai berikut :

Tabel 3.3 Hasil Estimasi Parameter dengan *OLS*, Regresi *Bootstrap* dan *Jackknife*

Parameter	***OLS***		***Bootstrap***		***Jackknife***	
	Estimasi	**Standart Error**	**Estimasi**	**Standart Error**	**Estimasi**	**Standar Error**
β_0	184.699	83.8448	184.489	87.9758	184.799	85.1812
β_1	-1.11026	0.897990	-1.11106	0.942178	-1.11127	0.912296
β_2	0.307384	0.420711	0.314681	0.447012	0.308271	0.427649
β_4	-2.10318	0.996544	-2.12238	1.06151	-2.10618	1.01314

Dari ketiga metode di atas, didapatkan nilai estimasi yang cenderung hampir sama dengan nilai estimasi yang menggunakan metode *GLS* yang terbukti nilai dari estimasi tersebut bersifat BLUE. Metode *OLS* yang mengabaikan asumsi heteroskedastisitas ternyata memiliki standart error lebih kecil dibandingkan metode *Bootstrap* dan *Jackknife*, sedangkan diantara metode *Bootstrap* dan *Jackknife* sendiri. Metode *Jackknife* merupakan metode yang lebih baik digunakan karena dilihat dari standart *error*nya, standart *error Jackknife* lebih kecil dibandingkan dengan metode *Bootstrab*.

Tabel 3.4 Bias, Variansi, dan Selang Kepercayaan Estimasi Parameter Regresi *Bootstrap* dan *Jackknife*

Metode	Parameter	Estimasi	Bias	Lower bound	Upper bound	Variansi Estimasi Parameter
BOOTSTRAP	$\boldsymbol{\beta_0}$	184.489	0.1126	-29.7619	405.533	12259.1
	$\boldsymbol{\beta_1}$	-1.11106	-0.003611	-3.52498	1.05615	1.32941
	$\boldsymbol{\beta_2}$	0.314681	0.01928	-0.682645	1.42225	0.293645
	$\boldsymbol{\beta_3}$	-2.12238	-0.070211	-4.92419	0.438985	1.87129
JACKKNIFE	$\boldsymbol{\beta_0}$	184.799	0.4226	103.446	234.882	16727.5
	$\boldsymbol{\beta_1}$	-1.11127	-0.003821	-1.66680	-0.527180	1.81146
	$\boldsymbol{\beta_2}$	0.308271	0.01287	-0.0622073	0.559521	0.417716
	$\boldsymbol{\beta_3}$	-2.10618	-0.054011	-2.99274	-1.46482	2.72560

Dari tabel di atas tampak bahwa nilai bias β_0 dan β_1 lebih besar bias pada regresi *Jackknife* dibandingkan regresi *Bootstrap*. Namun pada $\beta_2$dan β_3 nilai bias *Jackknife* lebih kecil dibandingkan dengan nilai bias *Bootstrap*. Begitu juga selang kepercayaan pada regresi *Jackknife*, tampak bahwa nilai estimasi selang kepercayaannya lebih sempit dibandingkan dengan regresi *Bootstrap* yang itu artinya tingkat akurasi pada regresi *Jackknife* lebih baik dibandingkan dengan tingkat akurasi pada regresi *bootsrap*. Jadi, untuk kasus data ini, hasil penelitian menunjukkan bahwa regresi *Jackknife* merupakan metode yang lebih baik untuk mengestimasi parameter regresi linier berganda khususnya untuk metode yang mengabaikan asumsi distribusi.

3.4 Kajian Keagamaan

Allah SWT telah memberikan contoh suatu cara bagaimana membandingkan sesuatu hal mana yang baik dan yang buruk, seperti dalam salah satu firman Nya surat *Al-Ahzab* ayat 23-24. Surat *Al-Ahzab* membandingkan orang-orang mukmin yang menunaikan janji-janjinya kepada Allah SWT dan orang-orang mukmin yang melalaikan janji-janji-Nya kepada Allah SWT. Allah memberikan pahala kepada setiap orang mukmin yang menjalankan perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya termasuk dalam menunaikan janji-janji-Nya. Allah SWT lebih memilih dan cinta terhadap orang mukmin yang menunaikan janji-Nya karena dari segi kualitas dirinya sebagai seorang manusia, mereka telah melakukan perbuatan yang senantiasa menjunjung tinggi nama Allah SWT. Berbeda dengan orang mukmin yang telah melalaikan janji-janji-Nya kepada Allah, Allah SWT akan memberikan suatu balasan kepada mereka karena kelalaiannya itu, namun karena rahmat Allah serta kasih sayang-Nya terhadap makhluk-Nya sangat besar, Allah SWT akan mema'afkan kelalaiannya itu selama mereka mau bertaubat. Pada hakikatnya orang-orang mukmin tersebut merupakan insan ciptaan Allah SWT yang mempunyai jalan dan misi yang sama yakni beribadah kepada Allah SWT. Namun berbeda dari segi kualitas, dari segi cara mereka menjalankannya.

Penjelasan dari surat *Al-Ahzab* tersebut menginspirasi penulis untuk membandingkan dua metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi. Dua metode tersebut merupakan metode yang mempunyai tujuan dan misi yang sama yaitu melakukan resampling kemudian mengestimasi parameter regresi yaitu parameter beta. Dari kedua metode tersebut, penulis memilih metode *Jackknife* yang lebih baik dalam melakukan resampling dan mengestimasi parameter regresi. Hal ini dibandingkan dengan melihat standar *error* atau kesalahan nilai hasil taksiran tersebut, seperti halnya Allah SWT membandingkan orang mukmin yang menunaikan janji-Nya dan melalaikan-Nya dilihat dari ukuran tingkat kesalahan yang telah mereka perbuat semasa hidupnya di dunia namun kesalahan tersebut masih bisa ditolerir. Demikian juga pada metode *Bootstrap* dan *Jackknife*, standar *error* atau tingkat kesalahan yang dihasilkan oleh metode *Bootstrap* lebih besar dibandingkan dengan metode *Jackknife*. Oleh karena itu, pada penelitian ini penulis memilih metode *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi khususnya pada kasus data yang mengandung heteroskedastisitas yang penulis gunakan.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa :

1. Regresi *Bootstrap* dalam mengestimasi parameter regresi meliputi tahap-tahap membentuk persamaan regresi linear berganda menggunakan metode *pairs Bootstrap*, mengestimasi persamaan regresi *Bootstrap* menggunakan metode *least square*, mengambil sampel random berukuran n sebanyak replikasi B dengan pengembalian, menghitung estimasi parameter setiap sampel *Bootstrap*, menghitung rata-rata estimasi parameter sampel *Bootstrap* dan menghitung tingkat akurasi estimasi parameter. Sama halnya dengan metode *Jackknife*, dalam mengestimasi parameter regresi, meliputi tahap-tahap membentuk persamaan regresi linear berganda menggunakan metode *Jackknife*, mengestimasi persamaan regresi *Jackknife* menggunakan metode *least square*, mengambil sampel random berukuran $n-1$ sebanyak n dengan cara menghapus tiap satu pasangan observasi dengan pengembalian, menghitung estimasi parameter setiap sampel *Jackknife*, menghitung rata-rata estimasi parameter sampel *Jackknife* serta menghitung tingkat akurasi estimasi parameter.
2. Hasil implementasi regresi *Bootstrap* dan *Jackknife* ketika mengestimasi parameter regresi pada kasus heteroskedastisitas, didapatkan bahwa nilai standar *error* tiap beta regresi *Jackknife* lebih kecil dibandingkan dengan

regresi *Bootstrap*, selain itu selang kepercayaan regresi *Jackknife* lebih sempit dibandingkan dengan regresi *Bootstrap*. Adapun nilai estimasi yang mendekati metode *GLS* adalah nilai estimasi regresi *Jackknife*, artinya tingkat akurasi dalam mengestimasi parameter regresi pada kasus data ini regresi *Jackknife* lebih baik dibandingkan dengan regresi *Bootstrap*.

4.2 Saran

Pada penelitian ini dilakukan perbandingan hasil estimasi nilai parameter regresi pada kasus heteroskedastisitas dengan menggunakan dua metode yang mengabaikan asumsi distribusi yaitu metode *Bootstrap* dan *Jackknife,* untuk penelitian selanjutnya bisa membandingkan kedua metode tersebut pada kasus data yang mengandung outlier.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. UIN-Malang Press : Malang.

Abdusysyakir. 2006. *Ada Matematika Dalam Alqur'an*. UIN-Malang Press : Malang

Al-Maraghi, Ahmad Musthafa. 1992. *Tafsir Al-Maraghi*. Semarang : CV. Toha Putra Semarang

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. PT. Bumi Aksara. Jakarta

Kariya, Takeaki and Hiroshi Kurata. 2004. *Generalized Least Square*. John Wiley & Sons, Ltd : Chichester

Katsir, Ibnu. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor : Pustaka Imam Asy-Syafi'i

Koopmans, L.H. (1987). *Introduction to Contemporary Statistical Methods*. 2nd ed. Boston: PWS.

Quthb, Sayyid. 2008. *Tafsir Fi dzilalil Qur'an*. Jakarta : Gema Insani Press

Sahinler, Suat dan Dervis, Topuz. 2007. *Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithms for Estimation of Regression Parameters*. Turkey : Hatay

Sembiring, R K. 1995. *Analisis Regresi*. ITB : Bandung

Spiegel, Murray R dan Larry J. Stephens. 2004. *Statistik*. Jakarta : Erlangga.

Sprent, P. 1991. *Metode Statistik Nonparametrik Terapan*. Jakarta : Penerbit Universitas Indonesia.

