BOXICITY PADA GRAF LINTASAN (P_n), GRAF TANGGA (L_n), GRAF BINTANG (S_n), GRAF SIKEL (C_n), DAN GRAF KIPAS (F_n)

SKRIPSI

Oleh:
AZWAR RIZA HABIBI
NIM. 08610050

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK BRAHIM
MALANG

2012

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BOXICITY PADA GRAF LINTASAN (P_n), GRAF TANGGA (L_n), GRAF BINTANG (S_n), GRAF SIKEL (C_n), DAN GRAF KIPAS (F_n)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
AZWAR RIZA HABIBI
NIM. 08610050

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK BRAHIM MALANG
2012

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BOXICITY PADA GRAF LINTASAN (P_n), GRAF TANGGA (L_n), GRAF BINTANG (S_n), GRAF SIKEL (C_n), DAN GRAF KIPAS (F_n)

SKRIPSI

Oleh:
AZWAR RIZA HABIBI
NIM. 08610050

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal, 3 Februari 2012

Pembimbing I	Pembimbing II
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Dr. Ahmad Barizi, M.A**
NIP.19710420 200003 1 003	**NIP.19731212 199803 1 001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BOXICITY PADA GRAF LINTASAN (P_n), GRAF TANGGA (L_n), GRAF BINTANG (S_n), GRAF SIKEL (C_n), DAN GRAF KIPAS (F_n)

SKRIPSI

Oleh:
AZWAR RIZA HABIBI
NIM. 08610050

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 29 Februari 2012

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1. Penguji Utama	:	Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	( )
2. Ketua	:	Usman Pagalay, M.Si NIP. 19650414 200312 1 001	( )
3. Sekretaris	:	Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	( )
4. Anggota	:	Dr. Ahmad Barizi, M.A NIP. 19731212 199803 1 001	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Azwar Riza Habibi

NIM : 08610050

Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika

Judul Skripsi : *Boxicity* pada Graf Lintasan (P_n), Graf Tangga (L_n), Graf Bintang (S_n), dan Graf Kipas (F_n)

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi perbuatan tersebut.

Malang, 6 Februari 2012

Yang Membuat pernyataan,

Azwar Riza Habibi

NIM. 08610050

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

وَٱسْتَعِينُواْ بِٱلصَّبْرِ وَٱلصَّلَوٰةِ

"Jadikanlah sabar dan shalat sebagai penolongmu"

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Dengan iringan doa dan rasa syukur yang teramat besar,

Karya tulis ini penulis persembahkan kepada:

Ayah dan ibu tercinta, yamg telah tidak pernah henti menyertakan nama penulis dalam do'anya.

Saudara-saudara tercinta, yang telah selalu memberikan dukungan kepada penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb

Alhamdulillahirobbil'alamiin ... segala puji bagi Allah SWT karena atas rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Penulis menyadari bahwa banyak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, utamanya kepada :

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, S.U, D.Sc selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku pembimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran, motivasi dan kesabaran, serta menyediakan sarana dan prasarana sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik, penulis sampaikan *Jazakumullah Ahsanal Jaza'*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. Dr. H. A. Barizi M.A, selaku pembimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Atas bimbingan, arahan, saran motivasi dan kesabarannya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
6. Seluruh dosen Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah mendidik, membimbing, mengajarkan dan mencurahkan ilmu-ilmunya kepada penulis.
7. Bapak dan Ibu tercinta, yang selalu memberikan semangat dan motivasi baik moril maupun spiritual dan perjuangan yang tak kenal lelah dalam mendidik dan membimbing penulis sampai dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak-kakak tersayang, yang selalu memberikan bantuan, semangat dan do'a selama kuliah serta dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Teman-teman terbaik penulis, Nurul Hijriyah, Hawzah Sa'adati dan M. Rofiq Nanang, dan seluruh teman-teman matematika angkatan 2008 yang telah memberikan keceriaan tersendiri dalam hidup penulis.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Semoga Allah SWT, melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa di dunia ini tidak ada yang sempurna. Begitu juga dalam penulisan skripsi ini, yang tidak luput dari kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, dengan segala ketulusan dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kerendahan hati, penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun.

Akhirnya, penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Amin ya Robbal 'alamiin...

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 29 Februari 2012

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR i
DAFTAR ISI iv
DAFTAR GAMBAR vi
DAFTAR TABEL viii
ABSTRAK ix
ABSTRACT x
مخلص البحث xi

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Masalah 4
1.4 Batasan Masalah 4
1.5 Manfaat Penelitian 5
1.6 Metode Penelitian 5
1.7 Sistematika Penulisan 7

BAB II KAJIAN TEORI
2.1 Kajian Keislaman tentang Graf 9
2.2 Definisi Graf 13
2.3 Derajat Titik 14
2.4 Terhubung Langsung (*Adjacent*) dan Terkait Langsung (*Incident*) 16
2.5 Operasi pada Graf 16
2.5.1 Operasi *Union* (Gabungan) 16
2.5.2 Operasi *Sum* (Penjumlahan) 17
2.5.3Operasi Perkalian Kartesius 17
2.6 Graf Terhubung 18
2.6.1 *Walk* 18
2.6.2 *Trail* 18
2.6.3 *Path* (Lintasan) 19
2.6.4 Sirkuit 20
2.6.5 Sikel 20
2.6.6 Keterhubungan 21
2.7 Jenis-Jenis Graf 22
2.7.1 Graf Tangga 22
2.7.2 Graf Bintang 22

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.7.3 Graf Kipas 24
2.8 Unsur-Unsur dalam Ruang 24
2.8.1 Titik 24
2.8.2 Garis Lurus 25
2.8.3 Bidang Datar 25
2.8 *Boxicity* 26

BAB III PEMBAHASAN
3.1 *Boxicity* pada Graf Lintasan 29
3.2 *Boxicity* pada Graf Tangga 35
3.3 *Boxicity* pada Graf Bintang 43
3.4 *Boxicity* pada Graf Sikel 51
3.5 *Boxicity* pada Graf Kipas 57

BAB IV PENUTUP
4.1 Kesimpulan 65
4.2 Saran 66

DAFTAR PUSTAKA
LAMPIRAN

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Ka'bah di Masjidil Haram 10
Gambar 2.2 Representasi Ka'bah 11
Gambar 2.3 Arah Perputaran Thawaf Mengelilingi Ka'bah 11
Gambar 2.4 Representasi Thawaf dalam Bentuk Graf Sikel 12
Gambar 2.5 Graf Representasi Ibadah Sa'i 13
Gambar 2.6 Graf *G* Berorde 5 dengan Ukuran 5 14
Gambar 2.7 Derajat Suatu Titik pada Graf G 15
Gambar 2.8 Graph G 16
Gambar 2.9 Gabungan Graf 17
Gambar 2.10 Penjumlahan Graf 17
Gambar 2.11 Graf Hasil Kali Kartesius 18
Gambar 2.12 *Walk*, *Trail*, dan Lintasan (*Path*) 19
Gambar 2.13 Graf Lintasan-4 (P_4) 19
Gambar 2.14 Graf Sikel C_3, C_4, dan C_5 20
Gambar 2.15 G_1 Terhubung, G_2 Tidak Terhubung 21
Gambar 2.16 Graf Tangga $P_2 \times P_6$ 22
Gambar 2.17 Graf Bintang S_6 23
Gambar 2.18 Graf Kipas F_n 24
Gambar 2.19 Kubus 25
Gambar 2.20 *Boxicity* (Graf Sikel-3) 26
Gambar 2.21 Penyederhanaan *Boxicity* Graf Sikel-3 ke Jaring-Jaring 27
Gambar 3.1 Graf Lintasan P_2 29
Gambar 3.2 Graf Lintasan P_2 dalam Bentuk Bidang 29
Gambar 3.3 Graf Lintasan P_3 30
Gambar 3.4 Graf Lintasan P_3 dalam Bentuk Bidang 30
Gambar 3.5 Graf lintasan P_4 30
Gambar 3.6 graf Lintasan P_4 dalam Bentuk Bidang 31
Gambar 3.7 Graf Lintasan P_5 31
Gambar 3.8 Graf Lintasan P_5 dalam Bentuk Bidang 31
Gambar 3.9 Graf Lintasan P_6 32
Gambar 3.10 Graf Lintasan P_6 dalam Bentuk Bidang 32
Gambar 3.11 Graf Lintasan P_7 32
Gambar 3.12 Graf Lintasan P_7 dalam Bentuk Bidang 32
Gambar 3.13 Graf Lintasan P_7 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 33
Gambar 3.14 Jaring-Jaring Graf Lintasan P_7 dalam Bentuk *Box* 33
Gambar 3.15 Graf Tangga L_2 35
Gambar 3.16 Graf Tangga L_2 dalam Bentuk Bidang 35
Gambar 3.17 Graf Tangga L_3 36
Gambar 3.18 Graf Tangga L_3 dalam Bentuk Bidang 36
Gambar 3.19 Graf Tangga L_3 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 37
Gambar 3.20 Graf Tangga L_4 37
Gambar 3.21 Graf Tangga L_4 dalam Bentuk Bidang 37
Gambar 3.22 Graf Tangga L_4 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 38
Gambar 3.23 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Tangga L_4 39
Gambar 3.24 Jaring-Jaring Graf Tangga L_4 dalam Bentuk *Box* 39

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Gambar 3.25 Graf Tangga L_5 39
Gambar 3.26 Graf Tangga L_5 dalam Bentuk Bidang 40
Gambar 3.27 Graf Tangga L_5 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 41
Gambar 3.28 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Tangga L_5 41
Gambar 3.29 Jaring-Jaring Graf Tangga L_5 dalam Bentuk *Box* 42
Gambar 3.30 Graf Bintang S_3 43
Gambar 3.31 Graf Bintang S_3 dalam Bentuk Bidang 44
Gambar 3.32 Graf Bintang S_4 44
Gambar 3.33 Graf Bintang S_4 dalam Bentuk Bidang 44
Gambar 3.34 Graf Bintang S_5 45
Gambar 3.35 Graf Bintang S_5 dalam Bentuk Bidang 45
Gambar 3.36 Graf Bintang S_6 46
Gambar 3.37 Graf Bintang S_6 dalam Bentuk Bidang 46
Gambar 3.38 Graf Bintang S_6 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 47
Gambar 3.39 Jaring-Jaring Graf Bintang S_6 dalam Bentuk *Box* 47
Gambar 3.40 Graf Bintang S_7 47
Gambar 3.41 Graf Bintang S_7 dalam Bentuk Bidang 48
Gambar 3.42 Graf Bintang S_7 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 48
Gambar 3.43 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Bintang S_7 49
Gambar 3.44 Jaring-Jaring Graf Bintang S_7 dalam Bentuk *Box* 49
Gambar 3.45 Graf Sikel C_3 51
Gambar 3.46 Graf Sikel C_3 dalam Bentuk Bidang..... 51
Gambar 3.47 Graf Sikel C_4 51
Gambar 3.48 Graf Sikel C_4 dalam Bentuk Bidang..... 52
Gambar 3.49 Graf Sikel C_5 52
Gambar 3.50 Graf Sikel C_5 dalam Bentuk Bidang..... 53
Gambar 3.51 Graf Sikel C_6 53
Gambar 3.52 Graf Sikel C_6 dalam Bentuk Bidang 54
Gambar 3.53 Graf Sikel C_6 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 54
Gambar 3.54 Graf Sikel C_7 55
Gambar 3.55 Graf Sikel C_7 dalam Bentuk Bidang 55
Gambar 3.56 Graf Sikel C_7 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 56
Gambar 3.57 Graf Kipas F_2 57
Gambar 3.58 Graf Kipas F_2 dalam Bentuk Bidang..... 57
Gambar 3.59 Graf Kipas F_3 58
Gambar 3.60 Graf Kipas F_3 dalam Bentuk Bidang..... 58
Gambar 3.61 Graf Kipas F_3 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 59
Gambar 3.62 Graf Kipas F_4 59
Gambar 3.63 Graf Kipas F_4 dalam Bentuk Bidang..... 59
Gambar 3.64 Graf Kipas F_4 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 60
Gambar 3.65 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Kipas F_4 60
Gambar 3.66 Jaring-Jaring Graf Kipas F_4 dalam Bentuk *Box* 61
Gambar 3.67 Graf Kipas F_5 61
Gambar 3.68 Graf Kipas F_5 dalam Bentuk Bidang 61
Gambar 3.69 Graf Kipas F_5 dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang 62
Gambar 3.70 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Kipas F_5 62
Gambar 3.71 Jaring-Jaring Graf Kipas F_5 dalam Bentuk *Box* 63

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 *Boxicity* pada Graf Lintasan 34
Tabel 3.2 *Boxicity* pada Graf Tangga 42
Tabel 3.3 *Boxicity* pada Graf Bintang 49
Tabel 3.4 *Boxicity* pada Graf Sikel 56
Tabel 3.5 *Boxicity* pada Graf Kipas 63

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Habibi, Azwar Riza. 2012. ***Boxicity* pada Graf Lintasan (P_n), Graf Tangga (L_n), Graf Bintang (S_n), Graf Sikel (C_n), dan Graf Kipas (F_n)**. Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Dr. Ahmad Barizi, MA

Kata Kunci: Graf, dimensi, *Boxicity*

B*oxicity* dari graf *G*, dinotasikan sebagai kotak(*G*), adalah bilangan bulat positif terkecil *k* sehingga *G* dapat direpresentasikan sebagai irisan *k*-kotak. Skripsi ini membahas tentang *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n).

Langkah-langkah yang dilakukan dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut: a). Menggambarkan graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n). b). Merubah gambar graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n) dalam bentuk bidang. c). Mencari irisan dari gambar bidang. d). Menyusun irisan bidang dalam bentuk dimensi. e). Menentukan pola irisan, pola dimensi pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n) yang di sajikan dalam bentuk tabel. f). Membuat sifat dan membuktikan sifat benar secara umum.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh *boxicity* sebagai berikut:

1. Graf Lintasan
   Boxicity pada graf lintasan yaitu:
   a). Kotak(P_n) = 2, untuk $2 \leq n \leq 6$.
   b). Kotak(P_n) ≥ 3, untuk $n \geq 7$.
2. Graf Tangga
   Boxicity pada graf tangga yaitu:
   a). Kotak(L_n) = 2, untuk $n = 2$ dan 3.
   b). Kotak(L_n) ≥ 3, untuk $n \geq 4$.
3. Graf Bintang
   Boxicity pada graf bintang yaitu:
   a). Kotak(S_n)= 2, untuk $n = 3, 4,$ dan 5.
   b). Kotak(S_n) ≥ 3, untuk $n \geq 6$.
4. Graf Sikel
   Boxicity pada graf sikel C_n adalah 2, untuk $n \geq 3$
5. Graf Kipas
   Boxicity pada graf kipas yaitu:
   a). Kotak(F_n)= 2, untuk $n = 2$ dan 3.
   b). Kotak(F_n) ≥ 3, untuk $n \geq 4$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Habibi, Azwar Riza. 2012. **Boxicity on Path Graph (P_n), Ladder Graph (L_n), Star Graph (S_n), Cycle Graph (C_n), and Fan Graph (F_n).** Thesis. Mathematics department Faculty of Science And Technology the State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Dr. Ahmad Barizi, MA

Keyword: Graph, dimension, boxicity

The Boxicity of a graph *G*, denoted as box(*G*), is minimum positive integer *k* such that *G* is respresentable as the intersection of *k*-boxes. The thesis works thought about Boxicity on path graf (P_n), ladder graf (L_n), star graf (S_n), cycle graf (C_n), and fan graf (F_n).

