

**KAJIAN GRAFIK PENGENDALI INDIVIDUAL DAN ANALISIS  
KEMAMPUAN PROSES STATISTIK  
BERDISTRIBUSI GAMMA**

**SKRIPSI**

Oleh:  
**BINTI ROFIKOH**  
**NIM. 07610022**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2011**

**KAJIAN GRAFIK PENGENDALI INDIVIDUAL DAN ANALISIS  
KEMAMPUAN PROSES STATISTIK  
BERDISTRIBUSI GAMMA**

**SKRIPSI**

Diajukan Kepada:  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:  
**BINTI ROFIKOH**  
NIM. 07610022

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2011**

**KAJIAN GRAFIK PENGENDALI INDIVIDUAL DAN ANALISIS  
KEMAMPUAN PROSES STATISTIK  
BERDISTRIBUSI GAMMA**

**SKRIPSI**

Oleh:  
**BINTI ROFIKOH**  
NIM. 07610022

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal: 13 Agustus 2011

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si  
NIP. 19800527 200801 1 012

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

**KAJIAN GRAFIK PENGENDALI INDIVIDUAL DAN ANALISIS  
KEMAMPUAN PROSES STATISTIK  
BERDISTRIBUSI GAMMA**

**SKRIPSI**

Oleh:  
**BINTI ROFIKOH**  
NIM. 07610022

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 25 Agustus 2011

**Susunan Dewan Penguji**

**Tanda Tangan**

1. Penguji Utama : Sri Harini, M.Si  
NIP. 19731014200112 2 002
2. Ketua Penguji : Abdul Aziz, M.Si  
NIP. 19760318 200604 1 002
3. Sekretaris Penguji : Fachrur Rozi, M.Si  
NIP. 19800527 200801 1 012
4. Anggota : Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Mengetahui dan Mengesahkan,  
Ketua Jurusan Matematika,**

**Abdussakir, M.Pd**  
NIP. 19751006 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Binti Rofikoh  
NIM : 07610022  
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika  
Judul penelitian : Kajian Grafik Pengendali Individual dan Analisis  
Kemampuan Proses statistik Berdistribusi Gamma

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil-alihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Agustus 2011

Yang membuat pernyataan,

Binti Rofikoh  
NIM. 07610022

## MOTTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ

Artinya:

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. (Al-Mujadilah:11)

لكل اليوم زيادة من العلم # واصبح في بحور الفوائد

(Setiap hari bertambah ilmu dan bergelombang dalam samudra faedah)



## **PERSEMBAHAN**

Dengan segenap rasa syukur *Alhamdulillah* Robbil 'alamin, karya sederhana ini dipersembahkan kepada:

Bapak Imam Daelami, Mamak Bidayah, kakak-kakak penulis, Mas Rifauddin, Mbak Amel, Mbak Umi N, Keluarga Besar L<sup>T</sup>PLM, Keluarga Besar KOPMA Padang Bulan, Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2007, Teman-teman PKLI (Leli, Iza, dan Asri), dan semua orang yang telah menyayangi dan memberi motivasi.

## KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa terlantunkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan yang lurus dan jalan yang diridhoi-Nya yakni agama Islam.

Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih dan hanya dapat memberikan ucapan dan doa, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dan menyinari jalan yang diridhoi-Nya, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, sebagai Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, S.U, D.Sc sebagai Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, sebagai Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan sekaligus sebagai dosen pembimbing agama.
4. Fachrur Rozi, M.Si sebagai dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar dan sangat telaten membimbing.
5. Bapak, Mamak, Mas Haqi, Mas Karis, Mbak Khofsoh, Mbak Sholic, Mas Makhsus serta segenap keluarga.

6. Semua guru, ustadz, ustadzah yang telah memberikan ilmu yang sangat berharga kepada penulis.
7. Keluarga besar Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang khususnya Prof. Dr. KH. Ahmad Muhdlor S.H beserta keluarga *ndalem*.
8. Keluarga besar PDAM Surya Sembada Surabaya
9. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2007.
10. Kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini, yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Amin.

Malang, 13 Agustus 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGAJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....</b>	<b>v</b>
<b>MOTTO .....</b>	<b>vi</b>
<b>PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN.....</b>	<b>xiv</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	5
1.3 Tujuan .....	6
1.4 Manfaat .....	6
1.5 Batasan Masalah .....	7
1.6 Metode Penelitian .....	7
1.6.1 Sumber Data .....	7
1.6.2 Langkah-langkah Penelitian .....	7
1.7 Sistematika Penulisan .....	8
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Pengertian Kualitas .....	10
2.2 Pengendalian Kualitas Statistik .....	11
2.3 Grafik Pengendali .....	12

2.4 Grafik Pengendali Individual .....	18
2.5 Analisis Kemampuan Proses .....	21
2.6 Uji Distribusi Data .....	27
2.7 Distribusi Gamma .....	29
2.8 Pendugaan Parameter .....	36
<b>BAB III PEMBAHASAN</b>	
3.1 Penaksiran Parameter Distribusi Gamma .....	39
3.1 Penentuan Batas-batas Grafik Pengendali Individual Berdistribusi Gamma .....	44
3.2 Analisis Kemampuan Proses Berbasis Distribusi Gamma .....	46
3.3 Aplikasi Grafik Pengendali Individual dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Gamma .....	47
3.3.1 Aplikasi Grafik Pengendali Individual Berdistribusi Gamma .....	47
3.3.2 Analisis Kemampuan Proses Statistik Berdistribusi Gamma .....	51
<b>BAB IV PENUTUP</b>	
4.1 Kesimpulan .....	53
4.2 Saran .....	54
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>55</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 : Kurva Normal .....	14
Gambar 2.2 : Contoh Grafik Pengendalian Statistik .....	15
Gambar 3.1 : Grafik Pengendali Individual Data Zat Organik Berdasarkan Distribusi Gamma .....	49
Gambar 3.2 : Grafik Pengendali Individual Data Zat Organik Berdasarkan Distribusi Normal .....	51
Gambar 3.3 : Grafik Kemampuan Proses Kadar Zat Organik .....	52



## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 : Tabel Data Kadar Zat Organik .....	48
Tabel 3.2 : Tabel Frekuensi untuk Mencari Harga-Harga yang Diperlukan pada Uji Chi-Kuadrat .....	48



## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1: Hasil Uji Tabel Frekuensi .....	57
Lampiran 2: Analisa Harian Kualitas Air Produksi IPAM Ngagel II.....	58
Lampiran 3: Tabel Distribusi $\chi^2$ .....	60
Lampiran 4: Faktor Guna Membentuk Grafik Pengendali Variabel.....	61



## ABSTRAK

Rofikoh, Binti. 2011. *Kajian Grafik Pengendali Individual dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berdistribusi Gamma*. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si  
(II) Abdussakir, M.Pd

Pengendalian kualitas statistik adalah teknik penyelesaian masalah yang digunakan sebagai pemonitor, pengendali, penganalisis, pengelola, dan memperbaiki proses menggunakan metode-metode statistik. Salah satu cara pengendalian kualitas statistik yaitu dengan grafik pengendali dan analisis kemampuan proses statistik. Sebelum menentukan dan menggunakan grafik pengendali, terlebih dahulu harus mengetahui distribusi data yang sesuai dan parameter-parameternya. Dalam penelitian ini dibahas mengenai penentuan dan aplikasi grafik pengendali individual untuk data yang berdistribusi gamma. Data yang dipakai pada penelitian ini adalah salah satu data variabel kualitas air yang berdistribusi gamma

Dari hasil penelitian diperoleh parameter bentuk ( $\alpha$ ) yang ditaksir oleh nilai statistik  $\frac{\bar{x}^2}{s^2} - \frac{1}{n}$  dan parameter skala ( $\beta$ ) ditaksir oleh nilai statistik  $\frac{\bar{x}}{\alpha_1}$ . Sedangkan batas-batas grafik pengendali individual yang berdistribusi gamma ditentukan dengan:

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= X_{0,99865} = F^{-1}(0,99865 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}), \\ \text{CL} &= \alpha_1 \hat{\beta}, \\ \text{LCL} &= X_{0,00135} = F^{-1}(0,00135 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \end{aligned}$$

dimana  $F(x, \alpha, \beta) = \int_0^x \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$ .

Berdasarkan penentuan batas-batas grafik pengendali individual tersebut diperoleh data kadar zat organik terkendali secara statistik dengan batas-batas UCL = 8,735; CL = 4,259; dan LCL = 1,545.

Adapun kemampuan proses statistik distribusi gamma ditentukan oleh indeks kemampuan proses, yaitu:  $\text{PCR}_k = \min(\text{PCR}_U, \text{PCR}_L)$  dimana

$$\text{PCR}_U = \frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,05}} \text{ dan } \text{PCR}_L = \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}}.$$

Berdasarkan penentuan indeks kemampuan proses tersebut diperoleh indeks kemampuan proses dari data kadar zat organik,  $\text{PCR}_U = 1,32$ ;  $\text{PCR}_L = 1,62$ ; dan  $\text{PCR}_K = 1,32$ . Nilai indeks tersebut menunjukkan bahwa kualitas air yang ditinjau dari kadar zat organik dinilai telah *capable* artinya memenuhi batas-batas spesifikasi yang telah ditentukan.

**Kata kunci:** grafik pengendali individual, kemampuan proses, distribusi gamma

## ABSTRACT

Rofikoh, Binti. 2011. *Study of Individual Control Charts and Statistical Process Capability Analysis Based on Gamma Distribution*. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.

Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si

(II) Abdussakir, M.Pd

Statistical quality control is a problem-solving techniques that are used as monitor, control, analyze, manager, and improve processes using statistical methods. One way of statistical quality control with control charts and statistical process capability analysis. Before we define and use a control chart, must first know the appropriate of distribution data and their parameters. In this study discussed the determination and application of individual control charts for gamma distribution. The data used in this study is one of water quality variable which have gamma distribution.

The results of this study obtained by the shape parameter ( $\alpha$ ) is estimated by  $\frac{\bar{x}^2}{s^2} - \frac{1}{n}$  and the scale parameter ( $\beta$ ) is estimated by  $\frac{\bar{x}}{\alpha_1}$ . While the control limits of individual control charts based on gamma distribution is given by

$$UCL = X_{0,99865} = F^{-1}(0,99865 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$$

$$CL = \alpha_1 \hat{\beta}$$

$$LCL = X_{0,00135} = F^{-1}(0,00135 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$$

where  $F(x, \alpha, \beta) = \int_0^x \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$ .

According to the result above, statistically obtained by the organic matter data were controlled with control limits value are

$$UCL = 8.735, CL = 4.259, LCL = 1.545.$$

The statistical process capabilities gamma distribution determined by the process-capability ratio:  $PCR_K = \min(PCR_U, PCR_L)$  where

$$PCR_U = \frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,05}} \text{ and } PCR_L = \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}}.$$

According to the result above, obtained the process-capability ratio of organic matter are  $PCR_U = 1.32$ ,  $PCR_L = 1.62$  and  $PCR_K = 1.32$ . The ratio value indicates that the water quality viewed of organic substances have been regarded as capable. It means to meet specification limits have been determined.

**Key words:** individual control charts, process capability, the gamma distribution

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Allah SWT berfirman dalam surat Al-Mujadilah: 11

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ

*Artinya: Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat*

Dari firman Allah di atas diperkuat dengan sabda Nabi Muhammad SAW pada suatu hadits:

فضل العالم على العابد كفضل القمر ليلة البدر على سائر الكواكب

*Artinya: Keutamaan seorang ahli ilmu atas seorang ahli ibadah sebagaimana keutamaan bulan pada malam purnama atas semua bintang. (HR.Abu Daud)*

(al-Qosimi, 2010)

Nabi Muhammad SAW mengumpamakan orang-orang yang berilmu di antara hamba-hamba Allah yang ahli ibadah, bagaikan rembulan pada malam purnama yang berada di antara cahaya bintang-bintang, sungguh Maha Tinggi Allah yang telah menempatkan orang-orang yang berilmu pada posisi yang lebih tinggi dari hamba yang lainnya.

Ilmu merupakan kata yang berasal dari bahasa Arab, masdar dari “*alimanya’lamu*” yang berarti tahu atau mengetahui. Dalam bahasa Inggris, ilmu biasanya dipadankan dengan kata “*science*”, sedang pengetahuan dengan “*knowledge*”. Dalam bahasa Indonesia kata *science* umumnya diartikan ilmu tapi sering juga diartikan dengan ilmu pengetahuan, meskipun secara konseptual mengacu pada makna yang sama. Menurut kamus besar bahasa Indonesia ilmu adalah

pengetahuan tentang sesuatu bidang yang disusun secara sistematis menurut metode-metode tertentu yang dapat digunakan untuk menerangkan gejala-gejala tertentu di bidang (pengetahuan) itu. Dari pengertian tersebut nampak bahwa ilmu memang mengandung arti pengetahuan, tapi pengetahuan dengan ciri-ciri khusus yaitu yang tersusun secara sistematis (Rabbani, 2011).

Rasulullah SAW bersabda

طلب العلم فريضة على كل مسلم

*Artinya: Menuntut ilmu itu fardhu atas setiap muslim*

Hadits diatas meredaksikan bahwasanya menuntut ilmu wajib bagi setiap muslim, karena dengan mempelajari ilmu, tauhid dapat dipahami, dengan ilmu Dzat Allah Ta'ala dan sifat-sifatNya dapat diketahui, ada pula yang dengan mempelajari ilmu diketahui berbagai macam ibadah, perkara halal dan haram, berbagai muamalah yang haram dan yang halal, ada pula dengannya diketahui kondisi hati. Diketahui juga apa-apa yang terpuji seperti sabar, syukur, dermawan, akhlaq yang bagus, bergaul yang baik, jujur dan ikhlas. Serta apa-apa yang dicela seperti iri, dengki, curang, sombong, riya', marah, permusuhan, benci dan kikir. Maka mengetahui apa-apa yang mengupayakan yang pertama dan apa-apa yang dengannya menjauhi yang kedua adalah fardhu 'ain (wajib atas setiap individu), seperti perbaikan aqidah, berbagai macam ibadah dan muamalah. Sedangkan fardhu kifayah adalah setiap ilmu yang sangat dibutuhkan demi menegakkan segala urusan keduniaan, seperti kedokteran. Ilmu ini sangat penting demi keberlangsungan tubuh dalam keadaan sehat, juga berhitung, dia sangat penting di dalam berbagai macam muamalah, pembagian wasiat, waris, dan lain sebagainya.