Syauqi, Muhammad Rifqi. 2009. *Basic Macro Minitab 14.* Disampaikan pada pelatihan Macro Minitab dan Excel. Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya

Turmudi dan Sri Harini. 2008. *Metode Statistika*. Malang : UIN-Malang Press

Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. C. V Rajawali : Jakarta

Anenomous. 2006. *Tinjauan Pustaka*. *http://repository.upi.edu/operator/upload/ta_mtk_060641_chapter2.pdf* diakses pada tanggal 25 Januari 2012

Fitriyani, Nurul. 2011. *Metode Bootstrap*. http://gamatika.wordpress.com/2011/03/23/metode-bootstrap/ diakses pada tanggal 8 Juli 2011

Sulistya rini, Endang. 2002. *Estimasi Fungsi Permintaan*. Sumatera : USU-Press http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/1245/1/manajemen-endang.pdf diakses pada tanggal 10 Januari 2012

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang 65144 Telp./Faks. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Iesyah Rodliyah
NIM : 08610069
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Analisis Algoritma Metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linier Berganda
Pembimbing I : Fachrur Rozi, M.Si
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, MA

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1.	08 Oktober 2011	Bab I	1.	
2.	14 November 2011	Konsultasi Bab I, II dan III Keagamaan		2.
3.	16 November 2011	Revisi Bab I dan Bab II	3.	
4.	28 November 2011	ACC Bab II dan Revisi Bab I		4.
5.	07 Desember 2011	Revisi Bab I dan konsultasi Bab III	5.	
6.	14 Desember 2011	ACC Bab I, II dan Revisi Bab III		6.
7.	24 Desember 2011	Revisi Bab III	7.	
8.	10 Januari 2012	Revisi Bab III dan konsultasi Bab IV		8.
9.	10 Januari 2012	ACC Bab I dan revisi Bab II dan III Keagamaan	9.	
10.	13 Januari 2012	Revisi Bab III dan Bab IV		10.
11.	16 Januari 2012	ACC Keseluruhan	11.	

Malang, 16 Januari 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

LAMPIRAN

Lampiran 1

Program Macro Minitab untuk Regresi *Bootstrap*

```
macro
bootstrap y x1 x2 x3 b alpa
mconstant i n b a0 a1 a2 a3 sea0 sea1 sea2 sea3 msea lo up
alpa b0boot b1boot b2boot b3boot se0boot se1boot se2boot
se3boot bias0 bias1 bias2 bias3 varboot0 varboot1 varboot2
varboot3 mseb mseboot lower_b0 upper_b0 lower_b1 upper_b1
lower_b2 upper_b2 lower_b3 upper_b3
mcolumn y x1 x2 x3 y1 x11 x12 x13 beta sea bboot se b0 b1 b2
b3 se0 se1 se2 se3 msebb b00 b11 b22 b33 b0urut b1urut b2urut
b3urut
#ols
regress y 3 x1 x2 x3;
coefficients beta;
secoef sea;
mse msea;
constant;
brief 2.
let a0=beta(1)
let a1=beta(2)
let a2=beta(3)
let a3=beta(4)
let sea0=sea(1)
let sea1=sea(2)
let sea2=sea(3)
let sea3=sea(4)
#bootstrap
let n=count(y)
do i=1:b
 sample n y-x3 y1-x13;
 replacement.
 regress y1 3 x11 x12 x13;
 coef bboot;
 secoef se;
 mse mseb;
 constant;
 brief 2.
 let b0(i)=bboot(1)
 let b1(i)=bboot(2)
 let b2(i)=bboot(3)
 let b3(i)=bboot(4)
```

```
 let se0(i)=se(1)
 let se1(i)=se(2)
 let se2(i)=se(3)
 let se3(i)=se(4)
 let msebb(i)=mseb
enddo
let b0boot=mean(b0)
let b1boot=mean(b1)
let b2boot=mean(b2)
let b3boot=mean(b3)
let se0boot=mean(se0)
let se1boot=mean(se1)
let se2boot=mean(se2)
let se3boot=mean(se3)
let mseboot=mean(msebb)
let bias0=b0boot-a0
let bias1=b1boot-a1
let bias2=b2boot-a2
let bias3=b3boot-a3
let b0urut=sort(b0)
let b1urut=sort(b1)
let b2urut=sort(b2)
let b3urut=sort(b3)
let lo=round((alpa/2)*b)
if lo=0
 let lo=1
endif
let up=round((1-alpa/2)*b)
let lower_b0=b0urut(lo)
let upper_b0=b0urut(up)
let lower_b1=b1urut(lo)
let upper_b1=b1urut(up)
let lower_b2=b2urut(lo)
let upper_b2=b2urut(up)
let lower_b3=b3urut(lo)
let upper_b3=b3urut(up)
do i=1:b
 let b00(i)=b0(i)-b0boot
 let b11(i)=b1(i)-b1boot
 let b22(i)=b2(i)-b2boot
 let b33(i)=b3(i)-b3boot
enddo
let varboot0=(sum(b00**2))/(b-1)
```

```
let varboot1=(sum(b11**2))/(b-1)
let varboot2=(sum(b22**2))/(b-1)
let varboot3=(sum(b33**2))/(b-1)
print a0 a1 a2 a3 sea0 sea1 sea2 sea3 msea b0boot b1boot
b2boot b3boot se0boot se1boot se2boot se3boot bias0 bias1
bias2 bias3 varboot0 varboot1 varboot2 varboot3 mseboot
lower_b0 upper_b0 lower_b1 upper_b1 lower_b2 upper_b2 lower_b3
upper_b3 b0urut b1urut b2urut b3urut
endmacro
```

Lampiran 2
Program Macro Minitab untuk Regresi *Jackknife*

```
macro
jacknife y x1 x2 x3 alpa
mconstant i n a0 a1 a2 a3 sea0 sea1 sea2 sea3 msea lo up alpa
b0jack b1jack b2jack b3jack se0jack se1jack se2jack se3jack
bias0 bias1 bias2 bias3 varjack0 varjack1 varjack2 varjack3
msej msejack lower_b0 upper_b0 lower_b1 upper_b1 lower_b2
upper_b2 lower_b3 upper_b3
mcolumn y x1 x2 x3 y1 x11 x12 x13 beta sea b se b0 b1 b2 b3
se0 se1 se2 se3 msejb b00 b11 b22 b33 b0urut b1urut b2urut
b3urut
#ols
regress y 3 x1 x2 x3;
coefficients beta;
secoefficients sea;
mse msea;
constant;
brief 2.
let a0=beta(1)
let a1=beta(2)
let a2=beta(3)
let a3=beta(4)
let sea0=sea(1)
let sea1=sea(2)
let sea2=sea(3)
let sea3=sea(4)
#jacknife
let n=count(y)
do i=1:n
 copy y-x3 y1-x13
 delete i y1-x13
```

```
 regress y1 3 x11 x12 x13;
 coef b;
 secoef se;
 mse msej;
 constant;
 brief 2.
 let b0(i)=b(1)
 let b1(i)=b(2)
 let b2(i)=b(3)
 let b3(i)=b(4)
 let se0(i)=se(1)
 let se1(i)=se(2)
 let se2(i)=se(3)
 let se3(i)=se(4)
 let msejb(i)=msej
enddo
let b0jack=mean(b0)
let b1jack=mean(b1)
let b2jack=mean(b2)
let b3jack=mean(b3)
let se0jack=mean(se0)
let se1jack=mean(se1)
let se2jack=mean(se2)
let se3jack=mean(se3)
let msejack=mean(msejb)
let bias0=b0jack-a0
let bias1=b1jack-a1
let bias2=b2jack-a2
let bias3=b3jack-a3
let b0urut=sort(b0)
let b1urut=sort(b1)
let b2urut=sort(b2)
let b3urut=sort(b3)
let lo=round((alpa/2)*n)
if lo=0
 let lo=1
endif
let up=round((1-alpa/2)*n)
let lower_b0=b0urut(lo)
let upper_b0=b0urut(up)
let lower_b1=b1urut(lo)
let upper_b1=b1urut(up)
let lower_b2=b2urut(lo)
```

```
let upper_b2=b2urut(up)
let lower_b3=b3urut(lo)
let upper_b3=b3urut(up)
do i=1:n
 let b00(i)=b0(i)-b0jack
 let b11(i)=b1(i)-b1jack
 let b22(i)=b2(i)-b2jack
 let b33(i)=b3(i)-b3jack
enddo
let varjack0=((n-1)/n)*(sum(b00**2))
let varjack1=((n-1)/n)*(sum(b11**2))
let varjack2=((n-1)/n)*(sum(b22**2))
let varjack3=((n-1)/n)*(sum(b33**2))
print a0 a1 a2 a3 sea0 sea1 sea2 sea3 msea b0jack b1jack
b2jack b3jack se0jack se1jack se2jack se3jack bias0 bias1
bias2 bias3 varjack0 varjack1 varjack2 varjack3 msejack
lower_b0 upper_b0 lower_b1 upper_b1 lower_b2 upper_b2 lower_b3
upper_b3 b0urut b1urut b2urut b3urut
endmacro
```

Lampiran 3

Hasil Program Macro Minitab untuk Regresi *Bootstrap*

Data Display

```
a0          184.699
a1          -1.11026
a2          0.307384
a3          -2.10318
sea0        83.8448
sea1        0.897990
sea2        0.420711
sea3        0.996544
msea        18.2455
b0boot      184.489
b1boot      -1.11106
b2boot      0.314681
b3boot      -2.12238
se0boot     87.9758
se1boot     0.942178
se2boot     0.447012
se3boot     1.06151
bias0       -0.209956
bias1       -0.000793219
bias2       0.00729727
bias3       -0.0192056
varboot0    12259.1
varboot1    1.32941
varboot2    0.293645
varboot3    1.87129
mseboot     16.0201
lower_b0    -29.7619
upper_b0    405.533
```

```
lower_b1     -3.52498
upper_b1     1.05615
lower_b2     -0.682645
upper_b2     1.42225
lower_b3     -4.92419
upper_b3     0.438985
```