Steps that is done in work through this research is as follows: a). Figuring path graf (P_n), ladder graf (L_n), star graf (S_n), cycle graf (C_n), and fan graf (F_n). b). transforms draws path graf (P_n), ladder graf (L_n), star graf (S_n), cycle graf (C_n), and fan graf (F_n) in shaped area. c). Determining slice of area image. d). Arranging area slice in shaped dimensioning. e). Determining cut pattern, dimensioning on path graf (P_n), ladder graf (L_n), star graf (S_n), cycle graf (C_n), and fan graf (F_n) served in tabel. f). Making characteristic and proves characteristic true in generally.

Base result get boxicity as follows:

1. Path Graph
   Boxicity on path graph is:
   a). Box(P_n) = 2, to $2 \leq n \leq 6$.
   b). Box(P_n) $\geq$ 3, to $n \geq 7$.
2. Ladder Graph
   Boxicity on ladder graph is:
   a). Box(L_n) = 2, to $n = 2$ and 3.
   b). Box(L_n) $\geq$ 3, to $n \geq 4$.
3. Star Graph
   Boxicity on star graph is:
   a). Box(S_n)= 2, to $n = 3, 4,$ and 5.
   b). Box(S_n) $\geq$ 3, to $n \geq 6$.
4. Cycle Graph
   Boxicity on cycle graph C_n is 2, to $n \geq 3$
5. Fan Graph
   Boxicity on fan graph is:
   a). Box(F_n)= 2, to $n = 2$ and 3.
   b). Box(F_n) $\geq$ 3, to $n \geq 4$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

مخلص البحث

حبيب, أزوار ريزا. ٢٠٠١٢. ***Boxicity* من رسم مسار (P_n), رسم سلم (L_n), رسم نجمة (S_n), رسم sikel (C_n), ورسم مروحة (F_n).** بحث الجامعي. شعبة الرياضية. كلية العلوم والتكنو لوجي. جامعة مولانا مالك إبراهم
الإسلامية الحكومية مالانج.

مشريف: ١. وحيو هنكي إراوان الماجستير في العلوم

٢. احمد باريز الماجستير في العلوم

الكلمة الرئي سية: رسم, بعد, *Boxicity*

Boxicity من رسم G, الرمز كما مربع (G), هوعدد صحيح موجب أصغر k حتى G يمكن أن تكون ممثلة على النحو اسفين k مربع. هذا البحث يناقش *Boxicity* من رسم مسار (P_n), رسم سلم (L_n), رسم نجمة (S_n), رسم سيكل (C_n), ورسم مروحة (F_n).

والخطوات المتخذة في هذا عناوين الدراسة هي كما التالي: ا).صورة رسم مسار (P_n), رسم سلم (L_n), رسم نجمة (S_n), رسم سيكل (C_n), ورسم مروحة (F_n). ب). تغيير صورة رسم مسار (P_n), رسم سلم (L_n), رسم نجمة (S_n), رسم سيكل (C_n), ورسم مروحة (F_n). ج). يبحث شرائح من صورة حقل. د). ضبط شرائح حقل في الأبعاد الأشكال.ه). تحديد نمط من الشرائح، والبعد نمط في رسم مسار (P_n), رسم سلم (L_n), رسم نجمة (S_n), رسم سيكل (C_n), ورسم مروحة (F_n) الذي خدم في شكل جدوال ف). ويمكن بناءعلي نتائخ المنا قشة يمكن الحصول عليها *boxicity* على النحو التالي:

1. رسم مسار

Boxicity من رسم مسار هو:

أ. صندوق(P_n) = ٢, إلى ٦ $\geq n \geq$ ٢

ب. صندوق(P_n) ≤٣, إلى ٧ $\geq n$

2. رسم سلم

Boxicity من رسم سلم هو:

أ. صندوق(L_n) = ٢, إلى٢= n و٣ = n

ب. صندوق(L_n) ≤٣, إلى ٤ $\geq n$

3. رسم نجمة

Boxicity من رسم نجمة هو:

أ. صندوق(S_n) = ٢, إلى4 ,٣= n و٥ = n

ب. صندوق(S_n) ≤٣, إلى ٦ $\geq n$

4. رسم سيكل

Boxicity من رسم سيكل C_n هو ٢, إلى ٣ $\geq n$

5. رسم مروحة

Boxicity من رسم مروحة هو:

أ. صندوق(F_n) = ٢, إلى٢= n و٣ = n

ب. صندوق(F_n) ≤٣, إلى ٤ $\geq n$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring perkembangan zaman, maka perkembangan ilmu pengetahuan sangat pesat, begitu pula dengan matematika. Dalam hal ini matematika menjadi dasar dari perkembangan ilmu dan teknologi. Matematika sangat berpengaruh pada perkembangan ilmu-ilmu lainnya, misalkan dalam ilmu fisika, kimia, dan ilmu-ilmu yang lain.

Pada hakikatnya, seluruh yang ada pada alam semesta memuat konsep matematika. Allah menciptakan semesta beserta isinya dengan ukuran. Hal ini dapat dilihat dari tersusunnya seperti bulan, bintang, matahari, dan benda-benda di angkasa lainnya. Benda-benda tersebut rapi menurut orbitnya sehingga tidak saling bertabrakan. Semua yang ada di alam ini ada hitungan, ada sifat, dan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang. Sumber studi matematika, sebagaimana sumber ilmu pengetahuan dalam Islam, adalah konsep tauhid, yaitu ke-Esaan Allah (Rahman, 1992:92). Namun, Al-Quran tidak mengangkat metode baru atau teknik baru dalam masalah ini, melainkan telah menunjukan tentang eksistensi dari sesuatu yang ada di balik alam semesta (Rahman, 1992:92). Sebagaimana dalam Al-Qur'an surat Al-Qomar (54) ayat 49, yaitu:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

"*Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran*".(QS. Al-Qomar (54):49)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maka tidaklah salah jika dikatakan bahwa Allah adalah mahamatematis (Abdussakir, 2007:79). Pada hakikatnya, Allah adalah sebagai pengatur semua yang ada di alam semesta, ahli matematika lainnya adalah sebagai perantara dalam penemuan-penemuan dalam perkembangan ilmu pengetahuan.

Teori graf merupakan sebuah pokok bahasan yang muncul pertama kali pada tahun 1736, yakni ketika Leonhard Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan yang sangat terkenal yaitu Jembatan Königsberg. Graf didefinisikan dalam himpunan titik (*vertex*) yang tidak kosong dan himpunan garis atau sisi (*edge*) yang mungkin kosong. Himpunan titik dari suatu graf *G* dinyatakan dengan *V*(*G*) dan himpunan sisi dinyatakan dengan *E*(*G*) (Suryadi, 1994:1).

Meskipun pokok bahasan dari topik-topik graf sangat sederhana tetapi isi di dalamnya tidaklah sederhana. Kerumitan demi kerumitan, masalah demi masalah selalu ada dan bahkan sampai saat ini masih ada masalah yang belum terpecahkan (Santoso, 2002:1). Banyak topik-topik bahasan graf yang belum terpecahkan membuat para ilmuan yang ingin menggunakan teori atau teorema tentang bahasan tersebut menjadi terhambat, karena tidak mungkin menggunakan suatu ilmu yang belum jelas kebenarannya. Hal ini dijelaskan dalam firman Allah surat Al-Isra'(17) ayat 36 yang berbunyi:

وَلَا تَقْفُ مَا لَيْسَ لَكَ بِهِۦ عِلْمٌ

"*Dan janganlah kamu mengikuti apa yang kamu tidak mempunyai pengetahuan tentangnya*". (Al-Isra'(17):36)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Benar tidaknya suatu ilmu pengetahuan tentunya perlu adanya pembuktian agar dapat dipertanggung jawabkan kebenarannya. Hal ini ditegaskan Allah dalam fimanNya surat Al-Baqarah (2) ayat 111 di bawah ini.

قُلْ هَاتُوا۟ بُرْهَـٰنَكُمْ إِن كُنتُمْ صَـٰدِقِينَ ﴿١١١﴾

"*Tunjukkanlah bukti kebenaranmu jika kamu adalah orang yang benar* ".(QS. Al-Baqarah (2):111)

Pembuktian dalam ilmu matematika dapat dilakukan dalam berbagai cara, misalkan dengan cara induksi, kontradiksi, dan lain-lain. Seiring dengan perkembangan teori tentang graf, jenis-jenis graf pun semakin banyak. Dimulai graf sederhana, multigraf hingga ditemukan graf komplit. Tidak hanya mengetahui jenis-jenis graf saja tetapi graf tersebut dikaji lebih dalam, misalkan pewarnaan pada graf, faktorisasi graf, *boxicity*, dan lain-lain. B*oxicity* dari graf *G*, dinotasikan sebagai kotak(*G*), adalah bilangan bulat positif terkecil *k* sehingga *G* dapat direpresentasikan sebagai irisan *k*-kotak (Francis, 2009:6).

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda, misalkan graf lintasan, graf tangga, graf bintang, graf sikel, graf kipas, dan lain-lain. Suatu graf memiliki titik yang terhubung langsung dengan titik yang lain sehingga dapat diwakili dengan suatu kotak, sehingga peneliti ingin meneliti *boxicity* pada graf lintasan, graf tangga, graf bintang, graf sikel, dan graf kipas.

Sampai saat ini studi analisis mengenai *boxicity* pada graf belum banyak diteliti. Banyak permasalahan yang belum terpecahkan, di antaranya *boxicity* pada graf sederhana. Oleh karena itu penulis merumuskan judul untuk skripsi ini yakni

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

"*Boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n)".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah utama dalam penelitian ini adalah bagaimana *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n) ?

1.3 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n).

1.4 Batasan Masalah

Agar pembahasan skripsi tidak meluas maka penulis membatasi objek kajiannya hanya pada graf lintasan, graf tangga, graf bintang, graf sikel, dan graf kipas. Pembahasan pada graf lintasan dimulai dari 2 sampai n titik, pada graf tangga dimulai dari 2 sampai n titik, pada graf bintang dimulai dari titik 3 sampai n titik, pada graf sikel dimulai dari 3 sampai n titik, dan graf kipas dimulai dari 2 sampai n titik.

Dalam penelitian ini membahas dimensi-1, dimensi-2, dan dimensi-3. Penyusunan jaring-jaring bidang diambil minimal, kemudian cari pola irisannya sehingga dapat dibentuk menjadi bentuk dimensi, sehingga dapat ditentukan sifat dari bentuk dimensi dan dibuktikan sifatnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini dibedakan berdasar kepentingannya:

a. Bagi penulis

1. Menambah informasi dan wawasan keilmuan tentang teori graf, khususnya *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n).
2. Menambah pengetahuan tentang masalah sebenarnya, yaitu penggunaan teori-teori yang diterima di bangku kuliah tentang teori graf, khusunya *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n)

b. Bagi pembaca

1. Tambahan pengetahuan tentang graf khususnya *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n) beserta sifat-sifatnya.
2. Tambahan wawasan dan pengalaman tentang penelitian matematika murni.

c. Bagi lembaga

Sebagai tambahan bahan pustaka khususnya tentang materi *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n), serta bahan rujukan untuk perkuliahan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan. Metode penelitian kepustakaan yaitu penelitian yang dilakukan terhadap beberapa literatur yang berhubungan dengan topik bahasan yang bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi (Hasan, 2002:45).

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Merumuskan Masalah

   Sebelum peneliti melakukan penelitian, terlebih dahulu peneliti menyusun rencana penelitian dari sesuatu masalah tentang *boxicity*, yang akan membahas tentang pendimensian pada bidang.

2. Mengumpulkan Gambar Graf

   Data pendukungnya adalah definisi tentang graf dan derajat titik, sifat terhubung (*Adjacent*) dan terkait langsung (*Incident*), serta terhubung dan tidak terhubung pada suatu graf, definisi dari graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n). Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah beberapa literatur berupa buku-buku, makalah, jurnal, skripsi, maupun sumber lainnya yang berhubungan dengan permasalahan yang dikaji.

3. Analisis Graf

   Langkah – langkah untuk menganalisis data adalah sebagai berikut:

   1. Menggambarkan graf lintasan P_2 titik sampai graf lintasan P_7, graf tangga L_2 titik sampai graf tangga L_5, graf bintang S_3 titik sampai graf bintang S_7, graf sikel C_3 titik sampai graf sikel C_7, dan graf kipas F_2 titik sampai graf kipas F_5.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Merubah gambar pada graf lintasan, graf tangga, graf bintang, graf sikel, dan graf kipas dalam bentuk bidang.
3. Mencari irisan dari gambar bidang.
4. Menyusun irisan bidang dalam bentuk dimensi.
5. Mencari pola *boxicity* pada graf lintasan, graf tangga, graf bintang, graf sikel, dan graf kipas yang disajikan dalam bentuk tabel.
6. Menentukan sifat dan membuktikan sifat benar secara umum.

4. Membuat Kesimpulan

Kesimpulan dalam penelitian adalah *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n).

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini akan dibagi dalam beberapa bab. Susunan pembagian bab-bab tersebut adalah:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN TEORI

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang teori tentang definisi tentang graf, derajat titik, tentang sifat terhubung (*adjacent*) dan terkait langsung (*incident*), serta oprasi pada suatu graf, graf terhubung, jenis-jenis graf dimulai dari graf tangga (L_n),

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

graf bintang (S_n), dan graf kipas (F_n), tentang unsur-unsur dalam ruang dan *boxicity* serta kajian agama.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang irisan bidang, bidang minimal yang digunakan dalam membentuk *boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n).

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini akan diberikan kesimpulan dan saran.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN TEORI

Dalam skripsi ini penulis membahas tentang bagaimana merubah graf ke dalam bentuk *boxicity* sehingga membentuk dimensi, oleh karena itu penulis merasa perlu untuk menjelaskan beberapa definisi dan sifat yang mempermudah pembaca dalam memahami bagaimana merubah graf ke dalam bentuk *boxicity* sehingga membentuk dimensi. Pada bagian Bab II ini juga akan dikaji nilai-nilai keislaman terkait dengan permasalahan penelitian yaitu tentang teori graf.

2.1 Kajian Keislaman tentang Graf

Allah SWT berfirman dalam surat Al-Maidah (5) ayat 97 bahwa ka'bah menjadi pusat peribadatan umat manusia. Ibadat yang dimaksud khususnya ibadah shalat dan ibadah haji.