Inilah ilmu yang jika suatu negeri kosong dari orang yang mengupayakannya maka kesulitan yang timbul bagi warga negeri itu. Sedangkan jika sebagian orang telah mengupayakannya, maka telah cukup dan gugurlah fardlu itu bagi orang-orang yang lain (Al-Qosimi, 2010)

Ilmu matematika dalam bahasa arab disebut sebagai ilmu hisab yaitu ilmu yang berkaitan dengan hitung menghitung. Sedangkan salah satu cabang ilmu dalam matematika adalah statistika. Statistika mempunyai pengertian cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan data, pengolahan data, penyajian data, analisis data, dan penarikan kesimpulan (Abdussakir, 2007).

Berkaitan dengan penyajian data dalam statistika dapat dilakukan dengan berbagai cara, misalnya dengan tabel, diagram atau grafik. Dengan cara tersebut seorang peneliti akan lebih mudah dalam menganalisis data untuk mendapatkan informasi yang dibutuhkan. Adapun pembahasan grafik menurut penulis yang menarik untuk dibahas adalah mengenai grafik pengendali kualitas statistik, yaitu teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik (Ariani, 2003).

Grafik pengendalian statistik ini berguna bagi perusahaan-perusahaan dalam hal memantau kualitas produk. Karena kualitas produk merupakan faktor yang sangat penting dalam membawa keberhasilan bisnis, pertumbuhan, dan peningkatan posisi bersaing (Montgomery,1990). Lebih khusus lagi bahwa grafik pengendali ini berguna dalam membantu mendeteksi kesalahan-kesalahan khusus yang terjadi selama proses produksi. Kesalahan-kesalahan khusus tersebut dapat

ditunjukkan dengan adanya titik-titik yang melewati batas-batas yang sudah ditentukan.

Salah satu ayat dalam Al-Qur'an menyebutkan:

يَتَأْتِيهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا لَا تُحَرِّمُوا طَيِّبَاتِ مَا أَحَلَّ اللَّهُ لَكُمْ وَلَا تَعْتَدُوا إِنَّ اللَّهَ لَا  
يُحِبُّ الْمُعْتَدِينَ

Artinya:

“Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu haramkan apa-apa yang baik yang telah Allah halalkan bagi kamu, dan janganlah kamu melampaui batas. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas.”  
(Al-Maidah: 87)

dari ayat di atas dapat ditelaah, bahwasanya Allah SWT tidak menyukai seseorang yang melampaui batas. Melampaui batas berarti keluar dari aturan-aturan yang telah ditentukan

Ada dua macam pengendalian kualitas statistik (*statistical quality control*) yaitu pengendalian proses statistik (*statistic proses control*) atau sering disebut dengan *control chart* dan rencana penerimaan sample produk atau yang sering disebut dengan *acceptance sampling*. Sementara pada pengendalian proses statistik jika dilihat dari jenis datanya ada dua macam yaitu pengendalian kualitas proses statistik data variabel dan pengendalian kualitas proses statistik data atribut (sifat).

Fungsi pengendalian kualitas statistik pada data variabel menurut Yunita (2010) adalah untuk menggambarkan variasi atau penyimpangan yang terjadi pada ukuran pemusatan dan penyebaran observasi. Juga dapat digunakan untuk menunjukkan apakah proses dalam keadaan stabil atau tidak. Satu hal yang sangat erat kaitannya dengan pengendalian kualitas statistik adalah pembahasan

mengenai analisis kemampuan proses. Pengertian analisis kemampuan proses adalah suatu tahapan yang harus dilakukan dalam mengadakan pengendalian kualitas proses statistik (*statistical proses control*). Dalam hal ini, analisis kemampuan proses dilakukan hanya apabila proses berada dalam batas pengendalian statistik (*in statistic control*). Dapat dikatakan bahwa dalam proses tersebut penyebab penyimpangan adalah penyebab umum, dimana identifikasi adanya penyebab khusus menjadikan langkah analisis kemampuan proses terhenti dan melakukan tindakan perbaikan.

Sejauh ini sudah ada penelitian yang membahas mengenai grafik pengendali dan kemampuan proses yang berbasis distribusi tertentu. Tertentu disini, berarti bahwa distribusi tersebut tidak normal, di antaranya grafik pengendali berbasis distribusi Lognormal (Yunita, 2010), Weibull (Harisanti, 2009), dan Beta-binomial (Laila, 2010). Padahal distribusi data dalam statistika ada bermacam-macam di antaranya gamma. Sehingga dari sini penulis termotivasi untuk mengadakan penelitian mengenai grafik pengendali dan kemampuan proses yang mempunyai distribusi non-normal yang lain yaitu distribusi gamma sebagai bahan kajian.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana batas-batas grafik pengendali individual untuk data yang berdistribusi gamma?

2. Bagaimana analisis kemampuan proses berdasarkan grafik pengendali individual untuk data yang berdistribusi gamma?

### **1.3 Tujuan**

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari skripsi ini adalah:

1. Untuk mengetahui batas-batas grafik pengendali individual untuk data yang berdistribusi gamma.
2. Untuk menganalisis kemampuan proses berdasarkan grafik pengendali individual untuk data yang berdistribusi gamma.

### **1.4 Manfaat**

#### **a. Bagi Penulis**

Manfaat bagi penulis adalah dapat memperdalam pemahaman mengenai pengendalian kualitas statistik khususnya mengenai grafik pengendali individual dan analisis kemampuan proses berdistribusi gamma. Selain itu dapat mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk melengkapi suatu permasalahan statistik dalam berbagai hal.

#### **b. Bagi Pembaca**

Sebagai tambahan wawasan dan informasi tentang pengendalian kualitas dan analisis kemampuan proses khususnya yang berdistribusi gamma.

#### **c. Bagi Instansi**

Sebagai informasi tambahan bagi suatu perusahaan dalam melakukan pengendalian kualitas dan analisis kemampuan proses terhadap hasil produksinya.

## 1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah pengendalian proses statistik dengan menggunakan grafik pengendali. Sebatas pada tahap I, yang disebut *Start-Up Stage (SUS)*, yang merupakan tahap pembuatan grafik pengendali yang didasarkan dari data historis proses untuk menentukan batas pengendali yang akan digunakan dalam tahap selanjutnya

## 1.5 Metode Penelitian

### 1.6.1 Sumber Data

Pada Penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu data salah satu variabel kualitas air produksi IPAM Ngagel II yang didapat dari Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Surya Sembada Surabaya di bagian Penelitian dan Pengembangan (Litbang).

### 1.6.2 Langkah-Langkah Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian kepustakaan (*library research*), yang bersifat menggali informasi dari bermacam-macam materi yang terdapat dalam perpustakaan seperti buku, skripsi, paper, dll.

Adapun langkah-langkah penelitian pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pendugaan parameter distribusi gamma menggunakan maksimum *likelihood*.
2. Menentukan rumus umum batas-batas grafik pengendali berbasis distribusi gamma
3. Menentukan rumus umum batas-batas spesifikasi

4. Mengaplikasikan pada data kualitas air produksi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Melakukan pengujian data kualitas air produksi sesuai distribusi yang diinginkan, dalam hal ini adalah distribusi gamma dengan menggunakan uji *Chi-square*.
- b. Menentukan batas-batas grafik pengendali menggunakan rumus umum yang sudah ditentukan
- c. Mendesain grafik pengendali yang berguna untuk melihat ada dan tidaknya data yang keluar dari batas-batas kendali. Jika masih ada data yang keluar dari batas-batas kendali maka menentukan kembali batas-batas grafik pengendali (pada langkah b) dengan tanpa mengikutkan data yang telah dianggap keluar dari batas-batas kendali. Hal tersebut dilakukan sampai didapatkan semua data berada dalam batas kendali
- d. Melakukan analisis kemampuan proses berbasis distribusi gamma dengan menentukan indeks kemampuan proses sesuai batas-batas spesifikasi seperti yang telah ditentukan oleh perusahaan (PDAM Surya Sembada Surabaya)

5. Membuat kesimpulan

### 1.6.3 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab. Pada masing-masing bab terdapat sub bab dengan susunan sebagai berikut:

- BAB I : Pendahuluan, yang meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan, manfaat, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB II : Kajian pustaka, yaitu uraian materi yang berisi tentang teori-teori yang ada kaitanya dengan hal-hal yang akan dibahas oleh penulis. Adapun teori-teori tersebut adalah: pengertian kualitas, kualitas statistik, grafik pengendali, grafik pengendali individual, analisis kemampuan proses, uji distribusi data, pendugaan parameter, distribusi gamma.
- BAB III : Pembahasan, pada bab ini berisi uraian tentang grafik pengendali individual dan analisis kemampuan proses berdistribusi gamma meliputi: penentuan batas atas dan bawah dari grafik pengendali individual berdistribusi gamma, dan menentukan indeks kemampuan proses berdasarkan grafik individual yang sudah ditentukan, pada bab ini juga membahas aplikasi grafik pengendali individual dan kemampuan proses statistik.
- BAB IV : Penutup, pada bab ini, penulis membuat suatu kesimpulan dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Pengertian Kualitas

Ada banyak sekali definisi dan pengertian kualitas, berikut ini disebutkan oleh Ariani (2003) pengertian kualitas menurut beberapa ahli:

Juran (1962) “kualitas adalah kesesuaian dengan tujuan dengan manfaatnya”

Crosby (1979) “kualitas adalah kesesuaian dengan kebutuhan yang meliputi *availability, delivery, reliability, maintainability, dan cost effectiveness*”

Deming (1982) “kualitas harus bertujuan memenuhi kebutuhan pelanggan sekarang dan di masa mendatang”

Feigenbaum (1991) “kualitas merupakan keseluruhan karakteristik produk dan jasa yang meliputi *marketing, engineering, manufacture, dan maintenance*, dalam mana produk dan jasa tersebut dalam pemakaiannya akan sesuai dengan kebutuhan dan harapan pelanggan”

Sedangkan Laila (2010) mendefinisikan kualitas sebagai konsistensi peningkatan atau perbaikan atau penurunan variasi karakteristik disuatu produk (barang atau jasa) yang dihasilkan agar memenuhi kebutuhan yang telah dispesifikasikan guna meningkatkan kepuasan pelanggan internal atau pelanggan eksternal. Sehingga menurutnya kualitas berfokus pada pelanggan.

Berdasarkan beberapa pengertian di atas, penulis sendiri memaknai kualitas sebagai titik bertemunya/kesesuaian produk yang diharapkan dengan market/pasar.

## 2.2 Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik (*statistical quality control*) merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan sebagai pemonitor, pengendali, penganalisis, pengelola, dan perbaikan proses menggunakan metode-metode statistik (Ariani, 2004).

Pengendalian kualitas statistik (*statistical quality control*) sering disebut sebagai pengendalian proses statistik (*statistical proces control*). Pengendalian kualitas statistik dan pengendalian proses statistik memang merupakan dua istilah yang saling dipertukarkan, yang apabila dilakukan bersama-sama maka pemakai akan melihat gambaran kinerja proses masa kini dan masa yang mendatang (Cawley dan Harrold dalam Ariani, 2003).

Konsep terpenting dalam pengendalian kualitas statistik adalah variabilitas, dimana semua prosedur pengendalian kualitas statistik memuat keputusan berdasarkan sampel yang diambil dari populasi yang lebih besar. Variabilitas yang dimaksud adalah variabilitas antar sampel (misalnya rata-rata atau nilai tengah) dan variabilitas dalam sampel (misalnya *range* atau standar deviasi).

Tujuan akhir pengendalian kualitas statistik adalah meminimalkan variabilitas dalam proses, karena sampai kapanpun variabilitas akan tetap terjadi sehingga sangat mustahil untuk dihilangkan. Variabilitas ini dapat terjadi

disebabkan oleh dua kemungkinan. Pertama, penyebab khusus seperti kesalahan operator, mesin, dan bahan baku yang cacat. Kedua, penyebab umum yaitu faktor-faktor yang melekat pada proses yang menyebabkan terjadinya variasi dalam produk yang kejadiannya tidak dapat dihindari, seperti disebabkan oleh penurunan bahan baku, kinerja mesin, penurunan suhu, dan fluktuatif kelembaban udara.

Montgomery (1990) menyebutkan, bahwa metode pengendalian kualitas statistik ada 7 alat utama yaitu Histogram, *Check Sheet* (lembar periksa), *Pareto Chart* (grafik pareto), *Cause and effect diagram* (diagram sebab akibat), *Scatter Plot* (diagram pencar), *Control Chart* (grafik pengendali), dan *Defect concentration diagram* (diagram konsentrasi defect).

### 2.3 Grafik Pengendali

Untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai grafik pengendali (*control chart*). Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan kedalam dua tipe. Pertama, grafik pengendali variabel yaitu apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan. Kedua, grafik pengendali atribut (sifat) menurut Besterfield (dalam Ariani, 2004) yaitu apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misalnya goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang. Selain itu, atribut digunakan apabila pengukuran dapat dibuat tetapi tidak dibuat karena alasan waktu, biaya, atau kebutuhan.

Dalam grafik pengendali sering terjadi kekacauan antara batas pengendali dengan batas spesifikasi. Kondisi *in statistical control* tidak selalu identik dengan

kepuasan pelanggan. Contohnya pada beberapa situasi, suatu proses tidak berada dalam kendali secara statistik, tetapi proses tersebut tidak memerlukan tindakan (revisi) karena telah memenuhi spesifikasi, yang apabila produk tidak memenuhi spesifikasi, ada tindakan yang diperlukan, antara lain merubah nilai rata-rata, mengurangi variabilitas, mengubah spesifikasi, melakukan pensortiran terhadap produk dan sebagainya (Ariani, 2004)

Pada dasarnya grafik pengendali adalah uji hipotesis bahwa proses produksi ada dalam keadaan terkendali secara statistik, dengan kata lain merupakan uji hipotesis yang dilakukan berulang-ulang pada titik waktu yang lain. Jika satu titik terletak di dalam batas pengendali, maka hal itu ekuivalen dengan keputusan tidak menolak hipotesis bahwa produk terkendali secara statistik. Sebaliknya, jika satu titik terletak di luar batas pengendali, maka hal itu ekuivalen dengan keputusan menolak hipotesis bahwa produk terkendali secara statistik.

Secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut:

$$LCL = \mu_w - k\sigma_w \quad (2.1)$$

$$CL = \mu_w \quad (2.2)$$

$$LCL = \mu_w - k\sigma_w \quad (2.3)$$

dimana

UCL : batas pengendali atas

CL : garis tengah

LCL : batas pengendali bawah

$W$  : statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi

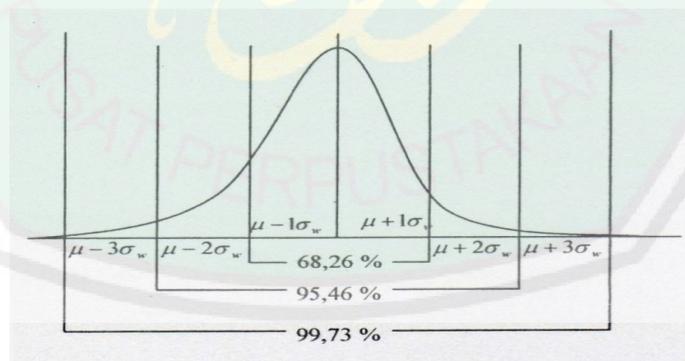
$k$  : jarak batas pengendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

$\sigma_w$  : standar deviasi dari  $W$

$\mu_w$  : *mean* dari  $W$

Teori umum grafik pengendali ini pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini kerap kali dinamakan grafik pengendali Shewhart (Montgomery, 1990).

Nilai standar deviasi  $W$  diperoleh dari standar deviasi proses dibagi akar dari banyaknya sampel yang diambil pada setiap pengamatan (*sampel size*). Peran standar deviasi ( $\sigma_w$ ) dari suatu distribusi normal mempunyai interpretasi sederhana seperti gambar di bawah ini

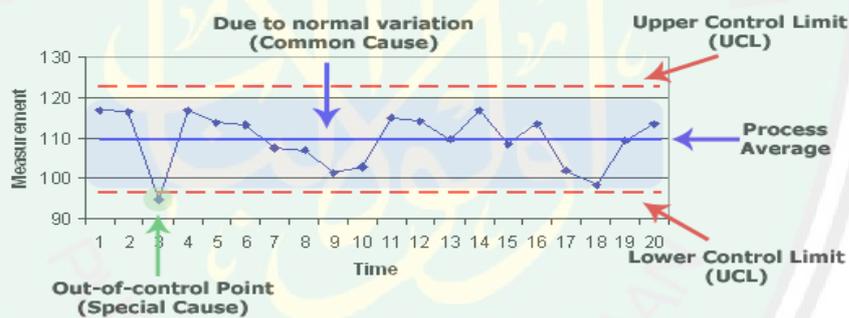


Gambar 2.1. Kurva Normal

Pada gambar di atas dapat dilihat bahwa 68,26 % dari nilai-nilai populasi itu berada di antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi satu standar deviasi ( $\mu_w \pm 1\sigma_w$ ), 95,46 % dari nilai-nilai populasi itu berada di antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan

dikurangi dua standar deviasi ( $\mu_w \pm 2\sigma_w$ ), 99,73% dari nilai-nilai populasi itu berada di antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi tiga standar deviasi ( $\mu_w \pm 3\sigma_w$ ). Jadi standar deviasi mengukur jarak pada skala mendatar yang berkaitan dengan batas-batas 68,26%, 95,46%, 99,73% karena semakin besar nilai  $k$  maka semakin kecil nilai kesalahan pada proses produksi. Umumnya nilai  $k$  yang digunakan sama dengan 3. Sehingga jika pendekatan berdistribusi normal biasa disebut dengan istilah batas pengendali 3 sigma.

Berikut ini ditunjukkan contoh grafik pengendali statistik:



Gambar 2.2. Contoh Grafik Pengendali Statistik

(Sumber: Yunita, 2010)

Pada contoh gambar grafik pengendali statistik di atas, sumbu  $y$  menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu  $x$  menunjukkan waktu atau nomer pengamatan. Garis biru yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas atas (UCL) dan batas bawah (LCL) grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis adalah statistik

sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap waktu atau nomor pengamatan tersebut.

Dari Gambar 2.2 di atas, selama titik-titik terletak di dalam batas-batas pengendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali secara statistik dan tidak perlu tindakan apapun. Tetapi jika ada satu titik yang terletak di luar batas pengendali (di bawah LCL atau di atas UCL), maka hal ini sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali dan diperlukan penyelidikan atau perbaikan untuk mengetahui dan menghilangkan sebab yang menyebabkan tingkah laku itu.

Apabila dikaitkan dengan ayat Al-Qur'an, hal tersebut terkandung pada surat Al-Muthofifin ayat 1-3

وَيْلٌ لِّلْمُطَفِّفِينَ ﴿١﴾ الَّذِينَ إِذَا أَكْتَالُوا عَلَى النَّاسِ يَسْتَوْفُونَ ﴿٢﴾ وَإِذَا كَالُوهُمْ أَوْ  
وَزَنُوهُمْ تَحْسِرُونَ ﴿٣﴾

*Artinya: Kecelakaan besarlah bagi orang-orang yang curang, (yaitu) orang-orang yang apabila menerima takaran dari orang lain mereka minta dipenuhi, Dan apabila mereka menakar atau menimbang untuk orang lain, mereka mengurangi.*

Yang dimaksud dengan orang-orang yang curang di sini ialah orang-orang yang curang dalam menakar dan menimbang. Kata Al-Muthoffifin dari kata thafa artinya meloncati seperti meloncati pagar, mendekati atau hampir seperti gelas yang tidak penuh, tetapi mendekati dan hampir penuh, selain dari kata thafa, Al-Muthoffifin berasal dari kata Al-Thafifi yakni bertengkar dalam penakaran dan penimbangan akibat adanya kecurangan. Thafifi sesuatu yang remeh, mengisyaratkan bahwa apa yang diambil secara tidak baik adalah sesuatu yang kadarnya sedikit jika dilihat kuantitasnya dalam kehidupan (Shihab, 2002)

Jika dikaitkan dengan ayat di atas dapat dijelaskan bahwa grafik pengendali adalah sebagai alat ukur kontrol bagi proses produksi suatu perusahaan yaitu mengukur keadaan produksi dalam keadaan terkendali apa tidak, dengan batas atas dan batas bawah diibaratkan sebagai pagar pembatas yang ditetapkan dari hasil proses produksi, sehingga jika ada titik yang keluar dari batas-batas tersebut sama dengan melewati pagar pembatas seperti yang diungkapkan pada ayat di atas yang selanjutnya keadaan produksi dikatakan tidak terkendali.

Sedangkan terkait batas-batas juga, ada salah satu kaidah fiqhiyah yang menyebutkan bahwa

الحر يم له حكم ما هو حر يم له

*Artinya: "garis pembatas memiliki hukum seperti sesuatu yang dibatasi"*

Kaidah di atas menjelaskan bahwa dilihat dari sisi hukum, batas segala sesuatu mengikuti apa yang dibatasinya. Contoh sederhana adalah batas aurat-bawah bagi seorang laki-laki. Dalam sebuah hadits ditegaskan

فغذا المرء عورته

*Artinya: "paha seorang laki-laki adalah auratnya"*

Dari redaksi hadits yang pendek ini, lahirlah sebuah hukum fiqih bahwa paha adalah aurat bagian bawah kaum lelaki sehingga paha wajib ditutupi, sementara pangkal paha bagian bawah adalah lutut. Dengan demikian, lutut adalah batas aurat (baca; paha) padahal lutut sendiri sebenarnya bukanlah merupakan aurat, namun karena lutut menjadi batas aurat, maka ia memiliki hukum sama dengan aurat paha, yakni wajib untuk ditutupi. Jadi walaupun status dasarnya tidak sama (paha adalah aurat, lutut hanya batas aurat) tetapi keduanya memiliki hukum yang

setara, yakni sama-sama haram untuk dibuka. Inilah yang dimaksud dalam kaidah ini (Abdul Haq, dkk, 2005).

Pengendalian proses secara statistik (*Statistical Process Control*) dengan menggunakan grafik pengendali pada umumnya dilakukan dalam dua tahap, yaitu tahap I, yang disebut *Start-Up Stage (SUS)* yang merupakan tahap pembuatan grafik pengendali yang didasarkan dari data historis proses untuk menentukan batas pengendali yang akan digunakan dalam tahap selanjutnya, dan tahap II, tahap pengendalian proses berdasarkan grafik pengendali yang telah dibuat pada tahap *SUS* (tahap I). Untuk menentukan batas pengendali dalam pembuatan grafik pengendali ditentukan oleh data historis proses yang merupakan proses *in control*. Sehingga dalam pembuatan grafik pengendali pada tahap *SUS*, jika terdapat data historis proses yang diduga merupakan proses *out of control*, maka pembuatan grafik pengendali diulang kembali tanpa melibatkan data historis yang diduga *out of control*, proses ini dilakukan berulang sampai diperoleh grafik pengendali yang batas pengendalinya ditentukan oleh data historis proses yang *in control* artinya tidak ada titik-titik yang keluar dari batas pengendali yang sudah ditentukan (Rozi, 2003)

#### **2.4 Grafik Pengendali Individual**

Pada grafik pengendali variabel, terdapat beberapa macam grafik pengendali, diantaranya adalah grafik pengendali  $\bar{X}$ ,  $R$  dan  $S$ . Grafik  $\bar{X}$  adalah grafik yang memantau variabilitas di antara sampel, grafik  $R$  adalah grafik yang memantau rentang di dalam sampel, sedangkan grafik  $S$  adalah grafik yang

memantau standar deviasi dalam sampel. Baik grafik  $\bar{X}$ ,  $R$ , dan  $S$  digunakan jika banyak observasi masing-masing pengamatan lebih dari satu.

Misalkan, pada suatu perusahaan melakukan pengamatan terhadap hasil produksinya sebanyak  $m$  hari. Setiap hari, observasi yang dilakukan terhadap hasil produksinya sebanyak  $n$  kali. Sehingga jika perusahaan ingin mengetahui rata-rata proses maupun variabilitas proses produksinya, dapat menggunakan grafik  $\bar{X}$ ,  $R$ , dan  $S$ .

Grafik pengendali individual adalah salah satu grafik pengendali data variabel yang dapat digunakan selain grafik  $\bar{X}$ ,  $R$ , dan  $S$ . Grafik pengendali individual digunakan jika banyak observasi masing-masing pengamatan hanya satu. Hal ini mungkin disebabkan oleh beberapa hal seperti:

1. Pengambilan sampel perlu waktu lama;
2. Daur produksi lama;
3. Tidak ada korelasi waktu data diobservasi;
4. Pengambilan sampel perlu biaya besar;
5. Pemeriksaan sampel dapat merusak objek; dan
6. Pengukuran berulang pada proses akan berbeda karena faktor kesalahan laboratorium atau analisis, seperti pada proses kimia, dll.

Karena pada grafik pengendali individual subgrupnya hanya satu maka perlu menyusun grafik pengendali jarak bergerak yang dihitung dari perbedaan antara dua observasi atau subgrup berurutan. Hal ini digunakan sebagai menaksir variasi. Nilai ini disebut *moving range* (MR).

$$\overline{MR} = |x_{i+1} - x_i| \quad (2.4)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^n MR_i}{n} \quad (2.5)$$

Dimana

$x_i$  : observasi ke-i

$x_{i+1}$  : observasi setelah observasi ke-i

$MR_i$  : selisih data (*moving range*) ke-i

$\overline{MR}$  : rata-rata *moving range*

$n$  : banyaknya observasi yang dilakukan, biasanya selisih 1 dari nilai  $n$  pada rata-rata

Biasanya data pertama tidak mempunyai *moving range*. *Moving range* baru dimiliki oleh data atau sampel atau observasi kedua sampai dengan akhir.

Batas-batas grafik pengendali individual adalah:

$$UCL = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.6)$$

$$CL = \bar{X} \quad (2.7)$$

$$LCL = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.8)$$

dimana

$\bar{X}$  : rata-rata data hasil observasi

nilai  $d_2$  dapat dilihat pada lampiran 4.

Apabila data hasil observasi pada grafik pengendali masih berada di dalam batas pengendali berarti tidak perlu mencari penyebab khusus yang terjadi dalam proses tersebut dan tidak perlu dilakukan revisi terhadap grafik pengendali.

## 2.5 Analisis Kemampuan Proses

Hadits riwayat Thabrani

ان الله يحب اذا عمل احدكم العمل ان يتقنه

*Artinya: Sesungguhnya Allah menyukai, apabila seseorang kamu mengerjakan suatu pekerjaan, supaya pekerjaan itu dikerjakannya dengan baik.*

Arti hadits tersebut mengingatkan, agar senantiasa berhati-hati dalam melakukan suatu pekerjaan. Apalagi jika pekerjaan tersebut menghasilkan sesuatu yang akan dipergunakan oleh orang banyak, sebagai salah satu contoh yaitu pekerjaan memproduksi suatu produk, maka produk tersebut harus layak untuk dipakai. Salah satu untuk mengetahui layak tidaknya suatu produk dipakai yaitu dengan analisis kemampuan proses, karena mungkin saja dari hasil analisis ini ternyata terdapat banyak produk yang tidak memenuhi spesifikasi, dan hal itu terjadi karena dimungkinkan ada kesalahan operator yang berarti memerlukan seorang ahli dalam bidang tersebut untuk memperbaiki proses.