Row	b0urut	b1urut	b2urut	b3urut
1	-232.300	-6.25544	-1.52393	-8.16102
2	-132.302	-4.77006	-1.26773	-7.00882
3	-103.191	-4.61188	-1.08206	-6.12874
4	-98.415	-4.46242	-1.04368	-6.11654
5	-94.472	-4.43772	-1.04285	-6.08955
6	-89.442	-4.35917	-0.99614	-6.07400
7	-84.345	-4.32502	-0.97620	-5.60122
8	-82.921	-4.16144	-0.90249	-5.57701
9	-59.743	-4.00660	-0.89885	-5.50875
10	-56.350	-3.85044	-0.86053	-5.35055
11	-55.267	-3.83595	-0.81274	-5.34821
12	-47.050	-3.79148	-0.79436	-5.29199
13	-43.833	-3.78729	-0.78576	-5.27058
14	-43.427	-3.75623	-0.78371	-5.26521
15	-42.781	-3.73533	-0.77969	-5.22619
16	-41.677	-3.71342	-0.77935	-5.22487
17	-41.085	-3.68557	-0.77774	-5.17529
18	-37.414	-3.66536	-0.75763	-5.14144
19	-36.957	-3.62859	-0.74633	-5.05134
20	-36.289	-3.60543	-0.72224	-5.02330
21	-36.225	-3.59774	-0.71625	-5.00913
22	-36.132	-3.59242	-0.71216	-4.99572
23	-33.708	-3.56966	-0.70340	-4.95913
24	-31.052	-3.54153	-0.69102	-4.93659
25	-29.762	-3.52498	-0.68264	-4.92419
26	-29.087	-3.50231	-0.67120	-4.83258
27	-28.170	-3.48723	-0.66690	-4.81808
28	-19.885	-3.47478	-0.64914	-4.79428
29	-18.447	-3.41114	-0.64838	-4.75834
30	-18.044	-3.39101	-0.64691	-4.73293
31	-17.373	-3.38057	-0.63728	-4.71693
32	-17.228	-3.31818	-0.63235	-4.69650
33	-17.181	-3.30773	-0.62399	-4.66848
34	-15.809	-3.26703	-0.62358	-4.66599
35	-15.434	-3.24204	-0.61988	-4.65507
36	-15.429	-3.23068	-0.61683	-4.59699
37	-15.119	-3.21719	-0.61256	-4.56310
38	-14.816	-3.21150	-0.61090	-4.53660
39	-14.751	-3.19664	-0.60513	-4.51298
40	-13.985	-3.18649	-0.60492	-4.50352
41	-13.016	-3.17095	-0.59773	-4.49399
42	-10.008	-3.15373	-0.59502	-4.47966
43	-8.007	-3.14701	-0.58121	-4.40329
44	-7.885	-3.14693	-0.57416	-4.40242
45	-6.728	-3.09342	-0.57318	-4.40154
46	-3.247	-3.06531	-0.57085	-4.38690
47	-1.143	-3.02788	-0.55012	-4.36562
48	-1.056	-3.00587	-0.54192	-4.31395
49	0.427	-2.99062	-0.53619	-4.31393
50	0.986	-2.97360	-0.52969	-4.31252
51	1.189	-2.95447	-0.52781	-4.31086
52	3.360	-2.94727	-0.52755	-4.30762

53	5.962	-2.93408	-0.52604	-4.29746
54	7.406	-2.90273	-0.52393	-4.28492
55	7.920	-2.89974	-0.52293	-4.28229
56	9.978	-2.89597	-0.52180	-4.27908
57	10.984	-2.89516	-0.52121	-4.27727
58	11.659	-2.88959	-0.51579	-4.26553
59	12.284	-2.88319	-0.50380	-4.24644
60	12.638	-2.88181	-0.50292	-4.22935
61	13.362	-2.87649	-0.50209	-4.21759
62	14.060	-2.87113	-0.49058	-4.21468
63	14.557	-2.85096	-0.48596	-4.21248
64	16.402	-2.83171	-0.48406	-4.20965
65	19.458	-2.82377	-0.48298	-4.20856
66	19.669	-2.81616	-0.48285	-4.20511
67	19.788	-2.81021	-0.47903	-4.17449
68	19.817	-2.79716	-0.47383	-4.16772
69	20.094	-2.78584	-0.47264	-4.16669
70	20.495	-2.78254	-0.47096	-4.15721
71	20.542	-2.77937	-0.46590	-4.15160
72	20.789	-2.77864	-0.45819	-4.13510
73	20.811	-2.77504	-0.45674	-4.12877
74	21.705	-2.76596	-0.45568	-4.11312
75	22.064	-2.76178	-0.45068	-4.11176
76	24.271	-2.75634	-0.45014	-4.11168
77	24.374	-2.74832	-0.44776	-4.08869
78	24.559	-2.74491	-0.44468	-4.07932
79	24.650	-2.73936	-0.43879	-4.07166
80	27.215	-2.73444	-0.43531	-4.06618
81	27.235	-2.72704	-0.43528	-4.04149
82	28.060	-2.72091	-0.43422	-4.01206
83	28.577	-2.71713	-0.43119	-4.00426
84	28.814	-2.70934	-0.42956	-4.00187
85	29.669	-2.70415	-0.42860	-4.00182
86	30.054	-2.70345	-0.42829	-3.99711
87	31.728	-2.68566	-0.42467	-3.99379
88	32.131	-2.68240	-0.42335	-3.98552
89	33.017	-2.68094	-0.42130	-3.98211
90	34.527	-2.66778	-0.41702	-3.96222
91	34.586	-2.64225	-0.41508	-3.95600
92	34.961	-2.63356	-0.41488	-3.95152
93	35.299	-2.63034	-0.41401	-3.92566
94	35.679	-2.62871	-0.41293	-3.92458
95	37.056	-2.62536	-0.41019	-3.91856
96	38.312	-2.62121	-0.40902	-3.90839
97	38.471	-2.61869	-0.40897	-3.90343
98	38.585	-2.60387	-0.40505	-3.88921
99	40.314	-2.59668	-0.40432	-3.87141
100	40.501	-2.58696	-0.40333	-3.86668
101	41.047	-2.58689	-0.40078	-3.86578
102	41.214	-2.58632	-0.39302	-3.86097
103	41.248	-2.58265	-0.39104	-3.85330
104	41.418	-2.58093	-0.38885	-3.85158
105	41.496	-2.55675	-0.38727	-3.84680
106	42.538	-2.55067	-0.38514	-3.84563
107	42.873	-2.54246	-0.38403	-3.82741
108	43.039	-2.53566	-0.38184	-3.81915
109	44.101	-2.52255	-0.37768	-3.80986
110	47.084	-2.51655	-0.36244	-3.80957
111	47.384	-2.51520	-0.36092	-3.80326
112	47.916	-2.51353	-0.35948	-3.79018

113	47.964	-2.51176	-0.35786	-3.78631
114	47.986	-2.50125	-0.35269	-3.78233
115	48.648	-2.49950	-0.35168	-3.77768
116	48.953	-2.48722	-0.35156	-3.77417
117	49.877	-2.48543	-0.35060	-3.76920
118	50.387	-2.48022	-0.34306	-3.76898
119	50.621	-2.47743	-0.32710	-3.76612
120	50.671	-2.47523	-0.32685	-3.75151
121	50.711	-2.46440	-0.32539	-3.75045
122	53.042	-2.45845	-0.32151	-3.75031
123	53.377	-2.45518	-0.31910	-3.74670
124	53.841	-2.44175	-0.31508	-3.74236
125	53.887	-2.43738	-0.31462	-3.73541
126	54.228	-2.42948	-0.31326	-3.73198
127	55.291	-2.42591	-0.30808	-3.70539
128	55.557	-2.42160	-0.30742	-3.69230
129	55.665	-2.41947	-0.30637	-3.68633
130	56.802	-2.41497	-0.30400	-3.68608
131	56.898	-2.41136	-0.29919	-3.68511
132	58.697	-2.41059	-0.29433	-3.68169
133	59.148	-2.40538	-0.29271	-3.68116
134	59.682	-2.39593	-0.28762	-3.67946
135	60.077	-2.39490	-0.28679	-3.66651
136	60.469	-2.39345	-0.28657	-3.65184
137	60.539	-2.37979	-0.27697	-3.62815
138	60.988	-2.37754	-0.27613	-3.61370
139	61.102	-2.37462	-0.27322	-3.61123
140	61.723	-2.37128	-0.26826	-3.57736
141	61.801	-2.34725	-0.26735	-3.56577
142	62.938	-2.33419	-0.25872	-3.55308
143	63.291	-2.32293	-0.25783	-3.55088
144	64.111	-2.30753	-0.25523	-3.54978
145	64.735	-2.30620	-0.25326	-3.54501
146	65.680	-2.30168	-0.24692	-3.54462
147	66.536	-2.29965	-0.24277	-3.51784
148	69.054	-2.29602	-0.24179	-3.51529
149	69.333	-2.29591	-0.23975	-3.51494
150	69.866	-2.29565	-0.23808	-3.50534
151	69.989	-2.29028	-0.23791	-3.50344
152	70.248	-2.28874	-0.23646	-3.49984
153	70.441	-2.27730	-0.23233	-3.49854
154	71.295	-2.27297	-0.22821	-3.49244
155	71.364	-2.26955	-0.22805	-3.48159
156	73.510	-2.26806	-0.22794	-3.46785
157	73.641	-2.26241	-0.22790	-3.46628
158	73.916	-2.25705	-0.22460	-3.46055
159	74.155	-2.25152	-0.22279	-3.45639
160	74.162	-2.24628	-0.22160	-3.45003
161	74.593	-2.23981	-0.22118	-3.44921
162	75.322	-2.23800	-0.21723	-3.44832
163	76.729	-2.23253	-0.21611	-3.44742
164	78.235	-2.23244	-0.21562	-3.41933
165	78.302	-2.23107	-0.20137	-3.41853
166	78.435	-2.22649	-0.20081	-3.41313
167	78.686	-2.22285	-0.19632	-3.41298
168	79.699	-2.22225	-0.19516	-3.39796
169	79.919	-2.22072	-0.18831	-3.39393
170	80.047	-2.21703	-0.18782	-3.37577
171	80.728	-2.21653	-0.18571	-3.37501
172	81.335	-2.21379	-0.18410	-3.37053