۞ جَعَلَ ٱللَّهُ ٱلْكَعْبَةَ ٱلْبَيْتَ ٱلْحَرَامَ قِيَـٰمًا لِّلنَّاسِ وَٱلشَّهْرَ ٱلْحَرَامَ وَٱلْهَدْىَ وَٱلْقَلَـٰٓئِدَ ۚ ذَٰلِكَ لِتَعْلَمُوٓا۟ أَنَّ ٱللَّهَ يَعْلَمُ مَا فِى ٱلسَّمَـٰوَٰتِ وَمَا فِى ٱلْأَرْضِ وَأَنَّ ٱللَّهَ بِكُلِّ شَىْءٍ عَلِيمٌ ﴿٩٧﴾

"Allah telah menjadikan Ka'bah, rumah suci itu sebagai pusat (peribadatan dan urusan dunia) bagi manusia, dan (demikian pula) bulan Haram, had-ya, qalaid. Demikian itu agar kamu tahu, bahwa Sesungguhnya Allah mengetahui apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi dan bahwa Sesungguhnya Allah Maha mengetahui segala sesuatu." (Q.S Al-Maidah[5]: 97)

Dalam ibadah shalat, menghadap ka'bah sebagai pusat Masjidil Haram di Mekkah adalah suatu rukun. Ibadah shalat wajib hukumnya untuk menghadap ke

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ka'bah. Ka'bah menjadi kiblat untuk ibadah shalat ditegaskan dalam surat Al-Baqarah (2) ayat 149.

وَمِنْ حَيْثُ خَرَجْتَ فَوَلِّ وَجْهَكَ شَطْرَ ٱلْمَسْجِدِ ٱلْحَرَامِ ۖ وَإِنَّهُۥ لَلْحَقُّ مِن رَّبِّكَ ۗ وَمَا ٱللَّهُ بِغَٰفِلٍ عَمَّا تَعْمَلُونَ ﴿١٤٩﴾

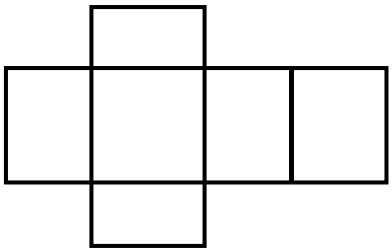
"Dan dari mana saja kamu keluar (datang), Maka Palingkanlah wajahmu ke arah Masjidil haram, Sesungguhnya ketentuan itu benar-benar sesuatu yang hak dari Tuhanmu. dan Allah sekali-kali tidak lengah dari apa yang kamu kerjakan."(Q.S Al-Baqarah(2): 149)

Semula ka'bah dikenal dengan nama Baitul Haram (rumah suci). Kemudian dinamakan ka'bah karena ia persegi empat (kubus), yang dalam bahasa arab setiap bangunan yang persegi empat dinamakan ka'bah. Sementara itu ada pendapat yang mengatakan bahwa bangunan tersebut dinamakan ka'bah karena ia unik dan letaknya tinggi dari tanah.

Gambar 2.1 Ka'bah di Masjidil Haram

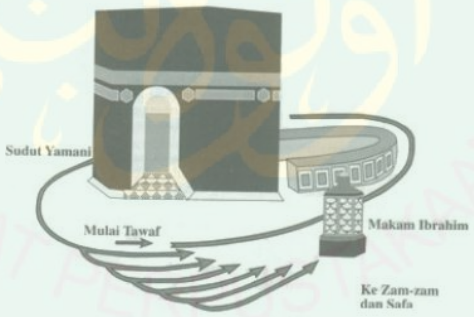
Gambar ka'bah di Masjidil Haram tersebut dapat diilustrasikan dengan *box.* Karena ka'bah adalah bangun ruang maka *boxicty* pada ka'bah adalah 3, bila dibentuk dalam jaring-jaring bidang maka dapat digambarkan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2. 2 Representasi Jaring-Jaring pada Ka'bah

Berkaitan dengan ka'bah di Masjidil Haram, terdapat suatu ibadah yang disebut thawaf. Thawaf secara umum adalah ibadah dengan cara mengelilingi ka'bah sebanyak 7 kali, 3 putaran pertama dilakukan dengan berlari-lari kecil (jika mungkin), dan selanjutnya berjalan biasa. Satu putaran thawaf dimulai dari Hajar Aswad dan diakhiri di Hajar Aswad lagi setelah melewati titik/rukun Yamani. Thawaf dilakukan dengan memutar berlawanan arah dengan putaran jarum jam. atau dengan menempatkan ka'bah pada posisi orang yang berthawaf. Gambar arah thawaf di sekitar ka'bah dapat digambarkan sebagai berikut:

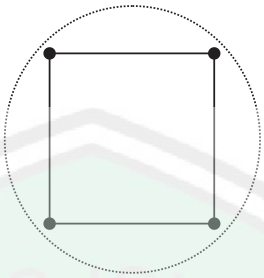


Gambar 2.3Arah Perputaran Thawaf Mengelilingi Ka'bah

Mengingat banyaknya orang yang melakukan thawaf, maka kemudian perlu menarik garis lurus yang melalui pusat ka'bah dan Hajar Aswad. Garis ini berfungsi sebagai pedoman bagi orang yang akan melakukan Thawaf pada lingkaran-lingkaran luar yang jauh dari ka'bah. Sehingga dalam mengelilingi ka'bah dengan setiap sudut memutar. Jika digambarkan dalam bentuk graf, maka

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

akan diperoleh graf berikut, yang tidak lain berbentuk graf sikel dengan titik sebanyak 4.



Gambar 2.4 Representasi Thawaf dalam Bentuk Graf Sikel

Umat islam dalam melakukan ibadah haji pastinya nama bukit yang terkenal yakni bukit shafa dan marwah. Dua bukit ini berperan penting dalam ibadah haji. Ibadah haji merupakan rukun islam terakhir. Dalam ibadah haji, diwajibkan melakukan sa'i bukit shafa dan bukit marwah. Secara harfiah sa'i diartikan sebagai usaha. Sedangkan arti syari'ahnya pada ibadah haji dan umroh bolak balok sebanyak 7 kali antara bukit shafa dan bukit marwah demi melaksanakan perintah Allah. Bukit shafa dan bukit marwah merupakan dua tempat yang diantara dua tempat tersebut umat islam berlari-lari kecil untuk melakukan sa'i.

Kitab suci Al-Qur'an telah membahas tentang bukit shafa dan bukit marwah yang diwajibkan kaum muslimin yang melakukan haji untuk melakukan sa'i di antara bukit shafa dan bukit marwah. Allah SWT telah berfirman dalam surat Al-Baqarah (2) ayat 158 yang berbunyi:

۞ إِنَّ ٱلصَّفَا وَٱلۡمَرۡوَةَ مِن شَعَآئِرِ ٱللَّهِۖ فَمَنۡ حَجَّ ٱلۡبَيۡتَ أَوِ ٱعۡتَمَرَ فَلَا جُنَاحَ عَلَيۡهِ أَن يَطَّوَّفَ بِهِمَاۚ وَمَن تَطَوَّعَ خَيۡرٗا فَإِنَّ ٱللَّهَ شَاكِرٌ عَلِيمٌ ١٥٨

"*Sesungguhnya Shafaa dan Marwa adalah sebahagian dari syi'ar Allah. Maka Barangsiapa yang beribadah haji ke Baitullah atau ber-'umrah, Maka tidak ada*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dosa baginya mengerjakan sa'i antara keduanya. dan Barangsiapa yang mengerjakan suatu kebajikan dengan kerelaan hati, Maka Sesungguhnya Allah Maha Mensyukuri kebaikan lagi Maha mengetahui." (Al-Baqarah (2): 158)

Menurut umat Islam sisi rangkap direpresentasikan pada ibadah sa'i. Ibadah sa'i merupakan salah satu rukun dan umrah yang harus dikerjakan agar haji dan umrah sah. Hal ini dapat digambarkan dengan dua bukit tersebut yaitu Shafa dan Marwah sebagai dua titik yang *adjacent* (direpresentasikan dengan melakuakan sa'i).

Gambar 2. 5 Graf Representasi Ibadah Sa'i

2.2 Pengertian Graf

Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Graf menggambarkan struktur dalam beberapa objek yang dinyatakan dalam noktah, bulatan atau titik. Secara matematis graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1 :

Graf *G* adalah pasangan (*V, E*) dengan *V* adalah himpunan yang tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik (*vertex*), dan *E* adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tidak berurutan dari titik berbeda di *V* yang disebut sisi (*edge*). Himpunan titik di graf *G* disimbulkan dengan *V(G)* dan himpunan sisi di graf *G* disimbulkan dengan *E(G)* (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Jadi graf adalah himpinan tidak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik dan setiap sisi menghubungkan dua titik. Titik-titik pada graf dapat

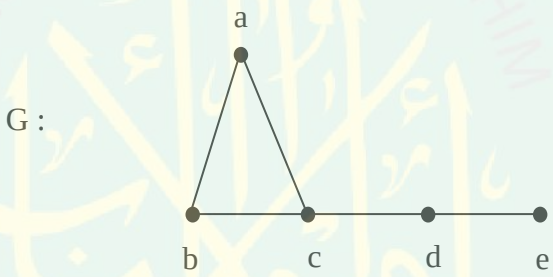
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dinotasikan dengan huruf-huruf kecil, seperti *a*, *b*, *c*, ... atau dengan menggunakan bilangan asli 1, 2, 3, ... atau gabungan keduanya. Sedangkan notasi atau lambang yang digunakan untuk menghubungkan titik *u* dengan titik *v*, misal *e* dapat ditulis sebagai *e=(u,v).*

Definisi 2:

Banyak unsur di *V* disebut order dari graf *G* dan disimbulkan dengan *p(G),* dan banyaknya unsur di *E* disebut size dari graf *G* dan disimbulkan dengan *q(G)* (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Contoh 1:



Gambar 2. 6 Graf *G* Berorde 5 dengan Ukuran 5

Pada gambar 2.6 graf *G* mempunyai 5 titik sehingga order *G* adalah $p = 5$. Graf *G* mempunyai 5 sisi sehingga ukuran graf *G* adalah $q = 5$ dengan $V(G) = \{a,\ b,\ c,\ d\}$ dan $E(G) = \{(a,b),(a,c),(b,c),(c,d),(d,e)\}$. Graf *G* juga dapat ditulis dengan $V(G) = \{a,b,c,d,e\}$ dan $E(G) = \{e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4,\ e_5\}$. Dengan, $e_1 = (a,b),\ e_2 = (a,c),\ e_3 = (b,c),\ e_4 = (c,d),\ e_5 = (d,e)$.

2.3 Derajat Titik

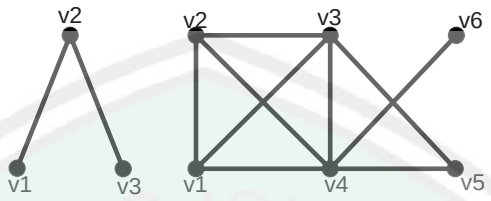
Definisi 3:

Derajat titik v pada *G*, ditulis dengan $\deg_G(v)$ adalah jumlah sisi yang terkait langsung (incident) pada v. Dengan kata lain, jumlah sisi yang memuat *v*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sebagai titik ujung. Titik v dikatakan genap atau ganjil tergantung dari jumlah $\deg_G(v)$ genap atau ganjil (Chartrand and Lesniak, 1996:2).

Contoh 2:



Gambar 2. 7 Derajat suatu Titik pada Graf *G*

Teorema 2.1

Jika G dengan (p, q) adalah suatu graf, di $V(G) = v_1, v_2, \dots, v_p\}$ maka $\sum_{i=1}^{p} \deg_G(v_i) = 2q$ (Chartrand and Lesniak, 1996:3).

Bukti :

Setiap sisi adalah terkait langsung dengan 2 titik, jika setiap derajat titik dijumlahkan maka setiap sisi dihitung dua kali.

Teorema 2.2

Pada sebarang graf, jumlah derajat titik ganjil adalah genap.

Bukti :

Misalkan graf *G* dengan iukuran *q*. Maka ambil *W* yang memuat himpunan titik ganjil pada *G* serta *U* yang memuat himpunan titik genap di *G*.

Dari teorema 2.1 maka diperoleh:

$$\sum_{v \in v(G)} \deg_G v = \sum_{v \in W} \deg_G v + \sum_{v \in U} \deg_G v = 2q$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg_G v$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg_G v$ juga genap. Sehingga $|W|$ adalah genap.

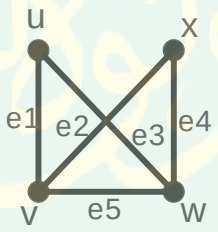
2.4 Terhubung Langsung (*Adjacent*) dan Terkait Langsung (*Incident*)

Definisi 4:

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand and Lesniak, 1996:1).

Sebagai contoh, perhatikan graf G yang memuat himpunan $V = \{u, v, w, x\}$ dan himpunan sisi $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ berikut ini.

Contoh 3:



Gambar 2. 8 Graf *G*

2.5 Operasi pada Graf

2.5.1 Operasi *Union* (Gabungan)

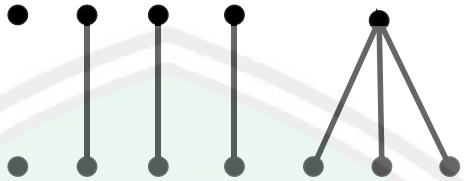
Definisi 5:

Gabungan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan dengan $G = G_1 \cup G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G memuat sebanyak $n \geq 2$ graf H, maka

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dinotasikan dengan $G = nH$. Graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_{(1,3)}$ akan ditunjukkan pada gambar sebagai berikut (Chartrand and Lesniak, 1996:9).

Contoh 4:



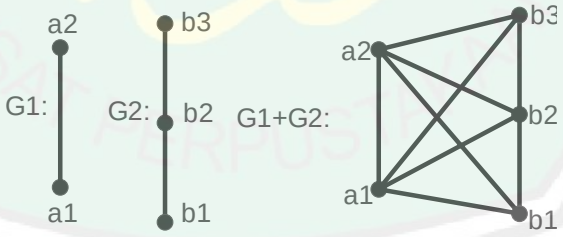
Gambar 2.9 Gabungan Graf

2.5.2 Operasi *Sum* (Penjumlahan)

Definisi 6 :

Penjumlahan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan dengan $G = G_1 + G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \epsilon V(G_1)$ dan $v \epsilon V(G_2)\}$ (Chartrand and Lesniak, 1996:9).

Contoh 5:



Gambar 2.10 Penjumlahan Dua Graf

2.5.3 Operasi Perkalian Kartesius

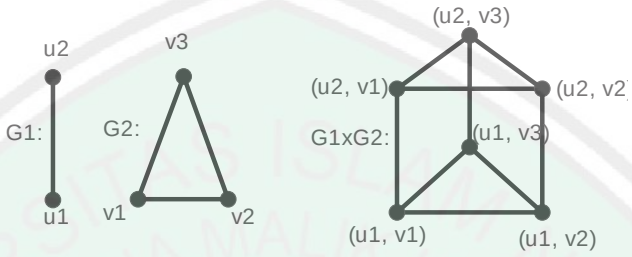
Definisi 7:

Hasil kali kartesius dari graf G_1 dan G_2 adalah graf yang dinotasikan $G = G_1 x G_2$ dan mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) x V(G_2) =$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\{u_1, u_2\}\, x\, \{v_1, v_2, v_3\}$, dan dua titik (u_1, u_2) dan (v_1, v_2) dari graf G terhubung langsung jika dan hanya jika $u_1 = v_1$ dan $u_2 v_2 \epsilon E(G_2)$ atau $u_2 = v_2$ dan $u_1 v_1 \epsilon E(G_1)$ (Chartrand and Lesniak, 1996:10).