Dalam ayat Al-Qur'an surat An-Nisa' ayat 146 disebutkan:

إِلَّا الَّذِينَ تَابُوا وَأَصْلَحُوا وَاعْتَصَمُوا بِاللَّهِ وَأَخْلَصُوا دِينَهُمْ لِلَّهِ فَأُولَٰئِكَ مَعَ الْمُؤْمِنِينَ ۗ

وَسَوْفَ يُؤْتِي اللَّهُ الْمُؤْمِنِينَ أَجْرًا عَظِيمًا ﴿١٤٦﴾

*Artianya: Kecuali orang-orang yang taubat dan mengadakan perbaikan dan berpegang teguh pada (agama) Allah dan tulus ikhlas (mengerjakan) agama mereka karena Allah. Maka mereka itu adalah bersama-sama orang yang beriman dan kelak Allah akan memberikan kepada orang-orang yang beriman pahala yang besar.*

Mengadakan perbaikan berarti berbuat pekerjaan-pekerjaan yang baik untuk menghilangkan akibat-akibat yang jelek dan kesalahan-kesalahan yang dilakukan. Dari ayat di atas, mengandung perintah, bahwa pada saat melakukan kesalahan diperintahkan memperbaiki kesalahan tersebut. Jika dikaitkan dengan penelitian ini, pada analisis kemampuan proses berperan untuk mengetahui kesalahan-kesalahan yang terjadi, dengan ditunjukkanya besar produk yang keluar dari batas-batas spesifikasi sehingga dari hasil analisis tersebut maka perusahaan yang telah memproduksi dapat mengambil tindakan untuk memperbaiki produksinya.

Analisis kemampuan proses mendefinisikan proses memenuhi spesifikasi atau mengukur kinerja proses. Analisis kemampuan proses juga merupakan prosedur yang digunakan untuk memprediksi kinerja jangka panjang yang berada dalam batas pengendali proses statistik (Pizdek dalam Ariani, 2003) yang perlu diingat adalah analisis kemampuan proses berada dalam batas pengendali statistik (*in control*). Dalam analisis kemampuan proses dikenal adanya batas-batas spesifikasi. Batas spesifikasi tepat bagi kategori seperti bahan baku, produk, atau pelayanan. Batas spesifikasi ditentukan berdasarkan kebutuhan pelanggan. Apa yang diinginkan pelanggan terhadap produk atau pelayanan dianalisis dengan riset pasar dan dikombinasikan dengan perancangan produk dan jasa atau pelayanan. Batas-batas spesifikasi sering disebut dengan batas-batas toleransi. Batas spesifikasi atau batas toleransi juga meliputi batas spesifikasi atas atau toleransi atas dan batas spesifikasi bawah atau toleransi bawah. Kedua batas tersebut merupakan batas kesesuaian unit-unit secara individu dengan operasi manufaktur

atau jasa. Analisis kemampuan proses membedakan kesesuaian dengan batas-batas toleransi. Oleh karena itu, ada dua kondisi yang mungkin terjadi, yaitu:

1. Rata-rata proses dalam batas pengendali dan berada dalam batas spesifikasi, atau
2. Rata-rata proses berada dalam batas pengendali tetapi tidak berada dalam batas spesifikasi.

Oleh karenanya, seringkali terjadi bahwa proses berada dalam pengendali statistik tetapi produk tidak memenuhi spesifikasi, atau proses berada di luar batas pengendali statistik tetapi produk masih memenuhi spesifikasi. Menurut Mitra (dalam Ariani, 2003) ada beberapa manfaat dilakukannya analisis kemampuan proses, yaitu :

1. Dapat menciptakan *output* yang seragam.
2. Kualitas dapat dipertahankan atau bahkan ditingkatkan.
3. Membantu dalam membuat perencanaan produk maupun proses.
4. Membantu dalam pemilihan pemasok yang memenuhi persyaratan.
5. Mengurangi biaya mutu total dengan memperkecil biaya kegagalan internal dan eksternal.
6. Memperkirakan seberapa baik proses akan memenuhi toleransi.
7. Mengurangi variabilitas dalam proses produksi.
8. Membantu dalam pembentukan interval untuk pengendalian interval antara pengambilan sampel.
9. Merencanakan urutan proses produksi apabila ada pengaruh interaktif proses pada toleransi.

## 10. Menetapkan persyaratan penampilan bagi alat baru.

Pada proses yang berada pada kondisi *in statistical control*, cara membuat analisis kemampuan proses, antara lain:

1. Rasio kemampuan proses atau indeks kemampuan proses (*Process Capability Ratio* atau *Capability Proses Index*). Hal ini digunakan untuk mengukur potensi agar sesuai dengan spesifikasi yang ditetapkan, yang didefinisikan sebagai berikut:

$$PCR = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.9)$$

USL (Batas Spesifikasi Atas) dan LSL (Batas Spesifikasi Bawah) adalah batas toleransi yang ditetapkan konsumen yang harus dipenuhi oleh produsen, apabila:

PCR > 1 berarti proses masih baik (*capable*)

PCR < 1 berarti proses tidak baik (*not capable*)

PCR = 1 berarti proses sama dengan spesifikasi konsumen.

2. Index kemampuan proses atas dan indeks kemampuan proses bawah (*Upper and Lower Capability Index*).

$$PCR_U = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad (2.10)$$

$$PCR_L = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \quad (2.11)$$

dengan  $\mu$  merupakan rata-rata proses.

### 3. Indeks Kemampuan Proses ( $PCR_k$ )

Indeks kemampuan proses kemampuan proses jika memperhatikan kondisi rata-rata proses, yaitu apakah nilai rata-ratanya sama dengan nilai tengahnya atau tidak, dicari dengan rumus:

$$PCR_k = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\} = \min \{ PCR_U, PCR_L \} \quad (2.12)$$

Bila  $PCR_k > 1$  maka proses disebut baik (*Capable*), bila  $PCR_k < 1$  maka proses disebut kurang baik (*not Capable*). Indeks  $PCR_k$  menunjukkan skala jarak relatif dengan 3 standar deviasi. Nilai  $PCR_k$  ini menunjukkan kemampuan sesungguhnya dari proses dengan nilai-nilai parameter yang ada. Apabila nilai rata-rata yang sesungguhnya sama dengan titik tengah, maka sebenarnya nilai  $PCR_k = PCR$ . Semakin tinggi indeks kemampuan proses maka semakin sedikit produk yang berada di luar batas-batas spesifikasi.

Ada beberapa hal yang dapat digunakan sebagai gambaran dalam analisis kemampuan proses dan nilai indeks  $PCR_k$ , yaitu:

1. Nilai rasio kemampuan proses tidak dapat berubah seperti perubahan pusat proses.
2. Nilai rasio kemampuan proses sama dengan indeks  $PCR_k$  apabila proses berada pada kondisi terpusat.
3. Nilai indeks  $PCR_k$  selalu sama atau lebih kecil daripada nilai rasio kemampuan proses.

4. Standar  $PCR_k$  secara *de facto* sama dengan 1, yang menunjukkan bahwa proses menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi.
5. Nilai  $PCR_k$  lebih kecil dari 1 menunjukkan bahwa proses menghasilkan produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi.
6. Nilai rasio kemampuan proses lebih kecil dari 1 menunjukkan proses tidak baik atau tidak layak.
7. Nilai  $PCR_k$  sama dengan 0 menunjukkan rata-rata, nilai  $PCR_k$  sama dengan 1 berarti sama dengan batas spesifikasi.
8. Nilai  $PCR_k$  negatif menunjukkan rata-rata berada di luar spesifikasi.
9. Nilai rasio kemampuan proses yang dikehendaki adalah lebih besar atau sama dengan 1.
10. Nilai rasio kemampuan proses sama dengan 1 berarti bentangan proses sama dengan spesifikasi.

(Ariani, 2003)

Analisis kemampuan proses ini dapat diasumsikan sebagai wujud introspeksi (muhasabah) suatu perusahaan terhadap proses produksinya dan produk yang dihasilkannya, hal ini menurut penulis penting untuk dilaksanakan karena untuk menjadikan produksi yang lebih baik lagi di kemudian hari sebagaimana sabda nabi Muhammad SAW:

حاسبوا انفسكم قبل ان تحاسبوا

*artinya: "periksalah dirimu sebelum dirimu diperiksa"*

(Imam Al-Ghazali, 2007)

Dan firman Allah pada Surat Al-Hasyr ayat 18

يٰۤاَيُّهَا الَّذِيْنَ ءَامَنُوْا اتَّقُوا اللّٰهَ وَتَنْظُرُوْا نَفْسَكُمْ مَّا قَدَّمْتُمْ لِغَدٍ ۖ وَاتَّقُوا اللّٰهَ ۚ اِنَّ اللّٰهَ خَبِيْرٌۢ بِمَا تَعْمَلُوْنَ

Artinya: Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.

## 2.6 Uji Distribusi Data

Prosedur pengujian data digunakan untuk mengetahui bentuk-bentuk fungsi dari populasi Daniel (dalam Yunita, 2010). Untuk mengetahui distribusi suatu data dapat dilakukan dengan beberapa cara, di antaranya dengan uji *Chi-Square*, uji *Anderson Darling* dan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Adapun dalam penelitian ini untuk menguji distribusi data menggunakan uji *Chi-Squared*, berikut ini uraian secara umum mengenai uji *Chi-Squared*.

Uji *Chi-Squared* dibuat oleh Karl Pearson (1899) sehingga biasa disebut Pearson's Chi-Square. Biasa digunakan untuk *goodness of fit* dan *test for independence*. Adapun rumus umum dari uji *Chi-Squared* yaitu

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2.13)$$

(Sudjana, 1996)

dengan  $O_i$  adalah frekuensi observasi ke- $i$  dan  $E_i$  adalah frekuensi harapan ke- $i$  yang dihitung oleh

$$E_i = F(x_2) - F(x_1) \quad (2.14)$$

dengan  $F(x)$  adalah fungsi kumulatif/fungsi distribusi dari distribusi yang diasumsikan.

Dalam uji tersebut berlaku hipotesis sebagai berikut:

$H_0$  : data mengikuti distribusi yang diasumsikan

$H_A$  : data tidak mengikuti distribusi yang diasumsikan

Pada setiap uji distribusi data akan dihitung *p-value* sebagai nilai kritis eksak untuk menolak hipotesis nol ( $H_0$ ) yang pada hakikatnya benar. *p-value* ini dihitung berdasarkan peluang eksak, yang berlandaskan pada uji statistik yang digunakan sebagai indikator dalam pengambilan keputusan. Jika *p-value*  $< \alpha$ , maka  $H_0$  ditolak dengan resiko kesalahan sebesar *p-value* tersebut. Semakin kecil *p-value*, maka semakin kecil peluang untuk membuat kesalahan dengan menolak  $H_0$ . Nilai  $\alpha$  sebesar 0; 0,01; 0,05 dan 0,1 tergantung dari tingkat kekritisian dari penelitian tersebut. Dengan kata lain tergantung pada seberapa besar resiko salah yang masih ditolerir sangat tergantung dari tingkat kekritisian penelitian dan kepentingan penggunaan hasil penelitian tersebut. Jika *p-value* bernilai kecil, maka hal itu menunjukkan konsistensi atau derajat yang relatif kecil antara data dan hipotesis nol ( $H_0$ ) yang berarti data tidak mendukung  $H_0$  dan akan relatif lebih besar dari hipotesis alternatif ( $H_A$ ) yang berarti data mendukung hipotesis alternatif. Oleh karena itu, semakin kecil *p-value* dibanding dengan nilai  $\alpha$  tertentu, maka besar peluang resiko salah untuk menolak *p-value*  $H_0$  secara eksak juga akan semakin kecil. Namun sesungguhnya mengenai seberapa besar *p-value* yang masih dapat ditolerir sangat tergantung dari tingkat kekritisian penelitian dan penggunaan hasil penelitian (Agustin dalam Yunita, 2010)

Adapun prosedur uji distribusi data menurut Purnamasari (dalam Yunita, 2010) adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan Data

Data terdiri dari hasil pengamatan bebas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  yang merupakan suatu sampel acak berukuran  $n$  dari suatu distribusi tipe kontinu dengan fungsi distribusi  $F(x)$ .

2. Menentukan taraf nyata  $\alpha$

Kriteria pemilihan  $\alpha$  sebagai berikut:

- a. 0,00 jika data yang diperoleh dari hasil percobaan bidang kedokteran
- b. 0,01 jika data merupakan hasil pengujian laboratorium
- c. 0,05 jika merupakan data lapangan
- d. 0,10 jika merupakan data sosial

3. Menguji hipotesis-hipotesis

Misal  $F^*(x)$  adalah fungsi distribusi yang dihipotesiskan, dalam hal ini  $F^*(x)$  adalah distribusi gamma. Hipotesis pengujiannya adalah sebagai berikut:

$$H_0 : F(x) = F^*(x) \text{ untuk semua nilai } x.$$

$$H_A : F(x) \neq F^*(x) \text{ untuk semua nilai } x.$$

## 2.7 Distribusi Gamma

Distribusi gamma mendapat namanya dari fungsi gamma yang sudah dikenal luas, dipelajari dalam banyak bidang matematika, sebelum membahas distribusi gamma terlebih dahulu akan ditinjau fungsi gamma dan beberapa sifatnya yang terpenting.