173	81.707	-2.20892	-0.18267	-3.36674
174	81.725	-2.20155	-0.18065	-3.36502
175	81.979	-2.19841	-0.17864	-3.36287
176	82.532	-2.19272	-0.17788	-3.35845
177	82.827	-2.18988	-0.17759	-3.35821
178	82.911	-2.18561	-0.17218	-3.35593
179	82.919	-2.18386	-0.16937	-3.34917
180	83.645	-2.18068	-0.16869	-3.34609
181	85.062	-2.16388	-0.16151	-3.34416
182	85.733	-2.16129	-0.16007	-3.33961
183	86.698	-2.16059	-0.15936	-3.33105
184	87.045	-2.16042	-0.15699	-3.32875
185	87.126	-2.15781	-0.15688	-3.32443
186	87.616	-2.15140	-0.15594	-3.30387
187	87.653	-2.14792	-0.15303	-3.29774
188	87.787	-2.14754	-0.15262	-3.29408
189	87.996	-2.13662	-0.14846	-3.29398
190	88.083	-2.13165	-0.14579	-3.28619
191	90.122	-2.12836	-0.14500	-3.26858
192	90.197	-2.12803	-0.14388	-3.26724
193	90.746	-2.10636	-0.14057	-3.26709
194	92.138	-2.10453	-0.13557	-3.26296
195	93.094	-2.10058	-0.13389	-3.25811
196	93.384	-2.09175	-0.13342	-3.24048
197	93.415	-2.09100	-0.13176	-3.23722
198	93.502	-2.08739	-0.13110	-3.23612
199	93.784	-2.08075	-0.12650	-3.23580
200	94.082	-2.07699	-0.12590	-3.23233
201	94.274	-2.07487	-0.12552	-3.23031
202	94.298	-2.06760	-0.12540	-3.21515
203	94.965	-2.06752	-0.12347	-3.20844
204	95.077	-2.06147	-0.12240	-3.19548
205	95.321	-2.05975	-0.11929	-3.19454
206	96.046	-2.04547	-0.11805	-3.19253
207	96.719	-2.04369	-0.11740	-3.18208
208	98.078	-2.03029	-0.11657	-3.18015
209	98.604	-2.02558	-0.11633	-3.17954
210	99.019	-2.02043	-0.11371	-3.17389
211	99.152	-2.00890	-0.11276	-3.17231
212	99.170	-1.98342	-0.11155	-3.17157
213	99.615	-1.98187	-0.11103	-3.16782
214	99.727	-1.98113	-0.10950	-3.16498
215	100.123	-1.97743	-0.10272	-3.14595
216	101.130	-1.97705	-0.10232	-3.14409
217	101.314	-1.97564	-0.10083	-3.14327
218	102.102	-1.97387	-0.09861	-3.14275
219	102.171	-1.97361	-0.09674	-3.13918
220	102.210	-1.97260	-0.09620	-3.12558
221	102.223	-1.96956	-0.09192	-3.12046
222	102.239	-1.95883	-0.09082	-3.12030
223	102.360	-1.95428	-0.09065	-3.11959
224	102.469	-1.94848	-0.09056	-3.11802
225	103.542	-1.94358	-0.08895	-3.11404
226	103.626	-1.94281	-0.08853	-3.11101
227	103.666	-1.94063	-0.08850	-3.10884
228	104.350	-1.92811	-0.08754	-3.10493
229	105.530	-1.92789	-0.08511	-3.10274
230	105.594	-1.91844	-0.08403	-3.10086
231	105.827	-1.91523	-0.08141	-3.09159
232	105.970	-1.91108	-0.08047	-3.08567

233	106.332	-1.90804	-0.07897	-3.08124
234	106.483	-1.90444	-0.07867	-3.08112
235	107.726	-1.90383	-0.07806	-3.07875
236	107.751	-1.90285	-0.07785	-3.07789
237	108.008	-1.89969	-0.07664	-3.07635
238	108.443	-1.89792	-0.07323	-3.07440
239	108.492	-1.89012	-0.06673	-3.06798
240	108.633	-1.88955	-0.06492	-3.06288
241	108.886	-1.88812	-0.06188	-3.06259
242	108.992	-1.88131	-0.06154	-3.05702
243	109.549	-1.88084	-0.06045	-3.04993
244	109.704	-1.87940	-0.05934	-3.04676
245	109.737	-1.87822	-0.05877	-3.01733
246	110.162	-1.87217	-0.05765	-3.01452
247	110.961	-1.86827	-0.05467	-3.01260
248	111.356	-1.86210	-0.05367	-3.00942
249	111.387	-1.85697	-0.04816	-3.00674
250	111.461	-1.84447	-0.04742	-3.00344
251	112.160	-1.84085	-0.04570	-3.00316
252	112.485	-1.83992	-0.04401	-2.99842
253	112.565	-1.83956	-0.04395	-2.99225
254	112.830	-1.83160	-0.04081	-2.98382
255	112.943	-1.83017	-0.03953	-2.98244
256	113.318	-1.82805	-0.03731	-2.98005
257	113.372	-1.82604	-0.03524	-2.97436
258	113.910	-1.81511	-0.03281	-2.96877
259	114.204	-1.81296	-0.03122	-2.96544
260	114.468	-1.81235	-0.02995	-2.95952
261	115.140	-1.80965	-0.02887	-2.95522
262	115.216	-1.80730	-0.02807	-2.95125
263	115.640	-1.80668	-0.02744	-2.95024
264	115.706	-1.80585	-0.02732	-2.93724
265	115.833	-1.80134	-0.02620	-2.93150
266	115.988	-1.80084	-0.02595	-2.93132
267	116.133	-1.79772	-0.02460	-2.92903
268	117.131	-1.77920	-0.02438	-2.92551
269	117.299	-1.77538	-0.02171	-2.90098
270	117.353	-1.77344	-0.02010	-2.89977
271	117.683	-1.75432	-0.01785	-2.89551
272	117.713	-1.74821	-0.01407	-2.89268
273	118.074	-1.74465	-0.01370	-2.88939
274	118.514	-1.73908	-0.01024	-2.88786
275	118.831	-1.73348	-0.00686	-2.88613
276	118.861	-1.72437	-0.00594	-2.88598
277	119.102	-1.72334	-0.00312	-2.88225
278	119.424	-1.72232	-0.00264	-2.86451
279	120.065	-1.72209	-0.00054	-2.86171
280	120.541	-1.72141	0.00058	-2.85227
281	121.000	-1.71671	0.00277	-2.84891
282	121.321	-1.71650	0.00285	-2.84768
283	121.777	-1.71463	0.00835	-2.84064
284	122.546	-1.71380	0.01046	-2.83728
285	122.733	-1.71365	0.01272	-2.83499
286	123.515	-1.70951	0.01436	-2.82385
287	123.813	-1.70735	0.01440	-2.82140
288	124.038	-1.70187	0.01491	-2.81696
289	124.072	-1.69975	0.01938	-2.81522
290	124.367	-1.69499	0.02071	-2.81351
291	125.070	-1.69451	0.02176	-2.80473
292	125.247	-1.69385	0.02407	-2.80472

293	125.669	-1.69172	0.02456	-2.79514
294	126.724	-1.69005	0.02943	-2.79363
295	127.751	-1.68622	0.02964	-2.78245
296	127.785	-1.68231	0.03056	-2.78075
297	127.922	-1.68051	0.03171	-2.77279
298	128.127	-1.67959	0.03435	-2.76990
299	128.312	-1.67926	0.03582	-2.76838
300	128.746	-1.67356	0.03627	-2.76373
301	128.883	-1.66936	0.03636	-2.76279
302	129.029	-1.66643	0.03729	-2.75704
303	129.366	-1.66236	0.03814	-2.75480
304	129.675	-1.65806	0.03959	-2.75397
305	129.803	-1.65191	0.04530	-2.74754
306	130.187	-1.65111	0.04775	-2.74486
307	130.441	-1.64485	0.04852	-2.74389
308	130.820	-1.63962	0.04905	-2.74381
309	130.864	-1.63620	0.05085	-2.74378
310	131.012	-1.63007	0.05261	-2.74270
311	131.566	-1.62932	0.05340	-2.74258
312	131.991	-1.62913	0.05411	-2.74055
313	132.160	-1.62818	0.05435	-2.73771
314	132.294	-1.62346	0.05511	-2.73266
315	132.363	-1.62155	0.05535	-2.72354
316	132.469	-1.61939	0.05587	-2.72339
317	132.498	-1.61918	0.05595	-2.71939
318	132.553	-1.61148	0.05605	-2.70982
319	132.805	-1.61059	0.05698	-2.70767
320	132.845	-1.61000	0.05832	-2.70142
321	132.982	-1.60831	0.05972	-2.69658
322	133.320	-1.59272	0.05972	-2.69448
323	133.462	-1.58964	0.06026	-2.68997
324	133.965	-1.58141	0.06692	-2.68547
325	134.455	-1.57831	0.06948	-2.68520
326	134.595	-1.57765	0.07189	-2.68520
327	134.753	-1.57706	0.07315	-2.68384
328	134.803	-1.57369	0.07330	-2.68158
329	134.941	-1.57364	0.07369	-2.67699
330	135.441	-1.57279	0.07646	-2.67242
331	135.933	-1.56737	0.07674	-2.66940
332	136.300	-1.55697	0.08082	-2.66474
333	136.304	-1.55615	0.08084	-2.66208
334	137.401	-1.54963	0.08190	-2.66105
335	137.726	-1.54878	0.08223	-2.65945
336	137.921	-1.54840	0.08264	-2.65455
337	138.006	-1.54471	0.08291	-2.65101
338	138.184	-1.54417	0.08323	-2.65024
339	138.278	-1.54200	0.08343	-2.64921
340	138.356	-1.53904	0.08372	-2.64578
341	139.146	-1.53608	0.09096	-2.64531
342	139.169	-1.53348	0.09128	-2.64217
343	139.488	-1.53289	0.09128	-2.63805
344	140.350	-1.53218	0.09363	-2.62232
345	141.211	-1.53212	0.09433	-2.62181
346	141.464	-1.52881	0.09933	-2.62020
347	141.608	-1.52458	0.10273	-2.61718
348	141.784	-1.52184	0.10377	-2.60979
349	142.033	-1.51848	0.10990	-2.60719
350	142.101	-1.51693	0.11005	-2.59601
351	143.769	-1.51082	0.11010	-2.59594
352	144.019	-1.50506	0.11109	-2.59119