Contoh 6:



Gambar 2.11 Graf Hasil Kali Kartesius

2.6 Graf Terhubung

2.6.1 *Walk*

Definisi 8 :

Sebuah jalan (*walk*) $u - v$ di graf G adalah barisan berhingga (tak kosong). $W: u = u_0, e_1, e_2, \dots, U_{n-1}, e_n, u_n = v$ yang berselang seling antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik u dan diakhiri dengan titik v, dengan $e_i = u_{i-1}u_i$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ adalah sisi di G. u_0 disebut titik awal, u_n disebut titik akhir, $u_1, u_2, \dots, u_{n-1}$ disebut titik interval, dan n menyatakan panjang dari W (Chartrand and Lesniak, 1996:16).

2.6.2 *Trail*

Definisi 9 :

Jalan $u - v$ yang semua sisinya berbeda disebut *Trail* $u - v$ (Chartrand and Lesniak, 1996:17).

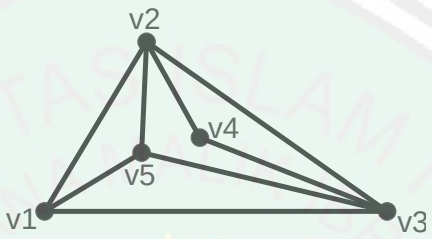
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.6.3 *Path* (Lintasan)

Definisi 10 :

Jalan $u - v$ yang semua titiknya berbeda disebut *path* (lintasan) $u - v$. Dengan demikian, semua lintasan adalah *Trail* (Chartrand and Lesniak, 1996:17).

Contoh 7:

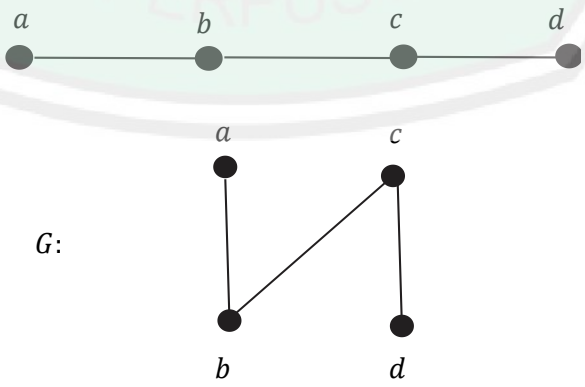


Gambar 2.12 *Walk*, *Trail*, dan Lintasan (*Path*)

Dari gambar di atas $W_1: v_1, v_2, v_3, v_2, v_5, v_3, v_4$ merupakan jalan (*walk*) $v_1 - v_4$ tetapi bukan jalan kecil (*trail*) $v_1 - v_4$ tetapi bukan lintasan (*path*), dan $W_3: v_1, v_3, v_4$ merupakan lintasan (*path*) $v_1 - v_4$.

Contoh 8:

Anggap graf $G = (V, E)$ dimana $V = \{a,\ b,\ c,\ d\}$ dan $E = \{(a, b), (b, c), (c, d)\}$. Graf ini dapat direpresentasikan dalam salah satu dari dua cara yang ditunjukkan dalam gambar berikut:



Gambar 2.13 Graf Lintasan-4 (P_4)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Meskipun gambar terlihat berbeda, perhatikan bahwa dua graf tersebut memiliki sifat yang sama, jika gambar yang bawah diluruskan, maka hasilnya akan sama dengan gambar yang di atas. Dalam setiap gambar memungkinkan untuk berpindah dari a ke d melalui rute yang melalui b dan c, dan jika ada salah satu unsur yang terputus, maka tidak akan mungkin lagi untuk berpindah dari a ke d (Witala, 1987:179).

2.6.4 Sirkuit

Definisi 11 :

Trail tertutup (*closed trail*) dan tak *trivial* pada graf G disebut sirkuit G. Contoh pada gambar 2.4 yaitu jalan $v_5, e_5, v_6, e_7, v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_5$ adalah sirkuit (Chartrand dan Lesniak, 1996:17).

2.6.5 Sikel

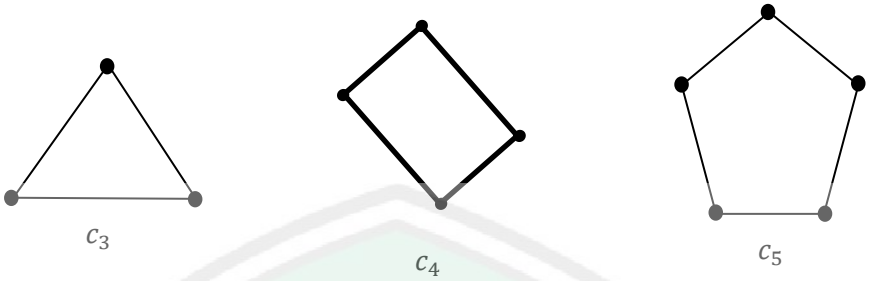
Definisi 12 :

Sirkuit $v_1, v_2, \dots, v_n, v_1 (n \geq 3)$ yang memiliki n titik serta v_i adalah titik-titik berbeda untuk $1 \leq i \leq n$ disebut sikel (*cycle*) (Chartrand and Lesniak, 1996: 17).

Sikel dengan panjang n dapat ditulis dengan P_n. Graf sikel C_n adalah graf terhubung beraturan 2 yang mempunyai n titik ($n \geq 3$) dan n sisi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh 9:



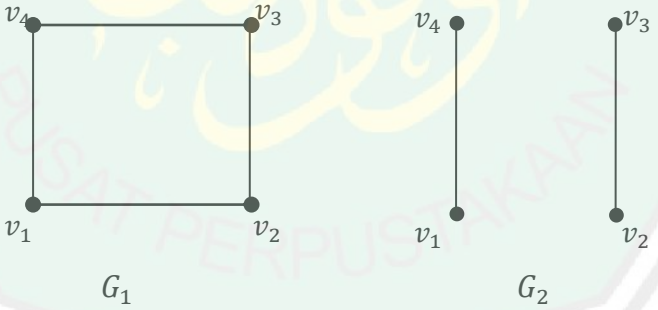
Gambar 2. 14 Graf Sikel $C_3, C_4,$ dan C_5

2.6.6 Keterhubungan

Definisi 13 :

Pasangan titik u dan v dapat dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan u-v di G. Suatu graf G dapat dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap titik u dan v di G terhubung (Chartrand and Lesniak, 1996:18)

Contoh 10 :



Gambar 2.15 G_1 Terhubung, G_2 Tidak Terhubung

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

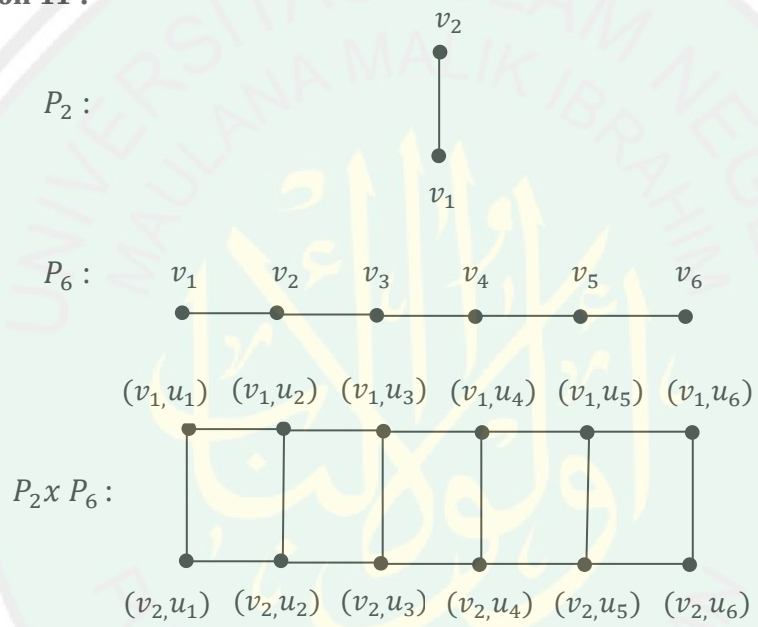
2.7 Jenis-Jenis Graf

2.7.1 Graf Tangga

Definisi 14:

Graf tangga (*ladder*) adalah graf yang dibangun dari hasil kali Kartesius graf lintasan P_2 dan P_n, yaitu $P_2 \, x \, P_n$. Graf tangga dinotasikan dengan L_n (Wati, 2006:24).

Contoh 11 :



Gambar 2.16 Graf Tangga $P_2 \, x \, P_6$

2.7.2 Graf Bintang

Definisi 15 :

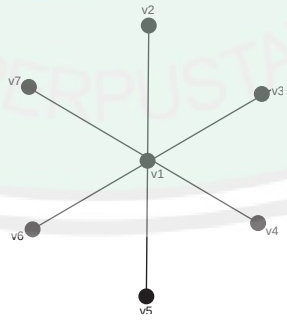
Graf G dikatakan komplit jika setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*adjacent*). Graf komplit dengan order n dinyatakan dengan K_n. Dengan demikian, maka graf K_n merupakan graf beraturan-$(n-1)$ dengan order $p = n$ dan ukuran $q = \frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{2}$ (Chartrand and Lesniak, 1986:8).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf G dikatakan *bipartisi* jika himpunan tititk pada G dapat dipartisi menjadi dua himpunan tak kosong V_1 dan V_2 sehingga masing-masing sisi pada graf G tersebut menghubungkan satu titik di V_1 dengan satu titik di V_2. Jika G adalah graf bipartisi beraturan-r, dengan $r \geq 1$, maka $|V_1| = |V_1|$. Graf G dikatakan partisi-n jika himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi sebanyak n himpunan tak kosong $V_1, V_2, ..., V_n$, sehingga masing-masing sisi pada graf G menghubungkan titik pada V_i dengan titik pada V_j, untuk $i \neq j$. Jika $n = 3$, graf partisi-n disebut graf tripartisi.

Suatu graf G disebut bipartisi komplit jika G adalah graf bipartisi dan masing-masing titik pada suatu partisi terhubung langsung dengan semua titik pada partisi yang lain. Graf bipartisi komplit dengan m titik pada salah satu partisi dan n titik pada partisi yang lain ditulis $K_{m,n}$. Graf bipartisi komplit $K_{1,n}$ disebut graf bintang (*star*) dan dinotasikan dengan S_n. Jadi, S_n mempunyai order $(n + 1)$ dan ukuran n. Pada gambar berikut ini, graf G adalah graf bintang $K_{1,6}$ atau S_6:

Contoh 12:



Gambar 2.17 Graf Bintang S_6

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.7.3 Graf Kipas

Definisi 16 :

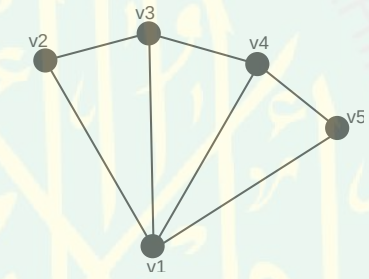
Graf kipas dibentuk dari penjumlahan graf komplit K_1 dan graf lintasan P_n yaitu $F_n = K_1 + P_n$, dengan demikian graf kipas mempunyai $(n+1)$ titik dan $2n-1$ sisi (Gallian, 2009:10).

Contoh 13 :

Untuk menggambarkan graf suatu graf kipas yaitu dengan menambahkan:

K_1 P_4

$F_4 = K_1 + P_4$:



Gambar 2. 18 Graf Kipas F_4

2.8 Unsur-Unsur dalam Ruang

2.8.1 Titik

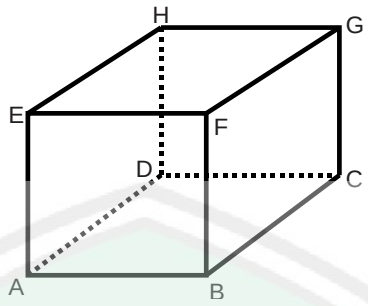
Definisi 17 :

Titik biasanya dilambangkan dengan noktah (.) atau dengan bulatan kecil (*dot*). Sebuah titik hanya dapat ditentukan oleh letaknya, tetapi tidak mempunyai ukuran (Rich, 2001:1).

Pada gambar kubus di bawah ini yang merupakan titik adalah titik A, titik B, titik C, titik D, titik E, titik F, titik G, dan titik H.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh 14:



Gambar 2.19 Kubus

2.8.2 Garis Lurus

Definisi 18 :

Panjang sebuah garis besarnya tak hingga, karena itu gambar suatu garis biasanya yang dilukis adalah wakil garis itu, pemberian nama sebuah garis dapat dilakukan dengan menuliskan wakilnya atau titik-titik ujung garis itu (Rich, 2001:3).

Berdasarkan gambar 2.19, kubus ABCDEFGH, yang merupakan garis lurus adalah garis AB, garis CD, garis EF, garis GH, garis AE, garis BF, garis CG, garis DH, garis AD, garis BC, garis EH, dan garis FG.

2.8.3 Bidang Datar

Definisi 19 :

Bidang mempunyai panjang dan lebar tetapi tidak mempunyai ketebalan. Luas sebuah bidang besarnya tidak terbatas, karena itu gambar suatu bidang biasanya yang dilukiskan adalah wakil bidang itu. Wakil suatu bidang berbentuk persegi panjang atau jajargenjang (Rich, 2001:3).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Suatu bidang diberi nama dengan melukiskan pada satu pojok bidang itu dengan huruf latin : V, W, X, dan seterusnya, atau menuliskan titik-titik sudut bidang itu (Rich, 2001:3).

Pada gambar 2.19, yang merupakan bidang adalah bidang ABCD, bidang EFGH, bidang BCGF, bidang CDHG, bidang ADHE, dan bidang ABEF.

2.9 *Boxicity*

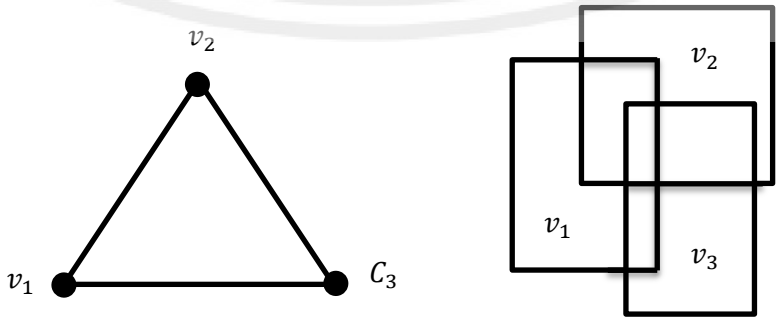
Suatu graf *G* yang terhubung, tiap titik dari graf *G* dapat diwakili oleh bidang datar dengan melihat tiap titik terhubung atau tidak. Jika titik tersebut *adjacent,* maka bidang yang mewakili memiliki irisan.

Definisi 20:

B*oxicity* dari graf *G*, dinotasikan sebagai kotak(*G*) atau *box*(*G*), adalah bilangan bulat positif terkecil *k* sehingga *G* dapat direpresentasikan sebagai irisan *k*-kotak (Francis, 2009:6).

Dengan demikian, *G* adalah suatu interval graf jika dan hanya jika kotak (G) = 1. Karena graf sikel-3 (C_3) memiliki 2-kotak seperti gambar berikut, kotak $(C_3) = 2$.