Fungsi gamma didefinisikan sebagai

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad \text{untuk } \alpha > 0 \quad (2.15)$$

Jika  $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ , maka:

1.  $\Gamma(1) = 1$
2.  $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Bukti :

$$\begin{aligned} 1. \Gamma(\alpha) &= \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \\ &= \int_0^{\infty} x^{1-1} e^{-x} dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-x} dx \\ &= -e^{-x} \Big|_0^{\infty} \\ &= -\frac{1}{e^x} \Big|_0^{\infty} \\ &= -0 - (-1) = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}-1} e^{-x} dx \\ &= \int_0^{\infty} x^{-\frac{1}{2}} e^{-x} dx \end{aligned}$$

misal  $x = u^2$ ,  $dx = 2u du$  maka,

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \int_0^{\infty} (u^2)^{-\frac{1}{2}} u^{-u^2} 2u du \\ &= \int_0^{\infty} u^{-\frac{2}{2}} e^{-u^2} 2u du \\ &= \int_0^{\infty} 2u u^{-1} e^{-u^2} du \\ &= 2 \int_0^{\infty} u^{1-1} e^{-u^2} du \\ &= 2 \int_0^{\infty} u^0 e^{-u^2} du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \int_0^{\infty} e^{-u^2} du, \text{ karena } \int_0^{\infty} e^{-u^2} du = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right), \text{ maka} \\
 &= 2 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) \\
 &= (\sqrt{\pi})
 \end{aligned}$$

(Kislam dalam Misbahussurur, 2009)

dengan aturan kalkulus pada tehnik pengintegralan diperoleh:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} u dv = u v - \int_0^{\infty} v du$$

dengan

$$u = x^{\alpha-1}$$

$$du = (\alpha - 1)x^{\alpha-1-1} dx$$

$$= (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$dv = e^{-x} dx$$

$$v = \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

$$= -e^{-x} + c \Big|_0^{\infty}$$

sehingga,

$$\Gamma(\alpha) = \left( x^{\alpha-1} (-e^{-x} + c \Big|_0^{\infty}) \right) - \int_0^{\infty} -e^{-x} (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$= \left( x^{\alpha-1} (-e^{-x} \Big|_0^{\infty}) \right) - \int_0^{\infty} -e^{-x} (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$= \left( -e^{-x} x^{\alpha-1} \Big|_0^{\infty} \right) - \int_0^{\infty} -e^{-x} (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$= \left( -\frac{1}{e^x} x^{\alpha-1} \Big|_0^{\infty} \right) - \int_0^{\infty} -e^{-x} (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$= \left( -\frac{x^{\alpha-1}}{e^x} \Big|_0^{\infty} \right) - \int_0^{\infty} -e^{-x} (\alpha - 1)x^{\alpha-2} dx$$

$$\begin{aligned}
&= \left( -\frac{\infty^{\alpha-1}}{\infty^0} + \frac{0^{\alpha-1}}{0^0} \right) - \int_0^\infty -e^{-x}(\alpha-1)x^{\alpha-2} dx \\
&= \left( -\frac{\infty^{\alpha-1}}{\infty} + \frac{0}{1} \right) - \int_0^\infty -e^{-x}(\alpha-1)x^{\alpha-2} dx \\
&= \left( -\infty^{\alpha-1} \frac{1}{\infty} + 0 \right) - \int_0^\infty -e^{-x}(\alpha-1)x^{\alpha-2} dx \\
&= (-\infty^{\alpha-1}, 0) - \int_0^\infty -e^{-x}(\alpha-1)x^{\alpha-2} dx \\
&= 0 - \int_0^\infty -e^{-x}(\alpha-1)x^{\alpha-2} dx \\
&= 0 + (\alpha-1) \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-2} dx \\
&= (\alpha-1) \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-2} dx
\end{aligned}$$

Untuk  $\alpha > 1$  menghasilkan rumus berulang

$$\begin{aligned}
\Gamma(\alpha) &= (\alpha-1) \int_0^\infty x^{\alpha-2} e^{-x} dx \\
&= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Dengan memakai rumus berulang di atas, maka:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\alpha-1) &= \int_0^\infty x^{\alpha-2} e^{-x} dx \\
&= (\alpha-2) \int_0^\infty x^{\alpha-3} e^{-x} dx \\
&= (\alpha-2)\Gamma(\alpha-2)
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
\Gamma(\alpha) &= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1) \\
&= (\alpha-1)(\alpha-2)\Gamma(\alpha-2) \\
&= (\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)\Gamma(\alpha-3) \\
&= (\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)(\alpha-4)\Gamma(\alpha-4) \\
&= (\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)(\alpha-4)(\alpha-5)\Gamma(\alpha-5)
\end{aligned}$$

... dan seterusnya

Perhatikan bahwa bila  $\alpha = n$ , dengan  $n$  bilangan bulat positif, maka

$$\begin{aligned}\Gamma(n) &= (n-1)\Gamma(n-1) \\ &= (n-1)(n-2)\Gamma(n-2) \\ &= (n-1)(n-2)(n-3)\Gamma(n-3) \\ &= (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\Gamma(n-4) \\ &= (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\Gamma(n-5) \dots \Gamma(1)\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}\Gamma(n) &= (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\Gamma(n-5) \dots \Gamma(1) \\ &= (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\Gamma(n-5) \dots 1 \\ &= (n-1)!\end{aligned}\tag{2.18}$$

(Misbahussurur, 2009)

Dalam menyelesaikan permasalahan statistik akan dijumpai juga bentuk turunan dari fungsi gamma, misalnya dalam penaksiran parameter distribusi gamma akan dijumpai bentuk  $\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln \Gamma(\alpha)$ . Bentuk  $\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln \Gamma(\alpha)$  adalah turunan berantai dengan penyelesaian sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln \Gamma(\alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{\partial}{\partial \alpha} \Gamma(\alpha)\tag{2.19}$$

Berikut ini adalah turunan berantai dari fungsi gamma

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \alpha} \Gamma(\alpha) &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} (x^{\alpha-1} e^{-x}) dx \\ &= \int_0^{\infty} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} x^{\alpha-1} \right) e^{-x} dx \\ &= \int_0^{\infty} (\alpha-1) x^{\alpha-2} e^{-x} dx\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\alpha - 1) \int_0^{\infty} x^{\alpha-2} x^{-x} dx \\
 &= (\alpha - 1) \Gamma(\alpha - 1)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Dimana penyelesaian dari fungsi gamma itu sendiri adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\alpha) &= \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} x^{-x} dx \\
 &= -e^{-x} x^{\alpha-1} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x} (\alpha-1) x^{\alpha-2} dx \\
 &= (\alpha - 1) \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-2} dx \\
 &= (\alpha - 1) \Gamma(\alpha - 1)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Selanjutnya mensubstitusi hasil dari  $\frac{\partial}{\partial \alpha} \Gamma(\alpha)$  dan  $\Gamma(\alpha)$  ke persamaan (2.19) sehingga,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \alpha} \Gamma(\alpha) &= \frac{\frac{\partial}{\partial \alpha} \Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{(\alpha - 1) \Gamma(\alpha - 1)}{(\alpha - 1) \Gamma(\alpha - 1)} = 1
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

(Rosita, 2010)

Sekarang fungsi gamma akan dipakai dalam mendefinisikan distribusi gamma.

Distribusi gamma didefinisikan sebagai berikut:

Peubah acak kontinu  $x$  dikatakan berdistribusi gamma, dengan parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ , bila fungsi padat peluangnya berbentuk (Walpole dan Myers, 1995),

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Dengan  $\alpha > 0$  dan  $\beta > 0$

Untuk rata-rata dan variansi distribusi gamma diberikan oleh teorema berikut:

$$\mu = \alpha\beta \quad \text{dan} \quad \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

Bukti :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \mu &= E[x] = \int_0^{\infty} x f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} x \left[ \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \right] dx \\ &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{1+\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \\ &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \end{aligned}$$

misalkan

$$\begin{aligned} \frac{x}{\beta} &= y \\ x &= y\beta \\ dx &= \beta dy \end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} E[x] &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} (y\beta)^{\alpha} e^{-y} \beta dy \\ &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \beta^{\alpha} \beta \int_0^{\infty} y^{\alpha} e^{-y} dy \end{aligned}$$

karena

$$\begin{aligned} \Gamma(\alpha) &= \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \\ &= \Gamma(\alpha + 1) \quad \text{dimana} \quad \Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha) \end{aligned}$$

maka

$$E[x] = \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \alpha\Gamma(\alpha) = \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad E[x^2] &= \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} x^2 \left[ \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \right] dx \\ &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{2+\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \\ &= \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha+1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \end{aligned}$$

misalkan

$$\begin{aligned}\frac{x}{\alpha} &= y \\ x &= y\beta \\ dx &= \beta dy\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}E[x^2] &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty (y\beta)^{\alpha+1} e^{-y} \beta dy \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \beta^{\alpha+1} \beta \int_0^\infty y^{\alpha+1} e^{-y} dy\end{aligned}$$

karena 
$$\begin{aligned}\Gamma(\alpha) &= \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx \\ &= \Gamma(\alpha + 1)\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}\Gamma(\alpha + 1) &= (\alpha + 1)\Gamma(\alpha) \\ &= (\alpha + 1)\alpha\Gamma(\alpha)\end{aligned}$$

maka

$$\begin{aligned}E[x^2] &= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} (\alpha + 1)\alpha\Gamma(\alpha) \\ &= (\alpha + 1)\alpha\beta^2\end{aligned}$$

sehingga 
$$\begin{aligned}\sigma^2 = var[x] &= E[x^2] - [E[x]]^2 \\ &= (\alpha + 1)\alpha\beta^2 - [\alpha\beta]^2 \\ &= \alpha\beta(\alpha + 1) - \beta^2\alpha^2 \\ &= \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta^2 - \beta^2\alpha^2 \\ &= \alpha\beta^2\end{aligned}$$

## 2.8 Pendugaan Parameter

Salah satu aspek penting dalam statistika inferensia adalah pendugaan parameter populasi, misalnya  $\mu$  dan  $\sigma^2$  yang diduga dari statistik sampel  $\bar{x}$  dan  $s^2$ . Dengan demikian kesimpulan yang didapatkan merupakan kesimpulan tentang populasi yang dipelajari berdasarkan contoh atau sebagian dari populasi tersebut.  $\bar{x}$  dan  $s^2$  merupakan suatu peubah acak yang besarnya beragam dari satu contoh

ke contoh lain serta memiliki sebaran statistik yang sesuai dengan sebaran induknya (Turmudi dan Harini, 2008).

Metode pendugaan parameter dapat dilakukan berbagai cara, dalam melakukan pendugaan parameter distribusi gamma pada penelitian ini menggunakan pendugaan parameteri yang sudah umum digunakan yaitu estimasi maksimum *likelihood*.

fungsi maksimum *likelihood* mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$L(\theta; X) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \quad \theta \in \Omega \quad (2.23)$$

( Robert, Kean dan Allen, 2005)

yaitu fungsi yang memaksimumkan nilai-nilai parameter dengan turunan parsial sama dengan 0.

Dari hasil perhitungan tersebut akan mendapatkan formula taksiran dari parameter-parameter distribusi gamma yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ .

Mengenai estimasi Allah SWT berfirman dalam surat As-Shaffat ayat 147:

وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

*Artinya: Dan kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih.*

Pada Qs. Ash-shaffat ayat 147 tersebut dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat rasa atau kesan ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Mengapa menyatakan 100.000 atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah SWT Maha mengetahui yang ghaib dan yang nyata? Bukankah Allah SWT Maha mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat nabi Yunus? Jawaban terhadap

pertanyaan tersebut adalah “inilah contoh estimasi (taksiran)”. Ini menunjukkan bahwa Allah SWT mengajarkan suatu konsep dalam matematika yang dikenal dengan estimasi (Abdussakir, 2007).



## BAB III

### PEMBAHASAN

#### 3.1 Penaksiran Parameter Distribusi Gamma

Pada pembahasan ini akan ditentukan batas-batas kendali grafik individual berdasarkan distribusi gamma serta analisis kemampuan prosesnya, akan tetapi perlu ditaksir terlebih dahulu parameter-parameter dari distribusi gamma. Untuk menaksir parameter-parameter tersebut, pada penelitian ini menggunakan metode estimasi yang sudah umum digunakan yaitu metode estimasi maksimum *likelihood*.

Fungsi maksimum *Likelihood* mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$L(\theta; X) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \quad \theta \in \Omega \quad (3.1)$$

yaitu fungsi yang memaksimumkan nilai-nilai parameter dengan turunan parsial sama dengan 0.

Berikut merupakan estimasi parameter distribusi gamma:

$$L(\alpha, \beta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \alpha, \beta) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} L(\alpha, \beta | x_1, x_2, \dots, x_n) &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x_i^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{x_i}{\beta}\right) \right) \\ &= \frac{1}{(\Gamma(\alpha)\beta^\alpha)^n} \left( \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha-1} \prod_{i=1}^n e^{-\frac{x_i}{\beta}} \right) \\ &= \frac{1}{(\Gamma(\alpha))^n \beta^{n\alpha}} \left( \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha-1} \prod_{i=1}^n e^{-\frac{x_i}{\beta}} \right) \\ &= (\Gamma(\alpha))^{-n} \beta^{-n\alpha} \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^{\alpha-1} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln L(\alpha, \beta | x_1, x_2, \dots, x_n) &= \ln \left( (\Gamma(\alpha))^{-n} \beta^{-n\alpha} \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^{\alpha-1} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta}} \right) \\
&= \ln(\Gamma(\alpha))^{-n} + \ln \beta^{-n\alpha} + \ln \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha-1} + \ln e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta}} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + \ln(x_1^{\alpha-1} x_2^{\alpha-1} \dots x_n^{\alpha-1}) - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + (\ln x_1^{\alpha-1} + \ln x_2^{\alpha-1} + \dots + \\
&\quad \ln x_n^{\alpha-1}) - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + ((\alpha - 1) \ln x_1 + (\alpha - 1) \ln x_2 + \\
&\quad \dots + (\alpha - 1) \ln x_n) - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + (\alpha - 1)(\ln x_1 + \ln x_2 + \dots + \\
&\quad \ln x_n) - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta} \\
&= -n \ln \Gamma(\alpha) - n \alpha \ln \beta + \alpha \sum_{i=1}^n \ln x_i - \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Nilai maksimal dari  $L(x_i | \alpha, \beta)$  akan dicapai apabila:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(x_i | \alpha, \beta)}{\partial \beta} &= 0 \text{ dan } \frac{\partial \ln L(x_i | \alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 0 \\
\frac{\partial \ln L(x_i | \alpha, \beta)}{\partial \beta} &= -n\alpha \frac{1}{\beta} - 0 + 0 - 0 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta^2}
\end{aligned}$$

$$0 = -n\alpha \frac{1}{\beta} + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta^2} \quad (3.4)$$

Untuk menghilangkan bentuk pecahan, maka kedua ruas dikalikan dengan  $\beta^2$

$$\begin{aligned} 0 &= -n\alpha \frac{1}{\beta} \beta^2 + \beta^2 \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\beta^2} \\ 0 &= -n\alpha\beta + \sum_{i=1}^n x_i \\ n\alpha\beta &= \sum_{i=1}^n x_i \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n\alpha} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Karena  $\hat{\beta}$  bergantung nilai  $\alpha$ , maka perlu menaksir nilai  $\alpha$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\beta, \alpha | x_i)}{\partial \alpha} &= -n \ln \beta - n \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln \Gamma(\alpha) + \sum_{i=1}^n \ln x_i \\ 0 &= -n \ln \beta - n \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} + \sum_{i=1}^n \ln x_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

dengan  $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n\hat{\alpha}}$  dan  $\frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} = 1$  sehingga,

$$\begin{aligned} 0 &= -n \ln \beta - n \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} + \sum_{i=1}^n \ln x_i \\ &= -n \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n\hat{\alpha}} \right) - n \cdot 1 + \sum_{i=1}^n \ln x_i \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \ln x_i = n \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n\hat{\alpha}} \right) + n \cdot 1$$

$$= n \ln \sum_{i=1}^n x_i - n \ln(n\hat{\alpha}) + n$$

$$= n \ln \sum_{i=1}^n x_i - n \ln n - n \ln \hat{\alpha} + n$$

$$n \ln \hat{\alpha} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = n \ln \sum_{i=1}^n x_i - n \ln n + n$$

$$n \ln \hat{\alpha} = \ln \sum_{i=1}^n x_i - n \ln n + n - \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\ln \hat{\alpha}^n = \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n + \ln e^n - \ln \prod_{i=1}^n x_i$$

$$= \ln \left( \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n e^n}{\prod_{i=1}^n x_i} \right)$$

$$e^{\ln \hat{\alpha}^n} = e^{\ln \left( \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n e^n}{\prod_{i=1}^n x_i} \right)}$$

$$\hat{\alpha}^n = \left( \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n e^n}{\prod_{i=1}^n x_i} \right)$$

$$\hat{\alpha} = \sqrt[n]{\left( \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n e^n}{\prod_{i=1}^n x_i} \right)}$$

$$= \left( \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^n e^n}{\prod_{i=1}^n x_i} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^{\frac{n}{n}} \frac{n}{e^n}}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}}$$

$$= \frac{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right) e}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}} = \frac{\bar{x}_e}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}}$$

(3.7)

Dari hasil estimasi parameter  $\alpha$ , ternyata jika  $n$  semakin besar nilai  $\hat{\alpha}$  mendekati nilai  $\alpha$ , sehingga dilakukan estimasi parameter  $\alpha$  dengan cara mensubstitusikan hasil estimasi  $\hat{\beta}$  ke persamaan variansi yang sudah diketahui, yaitu:

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

Berdasarkan sampel  $\sigma^2$  ditaksir oleh  $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$ , karena  $s^2$  merupakan penaksir tak bias untuk  $\sigma^2$  (Robert, Kean, Allen, 2005)

sehingga

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= s^2 = \hat{\alpha}(\hat{\beta})^2 \\ s^2 &= \hat{\alpha} \left( \frac{\bar{x}}{\hat{\alpha}} \right)^2 \\ &= \hat{\alpha} \frac{\bar{x}^2}{\hat{\alpha}^2} \\ &= \frac{\bar{x}^2}{\hat{\alpha}} \\ \hat{\alpha} &= \frac{\bar{x}^2}{s^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

#### Uji Ketakbiasan Parameter $\alpha$

Suatu parameter dikatakan takbias apabila  $E[\hat{\theta}] = \theta$

$$\begin{aligned} E[\hat{\alpha}] &= E \left[ \frac{\bar{x}^2}{s^2} \right] \\ &= \frac{E[\bar{x}^2]}{E[s^2]} \\ &= \frac{\frac{\sigma^2}{n} + \mu^2}{s^2} \\ &= \frac{\frac{\alpha\beta^2}{n} + \alpha^2\beta^2}{\alpha\beta^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\alpha\beta^2\left(\frac{1}{n} + \alpha\right)}{\alpha\beta^2} \\
 &= \frac{1}{n} + \alpha \text{ (bias)} \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

dari hasil uji ketakbiasan di atas,  $\hat{\alpha}$  merupakan taksiran yang bias untuk parameter  $\alpha$ , sehingga dipilih  $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha} - \frac{1}{n}$  sebagai penaksir takbias untuk  $\alpha$ .

Bukti :

$$\begin{aligned}
 E[\hat{\alpha}_1] &= E\left[\frac{\bar{x}^2}{s^2} - \frac{1}{n}\right] \\
 &= E\left[\frac{\bar{x}^2}{s^2}\right] - E\left[\frac{1}{n}\right] \\
 &= \frac{1}{n} + \alpha - \frac{1}{n} \\
 &= \alpha \text{ (tak bias)}
 \end{aligned}$$

### Uji Ketakbiasan Parameter $\beta$

Suatu parameter dikatakan takbias apabila  $E[\hat{\theta}] = \theta$

$$\begin{aligned}
 E[\hat{\beta}] &= E\left[\frac{\sum x_i}{n\hat{\alpha}_1}\right] \\
 &= \frac{\sum E[x_i]}{n\hat{\alpha}_1} \\
 &= \frac{\alpha\beta}{\hat{\alpha}_1} \\
 &= \beta \text{ (tak bias)} \tag{3.10}
 \end{aligned}$$

## 3.1 Penentuan Batas-batas Grafik Pengendali Individual Berdistribusi

### Gamma

Teori umum grafik pengendali yang berdasarkan teori Shewhart mengasumsikan grafik berdistribusi normal, yaitu dengan batas kendali 3 sigma,

artinya data berada pada selang kepercayaan 99,73% dengan harapan dari 10.000 data, 27 data boleh keluar dari UCL dan LCL. Akan tetapi karena pada penelitian ini distribusi yang digunakan adalah distribusi gamma yang mempunyai grafik yang tidak simetris/tidak setangkup. Maka batas-batas pengendaliya adalah sebagai berikut:

$$UCL = X_{0,99865} = F^{-1}(0,99865|\alpha, \beta) \quad (3.11)$$

$$CL = \mu = \alpha\beta \quad (3.12)$$

$$LCL = X_{0,00135} = F^{-1}(0,00135|\alpha, \beta) \quad (3.13)$$

dengan

$X_{0,99865}$  : persentil ke 99,865 untuk distribusi gamma

$X_{0,00135}$  : persentil ke 0,135 untuk distribusi gamma

$\alpha$  : parameter bentuk distribusi gamma

$\beta$  : parameter skala distribusi gamma

$\mu$  : rata-rata proses dari data berdistribusi gamma

Dalam praktiknya  $\alpha$  dan  $\beta$  sering tidak diketahui, untuk itu  $\alpha$  dan  $\beta$  akan ditaksir oleh  $\hat{\alpha}_1$  dan  $\hat{\beta}$  yang telah didapatkan pada sub bab berikutnya, sehingga batas-batas pengendali statistik berdasarkan distribusi gamma adalah:

$$UCL = F^{-1}(0,99865|\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \quad (3.14)$$

$$CL = \hat{\alpha}_1 \hat{\beta} \quad (3.15)$$

$$LCL = F^{-1}(0,00135|\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \quad (3.16)$$

dengan

$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha} - \frac{1}{n} \text{ dan } \hat{\beta} = \frac{\bar{x}}{\hat{\alpha}_1}$$

### 3.2 Analisis Kemampuan Proses Berbasis Distribusi Gamma

Analisis kemampuan proses dapat dilakukan pada saat sudah ditentukan batas spesifikasinya, Karena nilai batas spesifikasi tersebut digunakan untuk mengetahui nilai indeks kemampuan proses.

Pada penelitian ini indeks kemampuan proses diperoleh dengan:

$$PCR = \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00135}} \quad (3.17)$$

dimana:

USL : batas spesifikasi Atas

LSL : batas spesifikasi bawah

$X_{0,99865}$  : persentil ke 99,865 untuk distribusi gamma

$X_{0,00135}$  : persentil ke 0,135 untuk distribusi gamma

Karena distribusi gamma mempunyai bentuk grafik yang tidak simetris, maka ditentukan indeks kemampuan proses pada masing-masing sisi, artinya indeks kemampuan proses atas saja atau indeks kemampuan proses bawah saja yaitu dengan rumus:

$$PCR_U = \frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,5}} \quad (3.18)$$

$$PCR_L = \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}} \quad (3.19)$$

dimana:

$PCR_U$  : Kemampuan proses atas

$PCR_L$  : Kemampuan proses bawah

$X_{0,5}$  : Persentil ke 50 untuk distribusi gamma

$X_{0,99865}$  : Persentil ke 99,865 untuk distribusi gamma

$X_{0,00135}$  : Persentil ke 0,135 untuk distribusi gamma

Sedangkan Indeks kemampuan proses jika memperhatikan kondisi rata-rata proses, yaitu apakah nilai rata-ratanya sama dengan nilai tengahnya atau tidak, indeks kemampuan proses berdistribusi gamma dicari dengan rumus dibawah ini,

$$PCR_K = \min \left\{ \frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99999} - X_{0,5}}, \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}} \right\} = \min(PCR_U, PCR_L) \quad (3.20)$$

yaitu dengan mengambil nilai minimum antara nilai yang didapat dari uji spesifikasi satu sisi.

### 3.3 Aplikasi Grafik Pengendali Individual dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Gamma

#### 3.3.1 Aplikasi Grafik Pengendali Individual Berdistribusi Gamma

Pada penelitian ini grafik pengendali individual dan analisis kemampuan proses diaplikasikan pada data variabel kualitas air yang diperoleh dari Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Surya Sembada Surabaya pada bulan Juli 2010.

Langkah awal yaitu menguji data variabel kualitas air yang bertujuan untuk mengetahui distribusi dari masing-masing data variabel kualitas air. Sehingga dari hasil uji distribusi tersebut diketahui distribusi data variabel kualitas air yang mempunyai distribusi gamma.

Adapun cara untuk menguji data variabel kualitas air yang berdistribusi gamma dalam penelitian ini adalah, pertama menggunakan bantuan software easyfit, dari hasil easyfit didapatkan hasil, bahwa data variabel air yang mempunyai distribusi gamma adalah kadar zat organik. Langkah kedua yaitu

melakukan uji distribusi secara manual terhadap data kadar zat organik untuk membuktikan bahwa data tersebut benar-benar berdistribusi gamma yaitu dengan tabel frekuensi.

Berikut ini adalah hasil uji distribusi dengan tabel frekuensi.

Tabel 3.1 Data Kadar Zat Organik

NO	KADAR	NO	KADAR
1	3.61	12	3.26
2	2.84	13	4.97
3	5.57	14	4.5
4	5.29	15	4.04
5	6.06	16	3.58
6	2.69	17	5.43
7	3.11	18	3.88
8	4.35	19	4.5
9	4.43	20	2.64
10	6.29	21	3.42
11	2.87	22	6.37

Sumber : Litbang PDAM Surya Sembada Surabaya

Tabel 3.2 Tabel frekuensi ntuk mencari harga-harga yang diperlukan pada uji *Chi-kuadrat*

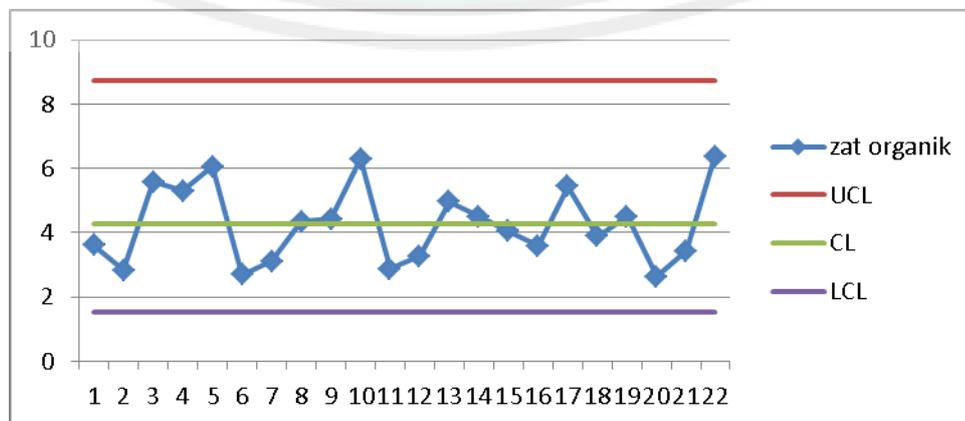
No	Kelas Interval			$F_i$	Batas Kelas			Tabel		L	Fh	$\chi^2$
					Bawah		Atas	1	2			
1	2.64	-	3.33	6	2.635	-	3.335	0.068	0.228	0.160	3.528	1.731
2	3.34	-	4.03	4	3.335	-	4.035	0.228	0.461	0.233	5.128	0.248
3	4.04	-	4.73	5	4.035	-	4.735	0.461	0.684	0.223	4.901	0.002
4	4.74	-	5.43	3	4.735	-	5.435	0.684	0.841	0.158	3.469	0.063
5	5.44	-	6.13	2	5.435	-	6.135	0.841	0.931	0.089	1.961	0.001
6	6.14	-	6.83	2	6.135	-	6.835	0.931	0.973	0.042	0.931	1.228
											Jumlah	3.273

Dari hasil tabel frekuensi didapat bahwa  $\chi^2$  hitung = 3,273 sedangkan  $\chi^2$  tabel = 9,49 nilai tersebut artinya  $\chi^2$  hitung <  $\chi^2$  tabel sehingga dapat disimpulkan bahwa data kadar zat organik berdistribusi gamma.

Langkah selanjutnya yaitu menentukan batas atas (UCL), garis tengah (CL) serta batas bawah (LCL). Dari data kadar zat organik didapatkan nilai  $\hat{\alpha}_1 = 12,75538$  dan  $\hat{\beta} = 0,333906$ . Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
 \text{UCL} &= X_{0,99865} \\
 &= F^{-1}(0,99865 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \\
 &= F^{-1}(0,99865 | 12,75538, 0,333906) \\
 &= 8,735 \\
 \text{CL} &= \bar{x} = X_{0,5} \\
 &= \hat{\alpha}_1 \hat{\beta} \\
 &= 12,75538 \times 0,333906 \\
 &= 4,259 \\
 \text{LCL} &= X_{0,00135} \\
 &= F^{-1}(0,00135 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \\
 &= F^{-1}(0,00135 | 12,75538, 0,333906) \\
 &= 1,545
 \end{aligned}$$

Berikut gambar grafik pengendali individual berdasarkan distribusi gamma:



Gambar 3.1 Grafik Pengendali Individual Data Zat Organik Berdasarkan Distribusi Gamma.

Dari gambar 3.1 di atas terlihat tidak ada titik yang keluar dari batas-batas pengendali, baik batas atas maupun batas bawah artinya tidak ada pelanggaran, sehingga data dikatakan terkendali secara statistik dengan  $UCL = 8,735$ ,  $CL = 4,259$ , dan  $LCL = 1,545$ .

Sebagai pembanding, berikut ditentukan pula batas-batas grafik pengendali apabila data kadar zat organik diasumsikan berdistribusi normal. Berdasarkan teori Shewhart batas-batas pengendali adalah sebagai berikut:

$$UCL = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (3.21)$$

$$CL = \bar{X} \quad (3.22)$$

$$LCL = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (3.23)$$

dari data kadar zat organik diperoleh  $\bar{x} = 4,259$  dan  $\overline{MR} = 1,335$  dan  $d_2$  dari tabel untuk  $n = 2$  sebesar 1,128 Sehingga,

$$UCL = 4,259 + 3 \frac{1,335}{1,128}$$

$$= 4,259 + 3,55$$

$$= 7,809$$

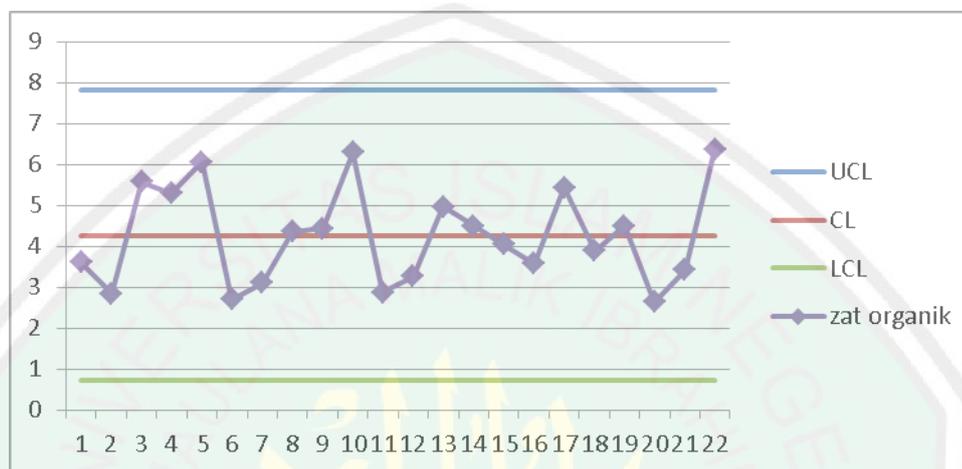
$$CL = 4,259$$

$$LCL = 4,259 - 3 \frac{1,335}{1,128}$$

$$= 4,259 - 3,55$$

$$= 0,709$$

Berikut ini gambar grafik pengendali Individual apabila data kadar zat organik diasumsikan distribusi normal.



Gambar 3.2 grafik pengendali individual data zat organik berdasarkan distribusi normal

. Dari gambar 3.2 di atas juga terlihat tidak ada titik yang keluar dari batas-batas yang sudah ditentukan seperti halnya pada gambar 3.1. akan tetapi terdapat selisih pada nilai-nilai batas antara gambar 3.1 dan gambar 3.2. Hal ini menunjukkan bahwa dalam pembuatan grafik pengendali hendaknya harus mengetahui terlebih dahulu distribusi datanya.

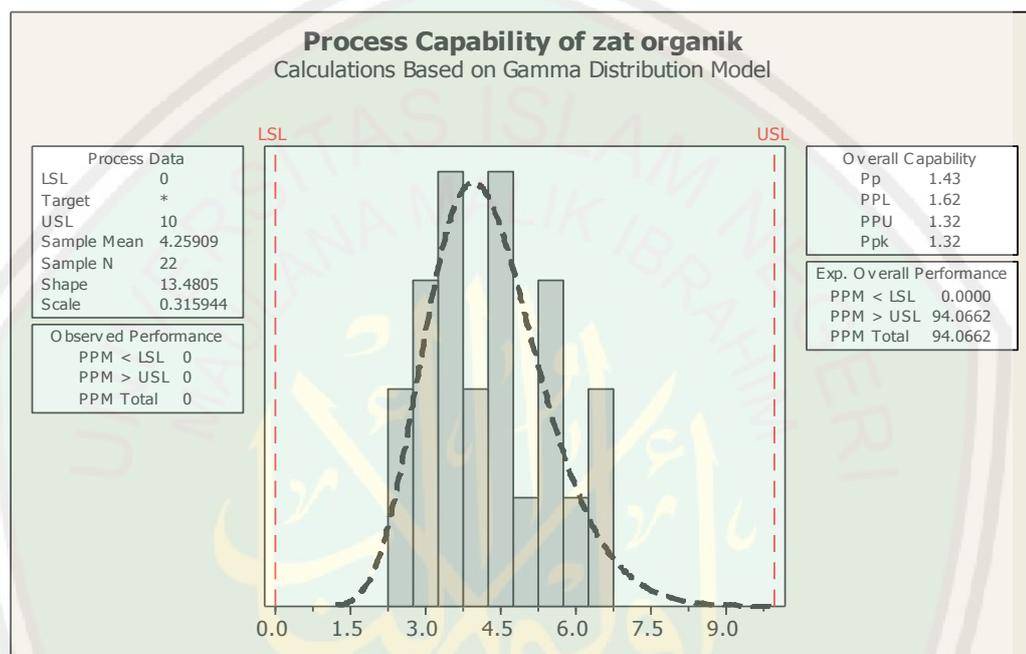
### 3.3.2 Analisis Kemampuan Proses Statistik Berdistribusi Gamma

Pada sub bahasan diatas telah diperoleh bata-batas grafik pengendali pada data kadar zat organik yaitu  $X_{0,99865} = 8,735$ ,  $X_{0,5} = 4,259$  dan  $X_{0,00135} = 1,545$ . Pada sub bahasan berikut ini akan dianalisis kemampuan prosesnya berdasarkan data kadar zat organik yang sudah terkendali secara statistik.

Langkah awal pada analisis kemampuan proses ini adalah harus diketahui terlebih dahulu batas spesifikasi dari data yang akan dianalisis, dalam hal ini dari Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Surya Sembada sesuai dengan Keputusan Menteri Kesehatan No: 907/MENKES/SK/VII/2002 tentang syarat-

syarat pengawasan kualitas air minum memberikan batas spesifikasi atas untuk data kadar organik pada air hasil produksi sebesar 10 ppm.

Berikut merupakan hasil perhitungan menggunakan software minitab:



Gambar 3.3 Grafik Kemampuan Proses Kadar Zat Organik

Gambar 3.3 di atas adalah kemampuan proses dari kadar zat organik yang terkandung pada air produksi. Dari gambar tersebut diketahui nilai  $P_p = PCR = 1,43$ ,  $PPU = PCR_U = 1,32$ ,  $PPL = PCR_L = 1,62$  dan  $P_{pk} = PCR_k = 1,32$ .

Dari nilai-nilai indeks tersebut diketahui bahwa semua nilainya  $> 1$ , hal itu menunjukkan bahwa proses tersebut *capable* yaitu proses menghasilkan produk yang sesuai spesifikasi. Kemudian nilai  $PPM > USL = 94,0662$  menunjukkan bahwa apabila suatu perusahaan menghasilkan 1.000.000 produk maka hanya 94,0662 produk yang berada di luar batas spesifikasi atas yang telah ditentukan oleh perusahaan.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Grafik pengendali individual berdistribusi gamma ditentukan oleh batas-batas pengendali yaitu:

$$UCL = X_{0,99865} = F^{-1}(0,99865 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$$

$$CL = \hat{\alpha}_1 \hat{\beta}$$

$$LCL = X_{0,00135} = F^{-1}(0,00135 | \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$$

dimana

$\hat{\alpha}_1$  : Parameter bentuk ditaksir oleh  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ .

$\hat{\beta}$  : Parameter skala ditaksir  $\frac{\bar{x}}{\hat{\alpha}_1}$ .

$X_{0,99865}$  : Persentil ke 99,865 untuk distribusi gamma.

$X_{0,00135}$  : Persentil ke 0,135 untuk distribusi gamma.

$$F(x, \alpha, \beta) = \int_0^x \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$$

Dengan batas-batas pengendali tersebut diaplikasikan pada data variabel kualitas air yang berdistribusi gamma yaitu data kadar zat organik pada bulan Juli 2011. Dari data tersebut diperoleh  $UCL = 8,735$ ,  $CL = 4,259$ , dan  $LCL = 1,545$ .

2. Analisis kemampuan proses statistik berdasarkan distribusi gamma ditentukan oleh indeks kemampuan proses yang dinyatakan oleh:

$$PCR_K = \min(PCR_U, PCR_L)$$

dengan

$$PCR_U = \frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,5}}$$

$$PCR_L = \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}}$$

dari formulasi tersebut diperoleh nilai indeks kemampuan proses dari data kadar zat organik  $PCR_K = \min(1,32, 1,62) = 1,32$ . Nilai indeks tersebut menunjukkan bahwa data kadar zat organik dinilai *capable* artinya memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan.

#### 4.2 Saran

Dari penelitian ini, masih perlu diadakan pengembangan keilmuan, sehingga disarankan

1. Untuk penelitian selanjutnya menggunakan data berdistribusi lain.
2. Untuk penelitian selanjutnya menggunakan data distribusi gamma yang sub sampelnya lebih dari satu.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN PRESS
- Al-Ghazali, Imam. 2007. *Intisari Ihya' Ulumuddin*. Jakarta: Bintang Terang
- Al-Qosimi, Jamaluddin Syaikh. 2010. *Buku Putih Ihya' ulumuddin Imam al-Ghazali*. Bekasi: Darul Falah
- Ariani, Dorothea Wahyu. 2003. *Pengendalian Kualitas Statistik: Pengendalian Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas*. Yogyakarta: Andi.
- Haq, Abdul, dkk. 2009. *Formulasi Nalar Fiqh (buku dua)*. Surabaya: Khalista
- Laila, Abidah Yunghsyil. 2010. Kajian Grafik Pengendali BetaBinomial Sebagai Alternatif Perbaikan Grafik Pengendali np-chart (Studi Kasus pada Data Jumlah Produk Rokok Cacat di PR. Rajawali Wajak-Malang). *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Misbahussurur, Ahmad. 2009. Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Maksimum Likelihood. *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- Robbani, Futuhatur. 2011. Huwal Manshibul 'Aliy ayaa Shohibal Hijaa # Idza Niltahu Hawwin Bifautil Manashibiy. *Paper Halaqoh* tidak di terbitkan. Malang: Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang.
- Rosita. 2010. Kajian Estimasi Parameter Distribusi Gamma untuk Mengatasi Kehilangan Data. *Tesis* tidak diterbitkan. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Rozi, Fachrur, 2003. Penerapan Dalil Limit Pusat Multivariat pada Pengendalian Proses. *Skripsi* tidak diterbitkan. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- Shihab, Quraisy M. 2002. *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan, Dan Keserasian Al-Qur'an Jilid 4*. Jakarta: Lentera Hati
- Sudjana. 1996. *Metoda Statistika* edisi ke. 6. Bandung: Tarsito
- Turmudi dan Harini, Sri. 2008. *Metode Statistika Pendekatan Teoritis dan Aplikatif*. Malang: UIN-Malang Press.

V. Hogg, Robert, W. Mc Kean, Joseph, T. Craig, Allen. 2005. *Introduction to Mathematical Statistics*. New Jersey: Prentice Hall.

Walpole, Ronald E, dkk.1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan edisi keempat*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Yunita, Amalia Istna. 2010. Kajian Grafik Pengendali dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Lognormal (Studi Kasus pada Data Kadar Air Gula di PG Krobot Baru II Malang). *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang. Universitas Negeri Malang.



## Lampiran 1: Hasil Uji Tabel Frekuensi

1. N	:	22
2. Rentang skor	:	3.73
3. Banyaknya kelas	:	5.429995
dibulatkan	:	5
4. Panjang kelas	:	0.686925
panjang kelas	:	1
5. Rata -rata	:	4.289545
standar deviasi	:	1.098013
6. Distribusi		
Frekuensi	:	
Max	:	6.37
Min	:	2.64

Tabel Distribusi Frekuensi Variabel X

No	Kelas Interval			$F_i$	$X_i$	$F_i X_i$	$(x_i - M)$	$(X_i - M)^2$	$F_i (X_i - M)^2$
1	2.64	-	3.33	6	2.985	17.91	-1.304	1.702	10.211
2	3.34	-	4.03	4	3.685	14.74	-0.604	0.365	1.462
3	4.04	-	4.73	5	4.385	21.925	0.0954	0.009	0.046
4	4.74	-	5.43	3	5.085	15.255	0.7954	0.633	1.898
5	5.44	-	6.13	2	5.785	11.57	1.4954	2.236	4.473
6	6.14	-	6.83	2	6.485	12.97	2.1954	4.820	9.640
jumlah				22		94.37			27.720

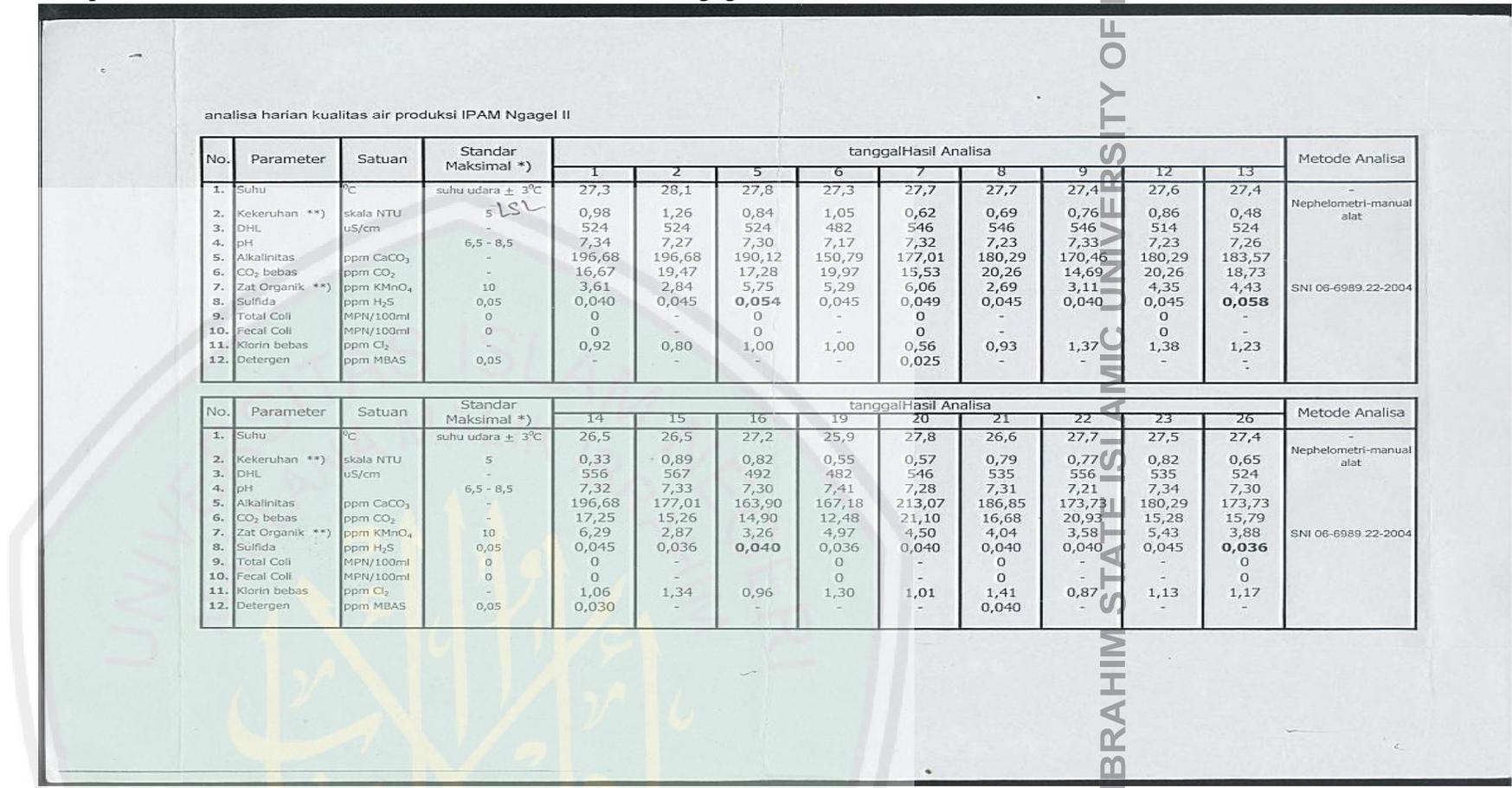
Lampiran 2: Analisa Harian Kualitas Air Produksi IPAM Ngagel II

analisa harian kualitas air produksi IPAM Ngagel II

No.	Parameter	Satuan	Standar Maksimal *)	tanggal Hasil Analisa									Metode Analisa
				1	2	5	6	7	8	9	12	13	
1.	Suhu	°C	suhu udara ± 3°C	27,3	28,1	27,8	27,3	27,7	27,7	27,4	27,6	27,4	-
2.	Kekeruhan **)	skala NTU	5	0,98	1,26	0,84	1,05	0,62	0,69	0,76	0,86	0,48	Nephelometri-manual alat
3.	DHL	uS/cm	-	524	524	524	482	546	546	546	514	524	-
4.	pH		6,5 - 8,5	7,34	7,27	7,30	7,17	7,32	7,23	7,33	7,23	7,26	-
5.	Alkalinitas	ppm CaCO <sub>3</sub>	-	196,68	196,68	190,12	150,79	177,01	180,29	170,46	180,29	183,57	-
6.	CO <sub>2</sub> bebas	ppm CO <sub>2</sub>	-	16,67	19,47	17,28	19,97	15,53	20,26	14,69	20,26	18,73	-
7.	Zat Organik **)	ppm KMnO <sub>4</sub>	10	3,61	2,84	5,75	5,29	6,06	2,69	3,11	4,35	4,43	SNI 06-6989.22-2004
8.	Sulfida	ppm H <sub>2</sub> S	0,05	0,040	0,045	0,054	0,045	0,049	0,045	0,040	0,045	0,058	-
9.	Total Coil	MPN/100ml	0	0	-	0	-	0	-	0	0	-	-
10.	Fecal Coil	MPN/100ml	0	0	-	0	-	0	-	0	0	-	-
11.	Klorin bebas	ppm Cl <sub>2</sub>	-	0,92	0,80	1,00	1,00	0,56	0,93	1,37	1,38	1,23	-
12.	Detergen	ppm MBAS	0,05	-	-	-	-	0,025	-	-	-	-	-

No.	Parameter	Satuan	Standar Maksimal *)	tanggal Hasil Analisa									Metode Analisa
				14	15	16	19	20	21	22	23	26	
1.	Suhu	°C	suhu udara ± 3°C	26,5	26,5	27,2	25,9	27,8	26,6	27,7	27,5	27,4	-
2.	Kekeruhan **)	skala NTU	5	0,33	0,89	0,82	0,55	0,57	0,79	0,77	0,82	0,65	Nephelometri-manual alat
3.	DHL	uS/cm	-	556	567	492	482	546	535	556	535	524	-
4.	pH		6,5 - 8,5	7,32	7,33	7,30	7,41	7,28	7,31	7,21	7,34	7,30	-
5.	Alkalinitas	ppm CaCO <sub>3</sub>	-	196,68	177,01	163,90	167,18	213,07	186,85	173,73	180,29	173,73	-
6.	CO <sub>2</sub> bebas	ppm CO <sub>2</sub>	-	17,25	15,26	14,90	12,48	21,10	16,68	20,93	15,28	15,79	-
7.	Zat Organik **)	ppm KMnO <sub>4</sub>	10	6,29	2,87	3,26	4,97	4,50	4,04	3,58	5,43	3,88	SNI 06-6989.22-2004
8.	Sulfida	ppm H <sub>2</sub> S	0,05	0,045	0,036	0,040	0,036	0,040	0,040	0,040	0,045	0,036	-
9.	Total Coil	MPN/100ml	0	0	-	0	-	0	-	0	-	0	-
10.	Fecal Coil	MPN/100ml	0	0	-	0	-	0	-	0	-	0	-
11.	Klorin bebas	ppm Cl <sub>2</sub>	-	1,06	1,34	0,96	1,30	1,01	1,41	0,87	1,13	1,17	-
12.	Detergen	ppm MBAS	0,05	0,030	-	-	-	-	0,040	-	-	-	-

UNIVERSITY OF MALANG



Lampiran: Lanjutan

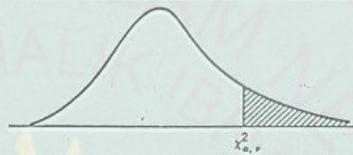
No.	Parameter	Satuan	Standar Maksimal *)	tanggal Hasil Analisa				Metode Analisa
				27	28	29	30	
1.	Suhu	°C	suhu udara ± 3°C	26,8	27,1	27,2	27,4	-
2.	Kekeruhan **)	skala NTU	5	0,77	0,72	0,88	1,09	Nephelometri-manual alat
3.	DHL	uS/cm	-	535	503	524	546	
4.	pH		6,5 - 8,5	7,23	7,24	7,22	7,24	
5.	Alkalinitas	ppm CaCO <sub>3</sub>	-	170,46	180,29	173,73	186,85	
6.	CO <sub>2</sub> bebas	ppm CO <sub>2</sub>	-	9,02	19,60	20,20	20,31	
7.	Zat Organik **)	ppm KMnO <sub>4</sub>	10	4,50	2,64	3,42	6,37	SNI 06-6989.22-2004
8.	Sulfida	ppm H <sub>2</sub> S	0,05	0,040	0,040	<b>0,040</b>	0,049	
9.	Total Coli	MPN/100ml	0	-	-	-	-	
10.	Fecal Coli	MPN/100ml	0	-	0	-	-	
11.	Klorin bebas	ppm Cl <sub>2</sub>	-	0,60	0,84	1,12	0,78	
12.	Detergen	ppm MBAS	0,05	-	0,047853	-	-	

Keterangan : \*) Standar Baku Mutu Sesuai Dengan : Keputusan Menteri Kesehatan No: 907/MENKES/SK/VII/2002 Tentang Syarat-Syarat Pengawasan Kualitas Air Minum  
 \*\*) Parameter yang termasuk ruang lingkup akreditasi

Lampiran 3: Tabel Distribusi  $\chi^2$

A-B Appendix

Appendix III  
Percentage points of the  $\chi^2$  distribution\*



$v$	0.995	0.990	0.975	0.950	$\alpha$	0.500	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00+	0.00+	0.00+	0.00+	0.45	3.84	5.02	6.63	7.88	
2	0.01	0.02	0.05	0.10	1.39	5.99	7.38	9.21	10.60	
3	0.07	0.11	0.22	0.35	2.37	7.81	9.35	11.34	12.84	
4	0.21	0.30	0.48	0.71	3.36	9.49	11.14	13.28	14.86	
5	0.41	0.55	0.83	1.15	4.35	11.07	12.38	15.09	16.75	
6	0.68	0.87	1.24	1.64	5.35	12.59	14.45	16.81	18.55	
7	0.99	1.24	1.69	2.17	6.35	14.07	16.01	18.48	20.28	
8	1.34	1.65	2.18	2.73	7.34	15.51	17.53	20.09	21.96	
9	1.73	2.09	2.70	3.33	8.34	16.92	19.02	21.67	23.59	
10	2.16	2.56	3.25	3.94	9.34	18.31	20.48	23.21	25.19	
11	2.60	3.05	3.82	4.57	10.34	19.68	21.92	24.72	26.76	
12	3.07	3.57	4.40	5.23	11.34	21.03	23.34	26.22	28.30	
13	3.57	4.11	5.01	5.89	12.34	22.36	24.74	27.69	29.82	
14	4.07	4.66	5.63	6.57	13.34	23.68	26.12	29.14	31.32	
15	4.60	5.23	6.27	7.26	14.34	25.00	27.49	30.58	32.80	
16	5.14	5.81	6.91	7.96	15.34	26.30	28.85	32.00	34.27	
17	5.70	6.41	7.56	8.67	16.34	27.59	30.19	33.41	35.72	
18	6.26	7.01	8.23	9.39	17.34	28.87	31.53	34.81	37.16	
19	6.84	7.63	8.91	10.12	18.34	30.14	32.85	36.19	38.58	
20	7.43	8.26	9.59	10.85	19.34	31.41	34.17	37.57	40.00	
25	10.52	11.52	13.12	14.61	24.34	37.65	40.65	44.31	46.93	
30	13.79	14.95	16.79	18.49	29.34	43.77	46.98	50.89	53.67	
40	20.71	22.16	24.43	26.51	39.34	55.76	59.34	63.69	66.77	
50	27.99	29.71	32.36	34.76	49.33	67.50	71.42	76.15	79.49	
60	35.53	37.48	40.48	43.19	59.33	79.08	83.30	88.38	91.95	
70	43.28	45.44	48.76	51.74	69.33	90.53	95.02	100.42	104.22	
80	51.17	53.54	57.15	60.39	79.33	101.88	106.63	112.33	116.32	
90	59.20	61.75	65.65	69.13	89.33	113.14	118.14	124.12	128.30	
100	67.33	70.06	74.22	77.93	99.33	124.34	129.56	135.81	140.17	

$v$  = degrees of freedom.

\* Adapted with permission from *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3rd ed., by E. S. Pearson and H. O. Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

Lampiran 4: Faktor Guna Membentuk Grafik Pengendali Variabel

Appendix VI  
Factors for constructing variables control charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages					Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges						
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	1/c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	1/d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.04230	0.118	1.852	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.306	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

For n > 25

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad A_2 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}, \quad c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}, \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}, \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

A-15





**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345  
Fax. (0341)572533**

### **BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

**Nama** : Binti Rofikoh  
**NIM** : 07610022  
**Fakultas/ Jurusan** : Sains dan Teknologi/ Matematika  
**Judul Skripsi** : Kajian Grafik Pengendali Individual dan Analisis  
Kemampuan Proses Statistik Berdistribusi Gamma  
**Pembimbing I** : Fachrur Rozi, M.Si  
**Pembimbing II** : Abdussakir, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	01 April 2011	ACC Masalah	1.
2.	04 April 2011	Konsultasi BAB I	2.
3.	08 April 2011	Revisi BAB I	3.
4.	11 April 2011	Konsultasi BAB II	4.
5.	15 April 2011	Revisi BAB II	5.
6.	28 April 2011	Revisi BAB II	6.
7.	28 April 2011	Konsultasi BAB I Keagamaan	7
8.	06 Juni 2011	ACC BAB I dan II	8.
9.	08 Juni 2011	Konsultasi BAB III	9.
10.	15 Juni 2011	Revisi BAB III	10.
11.	22 Juni 2011	Revisi BAB III	11.
12.	25 Juni 2011	Konsultasi BAB II Keagamaan	12.
13.	01 Juli 2011	Revisi BAB I dan II Keagamaan	13.
14.	30 Juli 2011	ACC BAB III	14.
15.	03 Agustus 2011	Konsultasi BAB IV	15.
16.	09 Agustus 2011	ACC BAB IV	16.
17.	13 Agustus 2011	ACC Keseluruhan	17.

Malang, 13 Agustus 2011  
**Mengetahui,**  
**Ketua Jurusan Matematika**

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001