353	144.070	-1.49922	0.11139	-2.58981
354	144.113	-1.49805	0.11399	-2.58680
355	144.158	-1.49623	0.11758	-2.58283
356	144.242	-1.49268	0.11810	-2.57710
357	144.336	-1.49181	0.12046	-2.57216
358	144.882	-1.48812	0.12063	-2.57155
359	145.188	-1.48113	0.12128	-2.57120
360	145.490	-1.47949	0.12142	-2.57001
361	146.082	-1.47675	0.12327	-2.56980
362	146.324	-1.47364	0.12584	-2.56840
363	146.713	-1.47240	0.12632	-2.56731
364	146.774	-1.47199	0.13194	-2.56263
365	146.984	-1.47125	0.13234	-2.55489
366	147.017	-1.47037	0.13248	-2.54785
367	147.241	-1.46546	0.13358	-2.54703
368	147.362	-1.46292	0.13362	-2.54426
369	147.377	-1.46263	0.13365	-2.54425
370	147.495	-1.46171	0.13405	-2.53763
371	147.709	-1.45512	0.13465	-2.53310
372	148.010	-1.45365	0.13619	-2.53231
373	148.418	-1.44885	0.13695	-2.53151
374	149.481	-1.44707	0.14466	-2.52879
375	149.817	-1.44213	0.14469	-2.52854
376	150.176	-1.43801	0.14511	-2.52738
377	150.275	-1.43751	0.14517	-2.52494
378	150.455	-1.43420	0.14985	-2.52260
379	150.577	-1.43234	0.14988	-2.51807
380	151.170	-1.43081	0.15001	-2.51379
381	151.225	-1.42802	0.15506	-2.50814
382	151.662	-1.42240	0.15532	-2.50757
383	151.698	-1.41932	0.15537	-2.49562
384	151.770	-1.41912	0.15553	-2.49545
385	152.060	-1.41704	0.15605	-2.49516
386	152.270	-1.41490	0.15683	-2.48893
387	152.608	-1.41200	0.15735	-2.48709
388	153.849	-1.40800	0.15829	-2.48078
389	153.922	-1.40508	0.15960	-2.47539
390	154.720	-1.40330	0.16000	-2.47178
391	155.234	-1.39641	0.16022	-2.46883
392	155.301	-1.39502	0.16079	-2.46492
393	155.408	-1.39424	0.16236	-2.45160
394	155.523	-1.38605	0.16272	-2.44285
395	156.022	-1.38438	0.16580	-2.44148
396	156.053	-1.37686	0.16729	-2.44015
397	156.140	-1.36719	0.16770	-2.42805
398	157.102	-1.36237	0.16966	-2.42052
399	157.212	-1.36090	0.17090	-2.41660
400	157.324	-1.36068	0.17152	-2.41166
401	157.479	-1.36049	0.17317	-2.40413
402	157.646	-1.35931	0.17399	-2.40310
403	157.744	-1.35643	0.18031	-2.40164
404	157.905	-1.35207	0.18287	-2.40123
405	157.924	-1.34804	0.18407	-2.39789
406	157.946	-1.34770	0.18433	-2.39760
407	158.576	-1.34618	0.19176	-2.39609
408	159.262	-1.34351	0.19368	-2.39591
409	160.759	-1.33970	0.19436	-2.39542
410	160.793	-1.33696	0.19592	-2.39502
411	160.915	-1.33639	0.19768	-2.39466
412	161.135	-1.33347	0.19861	-2.39317

413	161.179	-1.33015	0.19930	-2.39188
414	161.190	-1.32980	0.20098	-2.39057
415	161.261	-1.31966	0.20238	-2.38600
416	163.006	-1.31773	0.20444	-2.38337
417	163.600	-1.31543	0.20497	-2.38240
418	163.688	-1.31438	0.20529	-2.38129
419	163.762	-1.31013	0.20650	-2.37355
420	164.409	-1.30799	0.20660	-2.37292
421	164.610	-1.30559	0.20899	-2.36896
422	164.795	-1.29813	0.20932	-2.36742
423	164.900	-1.29152	0.21142	-2.36672
424	164.975	-1.29149	0.21384	-2.36582
425	165.439	-1.28416	0.21410	-2.36523
426	166.089	-1.28250	0.21455	-2.36172
427	167.036	-1.28233	0.21599	-2.35895
428	167.129	-1.28170	0.21726	-2.35885
429	167.191	-1.28142	0.21768	-2.35627
430	167.670	-1.27512	0.21877	-2.35485
431	168.011	-1.27397	0.22111	-2.34874
432	168.278	-1.27203	0.22120	-2.34742
433	168.366	-1.26942	0.22173	-2.34685
434	168.613	-1.26929	0.22222	-2.34443
435	168.695	-1.26766	0.22626	-2.33829
436	168.844	-1.26683	0.22637	-2.33740
437	168.899	-1.26545	0.22808	-2.33583
438	168.932	-1.26529	0.22956	-2.33502
439	169.060	-1.26295	0.22959	-2.33168
440	169.125	-1.26266	0.23057	-2.30685
441	169.515	-1.25796	0.23063	-2.30633
442	169.619	-1.25590	0.23160	-2.30515
443	169.833	-1.25473	0.23232	-2.30481
444	170.003	-1.24171	0.23254	-2.30431
445	170.100	-1.24074	0.23295	-2.30243
446	170.137	-1.23653	0.23340	-2.29778
447	170.226	-1.22675	0.23390	-2.29108
448	170.238	-1.22608	0.23453	-2.28641
449	170.420	-1.22594	0.23459	-2.28587
450	171.038	-1.22370	0.23589	-2.28298
451	171.484	-1.21144	0.23685	-2.28033
452	171.534	-1.20912	0.23817	-2.27723
453	171.590	-1.20712	0.23933	-2.27511
454	172.360	-1.20494	0.23954	-2.27017
455	173.235	-1.20494	0.24005	-2.26971
456	173.439	-1.20327	0.24144	-2.26619
457	174.139	-1.20266	0.24593	-2.26443
458	174.355	-1.19421	0.24857	-2.26362
459	174.457	-1.19239	0.24930	-2.26088
460	174.467	-1.18532	0.25132	-2.25951
461	174.492	-1.18486	0.25238	-2.25944
462	174.672	-1.18465	0.25338	-2.25477
463	174.778	-1.18408	0.25821	-2.25351
464	175.051	-1.17974	0.25872	-2.24774
465	175.107	-1.17829	0.25963	-2.24686
466	175.342	-1.17828	0.26066	-2.24209
467	175.421	-1.17788	0.26087	-2.24063
468	175.856	-1.17479	0.26174	-2.24045
469	176.073	-1.17058	0.26253	-2.23994
470	176.207	-1.16985	0.26277	-2.23537
471	176.441	-1.16935	0.26346	-2.23338
472	176.744	-1.16683	0.26484	-2.23124

473	177.043	-1.16194	0.26615	-2.22060
474	177.047	-1.15891	0.26743	-2.21976
475	177.070	-1.15704	0.26749	-2.21383
476	177.143	-1.15674	0.26943	-2.21271
477	177.649	-1.15367	0.27019	-2.21094
478	177.968	-1.15275	0.27031	-2.20832
479	178.773	-1.15151	0.27253	-2.20567
480	179.143	-1.15105	0.27793	-2.20403
481	179.271	-1.15064	0.27852	-2.19757
482	179.594	-1.14940	0.27952	-2.18550
483	179.595	-1.14537	0.27964	-2.18182
484	180.503	-1.14056	0.28353	-2.17135
485	180.808	-1.13231	0.28501	-2.16665
486	180.816	-1.13221	0.28645	-2.16459
487	181.055	-1.13050	0.28652	-2.16197
488	181.167	-1.12801	0.29202	-2.15605
489	181.407	-1.12560	0.29209	-2.15426
490	181.529	-1.12455	0.29477	-2.15187
491	182.051	-1.12412	0.29514	-2.14285
492	182.161	-1.12237	0.29636	-2.13887
493	182.562	-1.12218	0.29640	-2.13704
494	182.776	-1.11616	0.29655	-2.13538
495	182.885	-1.11575	0.29809	-2.13133
496	183.003	-1.11172	0.29901	-2.12908
497	183.262	-1.10619	0.29962	-2.12726
498	183.381	-1.10559	0.30129	-2.12402
499	183.678	-1.10270	0.30359	-2.12229
500	183.770	-1.10030	0.30442	-2.12001
501	184.182	-1.09543	0.30772	-2.11869
502	184.252	-1.09523	0.30775	-2.11820
503	184.420	-1.09499	0.31261	-2.11574
504	184.958	-1.09480	0.31303	-2.11284
505	185.067	-1.09051	0.31385	-2.11204
506	185.631	-1.08810	0.31410	-2.11058
507	186.092	-1.08422	0.31472	-2.10856
508	186.375	-1.08404	0.31608	-2.10639
509	186.519	-1.08202	0.31650	-2.10309
510	186.878	-1.07277	0.31695	-2.10233
511	186.889	-1.06940	0.31710	-2.09491
512	187.244	-1.06118	0.31840	-2.09175
513	188.089	-1.05429	0.31849	-2.08877
514	188.176	-1.05405	0.31861	-2.08076
515	188.714	-1.05113	0.31884	-2.08004
516	188.855	-1.04384	0.31945	-2.07639
517	189.012	-1.03942	0.31948	-2.06936
518	189.262	-1.03848	0.32200	-2.06799
519	189.391	-1.03795	0.32375	-2.06317
520	189.413	-1.03407	0.32390	-2.05636
521	189.569	-1.03347	0.32738	-2.05634
522	189.681	-1.03123	0.33038	-2.05364
523	189.871	-1.03072	0.33207	-2.05236
524	190.227	-1.03015	0.33562	-2.05088
525	190.306	-1.02583	0.33638	-2.04916
526	190.409	-1.02533	0.33704	-2.04761
527	190.489	-1.02374	0.33806	-2.04659
528	190.608	-1.01897	0.33835	-2.03983
529	190.958	-1.01724	0.34204	-2.03903
530	191.127	-1.01413	0.34211	-2.03152
531	192.233	-1.01300	0.34219	-2.03143
532	192.283	-1.01211	0.34251	-2.03051