Contoh 15 :



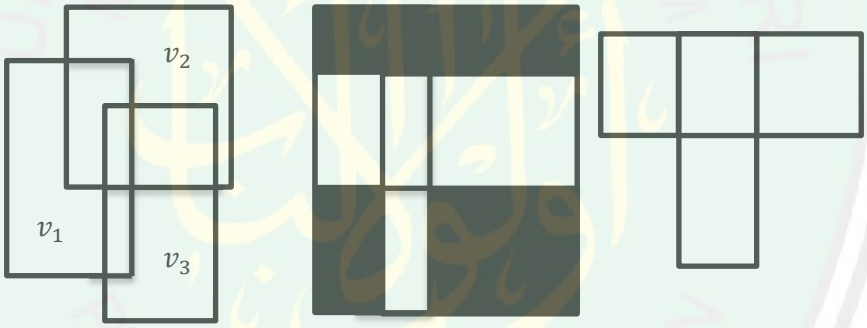
Gambar 2. 20 *Boxicity* (Graf Sikel-3)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maksud gambar di atas adalah karena titik v_1 terhubung langsung dengan titik v_2 maka v_1 beririsan dengan v_2 sehingga dalam bentuk bidang v_1 mempunyai irisan dengan v_2. Selanjutnya titik v_2 terhubung langsung dengan v_3 maka v_2 beririsan dengan v_3 sehingga dalam bentuk bidang v_2 mempunyai irisan dengan v_3. Selanjutnya titik v_3 terhubung langsung dengan v_1 maka v_3 beririsan dengan v_1 sehingga dalam bentuk bidang v_3 mempunyai irisan dengan v_1, selanjutnya didapatkan irisan dari dari $v_1, v_2,$ dan v_3.

Menurut penulis proses penyederhanaan dari irisan *boxicity* ke dalam bentuk dimensi sebagai berikut:

Contoh 16 :



Gambar 2. 21 Penyederhanaan *Boxicity* Graf Sikel-3 ke Jaring-Jaring

Menurut pengertian dari bidang datar mempunyai panjang dan lebar, sehingga pergeseran bidang pada *boxicity* berlaku, sehingga dapat digeser atau didekatkan agar memudahkan penulis untuk mencari jaring-jaring.

Dari pengertian *boxicity* peneliti mengambil cara untuk menyederhanakan jaring-jaring dengan membuang bidang yang tidak mempunyai irisan, sehingga didapatkan bentuk jaring-jaring hasil dari penggeseran bidang dan membuang yang tidak mempunyai irisan, dari jaring-jaring yang telah dibentuk maka akan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dipilih bidang mana yang akan memenuhi untuk dapat dibentuk bidang sehingga didapatkan bidang minimal untuk membentuk *box*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

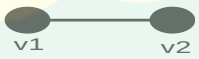
PEMBAHASAN

Pembahasan pada bab ini akan membahas mengenai perubahan bidang ke dalam bentuk dimensi. Adapun langkah-langkah dalam merubah bidang ke dalam bentuk dimensi adalah sebagai berikut:

1. Menggambar graf.
2. Merubah graf ke dalam bentuk bidang.
3. Menentukan irisan dalam bentuk bidang.
4. Menyusun ke dalam bentuk dimensi–*k*.
5. Mencari *boxicity*.
6. Menentukan sifat dan membuktikan sifat benar secara umum.

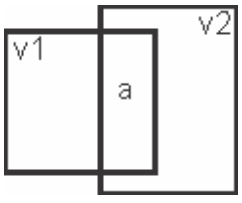
3.1 *Boxicity* pada Graf Lintasan

a) Graf Lintasan P_2



Gambar 3. 1 Graf Lintasan-2 (P_2)

Berdasarkan gambar 3.1 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 2 Graf Lintasan-2 (P_2) dalam Bentuk Bidang

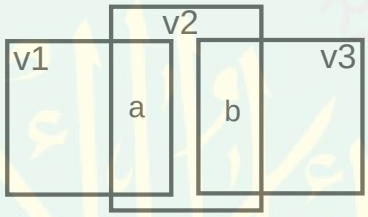
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari gambar 3.2 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a. Jumlah irisan dari graf lintasan P_2 adalah 1 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf lintasan-2 (P_2) adalah 2.

b) Graf Lintasan P_3

Gambar 3. 3 Graf Lintasan-3(P_3)

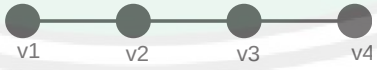
Berdasarkan gambar 3.3 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 4 Graf Lintasan-3 (P_3) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.4 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, dan v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan b. Jumlah irisan dari graf lintasan P_3 adalah 2 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf lintasan-3 (P_3) adalah 2.

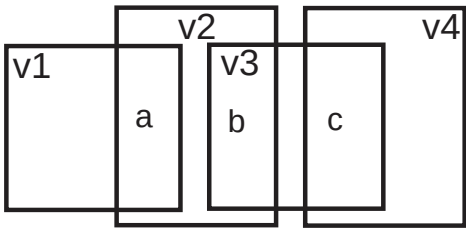
c) Graf Lintasan P_4



Gambar 3. 5 Graf Lintasan-4 (P_4)

Berdasarkan gambar 3.5 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



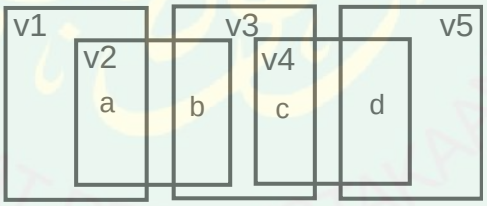
Gambar 3. 6 Graf Lintasan-4 (P_4) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.6 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, dan v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan c. Jumlah irisan dari graf lintasan P_4 adalah 3 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf lintasan-4 (P_4) adalah 2.

d) Graf Lintasan P_5

Gambar 3. 7 Graf Lintasan-5 (P_5)

Berdasarkan gambar 3.7 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

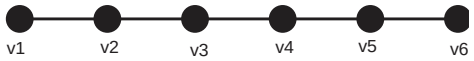


Gambar 3. 8 Graf Lintasan-5(P_5) dalam Bentuk Bidang

Dari Gambar 3.8 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan c, dan v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan d. Jumlah irisan dari graf lintasan P_5 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf lintasan-5 (P_5) adalah 2.

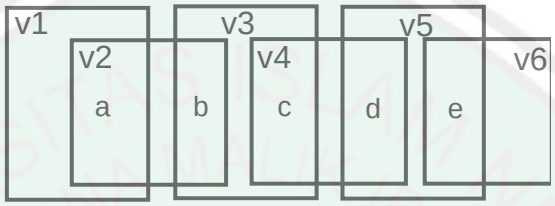
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

e) Graf Lintasan P_6



Gambar 3. 9 Graf Lintasan-6 (P_6)

Berdasarkan gambar 3.9 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



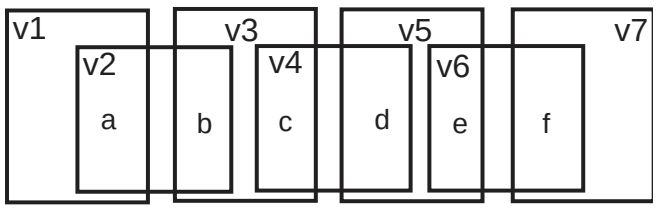
Gambar 3. 10 Graf Lintasan-6(P_6) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.10 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan c, v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan d, dan v_5 beririsan v_6 disimbulkan dengan e. Jumlah irisan dari graf lintasan P_6 adalah 5 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf lintasan-6 (P_6) adalah 2.

f) Graf Lintasan P_7

Gambar 3. 11 Graf Lintasan-7(P_7)

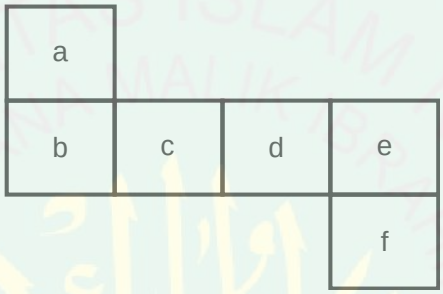
Berdasarkan gambar 3.11 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 12 Graf Lintasan-7(P_7) dalam Bentuk Bidang

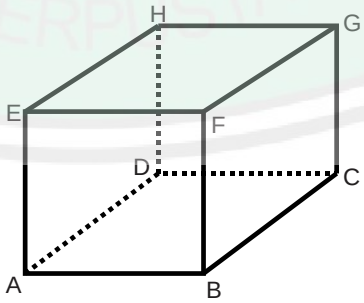
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari gambar 3.12 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan c, v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan d, v_5 beririsan v_6 disimbulkan dengan e, dan v_5 beririsan v_7 disimbulkan dengan f. Jumlah irisan dari graf lintasan P_7 adalah 6 irisan. Jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring sebelum mendapatkan bentuk 3 dimensinya, maka jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 13 Graf Lintasan-7(P_7) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

Berdasarkan gambar 3.13 jaring-jaring dapat dibentuk dalam dimensi-3, seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *b*, bidang CDHG merupakan bidang *a*, bidang BCGF merupakan bidang *c*, bidang EFGH merupakan bidang *d*, bidang ADHE merupakan bidang *e*, dan bidang ABFE merupakan bidang *f*.



Gambar 3. 14 Jaring-Jaring Graf Lintasan-7(P_7) dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.14 sehingga didapatkan *boxicity* graf lintasan-7(P_7) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf lintasan-7(P_7) adalah 3.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan hasil perhitungan maka didapatkan pola *boxicity* graf lintasan P_2 sampai dengan P_n, seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 1 Boxicity pada Graf Lintasan

Graf	Banyak irisan	Dimensi
P_2	1	2
P_3	2	2
P_4	3	2
P_5	4	2
P_6	5	2
P_7	6	3
P_n	$n-1$	$P_n = 2, \quad 2 \leq n \leq 6$ $P_n \geq 3, \quad \forall\, n \geq 7$

Sifat 1

Boxicity pada graf lintasan P_n, $n \geq 2$ adalah

1. Kotak(P_n) = 2, untuk $2 \leq n \leq 6$
2. Kotak(P_n) ≥ 3, untuk $n \geq 7$

Bukti Sifat 1

1. Misal P_n graf lintasan dengan $n = 2, 3, 4, 5, 6$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 1, 2, 3, \ldots, n-1$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $n-1$ irisan. Karena $2 \leq n \leq 6$ maka jumlah irisan adalah $1 \leq n-1 \leq 5$. Dengan sebanyak $n-1$ bidang maka tidak mungkin disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak(P_n) = 2, untuk $2 \leq n \leq 6$.
2. Misal P_n graf lintasan dengan $n \geq 7$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 7, 8, 9, \ldots, n-1$. Dengan demikian akan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

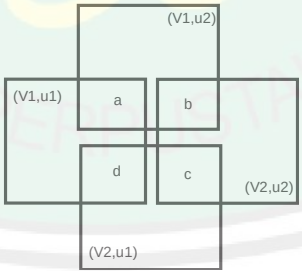
diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $n-1$ irisan. Karena $n \geq 7$ maka jumlah irisan adalah $n-1 \geq 6$. Dengan sebanyak $n-1$ bidang maka dapat disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak$(P_n) \geq 3$, untuk $n \geq 7$.

3.2 *Boxicity* pada Graf Tangga

a) Graf tangga L_2

Gambar 3. 15 Graf Tangga-2(L_2)

Berdasarkan gambar 3.15 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



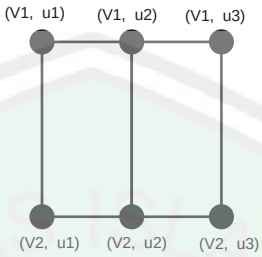
Gambar 3. 16 Graf Tangga-2(L_2) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.16 dapat dilihat bahwa (v_1, u_1) beririsan (v_1, u_2) disimbulkan dengan a, (v_1, u_2) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan b, (v_2, u_2) beririsan (v_2, u_1) disimbulkan dengan c, dan (v_2, u_1) beririsan (v_1, u_1)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

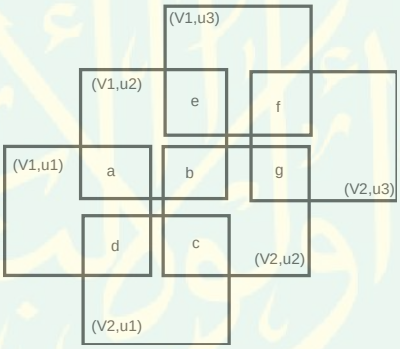
disimbulkan dengan *d*. Jumlah irisan dari graf tangga L_2 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf tangga-2 (L_2) adalah 2.

b) Graf tangga L_3



Gambar 3. 17 Graf Tangga-3(L_3)

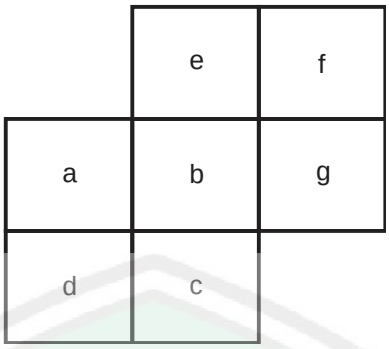
Berdasarkan gambar 3.17 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 18 Graf Tangga-3(L_3) dalam Bentuk Bidang

Gambar 3.18 dapat dilihat bahwa (v_1, u_1) beririsan (v_1, u_2) disimbulkan dengan *a*, (v_1, u_2) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *b*, (v_2, u_2) beririsan (v_2, u_1) disimbulkan dengan *c*, (v_2, u_1) beririsan (v_1, u_1) disimbulkan dengan *d*, (v_1, u_2) beririsan (v_1, u_3) disimbulkan dengan *e*, (v_1, u_3) beririsan (v_2, u_3) disimbulkan dengan *f*, dan (v_2, u_3) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *g*. Jumlah irisan dari graf tangga L_3 adalah 7 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

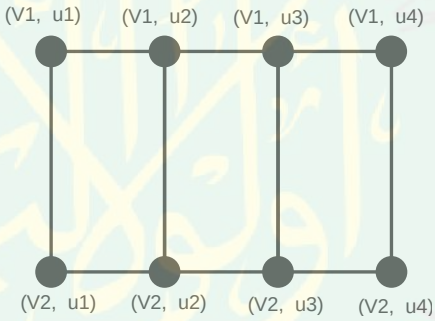
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 19 Graf Tangga-3(L_3) dalam bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

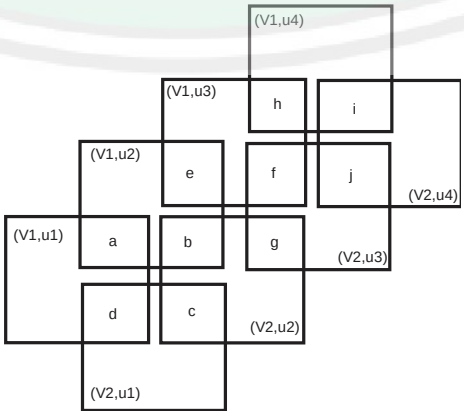
Dari gambar 3.19 dapat dilihat bahwa jumlah irisan dari graf tangga L_3 adalah 7 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf tangga-3 (L_3) adalah 2.

