ANALISIS AUTOKORELASI PADA MODEL ARIMA
(Autoregressive Integrated Moving Average)

SKRIPSI

Oleh:
WINDAYATI
NIM. 06510023

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2010

ANALISIS AUTOKORELASI PADA MODEL ARIMA
(Autoregressive Integrated Moving Average)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
WINDAYATI
NIM. 06510023

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2010

ANALISIS AUTOKORELASI PADA MODEL ARIMA
(Autoregressive Integrated Moving Average)

SKRIPSI

Oleh:
WINDAYATI
NIM : 06510023

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji:
Tanggal: 2 Juli 2010

Pembimbing I,	**Pembimbing II,**
Sri Harini, M.Si	**Ach. Nashichuddin, M.A**
NIP. 19731014 200112 2 002	**NIP. 19730705 200003 1 002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS AUTOKORELASI PADA MODEL ARIMA
(Autoregressive Integrated Moving Average)

SKRIPSI

Oleh:
WINDAYATI
NIM : 06510023

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juli 2010

Penguji Utama :	**Usman Pagalay, M.Si** **NIP.19650414 200312 1 001**	....
Ketua Penguji:	**Abdul Aziz, M.Si** **NIP. 19760318 200604 1 002**	....
Sekretaris Penguji:	**Sri Harini, M.Si** **NIP. 19731014 200112 2 002**	....
Anggota Penguji:	**Ach. Nashichuddin, M.A** **NIP. 19730705 200003 1 002**	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Windayati

NIM : 06510023

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 23 Juli 2009

Yang membuat pernyataan

Windayati
NIM. 06510023

MOTTO

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ

Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri

(Q.S. Ar.Ra'd : 11)

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
Orang-orang yang telah memberikan arti bagi hidupku
Dengan pengorbanan, kasih sayang dan ketulusannya.

Kepada kedua orang tuaku yang paling berjasa dalam hidupku dan slalu menjadi motivator dan penyemangat dalam setiap langkahku untuk terus berproses menjadi insane kamil, ibunda tersayang (Watini) almarhum bapak tersayang (Mustofa)

Kepada Pa'dhe (H. Zuhri) dan Budhe (Qomariyah) yang selama ini sudah seperti orang tua kedua bagi penulis dan selalu memberikan kasih sayang serta do'a restunya

Mbak dan kakak ku yang telah menjadikan hidupku lebih bermakna dan penuh warna (mbak Tin & ka' To)

Kakak-kakak sepupuku dan keponakanku tersayang yang telah memberikan semangat dan keceriaan tersendiri dalam hidup
(Kak Muhib & Mbak Uus & Naiya)

Kepada guru-guruku yang telah memberikan ilmunya kepadaku

Teman-teman terbaikku Mas Shony, Mbak Aisy, mbak Co2m, Himma, Pipit, Mbak Kucun, Mbak Piets dan Mbak Aulia
yang telah memberikan pengalaman, pengetahuan, pelajaran hidup
dan kenangan paling indah saat menuntut ilmu bersama

Terima kasih atas ketulusan dan keihlasannya dalam memberikan kasih sayang selama ini sehingga menjadikan hidupku begitu indah dan lebih berarti, Kupersembahkan buah karya sederhana ini kepada kalian semua hanya do'a dan harapan yang terucap:
Semoga Allah SWT memberikan kekuatan dan kemampuan kepadaku
untuk bisa mewujudkan apa yang kalian titipkan selama ini.
Dan semoga ku bisa menjadi yang terbaik bagi kalian
"Amien Ya Robbal Alamin"

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur alhamdulillah penulis hanturkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat dan Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus penulisan skripsi ini dengan baik.

Selanjutnya penulis hanturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan jazakumullah ahsanal jaza' kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Bapak Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
4. Ibu Sri Harini, M.Si dan Bapak Ach. Nashichuddin, M.A selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman yang berharga.

5. Bapak Usman pagalay, M. Si dan Bapak Abdul Aziz, M.Si sebagai tim penguji skripsi, terimakasih telah memberikan masukan-masukan yang sangat berharga untuk penulisan skripsi ini.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbinganya.
7. (Almarhum) Ayahanda (Mustofa), dan Ibunda tercinta (Watini) yang senantiasa memberikan do'a dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu.
8. Pakdhe (H. Zuhri) dan budhe yang selama ini sudah seperti orang tua kedua bagi penulis dan selalu memberikan do'a dan restunya.
9. Kakak-kakakku (Mbak Tin, Kak To, Kak Muhib, Mbak Uus), dan keponakanku tersayang (Naiya), terima kasih atas do'a dan motivasinya.
10. Sahabat-sahabat terbaikku (Pipit, Himmah, Mbak Aulia, Mbak Aisy, Mbak co2m, Mbak Fitroh, Mbak Kucun) terima kasih atas do'a, semangat, kebersamaan, dan kenangan indah selama ini.
11. Mas Shony, yang selama ini selalu memberikan motivasi, semangat dan do'anya. Semoga kebersamaan kita selalu diridhai oleh Allah.
12. Sahabat-sahabat senasib seperjuangan mahasiswa Matematika 2006, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
13. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terima kasih atas keiklasan bantuan moril dan sprituil yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan, dan penulis berharap semoga skripsi ini bisa memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. Amin Ya Rabbal Alamin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 21 Juli 2010

Penyusun

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Windayati. 2010. **Analisis Autokorelasi Pada Model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*)**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Sri Harini, M.Si
(II) Ach. Nashichuddin, M.A

Salah satu metode yang digunakan dalam peramalan adalah model ARIMA *(Autoregressive Integrated Moving Average)*. Model ARIMA yang dimaksud dalam penelitian ini adalah model ARIMA(1,1,1) yang merupakan gabungan dari model *Autoregressive*/AR(1) dan model *Moving Average*/MA(1) yang melalui proses *differencing* sebanyak satu kali agar menjadi stasioner. Cara yang bisa digunakan untuk menganalisis model ARIMA(1,1,1) adalah dengan mempelajari autokorelasi dari model tersebut. Suatu model peramalan yang dalam penelitian ini adalah model ARIMA(1,1,1) dikatakan model terbaik atau model yang sesuai, jika memiliki sebaran galat yang bebas dari autokorelasi. Pada penelitian ini diperoleh langkah-langkah bagaimana cara mendeteksi adanya autokorelasi pada galat disertai dengan contoh data dengan model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi dan yang tidak mengalami autokorelasi sehingga dari kedua contoh data tersebut bisa dibandingkan dan bisa diperoleh beberapa indikasi adanya autokorelasi pada nilai sisa model ARIMA. Dari indikasi autokorelasi yang diperoleh, jika terbukti model mengalami autokorelasi pada galat, maka untuk menghilangkannya dilakukan transformasi pada model agar memiliki galat yang bebas dari autokorelasi. Transformasi ini bisa dilakukan dengan asumsi bahwa galat dari model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi membentuk model *autoregressive* (AR) orde 1 dan memiliki galat yang memenuhi asumsi OLS. Jika asumsi yang diberikan tidak dipenuhi, maka yang harus dilakukan jika model mengalami autokorelasi adalah dengan mengganti model yang diperoleh dengan model yang lebih sesuai salah satunya yaitu terbebas dari autokorelasi.

Kata Kunci: autokorelasi, galat, *autoregressive integrated moving average*.

ABSTRACT

Windayati. 2010. **Analysis of Autocorrelation at Model of ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average).** Theses. Mathematics Programme Faculty of Science and Technology The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Promotor: (I) Sri Harini, M.Si.
(II) Ach. Nashichuddin, M.A.

One of the methods which used in forecasting is model of ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average). Model ARIMA in this research is model of ARIMA(1,1,1) representing aliance of model of Autoregressive / AR(1) and model of Moving Average / MA(1) which passing process of first differencing in order to become stasioner. The way can be used to analyse model of ARIMA(1,1,1) is by studying autocorrelation of the model. Forecasting model in this research is model of ARIMA(1,1,1) told as the best model or appropriate model, if owning errors swampy forest which free from autocorrelation. At this research was obtained the stages to detect the existence of autocorrelation at errors accompanied with example data of model of ARIMA(1,1,1) with autocorrelation and no autocorrelation so that from both the example data can be compared and obtained some indication of existence of autocorrelation at errors model ARIMA. For the indication of autocorrelation obtained, if is proven of model with autocorrelation at errors, hence for escade done by transformation at the model to be owning errors which free from autocorrelation. This transformation can be done with assumption that errors of model of ARIMA(1,1,1) with autocorrelation form model of autoregressive (AR) order 1 and fulfill assumption of OLS. If given assumption do not fulfill, but fulfill with autocorrelation then must be done by changing obtained model with more model according to one of them that is freing from autocorrelation.

Key Words: autocorrelation, error, autoregressive integrated moving average.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

وَتَعَاوَنُواْ عَلَى ٱلۡبِرِّ وَٱلتَّقۡوَىٰۖ وَلَا تَعَاوَنُواْ عَلَى ٱلۡإِثۡمِ وَٱلۡعُدۡوَٰنِۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَۖ إِنَّ ٱللَّهَ شَدِيدُ ٱلۡعِقَابِ ٢

"Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan taqwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Dan bertaqwalah kamu kepada Allah, sesungguhnya Allah sangat berat siksa-Nya".

Surat Al-Ma'idah ayat 2 di atas menjelaskan, bahwa untuk menjadi manusia yang baik (bertaqwa), maka harus terhindar dari perbuatan tolong- menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran.

Yang perlu digaris-bawahi dari ayat di atas adalah, bahwa umat Islam tidak diperbolehkan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Bila ditafsiri lebih mendalam, ayat di atas memberikan suatu gambaran yang nyata bahwa isi kandungan ayat Alqur'an bisa ditafsiri dari berbagai sudut pandang, salah satunya sudut pandang ilmu pengetahuan yaitu ilmu statistik.

Makna tidak diperbolehkannya umat Islam tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran, dalam ilmu satistik bisa ditafsiri dengan teori autokorelasi. Autokorelasi *(autokorrelation)* adalah hubungan antara residual satu observasi dengan residual observasi lainnya. Autokorelasi biasanya muncul pada data yang bersifat runtut waktu *(time series)*, karena berdasarkan sifatnya data masa sekarang dipengaruhi oleh data pada masa-masa sebelumnya. (Firdaus, M. 2004: 98)

Kata tolong-menolong bisa dianalogikan dengan kata terdapat hubungan atau autokorelasi, sedangkan kata perbuatan dosa dan pelanggaran dianalogikan dengan kata galat atau kesalahan pada model data, dan model terbaik dianalogikan dengan model manusia terbaik (bertaqwa). Sehingga sudah jelas bahwa jauh sebelum adanya ilmu pengetahuan dan teknologi khususnya ilmu statistik yang membahas bahwa autokorelasi yang ada pada model seharusnya dihilangkan, di dalam Alqur'an juga telah dijelaskan hal yang serupa, bahwa untuk menjadi model manusia terbaik (bertaqwa) di mata Allah, maka kita harus terhindar dari tolong-menolong dalam perbuatan dosa dan pelanggaran.

Dalam ilmu statistik, pemeriksaan autokorelasi sangat penting untuk memutuskan kecocokan model peramalan yang diberikan. Jika secara esensial sebaran galat bersifat acak, maka model tersebut kemungkinan besar sudah sesuai dengan data yang diberikan. Tetapi jika galat menunjukkan suatu pola, berarti model tersebut tidak memperhatikan semua informasi sistematis pada himpunan data sehingga bukan merupakan model yang terbaik.

Satu cara yang dapat dipakai untuk mengetahui bahwa galat dari model yang diberikan bersifat acak atau tidak yaitu dengan menghitung nilai koefisien autokorelasi. Bila koefisien autokorelasi secara signifikan tidak berbeda dari nol, maka dapat disimpulkan bahwa nilai galat bersifat acak sekaligus dapat dikatakan bahwa model yang telah ditentukan sudah sesuai, sebaliknya jika koefisien autokorelasi secara signifikan berbeda dari nol maka nilai galat tidak bersifat acak dan model data yang ditentukan belum sesuai.

Dalam realita sehari-hari, kebanyakan para peneliti langsung mengasumsikan model data yang diteliti berdistribusi normal dan tidak terdapat autokorelasi pada nilai galat, dengan berbagai alasan tertentu. Padahal untuk jenis data *time series* kemungkinan terjadi autokorelasi pada model sangat besar, sehingga jika model data tetap dianalisis tanpa mempertimbangkan adanya autokorelasi maka akan terjadi pelanggaran asumsi yang mengakibatkan estimasi error tidak berdistribusi normal dan tidak memiliki varians minimum bila dibandingkan dengan prosedur yang mempertimbangkan adanya autokorelasi, sehingga sifat estimator tak bias linear terbaik (BLUE) tidak terpenuhi.

Salah satu model dari data *time series* adalah model ARIMA *(Autoregressive Integrated Moving Average)* yang merupakan model gabungan dari model *autoregresif* dan *moving average* yang telah melalui proses *differencing* sebanyak *d* kali agar menjadi stasioner. Metode pengujian autokorelasi pada data *time series* model ARIMA, khususnya autokorelasi pada galat jarang dikaji oleh para peneliti, yang biasanya dikaji adalah mengenai analisis autokorelasi pada persamaan regresi. Padahal kemungkinan besar terjadinya autokorelasi adalah pada model data *time series* khususnya model ARIMA.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis tertarik meneliti tentang **"Analisis Autokorelasi pada Model ARIMA *(Autoregressive***

***Integrated Moving Average)*"** dengan harapan bisa lebih memperdalam materi dan bisa memberikan bahan referensi tentang materi yang berhubungan dengan penelitian tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Bagaimana mendeteksi adanya autokorelasi pada data model ARIMA?
b. Bagaimana cara menghilangkan autokorelasi pada model ARIMA?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka penulis membatasi masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Model ARIMA yang dibahas dalam penelitian ini adalah model ARIMA (1,1,1),
b. Autokorelasi yang dibahas dalam penelitian ini adalah autokorelasi pada galat dari model ARIMA (1,1,1),
c. Diasumsikan bahwa sebaran galat model ARIMA (1,1,1) membentuk model *Autoregressive* derajat 1 dengan nilai koefisien autokorelasi dihitung terlebih dahulu dan memiliki sebaran galat yang memenuhi sifat estimator tak bias linear terbaik (BLUE).

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Untuk mengetahui cara mendeteksi adanya autokorelasi pada data model ARIMA,
b. Untuk mengetahui cara menghilangkan autokorelasi pada model ARIMA.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang berhubungan dengan penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi Peneliti

Peneliti memperoleh pengetahuan baru mengenai langkah-langkah mendeteksi adanya autokorelasi pada data dengan model ARIMA(1,1,1) sekaligus solusi atau langkah yang dilakukan apabila model mengalami autokorelasi. Dengan pengetahuan baru ini peneliti juga bisa memperdalam ilmu keagamaan dengan menghubungkan teori yang dibahas dalam penelitian dengan kandungan ayat yang ada dalam Alqur'an surat Al-Ma'idah ayat 2.

b. Bagi Pembaca

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan bacaan atau referensi bagi pembaca dan peneliti lainnya mengenai langkah-langkah mendeteksi adanya autokorelasi pada data model ARIMA(1,1,1) sekaligus cara menghilangkan autokorelasi tersebut.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah menggunakan studi literatur yaitu penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di ruang perpustakaan seperti buku-buku, artikel, jurnal dan lain-lain. (Mardalis, 1999: 28)

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Identifikasi masalah mengenai permasalahan yang ada pada model data *time series*,
2. Mendefinisikan dan merumuskan masalah tentang autokorelasi pada model ARIMA(1,1,1),
3. Melakukan studi kepustakaan dan analisis teori yang berhubungan dengan masalah yang dibahas dalam penelitian ini,
4. Analisis data:
   a. Menentukan model ARIMA yang akan dianalisis yaitu model ARIMA (1,1,1)
   b. Melakukan analisis untuk uji autokorelasi pada model
   c. Memperoleh sebaran galat dari model ARIMA(1,1,1)
   d. Melakukan analisis visual pada beberapa model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi dan model yang tidak mengalami autokorelasi sehingga bisa mengetahui perbedaan grafik sebaran galat dari kedua model
   e. Melakukan uji autokorelasi pada sebaran galat

f. Analisis untuk menghilangkan autokorelasi pada model untuk memperoleh model terbaik
g. Melakukan analisis untuk mengetahui apa saja yang menyebabkan terjadinya autokorelasi pada model
h. Melakukan analisis untuk menghilangkan penyebab adanya autokorelasi dari model
i. Aplikasi pada data
j. Aplikasi pada data model ARIMA(1,1,1) yang tidak mengalami autokorelasi
k. Aplikasi pada data model ARIMA(1,1,1) yang tidak mengalami autokorelasi
l. Merumuskan kesimpulan dari beberapa rumusan masalah yang telah dikemukakan.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini penulis menjelaskan beberapa teori-teori yang berhubungan dengan penelitian, diantaranya adalah definisi autokorelasi, penyebab dan pengaruh terjadinya autokoelasi pada model, definisi data *time series*, beberapa model data *time series* khususnya model ARIMA *(Autoregressive Integrated Moving Average)*

BAB III : PEMBAHASAN

Pada bab ini penulis menjelaskan cara mendeteksi autokorelasi dan cara menanggulangi adanya autokorelasi pada model *time series* ARIMA *(Autoregressive Integrated Moving Average).*

BAB IV : PENUTUP

Pada bab ini penulis memberikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Autokorelasi

2.1.1 Definisi Autokorelasi

Autokorelasi *(autokorrelation)* adalah hubungan antara residual satu observasi dengan residual observasi lainnya. Autokorelasi biasanya muncul pada data yang bersifat runtut waktu *(time series)*, karena berdasarkan sifatnya data masa sekarang dipengaruhi oleh data pada masa-masa sebelumnya. (Firdaus, M. 2004: 98)

Misalkan suatu fungsi regresi sampel $Y_1 = b_1 + b_2X_2 + u$ dan ditunjukkan menurut pengamatan sebagai berikut:

Pengamatan 1 : $Y_{11} = b_1 + b_2X_{21} + u_1$

Pengamatan 2 : $Y_{12} = b_1 + b_2X_{22} + u_2$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Pengamatan i : $Y_{1i} = b_1 + b_2X_{2i} + u_i$

Pengamatan j : $Y_{1j} = b_1 + b_2X_{2j} + u_j$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Pengamatan n : $Y_{1n} = b_1 + b_2X_{2n} + u_n$

maka autokorelasi terjadi jika ada korelasi nyata antara u_i dengan u_j, sehingga mengakibatkan $E(u_i, u_j) = 0$ untuk $i \neq j$ tidak berlaku lagi. Terjadinya autokorelasi dilambangkan dengan $E(u_i, u_j) \neq 0$ untuk $i \neq j$.

Autokorelasi dapat terjadi dalam berbagai bentuk. Bentuk yang paling sering digunakan adalah bentuk hubungan linear sebagai berikut:

$$u_t = \rho\, u_{t-1} + \varepsilon_t\, , (t = 1, 2, 3, \dots) \qquad (2.1)$$

$$|\rho| < 1\, ; E(\varepsilon_t) = NID\ (0, \sigma^2).$$

Bentuk di atas dikenal sebagai bentuk autokorelasi linear orde pertama, yang berarti bahwa hanya nilai variabel terdekat yang berurutan memegang peranan penting (jadi untuk u_t yang memegang peranan hanya u_{t-1} saja, sedangkan u_{t-2}, u_{t-3} dan seterusnya dianggap tidak berpengaruh). Sedangkan ρ adalah koefisien autokorelasi, atau dengan kata lain adalah sebuah parameter yang tidak diketahui.

2.1.2 Koefisien Autokorelasi

Salah satu kunci dalam menganalisis data *time series* adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi *time series* tersebut dengan *time series* itu sendiri dengan selisih waktu (lag) 0,1,2 periode atau lebih).

Misalkan model sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1\, Y_{t-1} + \beta_2\, Y_{t-2} + \varepsilon_t. \qquad (2.2)$$

Persamaan (2.2) di atas adalah merupakan model AR (2) atau ARIMA (2,0,0) yang menggambarkan Y_t sebagai kombinasi linear dari dua nilai sebelumnya. Variabel-variabel Y_{t-1} dan Y_{t-2} secara mudah dapat dibuat dengan memindahkan nilai-nilai pada tabel-tabel tersebut masing-masing satu dan dua periode. Hasilnya berupa hilangnya satu nilai kolom Y_{t-1} dan dua nilai untuk Y_{t-2}.

Autokorelasi antara Y_t dengan Y_{t-1} dan antara Y_t dengan Y_{t-2} dapat dihitung tanpa adanya kesulitan. Autokorelasi pertama akan menyatakan bagaimana nilai-nilai Y yang berurutan berkaitan satu dengan lainnya, dan autokorelasi kedua menyatakan bagaimana hubungan antara masing-masing *Y* yang terpisah dua variabel.

Autokorelasi untuk *time-lag 1,2,3,4,…,k* dapat dicari dan dinotasikan r_k sebagai berikut:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n} (Y_t - \bar{Y})^2} \tag{2.3}$$

Penjumlahan nilai pembilang pada persamaan ini agak berbeda dengan penjumlahan pada persamaan sebelumnya, tapi hal ini tidak berpengaruh pada hasil karena siasumsikan stasioner.

Koefisien autokorelasi merupakan alat yang sangat berharga untuk menganalisis data *time series*. Terdapat dua cara untuk mendekati masalah ini, cara pertama adalah dengan mempelajari nilai-nilai r_k sekali setiap waktu dan mengembangkan rumus galat standar untuk memeriksa apakah r_k tertentu secara nyata berbeda dari nol. Yang kedua adalah dengan mempertimbangkan seluruh nilai-nilai r_k, misalkan diperoleh 15 nilai r_k yang pertama (r_1 $sampai$ r_{15}) pada suatu waktu, kemudian membuat suatu pengujian untuk melihat apakah kelompok r_k tersebut secara nyata berbeda dari nol. Untuk masalah ini, rumus sederhana yang bisa digunakan adalah:

$$se_{rk} = \frac{1}{\sqrt{n}}, \tag{2.4}$$

sedangkan uji *Box-Pierce* untuk sekumpulan nilai-nilai r_k didasarkan pada nilai statistik Q

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} r_k^2 \tag{2.5}$$

dimana m adalah lag (selisih waktu) maksimum yang akan dilakukan.

Secara teoritis seluruh koefisien autokorelasi untuk deret bilangan acak harus nol, tetapi hal ini dapat dicapai dengan asumsi bahwa ukuran sampel tidak terbatas. Misalkan diambil sampel 36 bilangan acak, maka ada kemungkinan koefisien autokorelasinya akan berbeda. Apabila sampel yang terdiri dari 36 bilangan acak jumlahnya tak terbatas dan koefisien korelasi untuk *time-lag* 1, 2, 3, …, 10 dirata-ratakan maka hasilnya akan mempunyai nilai mendekati nol. Apabila ρ_k digunakan sebagai simbol untuk autokorelasi populasi, maka autokorelasi untuk sampel yang berbeda akan mempunyai distribusi di sekitar ρ_k. Distribusi tersebut dapat ditetapkan dengan menggunakan teori statistik.

Seperti yang telah dijelaskan oleh Anderson (1942), Bartlett (1946), Quenouille (1949), dan yang lainnya, koefisien autokorelasi dari data acak mempunyai sebaran penarikan contoh yang mendekati kurva normal dengan nilai tengah nol dan galat standar $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Informasi ini dapat digunakan untuk mengembangkan uji hipotesis yang sama dengan uji- F dan uji-t yang dapat digunakan untuk menetapkan apakah nilai r_k berasal dari populasi yang mempunyai nilai autokorelasi nol pada *time-lag* k.

2.1.3 Penyebab dan Pengaruh Terjadinya Autokorelasi

Selain karena sifat datanya yang menyebabkan kemungkinan terjadinya autokorelasi, hal lain yang sering menjadi penyebab autokorelasi adalah sebagai berikut:

a. Data yang mengandung pergerakan naik turun secara musiman, misalnya kondisi perekonomian suatu negara yang kadang naik dan kadang menurun,

b. Kekeliruan memanipulasi data, misalnya data tahunan dijadikan data kuartalan dengan membaginya menjadi empat,

c. Data *time series*, yang meskipun dianalisis dengan model $Y_t = a + bX_t + u_t$, karena datanya bersifat runtut maka berlaku $Y_{t-1} = a + bY_{t-1} + u_{t-1}$ sehingga terjadi hubungan antara data sekarang dengan data sebelumnya,

d. Kesalahan menduga model yang digunakan,

e. Tidak diikutsertakan seluruh variabel bebas yang relevan dalam model regresi yang diduga. Dalam penelitian ekonometrik, pada umumnya hanya digunakan model persamaan regresi yang terdiri dari beberapa variabel bebas yang dipandang benar-benar relevan sesuai dengan tujuan penelitian, atau karena kendala waktu, tenaga, dan dana yang tersedia. Apabila kendala itu terjadi, maka sesuai sifat variabel gangguan yang mencakup variabel bebas yang tidak diikutsertakan dalam model persamaan regresi, nilai-nilai variabel gangguan yang berurutan akan saling berkorelasi. Kasus seperti ini disebut autokorelasi kuasi karena autokorelasi timbul karena tidak diikutsertakannya variabel yang berautokorelasi tersebut dan bukan disebabkan oleh pola perilaku variabel gangguan itu sendiri.

Sebagai akibat dari adanya autokorelasi pada model data yang dianalisis, maka akan terjadi hal-hal sebagai berikut:

a. Estimator kuadrat terkecil bukanlah estimator tak bias linear terbaik (BLUE),
b. Penduga varian bersifat bias. Kadang rumusan umum untuk menghitung varians dan kesalahan standar estimator OLS secara signifikan mengestimasi varians yang sebenarnya dan kesalahan standar terlalu rendah, sehingga menginflasi nilai t. Hal ini bisa menyebabkan secara statistik, koefisien tertentu berbeda dari nol, padahal sebenarnya belum tentu seperti itu. Sehingga uji-t dan uji-F yang biasa umumnya tidak handal,
c. Rumusan umum untuk menghitung varians kesalahan, yakni $\hat{\sigma}^2 = \frac{JK\ error}{d.f}$ (Jumlah residu kuadrat /derajat kebebasan), merupakan estimator bias dari σ^2 yang seharusnya bersifat unbias, sehingga dalam sejumlah kasus cenderung menghasilkan F terlalu rendah.

2.2 *Time Series*

2.2.1 Pengertian *Time Series*

Time series adalah data yang disusun berdasarkan urutan waktu atau data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu. Waktu yang digunakan bisa berupa minggu, bulan, tahun, dan sebagainya. Dengan demikian data *time series* berhubungan dengan data statistik yang dicatat dan diselidiki dalam batas-batas (interval) waktu tertentu, seperti penjualan, harga, persediaan produksi, dan tenaga kerja.(Arsyad, L. 2001)

Dengan adanya *time series*, maka maka pola gerakan data atau nilai-nilai variabel dapat diikuti atau diketahui. Sehingga data *time series* dapat dijadikan sebagai dasar untuk

a. Pembuatan keputusan pada saat ini,

b. Peramalan keadaan perdagangan atau ekonomi pada masa akan datang,

c. Perencanaan kegiatan untuk masa depan.

Analisis data *time series* adalah analisis yang menerangkan dan mengukur berbagai perubahan yang terjadi pada data statistik dalam sederetan waktu-waktu tertentu yang dapat berbentuk tren sekuler, variasi siklik, variasi musim, dan variasi residu, yang kesemuanya itu disebut dengan komponen data *time series*.

2.2.2 Model-Model Data *Time Series*

Beberapa model yang cukup populer untuk melakukan analisis terhadap data *time series* adalah sebagai berikut: (Makridakis , dkk, 1999 : 391)

2.2.2.1 Model *Autoregresif* (AR)

Model *autoregresif* mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \cdots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.6)$$

dimana:

Y_t = series yang stasioner

Y_{t-1} , Y_{t-2} = nilai lampau series yang bersangkutan

β_0 , β_1, β_2 = konstanta dan koefisien model

ε_t = kesalahan peramalan (galat).

Banyaknya nilai lampau yang digunakan pada model *(p)* menunjukkan tingkat dari model ini. Jika hanya digunakan sebuah nilai lampau dinamakan model *autoregressive* tingkat satu dan dilambangkan dengan AR(1). Sehingga model AR(1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{2.7}$$

agar model ini stasioner, maka jumlah koefisien model autoregresif $\sum_{i=1}^{p} \beta_i$ harus kurang dari 1. Hal ini merupakan syarat perlu bukan syarat cukup, sebab masih diperlukan syarat lain untuk menjamin agar stasioner. (Mulyono, S. 2000: 155)

2.2.2.2 Model *Moving Average* (MA)

Model *Moving average* disebut juga dengan model rata-rata bergerak yang mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = a_0 + e_t - a_1 e_{t-1} - a_2 e_{t-2} - \cdots - a_q e_{t-q}, \tag{2.8}$$

dimana:

Y_t = Nilai series yang stasioner

e_t = Kesalahan peramalan (galat)

e_{t-1}, e_{t-2} = Kesalahan peramalan masa lalu

a_0, a_1, a_2 = Konstanta dan koefisien model, mengukuti konvensi koefisien pada model ini diberi tanda negatif.

Dari persamaan (2.4) di atas, terlihat bahwa Y_t merupakan rata-rata tertimbang kesalahan sebanyak *q* periode kebelakang. Banyaknya kesalahan yang digunakan *(q)* pada persamaan ini menandai tingkat dari model *moving average*. Jika pada model ini digunakan dua kesalahan masa lalu, maka dinamakan model *moving average* tingkat dua dan dilambangkan sebagai MA(2). Sedangkan jika hanya satu kesalahan masa lalu, maka disebut dengan model MA(1) dengan bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = a_0 + e_t - a_1 e_{t-1}, \qquad (2.9)$$

agar model ini stasioner, suatu syarat perlu bukan cukup yang dinamakan *Invertibility Condition* adalah bahwa jumlah koefisien model $\sum_{i=1}^{n} a_i$ selalu makin mengecil. Jika kondisi ini tidak terpenuhi, maka kesalahan yang makin kebelakang makin berperan.

2.2.2.3 Model *Autoregresive-Moving Average* (ARMA)

Proses random stasioner kadang tidak dapat dengan baik dijelaskan oleh model *moving average* saja atau *autoregressive* saja, karena proses tersebut mengandung keduanya. Oleh karena itu gabungan dari kedua model tersebut dinamakan model *autoregressive-moving average* dapat lebih efektif dipakai. Pada model ini, series stasioner adalah fungsi dari nilai lampaunya serta nilai sekarang dan lampau kesalahannya.

Bentuk umum dari model ini adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1\, Y_{t-1} + \cdots + \beta_p\, Y_{t-p} + e_t - a_1 e_{t-1} + \cdots - a_q e_{t-q}, \quad (2.10)$$

dimana:

Y_t = Nilai series yang stasioner

Y_{t-1} , Y_{t-p} = Nilai lampau series yang bersangkutan

e_{t-1}, e_{t-q} = Kesalahan masa lampau

e_t = Kesalahan peramalan

$\beta_0\ dan\ \beta_1, \beta_p, a_1, a_q$ = Konstanta dan koefisien model.

Syarat perlu agar model ini stasioner adalah:

$$\beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_p < 1,$$

seperti sebelumnya, p menunjukkan tingkat model *autoregressive* dan q menunjukkan tingkat model *moving average*. Sehingga jika model menggunakan satu nilai lampau series dan satu kesalahan masa lalu, model tersebut dilambangkan sebagai ARMA (1,1) dengan bentuk persamaan sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1\, Y_{t-1} + e_t - a_1 e_{t-1}. \quad (2.11)$$

(Mulyono, S. 2000: 156)

2.2.2.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model AR, MA, dan ARMA yang telah dibahas sebelumnya menggunakan asumsi bahwa data *time series* yang dianalisis sudah bersifat stasioner. Mean dan varians data *time series* bersifat konstan dan kovariansnya tidak terpengaruh oleh waktu.

Pada kenyataannya, data *time series* lebih banyak bersifat tidak stasioner sehingga harus melalui proses *differencing* sebanyak *d* kali agar menjadi stasioner. Jika kita menggunakan data *time series* yang sudah didiferen sebanyak *d* kali agar stasioner dan diterapkan pada model ARMA *(p,q)*, maka persamaan ini akan menjadi model ARIMA *(p,d,q)*.

Notasi yang cukup bermanfaat untuk menggambakan proses *differencing* adalah operator shif mundur *(backward shif)* *B*, yang penggunaannya adalah sebagai berikut:

$$B\,Y_t = Y_{t-1}. \tag{2.12}$$

Dengan kata lain, notasi *B* yang dipasang pada Y_t yang mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Dua penerapan *B* untuk shif Y_t akan menggeser data tersebut dua periode kebelakang sebagai berikut:

$$B(B\,Y_t) = B^2 Y_t = Y_{t-2}. \tag{2.13}$$

Operator shif mundur tersebut sangat tepat untuk menggambarkan proses pembedaan *(differencing)*. Sebagai contoh, apabila suatu data *time series* tidak stasioner, maka deret tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan pembedaan pertama dari deret data yang digambarkan dengan simbol sebagai berikut:

Pembedaan Pertama

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1}. \tag{2.14}$$

Dengan menggunakan operator Shif mundur, persamaan di atas dapat ditulis kembali menjadi

$$Y'_t = Y_t - B\,Y_t$$

$$= (1 - B)Y_t. \quad (2.15)$$

Pembedaan pertama dinyatakan dengan $(1 - B)$, sehingga pembedaan orde kedua (yaitu pembedaan pertama dari pembedaan pertama sebelumnya) juga bisa diperoleh dengan langkah sebagai berikut:

Pembedaan Orde Kedua

$$Y''_t = Y'_t - Y'_{t-1}$$

$$= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

$$= (1 - 2B + B^2)Y_t$$

$$= (1 - B)^2\,Y_t. \quad (2.16)$$

Perlu diperhatikan bahwa pembedaan orde kedua diberi notasi $(1 - B)^2$. Hal ini penting untuk memperlihatkan bahwa pembedaan orde kedua tidak sama dengan pembedaan kedua yang diberi notasi $1 - B^2$.

Tujuan dari menghitung pembedaan adalah untuk mencapai stasioneritas, dan secara umum apabila terdapat pembedaan orde ke-*d* untuk mencapai stasioneritas dapat ditulis:

$$(1 - B)^d\,Y_t. \quad (2.17)$$

Karena model ARIMA merupakan campuran dari model AR(1) dan MA(1) yang melalui proses differencing satu kali, maka model ARIMA (1,1,1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$(1-B)(1-\beta_1 B)Y_t = \mu + (1-a_1 B)e_t. \tag{2.18}$$

Pembedaan Pertama AR(1) MA(1)

2.3 Tafsir Surat Al-Ma'idah Ayat 2

وَتَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْبِرِّ وَٱلتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْإِثْمِ وَٱلْعُدْوَٰنِ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ۖ إِنَّ ٱللَّهَ

شَدِيدُ ٱلْعِقَابِ ﴿٢﴾

" Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan taqwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Dan bertaqwalah kamu kepada Allah, sesungguhnya Allah sangat berat siksa-Nya".(Q.S Al- Ma'idah : 2)

Surat Al- Ma'idah di atas menjelaskan, bahwa orang Islam dianjurkan untuk saling tolong-menolong dalam berbuat kebaikan dan taqwa, dan tidak diperbolehkan (diharamkan) tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran.

Sedangkan kandungan dari surat Al- Ma'idah ayat 2 dijelaskan dalam beberapa tafsir Al- Qur'an sebagai berikut:

وَتَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْبِرِّ وَٱلتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْإِثْمِ اوَٱلْعُدْوَٰنِ

Al-Birr : melakukan kebaikan seluas-luasnya

At-Taqwa : menghindari bahaya yang mengancam seseorang mengenai agama maupun dunianya

Al-itsm : tiap-tiap dosa dan kemaksiatan

Al-Udwan : melampaui batas-batas syari’at dan adat *(‘uruf)* dalam soal *mu’amalat*, dan tidak berlaku adil padanya. (Ahmad Musthafa Al- Maraghi Hal:80)

Dalam suatu hadits juga dijelaskan *“Kebaikan adalah akhlak yang baik, dan dosa ialah apa saja yang terdetik dalam hati, sedang kamu tidak ingini orang lain mengetahuinya”* (H.R. Muslim dan Ashhabu ‘s-Sunan).

Menurut Abu Ja’far, makna “وتعاونوعلي آلبر وآلتقوى“ adalah wahai orang-orang mu’min, hendaknya saling menolong di antara kalian, yakni dalam hal melaksanakan perintah-Nya.

“وآلتقوي” maksudnya adalah menjalankan perintah-Nya dan menjauhi durhaka kepada-Nya.

“ولآتعاونوعلي آلإثم وآلعدوان” dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran, maksudnya adalah hendaklah satu sama lain di antara kalian tidak tolong-menolong dalam berbuat dosa, yakni dalam hal meninggalkan perintah Allah SWT.

“وآلعدوان” dan pelanggaran, maksudnya adalah hendaknya tidak melampaui batas-batas yang telah Alah SWT tentukan untuk kalian (

23

agama kalian dan kewajiban bagi kalian terhadap diri kalian sendiri dan lain.(Tafsir Ath-Thabari Hal 289)

Di dalam tafsir Ibnu Qayyim dijelaskan bahwa “آلإثم” (dosa) adalah jenis sesuatu yang diharamkan seperti dusta, zina, meminum khamr, dan lain-lain.

Sedangkan"آلعدوان " (pelanggaran) adalah sesuatu yang diharamkan menurut kadar dan tambahannya. Pelanggaran ialah melampaui apa yang diperbolehkan hingga beralih ke kadar yang diharamkan, seperti berlebih-lebihan dalam mengambil hak orang untuk memenuhi hak dirinya sendiri. Tindakan berlebih-lebihan ini bisa terjadi terhadap harta, badan, atau kehormatan.(Tafsir Ibnu Qayyim: Tafsir Ayat-ayat Pilihan)

"وآتقواآلله إنآلله شد يد آلعقاب" dan bertaqwalah kamu kepada Allah, maksudnya adalah wahai orang-orang beriman, ingatlah kalian semua akan pertemuan pada Hari Akhir, padahal kalian telah melewati batas yang telah ditetapkan-Nya untuk kalian dengan menentang perintah-Nya serta larangan-Nya yang telah ditetapkan kepada kalian sehingga kalian akan mendapat siksa-Nya dan berhak atas adzab-Nya yang berat. (Tafsir Ath-Thabari Hal 293)

Sedangkan menurut Ibnu Jarir bahwa *Al-Itsmu* (dosa) berarti meninggalkan apa yang oleh Allah perintahkan untuk mengerjakannya, sedangkan *al-'udwan* (permusuhan) berarti melanggar apa yang telah ditetapkan Allah dalam urusan agama dan melanggar apa yang telah diwajibkan-Nya kepada kalian dan kepada orang lain. (Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3 Hal: 9)

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Proses ARIMA (1,1,1)

Model umum ARIMA *(p,d,q)* adalah suatu model yang melibatkan sejumlah model AR*(p)* dan model MA*(q)* yang melalui proses *differencing* agar menjadi stasioner. Dalam penelitian ini, model ARIMA yang dimaksud adalah model ARIMA (1,1,1), yaitu campuran dari model AR(1) dan model MA(1) yang melalui proses *differencing* sebanyak satu kali untuk menjadi stasioner.

Secara umum, proses ARIMA(1,1,1) dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. **Model AR(1)**

   Seperti yang dijelaskan pada kajian teori, model AR(1) pada persamaan (2.7) dinyatakan dengan:

   $$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

   $$Y_t - \beta_1 Y_{t-1} = \beta_0 + \varepsilon_t. \qquad (3.1)$$

   Dari persamaan (3.1) di atas, dengan menggunakan operator shift mundur *(backward shift)*, maka langkah selanjutnya adalah merubah Y_{t-1} menjadi BY_t seperti pada persamaan di bawah ini

   $$Y_t - \beta_1 BY_t = \beta_0 + \varepsilon_t$$

   $$(1 - \beta_1 B)Y_t = \beta_0 + \varepsilon_t. \qquad (3.2)$$

Tujuan merubah bentuk persamaan (2.7) menjadi bentuk pada persamaan (3.2) adalah untuk penyederhanaan dan lebih mempermudah jika akan dibawa ke model ARIMA(1,1,1)

2. Model MA(1)

Seperti halnya pada model AR(1) di atas, model MA(1) yang ada pada persamaan (2.9) dinyatakan dengan

$$Y_t = a_0 + e_t - a_1 e_{t-1},$$

dari persamaan (2.9) di atas, dengan menggunakan operator shif mundur *(backward shift)*, maka langkah selanjutnya adalah merubah e_{t-1} menjadi Be_t seperti pada persamaan di bawah ini:

$$Y_t = a_0 + e_t - a_1 B e_t$$

$$Y_t = a_0 + (1 - a_1 B)e_t. \tag{3.3}$$

Tujuan merubah bentuk persamaan (2.9) menjadi bentuk pada persamaan (3.3) seperti halnya pada model AR(1) adalah untuk penyederhanaan dan lebih mempermudah jika akan dibawa ke model ARIMA(1,1,1).

3. Proses *Differencing*

Proses *differencing* (pembedaan) adalah suatu proses yang dilakukan pada suatu deret berkala (ARIMA) yang tidak stasioner agar menjadi data stasioner. Proses *differencing* dijabarkan sebagai berikut:

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1}$$

$$Y_t' = Y_t - BY_t$$
$$= (1 - B)Y_t.$$

Dari persamaan di atas, dapat diketahui bahwa pembedaan pertama dinyatakan dengan $(1 - B)$, sehingga model ARIMA(0,1,0) dapat dinyatakan dengan

$$(1 - B)Y_t = e_t$$
$$Y_t - BY_t = e_t$$
$$Y_t = BY_t + e_{t.} \quad (3.4)$$

Jika ketiga model di atas digabung pada suatu model data *time series*, maka akan diperoleh model ARIMA(1,1,1). Dengan menggabungkan ketiga model di atas, karena pada model AR(1) dan MA(1) terdapat dua konstanta yaitu β_0 dan a_0 maka dalam model ARIMA(1,1,1) yang baru, nilai konstanta tersebut bisa diganti dengan μ sehingga model ARIMA(1,1,1) yang diperoleh seperti pada persamaan (2.18) adalah sebagai berikut:

$$(1 - B)(1 - \beta_1 B)Y_t = \mu + e_t - a_1 B\, e_t.$$

Persamaan (2.18) akan dirubah dengan cara memindahkan semua variabel ke ruas kanan kecuali variabel Y_t dengan langkah sebagai berikut:

$$(1 - B)(1 - \beta_1 B)Y_t = \mu + e_t - a_1 B\, e_t$$
$$(1 - B)(1 - \beta_1 B)Y_t = \mu - a_1 B\, e_t + e_t$$
$$(1 - B)(Y_t - \beta_1 B\, Y_t) = \mu - a_1 B\, e_t + e_t$$
$$Y_t - \beta_1 B\, Y_t - B\, Y_t + \beta_1 B^2\, Y_t = \mu - a_1 B\, e_t + e_t$$
$$Y_t = \beta_1 B\, Y_t + B\, Y_t - \beta_1 B^2\, Y_t + \mu - a_1 B\, e_t + e_t$$

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + Y_{t-1} - \beta_1 Y_{t-2} + \mu - a_1 e_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (3.5)$$

Perubahan persamaan (2.18) menjadi persamaan (3.5) dimaksudkan untuk mempermudah memperoleh sebaran galat/variabel e_t. Untuk memperoleh sebaran galat (e_t) dapat mudah dilakukan dengan menghitung selisih nilai *Y* pada pengamatan sebenarnya dengan nilai *Y* peramalan yang diperoleh dari persamaan (3.5). Sebaran galat (e_t) inilah yang selanjutnya akan diuji untuk mendeteksi adanya autokorelasi pada galat.

3.2 Mendeteksi Autokorelasi pada Model ARIMA (1,1,1)

Setelah berhasil menaksir nilai-nilai parameter pada model ARIMA(1,1,1) yang ditetapkan sementara, selanjutnya perlu dilakukan pemeriksaan diagnostik unuk membuktikan bahwa model tersebut sudah sesuai. Cara yang mendasar untuk mengetahuinya bisa dilakukan dengan mempelajari sebaran galat untuk melihat apakah masih terdapat beberapa pola yang yang belum diperhitungkan.

Nilai galat yang diperoleh dari model ARIMA (1,1,1) diharapkan berupa data acak. Untuk mengetahui bahwa nilai galat pada model berupa data acak atau tidak adalah dengan mempelajari autokorelasi pada galat tersebut. Jika tidak terdapat autokorelasi yang nyata, maka dapat dipastikan bahwa galat pada model berupa sebaran acak. Sebaliknya jika terdapat autokorelasi yang nyata, maka nilai galat bukan merupakan sebaran acak tetapi membentuk sebuah pola.

Dari sebaran galat (e_t) yang diperoleh dari model ARIMA (1,1,1) pada persamaan (3.5) selanjunya akan diteliti apakah sebaran galat (ε_t) pada model ARIMA(1,1,1) di atas terdapat autokorelasi atau tidak, sehingga dilakukan deteksi autokorelasi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Melihat Grafik Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

Setelah memperoleh model ARIMA (1,1,1) maka secara otomatis akan diperoleh sebaran galat dari model. Untuk mengetahui indikasi ada atau tidaknya autokorelasi pada sebaran galat, dapat dilakukan dengan cara melihat grafik yang terbentuk dari data galat tersebut. Selain untuk melihat indikasi adanya autokorelasi, langkah ini juga membantu untuk mengetahui model sebaran galat yang sesuai untuk memperoleh nilai koefisien autokorelasi pada model ARIMA (1,1,1).

Dari model ARIMA (1,1,1) pada persamaan (3.5) selanjutnya dicari sebaran galat (e_t) dari seluruh pengamatan yang ada. Jika terdapat pengamatan 1, 2, …, i, j,…, n maka:

Pengamatan 1 : $Y_{11} = \beta_1 Y_{11-1} + Y_{11-1} - \beta_1 Y_{11-2} + \mu - a_1 e_{21-1} + e_1$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Pengamatan i : $Y_{1i} = \beta_1 Y_{1i-1} + Y_{1i-1} - \beta_1 Y_{1i-2} + \mu - a_1 e_{2i-1} + e_i$

Pengamatan j : $Y_{1j} = \beta_1 Y_{1j-1} + Y_{1j-1} - \beta_1 Y_{1j-2} + \mu - a_1 e_{2j-1} + e_j$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Pengamatan n : $Y_{1n} = \beta_1 Y_{1n-1} + Y_{1n-1} - \beta_1 Y_{1n-2} + \mu - a_1 e_{2n-1} + e_n$

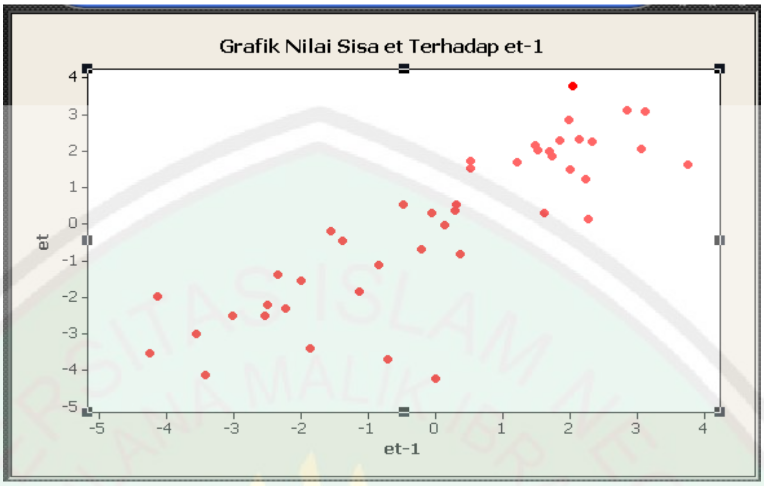
Berdasarkan banyaknya pengamatan yang ada pada data, maka secara otomatis akan diperoleh sebaran galat. Sebaran galat yang telah diperoleh, selanjutnya dilakukan analisis grafik dengan cara memplot data sehingga diperoleh grafik sebaran galat.

Untuk mengetahui grafik sebaran galat, dapat dilakukan dengan memplot nilai galat (e_t) terhadap waktu (t), sesuai dengan banyaknya pengamatan pada data. Bila grafik yang diperoleh membentuk suatu pola tertentu atau dengan kata lain tidak acak, maka dapat disimpulkan bahwa kemungkinan besar terdapat autokorelasi pada variabel galat.

Selain dengan memplot nilai galat (e_t) terhadap waktu (t), juga bisa dilakukan dengan memplot nilai galat (e_t) terhadap nilai galat sebelumnya (e_{t-1}). Seperti sebelumnya bila dari grafik yang diperoleh membentuk suatu pola tertentu maka bisa disimpulkan bahwa ada korelasi antara nilai galat (e_t) dengan nilai galat sebelumnya (e_{t-1}) sehingga dapat disimpulkan bahwa galat pada model ARIMA(1,1,1) mengalami autokorelasi.

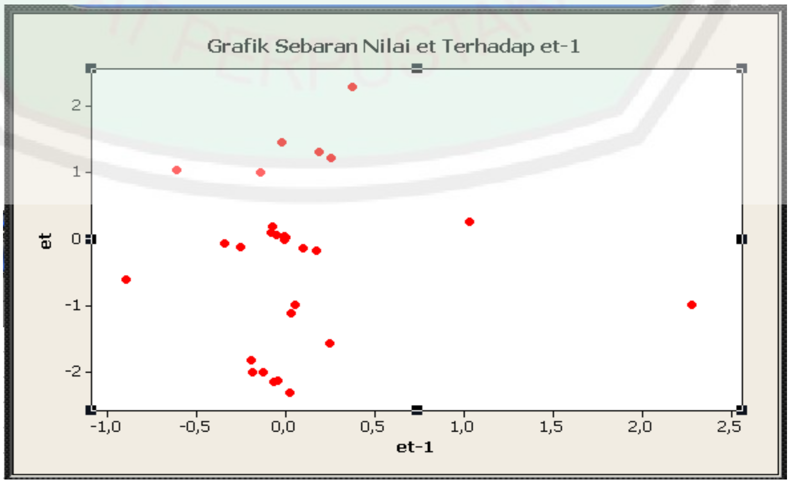
Untuk mempermudah melakukan pengujian galat secara visual pada model ARIMA(1,1,1) yang telah ditetapkan, akan diberikan dua kemungkinan bentuk grafik yang dibentuk dari sebaran galat (e_t) terhadap galat dengan keterlambatan satu periode (e_{t-1}).

Beberapa kemungkinan grafik yang dibentuk adalah sebagai berikut:



Gambar 3.1: Grafik sebaran galat yang mengalami autokorelasi

Gambar 3.1 di atas menunjukkan bahwa sebaran galat (e_t) terhadap galat dengan keterlambatan satu periode (e_{t-1}) tidak terdistribusi secara acak, atau dengan kata lain membentuk pola *autoregressive*. Sehingga sebelum diuji lebih jauh, dari gambar di atas sudah bisa diketahui bahwa model ARIMA(1,1,1) yang diperoleh memiliki sebaran galat yang mengalami autokorelasi.



Gambar 3.2: Grafik sebaran galat yang tidak mengalami autokorelasi

Sedangkan gambar 3.2 di atas terlihat bahwa sebaran galat (e_t) terhadap galat dengan keterlambatan satu periode (e_{t-1}) terdistribusi secara acak, atau dengan kata lain tidak membentuk sebuah pola apapun. Hal ini menunjukkan bahwa kemungkinan besar model ARIMA(1,1,1) yang diperoleh memiliki sebaran galat yang bebas dari autokorelasi.

2. **Menentukan Model Untuk Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)**

Setelah memperoleh grafik dari sebaran galat model ARIMA(1,1,1), langkah selanjutnya adalah menentukan model dari sebaran galat tersebut. Karena grafik sebaran galat diperoleh dengan memplot nilai galat (e_t) terhadap waktu (t) atau terhadap nilai galat sebelumnya (e_{t-1}), kemungkinan model yang digunakan adalah model *Autoregressive* (AR) dengan bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \cdots + \beta_p Y_{t-p} + e_t.$$

Karena yang dimodelkan adalah variabel nilai galat (e_t), maka model di atas berubah menjadi:

$$e_t = \beta_0 + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \cdots + \beta_p e_{t-p} + v_t \qquad (3.6)$$

dimana faktor kesalahan v_t pada model sebaran galat (e_t) disyaratkan memenuhi asumsi OLS yaitu:

$$E(v_t) = 0$$

$$var(v_t) = \sigma^2 \qquad (3.8)$$

$$cov(v_t, v_{t+s}) = 0\,, s \neq 0.$$

Untuk mengetahui bahwa sebaran galat (e_t) di atas mengalami autokorelasi atau tidak, sebenarnya dapat dengan mudah diketahui dengan mengitung nilai statistik *d Durbin-Watson*, tetapi karena model ARIMA (1,1,1) yang digunakan tidak memenuhi salah satu asumsi yang mendasari penggunaan statistik *d Durbin-Watson*, yaitu model yang digunakan tidak mengandung nilai masa lalu variabel tak bebas sebagai salah satu variabel penjelas. Sehingga dilakukan uji lain yaitu dengan *Uji Box-Pierce* yang akan dijelaskan pada pembahasan selanjutnya.

3. Menghitung Nilai Koefisien Autokorelasi dari Model Sebaran Galat

Setelah diperoleh model dari sebaran galat, selanjutnya yang dilakukan adalah menghitung nilai koefisien autokorelasi dari model sebaran galat tersebut.

Sebagai contoh model ARIMA (1,1,1) yang diperoleh dari 10 pengamatan, maka secara otomatis akan diperoleh sebaran galat (e_t) sebanyak 9. Dari sebaran 9 galat yang sudah mempunyai model *autoregressive* (AR) maka yang dilakukan selanjutnya adalah menghitung nilai koefisien autokorelasi pada model sebaran galat tersebut.

Nilai koefisien autokorelasi ini dicari untuk mengetahui koefisien korelasi (r_k) untuk masing-masing *time-lag* yang ada pada model AR*(p)*. Bila pada model terdapat 1 sampai k *time-lag*, maka akan diperoleh 1 sampai k nilai koefisien autokorelasi (r_1 sampai r_k)

Misalkan diperoleh sebaran galat sebanyak 9, dan membentuk model *autoregressive* dengan *time-lag* sebanyak 1, 2, 3, …, k, seperti yang tergambar pada tabel di bawah ini:

Tabel 3.1: Deret Berkala dari Galat Model ARIMA (1,1,1)

(1)	(2)	(3)	(4)		(k)
Waktu	Variabel	Variabel	Variabel		Variabel
(Periode t)	awal	dengan *time-lag* 1	dengan *time-lag* 2	…	dengan *time-lag* k
(t)	(e_t)	(e_{t-1})	(e_{t-2})		(e_{t-k})
1	a	-	-		
2	b	a	-		
3	c	b	a		
4	d	c	b		
5	e	d	c		
6	f	e	d		
7	g	f	e		
8	h	g	f		
9	i	h	g		
10	j	i	h		

Dari data pada tabel 3.1 di atas, maka akan diperoleh n (jumlah data) dan $\bar{e}$ (rata-rata). Maka untuk mengetahui nilai koefisien autokorelasi masing-masing *time-lag* yaitu (r_1 sampai r_k), dapat diperoleh dengan rumus berikut ini:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (e_t - \bar{e})(e_{t+k} - \bar{e})}{\sum_{t=1}^{n} (e_t - \bar{e})^2} \qquad (3.8)$$

nilai-nilai (r_1 sampai r_k) yang diperoleh dari persamaan (3.8) di atas, akan diuji apakah secara nyata berbeda dengan nol atau sebaliknya. Dan akan dijelaskan pada pembahasan selanjutnya pada *Uji Box-Pierce.*

4. Memeriksa Keacakan Sebaran Nilai Koefisien Autokorelasi (r_k)

Setelah memperoleh nilai koefisien autokorelasi pada masing-masing *time-lag* yaitu (r_1 sampai r_k), selanjutnya yang harus dilakukan adalah memeriksa apakah seluruh nilai r_k secara nyata berbeda dari nol.

Secara teoritis, seluruh koefisien autokorelasi untuk suatu deret bilangan acak adalah nol. Namun pada kenyaataannya seringkali hal ini tidak sesuai dengan kenyataan pada praktik di lapangan. Bila setelah dilakukan pengujian dan hasilnya seluruh koefisien autokorelasi secara nyata tidak berbeda dari nol, maka bisa dipastikan bahwa sebaran galat pada model ARIMA (1,1,1) terbebas dari autokorelasi. Sebaliknya, jika seluruh nilai koefisien autokorelasi secara nyata berbeda dari nol, maka sebaran galat pada model mengalami autokorelasi.

Terdapat dua cara untuk menyelesaikan masalah ini, yang pertama dengan mempelajari nilai-nilai r_k setiap waktu dan mengembangkan rumus galat standar untuk memeriksa apakah r_k tertentu secara nyata berbeda dari nol. Rumus sederhana yang bisa digunakan adalah:

$$se_{rk} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Dari nilai galat standar di atas, maka diperoleh selang sebagai berikut:

$$-Z^{\alpha}/_2 \cdot se_{rk} \leq r_k \leq +Z^{\alpha}/_2 \cdot se_{rk} \tag{3.9}$$

sebaran nilai autokorelasi (r_1 sampai r_k) harus berada dalam selang di atas. Jika terdapat salah satu nilai koefisien autokorelasi yang berada di luar selang di atas, maka dapat dipastikan bahwa nilai koefisien autokorelasi tersebut yang menyebabkan terjadinya autokorelasi pada galat model ARIMA(1,1,1).

Cara yang kedua yaitu dengan menggunakan uji yang mampu menetapkan apakah sekumpulan nilai autokorelasi secara keseluruhan menunjukkan perbedaan dari himpunan kosong *(null set)*, atau dengan kata lain sebaran galat pada model ARIMA (1,1,1) tidak mengalami autokorelasi. Hal itu dapat dilakukan dengan statistik Q hitung sebagai berikut:

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} r_k^2,$$

dengan Q menyebar mengikuti sebaran *chi-kuadrat* (χ^2) dengan derajat bebas $(db) = m - p - q$

dimana:

m = lag maksimum

n = N - d

N = jumlah pengamatan asli

r_k = autokorelasi untuk *lag – k.*

Setelah memperoleh nilai statistik Q, selanjutnya melakukan pengujian dan menentukan tingkat kesalahan (α) sebesar 5%, dengan kriteria pengujian sebagai berikut:

Jika $Q \leq \chi^2_{(\alpha,db)}$ = Himpunan nilai koefisien autokorelasi secara nyata tidak berbeda dari nol atau dengan kata lain tidak terdapat autokorelasi pada sebaran galat (galat), dan model yang diperoleh sudah sesuai.

Jika $Q > \chi^2_{(\alpha,db)}$ = Himpunan nilai koefisien autokorelasi secara nyata berbeda dari nol atau dengan kata lain terdapat autokorelasi pada sebaran galat (galat), dan model yang ditentukan kurang sesuai atau bukan model peramalan terbaik.

3.3 Menghilangkan Autokorelasi pada Model ARIMA(1,1,1)

Pada model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi, maka langkah selanjutnya adalah mentransformasi model ARIMA(1,1,1) agar terhindar dari autokorelasi. Langkah pertama yang dilakukan adalah menuliskan kembali model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.5) sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + Y_{t-1} - \beta_1 Y_{t-2} + \mu - a_1 e_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Berdasarkan pembahasan pada 3.2, variabel galat (ε_t) pada model ARIMA(1,1,1) persamaan 3.5 mengikuti model *autoregressive* derajat satu atau AR(1) seperti model di bawah ini:

$$\varepsilon_t = \rho\, \varepsilon_{t-1} + v_t, \tag{3.10}$$

dimana faktor kesalahan v_t memenuhi asumsi OLS seperti pada persamaan (3.7) salah satunya yaitu bebas dari autokorelasi. Langkah selanjutnya, model ARIMA(1,1,1) pada persamaan 3.5 ditulis dengan keterlambatan satu periode dengan bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + Y_{t-1} - \beta_1 Y_{t-2} + \mu - a_1 e_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$Y_{t-1} = \beta_1 Y_{t-2} + Y_{t-2} - \beta_1 Y_{t-3} + \mu - a_1 e_{t-2} + \varepsilon_{t-1}. \qquad (3.11)$$

Dengan mengalikan persamaan (3.11) dengan ρ pada kedua sisi, maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 Y_{t-2} + \rho Y_{t-2} - \rho\beta_1 Y_{t-3} + \rho\mu - \rho a_1 e_{t-2} + \rho\varepsilon_{t-1}. \qquad (3.12)$$

Selanjutnya dengan mengurangkan persamaan (3.5) dengan persamaan (3.12), maka diperoleh:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = [(\beta_1 Y_{t-1}) - (\rho\beta_1 Y_{t-2})] + [(Y_{t-1}) - (\rho Y_{t-2})]$$
$$-[(\beta_1 Y_{t-2}) - (\rho\beta_1 Y_{t-3})] + [\mu - \rho\mu]$$
$$-[(a_1 e_{t-1}) - (\rho a_1 e_{t-2})] + [\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1}]. \qquad (3.13)$$

Karena pada persamaan (3.5) diasumsikan galat (ε_t) mengikuti model AR(1)

$$\varepsilon_t = \rho\, \varepsilon_{t-1} + v_t$$

$$v_t = \varepsilon_t - \rho\, \varepsilon_{t-1}. \qquad (3.14)$$

Sehingga pada persamaan (3.13) nilai $[\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1}]$ bisa diganti dengan v_t yang diperoleh dari persamaan (3.14) dan diperoleh:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = [(\beta_1 Y_{t-1}) - (\rho\beta_1 Y_{t-2})] + [(Y_{t-1}) - (\rho Y_{t-2})]$$
$$-[(\beta_1 Y_{t-2}) - (\rho\beta_1 Y_{t-3})] + [(1-\rho)\mu]$$
$$-[(a_1 e_{t-1}) - (\rho a_1 e_{t-2})] + v_t. \qquad (3.15)$$

Karena faktor kesalahan v_t pada persamaan (3.10) memenuhi asumsi OLS, yang salah satunya adalah faktor kesalahan v_t tidak mengalami autokorelasi, maka model persamaan (3.15) yang telah mengalami proses transformasi, menghasilkan model ARIMA(1,1,1) yang sudah terbebas dari autokorelasi, dan persamaan (3.15) dapat ditulis lebih sederhana menjadi:

$$Y_t^{\,*} = (\,\beta_1\, Y_{t-1})^* + (Y_{t-1})^* - (\beta_1\, Y_{t-2})^* + \mu^* + v_t \qquad (3.16)$$

dengan:

$Y_t^{\,*} \qquad = (Y_t - \rho Y_{t-1})$

$(\,\beta_1\, Y_{t-1})^* = [(\,\beta_1\, Y_{t-1}) - (\rho\beta_1 Y_{t-2})]$

$(Y_{t-1})^* \qquad = [(Y_{t-1}) - (\rho Y_{t-2})]$

$(\beta_1\, Y_{t-2})^* = [(\beta_1\, Y_{t-2}) - (\rho\beta_1 Y_{t-3})]$

$\mu^* \qquad = (1-\rho)\mu.$

Pembahasan di atas memberikan solusi yang cukup bermanfaat yang bisa digunakan untuk menanggulangi masalah autokorelasi galat (galat) pada model ARIMA(1,1,1) dengan syarat koefisien autokorelasi (ρ) diketahui.

3.4 Contoh Aplikasi

Untuk mempermudah pemahaman mengenai pembahasan cara mendeteksi autokorelasi, sekaligus cara menanggulangi jika galat pada model ARIMA(1,1,1) mengalami autokorelasi. Pada bagian ini diberikan contoh data dengan model ARIMA(1,1,1) yang tidak mengalami autokorelasi sekaligus contoh data dengan model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi, sehingga bisa membedakan model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi dan yang tidak mengalami autokorelasi sekaligus mengatahui apa yang harus dilakukan jika model yang diperoleh ternyata mengalami autokorelasi.

3.4.1 Contoh Data Tanpa Autokorelasi

Data yang diberikan di bawah ini adalah data jumlah cacat rata-rata suatu produk yang diambil dari contoh data yang ada dalam suatu buku yang di ambil dari sumber Wei, William. W. S, 1990. *Time Series Analysis.*

Tabel 3.2: Data Jumlah Cacat Rata-rata Suatu Produk

waktu	Y_t	waktu	Y_t	waktu	Y_t
1	1,2	16	2,25	31	1,85
2	1,5	17	2,5	32	1,82
3	1,54	18	2,05	33	2,07
4	2,7	19	1,46	34	2,32
5	1,95	20	1,54	35	1,23
6	2,4	21	1,42	36	2,91
7	3,44	22	1,57	37	1,77
8	2,83	23	1,4	38	1,61
9	1,76	24	1,51	39	1,25
10	2	25	1,08	40	1,15
11	2,09	26	1,27	41	1,37
12	1,89	27	1,18	42	1,79
13	1,8	28	1,39	43	1,68
14	1,25	29	1,42	44	1,78
15	1,58	30	2,08	45	1,84

Sumber : Wei, William. W. S., Time Series Analysis. Addison-Wesley Publishing Company.

Data di atas jika dimodelkan dengan model ARIMA(1,1,1) akan memiliki bentuk model dengan parameter, dan parameter ini bisa dengan mudah diperoleh dengan sofwere komputer seperti minitab yaitu sebagai berikut:

Tabel 3.3: Estimasi Parameter Model ARIMA(1,1,1) pada Data Tabel 3.2

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,4370	0,1442	3,03	0,004
MA 1	1,0318	0,0801	12,88	0,000
Constant	-0,000546	0,004269	-0,13	0,899

Sumber: Output Minitab 14

Dari output di atas, diperoleh koefisien masing-masing model termasuk koefisien konstan yaitu:

AR(1) atau β_1 adalah 0,4370

MA(1) atau a_1 adalah 1,0318

Konstanta atau μ adalah -0,000546

dari masing-masing koefisien di atas, selanjutnya akan disubstitusi ke model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (2.18) yaitu:

$$(1-B)(1-\beta_1 B)Y_t = \mu + e_t - a_1 B\, e_t$$

$$(1-B)(1-0{,}4370\, B)Y_t = -0{,}000546 + e_t - 1{,}0318\, B\, e_t. \qquad (3.16)$$

Persamaan (3.16) inilah yang nantinya akan di uji autokorelasinya. Dan untuk mengujinya kita bisa mengikuti langkah-langkah yang sudah dibahas sebelumnya pada pembahasan (3.2) yaitu sebagai berikut:

1. Melihat Grafik Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

Untuk melihat sebaran galat dari model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.16), yang harus dilakukan terlebih dahulu adalah memperoleh data sebaran galat dari persamaan (3.16).

Untuk mempermudah memperoleh sebaran galat, maka harus digunakan model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.5) yaitu:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + Y_{t-1} - \beta_1 Y_{t-2} + \mu - a_1 e_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = 0{,}4370 Y_{t-1} + Y_{t-1} - 0{,}4370\, Y_{t-2} - 0{,}000546 - 1{,}0318\, e_{t-1} + e_t. \quad (3.17)$$

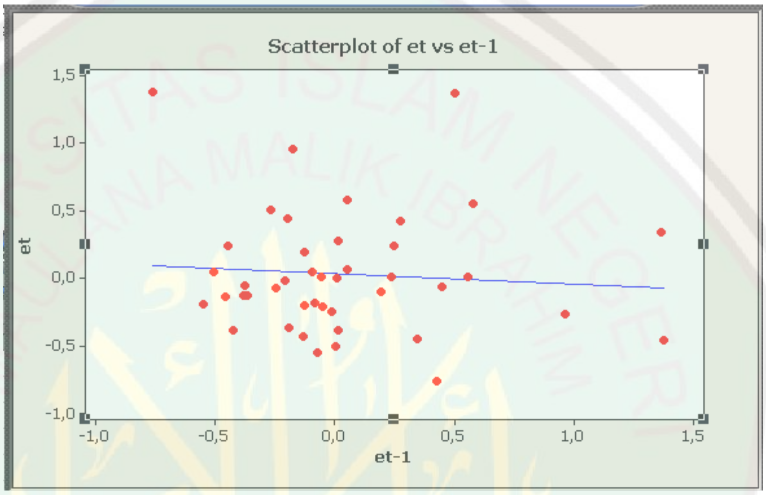
Sehingga dari persamaan (3.17) di atas, bisa diperoleh nilai Y peramalan dengan periode yang diinginkan, dan secara otomatis akan diperoleh galat dengan cara mengurangi nilai Y pada pengamatan sebenarnya dengan nilai Y peramalan pada waktu yang diinginkan. Dari persamaan (3.17), maka diperoleh sebaran galat sebagai berikut:

Tabel 3.4: Data Galat Model ARIMA(1,1,1) Persamaan (3.17)

waktu	e_t	waktu	e_t	waktu	e_t
1	*	16	0,57878	31	-0,05714
2	-0,08414	17	0,55495	32	0,0121
3	-0,17737	18	0,01391	33	0,27614
4	0,96004	19	-0,37844	34	0,42622
5	-0,26578	20	-0,05211	35	-0,75892
6	0,50406	21	-0,20818	36	1,37382
7	1,364	22	-0,01182	37	-0,45608
8	0,34348	23	-0,2472	38	-0,13186
9	-0,44846	24	-0,07023	39	-0,42559
10	0,24541	25	-0,54999	40	-0,38127
11	0,23889	26	-0,18904	41	-0,12916
12	0,00771	27	-0,36754	42	0,19113
13	0,0059	28	-0,12937	43	-0,09578
14	-0,50403	29	-0,19471	44	0,04979
15	0,05083	30	0,44652	45	0,06822

Sumber : Output Minitab 14

Dari tabel galat di atas, maka bisa dilihat grafik sebaran galat yang dibentuk dengan cara memplot galat (e_t) terhadap galat dengan keterlambatan satu periode (e_{t-1}), dan akan diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 3.3: Grafik Sebaran Galat pada Tabel 3.4

Gambar 3.3 di atas menunjukkan bahwa sebaran galat dari model ARIMA(1,1,1) pada tabel 3.4 tidak membentuk suatu pola yang cukup signifikan, meskipun agak terlihat mengikuti garis regresi, tetapi banyak sekali data yang menyebar dan jauh dari garis regresi.

Agar lebih yakin bahwa grafik sebaran galat di atas tidak membentuk suatu pola dan kemungkinan kecil terdapat autokorelasi atau dengan kata lain model yang ditentukan sudah sesuai, maka perlu dilakukan pengujian selanjutnya, dengan melihat koefisien autokorelasi galat.

2. Menentukan Model Untuk Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

Setelah mengetahui bahwa grafik sebaran galat tidak membentuk pola, yang harus dilakukan selanjutnya adalah melakukan pengujian yaitu dengan menguji koefisien autokorelasi dari sebaran galat model ARIMA(1,1,1) yang sudah diperoleh. Untuk memperoleh nilai koefisien autokorelasi dari galat, yang perlu dilakukan sebelumnya adalah memodelkan data galat dengan model AR *(autoregressive)* seperti yang sudah dijelaskan pada pembahasan (3.2).

Model yang sesuai untuk melakukan pengujian koefisien autokorelasi pada data galat di atas adalah model AR dengan orde 11, karena banyaknya lag dalam model ini adalah 11 yang diperoleh dari $^{n}/_{4}$ dengan n adalah banyaknya pengamatan, maka model dari sebaran galat pada tabel 3.3 adalah

$$e_t = \beta_0 + \beta_1\, e_{t-1} + \beta_2\, e_{t-2} + \cdots + \beta_{11}\, e_{t-11} + v_t \qquad (3.18)$$

Nilai $\beta_0,\ \beta_1,\ \beta_2, \cdots \beta_{11}$ inilah yang akan dicari dan nantinya akan diuji apakah secara nyata berbeda dari nol atau sebaliknya.

3. Mengitung Nilai Koefisien Autokorelasi dari Model Sebaran Galat

Dari model pada persamaan (3.18), maka data galat (e_t) pada tabel 3.4 dapat dibentuk mengikuti model AR(11) yang sudah diperoleh, seperti pada tabel 3.1.

Setelah membentuk galat mengikuti tabel 3.1, selanjutnya yang dilakukan adalah menghitung nilai koefisien autokorelasi (r_k) pada masing-masing *time-lag*, yang dalam data ini sebanyak 11 *time-lag*, sehingga akan diperoleh 11 nilai (r_k)

Seperti yang sudah dijelaskan pada bab 3.2 untuk mencari nilai koefisien masing-masing *time-lag* (r_k) bisa diperoleh dengan menggunakan rumus persamaan (3.8) yaitu

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \left(e_t - \bar{e}\right)\left(e_{t+k} - \bar{e}\right)}{\sum_{t=1}^{n} \left(e_t - \bar{e}\right)^2}$$

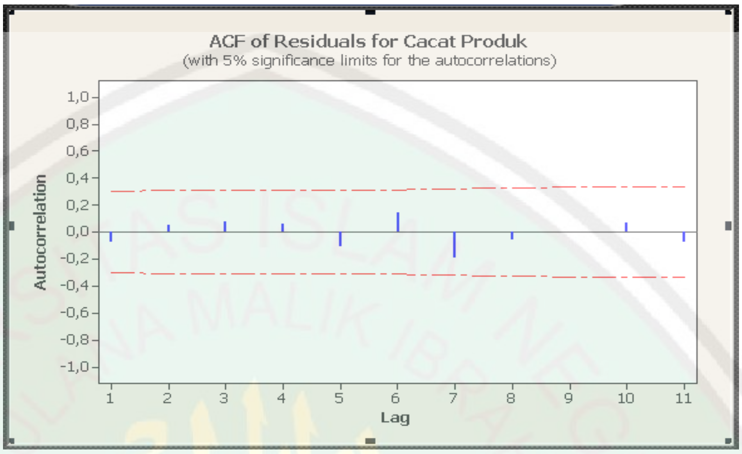
Secara manual, nilai koefisien autokorelasi masing-masing *time-lag* dapat diperoleh, dan untuk mempermudah nilai (r_k) masing-masing *time-lag* bisa diperoleh dengan menggunakan program minitab dengan output sebagai berikut:

Tabel 3.5: Nilai Koefisien Autokorelasi Galat Tabel 3.4

lag	ACF (r_k)	Lag	ACF (r_k)
1	-0,077196	7	-0,192312
2	0,047788	8	-0,054419
3	0,076618	9	0,001943
4	0,060070	10	0,063496
5	-0,111867	11	-0,072381
6	0,143142	12	-

Sumber : Output Minitab 14

Nilai koefisien autokorelasi yang diperoleh dari tabel 3.4 di atas, bisa diperoleh grafik autocorrelation function sehingga bisa terlihat nilai koefisien autokorelasi pada lag berapa yang keluar dari selang kepercayaan yang merupakan batas signifikansi autokorelasi.



Gambar 3.4: ACF Residual Model ARIMA(1,1,1) Persamaan (3.17)

Dari grafik ACF pada gambar 3.4 di atas, terlihat bahwa semua nilai koefisien autokorelasi (ACF) pada 11 lag berada dalam selang garis merah yaitu selang kepercayaan yang merupakan garis batas signifikansi autokorelasi. Sehingga dari grafik tersebut jelas bahwa tidak terdapat autokorelasi pada model.

4. Memeriksa Keacakan Sebaran Nilai Koefisien Autokorelasi (r_k)

Setelah memperoleh nilai koefisien autokorelasi $(r_1\ samlpai\ r_{11})$ dan mengetahui bahwa semua nilai koefisien semua lag berada dalam selang signifikansi autokorelasi, yang harus dilakukan selanjutnya adalah menguji apakah semua nilai r_k tersebut secara signifikan berbeda dari nol atau sebaliknya. Hal itu dapat dilakukan dengan statistik menghitung nilai *Q (statistik Q Box-Pierce)*

$Q = n\sum_{k=1}^{m} r_k^2$

dengan $n = N - d$

$n = 44 - 1 = 43.$

Maka:

$$Q = 43\sum_{k=1}^{11} r_k^2$$

$$= 43\ (0{,}103586633)$$

$$= 4{,}45422\ .$$

Dengan $\chi^2_{(\alpha;db)} = \chi^2_{(0{,}05;9)} = 16{,}919,$

karena $Q \leq \chi^2_{(\alpha,db)}$ yaitu $4{,}45422 \leq 16{,}919$ berdasarkan kriteria pengujian pada bab 3.2, maka dapat diperoleh keputusan bahwa sekumpulan nilai r_k secara signifikan tidak berbeda dari nol, atau dengan kata lain tidak terdapat autokorelasi pada galat model yang dipilih, sehingga model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.4.1) adalah model yang sesuai.

3.4.2 Contoh Data dengan Autokorelasi

Data yang diberikan di bawah ini adalah data pembangkitan tenaga listrik oleh perusahaan listrik Amerika Serikat yang merupakan data bulanan periode Januari 1972 - Desember 1980 (Makridakis, Wheelright & McGEE, 1999 : 391)

Tabel 3.6: Data pembangkitan tenaga listrik oleh perusahaan listrik Amerika Serikat

waktu	Y_t	waktu	Y_t	waktu	Y_t	waktu	Y_t
1	144,58	25	164,33	49	196,37	73	209,69
2	137,30	26	147,08	50	162,73	74	186,35
3	140,06	27	155,48	51	169,16	75	182,85
4	132,14	28	146,22	52	156,85	76	169,96
5	137,75	29	153,23	53	169,33	77	178,07
6	145,52	30	162,44	54	180,79	78	186,68
7	147,85	31	176,82	55	198,92	79	202,25
8	162,82	32	179,72	56	196,09	80	204,85
9	147,36	33	155,22	57	176,26	81	180,75
10	143,74	34	154,94	58	166,39	82	179,71
11	143,87	35	152,79	59	167,07	83	177,50
12	154,35	36	169,35	60	184,21	84	188,71
13	157,24	37	178,31	61	197,83	85	200,00
14	142,46	38	156,67	62	173,50	86	188,72
15	150,02	39	164,16	63	173,19	87	187,47
16	142,02	40	153,15	64	159,74	88	168,72
17	153,49	41	157,35	65	175,24	89	175,73
18	156,13	42	173,36	66	188,31	90	189,43
19	177,91	43	186,41	67	202,68	91	216,78
20	173,81	44	186,38	68	206,41	92	215,39
21	152,16	45	164,97	69	185,57	93	191,48
22	151,87	46	163,63	70	175,80	94	178,56
23	149,73	47	168,99	71	176,17	95	178,55
24	159,60	48	183,09	72	191,87	96	195,59

Sumber : Markidakis & Wheelwright & McGEE. Metode dan Aplikasi Peramalan. Binarupa Aksara.

Seperti pada data sebelumnya, data di atas juga dimodelkan dengan model ARIMA(1,1,1), dan akan memiliki beberapa parameter yang bisa diperoleh dengan program minitab dengan output sebagai berikut:

Tabel 3.7: Estimasi Parameter Model ARIMA(1,1,1) pada Data Tabel 3.6

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,4032	0,0998	4,04	0,000
MA 1	0,9705	0,0534	18,16	0,000
Constant	0,32944	0,09374	3,51	0,001

Sumber: Output Minitab 14

Dari output di atas, diperoleh nilai koefisien dari model ARIMA(1,1,1) termasuk koefisien konstan yaitu:

AR(1) atau β_1 adalah 0,4302

MA(1) atau α_1 adalah 0,9705

Konstanta atau μ adalah 0,32944

Masing-masing nilai koefisien yang telah diperoleh, selanjutnya disubstitusi ke model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (2.18) yaitu sebagai berikut:

$$(1-B)(1-\beta_1 B)Y_t = \mu + e_t - \alpha_1 B\ \varepsilon_t$$

$$(1-B)(1-0{,}4302\ B)Y_t = 0{,}32944 + e_t - 0{,}9705\ B\ \varepsilon_t. \qquad (3.19)$$

Persamaan (3.19) inilah yang nantinya akan di uji autokorelasinya. Untuk mengujinya kita bisa mengikuti langkah-langkah seperti yang sudah dibahas sebelumnya yaitu sebagai berikut:

1. Melihat Grafik Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

Untuk melihat sebaran galat dari model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.18), yang harus dilakukan terlebih dahulu adalah memperoleh data sebaran galat atau galat dari persamaan (3.19).

Untuk mempermudah memperoleh sebaran galat, maka harus menggunakan model ARIMA(1,1,1) pada persamaan (3.5) yaitu:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + Y_{t-1} - \beta_1 Y_{t-2} + \mu - a_1 e_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = 0{,}4302 Y_{t-1} + Y_{t-1} - 0{,}4302\, Y_{t-2} + 0{,}32944 - 0{,}9705\, e_{t-1} + e_t. \quad (3.20)$$

Dari persamaan di atas, maka diperoleh sebaran galat sebagai berikut:

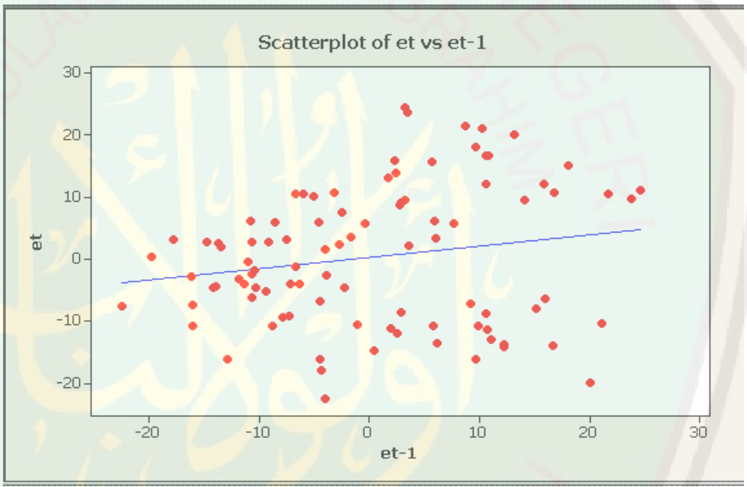
Tabel 3.8: Data Galat Model ARIMA(1,1,1) Persamaan (3.20)

T	e_t	t	e_t	t	e_t	t	e_t
1	*	25	6,1763	49	20,0752	73	21,0929
2	-6,7094	26	-13,493	50	-19,8419	74	-10,3849
3	-1,1453	27	1,9319	51	0,4091	75	-4,4964
4	-10,474	28	-11,102	52	-14,8351	76	-16,1717
5	-1,6904	29	-0,3594	53	2,7172	77	-2,716
6	3,5380	30	5,7051	54	8,7353	78	2,3746
7	2,3010	31	15,8735	55	21,6569	79	14,0733
8	15,9341	32	12,177	56	10,5475	80	9,65
9	-6,3621	33	-14,1814	57	-8,7823	81	-16,1128
10	-3,8898	34	-4,4931	58	-10,7264	82	-7,2887
11	-2,5147	35	-6,7269	59	-6,0793	83	-9,1935
12	7,6577	36	10,5692	60	10,6366	84	2,8497
13	5,7663	37	12,2103	61	16,7018	85	9,2059
14	-10,679	38	-13,7326	62	-13,9428	86	-7,2278
15	2,8268	39	2,5592	63	-4,36	87	-4,0454
16	-8,6344	40	-11,8759	64	-17,8857	88	-22,5013
17	5,9869	41	-3,2152	65	3,2364	89	-7,5958
18	3,4957	42	10,8668	66	9,6314	90	3,1724
19	23,7785	43	16,8108	67	18,1174	91	24,5751
20	9,8646	44	10,6929	68	15,1886	92	11,1018
21	-10,753	45	-11,3502	69	-7,9334	93	-12,905

22	-2,325	46	-4,0515	70	-9,3954	94	-16,1323
23	-4,6088	47	1,6391	71	-5,1378	95	-10,7856
24	5,9307	48	13,1999	72	10,2353	96	6,2475

Sumber : Output Minitab 14

Dari tabel 3.8 di atas, bisa diperoleh grafik sebaran galat dengan cara memplot galat (e_t) terhadap galat dengan keterlambatan satu periode (e_{t-1}), sebagai berikut:



Gambar 3.5: Grafik Sebaran Galat Tabel 3.8

Gambar 3.4 di atas menunjukkan bahwa sebaran galat dari model ARIMA(1,1,1) persamaan (3.20) membentuk suatu pola, yaitu mengikuti garis regresi. Dari pengujian secara visual ini, bisa di gunakan sebagai pengetahuan sementara bahwa kemungkinan besar galat pada model ini mengalami autokorelasi, dan model yang digunakan kurang sesuai.

2. Menentukan Model Untuk Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

Model pada data galat tabel 3.6 di atas adalah model AR dengan orde 24, karena banyaknya lag dalam model ini adalah 24 yang diperoleh dari $n/_4$ dengan n adalah banyaknya pengamatan yaitu sebanyak 96, maka model dari sebaran galat persamaan (3.20) adalah sebagai berikut:

$$e_t = \beta_0 + \beta_1\, e_{t-1} + \beta_2\, e_{t-2} + \cdots + \beta_{11}\, e_{t-24} + v_t. \qquad (3.21)$$

Nilai $\beta_0,\ \beta_1,\ \beta_2, \cdots \beta_{11}$ inilah yang akan dicari dan nantinya akan diuji apakah secara nyata berbeda dari nol atau sebaliknya.

3. Mengitung Nilai Koefisien Autokorelasi dari Model Sebaran Galat

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai koefisien autokorelasi (r_k) pada masing-masing *time-lag*, yaitu sebanyak 24 *time-lag* sehingga akan diperoleh 24 nilai (r_k).

Untuk mencari nilai koefisien masing-masing *time-lag* (r_k) bisa diperoleh dengan menggunakan rumus persamaan (3.8) yaitu:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \left(e_t - \bar{e}\right)\left(e_{t+k} - \bar{e}\right)}{\sum_{t=1}^{n} \left(e_t - \bar{e}\right)^2}$$

Secara manual, nilai koefisien autokorelasi masing-masing *time-lag* dapat diperoleh, untuk mempermudah nilai (r_k) masing-

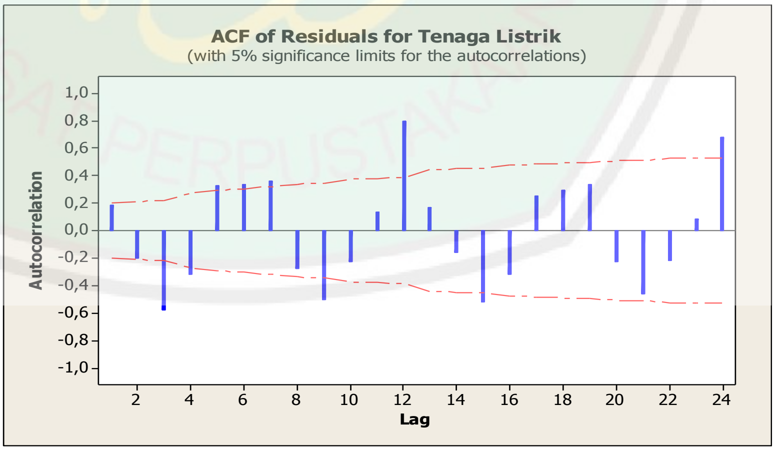
masing *time-lag* bisa diperoleh dengan menggunakan program minitab dengan output sebagai berikut:

Tabel 3.9: Nilai Koefisien Autokorelasi Galat Tabel 3.8

Lag	ACF(r_k)	lag	ACF(r_k)	lag	ACF(r_k)
1	0,184830	9	-0,498485	17	0,249512
2	-0,201772	10	-0,227396	18	0,293445
3	-0,578024	11	0,132262	19	0,336818
4	-0,318768	12	0,793981	20	-0,225968
5	0,329571	13	0,166155	21	-0,457178
6	0,336524	14	-0,159363	22	-0,220949
7	0,361813	15	-0,519779	23	0,086227
8	-0,278601	16	-0,321211	24	0,675410

Sumber : Output Minitab 14

Seperti pada contoh data sebelumnya, nilai koefisien autokorelasi pada tabel 3.9, maka diperoleh grafik *autocorrelation function* sebagai berikut:



Gambar 3.6: ACF Residual Model ARIMA(1,1,1) Persamaan (3.19)

Grafik ACF pada gambar 3.6 di atas, terlihat bahwa terdapat beberapa nilai koefisien autokorelasi (ACF) yang melewati selang garis merah. Yaitu pada lag 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 15, 24. Hal ini menunjukkan bahwa autokorelasi tejadi pada lag tersebut. Dan ini memberikan gambaran bahwa model pada persamaan 3.19 mengalami autokorelasi.

4. Memeriksa Keacakan Sebaran Nilai Koefisien Autokorelasi $(\boldsymbol{r_k})$

Setelah memperoleh nilai koefisien autokorelasi $(r_1\ sampai\ r_{24})$, selanjutnya adalah menguji semua nilai r_k apakah secara signifikan berbeda dari nol atau sebaliknya. Hal itu dapat dilakukan dengan statistik menghitung nilai *Q (statistik Q Box-Pierce)* sebagai berikut:

$$Q = n\sum_{k=1}^{m} r_k^2$$

dengan $n = N - d$

$$= 95 - 1 = 94.$$

Maka:

$$Q = 94\sum_{k=1}^{24} r_k^2$$

$$Q = 94\ (3{,}349756)$$

$$= 314{,}877.$$

Dengan $\chi^2_{(\alpha;db)} = \chi^2_{(0{,}05;22)} = 33{,}924$,

karena $Q \geq \chi^2_{(\alpha,db)}$ yaitu $314{,}877 \geq 33{,}924$ berdasarkan kriteria pengujian pada bab 3.2 maka dapat diperoleh keputusan bahwa sekumpulan nilai r_k secara signifikan berbeda dari nol, atau dengan kata lain terdapat autokorelasi pada galat model yang dipilih, sehingga model persamaan (3.19) kurang sesuai.

3.5 Kajian Autokorelasi dalam Tafsir Surat Al-Ma'idah Ayat 2

Islam adalah agama yang mengatasi dan melintasi waktu, karena sistem nilai yang ada di dalamnya adalah mutlak. Kebenaran nilai Islam bukan hanya untuk masa dahulu, tetapi juga untuk masa sekarang bahkan masa yang akan datang, sehingga nilai-nilai dalam Islam berlaku sepanjang masa. Dalam penelitian ini, juga terdapat beberapa kajian ilmu matematika khususnya ilmu statistik, yaitu mengenai kajian autokorelasi

Dalam Surat Al- Ma'idah ayat 2 dijelaskan bahwa kita sebagai orang Islam dianjurkan untuk saling tolong-menolong dalam berbuat kebaikan dan taqwa, dan tidak diperbolehkan (diharamkan) tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Yang perlu digarisbawahi dari ayat di atas yaitu tentang tidak diperbolehkannya tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Sehingga penulis bisa menganalogikan beberapa kata yang terdapat dalam kandungan surat Al-Ma'idah ayat 2 dengan beberapa kata yang ada di dalam teori statistik, yaitu sebagai berikut:

a. Tolong-menolong

   Kata tolong-menolong dalam surat Al-Ma'idah ayat 2 bisa dianalogikan dengan kata terdapat hubungan atau autokorelasi yang ada dalam ilmu statistik.

b. Perbuatan Dosa / Pelanggaran

Kata perbuatan dosa dan pelanggaran dalam surat Al-Ma'idah bisa dianalogikan dengan kata dalam ilmu statistik yaitu kata galat atau galat atau kesalahan dalam suatu model data.

Galat adalah selisih antara nilai sebenarnya dalam suatu pengamatan tertentu dengan nilai peramalan yang diperoleh dari suatu model data. Dalam hal ini jika dalam suatu data penelitian, seorang peneliti memiiki suatu model, maka diharapkan model yang diperoleh memiliki nilai peramalan yang tidak terlalu jauh atau menyimpang dari nilai sebenarnya, atau dengan kata lain memiliki galat atau error mendekati nol, sehingga suatu model data penelitian dikatakan sesuai jika memiliki rata-rata galat mendekati nol atau $E(\varepsilon_t) = 0$

Jika definisi galat atau kesalahan dalam teori statistik di atas dikaitkan dengan makna pelanggaran menurut Abu Ja'far, bahwa pelanggaran adalah hendaknya tidak melampaui batas-batas yang telah Alah SWT tentukan untuk kalian dalam agama kalian dan kewajiban bagi kalian terhadap diri kalian sendiri dan orang lain. Maka sangat beralasan jika kata perbuatan dosa dan pelanggaran dalam ayat Alqur'an dikaitkan dengan kata galat atau kesalahan dalam ilmu statistik.

c. Manusia bertaqwa

Sedangkan model terbaik dalam ilmu statistik dapat dianalogikan dengan kata manusia terbaik (bertaqwa) dalam Alqur'an. Dalam tafsir

Ath-Thabari, "وآتقواآلله إنآلله شد يد آلعقاب" yang mempunyai makna bahwa untuk menjadi manusia bertaqwa, maka harus selalu menjalankan perintah dan menjauhi larangan-Nya, hal ini bisa dilakukan dengan selalu menjalani kehidupan dengan tidak berpegang teguh pada ajaran islam dan tidak melampaui batas dengan menjalankan sesuatu yang dilarang.

Penjelasan di atas, dapat dikaitkan dengan teori dalam ilmu statistik, yaitu suatu model yang diperoleh dari data penelitian dikatakan model terbaik jika tidak melanggar beberapa asumsi, salah satunya yaitu tidak terdapat autokorelasi pada model.

Dari ketiga kata di atas, dapat disimpulkan bahwa dalam ilmu statistik telah dijelaskan bahwa untuk memperoleh model terbaik, tidak boleh melanggar asumsi salah satunya tidak terdapat autokorelasi (hubungan) pada galat atau kesalahan. Jika dihubungkan dengan ayat pada surat Al- Ma'aidah, terdapat makna yang hampir sama yaitu untuk menjadi model manusia terbaik (bertaqwa) maka seseorang harus bebas dari perbuatan dosa dan pelanggaran. Sehingga sudah jelas bahwa jauh sebelum adanya ilmu pengetahuan dan teknologi khususnya ilmu statistik yang membahas bagaimana autokorelasi yang ada pada model seharusnya dihilangkan, di dalam Alqur'an juga telah dijelaskan hal yang serupa, bahwa untuk menjadi model manusia terbaik (bertaqwa) di mata Allah, maka kita harus terhindar dari perbuatan tolong menolong dalam perbuatan dosa dan pelanggaran.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkam pembahasan yang ada pada Bab III, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk mendeteksi adanya autokorelasi pada galat model ARIMA(1,1,1) dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   - Melihat Grafik Sebaran Galat dari Model ARIMA (1,1,1)

     Secara visual, sebaran galat model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi memiliki sebaran grafik yang membentuk suatu pola tertentu. Dan sebaliknya jika bersifat acak maka kemungkinan besar terbebas dari autokorelasi,
   - Menentukan Model Untuk Sebaran Galat (galat) dari Model ARIMA (1,1,1)
   - Menghitung Nilai Koefisien Autokorelasi dari Model Sebaran Galat
   - Memeriksa Keacakan Sebaran Nilai Koefisien Autokorelasi (r_k)
2. Langkah yang dilakukan untuk menanggulangi Model ARIMA(1,1,1) yang mengalami autokorelasi pada galat adalah dengan mentransformasi model agar memiliki sebaran galat yang bebas dari autokorelasi. Langkah transformasi ini dapat dilakukan dengan asumsi bahwa sebaran galat membentuk model *autoregressive* orde 1 dan memiliki galat yang memenuhi asumsi OLS. Jika lan   gkah transformasi ini diterapkan pada data yang tidak memenuhi asumsi tersebut, langkah yang harus

dilakukan adalah dengan mengganti model dengan model lain yang lebih sesuai dan bebas dari autokorelasi.

4.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, bahwa langkah transformasi yang dilakukan untuk menanggulangi masalah autokorelasi galat pada model ARIMA(1,1,1) akan mengalami kesulitan jika diaplikasikan pada model ARIMA(1,1,1) yang tidak memenuhi asumsi yang ditetapkan, sehingga harus melakukan perubahan model agar model yang diperoleh lebih sesuai dan bebas dari autokorelasi.

Berdasarkan alasan di atas, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik melakukan penelitian dalam bidang yang sama yaitu membahas cara menghilangkan autokorelasi galat pada model ARIMA tanpa asumsi bahwa sebaran galat membentuk model *autoregressive* orde 1 dan memiliki galat yang memenuhi asumsi OLS.

DAFTAR PUSTAKA

Abdullah bin Muhammad. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3*. Pustaka Imam Syafi'i: Jakarta

Abu, Ja'far Muhammad bin Jarir Ath-Thabari. 2008. *Terjemah Tafsit At-Thabari*. Pustaka Azzam: Jakarta

Ahmad Musthafa Al-Maraghi. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi 6*. CV Toha Putra: Semarang

Arsyad, Lincolin. 2001. *Peramalan Bisnis Edisi Pertama*. BPFE : Yogyakarta

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Apikatif*. Bumi Aksara : Jakarta

Gujarati, Damodar. 2007. *Dasar-Dasar Ekonometrika Edisi Ketiga*. Erlangga: Jakarta

Gujarati, Damodar. 1999. *Ekonometrika Dasar*. *Erlangga*: Jakarta

Harini, Sri & Kusumawati, Ririen. 2007. *Metode Statistika*. Prestasi Pustaka: Jakarta

Ibnu Qayyim Al- Jauziyyah. 2004. *Tafsir Ibnu Qayyim: Tafsir Ayat-ayat Pilihan*. Darul Falah: Jakarta

Iriawan,Nur & Astuti, Septi Puji. 2006. *Mengelola Data Statistik dengan Mudah Menggunakan Minitab 14*. Penerbit Andi: Yogyakarta

Makridakis/Wheelwright/McGEE. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Binarupa Aksara: Jakarta

Mulyono, Sri. 2000. *Peramalan Bisnis dan Ekonometrika Edisi Pertama.* BPFE: Yogyakarta

Wing, Wahyu Winarto. 2007. *Analisis Ekonometrika dengan Eviews*. UPP STIM YKPN: Yogyakarta

LAMPIRAN-LAMPIRAN

1. Output Minitab

   a. Model ARIMA (1,1,1) yang bebas autokorelasi

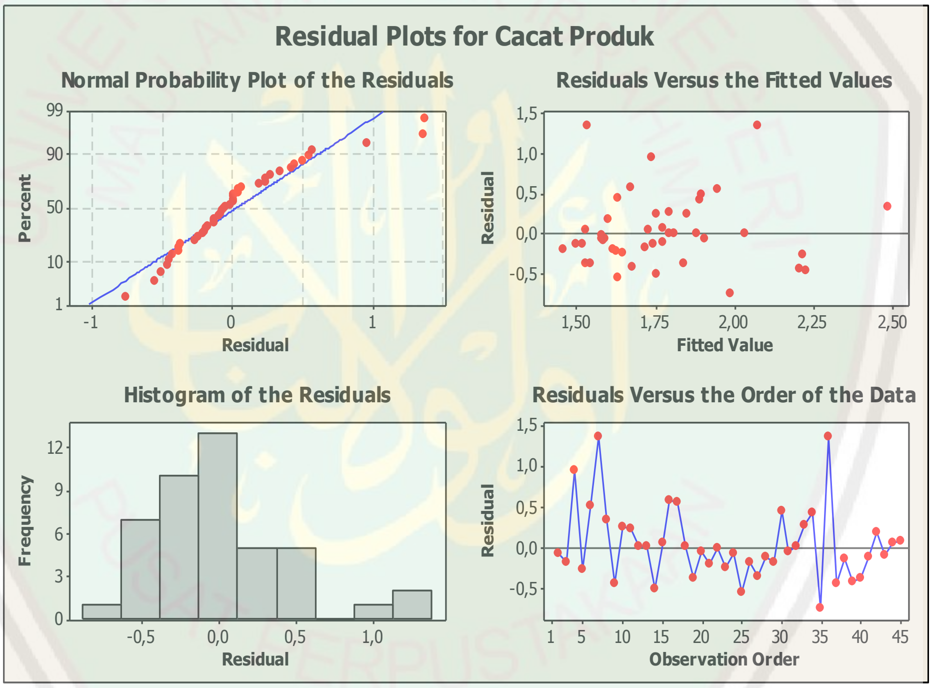
ARIMA Model: Cacat Produk

```
Estimates at each iteration

Iteration      SSE        Parameters
        0  13,5173   0,100  0,100   0,103
        1  11,2884  -0,050  0,250   0,001
        2  11,0669   0,052  0,400   0,005
        3  10,8610   0,135  0,550   0,008
        4  10,7338   0,205  0,656   0,005
        5  10,5722   0,295  0,755   0,002
        6  10,2480   0,397  0,868  -0,001
        7   9,6508   0,502  1,005  -0,004
        8   9,4157   0,420  1,001  -0,002
        9   9,3557   0,439  1,010  -0,002
       10   9,3024   0,444  1,016  -0,001
       11   9,2329   0,458  1,030  -0,000
       12   9,1511   0,447  1,033  -0,000
       13   9,1506   0,436  1,032  -0,001
       14   9,1497   0,437  1,032  -0,001

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type            Coef    SE Coef       T      P
AR   1        0,4370     0,1442    3,03  0,004
MA   1        1,0318     0,0801   12,88  0,000
Constant   -0,000546   0,004269   -0,13  0,899


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 45, after
differencing 44
Residuals:    SS =  8,81058 (backforecasts excluded)
              MS =  0,21489  DF = 41


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag             12     24     36  48
Chi-Square     5,6    9,6   31,7   *
DF               9     21     33   *
P-Value      0,781  0,983  0,530   *
```

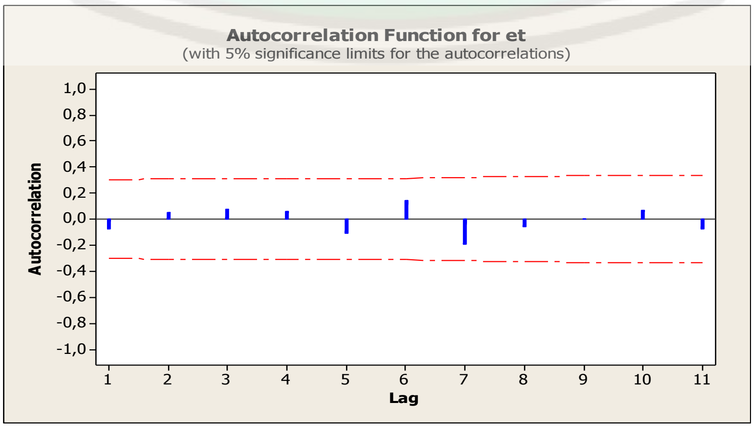
Autocorrelation Function: et

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0,077196	-0,51	0,28
2	0,047788	0,32	0,39
3	0,076618	0,50	0,68
4	0,060070	0,39	0,86
5	-0,111867	-0,73	1,51
6	0,143142	0,92	2,60
7	-0,192312	-1,22	4,63
8	-0,054419	-0,33	4,79
9	0,001943	0,01	4,79
10	0,063496	0,39	5,03
11	-0,072381	-0,44	5,35

Residual Plots for Cacat Produk



Autocorrelation for et



b. Model ARIMA(1,1,1) yang mengalami Autokorelasi

ARIMA Model: Tenaga Listrik

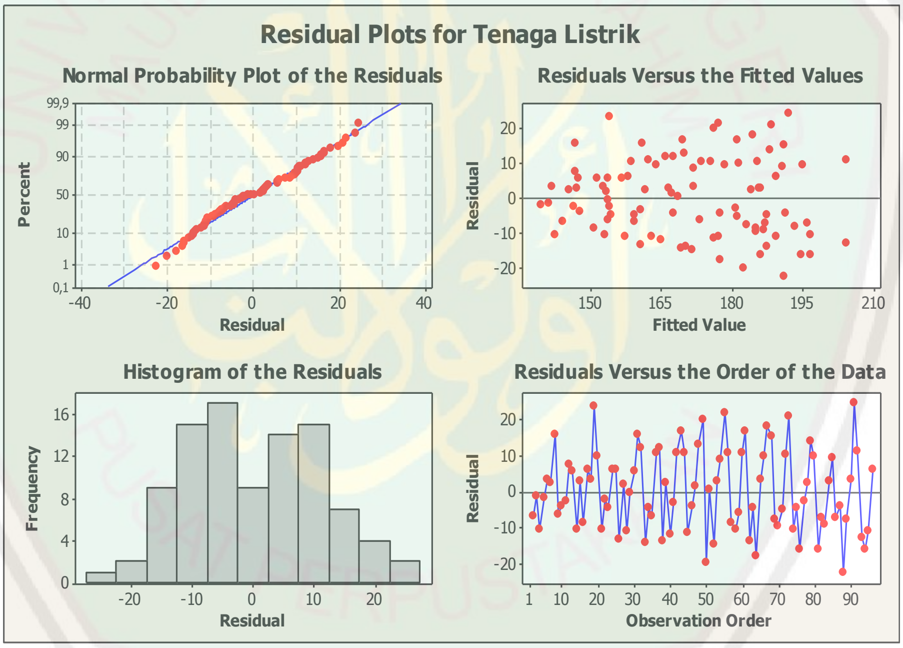
```
Estimates at each iteration

Iteration      SSE       Parameters
        0  15932,9  0,100  0,100  0,573
        1  15931,6  0,099  0,103  0,487
        2  15925,0  0,249  0,253  0,406
        3  15915,0  0,399  0,403  0,325
        4  15902,3  0,549  0,553  0,244
        5  15886,7  0,699  0,703  0,163
        6  15867,4  0,848  0,853  0,082
        7  14045,2  0,783  0,928  0,111
        8  13333,1  0,760  0,965  0,127
        9  12150,1  0,610  0,966  0,217
       10  11585,0  0,460  0,968  0,301
       11  11526,7  0,407  0,970  0,331
       12  11525,8  0,403  0,970  0,329
       13  11524,5  0,403  0,970  0,329

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type           Coef  SE Coef      T      P
AR   1       0,4032   0,0998   4,04  0,000
MA   1       0,9705   0,0534  18,16  0,000
Constant    0,32944  0,09374   3,51  0,001

Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 96, after
differencing 95
Residuals:    SS =  11521,3 (backforecasts excluded)
              MS =  125,2  DF = 92

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag             12     24     36     48
Chi-Square   200,1  379,2  522,0  620,8
DF               9     21     33     45
P-Value      0,000  0,000  0,000  0,000
```

Autocorrelation Function: et

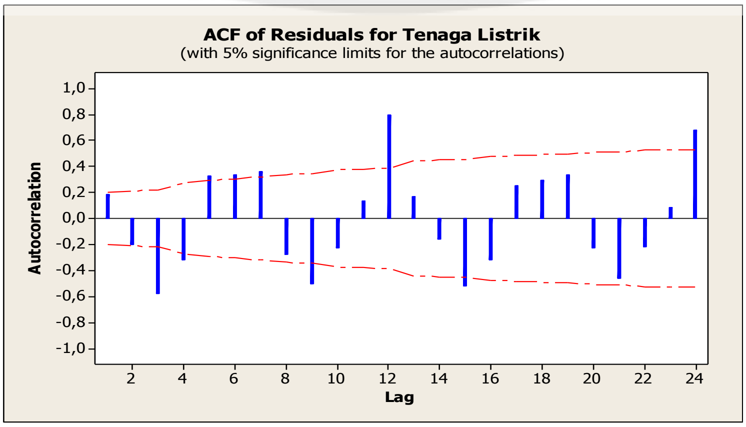
```
Lag        ACF      T     LBQ
  1   0,184830   1,80    3,35
  2  -0,201772  -1,90    7,38
  3  -0,578024  -5,25   40,85
  4  -0,318768  -2,30   51,14
  5   0,329571   2,26   62,26
  6   0,336524   2,19   73,99
  7   0,361813   2,25   87,69
  8  -0,278601  -1,64   95,91
  9  -0,498485  -2,86  122,54
```

10	-0,227396	-1,21	128,15
11	0,132262	0,69	130,07
12	0,793981	4,13	200,06
13	0,166155	0,74	203,16
14	-0,159363	-0,71	206,05
15	-0,519779	-2,29	237,17
16	-0,321211	-1,34	249,20
17	0,249512	1,02	256,56
18	0,293445	1,19	266,86
19	0,336818	1,35	280,62
20	-0,225968	-0,89	286,89
21	-0,457178	-1,78	312,92
22	-0,220949	-0,83	319,08
23	0,086227	0,32	320,03
24	0,675410	2,53	379,24

Residual Plots for Tenaga Listrik



Autocorrelation for et



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS & TEKNONOGI
Jln. Gajayana No. 50 Malang Telp. (0341) 551354 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : **Windayati**
NIM/JUR : **06510023**
Fakultas/ Jurusan : **Sains dan Teknologi/ Matematika**
Judul Skripsi : **Analisis Autokorelasi Pada Model ARIMA *(Autoregressive Integtated Moving Average)***
Pembimbing I : **Sri Harini, M.Si**
Pembimbing II : **Ach. Nashichuddin, M.A**

No	Tanggal	Hal Yang Dikonsultasikan	Tanda Tangan
1	7 November 2009	Konsultasi Bab I dan Bab II	
2	8 November 2009	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	
3	15 Desember 2009	Revisi Bab I dan Bab II	
4	17 Desember 2009	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II	
5	12 Januari 2010	ACC Bab I dan Bab II	
6	13 Februari 2010	Konsultasi Bab III (pembahasan) mengenai cara mendeteksi autokorelasi pada model ARIMA (1,1,1)	
7	25 Februari 2010	Konsultasi Kajian Agama Bab III	

8	27 Februari 2010	Revisi Bab III (pembahasan) mengenai cara mendeteksi autokorelasi pada model ARIMA (1,1,1)	
9	11 Maret 2010	Revisi Kajian Agama Bab III	
10	13 Maret 2010	Konsultasi Pembahasan mengenai cara menghilangkan autokorelasi nilai sisa pada model ARIMA(1,1,1)	
11	27 Maret 2010	Revisi pembahasan mengenai cara menghilangkan autokorelasi nilai sisa pada model ARIMA(1,1,1)	
12	1 April 2010	ACC Kajian Agama	
13	15 April 2010	Konsultasi Contoh Aplikasi Data	
14	20 Juni 2010	ACC Bab III Konsultasi Bab IV	
15	30 Juni 2010	ACC Bab IV	
16	2 Juli 2010	ACC Keseluruhan	

Malang, 02 Juli 2010

Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd

NIP. 197510062003121001