533	192.912	-1.01145	0.34497	-2.02734
534	193.070	-1.00954	0.34527	-2.02078
535	193.172	-1.00639	0.34593	-2.01944
536	193.341	-1.00132	0.34601	-1.99429
537	193.408	-0.99622	0.34733	-1.99306
538	193.841	-0.99463	0.34748	-1.99030
539	194.110	-0.99462	0.34898	-1.98691
540	194.126	-0.98672	0.34972	-1.98565
541	194.575	-0.98626	0.35026	-1.98286
542	194.893	-0.98230	0.35131	-1.98168
543	195.032	-0.98084	0.35176	-1.97675
544	195.696	-0.97908	0.35190	-1.97504
545	195.830	-0.97806	0.35324	-1.97125
546	195.874	-0.97633	0.35338	-1.96948
547	196.447	-0.97248	0.35347	-1.96587
548	196.462	-0.97196	0.35358	-1.96387
549	196.505	-0.97126	0.35433	-1.96000
550	196.524	-0.96680	0.35452	-1.95540
551	196.795	-0.96631	0.35620	-1.95310
552	196.830	-0.96327	0.35807	-1.94997
553	196.956	-0.96005	0.35827	-1.93948
554	197.105	-0.95897	0.36108	-1.93724
555	197.293	-0.94946	0.36118	-1.92721
556	197.350	-0.94911	0.36411	-1.92645
557	197.586	-0.94841	0.36501	-1.92358
558	197.926	-0.94766	0.36629	-1.91906
559	198.366	-0.94648	0.36705	-1.91536
560	198.702	-0.93123	0.36812	-1.91529
561	198.829	-0.92993	0.36827	-1.91181
562	198.866	-0.92983	0.36959	-1.90897
563	199.662	-0.92590	0.37213	-1.90834
564	200.139	-0.92558	0.37330	-1.90776
565	200.289	-0.92149	0.37482	-1.90486
566	200.363	-0.91944	0.37684	-1.90299
567	200.416	-0.91323	0.37747	-1.90164
568	200.838	-0.91243	0.37771	-1.89578
569	200.956	-0.91065	0.37817	-1.89469
570	202.250	-0.90956	0.38008	-1.89121
571	202.704	-0.90936	0.38124	-1.89078
572	203.132	-0.90501	0.38242	-1.89069
573	203.489	-0.90115	0.38285	-1.88747
574	203.606	-0.90024	0.38359	-1.88204
575	203.819	-0.89426	0.38412	-1.87490
576	203.821	-0.89417	0.38614	-1.87476
577	204.254	-0.88836	0.39409	-1.86887
578	204.468	-0.88403	0.39504	-1.86752
579	204.724	-0.88396	0.39617	-1.86043
580	205.822	-0.87738	0.39628	-1.85865
581	205.951	-0.87694	0.39637	-1.85836
582	206.034	-0.87670	0.39692	-1.85540
583	206.474	-0.87556	0.39737	-1.85401
584	206.940	-0.87555	0.39899	-1.85330
585	207.407	-0.87381	0.39970	-1.85252
586	207.636	-0.86394	0.40177	-1.85054
587	207.748	-0.85623	0.40219	-1.84988
588	207.790	-0.85556	0.40406	-1.84735
589	208.093	-0.85498	0.40639	-1.84387
590	208.207	-0.84833	0.40718	-1.83651
591	208.241	-0.84173	0.40882	-1.82034
592	208.364	-0.84170	0.41079	-1.81393

593	209.532	-0.83281	0.41178	-1.81389
594	210.411	-0.82905	0.41349	-1.80004
595	210.537	-0.82568	0.41601	-1.79460
596	210.893	-0.82127	0.42117	-1.79142
597	211.078	-0.82018	0.42320	-1.79057
598	211.154	-0.82008	0.42349	-1.78980
599	211.306	-0.81701	0.42368	-1.78961
600	211.317	-0.81666	0.42749	-1.78885
601	211.780	-0.81554	0.42807	-1.78369
602	211.802	-0.80896	0.42830	-1.77897
603	211.944	-0.80691	0.42898	-1.77822
604	212.060	-0.80565	0.42931	-1.77524
605	212.125	-0.80275	0.42939	-1.77194
606	212.484	-0.80164	0.43085	-1.77102
607	212.667	-0.78822	0.43126	-1.76958
608	212.696	-0.78787	0.43146	-1.76894
609	213.249	-0.77945	0.43214	-1.76691
610	213.249	-0.77754	0.43229	-1.76206
611	213.376	-0.77657	0.43238	-1.76075
612	213.708	-0.77428	0.43665	-1.75893
613	213.887	-0.77010	0.43747	-1.75610
614	213.950	-0.76738	0.43753	-1.75522
615	213.951	-0.76737	0.43766	-1.75424
616	214.025	-0.76702	0.44051	-1.75216
617	214.360	-0.76683	0.44208	-1.75016
618	214.703	-0.76078	0.44257	-1.74087
619	215.150	-0.75711	0.44268	-1.73646
620	215.178	-0.75550	0.44419	-1.73562
621	215.521	-0.75479	0.44428	-1.72142
622	215.722	-0.75395	0.44471	-1.71958
623	215.912	-0.75206	0.44820	-1.71929
624	216.186	-0.75104	0.45430	-1.71899
625	216.743	-0.75103	0.45512	-1.71381
626	217.208	-0.74382	0.45580	-1.69801
627	217.534	-0.74022	0.45584	-1.69774
628	217.822	-0.72732	0.45894	-1.69708
629	218.754	-0.72446	0.45985	-1.69424
630	219.021	-0.72104	0.45999	-1.69288
631	219.300	-0.71832	0.46178	-1.68911
632	219.646	-0.70686	0.46287	-1.68767
633	219.739	-0.70524	0.46564	-1.68725
634	219.764	-0.70244	0.46655	-1.68344
635	219.867	-0.70020	0.46799	-1.68014
636	220.141	-0.69901	0.46890	-1.67387
637	220.221	-0.69668	0.47042	-1.67115
638	220.638	-0.68550	0.47083	-1.66969
639	220.845	-0.68497	0.47628	-1.65135
640	221.047	-0.68267	0.47650	-1.64034
641	221.247	-0.68206	0.47693	-1.64000
642	221.726	-0.68178	0.47746	-1.62159
643	222.199	-0.68151	0.47782	-1.62021
644	222.376	-0.68093	0.47832	-1.61822
645	222.537	-0.67874	0.48041	-1.61688
646	222.740	-0.67403	0.48377	-1.61611
647	222.793	-0.66945	0.48391	-1.61523
648	222.843	-0.66865	0.48573	-1.61465
649	223.085	-0.66759	0.48691	-1.61419
650	223.136	-0.65763	0.48864	-1.61254
651	223.461	-0.65741	0.48941	-1.60870
652	223.933	-0.65536	0.49073	-1.60726

653	224.263	-0.65308	0.49131	-1.60722
654	224.541	-0.64995	0.49206	-1.60102
655	224.564	-0.64830	0.49370	-1.59853
656	224.625	-0.64462	0.49510	-1.59529
657	224.774	-0.64368	0.49522	-1.59131
658	224.918	-0.64202	0.49711	-1.58750
659	225.486	-0.63290	0.49883	-1.58648
660	225.753	-0.63265	0.50088	-1.58553
661	226.083	-0.62984	0.50594	-1.58459
662	226.795	-0.62746	0.50618	-1.57640
663	226.959	-0.62540	0.50665	-1.57603
664	227.181	-0.62329	0.50754	-1.57579
665	227.325	-0.61876	0.50792	-1.57395
666	227.598	-0.61752	0.50798	-1.56853
667	227.717	-0.61606	0.50879	-1.56339
668	227.724	-0.61397	0.50889	-1.55046
669	228.093	-0.61388	0.50905	-1.54640
670	228.537	-0.61359	0.50929	-1.54583
671	229.071	-0.60866	0.51586	-1.53723
672	229.362	-0.60665	0.51624	-1.52531
673	229.671	-0.60425	0.51634	-1.52523
674	230.277	-0.59963	0.51824	-1.52339
675	232.055	-0.59832	0.51892	-1.52202
676	232.322	-0.59601	0.52103	-1.51481
677	232.525	-0.59521	0.52212	-1.51228
678	232.769	-0.59161	0.52331	-1.50835
679	233.429	-0.59086	0.52332	-1.50420
680	233.865	-0.59073	0.52349	-1.50014
681	233.984	-0.58834	0.53169	-1.49961
682	234.239	-0.58828	0.53239	-1.49946
683	234.323	-0.58772	0.53818	-1.49917
684	234.453	-0.58741	0.53890	-1.49903
685	234.873	-0.58692	0.53901	-1.48289
686	234.876	-0.58467	0.53978	-1.47964
687	234.937	-0.58300	0.54146	-1.47839
688	235.130	-0.56766	0.54339	-1.47593
689	235.751	-0.55139	0.54379	-1.47360
690	235.755	-0.55056	0.54578	-1.46848
691	235.771	-0.54421	0.54871	-1.46385
692	235.918	-0.53349	0.54970	-1.46199
693	236.060	-0.53272	0.55189	-1.46148
694	236.587	-0.53185	0.55233	-1.46127
695	237.160	-0.52724	0.55557	-1.45903
696	237.250	-0.52648	0.55645	-1.45757
697	237.329	-0.52506	0.55940	-1.45190
698	237.369	-0.51912	0.56061	-1.44692
699	237.379	-0.51879	0.56275	-1.44685
700	237.382	-0.51487	0.56392	-1.44567
701	237.446	-0.51357	0.56736	-1.44560
702	237.705	-0.51210	0.56969	-1.44127
703	238.001	-0.51129	0.57036	-1.43934
704	238.217	-0.51094	0.57118	-1.43859
705	238.350	-0.51035	0.57166	-1.43599
706	238.867	-0.50966	0.57222	-1.43174
707	238.880	-0.50856	0.57379	-1.42680
708	239.108	-0.50567	0.57475	-1.42057
709	240.184	-0.50553	0.57796	-1.41029
710	240.396	-0.49635	0.57920	-1.40398
711	241.143	-0.49238	0.58218	-1.40378
712	241.329	-0.48224	0.58291	-1.38952

713	241.993	-0.47655	0.58799	-1.37952
714	242.490	-0.47273	0.59069	-1.37761
715	242.592	-0.47213	0.59321	-1.37199
716	242.723	-0.46642	0.59517	-1.37141
717	242.800	-0.46612	0.60285	-1.36291
718	242.858	-0.46239	0.60396	-1.36242
719	243.609	-0.45708	0.60658	-1.36027
720	244.186	-0.45707	0.61233	-1.34813
721	244.315	-0.45637	0.61234	-1.34531
722	244.480	-0.45526	0.61517	-1.34060
723	245.114	-0.44993	0.61554	-1.33221
724	245.355	-0.44636	0.61571	-1.32853
725	246.142	-0.44564	0.61604	-1.32783
726	246.320	-0.43948	0.61611	-1.32391
727	246.805	-0.43061	0.61645	-1.31790
728	246.869	-0.42738	0.61725	-1.31633
729	248.190	-0.42600	0.62114	-1.31457
730	248.267	-0.41958	0.62341	-1.31446
731	248.823	-0.41801	0.62469	-1.31404
732	249.319	-0.41277	0.62648	-1.30661
733	249.448	-0.41158	0.62763	-1.29706
734	249.719	-0.40984	0.62775	-1.29683
735	249.803	-0.38773	0.62959	-1.29188
736	250.352	-0.38768	0.63100	-1.28638
737	251.498	-0.38478	0.63472	-1.27120
738	251.571	-0.38426	0.63532	-1.26108
739	252.082	-0.38013	0.63562	-1.26078
740	252.882	-0.37855	0.63602	-1.25068
741	253.940	-0.37787	0.63643	-1.24882
742	254.121	-0.37681	0.63933	-1.24609
743	254.269	-0.37121	0.64002	-1.24374
744	254.294	-0.36395	0.64045	-1.24287
745	254.303	-0.36315	0.64141	-1.23627
746	254.325	-0.35872	0.64334	-1.22630
747	254.643	-0.35414	0.64509	-1.22624
748	255.202	-0.35393	0.64690	-1.22300
749	255.234	-0.35295	0.64716	-1.22110
750	255.234	-0.34995	0.64861	-1.21757
751	255.427	-0.34808	0.64990	-1.21281
752	255.469	-0.34460	0.65042	-1.20997
753	255.880	-0.34197	0.65487	-1.20825
754	257.121	-0.34142	0.65783	-1.20055
755	257.420	-0.33622	0.66116	-1.19572
756	257.732	-0.33331	0.66417	-1.19568
757	257.836	-0.32958	0.66773	-1.19568
758	257.977	-0.32682	0.66788	-1.19483
759	258.975	-0.32324	0.67191	-1.19175
760	259.030	-0.32291	0.67231	-1.16883
761	259.150	-0.31936	0.67494	-1.16828
762	259.296	-0.31735	0.67524	-1.16227
763	259.655	-0.30811	0.67608	-1.15978
764	259.824	-0.30156	0.67663	-1.15685
765	260.106	-0.29961	0.68910	-1.15073
766	260.626	-0.29092	0.69075	-1.14488
767	260.688	-0.28531	0.69103	-1.14382
768	260.753	-0.28414	0.69668	-1.13581
769	261.047	-0.28145	0.69861	-1.12659
770	262.075	-0.28067	0.70146	-1.12413
771	262.242	-0.27447	0.71100	-1.12338
772	263.776	-0.26986	0.71129	-1.10953

773	264.693	-0.26820	0.71436	-1.10480
774	265.143	-0.26791	0.71521	-1.09827
775	265.220	-0.26625	0.71785	-1.09817
776	265.244	-0.26596	0.72527	-1.08930
777	265.286	-0.26578	0.72865	-1.08543
778	265.386	-0.26492	0.72898	-1.08356
779	265.799	-0.26336	0.72916	-1.08298
780	266.460	-0.26250	0.72980	-1.08178
781	269.072	-0.26043	0.73124	-1.08129
782	269.408	-0.26039	0.73208	-1.08105
783	269.715	-0.26030	0.73398	-1.06890
784	269.871	-0.24185	0.73514	-1.06530
785	270.066	-0.23961	0.73752	-1.06441
786	270.338	-0.23364	0.73986	-1.06236
787	271.004	-0.23010	0.74189	-1.05980
788	271.387	-0.22818	0.74579	-1.05887
789	271.816	-0.22367	0.74613	-1.05572
790	272.203	-0.21985	0.74679	-1.05350
791	272.311	-0.21853	0.75569	-1.04960
792	272.556	-0.21596	0.75655	-1.04300
793	272.783	-0.21510	0.75740	-1.04100
794	273.112	-0.21504	0.75903	-1.03576
795	273.429	-0.20383	0.76289	-1.02815
796	273.707	-0.18952	0.76567	-1.02315
797	273.849	-0.18861	0.76671	-1.02101
798	274.000	-0.18699	0.76891	-0.99940
799	274.128	-0.17877	0.76941	-0.99906
800	276.155	-0.17844	0.77456	-0.99656
801	277.112	-0.17813	0.77653	-0.99601
802	277.725	-0.17666	0.77776	-0.98644
803	278.016	-0.17577	0.77806	-0.98181
804	278.378	-0.17257	0.77879	-0.98020
805	278.585	-0.17239	0.78328	-0.97514
806	278.921	-0.16566	0.78345	-0.95556
807	279.865	-0.16396	0.78647	-0.95550
808	280.164	-0.16260	0.78916	-0.94718
809	281.433	-0.15704	0.79191	-0.94387
810	281.830	-0.14550	0.79199	-0.93813
811	282.313	-0.13971	0.79658	-0.93432
812	282.398	-0.12405	0.79724	-0.93033
813	282.583	-0.12271	0.79743	-0.93021
814	283.320	-0.12012	0.79783	-0.92105
815	283.875	-0.11885	0.79886	-0.91660
816	284.286	-0.11698	0.79995	-0.90665
817	284.965	-0.10693	0.80094	-0.89526
818	285.352	-0.09541	0.80221	-0.88627
819	286.608	-0.08804	0.80464	-0.88126
820	286.679	-0.08646	0.80859	-0.87578
821	286.700	-0.08606	0.80893	-0.87223
822	286.796	-0.07533	0.80899	-0.86679
823	286.911	-0.07340	0.80996	-0.86671
824	287.102	-0.07139	0.81146	-0.86476
825	287.287	-0.05475	0.81193	-0.86464
826	287.317	-0.05289	0.81263	-0.85647
827	288.227	-0.04086	0.81775	-0.84534
828	288.268	-0.03122	0.82228	-0.84175
829	288.298	-0.02934	0.82611	-0.83335
830	288.671	-0.02661	0.82749	-0.83075
831	288.734	-0.02589	0.82988	-0.81894
832	288.777	-0.01372	0.83200	-0.81234

833	289.481	-0.00134	0.83448	-0.81126
834	289.559	0.00074	0.83493	-0.80403
835	289.762	0.00257	0.83642	-0.79798
836	290.197	0.00614	0.83687	-0.78524
837	290.559	0.01292	0.83878	-0.78513
838	291.607	0.02328	0.83950	-0.77130
839	291.814	0.02349	0.84087	-0.76855
840	291.977	0.02449	0.84744	-0.76843
841	292.600	0.02720	0.85113	-0.76534
842	292.627	0.03705	0.85195	-0.76345
843	292.689	0.04324	0.85277	-0.76132
844	292.800	0.04490	0.85282	-0.75973
845	293.320	0.04668	0.85375	-0.75822
846	293.397	0.04816	0.85376	-0.75677
847	294.251	0.05292	0.85572	-0.72851
848	294.442	0.05388	0.85584	-0.72592
849	294.507	0.06466	0.86368	-0.72246
850	294.614	0.06891	0.86579	-0.71903
851	295.491	0.08978	0.86940	-0.71896
852	297.190	0.09716	0.87009	-0.69156
853	297.972	0.10363	0.87035	-0.68627
854	298.447	0.10409	0.87368	-0.66710
855	298.726	0.11207	0.87517	-0.66165
856	298.954	0.11349	0.87622	-0.66071
857	300.738	0.11827	0.88117	-0.65641
858	300.897	0.13135	0.88236	-0.65300
859	302.615	0.15354	0.88334	-0.64908
860	303.568	0.15971	0.88441	-0.63779
861	304.846	0.16765	0.88711	-0.63325
862	306.196	0.16907	0.88958	-0.62651
863	306.700	0.16992	0.88980	-0.61911
864	308.068	0.17551	0.89221	-0.61821
865	308.589	0.18064	0.89377	-0.61663
866	309.209	0.19370	0.89403	-0.60674
867	309.320	0.19419	0.89780	-0.59500
868	309.507	0.19433	0.89855	-0.58279
869	309.614	0.19695	0.90145	-0.58041
870	309.713	0.20213	0.90260	-0.56426
871	309.856	0.21029	0.91172	-0.55464
872	310.155	0.21994	0.91243	-0.55329
873	310.558	0.22571	0.91871	-0.54584
874	310.697	0.23367	0.91922	-0.52305
875	311.232	0.23979	0.92298	-0.51476
876	311.240	0.24854	0.92479	-0.51447
877	312.530	0.25375	0.92510	-0.48268
878	313.479	0.25720	0.93489	-0.47963
879	313.820	0.25909	0.94244	-0.47602
880	314.754	0.27227	0.94694	-0.47502
881	315.100	0.27530	0.95067	-0.47416
882	315.130	0.27646	0.95240	-0.47242
883	315.739	0.27755	0.95292	-0.46082
884	316.817	0.28762	0.95790	-0.45368
885	318.061	0.29214	0.96263	-0.44619
886	318.158	0.29301	0.96336	-0.44470
887	318.450	0.29927	0.96400	-0.44187
888	318.515	0.30711	0.96403	-0.43011
889	318.647	0.31859	0.96759	-0.41773
890	319.308	0.32368	0.96953	-0.39781
891	319.919	0.32676	0.97173	-0.39198
892	320.346	0.33504	0.97205	-0.39044

893	320.982	0.33827	0.97205	-0.38587
894	321.861	0.34028	0.97514	-0.37594
895	322.354	0.34280	0.97605	-0.37550
896	322.558	0.35581	0.97814	-0.35542
897	324.490	0.36492	0.98558	-0.35399
898	328.462	0.36558	0.99328	-0.35377
899	328.575	0.38501	0.99546	-0.34394
900	328.739	0.38684	1.00233	-0.33045
901	330.269	0.39128	1.00456	-0.32593
902	330.279	0.39638	1.00522	-0.31855
903	330.722	0.39763	1.00528	-0.31266
904	331.398	0.39774	1.00700	-0.30598
905	331.450	0.40258	1.01048	-0.30452
906	331.670	0.40664	1.02279	-0.28898
907	332.169	0.40771	1.02349	-0.26977
908	332.509	0.41083	1.02919	-0.26591
909	332.728	0.42948	1.02997	-0.25608
910	332.889	0.44408	1.03265	-0.24864
911	333.185	0.44482	1.03559	-0.24832
912	333.473	0.44573	1.04515	-0.24593
913	335.137	0.45184	1.04715	-0.24476
914	335.208	0.46619	1.04877	-0.24353
915	335.743	0.46903	1.04932	-0.24244
916	336.426	0.47445	1.05294	-0.23974
917	336.646	0.48135	1.05346	-0.21384
918	337.130	0.50039	1.05479	-0.19889
919	337.975	0.51003	1.06299	-0.19801
920	338.455	0.51952	1.06890	-0.17955
921	338.572	0.52680	1.06987	-0.17235
922	338.750	0.53976	1.08327	-0.17097
923	339.036	0.54685	1.08406	-0.17054
924	340.898	0.54946	1.08624	-0.15786
925	341.997	0.55293	1.08681	-0.15367
926	342.018	0.56222	1.08979	-0.13161
927	342.219	0.56591	1.09119	-0.11658
928	342.238	0.56798	1.09174	-0.10623
929	342.388	0.57255	1.10045	-0.09859
930	344.604	0.57913	1.10051	-0.09042
931	344.623	0.58054	1.11016	-0.08259
932	344.654	0.58832	1.11120	-0.07848
933	344.886	0.59045	1.11463	-0.07746
934	346.323	0.59756	1.11771	-0.07419
935	346.324	0.61119	1.14168	-0.05418
936	346.338	0.61829	1.14360	-0.05062
937	347.584	0.62515	1.15313	-0.04388
938	349.005	0.62523	1.15386	-0.04148
939	350.208	0.63822	1.15918	-0.03708
940	353.470	0.66075	1.16235	-0.02118
941	353.584	0.66477	1.16470	-0.01015
942	356.430	0.66815	1.17613	-0.00132
943	356.677	0.66816	1.18185	0.00230
944	356.782	0.67583	1.18542	0.00742
945	357.146	0.68376	1.19043	0.02247
946	360.078	0.70051	1.19835	0.02991
947	360.674	0.70335	1.20013	0.05657
948	361.202	0.70997	1.20559	0.06009
949	362.181	0.72092	1.21045	0.06247
950	363.532	0.75141	1.21214	0.08378
951	364.488	0.76162	1.21904	0.08948
952	365.121	0.80556	1.21968	0.14890

953	366.540	0.82083	1.21970	0.15101
954	367.022	0.82650	1.22302	0.15110
955	371.096	0.84453	1.24622	0.15202
956	376.307	0.85035	1.24977	0.17123
957	377.608	0.85476	1.26402	0.17678
958	378.430	0.85704	1.26752	0.18144
959	378.720	0.86102	1.27659	0.19270
960	379.079	0.87163	1.27717	0.22834
961	380.025	0.89618	1.27923	0.24308
962	380.727	0.90098	1.28927	0.27667
963	382.007	0.91719	1.29432	0.28575
964	382.323	0.93222	1.31136	0.30289
965	386.859	0.94000	1.32467	0.31011
966	389.432	0.96018	1.34032	0.32751
967	395.242	0.96059	1.34252	0.33179
968	395.446	0.96798	1.35022	0.33568
969	395.690	0.98329	1.36422	0.33814
970	396.318	0.98400	1.37373	0.34521
971	401.727	0.99366	1.37717	0.35170
972	403.266	1.00237	1.38312	0.38933
973	404.489	1.00439	1.38947	0.38940
974	404.527	1.04796	1.39805	0.42785
975	405.533	1.05615	1.42225	0.43899
976	410.257	1.06398	1.42853	0.48427
977	413.283	1.08506	1.43499	0.50548
978	415.135	1.09747	1.44038	0.51173
979	418.889	1.11661	1.48137	0.54102
980	419.006	1.11857	1.48644	0.54543
981	419.758	1.12062	1.49622	0.55304
982	420.674	1.14446	1.52421	0.57001
983	421.166	1.15115	1.53803	0.60115
984	427.455	1.21497	1.55684	0.60369
985	428.517	1.23143	1.56731	0.61089
986	428.990	1.23279	1.56840	0.65442
987	430.987	1.23757	1.58185	0.68753
988	431.730	1.25451	1.59184	0.74459
989	433.491	1.26571	1.60181	0.76067
990	437.691	1.36132	1.66909	0.77592
991	448.784	1.40315	1.70384	0.83348
992	457.186	1.44206	1.70472	0.86595
993	471.485	1.59465	1.75092	1.10242
994	483.161	1.64922	1.82863	1.20068
995	491.073	1.77215	1.91442	1.34745
996	493.065	1.77371	1.97759	1.38407
997	495.930	1.80386	2.02640	1.43040
998	510.007	1.90091	2.04895	1.70681
999	528.806	2.00390	2.26137	1.97784
1000	666.915	3.06709	2.84150	2.94020

Lampiran 4

Hasil Program Macro Minitab untuk Regresi *Jackknife*

Data Display

a0	184.699
a1	-1.11026
a2	0.307384
a3	-2.10318
sea0	83.8448
sea1	0.897990

```
sea2        0.420711
sea3        0.996544
msea        18.2455
b0jack      184.799
b1jack      -1.11127
b2jack      0.308271
b3jack      -2.10618
se0jack     85.1812
se1jack     0.912296
se2jack     0.427649
se3jack     1.01314
bias0       0.100428
bias1       -0.00100678
bias2       0.000886678
bias3       -0.00300067
varjack0    16727.5
varjack1    1.81146
varjack2    0.417716
varjack3    2.72560
msejack     18.2283
lower_b0    103.446
upper_b0    234.882
lower_b1    -1.66680
upper_b1    -0.527180
lower_b2    -0.0622073
upper_b2    0.559521
lower_b3    -2.99274
upper_b3    -1.46482
```

Row	b0urut	b1urut	b2urut	b3urut
1	103.446	-1.66680	-0.062207	-2.99274
2	131.993	-1.65595	0.007030	-2.60368
3	167.415	-1.33452	0.248467	-2.36741
4	170.203	-1.33162	0.249885	-2.35792
5	170.552	-1.23021	0.253842	-2.25305
6	176.228	-1.22461	0.281144	-2.22628
7	179.525	-1.20879	0.281523	-2.21620
8	180.064	-1.19516	0.284835	-2.20925
9	180.188	-1.16693	0.287895	-2.15142
10	182.069	-1.15964	0.289177	-2.14688
11	182.263	-1.15707	0.294724	-2.14193
12	183.042	-1.13965	0.298522	-2.12714
13	183.573	-1.13965	0.299589	-2.12144
14	183.838	-1.13697	0.300821	-2.11693
15	184.154	-1.13486	0.302367	-2.10830
16	184.609	-1.11601	0.303221	-2.10509
17	184.803	-1.11549	0.307898	-2.10509
18	184.809	-1.11521	0.308059	-2.10509
19	184.914	-1.11376	0.308098	-2.10469
20	184.914	-1.11258	0.308140	-2.10270
21	184.914	-1.11258	0.308272	-2.10097
22	184.987	-1.11258	0.308272	-2.09810
23	185.052	-1.11006	0.308272	-2.09458
24	185.146	-1.11000	0.308539	-2.09458
25	185.162	-1.10963	0.308746	-2.09389
26	186.868	-1.10080	0.314791	-2.09102
27	186.921	-1.10045	0.316341	-2.09036
28	186.921	-1.09743	0.316341	-2.08647
29	187.032	-1.09106	0.317192	-2.08551
30	189.047	-1.08746	0.322971	-2.08109

31	189.307	-1.08455	0.325318	-2.07784
32	190.760	-1.05719	0.326675	-2.07584
33	193.201	-1.05400	0.345942	-2.07088
34	194.566	-1.04573	0.352134	-2.04139
35	195.344	-1.02534	0.357878	-2.01336
36	196.712	-0.97104	0.361863	-1.97710
37	207.193	-0.96761	0.398679	-1.93699
38	207.264	-0.93697	0.398808	-1.93289
39	234.882	-0.52718	0.559521	-1.46482
40	238.094	-0.29370	0.621252	-1.07615