c) Graf tangga L_4



Gambar 3. 20 Graf Tangga-4(L_4)

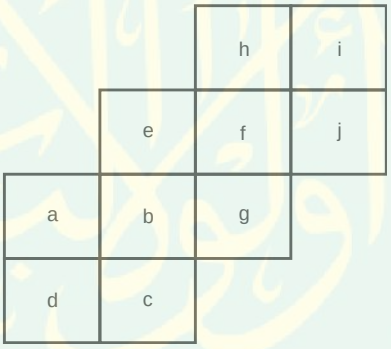
Berdasarkan gambar 3.20 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 21 Graf Tangga-4(L_4) dalam Bentuk Bidang

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

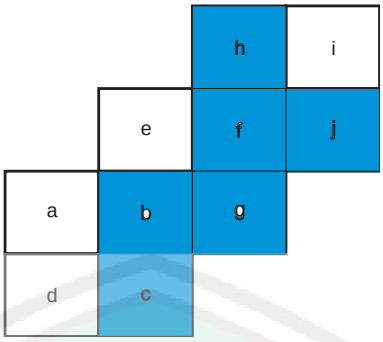
Dari gambar 3.21 dapat dilihat bahwa (v_1, u_1) beririsan (v_1, u_2) disimbulkan dengan *a*, (v_1, u_2) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *b*, (v_2, u_2) beririsan (v_2, u_1) disimbulkan dengan *c*, (v_2, u_1) beririsan (v_1, u_1) disimbulkan dengan *d*, (v_1, u_2) beririsan (v_1, u_3) disimbulkan dengan *e*, (v_1, u_3) beririsan (v_2, u_3) disimbulkan dengan *f*, (v_2, u_3) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *g*, (v_1, u_3) beririsan (v_1, u_4) disimbulkan dengan *h*, (v_1, u_4) beririsan (v_2, u_4) disimbulkan dengan *i*, dan (v_2, u_4) beririsan (v_2, u_3) disimbulkan dengan *j*. Jumlah irisan dari graf tangga L_4 adalah 10 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 22 Graf Tangga-4(L_4) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

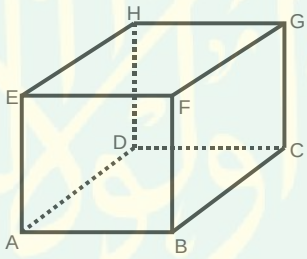
Berdasarkan dari gambar 3.22 dapat dipilih bidang yang dapat mewakili agar dapat dibangun menjadi sebuah *box*, dan bidang yang telah dipilih diwarna biru seperti gambar berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 23 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Tangga-4(L_4)

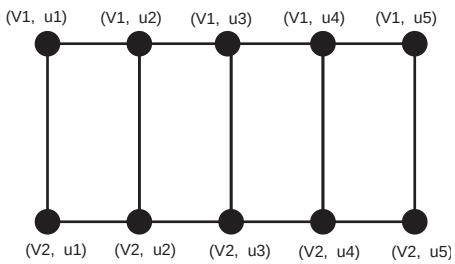
Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *f*, bidang CDHG merupakan bidang *h*, bidang BCGF merupakan bidang *j*, bidang EFGH merupakan bidang *c*, bidang ADHE merupakan bidang *b*, dan bidang ABFE merupakan bidang *g*.



Gambar 3. 24 Jaring-Jaring Graf Tangga-4(L_4) dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.24 sehingga didapatkan *boxicity* graf tangga-4 (L_4) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf tangga-4 (L_4) adalah 3.

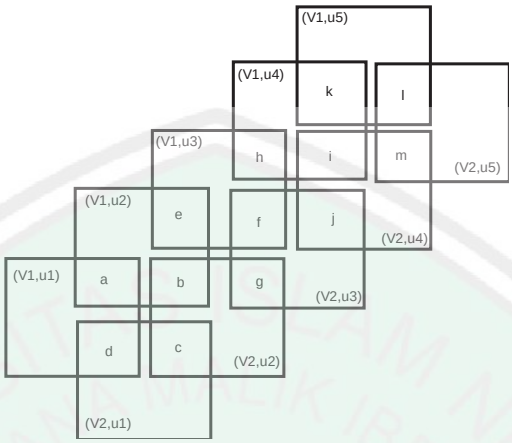
d) Graf tangga L_5



Gambar 3. 25 Graf Tangga-5(L_5)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

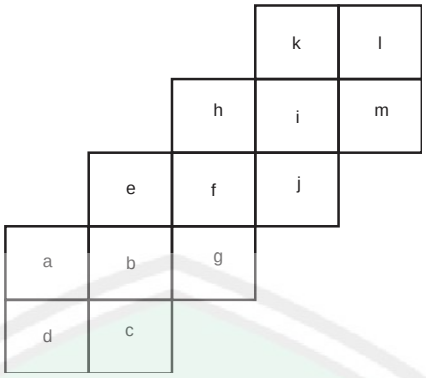
Berdasarkan gambar 3.25 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 26 Graf Tangga-5(L_5) dalam Bentuk Bidang

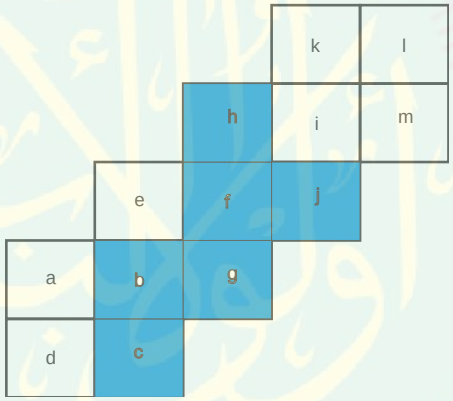
Dari gambar 3.26 dapat dilihat bahwa (v_1, u_1) beririsan (v_1, u_2) disimbulkan dengan *a*, (v_1, u_2) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *b*, (v_2, u_2) beririsan (v_2, u_1) disimbulkan dengan *c*, (v_2, u_1) beririsan (v_1, u_1) disimbulkan dengan *d*, (v_1, u_2) beririsan (v_1, u_3) disimbulkan dengan *e*, (v_1, u_3) beririsan (v_2, u_3) disimbulkan dengan *f*, (v_2, u_3) beririsan (v_2, u_2) disimbulkan dengan *g*, (v_1, u_3) beririsan (v_1, u_4) disimbulkan dengan *h*, (v_1, u_4) beririsan (v_2, u_4) disimbulkan dengan *i*, (v_2, u_4) beririsan (v_2, u_3) disimbulkan dengan *j*, (v_1, u_4) beririsan (v_1, u_5) disimbulkan dengan *k*, (v_1, u_5) beririsan (v_2, u_5) disimbulkan dengan *l*, dan (v_2, u_4) beririsan (v_2, u_5) disimbulkan dengan *m*. Jumlah irisan dari Graf tangga L_5 adalah 13 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 27 Graf Tangga-5(L_5) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

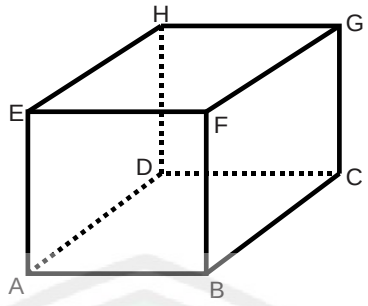
Berdasarkan gambar 3.27 jaring-jaring dapat dipilih bidang yang dapat mewakili agar dapat di bangun menjadi sebuah *box*, dan bidang yang telah dipilih diwarna biru seperti gambar berikut:



Gambar 3. 28 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Tangga-5(L_5)

Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *f*, bidang CDHG merupakan bidang *h*, bidang BCGF merupakan bidang *j*, bidang EFGH merupakan bidang *c*, bidang ADHE merupakan bidang *b*, dan bidang ABFE merupakan bidang *g*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 29 Jaring-Jaring Graf Tangga-5 (L_5) dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.29 sehingga didapatkan *boxicity* graf tangga-5 (L_5) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf tangga-5 (L_5) adalah 3.

Berdasarkan hasil perhitungan maka didapatkan pola *boxicity* graf tangga L_2 sampai dengan L_n, seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 2 Boxicity pada Graf Tangga

Graf	Banyak irisan	Dimensi
L_2	4	2
L_3	7	2
L_4	10	3
L_5	13	3
L_n	$(2n)+(n-2)$	$L_n = 2, \quad 2 \leq n \leq 3$ $L_n \geq 3, \quad \forall\, n \geq 4$

Sifat 2

Boxicity pada graf tangga L_n, $n \geq 2$ adalah

1. Kotak(L_n) = 2, untuk $n = 2$ dan 3
2. Kotak(L_n) ≥ 3, untuk $n \geq 4$

Bukti Sifat 2

1. Misal L_n graf tangga dengan $n = 2$ dan 3 maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 2, 3, \ldots, (2n)+(n-2)$. Dengan demikian

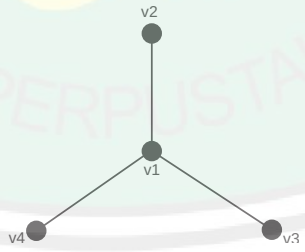
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $(2n) + (n - 2)$ irisan. Karena $2 \leq n \leq 3$ maka jumlah irisan adalah $4 \leq (2n) + (n - 2) \leq 7$. Dengan sebanyak $(2n) + (n - 2)$ bidang maka tidak mungkin disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak(L_n) = 2, untuk $2 \leq n \leq 3$.

2. Misal L_n graf tangga dengan $n \geq 4$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 7, 8, 9, \ldots, n - 1$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $(2n) + (n - 2)$ irisan. Karena $n \geq 7$ maka jumlah irisan adalah $(2n) + (n - 2) \geq 10$. Dengan sebanyak $(2n) + (n - 2)$ bidang maka dapat disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak$(P_n) \geq 3$, untuk $n \geq 7$.

3.3 *Boxicity* pada Graf Bintang

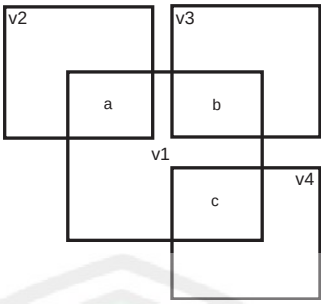
a) Graf Bintang S_3



Gambar 3. 30 Graf Bintang-3(S_3)

Berdasarkan gambar 3.30 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

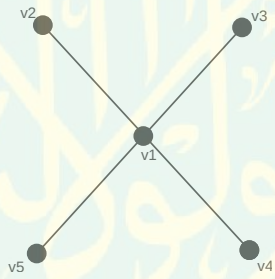
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 31 Graf Bintang-3(S_3) dalam Bentuk Bidang

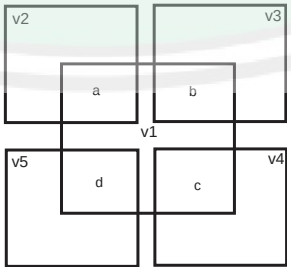
Dari gambar 3.31 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, dan v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan c. Jumlah irisan dari graf bintang S_3 adalah 3 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf bintang-3(S_3) adalah 2.

b) Graf Bintang S_4



Gambar 3. 32 Graf Bintang-4(S_4)

Berdasarkan gambar 3.32 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



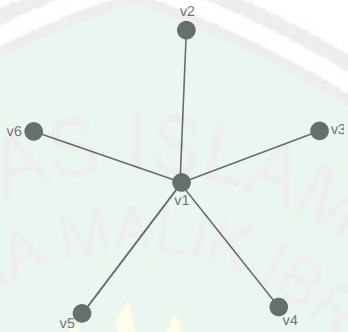
Gambar 3. 33 Graf Bintang-4(S_4) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.33 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan c,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

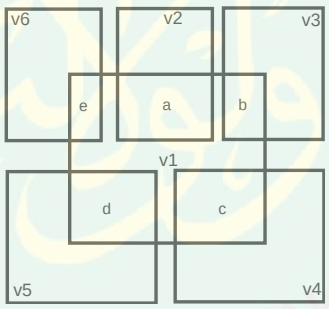
dan v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan *d*. Jumlah irisan dari graf bintang S_4 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf bintang-4 (S_4) adalah 2.

c) Graf Bintang S_5



Gambar 3. 34 Graf Bintang-5(S_5)

Berdasarkan gambar 3.34 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

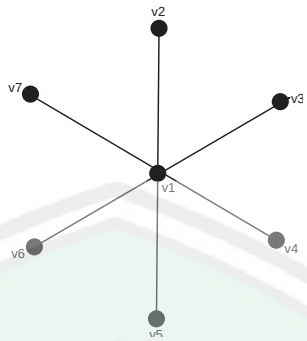


Gambar 3. 35 Graf Bintang-5(S_5) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.35 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan *a*, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan *b*, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan *c*,v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan *d*, dan v_1 beririsan v_6 disimbulkan dengan *e*. Jumlah irisan dari graf bintang S_5 adalah 5 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf bintang-5(S_5) adalah 2.

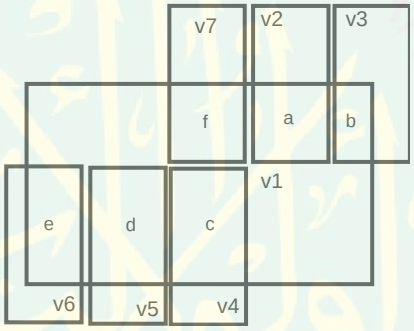
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

d) Graf Bintang S_6



Gambar 3. 36 Graf Bintang-6 (S_6)

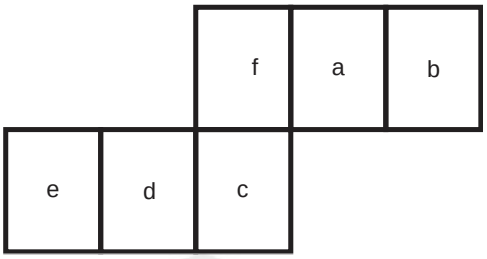
Berdasarkan gambar 3.36 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 37 Graf Bintang-6 (S_6) dalam Bentuk Bidang

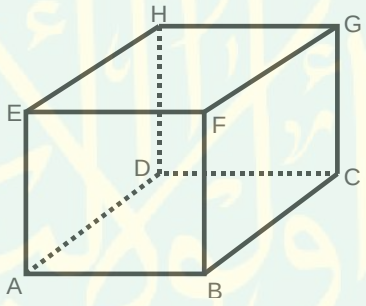
Dari gambar 3.37 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan c,v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan d, v_1 beririsan v_6 disimbulkan dengan e, dan v_1 beririsan v_7 disimbulkan dengan f. Jumlah irisan dari graf bintang S_6 adalah 6 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 38 Graf Bintang-6 (S_6) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

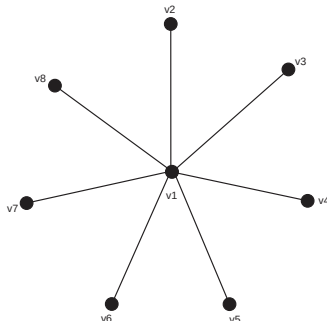
Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *c*, bidang CDHG merupakan bidang *f*, bidang BCGF merupakan bidang *a*, bidang EFGH merupakan bidang *e*, bidang ADHE merupakan bidang *d*, dan bidang ABFE merupakan bidang *b*.



Gambar 3. 39 Jaring-Jaring Graf Bintang-6 (S_6) dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.39 sehingga didapatkan *boxicity* graf bintang-6 (S_6) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf bintang-6 (S_6) adalah 3.

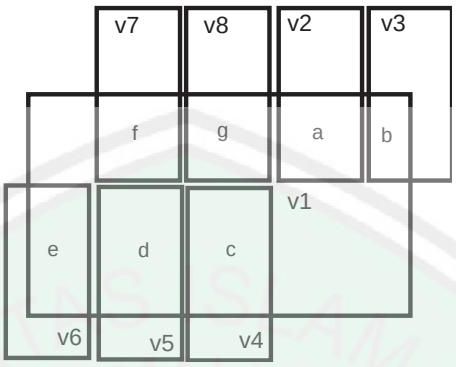
e) Graf bintang S_7



Gambar 3. 40 Graf Bintang-7(S_7)

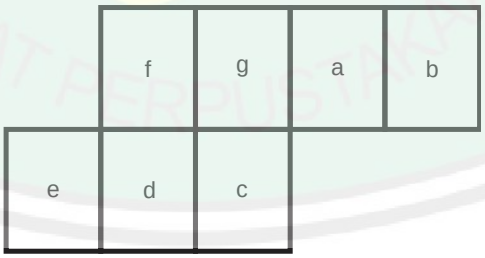
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan gambar 3.40 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 41Graf Bintang-7(S_7) dalam Bentuk Bidang

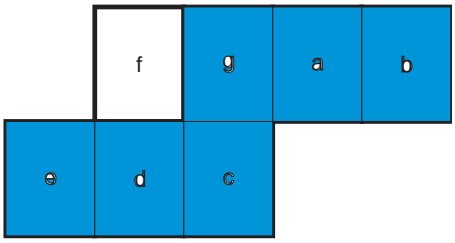
Dari gambar 3.41 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan c,v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan d, v_1 beririsan v_6 disimbulkan dengan e, v_1 beririsan v_7 disimbulkan dengan f, dan v_1 beririsan v_8 disimbulkan dengan g. Jumlah irisan dari graf bintang S_7 adalah 7 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 42 Graf Bintang-7(S_7) dalam bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

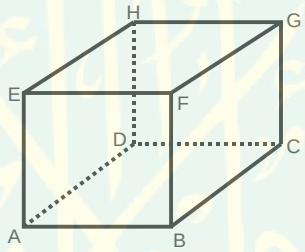
Berdasarkan gambar 3.42 jaring-jaring dapat dipilih bidang mana yang dapat mewakili agar dapat di bangun menjadi sebuah *box*, dan bidang yang telah dipilih diwarna biru seperti gambar berikut :

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 43 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Bintang-7 (S_7)

Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *c*, bidang CDHG merupakan bidang *g*, bidang BCGF merupakan bidang *a*, bidang EFGH merupakan bidang *e*, bidang ADHE merupakan bidang *d*, dan bidang ABFE merupakan bidang *b*.



Gambar 3. 44 Jaring-Jaring Graf Bintang-7(S_7) dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.44 sehingga didapatkan *boxicity* graf bintang-7 (S_7) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf bintang-7 (S_7) adalah 3.

Berdasarkan hasil perhitungan maka didapatkan pola *boxicity* graf bintang S_3 sampai dengan S_n, seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 3 Boxicity pada Graf Bintang

Graf	Banyak irisan	Dimensi
S_3	3	2
S_4	4	2
S_5	5	2
S_6	6	3
S_7	7	3
S_n	n	$S_n = 2, \quad 3 \leq n \leq 5$ $S_n \geq 3, \quad \forall\, n \geq 6$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sifat 3

Boxicity pada graf bintang S_n, $n \geq 3$ adalah

1. Kotak(S_n)= 2, untuk $n = 3, 4,$ dan 5
2. Kotak(S_n) ≥ 3, untuk $n \geq 6$

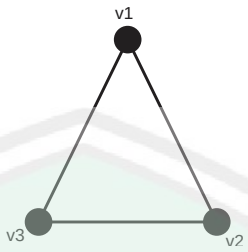
Bukti Sifat 3

1. Misal S_n graf bintang dengan $n = 3, 4$ dan 5 maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 3, 4, 5, \ldots, n$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak n irisan. Karena $3 \leq n \leq 5$ maka jumlah irisan adalah $3 \leq n \leq 5$. Dengan sebanyak n bidang maka tidak mungkin disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak(S_n) = 2, untuk $3 \leq n \leq 5$.
2. Misal S_n graf bintang dengan $n \geq 6$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 6, 7, 8, \ldots, n$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak n irisan. Karena $n \geq 6$ maka jumlah irisan adalah $n \geq 6$. Dengan sebanyak n bidang maka dapat disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak(S_n) ≥ 3, untuk $n \geq 6$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

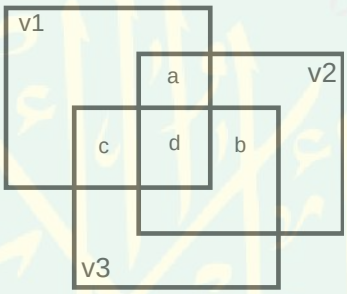
3.4 *Boxicity* pada Graf Sikel

a) Graf Sikel C_3



Gambar 3. 45 Graf Sikel-3(C_3)

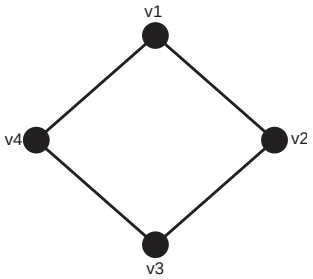
Berdasarkan gambar 3.45 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 46 Graf Sikel-3(C_3) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.46 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan c, dan v_1, v_2, dan v_3 beririsan disimbulkan dengan d. Jumlah irisan dari graf sikel C_3 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf sikel-3 (C_3) adalah 2.

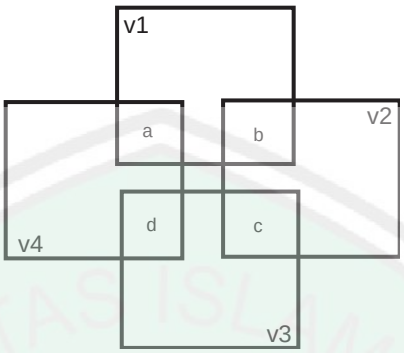
b) Graf Sikel C_4



Gambar 3. 47 Graf Sikel-4(C_4)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

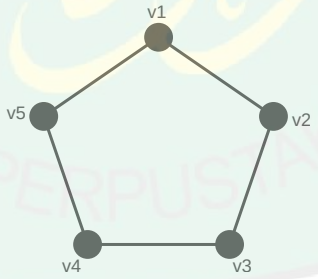
Berdasarkan gambar 3.47 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 48 Graf Sikel-4(C_4) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.48 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan a, $v_1$beririsan v_2 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan $v_3$disimbulkan dengan c, dan v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan d. Jumlah irisan dari graf sikel C_4 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf sikel-4 (C_4) adalah 2.

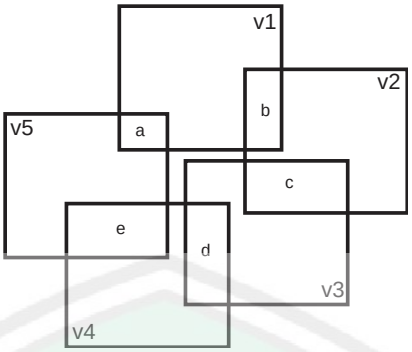
c) Graf Sikel C_5



Gambar 3. 49 Graf Sikel-5(C_5)

Berdasarkan gambar 3.49 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

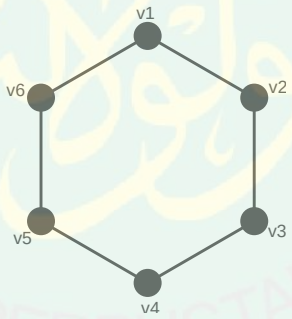
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 50 Graf Sikel-5(C_5) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.50 dapat dilihat bahwa jumlah irisan dari graf sikel C_5 adalah 5 irisan, yaitu: v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan c, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan d, dan v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan e. Jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf sikel-5(C_5) adalah 2.

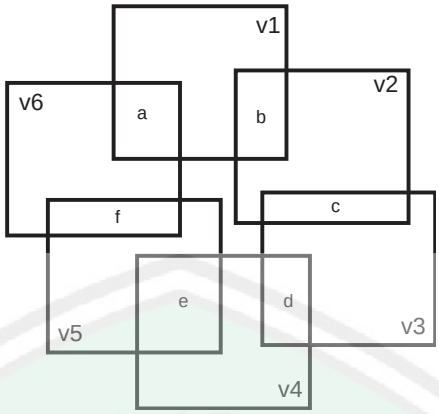
d) Graf Sikel C_6



Gambar 3. 51 Graf Sikel-6(C_6)

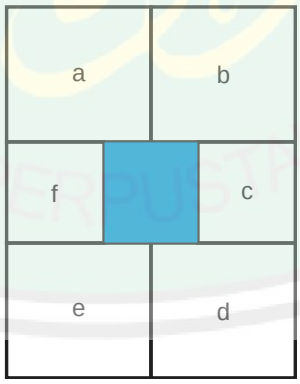
Berdasarkan gambar 3.51 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 52 Graf Sikel-6(S_6) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.52 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_6 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan c, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan d, v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan e, dan v_5 beririsan v_6 disimbulkan dengan f. Jumlah irisan dari graf sikel C_6 adalah 6 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

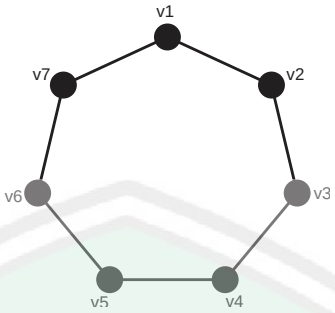


Gambar 3. 53 Graf Sikel-6(S_6) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

Berdasarkan gambar 3.53 jaring-jaring tidak dapat dibentuk dalam dimensi-3. Maka *boxiciy* graf sikel-6 (C_6) adalah 2.

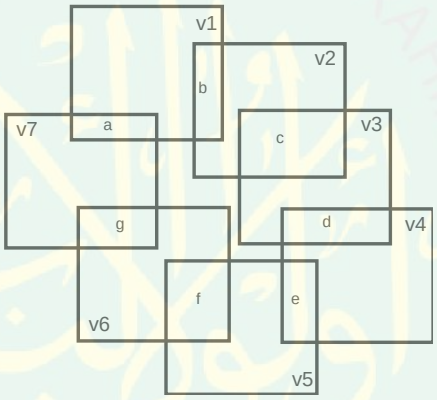
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

e) Graf Sikel C_7



Gambar 3. 54 Graf Sikel-7(C_7)

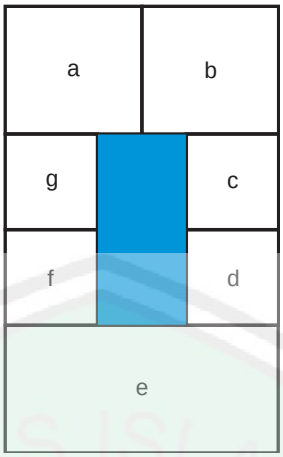
Berdasarkan gambar 3.54 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 55 Graf Sikel-7(C_7) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.55 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_7 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan c, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan d, v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan e, v_5 beririsan v_6 disimbulkan dengan f, dan v_6 beririsan v_7 disimbulkan dengan g. Jumlah irisan dari graf sikel C_7 adalah 7 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 56 Graf Sikel-7(C_7) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

Berdasarkan gambar 3.56 jaring-jaring tidak dapat dibentuk dalam dimensi-3, sehingga didapatkan graf sikel C_7 adalah dimensi-2.

Berdasarkan hasil perhitungan maka didapatkan pola *boxicity* graf sikel C_3 sampai dengan C_n, seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 4 Boxicity pada Graf Sikel

Graf	Banyak irisan	Dimensi
C_3	4	2
C_4	4	2
C_5	5	2
C_6	6	2
C_7	7	2
C_n	$\forall n \geq 4, n$	$C_n = 2, \quad n \geq 3$

Sifat 4

Boxicity pada graf sikel C_n adalah 2, untuk $n \geq 3$

Bukti Sifat 4

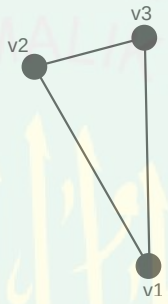
Misal C_n graf sikel dengan $n \geq 3$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 3, 4, \ldots, n$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

diperoleh sebanyak n irisan. Karena $n \geq 3$ maka jumlah irisan adalah n. Dengan sebanyak n bidang maka tidak mungkin disusun menjadi bangun ruang karena graf sikel mempunyai sifat siklik sehingga pada tengah tidak mempunyai bidang. Jadi kotak(C_n) = 2, untuk $n \geq 3$.

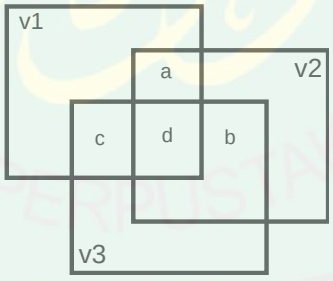
3.5 *Boxicity* pada Graf Kipas

a) Graf Kipas F_2



Gambar 3. 57 Graf Kipas-2(F_2)

Berdasarkan gambar 3.57 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

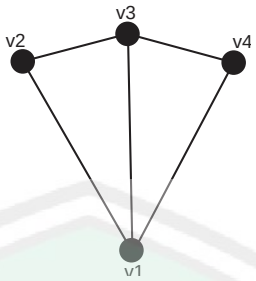


Gambar 3. 58 Graf Kipas-2(F_2) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.58 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan c, dan v_1, v_2, dan v_3 beririsan disimbulkan dengan d. Jumlah irisan dari graf kipas F_2 adalah 4 irisan, jadi tidak dapat dibentuk ke dalam 3 dimensi. Maka *boxiciy* graf kipas-2 (F_2) adalah 2.

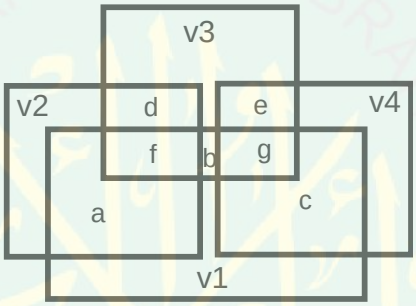
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b) Graf Kipas F_3



Gambar 3. 59 Graf Kipas-3(F_3)

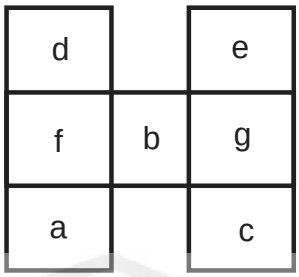
Berdasarkan gambar 3.59 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:



Gambar 3. 60 Graf Kipas-3(F_3) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.60 dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan *a*, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan *b*, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan *c*, v_2 beririsan v_3 beririsan disimbulkan dengan *d*, v_3 beririsan v_4 beririsan disimbulkan dengan *f*, v_1, v_2, dan v_3 beririsan disimbulkan dengan *g*, dan v_1, v_3, dan v_4 beririsan disimbulkan dengan *h*. Jumlah irisan dari graf kipas F_3 adalah sejumlah 7 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:

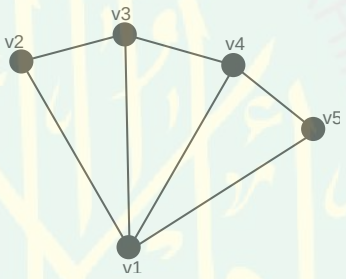
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 61 Graf Kipas-3(F_3) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

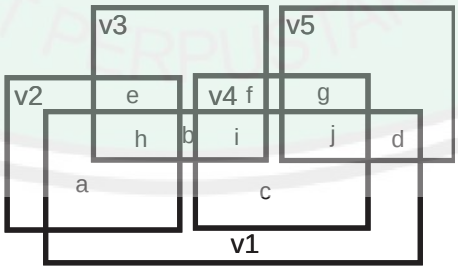
Dari jaring-jaring irisan bidang graf kipas F_3 tidak dapat dibentuk menjadi jaring ruang, meskipun mempunyai tujuh bidang. Maka *boxiciy* graf kipas-3 (F_3) adalah 2.

c) Graf Kipas F_4



Gambar 3. 62 Graf Kipas-4(F_4)

Berdasarkan gambar 3.62 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

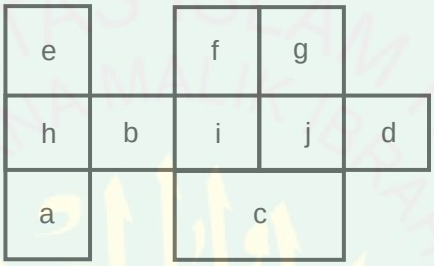


Gambar 3. 63 Graf Kipas-4(F_4) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.63 sehingga dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan *a*, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan *b*, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan *c*, v_1 beririsan v_5 beririsan disimbulkan dengan *d*, v_2 beririsan v_3 beririsan disimbulkan dengan *e*, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan *f*,

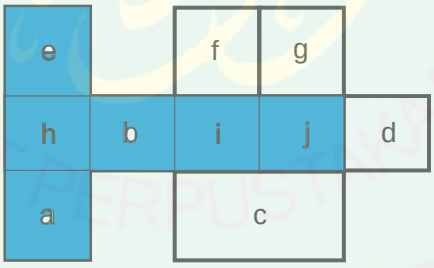
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan g, v_1, v_2, dan v_3 beririsan disimbulkan dengan h, v_1, v_3, dan v_4 beririsan disimbulkan dengan i, dan v_1, v_4, dan v_5 beririsan disimbulkan dengan j. Jumlah irisan dari graf kipas F_4 adalah 10 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 64 Graf Kipas-4(F_4) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

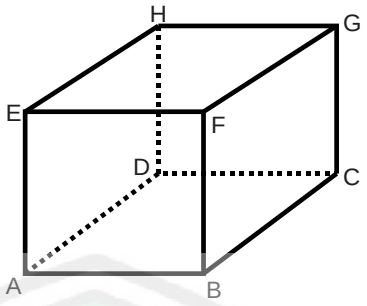
Berdasarkan gambar 3.64 jaring-jaring dapat dipilih bidang mana yang dapat mewakili agar dapat di bangun menjadi sebuah *box*, dan bidang yang telah dipilih diwarna biru, seperti gambar berikut :



Gambar 3. 65 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Kipas-4(F_4)

Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *h*, bidang CDHG merupakan bidang *e*, bidang BCGF merupakan bidang *b*, bidang EFGH merupakan bidang *i*, bidang ADHE merupakan bidang *j*, dan bidang ABFE merupakan bidang *a*.

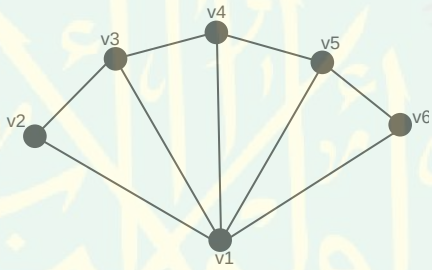
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 66 Jaring-Jaring Graf Kipas-4(F_4) dalam Bentuk *Box*

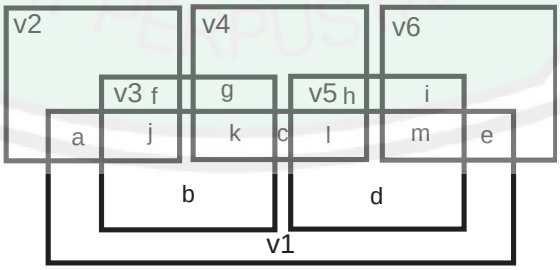
Berdasarkan gambar 3.66 sehingga didapatkan *boxicity* graf kipas-4 (F_4) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf kipas-4 (F_4) adalah 3.

d) Graf Kipas F_5



Gambar 3. 67 Graf Kipas-5(F_5)

Berdasarkan gambar 3.67 maka dapat direpresentasikan dengan gambar bidang di bawah ini:

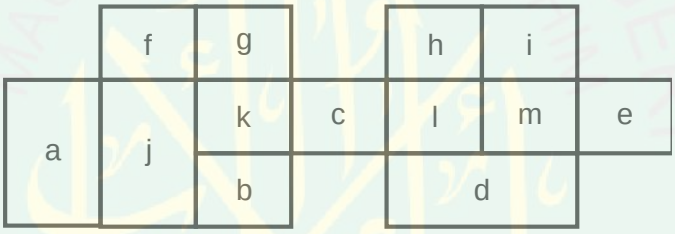


Gambar 3. 68 Graf Kipas-5(F_5) dalam Bentuk Bidang

Dari gambar 3.68 sehingga dapat dilihat bahwa v_1 beririsan v_2 disimbulkan dengan a, v_1 beririsan v_3 disimbulkan dengan b, v_1 beririsan v_4 disimbulkan dengan c, v_1 beririsan v_5 disimbulkan dengan d, v_1 beririsan v_5

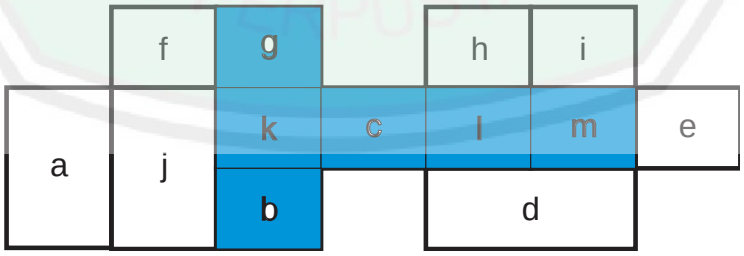
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

beririsan disimbulkan dengan *e*, v_2 beririsan v_3 disimbulkan dengan *f*, v_3 beririsan v_4 disimbulkan dengan *g*, v_4 beririsan v_5 disimbulkan dengan *h*, dan v_5 beririsan v_6 disimbulkan dengan *i*, v_1, v_2, dan v_3 beririsan disimbulkan dengan *j*, v_1, v_3, dan v_4 beririsan disimbulkan dengan *k*, v_1, v_4, dan v_5 beririsan disimbulkan dengan *l*, dan v_1, v_5, dan v_6 beririsan disimbulkan dengan *m*. Jumlah irisan dari graf kipas F_5 adalah 13 irisan, jika dibentuk dalam bentuk jaring-jaring dengan mengambil irisan dan membuang yang tidak mempunyai irisan, sehingga jaring-jaringnya dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 69 Graf Kipas-5(F_5) dalam Bentuk Jaring-Jaring Irisan Bidang

Berdasarkan gambar 3.69 jaring-jaring dapat dipilih bidang mana yang dapat mewakili agar dapat di bangun menjadi sebuah *box*, dan bidang yang telah dipilih diwarna biru, seperti gambar berikut :

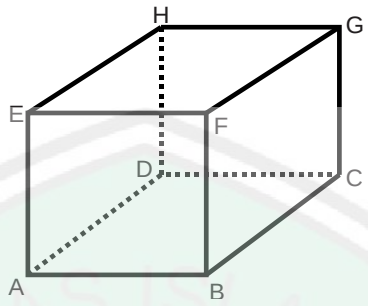


Gambar 3. 70 Pemilihan Jaring-Jaring Irisan Bidang pada Graf Kipas-5(F_5)

Jaring-jaring yang telah dipilih maka sudah dapat mewakili untuk membentuk sebuah *box* dimensi-3. Seperti gambar di bawah ini, bidang ABCD merupakan bidang *k*, bidang CDHG merupakan bidang *g*, bidang

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BCGF merupakan bidang *c*, bidang EFGH merupakan bidang *l*, bidang ADHE merupakan bidang *m*, dan bidang ABFE merupakan bidang *b*.



Gambar 3. 71 Jaring-Jaring Graf Kipas-5(F_5) Dalam Bentuk *Box*

Berdasarkan gambar 3.66 sehingga didapatkan *boxicity* graf kipas-5 (F_5) berdimensi-3 karena dapat dibentuk menjadi *box*, maka *boxicity* graf kipas-5 (F_5) adalah 3.

Berdasarkan hasil perhitungan maka didapatkan pola *boxicity* graf kipas F_2 sampai dengan F_n, seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 5 Boxicity Pada Graf Kipas

Graf	Banyak irisan	Dimensi
F_2	4	2
F_3	7	2
F_4	10	3
F_5	13	3
F_n	$(2n) + (n-2)$	$F_n = 2,\ 2 \leq n \leq 3$ $F_n \geq 3,\ \forall\ n \geq 4$

Sifat 5

Boxicity pada graf kipas adalah :

1. Kotak(F_n)= 2, untuk $n = 2$ dan 3
2. Kotak(F_n) $\geq$ 3, untuk $n \geq 4$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bukti Sifat 5

1. Misal F_n graf kipas dengan $n = 2$ dan 3 maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 2, 3, \dots, (2n) + (n-2)$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $(2n) + (n-2)$ irisan. Karena $2 \leq n \leq 3$ maka jumlah irisan adalah $4 \leq (2n) + (n-2) \leq 7$. Dengan sebanyak $(2n) + (n-2)$ bidang maka tidak mungkin disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak $(F_n) = 2$, untuk $2 \leq n \leq 3$.
2. Misal F_n graf bintang dengan $n \geq 4$ maka titik v_i dan v_{i+1} akan saling terhubung langsung, $i = 4, 5, 6, \dots, (2n) + (n-2)$. Dengan demikian akan diperoleh kotak yang terdiri dari n kotak sejajar, kotak yang berurutan saling beririsan. Sehingga diperoleh sebanyak $(2n) + (n-2)$ irisan. Karena $n \geq 4$ maka jumlah irisan adalah $(2n) + (n-2) \geq 10$. Dengan sebanyak $(2n) + (n-2)$ bidang maka dapat disusun menjadi bangun ruang. Jadi kotak$(S_n) \geq 3$, untuk $n \geq 4$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab III, maka dapat diambil kesimpulan:

1. Graf Lintasan

   Boxicity pada graf lintasan yaitu:

   a). Kotak(P_n) = 2, untuk $2 \leq n \leq 6$.

   b). Kotak(P_n) ≥ 3, untuk $n \geq 7$.

2. Graf Tangga

   Boxicity pada graf tangga yaitu:

   a). Kotak(L_n) = 2, untuk $n = 2$ dan 3.

   b). Kotak(L_n) ≥ 3, untuk $n \geq 4$.

3. Graf Bintang

   Boxicity pada graf bintang yaitu:

   a). Kotak(S_n)= 2, untuk $n = 3, 4,$ dan 5.

   b). Kotak(S_n) ≥ 3, untuk $n \geq 6$.

4. Graf Sikel

   Boxicity pada graf sikel C_n adalah 2, untuk $n \geq 3$

5. Graf Kipas

   Boxicity pada graf kipas yaitu:

   a). Kotak(F_n)= 2, untuk $n = 2$ dan 3.

   b). Kotak(F_n) ≥ 3, untuk $n \geq 4$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4.2 Saran

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis hanya meneliti graf sederhana dan hanya membahas sampai dimensi-3. Oleh karena itu penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini supaya mengembangkannya dengan membangun sifat dari *boxicity* pada graf yang lain dan dimensi lebih dari 3.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kiai Mengajar Matematika*. Malang : UIN Malang Press.

Chatrand, Gery and Lesniak, Linda. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. California: a Division of Wadsworth.Inc.

Francis, Mathew C. 2009. *Intersection Graph of Boxes and Cubes*. Indian: Institute of Science Bangalor.

Gallian, J. A. 2007. *A Dynamic Survey of Graph Labeling.* (Online): (http// Combinatorics.org/ Surveys/ dr6.pdf. Diakses 11 Oktober 2011).

Hasan, M. Iqbal. 2002. *Metodologi Penelitian dan Aplikasinya.* Bogor: Ghalia Indonesia.

Rahman, Afzalur. 1992. *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan.* Jakarta: Rineka Cipta.

Rich, Barnett. 2001. *Out line of Geometry*. London : The Mcgrow-Hill Companies

Santoso, R.Gunawan. 2002. *Aplikasi Teorema Polya Enomerasi Graf Sederhana.* (Online): (http://Home.Unpar.ac.id/ integral/ Volume 8/ integral 8 no 1/ Aplikasi Teorema Polya.Pdf. Diakses tanggal 10 Maret 2012).

Suryadi, H. S. 1994. *Teori Graf Seri Diklat Kuliah.* Jakarta: Gunadarma.

Wati, Sutrisna. 2006. *Digraf Eksentrik dari Graf Tangga dan Graf Bipartisi Lengkap*. Universitas Muhammadiyah Malang: Skripsi, tidak diterbitkan.

Witala, Stephen A. 1987. *Discrete Mathematics: A Unified Approach*. Singapore: McGraw-Hill.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345
Fax.(0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Azwar Riza Habibi
NIM : 08610050
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : *Boxicity* pada graf lintasan (P_n), graf tangga (L_n), graf bintang (S_n), graf sikel (C_n), dan graf kipas (F_n)
Pembimbing I : Wahyu Henky Irawan, M. Pd
Pembimbing II : Dr. Ahmad Barizi. MA

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	4 Oktober 2011	Konsultasi BAB I dan BAB II	1.
2.	7 Oktober 2011	Konsultasi BAB I dan BAB II Keagamaan	2.
3.	26 Oktober 2011	ACC BAB I dan BAB II	3.
4.	18 Desember 2011	Konsultasi Bab III	4.
5.	19 Desember 2011	Revisi BAB III	5.
6.	24 Desember 2011	Revisi BAB III	6.
7.	11 Januari 2012	Konsultasi BAB IV dan ABSTRAK	7.
8.	26 Januari 2012	ACC BAB I,II,III	8.
9.	27 Januari 2012	Konsultasi BAB III Keagamaan	9.
10.	3 Februari 2012	ACC BAB I,II,III Keagamaan	10.
11.	3 Februari 2012	ACC BAB III, BAB IV dan ABSTRAK	11.

Malang, 3 Februari 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG