ISOMORFISME SUBGRUP SIMETRI DARI BANGUN RUANG BERATURAN DENGAN GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh:
LENIATUL FARIDA
NIM. 07610052

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ISOMORFISME SUBGRUP SIMETRI DARI BANGUN RUANG BERATURAN DENGAN GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
LENIATUL FARIDA
NIM. 07610052

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ISOMORFISME SUBGRUP SIMETRI DARI BANGUN RUANG BERATURAN DENGAN GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh:
LENIATUL FARIDA
NIM. 07610052

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji

Tanggal: 22 Juli 2011

Pembimbing I	**Pembimbing II**
Wahyu Henky. I, M.Pd	**Dr.Ahmad Barizi, M.A**
NIP.19710420 200003 1 003	**NIP. 19731212 199803 1 001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ISOMORFISME SUBGRUP SIMETRI DARI BANGUN RUANG BERATURAN DENGAN GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh:
LENIATUL FARIDA
NIM. 07610052

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 22 Juli 2011

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1. Penguji Utama	:	**Evawati Alisah, M.Pd** **NIP. 19720604 199903 2 001**	____________
2. Ketua Penguji	:	**Drs.H.Turmudi, M.Si** **NIP. 19571005 198203 1 006**	____________
3. Sekretaris Penguji	:	**Wahyu Henky Irawan, M.Pd** **NIP. 19710420 200003 1 003**	____________
4. Anggota	:	**Dr. Ahmad Barizi, M.A** **NIP. 19731212 199803 1 001**	____________

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika,

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Leniatul Farida
NIM	: 07610052
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil-alihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juli 2011

Yang membuat pernyataan,

LENIATUL FARIDA
NIM. 07610052

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ

"Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri"

(Q.S. Ar.Ra'd : 11)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini penulis persembahkan untuk
Orang-orang yang telah memberikan arti bagi hidup penulis
Dengan pengorbanan, kasih sayang dan ketulusannya.

Kepada kedua orang tua penulis
almarhum ibunda tersayang (Muriati) dan bapak tersayang (Wuriyan)

Kepada kakak-kakak penulis (mbak Ida, mas Nakhuri, mbak Mira, mbak Nur) dan adik penulis (Indah) yang juga berjasa dalam hidup penulis dan juga telah menjadikan hidup penulis lebih bermakna dan penuh warna

Kepada guru-guru penulis yang telah memberikan ilmunya kepada penulis

Teman-teman matematika kelas B yang memberikan kenangan dan cerita-cerita

Terima kasih atas ketulusan dan keikhlasannya dalam memberikan kasih sayang selama ini Penulis persembahkan buah karya sederhana ini kepada kalian semua.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat dan salam semoga tercurahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW, atas jasa beliau kita dapat keluar dari kegelapan menuju cahaya nur Ilahi

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dan menyinari jalan yang diridhoi-Nya, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, sebagai rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, S.U, D.Sc sebagai dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, sebagai ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Wahyu Henky Irawan, M.Pd dan Dr. Ahmad Barizi, M.A sebagai dosen pembimbing skripsi.
5. Semua guru yang telah memberikan ilmu yang sangat berharga kepada penulis.
6. Seluruh mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2007.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

7. Kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini, yang tidak bisa disebutkan satu per satu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Amin.

Malang, 16 Juli 2011

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Farida, Leniatul. 2011. ***Isomorfisme Grup Simetri dari Bangun Ruang Beraturan dengan Grup Dihedral.*** Skripsi. Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Dr. Ahmad Barizi, M.A

Kata kunci: Isomorfisme, subgrup simetri, grup dihedral.

Dalam matematika terdapat berbagai cabang ilmu, diantaranya adalah aljabar. Beberapa pokok bahasan dalam aljabar abstrak adalah isomorfisme, subgrup simetri, dan grup dihedral. Isomorfisme merupakan pemetaan dari grup yang satu ke grup yang lainnya yang bersifat homomorfisme dan bijektif. Sedangkan subgrup simetri merupakan himpunan yang memuat semua fungsi satu-satu dari suatu himpunan berhingga pada dirinya sendiri. Subgrup simetri adalah bagian dari grup simetri. Dan grup dihedral merupakan grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dengan $n \geq 3$.

Permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini adalah bagaimana isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral. Dan tujuan penelitian ini adalah untuk menunjukkan isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

Langkah-langkah dalam menunjukkan isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan (kubus dan limas segitiga beraturan) dengan grup dihedral, yakni merotasikan dan merefleksikan kubus dan limas segitiga beraturan, menentukan permutasi baik dari rotasi maupun refleksi pada kubus dan limas segitiga beraturan, mengkomposisikan semua hasil rotasi dan refleksi yang diperoleh, mencari rotasi dan refleksi yang membentuk grup, menganalisis sebab rotasi dan refleksi tersebut membentuk grup, dan menentukan teorema dari hasil penelitian di atas.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh grup yang terbentuk pada kubus isomorfik dengan grup dihedral (D_8). Sedangkan pada limas segitiga beraturan grup yang terbentuk isomorfik dengan grup dihedral (D_8).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Farida, Leniatul. 2011. **Isomorfism Simetry Subgroup of Form Space Array with Dihedral Group.** Theses. Mathematics Programme Faculty of Science and Technology The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Promotor: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd
(II) Dr. Ahmad Barizi, M.A

Key Words: Isomorfism ,simetry subgroup, dihedral group.

In mathematics exist a kinds branch of science, between algebra. Howefer, algebra is still divide again become some branch of science between is abstract algebra. Some principal discussion in algebra are isomorfism, simetry subgroup, and dihedral group. Isomorfism is mapping from group to one to the other group which characteristic homomorfism and bijectif. Whereas simetry subgroup are sets which contains all function one-one from set infinite onto itself which fulfill axiom of group. Simetry subgroup is subset of simetry group. And dihedral group are group from sets of symetris from gon-*n* array, with $n \geq 3$.

The problem in this research is how isomorfism simetry subgroup from form space array with dihedral group. An aim this research for shown how isomorfism simetry subgroup from form space array with dihedral group.

Measures in shown isomorfism simetry subgroup from form space array with dihedral group, i.e, rotation and reflection cube and pyramid triangle array, determine permutation well from rotation maupun reflection at cube and pyramid triangle array, composition all rotation and reflection which obtained, look for rotation ad reflection which shape group, determine theorem from result this research.

Based on research result obtained that group which shape at cube isomorfic with dihedral group (D_8). Whereas at pyramid triangle array group which shape isomorfic with dihedral group (D_6).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai suatu ungkapan dari pikiran manusia mencerminkan kehendak, alasan, perenungan, dan keinginan untuk kesempurnaan yang estetik. Unsur-unsur dasarnya adalah intuisi dan logika, konstruksi dan analisis, ciri khas dan kaidah umum.

Dalam matematika terdapat berbagai cabang ilmu, diantaranya adalah aljabar. Namun, aljabar masih terbagi lagi menjadi beberapa cabang ilmu, salah satunya adalah aljabar abstrak. Dalam aljabar abstrak diperkenalkan tentang konsep struktur aljabar dan sifat-sifatnya. Pada dasarnya suatu struktur aljabar dibangun oleh tiga komponen, yaitu himpunan, operasi biner dan aksioma.

Kajian mengenai himpunan sudah ada dalam Al-Quran. Misalnya, kehidupan manusia yang terdiri dari berbagai macam golongan. Dimana golongan juga merupakan himpunan karena himpunan sendiri merupakan kumpulan objek-objek yang terdefinisi. Dalan surat Al-Fatihah ayat 7 disebutkan:

صِرَٰطَ ٱلَّذِينَ أَنۡعَمۡتَ عَلَيۡهِمۡ غَيۡرِ ٱلۡمَغۡضُوبِ عَلَيۡهِمۡ وَلَا ٱلضَّآلِّينَ ٧

Artinya: "(yaitu) jalan orang-orang yang telah Engkau beri nikmat kepada mereka; bukan (jalan) mereka yang dimurkai dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat".

Yang dimaksud ayat tersebut yaitu manusia terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ٱلَّذِينَ أَنۡعَمۡتَ عَلَيۡهِمۡ

(1) kelompok yang mendapat nikmat dari Allah,

غَيۡرِ ٱلۡمَغۡضُوبِ عَلَيۡهِمۡ

(2) kelompok yang dimurkai,

وَلَا ٱلضَّآلِّينَ

Dan (3) kelompok yang sesat.

Dari Surat Al-Fatihah dijelaskan bahwasannya manusia dibagi menjadi 3 kelompok yakni kelompok yang mendapat nikmat dari Allah, kelompok yang dimurkai, dan kelompok yang sesat. Yang dimaksud dengan mereka yang mendapat nikmat ialah mereka yang beriman kepada Allah SWT. Sedangkan yang dimurkai dan mereka yang sesat ialah semua golongan yang menyimpang dari ajaran Islam.

Isomorfisme merupakan homomorfisme yang bijektif. Bijektif sendiri adalah fungsi satu-satu dan onto. Dalam kamus Bahasa Indonesia, yang dimaksud dengan isomorfisme adalah sama atau serupa. Kajian isomorfisme dapat kita lihat dalam surat An-Nahl 97, yakni:

مَنۡ عَمِلَ صَٰلِحٗا مِّن ذَكَرٍ أَوۡ أُنثَىٰ وَهُوَ مُؤۡمِنٞ فَلَنُحۡيِيَنَّهُۥ حَيَوٰةٗ طَيِّبَةٗۖ وَلَنَجۡزِيَنَّهُمۡ أَجۡرَهُم بِأَحۡسَنِ مَا كَانُواْ يَعۡمَلُونَ ﴿٩٧﴾

Artinya: "Barangsiapa yang mengerjakan amal saleh, baik laki-laki maupun perempuan dalam Keadaan beriman, Maka Sesungguhnya akan Kami berikan kepadanya kehidupan yang baik dan Sesungguhnya akan Kami beri Balasan kepada mereka dengan pahala yang lebih baik dari apa yang telah mereka kerjakan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Grup merupakan struktur aljabar yang dibangun oleh satu operasi biner yang memenuhi sifat tertentu. Grup biasanya dinotasikan sebagai $(G, *)$. himpunan G bersama-sama dengan operasi $\circ$ dikatakan sebagai grup jika memenuhi operasi $\circ$ bersifat tertutup, operasi $\circ$ bersifat assosiatif, G memuat elemen identitas, dan setiap unsur di G mempunyai invers di dalam G pula.

Dalam perkembangannya grup bermacam-macam jenisnya. Grup simetri merupakan himpunan yang memuat semua fungsi-fungsi bijektif dari suatu himpunan berhingga ke dirinya sendiri dan dengan operasi komposisi memenuhi aksioma grup. Sedangkan subgrup simetri merupakan subhimpunan dari grup simetri yang memenuhi aksioma tertentu. Grup dihedral (D_{2n}) merupakan grup yang terbentuk dari rotasi dan refleksi pada bidang $n \geq 3$.

Selain pada bidang, grup juga bisa dibentuk dari bangun ruang beraturan. Grup pada bangun ruang beraturan ini juga hasil rotasi dan refleksi. Apakah ada isomorfisme antara subgrup simetri yang terbentuk pada bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

Oleh karena itu penulis tertarik untuk membahasnya. Sehingga skripsi ini oleh penulis diberi judul "**Isomorfisme Subgrup Simetri Dari Bangun Ruang Beraturan Dengan Grup Dihedral**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral?

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.3 Batasan Masalah

Bangun ruang beraturan yang digunakan adalah kubus dan limas segitiga beraturan.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menunjukkan isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah :

1. Bagi Penulis
   a. Untuk mempelajari dan lebih memperdalam pemahaman mengenai teori-teori dalam bidang aljabar.
   b. Menambah wawasan khususnya mengenai isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.
2. Bagi Pembaca
   a. Dapat menambah khazanah keilmuan dan memperdalam pengetahuan dan wawasan baru dalam bidang aljabar.
   b. Dapat digunakan sebagai tambahan wawasan dan informasi bagi mahasiswa yang sedang menempuh aljabar abstrak khususnya mengenai isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Bagi Lembaga

   a. Sebagai bahan informasi tentang pembelajaran mata kuliah Aljabar Abstrak.

   b. Sebagai tambahan bahan kepustakaan dan untuk rujukan penelitian khususnya tentang isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

1.6 Metode Penelitian

1. Jenis Penelitian

Skripsi ini jenis penelitiannya adalah deskriptif kualitatif. Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan kualitatif dengan memakai bentuk kajian literatur.

2. Data dan Sumber Data

Data berupa simetri putar (rotasi) dan simetri lipat (refleksi) pada kubus dan limas segitiga beraturan yang dinyatakan dengan permutasi. Data pendukung meliputi definisi titik, garis lurus, bidang, diagonal bidang, diagonal ruang, fungsi (injektif dan surjektif), permutasi, operasi biner, grup, grup simetri, dan grup dehidral. Dan teorema-teorema dalam grup. Sumber data dari kubus, limas segitiga beraturan, dan buku Outline of Geometry, Abstract Algebra, Modern Algebra.

3. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dengan merotasikan dan merefleksikan kubus, limas segitiga beraturan. Dan menentukan permutasi dari hasil rotasi dan refleksi pada kubus dan limas segitiga beraturan tersebut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4. Teknik Analisis Data

Adapun untuk menganalisis data, penulis menggunakan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Merotasikan kubus dan limas segitiga beraturan.
2. Merefleksikan kubus dan limas segitiga beraturan.
3. Menentukan permutasi baik dari rotasi maupun refleksi pada kubus dan limas segitiga beraturan.
4. Mengkomposisikan semua rotasi dan refleksi yang diperoleh.
5. Mencari refleksi dan rotasi yang membentuk grup.
6. Menganalisis sebab rotasi dan refleksi tersebut membentuk grup.
7. Menentukan korespondensi satu-satu antara kubus dan limas segitiga beraturan dengan grup dehidral.
8. Menentukan teorema dari hasil penelitian di atas.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam skripsi ini disusun dalam bab-bab yang terdiri dari beberapa subbab, diantaranya :

Bab I Pendahuluan yang berisi : latar belakang masalah yang mengungkapkan alasan pemilihan judul, rumusan masalah dimaksudkan agar permasalahan yang dibahas di dalamnya lebih jelas, tujuan penelitian diketengahkan agar hasil yang diharapkan sesuai dengan yang dikehendaki, manfaat penulisan, metode penelitian dan sistematika penulisan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bab II Kajian teori yang melandasi penyusunan skripsi meliputi : definisi-definisi dan teori teori.

Bab III Pembahasan, berisi tentang rotasi dan refleksi pada kubus, rotasi dan refleksi mana yang membentuk grup, apa yang menyebabkan rotasi dan refleksi tersebut membentuk grup, dan menunjukkan isomorfisme subgrup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

Bab IV Penutup, yaitu bab terakhir yang berisi kesimpulan dan saran.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Kajian Agama

Isomorfisme merupakan homomorfisme yang bijektif. Bijektif sendiri adalah fungsi yang injektif dan surjektif. Fungsi merupakan suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap obyek dalam satu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah oyek lain dari himpunan kedua. f adalah fungsi satu-satu $\Leftrightarrow$ $f(x) = f(y) \Longrightarrow x = y$. f adalah fungsi onto $\Leftrightarrow f(X) = Y$. Sedangkan kajian bijektif dalam Islam yaitu bahwa manusia diciptakan secara berpasang-pasangan. Perhatikan firman Allah dalam surat Al-Faathir ayat 11 yaitu,

وَٱللَّهُ خَلَقَكُم مِّن تُرَابٍ ثُمَّ مِن نُّطۡفَةٍ ثُمَّ جَعَلَكُمۡ أَزۡوَٰجًاۚ وَمَا تَحۡمِلُ مِنۡ أُنثَىٰ وَلَا تَضَعُ إِلَّا بِعِلۡمِهِۦۚ وَمَا يُعَمَّرُ مِن مُّعَمَّرٖ وَلَا يُنقَصُ مِنۡ عُمُرِهِۦٓ إِلَّا فِي كِتَٰبٍۚ إِنَّ ذَٰلِكَ عَلَى ٱللَّهِ يَسِيرٞ ١١

Artinya:, "*dan Allah menciptakan kamu dari tanah kemudian dari air mani, kemudian Dia menjadikan kamu berpasangan (laki-laki dan perempuan). dan tidak ada seorang perempuanpun mengandung dan tidak (pula) melahirkan melainkan dengan sepengetahuan-Nya. dan sekali-kali tidak dipanjangkan seorang yang berumur panjang dan tidak pula dikurangi umurnya, melainkan (sudah ditetapkan) dalam kitab (Lauh Mahfuzh). Sesungguhnya yang demikian itu bagi Allah adalah mudah*".

Berdasarkan Tafsir Al-Maragi (hal.196-197) menjelaskan bahwa,

وَٱللَّهُ خَلَقَكُم مِّن تُرَابٍ ثُمَّ مِن نُّطۡفَةٍ ثُمَّ جَعَلَكُمۡ أَزۡوَٰجًاۚ

Dan Allah telah menciptakan manusia dari nutfah, sedang nutfah itu diciptakan dari makanan. Jadi manusia itu dari tanah yang menjadi nutfah,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kemudian Allah menjadikan mereka berjenis-jenis, ada laki-laki dan ada pula perempuan, yang menurut ukuran tertentu kedua jenis itu hampir sama jumlahnya. Kalau tidak demikian, maka manusia akan musnah.

Menurut Tafsir Ibnu Katsir (jilid 6, hal.600), dijelaskan bahwa,

وَٱللَّهُ خَلَقَكُم مِّن تُرَابٍ ثُمَّ مِن نُّطۡفَةٍ ثُمَّ جَعَلَكُمۡ أَزۡوَٰجًا

Dan Allah menciptakanmu dari tanah kemudian dari air mani. Kemudian, Dia menjadikan keturunannya dari pancaran air yang hina.

ثُمَّ جَعَلَكُمۡ أَزۡوَٰجًا

Artinya: "Kemudian Dia menjadikan kamu berpasang-pasangan," laki-laki dan perempuan.

Sebagai kasih sayang dari-Nya, Dia menjadikan kalian berpasang-pasangan dari jenis kalian sendiri, agar kalian tenteram kepadanya (berumah tangga).

Dari surat Al-Faathir ayat 11 di atas dijelaskan bahwa manusia diciptakan berpasang-pasangan yaitu laki-laki dengan perempuan dengan cara menikah. Dalam matematika disimbolkan dengan X dan Y adalah himpunan tidak kosongnya yakni laki-laki dengan perempuan. Sedangkan fungsi adalah sebagai pernikahan.

Pada fungsi injektif, fungsi dikatakan injektif $\Leftrightarrow f(x) \neq f(y) \rightarrow x \neq y$. Kajian Islam dalam fungsi injektif ini, laki-laki sebagai x dan y. Sedangkan perempuan sebagai $f(x)$ dan $f(y)$. Jika $f(x) = \ f(y)$ maka laki-laki $x \neq$ laki-laki y.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sedangkan pada fungsi surjektif, fungsi dikatakan surjektif $\Leftrightarrow \forall\, b \in Y\ \exists\, x \in X\ \rightarrow f(x) = b$. Kajian dalam islamnya yakni b merupakan seorang laki-laki, Y merupakan himpunan laki-laki. Berdasarkan ayat di atas bahwa manusia diciptakan berpasang-pasangan. Jadi untuk setiap laki-laki pasti terdapat pasangannya yakni x (seorang perempuan).

Dalam kamus Bahasa Indonesia, yang dimaksud dengan isomorfisme adalah sama atau serupa. Dalam perspektif Islam, kajian isomorfisme dapat kita lihat dalam surat An-Nahl ayat 97 sebagaimana berikut:

مَنْ عَمِلَ صَٰلِحًا مِّن ذَكَرٍ أَوْ أُنثَىٰ وَهُوَ مُؤْمِنٌ فَلَنُحْيِيَنَّهُۥ حَيَوٰةً طَيِّبَةً ۖ وَلَنَجْزِيَنَّهُمْ
أَجْرَهُم بِأَحْسَنِ مَا كَانُوا۟ يَعْمَلُونَ ﴿٩٧﴾

Artinya: "Barangsiapa yang mengerjakan amal saleh, baik laki-laki maupun perempuan dalam Keadaan beriman, Maka Sesungguhnya akan Kami berikan kepadanya kehidupan yang baik dan Sesungguhnya akan Kami beri Balasan kepada mereka dengan pahala yang lebih baik dari apa yang telah mereka kerjakan".

Dalam ayat di atas dijelaskan ada dua golongan yakni laki-laki dan perempuan dimana dalam Islam tidak ada perbedaan dalam mendapat pahala, dengan kata lain bahwa pahala yang didapat laki-laki maupun perempuan adalah sama.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.2 Dimensi Tiga

2.2.1 Unsur-unsur dalam ruang

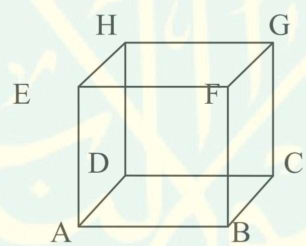
2.2.1.1 Titik

Definisi 2.2.1.1

Titik biasanya dilambangkan dengan noktah (.) atau dengan bulatan kecil (dot), hanya mempunyai posisi. Titik tidak mempunyai panjang, lebar, ataupun ketebalan (Barnett Rich, 2005: 1).

Contoh:

Pada gambar kubus di bawah ini, yang merupakan titik adalah titik A, titik B, titik C, titik D, titik E, titik F, titik G, dan titik H.



Gambar 2.1: Kubus

2.2.1.2 Garis Lurus (garis)

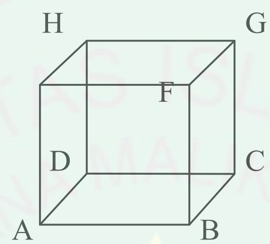
Definisi 2.2.1.2

Panjang sebuah garis besarnya tak hingga, karena itu gambar sebuah garis biasanya yang dilukis adalah wakil garis itu. Pemberian nama sebuah garis dapat dilakukan dengan menuliskan wakilnya atau titik-titik ujung garis itu (Barnett Rich, 2005: 3).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh:

Berdasarkan kubus ABCDEFGH di bawah ini, yang merupakan garis lurus adalah garis AB, garis CD, garis EF, garis GH, garis AE, garis BF, garis CG, garis DH, garis AD, garis BC, garis EH, dan garis FG.



Gambar 2.2: Kubus

2.2.1.3 Bidang datar (bidang)

Definisi 2.2.1.3

Bidang mempunyai panjang dan lebar tetapi tidak mempunyai ketebalan. Bidang adalah suatu permukaan di mana suatu garis yang menghubungkan dua titik pada permukaan tersebut secara keseluruha akan terletak pada permukaan tersebut (Barnett Rich, 2005: 3).

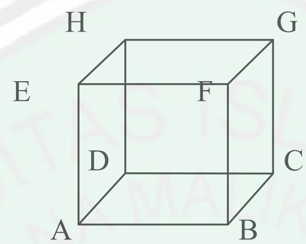
Luas sebuah bidang besarnya tak terbatas, karena itu gambar sebuah bidang biasanya yang dilukis adalah wakil bidang itu. Wakil sebuah bidang dapat berbentuk persegipanjang atau jajarangenjang (Barnett Rich, 2005: 3).

Sebuah bidang diberi nama dengan melukiskannya pada satu pojok bidang itu dengan huruf latin; V, W, X, dan sebagainya, atau menuliskan titik-titik sudut bidang itu (Barnett Rich, 2005: 3).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh:

Pada gambar kubus di bawah ini, yang merupakan bidang adalah bidang ABCD, bidang EFGH, bidang ABFE, bidang BCGF, bidang CDHG, dan bidang ADHE.



Gambar 2.3: Kubus

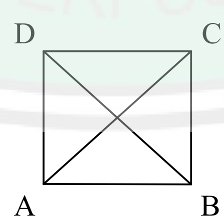
2.2.1.4 Diagonal Bidang

Definisi 2.2.1.4

Diagonal bidang merupakan garis yang menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam satu sisi/bidang (http://www.oanda.com/confert/fxhistory).

Contoh:

Pada gambar kubus ABCDEFGH di bawah ini, garis AC, dan garis BD, merupakan garis diagonal bidang.



Gambar 2.4: Bidang ABCD

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

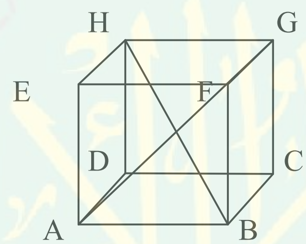
2.2.1.5 Diagonal Ruang

Definisi 2.2.1.5

Diagonal ruang adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam satu ruang (http://www.oanda.com/confert/fxhistory).

Contoh:

Pada gambar kubus ABCDEFGH di bawah ini, garis AG dan garis HB merupakan diagonal ruang kubus ABCDEFGH.



Gambar 2.5: Kubus

2.3 Rotasi dan Refleksi

2.3.1 Rotasi

Definisi 2.3.1

Rotasi adalah proses memutar bangun geometri terhadap titik tertentu yang dinamakan titik pusat rotasi dan ditentukan oleh arah rotasi dan besar sudut rotasi. Titik pusat rotasi adalah titik tetap atau titik pusat yang digunakan sebagai acuan untuk menentukan arah dan besar sudut rotasi. Arah rotasi disepakati dengan aturan sebagai berikut:

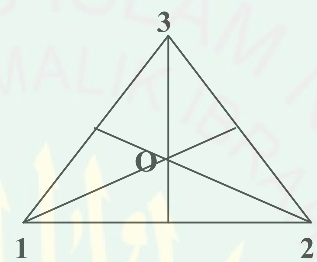
(1) Jika perputaran berlawanan dengan arah putaran jarum jam, maka rotasi bernilai positif.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

(2) Jika perputaran searah jarum jam, maka rotasi bernilai negatif.

Besarnya sudut rotasi menentukan jauhnya rotasi. Jauh rotasi dinyatakan dalam bidang pecahan terhadap satu kali putaran penuh (360°) atau besar sudut dalam ukuran derajat atau radian (http://www.west line.com).

Contoh:



Gambar 2.6: Segitiga

Segitiga di atas diputar sebesar 120° dengan titik pusat O dan diputar berlawanan arah jarum jam maka posisi segitiga tersebut menjadi 1 ke 2, 2 ke 3, dan 3 ke 1.

2.3.2 Refleksi

Definisi 2.3.2

Refleksi adalah suatu transformasi yang memasangkan setiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang hendak dipindahkan.

Tiga sifat utama refleksi adalah :

a. Jarak titik kecermin sama dengan jarak titik bayangannya kecermin.

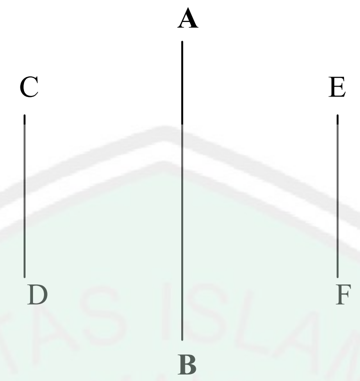
b. Suatu bangun yang direfleksikan akan kongruen dengan bayangannya.

c. Sudut-sudut yang dihasilkan oleh cermin dengan garis penghubung setiap titik

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ke bayangannya adalah sudut siku-siku (http://www.west line.com).

Contoh:



Garis CD direfleksikan terhadap sumbu cermin AB menghasilkan garis EF.

2.4 Himpunan

Himpunan merupakan kumpulan objek-objek yang terdefinisi dengan baik. Terdefinisi dengan baik diartikan bahwa diberikan kumpulan objek-objek yang dihubungkan dengan sifat tertentu atau sifat-sifat katakanlah P sedemikian sehingga objek-objek yang termuat dalam himpunan adalah objek yang memenuhi sifat atau sifat P. Objek dalam himpunan disebut anggota-anggota, elemen-elemen. Elemen dari himpunan biasanya ditunjukkan dengan huruf kecil a, b, c, x, y, z dan lain-lain dan himpunan ditunjukkan oleh huruf kapital A, B, C, X, Y, Z dan lain-lain. Jika objek x adalah elemen dari himpunan A maka ditulis $x \in A$, yang berarti bahwa x termuat di A atau bahwa x adalah anggota A. Sementara $x \notin A$ berarti bahwa x bukan elemen dari A atau bahwa x tidak termuat di A (Raisinghania dan Aggarwal, 1980: 1-2).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh:

A adalah himpunan bilangan asli yang lebih kecil dari 6. A = {1, 2, 3, 4, 5,}.

2.5 Fungsi

Misalkan X dan Y adalah dua himpunan tidak kosong, maka fungsi atau pemetaan dari X ke Y adalah korespondensi yang menghubungkan setiap anggota x dari X, sebuah elemen unik yang ditunjukkan oleh $f(x)$ dari Y dan ditulis,

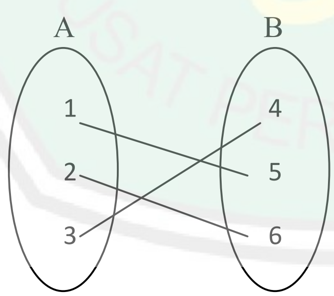
$$f : X \longrightarrow Y$$

yang berarti bahwa f adalah pemetaan dari X ke Y (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 14).

Elemen $f(x)$ dari Y yang dihubungkan dengan x elemen dari X disebut peta f atau peta sederhana dari x, sementara x disebut prapeta (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 14).

Contoh:

Misal f: A ⟶ B



2.5.1 Fungsi Injektif (Satu-satu)

Fungsi $f : : X \longrightarrow Y$ disebut injektif jika $x_1 \neq x_2$ maka $f(x_1) \neq f(x_2)$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Ekivalen, f adalah fungsi satu-satu $\Leftrightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (Bartle dan Sherbert, 1982: 8).

Contoh:

Fungsi $f : N \longrightarrow N : f(n) = 4n, \forall\, n \in N$

Adalah fungsi satu-satu into, karena dua bilangan bulat positif yang berbeda di N tentunya akan mempunyai pasangan yang berbeda dan oleh karena itu peta berbeda.

2.5.2 Fungsi Surjektif

Fungsi $f: \ : X \longrightarrow Y$ disebut injektif $f(X) = Y$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980: 15).

2.5.3 Fungsi Invers

Misal f adalah fungsi satu-satu dari himpunan X pada himpunan Y dan misal y sebarang elemen Y, maka f adalah fungsi onto, elemen y di Y tentunya akan memiliki prapeta x di X agar $f(x) = y$ dan f satu-satu, x ini harus unik. Maka jika f adalah fungsi satu-satu onto maka sesuai untuk setiap elemen y di Y terdapat elemen x di X sedemikian sehingga $f(x) = y$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 16).

Maka fungsi ditunjukkan oleh f^{-1} didefinisikan sebagai:

$$f^{-1} : Y \longrightarrow X : f^{-1}\,(y) = x, \forall\, y \in Y \Leftrightarrow f(x) = y$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Fungsi f^{-1} di atas disebut invers dari f dan mungkin mudah menunjukkan satu-satu dan onto dari Y ke X. Fungsi f dikatakan dapat di inverskan jika satu-satu dan onto (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 16).

2.6 Permutasi

Pemetaan satu-satu oleh himpunan berhingga pada dirinya sendiri disebut Permutasi. Banyaknya anggota yang terdapat pada himpunan berhingga ini disebut derajat permutasi (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 115).

2.6.1 Kesamaan Dari Dua permutasi

Misalkan f dan g adalah dua permutasi dan berderajat n, didfinisikan pada himpunan berhingga S yang berisi n elemen yang berbeda. Maka, dari definisi, setiap satu dari mereka adalah pemetaan satu-satu dari S pada dirinya sendiri. Jelas, permutasi tersebut akan sama hanya, ketika pemetaan tersebut sama yakni,

$$f = g \iff f(x) = g(x) \ \forall\, x \in S$$

2.6.2 Simbol Untuk Permutasi

Misal $S = \{a_1, a_2, \dots \dots, a_n\}$ adalah himpunan berhingga yang berisi n elemen yang berbeda dan misal f adalah pemetaan satu-satu dari S pada dirinya sendiri, maka dari definisi f disebut permutasi berderajat n (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 115).

Misal $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \dots., f(a_n) = b_n$, dimana $\{b_1, b_2, \dots., b_n\} = \{a_1, a_2, \dots \dots, a_n\}$, yakni setiap b_i sama dengan a_j untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, n$. Dengan kata lain himpunan $\{b_1, b_2, \dots., b_n\}$ dan $\{a_1, a_2, \dots \dots, a_n\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pada permutasi boleh berbeda dalam penyusunan elemen (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 115).

Suatu permutasi ditunjukkan oleh notasi dua baris, diberikan sebagai

$$f = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots. & a_n \\ b_1 & b_2 \dots. & b_n \end{pmatrix}$$

2.6.3 Identitas Permutasi

Fungsi identitas I dari himpunan S yang berisi n elemien yang berbeda pada dirinya sendiri disebut permutasi identitas berderaja n. Jika $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, maka

$$I = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots. & a_n \\ a_1 & a_2 \dots. & a_n \end{pmatrix}$$

adalah permutasi identitas berderajat n (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 115).

Contoh:

Misal $S = \{1, 2, 3, 4\}$ maka permutasi identitasnya adalah

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2.6.4 Invers Permutasi

Misal f permutasi n, didefinisikan atas himpunan berhingga S yang berisi n elemen yang berbeda. Maka dari definisi, f adalah fungsi satu-satu dari S pada dirinya sendiri (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 116).

Sekarang, fungsi f satu-satu onto dan dapat diinverskan. Akibatnya, invers fungsi f ada dan oleh definisi, fungsi tersebut juga fungsi satu-satu dari S pad dirinya sendiri dan ditunjukkan oleh f^{-1} (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 116).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maka, f^{-1} juga permutasi berderajat n didefinisikan atas S dan dikenal sebagai invers permutasi f.

Maka, jika

$$f = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \dots. & a_n \\ b_1 & b_2 \dots. & b_n \end{pmatrix}$$

maka

$$f^{-1} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

yakni f^{-1} diperoleh dengan menukar baris dari f (Raisinghania dan Aggarwal, 1980 : 116).

2.6.5 Perkalian Atau Komposit Dari Permutasi

Misal f dan g adalah dua permutasi, masing-masing berderaja:t n didefinisikan atas himpunan S yang berisi n elemen yang berbeda. Berdasarkan definisi, f dan g adalah fungsi satu-satu dari S pada dirinya sendiri dan oleh karena itu, fungsi komposit $(g \circ f)$ sama baiknya dengan $(f \circ g)$ didefinisikan atas S dengan,

$$(g \circ f)\,(x) = g\big(f(x)\big), \forall\, x\ \in S$$

dan

$$(f \circ g)\,(x) = f\big(g(x)\big), \forall\, x\ \in S$$

adalah fungsi satu-satu dari S pada dirinya sendiri (Raisinghania dan Aggarwal, 1980: 116).

Jadi, fungsi $(g \circ f)$ dan $(f \circ g)$ adalah permutasi berderajat n.

Contoh:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Misal

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b \end{pmatrix}$$

dan
$$g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$$

maka

$$(g \circ f)\,(a) = g(f(a)) = g(c) = d$$

$$(g \circ f)\,(b) = g(f(b)) = g(a) = b$$

$$(g \circ f)\,(c) = g(f(c)) = g(d) = a$$

$$(g \circ f)\,(d) = g(f(d)) = g(b) = c$$

maka $(g \circ f) = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & a & c \end{pmatrix}$

Dan untuk

$$(f \circ g)\,(a) = f(g(a)) = f(b) = a$$

$$(f \circ g)\,(b) = f(g(b)) = f(c) = d$$

$$(f \circ g)\,(c) = f(g(c)) = f(d) = b$$

$$(f \circ g)\,(d) = f(g(d)) = f(a) = c$$

Jadi $(f \circ g) = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & d & b & c \end{pmatrix}$

Boleh mencatat bahwa secara umum $(g \circ f) \neq (f \circ g)$, yakni komposit dari permutasi tidak perlu komutatif.

2.6.6 Total Jumlah Dari Permutasi Berderajat *n* yang berbeda

Misal S adalah himpunan berhingga yang mempunyai n elemen yang berbeda. Maka jelas, terdapat $n!$ cara berbeda menyusun elemen S. Dengan kata

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

lain, total jumlah pemetaan satu-satu yang berbeda yang dapat didefinisikan pada S adalah $n!$ yakni total jumlah permutasi berderajat n yang berbeda yang didefinisikan pada S adalah $n!$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980: 119).

Himpunan yang berisi $n!$ permutasi berderajat n yang berbeda disebut himpunan simetrik permutasi tingkat n dan dilambangkan dengan P_n (Raisinghania dan Aggarwal, 1980: 119).

Contoh:

Misal $S = \{a, b, c\}$ adalah himpunan terbatas yang berisi tiga elemen yang berbeda. Maka, jumlah total permutasi berbeda tingkat tiga pada S adalah $3! = 6$ dan permutasi tersebut adalah,

$$f_1 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

dan himpunan simetrik permutasi tingkat tiga adalah,

$$P_3 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{pmatrix}, \right.$$
$$\left. \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a & c \end{pmatrix} \right\}$$

2.7 Operasi Biner

Operasi biner $\circ$ dalam himpunan S adalah aturan yang mengawankan setiap pasangan terurut $(a, b\ ) \in S$ dengan tepat satu elemen di S (Wallace, 1998:20)

Sehingga berdasarkan definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa operasi $\circ$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pada elemen-elemen S disebut sebagai operasi biner, apabila setiap dua elemen $a, b \in S$ maka $(a \circ b) \in S$, atau dapat pula dikatakan bahwa operasi ° merupakan pemetaan dari $S \; x \; S$ ke S. operasi ° pada S bersifat tertutup.

Contoh

Misalkan B = himpunan semua bilangan bulat. Operasi + pada B merupakan operasi biner, sebab operasi + merupakan pemetaan dari $(BxB) \rightarrow B$, yaitu $\forall(a, b) \in (B \; x \; B)$ maka $(a + b) \in B$. Penjumlahan dua bilangan bulatadalah suatu bilangan bulat juga.

Operasi pembagian (:) pada B bukan merupakan operasi biner pada B, sebab terdapat $(a, b) \in (BxB)$ sedemikian hingga $(a : b) \notin B$, misalnya $(3,4) \in BxB$ dan $(3: 4) \notin B$.

2.8 GRUP

2.8.1 Definisi Grup

Asal-usul teori grup berawal dari kerja Evariste Galois (1830), yang berkaitan dengan masalah persamaan aljabar yang terpecahkan dengan radikal. Sebelum kerja Galois, grup lebih banyak dipelajari secara kongkrit, dalam bentuk permutasi. Beberapa aspek teori grup abelian dikenal dalam teori bentuk-bentuk kuadrat.

Banyak sekali obyek yang dipelajari dalam matematika ternyata berupa grup. Hal ini mencakup sistem bilangan, seperti bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan nyata, dan bilangan kompleks terhadap penjumlahan, atau bilangan rasional, bilangan nyata, dan bilangan kompleks yang tak-nol, masing-masing

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

terhadap perkalian. Teori grup memungkinkan sifat-sifat sistem-sistem ini dan berbagai sistem lain untuk dipelajari dalam lingkup yang umum, dan hasilnya dapat diterapkan secara luas. Definisi grup itu sendiri adalah:

Definisi 1

Misalkan G adalah himpunan yang tidak kosong dan operasi $\circ$ pada G adalah suatu operasi biner. Himpunan G bersama-sama dengan operasi biner $\circ$ atau ditulis $(G, \circ)$ adalah suatu grup , bila memenuhi aksioma berikut, yaitu:

1. Operasi $\circ$ bersifat assosiatif

   $\forall a, b, c \in G$, $(a \circ b) \circ c = a\,(b \circ c)$

2. G memuat elemen identitas, misal e.

   $\exists\, e \in G \ni \forall\, a \in G$ berlaku $a \circ e = e \circ a = a$.

3. Setiap unsur G mempunyai invers di dalam G pula.

   $\forall\ a \in G, \exists\, a^{-1} \in G, a^{-1}$ adalah invers dari a, sedemikian sehingga

   $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e.$

Jika $(G, \circ)$ suatu grup yang memenuhi sifat komutatif, yaitu $\forall\ a \circ b \in G$ Berlaku $a \circ b = b \circ a$, maka $(G, \circ)$ disebut grup komutatif atau *grup abelian* (Raisinghania dan Aggarwal, 1991: 13-14).

Definisi 2

Misalkan G adalah himpunan yang tidak kosong dan $\circ$ operasi yang didefinisikan pada G. $(G, \circ)$ dinamakan grup apabila:

1. Operasi $\circ$ bersifat tertutup
2. Operasi $\circ$ assosiatif
3. Terdapat $e \in G$ sehingga $e \circ x = x \circ e = x$ untuk setiap $x \in G$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4. Untuk setiap $a \in G$ terdapat $a^{-1} \in G$ dengan sifat $a \circ a^{-1} = a \circ a^{-1} = e$ (Wallace, 1998: 21).

Dari definisi di atas dapat disimpulkan himpunan G yang tidak kosong, dimana himpunan G bersama-sama dengan operasi $\circ$ dikatakan sebagai grup jika memenuhi Operasi $\circ$ bersifat tertutup, operasi $\circ$ bersifat assosiatif, G memuat elemen identitas, dan Setiap unsur G mempunyai invers di dalam G pula.

2.8.2 Sifat-sifat Grup

Grup $(G, \circ)$ disederhanakan penulisannya menjadi grup G dan $a \circ b$ menjadi ab, kecuali jika lambang operasi itu dituliskan. Misalnya G suatu grup aditif, harus ditulis $(G, +)$.

Teorema 3

Misalkan G suatu grup, maka $\forall\ a, b \in G$ berlaku

(i) $(a^{-1})^{-1} = a$ dan

(ii) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

Bukti

(i) karena G suatu grup, maka $\forall\ a \in G$ berlaku bahwa $aa^{-1} = a^{-1}\ a = e$, maka $(a^{-1})^{-1} = a$.

(ii) karena G suatu grup, maka $\forall\ a, b \in$ berlaku bahwa

$$
\begin{aligned}
(a\ \ b)\,(b^{-1}a^{-1}) &= ((a\ \ b)b^{-1})\,a^{-1} \text{ sifat asosiatif} \\
&= (a\ (bb^{-1})\,a^{-1} \text{ sifat asosiatif} \\
&= (ae)\,a^{-1} \\
&= aa^{-1} \\
&= e
\end{aligned}
$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jadi $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

Teorema 4 sifat penghapusan atau kanselasi

Jika G suatu grup, maka $\forall\ a, b, c\ \in G$ berlaku bahwa

(i) jika $ab = ac$, maka $b = c$ (sifat kanselasi kiri)

(ii) jika $ac = bc$, maka $a = b$ (sifat kanselasi kanan).

Bukti

(i) ambil sebarang $a, b, c \in G$ dan diketahui bahwa $ab = ac,$ maka

$a^{-1}(ab) = a^{-1}\ (ac),$ karena G grup dan $a \in G$, maka $a\text{-}1 \in G$

$(a^{-1}a)b = (a^{-1}a)\ c$ assosiatif

$e\ b = e\ c$ $a^{-1}a$ = e (unsur identitas)

$b = c$

(ii) ambil sebarang $a, b, c \in G$ dan diketahui bahwa $ac = bc,$ maka

$(ac)c^{-1} = (bc)c^{-1},$ karena G grup dan $c \in G$, maka $c^{-1} \in G$

$a(cc^{-1}) = b(cc^{-1})$ assosiatif

$ae = be$ $cc^{-1} = e$ (unsur identitas)

$a = b$

Teorema 5

Jika G suatu grup, dan $a, b \in G$ maka persamaan-persamaan $xa = b$ (persamaan kiri) dan $ay = b$ (persamaan kanan), masing-masing mempunyai selesaian tunggal.

Bukti

G suatu grup dan $a, b \in G$ dengan $xa = b$, karena $a \in$ dan G grup maka $a^{-1} \in G$, sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$(xa)\, a^{-1} = ba^{-1}$

$x\,(aa^{-1}) = ba^{-1}$ sifat assosiatif

$xe = ba^{-1}$

$x = ba^{-1}$

jadi ba^{-1} adalah selesaian dari persamaan $xa = b$. selanjutnya akan dibuktikan bahwa selesaiannya itu tunggal. Misalkan persamaan $xa = b$ mempunyai selesaian u dan v, maka berlaku bahwa

$$ua = b \text{ dan } va = b$$

Sehingga diperoleh

$$ua = va$$

$$(ua)a^{-1} = (va)a^{-1}$$

$$u(aa^{-1}) = v(aa^{-1})$$

$$ue = ve$$

$$u = v$$

Jadi selesaian dari persamaan $xa = b$ adalah tunggal.

Demikian juga untuk setiap $a, b \in G$ dengan $ay = b$, karena $a \in G$ dan G grup maka $a^{-1} \in G$, sehingga

$a^{-1}(ay) = a^{-1}b$

$(aa^{-1})y = a^{-1}b)$ sifat assosiatif

$ey = a^{-1}b$

$y = a^{-1}b$

jadi $a^{-1}b$ adalah selesaian dari persamaan $ay = b$. selanjutnya akan dibuktikan bahwa selesaiannya itu tunggal. Misalkan persamaan $ay = b$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

mempunyai selesaian u dan v, maka berlaku bahwa

$$au = b \text{ dan } av = b$$

Sehingga diperoleh

$$au = av$$

$$a^{-1}(au) = a^{-1}(av)$$

$$(a^{-1}a)u = (a^{-1}a)v$$

$$eu = ev$$

$$u = v$$

Jadi selesaian dari persamaan $ay = b$ adalah tunggal

2.9 Grup Simetri

Misalkan Ω adalah sebarang himpunan tak kosong dan misal S_Ω adalah himpunan yang memuat semua fungsi-fungsi bijektif dari Ω ke Ω (atau himpunan yang memuat permutasi dari Ω). Himpunan S_Ω dengan operasi komposisi "∘" atau $(S_\Omega, \circ)$ adalah grup. Perhatika bahwa "∘" adalah operasi biner pada S_Ω karena jika σ: Ω → Ω dan τ: Ω → Ω adalah fungsi-fungsi bijektif maka $\sigma \circ \tau$ juga fungsi bijektif. Selajutnya operasi "∘ " yang merupakan komposisi fungsi adalah bersifat assosiatif. Identitas dari S_Ω adalah permutasi 1 yang didefinisikan oleh $1(a) = a$, ∀ ∈ Ω. Untuk setiap σ: Ω → Ω maka terdapat fungsi invers yaitu σ^{-1} : Ω → Ω yang memenuhi $\sigma \circ \sigma^{-1} = \sigma^{-1} \circ \sigma = 1$. Dengan demikian semua aksioma grup telah dipenuhi oleh S_Ω dengan operasi ∘. Grup $(S_\Omega, \circ)$ disebut sebagai grup simetri pada himpunan Ω (Dummit dan Foote, 1991: 28).

Pada kasus khusus dengan = {1, 2,3,…, } merupakan grup simetri pada Ω yang dinotasikan dengan S_n , yaitu *grup simetri dengan derajat n* (Dummit dan Foote, 1991: 28)

Perhatikan bahwa S_Ω mempunyai order $n!$, dengan $S_\Omega = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$. untuk menggambarkan suatu permutasi σ: $S \rightarrow S$, ada n macam-macam pilihan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

untuk $\sigma(1)$. Untuk menentukan bahwa σ fungsi satu-satu, ditunjukkan bahwa $\sigma(2) \neq \sigma(1)$ sehingga hanya ada $n - 1$ macam-macam pilihan untuk $\sigma(2)$. Selanjutnya dari analisis ini terlihat bahwa ada total dari $n\ (n - 1)\ldots(2)(1) = n!$ kemungkinan permutasi yang berbeda dari S. (Beachy dan Blair, 1990: 93).

2.10 Grup Dihedral

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dinotasikan D_{2n}, untuk setiap n adalah anggota bilangan bulat positif, $n \geq 3$. Dalam buku lain ada yang menuliskan grup dihedral dengan D_n (Dummit dan Foote, 1991: 24-25).

Misalkan D_{2n} suatu grup yang didefinisikan oleh st untuk $s, t \in D_{2n}$ yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi segi-n, sehingga st adalah fungsi komposisis). Jika s, t akibat permutasi σ, τ, maka s, t akibat $\sigma \circ \tau$. Operasi biner pada D_{2n} adalah asosiatif karena fungsi komposisi adalah asosiatif. Identitas dari D_{2n} ditunjukkan oleh 1, dan invers $s \in D_{2n}$ adalah kebalikan semua putaran dari simetri s (jadi jika s akibat permutasi pada titik σ, s^{-1} akibat σ^{-1}) (Dummit dan Foote, 1991: 24-25).

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif dalam seluruh teks maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup abstrak, yaitu:

(1) $1, r, r^2, \ldots, r^{n-1}$

(2) $|s| = 2$,

(3) $s \neq r^i$, untuk semua i

(4) $sr^i \neq sr^j$, untuk semua $0 \leq i,\ j \leq n - 1$, dengan $i \neq j$, jadi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots\ , sr^{n-1}\}$$

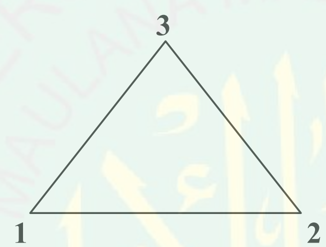
yaitu setiap elemen dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk k = 0 atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1$.

(5) $sr = r^{-1}s$,

(6) $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$ (Dummit dan Foote, 1991:26).

Contoh :

Misalkan pada segitiga sama sisi



Segitiga tersebut diputar sebesar 120° berlawanan arah jarum jam , maka menghasilkan permutasi

r_1 = (1 2 3)

r_2 = (1 3 2)

r_3 = (1) (2) (3) = (1)

Sedangkan refleksinya menghasilkan permutasi sebagai berikut :

s_1 = (1) (2 3)

s_2 = (1 3) (2)

s_3 = (1 2) (3)

dimisalkan r_1 = r dan s_1 = s, selanjutnya dikomposisikan semua hasil rotasi dan refleksi tersebut dan menghasilkan 1, r, r^2, s, sr, sr^2

Jika disajikan dalam bentuk tabel :

Tabel 2.1 : Grup

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	r	r	r^2	1

Sumber, analisis penulis: 2011

Dari tabel di atas terlihat bahwa hasil komposisinya adalah tertutup, asosiatif, memiliki identitas, dan setiap elemennya mempunyai invers. Jadi $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ adalah grup.

2.11 Isomorfisme

Definisi 2.11.1

Misalkan G = {a, b, c, …} dan (G, ∘) merupakan grup. Sedangkan G' = {a', b',...} dan (G', ∗) merupakan grup. Isomorfisme antara (G, ∘) dan (G', ∗) adalah pemetaan satu lawan satu $\varphi : G \longrightarrow G'$ yang bersifat:

$\forall\, a \in G \longrightarrow \varphi(a) = a'$

$\forall\, b \in G \longrightarrow \varphi(b) = b'$

$\forall\, b \in G \longrightarrow \varphi(b) = b'$

$\forall\, a, b \in G \longrightarrow \varphi(a \circ b) = \varphi(a) * \varphi(b)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

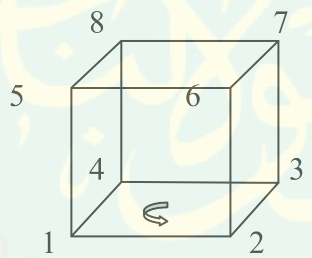
Di dalam bab ini akan dibahas mengenai simetri putar dan simetri lipat pada kubus, limas segitiga beraturan. Selain itu juga akan dibahas mengenai isomorfisme grup simetri dari bangun ruang beraturan dengan grup dihedral.

3.1 Kubus

3.1.1 Simetri Putar (Rotasi)

Di bawah ini adalah hasil-hasil simetri putar yang dilakukan pada kubus,

1. Simetri putar pada alas kubus



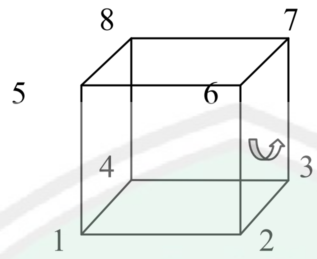
$r_1 = (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4)\ (5\ \ 6\ \ 7\ \ 8)$, simetri putar sebesar 90°

$r_2 = (1\ \ 3)\ (2\ \ 4)\ (5\ \ 7)\ (6\ \ 8)$, simetri putar sebesar 180°

$r_3 = (1\ \ 4\ \ 3\ \ 2)\ (5\ \ 8\ \ 7\ \ 6)$, simetri putar sebesar 270°

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Simetri putar pada samping kubus

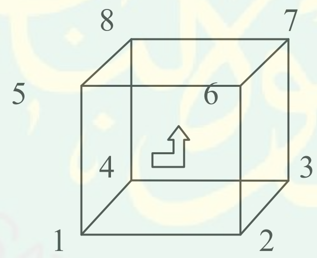


$r_4 = (1\ \ 4\ \ 8\ \ 5)\ (2\ \ 3\ \ 7\ \ 6)$, simetri putar sebesar 90°

$r_5 = (1\ \ 8)\ (2\ \ 7)\ (3\ \ 6)\ (4\ \ 5)$, simetri putar sebesar 180°

$r_6 = (1\ \ 5\ \ 8\ \ 4)\ (2\ \ 6\ \ 7\ \ 3)$, simetri putar sebesar 270°

3. Simetri putar pada depan kubus



$r_7 = (1\ \ 2\ \ 6\ \ 5)\ (3\ \ 7\ \ 8\ \ 4)$, simetri putar sebesar 90°

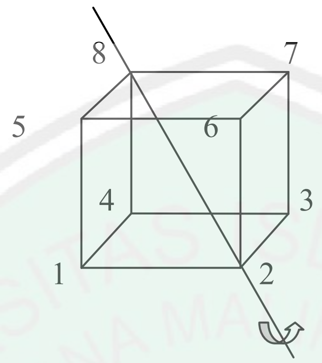
$r_8 = (1\ \ 6)\ (2\ \ 5)\ (3\ \ 8)\ (4\ \ 7)$, simetri putar sebesar 180°

$r_9 = (1\ \ 5\ \ 6\ \ 2)\ (3\ \ 4\ \ 8\ \ 7)$, simetri putar sebesar 270°

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4. Simetri putar-simetri putar pada diagonal ruang kubus sebagai sumbu simetri putar

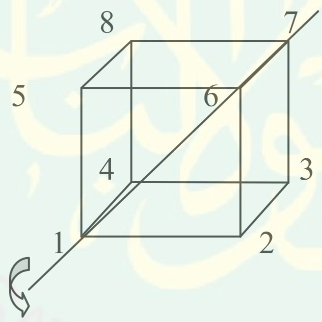
a).



$r_{10} = (1\ 3\ 6)\ (2)\ (4\ 7\ 5)\ (8)$

$r_{11} = (1\ 6\ 3)\ (2)\ (4\ 5\ 7)\ (8)$

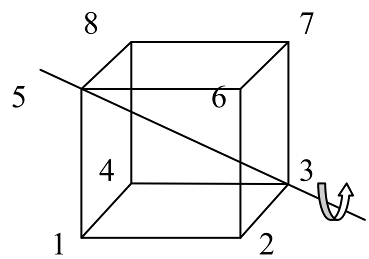
b).



$r_{12} = (1)\ (2\ 4\ 5)\ (3\ 8\ 6)\ (7)$

$r_{13} = (1)\ (2\ 5\ 4)\ (3\ 6\ 8)\ (7)$

c).

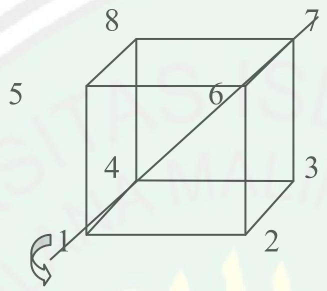


CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_{14} = (1\ \ 8\ \ 6)\ (2\ \ 4\ \ 7)\ (3)\ (5)$

$r_{15} = (1\ \ 6\ \ 8)\ (2\ \ 7\ \ 4)\ (3)\ (5)$

d).

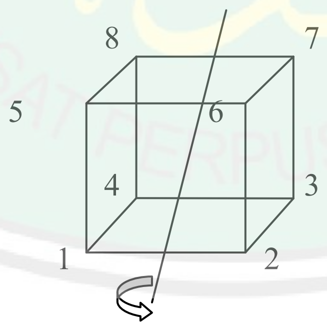


$r_{16} = (1\ \ 3\ \ 8)\ (2\ \ 7\ \ 5)\ (4)\ (6)$

$r_{17} = (1\ \ 8\ \ 3)\ (2\ \ 5\ \ )\ (4)\ (6)$

5. Simetri putar pada garis lurus yang melalui 2 titik pada garis yang sejajar dan tidak sebidang

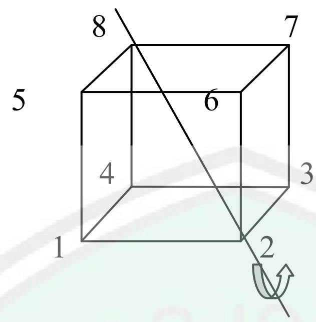
a).



$r_{18} = (1\ \ 2)\ (3\ \ 5)\ (4\ \ 6)\ (7\ \ 8)$

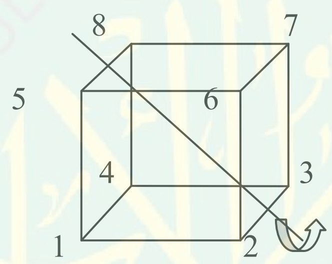
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b).



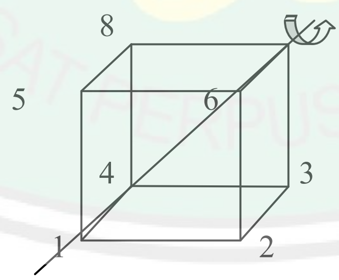
$r_{19} = (1\ \ 7)\ (2\ \ 8)\ \ (3\ \ 4)\ (5\ \ 6)$

c).



$r_{20} = (1\ \ 7)\ (2\ \ 3)\ (4\ \ 6)\ (5\ \ 8)$

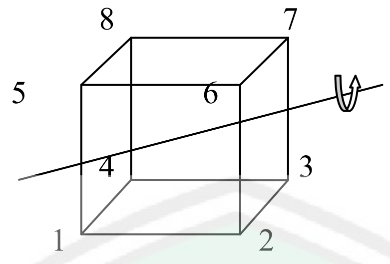
d).



$r_{21} = (1\ \ 4)\ (2\ \ 8)\ (3\ \ 5)\ (6\ \ 7)$

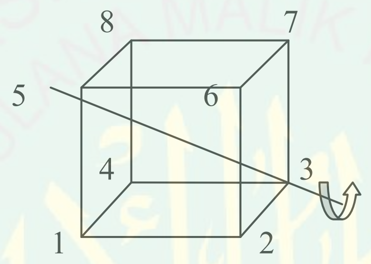
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

e).



$r_{22} = (1\ \ 5)\ (2\ \ 8)\ (3\ \ 7)\ (4\ \ 6)$

f)

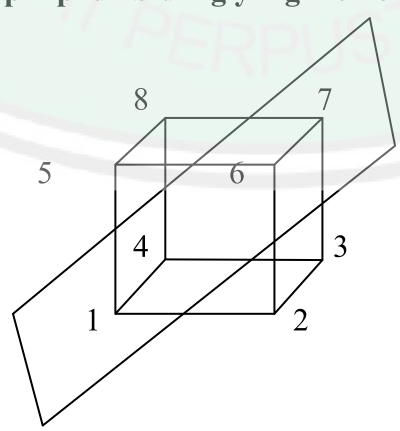


$r_{23} = (1\ \ 7)\ (2\ \ 6)\ (3\ \ 5)\ (4\ \ 8)$

$r_{24} = (1)\ (2)\ (3)\ (4)\ (5)\ (6)\ (7)\ (8) = 1$

3.1.2 Simetri Lipat (Refleksi)

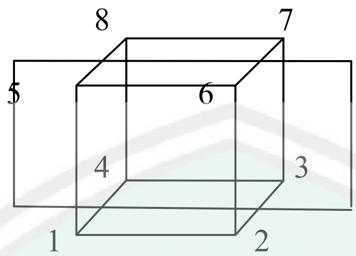
1) Simetri lipat pada bidang yang memotong bidang XOZ



$s_1 = (1\ \ 2)\ (3\ \ 4)\ (5\ \ 6)\ (7\ \ 8)$

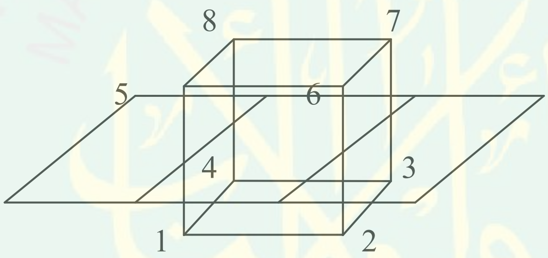
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2) Simetri lipat pada bidang yang memotong bidang YOZ



$s_2 = (1\ \ 4)\ (2\ \ 3)\ (5\ \ 8)\ (6\ \ 7)$

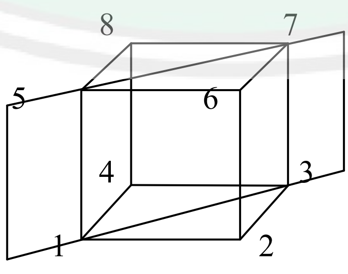
3) Simetri lipat pada bidang yang memotong bidang XOY



$s_3 = (1\ \ 5)\ (2\ \ 6)\ (3\ \ 7)\ (4\ \ 8)$

4) Simetri lipat-simetri lipat pada bidang yang melalui 2 diagonal bidang yang sejajar.

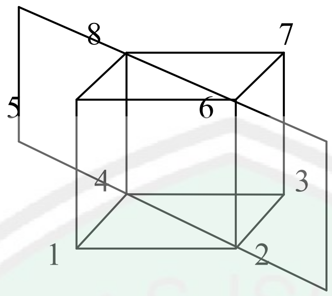
a).



$s_4 = (1)\ (2\ \ 4)\ (3)\ (5)\ (6\ \ 8)\ (7$

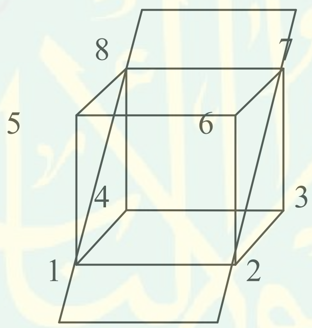
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b)



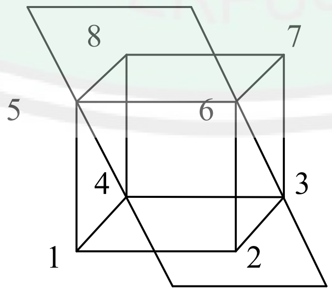
$s_5 = (1\ \ 3)\ (2)\ (4)\ (5\ \ 7)\ (6)\ (8)$

c).



$s_6 = (1)\ (2)\ (3\ \ 6)\ (4\ \ 5)\ (7)\ (8)$

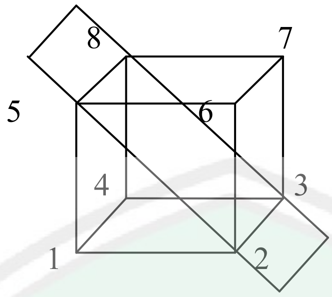
d).



$s_7 = (1\ \ 8)\ (2\ \ 7)\ (3)\ (4)\ (5)\ (6)$

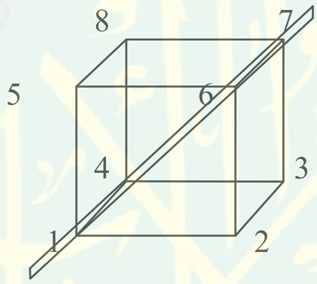
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

e).



$s_8 = (1\ \ 6)\,(2)\,(3)\,(4\ \ 7)\,(5)\,(8)$

f).



$s_9 = (1)\,(2\ \ 5)\,(3\ \ 8)\,(4)\,(6)\,(7)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berikut merupakan tabel hasil rotasi dan refleksi pada kubus di atas:

Tabel 3.1: Hasil Simetri Putar dan Simetri Lipat

Rotasi	Refleksi
r_1 = (1 2 3 4) (5 6 7 8)	s_1 = (1 2) (3 4) (5 6) (7 8)
r_2 = (1 3) (2 4) (5 7) (6 8)	s_2 = (1 4) (2 3) (5 8) (6 7)
r_3 = (1 4 3 2) (5 8 7 6)	s_3 = (1 5) (2 6) (3 7) (4 8)
r_4 = (1 4 8 5) (2 3 7 6)	s_4 = (1) (2 4) (3) (5) (6 8) (7)
r_5 = (1 8) (2 7) (3 6) (4 5)	s_5 = (1 3) (2) (4) (5 7) (6) (8)
r_6 = (1 5 8 4) (2 6 7 3)	s_6 = (1) (2) (3 6) (4 5) (7) (8)
r_7 = (1 2 6 5) (3 7 8 4)	s_7 = (1 8) (2 7) (3) (4) (5) (6)
r_8 = (1 6) (2 5) (3 8) (4 7)	s_8 = (1 6) (2) (3) (4 7) (5) (8)
r_9 = (1 5 6 2) (3 4 8 7)	s_9 = (1) (2 5) (3 8) (4) (6) (7)
r_{10} = (1 3 6) (2) (4 7 5) (8)	
r_{11} = (1 6 3) (2) (4 5 7) (8)	
r_{12} = (1) (2 4 5) (3 8 6) (7)	
r_{13} = (1) (2 5 4) (3 6 8) (7)	
r_{14} = (1 8 6) (2 4 7) (3) (5)	
r_{15} = (1 6 8) (2 7 4) (3) (5)	
r_{16} = (1 3 8) (2 7 5) (4) (6)	
r_{17} = (1 8 3) (2 5 7) (4) (6)	
r_{18} = (1 2) (3 5) (4 6) (7 8)	
r_{19} = (1 7) (2 8) (3 4) (5 6)	
r_{20} = (1 7) (2 3) (4 6) (5 8)	
r_{21} = (1 4) (2 8) (3 5) (6 7)	
r_{22} = (1 5) (2 8) (3 7) (4 6)	
r_{23} = (1 7) (2 6) (3 5) (4 8)	
r_{24} = (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)	

Sumber, Analisis penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.3 Tabel Cayley

Tabel 3.2: Tabel cayley simetri putar dan simetri lipat pada kubus

∘	1	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{16}	r_{17}	r_{18}	r_{19}	r_{20}	r_{21}	r_{22}	r_{23}	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9
1	1	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{16}	r_{17}	r_{18}	r_{19}	r_{20}	r_{21}	r_{22}	r_{23}	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9
r_1	r_1	r_2	r_3	1	r_{13}	r_{22}	r_{14}	r_{16}	r_{23}	r_{11}	r_4	r_{20}	r_7	r_{18}	r_{19}	r_9	r_{21}	r_6	r_{10}	r_{17}	r_{15}	r_{12}	r_8	r_5	s_5	s_4	-	s_1	s_2	-	-	-	-
r_2	r_2	r_3	1	r_1	r_{18}	r_8	r_{19}	r_{21}	r_5	r_{20}	r_{12}	r_{15}	r_{16}	r_{10}	r_{17}	r_{11}	r_{12}	r_{14}	r_4	r_6	r_9	r_7	r_{23}	r_{22}	s_2	s_1	-	s_5	s_4	-	-	-	-
r_3	r_3	1	r_1	r_2	r_{10}	r_{23}	r_{17}	r_{12}	r_{22}	r_{15}	r_{18}	r_9	r_{21}	r_4	r_6	r_{20}	r_7	r_{19}	r_{13}	r_{14}	r_{11}	r_{16}	r_5	r_8	s_4	s_5	-	s_2	s_1	-	-	-	-
r_4	r_4	r_{16}	r_{19}	r_{15}	r_5	r_6	1	r_{10}	r_{18}	r_{13}	r_{20}	r_1	r_3	r_{21}	r_7	r_{22}	r_{23}	r_9	r_2	r_8	r_{14}	r_{17}	r_{12}	r_{11}	-	s_7	s_6	-	-	s_2	s_3	-	-
r_5	r_5	r_{23}	r_8	r_{22}	r_6	1	r_4	r_{20}	r_2	r_{21}	r_{14}	r_{16}	r_{15}	r_{17}	r_{10}	r_{12}	r_{11}	r_{13}	r_{19}	r_{18}	r_7	r_9	r_3	r_1	-	s_3	s_2	-	-	s_7	s_6	-	-
r_6	r_6	r_{11}	r_{18}	r_{12}	1	r_4	r_5	r_{14}	r_{19}	r_{17}	r_{18}	r_{23}	r_{22}	r_9	r_{20}	r_3	r_1	r_{21}	r_8	r_2	r_{10}	r_{13}	r_{15}	r_{16}	-	s_6	s_7	-	-	s_3	s_2	-	-
r_7	r_7	r_{14}	r_{20}	r_{10}	r_{16}	r_{21}	r_{12}	r_8	r_9	1	r_{23}	r_6	r_{18}	r_1	r_{22}	r_4	r_{19}	r_3	r_{11}	r_{15}	r_5	r_2	r_{13}	r_{17}	s_8	-	s_9	-	-	-	-	s_3	s_1
r_8	r_8	r_{22}	r_5	r_{23}	r_{19}	r_2	r_{18}	r_9	1	r_7	r_{17}	r_{12}	r_{11}	r_{14}	r_{13}	r_{16}	r_{15}	r_{10}	r_6	r_4	r_{21}	r_{20}	r_1	r_3	s_3	-	s_1	-	-	-	-	s_9	s_8
r_9	r_9	r_{13}	r_{21}	r_{17}	r_{15}	r_{20}	r_{11}	1	r_7	r_8	r_3	r_{18}	r_6	r_{22}	r_1	r_{19}	r_4	r_{23}	r_{12}	r_{16}	r_2	r_5	r_{14}	r_{10}	s_9	-	s_8	-	-	-	-	s_1	s_3
r_{10}	r_{10}	r_7	r_{14}	r_{20}	r_{23}	r_{17}	r_3	r_{18}	r_{13}	r_4	r_{11}	1	r_2	r_{16}	r_{12}	r_5	r_8	r_{15}	r_1	r_{22}	r_6	r_{19}	r_{21}	r_9	-	-	-	-	s_8	s_5	-	s_6	-
r_{11}	r_{11}	r_{18}	r_{12}	r_6	r_9	r_{15}	r_{20}	r_1	r_{16}	r_{23}	1	r_{10}	r_{14}	r_8	r_2	r_{17}	r_{13}	r_5	r_7	r_{21}	r_3	r_{22}	r_{19}	r_4	-	-	-	-	s_6	s_8	-	s_5	-
r_{12}	r_{12}	r_6	r_{11}	r_{18}	r_7	r_{16}	r_{21}	r_{22}	r_{15}	r_3	r_8	r_{17}	r_{13}	1	r_5	r_{10}	r_{14}	r_2	r_9	r_{20}	r_{23}	r_1	r_4	r_{19}	-	-	-	s_6	-	s_9	-	-	s_4
r_{13}	r_{13}	r_{21}	r_{17}	r_9	r_{22}	r_{14}	r_1	r_4	r_{10}	r_{18}	r_{15}	r_2	1	r_{12}	r_{16}	r_8	r_5	r_{11}	r_3	r_{23}	r_{19}	r_6	r_7	r_{20}	-	-	-	s_9	-	s_4	-	-	s_6
r_{14}	r_{14}	r_{20}	r_{10}	r_7	r_1	r_{13}	r_{22}	r_{19}	r_{17}	r_6	r_{16}	r_5	r_8	r_{11}	r_{15}	1	r_2	r_{12}	r_{23}	r_3	r_4	r_{18}	r_9	r_{21}	-	-	-	s_8	-	-	s_4	s_7	-
r_{15}	r_{15}	r_4	r_{16}	r_{19}	r_{20}	r_{11}	r_9	r_3	r_{12}	r_{22}	r_2	r_{13}	r_{17}	r_5	1	r_{14}	r_{10}	r_8	r_{21}	r_7	r_1	r_{23}	r_6	r_{18}	-	-	-	s_7	-	-	s_8	s_4	-
r_{16}	r_{16}	r_{19}	r_{15}	r_4	r_{21}	r_{12}	r_7	r_{23}	r_{11}	r_1	r_5	r_{14}	r_{10}	r_2	r_8	r_{13}	r_{17}	1	r_{20}	r_9	r_{22}	r_3	r_{18}	r_6	-	-	-	-	s_7	-	s_9	-	s_5
r_{17}	r_{17}	r_9	r_{13}	r_{21}	r_3	r_{10}	r_{23}	r_6	r_{14}	r_{19}	r_{12}	r_8	r_5	r_{15}	r_{11}	r_2	1	r_{16}	r_{22}	r_1	r_{18}	r_4	r_{20}	r_7	-	-	-	-	s_9	-	s_5	-	s_7
r_{18}	r_{18}	r_{12}	r_6	r_{11}	r_8	r_{19}	r_2	r_{13}	r_4	r_{10}	r_9	r_3	r_1	r_7	r_{21}	r_{23}	r_{22}	r_{20}	1	r_5	r_{17}	r_{14}	r_{16}	r_{15}	s_6	-	-	-	-	s_1	-	-	-
r_{19}	r_{19}	r_{15}	r_4	r_{16}	r_2	r_{18}	r_8	r_{17}	r_6	r_{14}	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{20}	r_9	r_1	r_3	r_7	r_5	1	r_{13}	r_{10}	r_{11}	r_{12}	s_7	-	-	-	-	-	s_1	-	-
r_{20}	r_{20}	r_{10}	r_7	r_{14}	r_{11}	r_9	r_{15}	r_2	r_{21}	r_5	r_1	r_4	r_{19}	r_{23}	r_3	r_6	r_{18}	r_{22}	r_{16}	r_{12}	1	r_8	r_{17}	r_1	-	s_8	-	-	-	-	-	s_2	-
r_{21}	r_{21}	r_{17}	r_9	r_{13}	r_{12}	r_7	r_{16}	r_5	r_{20}	r_2	r_{22}	r_{19}	r_4	r_3	r_{23}	r_{18}	r_6	r_1	r_{15}	r_{11}	r_8	1	r_{10}	r_{14}	-	s_9	-	-	-	-	-	-	s_2
r_{22}	r_{22}	r_5	r_{23}	r_8	r_{14}	r_1	r_{13}	r_{15}	r_3	r_{12}	r_{19}	r_{21}	r_9	r_6	r_4	r_7	r_{20}	r_{18}	r_{17}	r_{10}	r_{16}	r_{11}	1	r_2	-	-	s_4	s_3	-	-	-	-	-
r_{23}	r_{23}	r_8	r_{22}	r_5	r_{17}	r_3	r_{10}	r_{11}	r_1	r_{16}	r_6	r_7	r_{20}	r_{19}	r_{18}	r_{21}	r_9	r_4	r_{14}	r_{13}	r_{12}	r_{15}	r_2	1	-	-	s_5	-	s_3	-	-	-	-
s_1	s_1	s_4	s_2	s_5	-	-	-	s_9	s_3	s_8	-	-	-	-	-	-	-	-	s_6	s_7	-	-	-	-	1	r_2	r_8	r_1	r_3	r_{18}	r_{19}	r_9	r_7
s_2	s_2	s_5	s_1	s_4	s_6	s_3	s_7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	s_8	s_9	-	-	r_2	1	r_5	r_3	r_1	r_4	r_6	r_{20}	r_{21}
s_3	s_3	-	-	-	s_7	s_2	s_6	s_8	s_1	s_9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	s_4	s_5	r_8	r_5	1	r_{22}	r_{23}	r_6	r_4	r_7	r_9
s_4	s_4	s_2	s_5	s_1	-	-	-	-	-	-	-	-	s_9	s_6	s_7	s_8	-	-	-	-	-	-	s_3	-	r_3	r_1	r_{22}	1	r_2	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{12}
s_5	s_5	s_1	s_4	s_2	-	-	-	-	-	-	s_6	s_8	-	-	-	-	s_9	s_7	-	-	-	-	-	s_3	r_1	r_3	r_{23}	r_2	1	r_{10}	r_{17}	r_{11}	r_{16}
s_6	s_6	-	-	-	s_3	s_7	s_2	-	-	-	s_8	s_5	s_4	s_9	-	-	-	-	s_1	-	-	-	-	-	r_{18}	r_6	r_4	r_{12}	r_{11}	1	r_5	r_{10}	r_{13}
s_7	s_7	-	-	-	s_2	s_6	s_3	-	-	-	-	-	-	-	s_8	s_4	s_5	s_9	-	s_1	-	-	-	-	r_{19}	r_4	r_6	r_{15}	r_{16}	r_5	1	r_{14}	r_{17}
s_8	s_8	-	-	-	-	-	-	s_1	s_9	s_3	s_5	s_6	-	-	s_4	s_7	-	-	-	-	s_2	-	-	-	r_7	r_{20}	r_9	r_{14}	r_{10}	r_{11}	r_{15}	1	r_8
s_9	s_9	-	-	-	-	-	-	s_3	s_8	s_1	-	-	s_6	s_4	-	-	s_7	s_5	-	-	-	s_2	-	-	r_9	r_{21}	r_7	r_{13}	r_{17}	r_{12}	r_{16}	r_8	1

Sumber, Analisis 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

31.4 Simetri Putar Yang Membentuk Grup

Berdasarkan tabel cayley di atas terlihat bahwa simetri putar-simetriputar tersebut, yaitu:

1). 1, r_2

Misal $A_1 = \{1, r_2\}$

Tabel 3.3: (A_1, ∘)

∘	1	r_2
1	1	r_2
r_2	r_2	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $r_2 \circ 1 = r_2$

$1 \circ r_2 = r_2$ $\qquad$ $r_2 \circ r_2 = 1$

$r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$ $\qquad$ $r_2 \circ r_2 = 1 \circ 1 = 1$

2) 1, r_5

Misal $A_2 = \{1, r_5\}$

Tabel 3.4 : (A_2, ∘)

∘	1	r_5
1	1	r_5
r_5	r_5	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $r_5 \circ 1 = r_5$

$1 \circ r_5 = r_5$ $\qquad$ $r_5 \circ r_5 = 1$

$r_5 \circ 1 = 1 \circ r_5 = r_5$ $\qquad$ $r_5 \circ r_5 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3) 1, r_8

Misal $A_3 = \{1, r_8\}$

$\circ$	1	r_8
1	1	r_8
r_8	r_8	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_8 \circ 1 = r_8$

$1 \circ r_8 = r_8$ $\quad$ $r_8 \circ r_8 = 1$

$r_8 \circ 1 = 1 \circ r_8 = r_8$ $\quad$ $r_8 \circ r_8 = 1 \circ 1 = 1$

4) 1, r_{18}

Misal $A_4 = \{1, r_{18}\}$

Tabel 3.6 : $(A_4, \circ)$

$\circ$	1	r_{18}
1	1	r_{18}
r_{18}	r_{18}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_{18} \circ 1 = r_{18}$

$1 \circ r_{18} = r_{18}$ $\quad$ $r_{18} \circ r_{18} = 1$

$r_{18} \circ 1 = 1 \circ r_{18} = r_{18}$ $\quad$ $r_{18} \circ r_{18} = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5) $1, r_{19}$

Misal $A_5 = \{1, r_{19}\}$

Tabel 3.7 : $(A_5, \circ)$

$\circ$	1	r_{19}
1	1	r_{19}
r_{19}	r_{19}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_{19} \circ 1 = r_{19}$

$1 \circ r_{19} = r_{19}$ $\quad$ $r_{19} \circ r_{19} = 1$

$r_{19} \circ 1 = 1 \circ r_{19} = r_{19}$ $\quad$ $r_{19} \circ r_{19} = 1 \circ 1 = 1$

6) $1, r_{20}$

Misal $A_6 = \{1, r_{20}\}$

Tabel 3.8 : $(A_6, \circ)$

$\circ$	1	r_{20}
1	1	r_{20}
r_{20}	r_{20}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_{20} \circ 1 = r_{20}$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$ $\quad$ $r_{20} \circ r_{20} = 1$

$r_{20} \circ 1 = 1 \circ r_{20} = r_{20}$ $\quad$ $r_{20} \circ r_{20} = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

7) $1, r_{21}$

Misal $A_7 = \{1, r_{21}\}$

Tabel 3.9 : $(A_7, \circ)$

$\circ$	1	r_{21}
1	1	r_{21}
r_{21}	r_{21}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$r_{21} \circ 1 = r_{21}$

$1 \circ r_{21} = r_{21}$

$r_{21} \circ r_{21} = 1$

$r_{21} \circ 1 = 1 \circ r_{21} = r_{21}$

$r_{21} \circ r_{21} = 1 \circ 1 = 1$

8) $1, r_{22}$

Misal $A_8 = \{1, r_{22}\}$

Tabel 3.10 : $(A_8, \circ)$

$\circ$	1	r_{22}
1	1	r_{22}
r_{22}	r_{22}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$r_{22} \circ 1 = r_{22}$

$1 \circ r_{22} = r_{22}$

$r_{22} \circ r_{22} = 1$

$r_{22} \circ 1 = 1 \circ r_{22} = r_{22}$

$r_{22} \circ r_{22} = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

9) 1, r_{23}

Misal $A_9 = \{1, r_{23}\}$

Tabel 3.11 : $(A_9, \circ)$

$\circ$	1	r_{23}
1	1	r_{23}
r_{23}	r_{23}	1

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_{23} = r_{23}$

$r_{23} \circ 1 = 1 \circ r_{23} = r_{23}$

$r_{23} \circ 1 = r_{23}$

$r_{23} \circ r_{23} = 1$

$r_{23} \circ r_{23} = 1 \circ 1 = 1$

10) 1, r_{10}, r_{11}

Misal $A_{10} = \{1, r_{10}, r_{11}\}$

Tabel 3.12 : $(A_{10}, \circ)$

$\circ$	1	r_{10}	r_{11}
1	1	r_{10}	r_{11}
r_{10}	r_{10}	r_{11}	1
r_{11}	r_{11}	1	r_{10}

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_{10} = r_{10}$

$r_{10} \circ 1 = 1 \circ r_{10} = r_{10}$

$1 \circ r_{11} = r_{11}$

$r_{10} \circ r_{11} = r_{11} \circ r_{10} = 1 \circ 1 = 1$

$r_{10} \circ 1 = r_{10}$

$r_{10} \circ r_{11} = 1$

$r_{10} \circ r_{10} = r_{11}$

$r_{11} \circ r_{10} = 1$

$r_{11} \circ 1 = 1 \circ r_{11} = r_{11}$

$r_{11} \circ r_{11} = r_{10}$

$r_{11} \circ 1 = r_{11}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

11) 1, r_{12}, r_{13}

Misal $A_{11} = \{1, r_{12}, r_{13}\}$

Tabel 3.13 : (A_{11}, ∘)

∘	1	r_{12}	r_{13}
1	1	r_{12}	r_{13}
r_{12}	r_{12}	r_{13}	1
r_{13}	r_{13}	1	r_{12}

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_{12} = r_{12}$

$r_{12} \circ 1 = 1 \circ r_{12} = r_{12}$

$1 \circ r_{13} = r_{13}$

$r_{12} \circ 1 = r_{12}$

$r_{12} \circ r_{13} = 1$

$r_{12} \circ r_{12} = r_{13}$

$r_{13} \circ 1 = r_{13}$

$r_{13} \circ r_{12} = 1$

$r_{13} \circ 1 = 1 \circ r_{13} = r_{13}$

$r_{13} \circ r_{13} = r_{12}$

$r_{12} \circ r_{13} = r_{13} \circ r_{11} = \ 1 \circ 1 = 1$

12). 1, r_{14}, r_{15}

Misal $A_{12} = \{1, r_{14}, r_{15}\}$

Tabel 3.14 : (A_{12}, ∘)

∘	1	r_{14}	r_{15}
1	1	r_{14}	r_{15}
r_{14}	r_{10}	r_{15}	1
r_{15}	r_{15}	1	r_{14}

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_{14} = r_{14}$

$r_{14} \circ 1 = r_{15}$

$r_{14} \circ r_{15} \ = 1$

$r_{15} \circ r_{14} = 1$

$r_{14} \circ r_{15} = r_{14} \circ r_{15} = \ 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_{14} \circ 1 = 1 \circ r_{14} = r_{14}$ $\qquad$ $r_{14} \circ r_{14} = r_{15}$ $\qquad$ $r_{15} \circ r_{15} = r_{14}$

$r_{15} \circ 1 = r_{15}$ $\qquad$ $1 \circ r_{15} = r_{15}$ $\qquad$ $r_{15} \circ 1 = 1 \circ r_{15} = r_{15}$

13). 1, r_{16}, r_{17}

Misal $A_{13} = \{1, r_{16}, r_{17}\}$

Tabel 3.15 : (A_{13}, ∘)

∘	1	r_{16}	r_{17}
1	1	r_{16}	r_{17}
r_{16}	r_{16}	r_{17}	1
r_{17}	r_{17}	1	r_{16}

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $r_{16} \circ 1 = r_{16}$ $\qquad$ $r_{17} \circ r_{16} = 1$

$1 \circ r_{16} = r_{16}$ $\qquad$ $r_{16} \circ r_{17} = 1$ $\qquad$ $r_{16} \circ r_{17} = r_{16} \circ r_{17} = 1 \circ 1 = 1$

$r_{16} \circ 1 = 1 \circ r_{16} = r_{16}$ $\qquad$ $r_{16} \circ r_{16} = r_{17}$ $\qquad$ $r_{17} \circ r_{17} = r_{16}$

$r_{17} \circ 1 = r_{17}$ $\qquad$ $1 \circ r_{17} = r_{17}$ $\qquad$ $r_{17} \circ 1 = 1 \circ r_{17} = r_{17}$

14). 1, r_1, r_2, r_3

Misal $A_{14} = \{1, r_1, r_2, r_3\}$

Tabel 3.16: (A_{14}, ∘)

∘	1	r_1	r_2	r_3
1	1	r_1	r_2	r_3
r_1	r_1	r_2	r_3	1
r_2	r_2	r_3	1	r_1
r_3	r_3	1	r_1	r_2

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $r_2 \circ 1 = r_2$ $\qquad$ $r_1 \circ r_3 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \circ r_1 = r_1$	$r_2 \circ r_2 = 1$	$r_1 \circ r_3 = r_3 \circ r_1 = 1 \circ 1 = 1$
$r_1 \circ 1 = r_1$	$r_3 \circ r_1 = 1$	$1 \circ r_2 = r$
$r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$	$r_{14} \circ r_{14} = r_{15}$	$r_3 \circ r_2 = r_1$
$r_3 \circ 1 = r_3$	$1 \circ r_1 = r_1$	$r_1 \circ 1 = 1 \circ r_1 = r_1$
$r_2 \circ r_3 = r_1$	$r_2 \circ r_1 = r_3$	$r_3 \circ r_2 = r_2 \circ r_3 = r_1$
$r_1 \circ r_2 = r_3$	$r_2 \circ r_1 = r_1 \circ r_2 = r_3$	

15). $1, r_4, r_5, r_6$

Misal $A_{15} = \{1, r_4, r_5, r_6\}$

Tabel 3.17: $(A_{15}, \circ)$

$\circ$	1	r_4	r_5	r_6
1	1	r_4	r_5	r_6
r_4	r_4	r_5	r_6	1
r_5	r_5	r_6	1	r_4
r_6	r_6	1	r_4	r_5

Sumber. Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$	$r_5 \circ 1 = r_5$	$r_4 \circ r_6 = 1$
$1 \circ r_4 = r_4$	$r_5 \circ r_5 = 1$	$r_4 \circ r_6 = r_6 \circ r_4 = 1 \circ 1 = 1$
$r_6 \circ 1 = r_6$	$r_6 \circ r_4 = 1$	$1 \circ r_5 = r_5$
$1 \circ r_6 = r_6$	$r_4 \circ 1 = r_4$	$1 \circ r_4 = r_4 \circ 1 = r_4$
$r_5 \circ 1 = 1 \circ r_5 = r_5$	$r_4 \circ r_4 = r_5$	$r_4 \circ r_5 = r_6$
$r_6 \circ 1 = r_6$	$1 \circ r_4 = r_4$	$r_6 \circ 1 = 1 \circ r_6 = r_6$
$r_5 \circ r_6 = r_4$	$r_5 \circ r_4 = r_6$	$r_6 \circ r_5 = r_5 \circ r_6 = r_4$
$r_4 \circ r_5 = r_6$	$r_5 \circ r_4 = r_4 \circ r_5 = r_6$	$1 \circ r_5 = r_5 \circ 1 = r_5$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

16). 1, r_7, r_8, r_9

Misal $A_{15} = \{1, r_7, r_8, r_9\}$

Tabel 3.18: (A_{16}, $\circ$)

$\circ$	1	r_7	r_8	r_9
1	1	r_7	r_8	r_9
r_7	r_7	r_8	r_9	1
r_8	r	r_9	1	r_7
r_9	r_9	1	r_7	r_8

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_7 = r_7$

$r_9 \circ 1 = r_9$

$1 \circ r_9 = r_9$

$r_8 \circ 1 = 1 \circ r_8 = r_8$

$r_9 \circ 1 = r_9$

$r_8 \circ r_9 = r_7$

$r_7 \circ r_8 = r_9$

$r_8 \circ 1 = r_8$

$r_8 \circ r_8 = 1$

$r_9 \circ r_7 = 1$

$r_7 \circ 1 = r_7$

$r_7 \circ r_7 = r_8$

$1 \circ r_7 = r_7$

$r_8 \circ r_7 = r_9$

$r_8 \circ r_7 = r_7 \circ r_2 = r_3$

$r_7 \circ r_9 = 1$

$r_7 \circ r_9 = r_9 \circ r_7 = 1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_8 = r_8$

$1 \circ r_7 = r_7 \circ 1 = r_7$

$r_7 \circ r_8 = r_9$

$r_9 \circ 1 = 1 \circ r_9 = r_9$

$r_9 \circ r_8 = r_8 \circ r_9 = r_7$

$1 \circ r_8 = r_8 \circ 1 = r_8$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

17). $1, r_2, r_{22}, r_{23}$

Misal $A_{17} = \{1, r_2, r_{22}, r_{23}\}$

Tabel 3.19: $(A_{17}, \circ)$

$\circ$	1	r_2	r_{22}	r_{23}
1	1	r_2	r_{22}	r_{23}
r_2	r_2	1	r_{23}	r_{22}
r_{22}	r_{22}	r_{23}	1	r_2
r_{23}	r_{23}	r_{22}	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis:2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_2 \circ 1 = r_2$ $\quad$ $r_2 \circ r_{22} = r_{23}$

$1 \circ r_2 = r_2$ $\quad$ $r_{22} \circ 1 = r_{22}$ $\quad$ $r_2 \circ r_{23} = r_{22}$

$1 \circ r_{22} = r_{22}$ $\quad$ $r_{23} \circ 1 = r_{23}$ $\quad$ $r_{22} \circ r_2 = r_{23}$

$1 \circ r_{23} = r_{23}$ $\quad$ $r_2 \circ r_2 = 1$ $\quad$ $r_{22} \circ r_2 = r_{23}$

$r_{23} \circ r_2 = r_{22}$ $\quad$ $r_{23} \circ r_{22} = r_2$ $\quad$ $r_{22} \circ r_{22} = 1$

$r_{23} \circ r_{23} = 1$ $\quad$ $1 \circ r_2 = r_2 \circ 1 = r_2$ $\quad$ $1 \circ r_{22} = r_{22} \circ 1 = r_{22}$

$1 \circ r_{23} = r_{23} \circ 1 = r_{23}$ $\quad$ $r_2 \circ r_{22} = r_{22} \circ r_2 = r_{23}$

$r_2 \circ r_{23} = r_{23} \circ r_2 = r_{22}$ $\quad$ $r_{23} \circ r_{22} = r_{22} \circ r_{23} = r_2$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

18). $1, r_5, r_{18}, r_{19}$

Misal $A_{18} = \{1, r_5, r_{18}, r_{19}\}$

Tabel 3.20: (A_{18}, $\circ$)

$\circ$	1	r_5	r_{18}	r_{19}
1	1	r_5	r_{18}	r_{19}
r_5	r_5	1	r_{19}	r_{18}
r_{18}	r_{18}	r_{19}	1	r_5
r_{19}	r_{19}	r_{18}	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ | $r_5 \circ 1 = r_5$ | $r_5 \circ r_{18} = r_{19}$

$1 \circ r_5 = r_5$ | $r_{18} \circ 1 = r_{18}$ | $r_5 \circ r_{19} = r_{18}$

$1 \circ r_{18} = r_{18}$ | $r_{19} \circ 1 = r_{19}$ | $r_{18} \circ r_5 = r_{19}$

$1 \circ r_{19} = r_{19}$ | $r_5 \circ r_5 = 1$ | $r_{18} \circ r_5 = r_{19}$

$r_{19} \circ r_5 = r_{18}$ | $r_{19} \circ r_{18} = r_5$ | $r_{18} \circ r_{18} = 1$

$r_{19} \circ r_{19} = 1$ | $1 \circ r_5 = r_5 \circ 1 = r_5$ | $1 \circ r_{18} = r_{18} \circ 1 = r_{18}$

$1 \circ r_{19} = r_{19} \circ 1 = r_{19}$ | $r_5 \circ r_{18} = r_{18} \circ r_5 = r_{19}$

$r_5 \circ r_{18} = r_{19} \circ r_5 = r_{18}$ | $r_{19} \circ r_{18} = r_{18} \circ r_{19} = r_5$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

19). 1, r_8, r_{20}, r_{21}

Misal $A_{19} = \{1, r_8, r_{20}, r_{21}\}$

Tabel 3.21: (A_{19}, ∘)

∘	1	r_8	r_{20}	r_{21}
1	1	r_8	r_{20}	r_{21}
r_8	r_8	1	r_{21}	r_{20}
r_{20}	r_{20}	r_{21}	1	r_8
r_{21}	r_{21}	r_{20}	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad r_8 \circ 1 = r_8$ $\quad r_2 \circ r_{20} = r_{21}$

$1 \circ r_8 = r_8$ $\quad r_{20} \circ 1 = r_{20}$ $\quad r_8 \circ r_{21} = r_{20}$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$ $\quad r_{21} \circ 1 = r_{21}$ $\quad r_{20} \circ r_8 = r_{21}$

$1 \circ r_{21} = r_{21}$ $\quad r_8 \circ r_8 = 1$ $\quad r_{20} \circ r_8 = r_{21}$

$r_{21} \circ r_8 = r_{20}$ $\quad r_{21} \circ r_{20} = r_8$ $\quad r_{20} \circ r_{20} = 1$

$r_{21} \circ r_{21} = 1$ $\quad 1 \circ r_8 = r_8 \circ 1 = r_8$ $\quad 1 \circ r_{20} = r_{20} \circ 1 = r_{20}$

$1 \circ r_{21} = r_{21} \circ 1 = r_{21}$ $\quad r_8 \circ r_{20} = r_{20} \circ r_2 = r_{21}$

$r_8 \circ r_{21} = r_{21} \circ r_8 = r_{20}$ $\quad r_{21} \circ r_{20} = r_{20} \circ r_{21} = r_8$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

20). 1, r_{10}, r_{11}, r_{19}, r_{21}, r_{22}

Misal $A_{20} = \{1, r_{10}, r_{11}, r_{19}, r_{21}, r_{22}\}$

Tabel 3.22: $(A_{20}, \circ)$

$\circ$	1	r_{10}	r_{11}	r_{19}	r_{21}	r_{22}
1	1	r_{10}	r_{11}	r_{19}	r_{21}	r_{22}
r_{10}	r_{10}	r_{11}	1	r_{22}	r_{19}	r_{21}
r_{11}	r_{11}	1	r_{10}	r_{21}	r_{22}	r_{19}
r_{19}	r_{19}	r_{21}	r_{22}	1	r_{10}	r_{11}
r_{21}	r_{21}	r_{22}	r_{19}	r_{11}	1	r_{10}
r_{22}	r_{22}	r_{19}	r_{21}	r_{10}	r_{11}	1

Sumber, Analisis Penulis:2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad r_{10} \circ 1 = r_{10}$ $\qquad r_{10} \circ r_{11} = 1$

$1 \circ r_{10} = r_{10}$ $\qquad r_{11} \circ 1 = r_{11}$ $\qquad r_{10} \circ r_{10} = r_{11}$

$1 \circ r_{11} = r_{11}$ $\qquad r_{21} \circ 1 = r_{21}$ $\qquad r_{10} \circ r_{19} = r_{22}$

$1 \circ r_{21} = r_{21}$ $\qquad r_{19} \circ r_{19} = 1$ $\qquad r_{10} \circ r_{21} = r_{19}$

$r_{21} \circ r_{10} = r_{22}$ $\qquad r_{21} \circ r_{11} = r_{19}$ $\qquad r_{22} \circ r_{22} = 1$

$r_{21} \circ r_{21} = 1$ $\qquad 1 \circ r_{10} = r_{10} \circ 1 = r_{10}$ $\qquad 1 \circ r_{11} = r_{11} \circ 1 = r_{11}$

$1 \circ r_{21} = r_{21} \circ 1 = r_{21}$ $\qquad r_{11} \circ r_{10} = 1$ $\qquad r_{11} \circ r_{11} = r_{10}$

$r_{11} \circ r_{19} = r_{21}$ $\qquad r_{11} \circ r_{21} = r_{22}$ $\qquad r_{11} \circ r_{22} = r_{19}$

$r_{19} \circ 1 = r_{19}$ $\qquad 1 \circ r_{19} = r_{19}$ $\qquad r_{19} \circ r_{10} = r_{21}$

$r_{19} \circ r_{11} = r_{22}$ $\qquad r_{19} \circ r_{19} = 1$ $\qquad r_{19} \circ r_{21} = r_{10}$

$r_{19} \circ r_{22} = r_{11}$ $\qquad r_{10} \circ r_{21} = r_{19}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

21). 1, r_{12}, r_{13}, r_{19}, r_{20}, r_{23}

Misal $A_{21} = \{1, r_{12}, r_{13}, r_{19}, r_{20}, r_{23}\}$

Tabel 3.23: (A_{21}, ∘)

∘	1	r_{12}	r_{13}	r_{19}	r_{20}	r_{23}
1	1	r_{12}	r_{13}	r_{19}	r_{20}	r_{23}
r_{12}	r_{12}	r_{13}	1	r_{20}	r_{23}	r_{19}
r_{13}	r_{13}	1	r_{12}	r_{23}	r_{19}	r_{20}
r_{19}	r_{19}	r_{23}	r_{20}	1	r_{13}	r_{12}
r_{20}	r_{20}	r_{19}	r_{23}	r_{12}	1	r_{13}
r_{23}	r_{23}	r_{20}	r_{19}	r_{13}	r_{12}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad r_{12} \circ 1 = r_{12}$ $\quad r_{12} \circ r_{13} = 1$

$1 \circ r_{12} = r_{12}$ $\quad r_{13} \circ 1 = r_{13}$ $\quad r_{12} \circ r_{12} = r_{13}$

$1 \circ r_{13} = r_{13}$ $\quad r_{23} \circ 1 = r_{23}$ $\quad r_{12} \circ r_{19} = r_{20}$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$ $\quad r_{19} \circ r_{19} = 1$ $\quad r_{12} \circ r_{20} = r_{23}$

$r_{20} \circ r_{12} = r_{22}$ $\quad r_{20} \circ r_{12} = r_{19}$ $\quad r_{20} \circ r_{20} = 1$

$r_{23} \circ r_{23} = 1$ $\quad 1 \circ r_{12} = r_{12} \circ 1 = r_{12}$ $\quad 1 \circ r_{13} = r_{13} \circ 1 = r_{13}$

$1 \circ r_{23} = r_{23} \circ 1 = r_{23}$ $\quad r_{13} \circ r_{12} = 1$ $\quad r_{13} \circ r_{13} = r_{12}$

$r_{12} \circ r_{23} = r_{19}$ $\quad r_{13} \circ r_{19} = r_{23}$ $\quad r_{13} \circ r_{20} = r_{19}$

$r_{20} \circ r_{13} = r_{23}$ $\quad r_{13} \circ r_{23} = r_{20}$ $\quad r_{19} \circ 1 = r_{19}$

$1 \circ r_{19} = r_{19}$ $\quad r_{19} \circ r_{12} = r_{23}$ $\quad r_{19} \circ r_{13} = r_{20}$

$r_{19} \circ r_{19} = 1$ $\quad r_{19} \circ r_{20} = r_{13}$ $\quad r_{19} \circ r_{23} = r_{12}$

$r_{20} \circ r_{12} = r_{19}$ $\quad r_{20} \circ r_{13} = r_{23}$ $\quad r_{20} \circ r_{19} = r_{12}$

$r_{20} \circ r_{20} = 1$ $\quad r_{20} \circ r_{23} = r_{13}$ $\quad r_{23} \circ r_{12} = r_{20}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_{23} \circ r_{13} = r_{19}$ $\quad$ $r_{23} \circ r_{19} = r_{13}$ $\quad$ $r_{23} \circ r_{20} = r_{12}$

$r_{23} \circ r_{23} = 1$ $\quad$ $r_{12} \circ r_{13} = r_{13} \circ r_{12} = 1$

22). $1, r_{14}, r_{15}, r_{18}, r_{21}, r_{23}$

Misal $A_{22} = \{1, r_{14}, r_{15}, r_{18}, r_{21}, r_{23}\}$

Tabel 3.24: $(A_{22}, \circ)$

$\circ$	1	r_{14}	r_{15}	r_{18}	r_{21}	r_{23}
1	1	r_{14}	r_{15}	r_{18}	r_{21}	r_{23}
r_{14}	r_{14}	r_{15}	1	r_{23}	r_{18}	r_{21}
r_{15}	r_{15}	1	r_{14}	r_{21}	r_{23}	r_{18}
r_{18}	r_{18}	r_{21}	r_{23}	1	r_{14}	r_{15}
r_{21}	r_{21}	r_{23}	r_{18}	r_{15}	1	r_{14}
r_{23}	r_{23}	r_{18}	r_{21}	r_{14}	r_{15}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_{14} \circ 1 = r_{14}$ $\quad$ $r_{14} \circ r_{15} = 1$

$1 \circ r_{14} = r_{14}$ $\quad$ $r_{15} \circ 1 = r_{15}$ $\quad$ $r_{14} \circ r_{14} = r_{15}$

$1 \circ r_{15} = r_{15}$ $\quad$ $r_{23} \circ 1 = r_{23}$ $\quad$ $r_{14} \circ r_{18} = r_{21}$

$1 \circ r_{21} = r_{21}$ $\quad$ $r_{18} \circ r_{18} = 1$ $\quad$ $r_{14} \circ r_{21} = r_{23}$

$r_{21} \circ r_{14} = r_{23}$ $\quad$ $r_{21} \circ r_{21} = 1$ $\quad$ $r_{23} \circ r_{23} = 1$

$1 \circ r_{14} = r_{14} \circ 1 = r_{14}$ $\quad$ $1 \circ r_{15} = r_{15} \circ 1 = r_{15}$ $\quad$ $1 \circ r_{23} = r_{23} \circ 1 = r_{23}$

$r_{15} \circ r_{14} = 1$ $\quad$ $r_{15} \circ r_{15} = r_{14}$ $\quad$ $r_{14} \circ r_{23} = r_{21}$

$r_{15} \circ r_{18} = r_{21}$ $\quad$ $r_{15} \circ r_{21} = r_{23}$ $\quad$ $r_{21} \circ r_{15} = r_{18}$

$r_{15} \circ r_{23} = r_{18}$ $\quad$ $r_{18} \circ 1 = r_{18}$ $\quad$ $1 \circ r_{18} = r_{18}$

$r_{18} \circ r_{14} = r_{21}$ $\quad$ $r_{18} \circ r_{15} = r_{23}$ $\quad$ $r_{18} \circ r_{18} = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_{18} \circ r_{21} = r_{14}$ $r_{18} \circ r_{23} = r_{15}$ $r_{21} \circ r_{14} = r_{23}$

$r_{21} \circ r_{15} = r_{18}$ $r_{21} \circ r_{18} = r_{15}$ $r_{21} \circ r_{21} = 1$

$r_{21} \circ r_{23} = r_{14}$ $r_{23} \circ r_{14} = r_{18}$ $r_{23} \circ r_{15} = r_{21}$

$r_{23} \circ r_{18} = r_{14}$ $r_{23} \circ r_{21} = r_{15}$ $r_{23} \circ r_{23} = 1$

$r_{14} \circ r_{15} = r_{15} \circ r_{14} = 1$

23). 1, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{20}, r_{22}

Misal $A_{23} = \{1, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{20}, r_{22}\}$

Tabel 3.25: $(A_{23}, \circ)$

$\circ$	1	r_{16}	r_{17}	r_{18}	r_{20}	r_{22}
1	1	r_{16}	r_{17}	r_{18}	r_{20}	r_{22}
r_{16}	r_{16}	r_{17}	1	r_{20}	r_{22}	r_{18}
r_{17}	r_{17}	1	r_{16}	r_{22}	r_{18}	r_{20}
r_{18}	r_{18}	r_{22}	r_{20}	1	r_{17}	r_{16}
r_{20}	r_{20}	r_{18}	r_{22}	r_{16}	1	r_{17}
r_{22}	r_{22}	r_{20}	r_{18}	r_{17}	r_{16}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $r_{16} \circ 1 = r_{16}$ $r_{16} \circ r_{17} = 1$

$1 \circ r_{16} = r_{16}$ $r_{17} \circ 1 = r_{17}$ $r_{16} \circ r_{16} = r_{17}$

$1 \circ r_{17} = r_{17}$ $r_{22} \circ 1 = r_{22}$ $r_{16} \circ r_{18} = r_{20}$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$ $r_{18} \circ r_{18} = 1$ $r_{16} \circ r_{20} = r_{22}$

$r_{20} \circ r_{16} = r_{18}$ $r_{20} \circ r_{20} = 1$ $r_{22} \circ r_{22} = 1$

$1 \circ r_{16} = r_{16} \circ 1 = r_{16}$ $1 \circ r_{17} = r_{17} \circ 1 = r_{17}$ $1 \circ r_{22} = r_{22} \circ 1 = r_{22}$

$r_{17} \circ r_{16} = 1$ $r_{17} \circ r_{17} = r_{16}$ $r_{16} \circ r_{22} = r_{18}$

$r_{17} \circ r_{18} = r_{22}$ $r_{17} \circ r_{20} = r_{18}$ $r_{20} \circ r_{17} = r_{22}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_{17} \circ r_{22} = r_{20}$ $r_{18} \circ 1 = r_{18}$ $1 \circ r_{18} = r_{18}$

$r_{18} \circ r_{16} = r_{22}$ $r_{18} \circ r_{17} = r_{20}$ $r_{18} \circ r_{18} = 1$

$r_{18} \circ r_{20} = r_{17}$ $r_{18} \circ r_{22} = r_{16}$ $r_{20} \circ r_{16} = r_{18}$

$r_{20} \circ r_{17} = r_{22}$ $r_{20} \circ r_{18} = r_{16}$ $r_{20} \circ r_{20} = 1$

$r_{20} \circ r_{22} = r_{17}$ $r_{22} \circ r_{16} = r_{20}$ $r_{22} \circ r_{17} = r_{18}$

$r_{22} \circ r_{18} = r_{17}$ $r_{22} \circ r_{20} = r_{16}$ $r_{22} \circ r_{22} = 1$

$r_{16} \circ r_{17} = r_{17} \circ r_1 = 1$

24). $1, r_1, r_2, r_3, r_5, r_8, r_{22}, r_{23}$

Misal $A_{24} = \{1, r_1, r_2, r_3, r_5, r_8, r_{22}, r_{23}\}$

Tabel 3.26: $(A_{24}, \circ)$

$\circ$	1	r_1	r_2	r_3	r_5	r_8	r_{22}	r_{23}
1	1	r_1	r_2	r_3	r_5	r_8	r_{22}	r_{23}
r_1	r_1	r_2	r_3	1	r_{22}	r_{23}	r_8	r_5
r_2	r_2	r_3	1	r_1	r_8	r_5	r_{23}	r_{22}
r_3	r_3	1	r_1	r_2	r_{23}	r_{22}	r_5	r_8
r_5	r_5	r_{23}	r_8	r_{22}	1	r_2	r_1	r_3
r_8	r_8	r_{22}	r_5	r_{23}	r_2	1	r_3	r_1
r_{22}	r_{22}	r_5	r_{23}	r_8	r_3	r_1	1	r_2
r_{23}	r_{23}	r_8	r_{22}	r_5	r_1	r_3	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $r_2 \circ 1 = r_2$ $r_1 \circ r_3 = 1$

$1 \circ r_1 = r_1$ $r_2 \circ r_2 = 1$ $r_1 \circ r_3 = r_3 \circ r_1 = 1 \circ 1 = 1$

$r_1 \circ 1 = r_1$ $r_3 \circ r_1 = 1$ $1 \circ r_2 = r$

$r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$ $r_{14} \circ r_{14} = r_{15}$ $r_3 \circ r_2 = r_1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_3 \circ 1 = r_3$	$1 \circ r_1 = r_1$	$r_1 \circ 1 = 1 \circ r_1 = r_1$
$r_2 \circ r_3 = r_1$	$r_2 \circ r_1 = r_3$	$r_3 \circ r_2 = r_2 \circ r_3 = r_1$
$r_1 \circ r_2 = r_3$	$r_2 \circ r_1 = r_1 \circ r_2 = r_3$	$r_1 \circ r_5 = r_{22}$
$r_1 \circ r_8 = r_{23}$	$r_{16} \circ 1 = r_{16}$	$r_{16} \circ r_{17} = 1$
$r_1 \circ r_{22} = r_8$	$r_1 \circ r_{23} = r_5$	$r_2 \circ r_5 = r_8$
$r_2 \circ r_{22} = r_{23}$	$r_2 \circ r_{23} = r_{22}$	$r_3 \circ r_5 = r_{23}$
$1 \circ r_5 = r_5$	$r_8 \circ 1 = r_8$	$r_8 \circ r_1 = r_{22}$
$1 \circ r_8 = r_8$	$r_{22} \circ 1 = r_{22}$	$r_8 \circ r_2 = r_5$
$1 \circ r_{22} = r_{22}$	$r_{18} \circ r_{18} = 1$	$r_8 \circ r_3 = r_{23}$
$r_8 \circ r_5 = r_2$	$r_8 \circ r_{22} = r_{23}$	$r_{22} \circ r_{22} = 1$
$1 \circ r_5 = r_5 \circ 1 = r_5$	$1 \circ r_8 = r_8 \circ 1 = r_8$	$1 \circ r_{22} = r_{22} \circ 1 = r_{22}$
$r_5 \circ r_5 = 1$	$r_8 \circ r_8 = 1$	$r_5 \circ r_1 = r_{23}$
$r_5 \circ r_2 = r_8$	$r_5 \circ r_3 = r_{22}$	$r_5 \circ r_8 = r_2$
$r_5 \circ r_{22} = r_1$	$r_5 \circ r_{23} = r_3$	$r_8 \circ r_{23} = r_1$
$r_{22} \circ r_1 = r_5$	$r_{22} \circ r_2 = r_{23}$	$r_{22} \circ r_3 = r_8$
$r_{22} \circ r_8 = r_1$	$r_{22} \circ r_{23} = r_2$	$r_{23} \circ 1 = r_{23}$
$1 \circ r_{23} = r_{23}$	$r_{23} \circ r_1 = r_8$	$r_{23} \circ r_2 = r_{22}$
$r_{23} \circ r_{23} = 1$	$r_{23} \circ r_3 = r_5$	$r_{23} \circ r_5 = r_1$
$r_{23} \circ r_8 = r_3$	$r_{23} \circ r_{22} = r_2$	$r_{23} \circ r_{23} = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

25). 1, r_2, r_4, r_5, r_6, r_8, r_{18}, r_{19}

Misal $A_{25} = \{1, r_2, r_4, r_5, r_5, r_8, r_{18}, r_{19}\}$

Tabel 3.27: (A_{25}, ∘)

∘	1	r_2	r_4	r_5	r_6	r_8	r_{18}	r_{19}
1	1	r_2	r_4	r_5	r_6	r_8	r_{18}	r_{19}
r_2	r_2	1	r_{18}	r_8	r_{22}	r_5	r_4	r_6
r_4	r_4	r_{19}	r_5	r_6	1	r_{18}	r_2	r_8
r_5	r_5	r_8	r_6	1	r_4	r_2	r_{19}	r_{18}
r_6	r_6	r_{18}	1	r_4	r_5	r_{19}	r_8	r_2
r_8	r_8	r_5	r_{19}	r_2	r_{18}	1	r_6	r_4
r_{18}	r_{18}	r_6	r_8	r_{19}	r_2	r_4	1	r_5
r_{19}	r_{19}	r_4	r_2	r_{18}	r_8	r_6	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_2 = r_2$

$r_2 \circ 1 = r_2$

$r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$

$r_5 \circ 1 = r_5$

$r_2 \circ r_6 = r_{22}$

$r_2 \circ r_{18} = r_4$

$r_4 \circ r_2 = r_{19}$

$r_4 \circ r_4 = r_5$

$r_4 \circ r_{18} = r_2$

$r_4 \circ 1 = r_4$

$r_2 \circ r_2 = 1$

$r_4 \circ r_6 = 1$

$r_2 \circ r_4 = r_{18}$

$1 \circ r_4 = r_4$

$r_2 \circ r_8 = r_5$

$1 \circ r_2 = r_2 \circ 1 = r_2$

$r_{19} \circ 1 = r_{19}$

$r_4 \circ r_5 = r_6$

$r_4 \circ r_{19} = r_8$

$r_2 \circ r_2 = 1$

$r_4 \circ r_6 = r_6 \circ r_4 = 1$

$r_6 \circ r_4 = 1$

$r_2 \circ r_5 = r_8$

$r_4 \circ 1 = 1 \circ r_4 = r_4$

$r_4 \circ r_5 = r_5 \circ r_4 = r_6$

$r_2 \circ r_{19} = r_6$

$r_5 \circ r_5 = 1$

$r_4 \circ r_8 = r_{18}$

$r_5 \circ r_2 = r_8$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \circ r_{18} = r_{18}$	$r_8 \circ 1 = r_8$	$r_5 \circ r_8 = r_2$
$1 \circ r_8 = r_8$	$r_6 \circ 1 = r_6$	$r_5 \circ r_{18} = r_{19}$
$1 \circ r_{22} = r_{22}$	$r_{18} \circ r_{18} = 1$	$r_5 \circ r_{19} = r_{18}$
$r_6 \circ r_2 = r_{18}$	$r_6 \circ r_5 = r_4$	$r_5 \circ r_5 = 1$
$1 \circ r_5 = r_5 \circ 1 = r_5$	$1 \circ r_8 = r_8 \circ 1 = r_8$	$1 \circ r_6 = r_6 \circ 1 = r_{22}$
$r_{19} \circ r_{19} = 1$	$r_8 \circ r_8 = 1$	$r_6 \circ r_6 = r_5$
$r_6 \circ r_8 = r_{19}$	$r_6 \circ r_{18} = r_8$	$r_6 \circ r_{19} = r_2$
$r_8 \circ r_2 = r_5$	$r_8 \circ r_4 = r_{19}$	$r_8 \circ r_5 = r_2$
$r_8 \circ r_6 = r_{18}$	$r_8 \circ r_{18} = r_6$	$r_8 \circ r_{19} = r_4$
$r_{18} \circ r_2 = r_6$	$r_{18} \circ r_4 = r_8$	$r_{18} \circ 1 = r_{18}$
$1 \circ r_{19} = r_{19}$	$r_{19} \circ r_{18} = r_6$	$r_{19} \circ r_2 = r_4$
$r_{19} \circ r_{19} = 1$	$r_{19} \circ r_4 = r_2$	$r_{19} \circ r_5 = r_{18}$
$r_{19} \circ r_8 = r_6$	$r_{19} \circ r_6 = r_8$	$r_{18} \circ r_5 = r_{19}$
$r_{18} \circ r_6 = r_2$	$r_{18} \circ r_8 = r_4$	$r_{18} \circ r_{18} = 1$
$r_{18} \circ r_{19} = r_5$		

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

26). 1, r_2, r_5, r_7, r_8, r_9, r_{20}, r_{21}

Misal $A_{26} = \{1, r_2, r_5, r_7, r_8, r_9, r_{20}, r_{21}\}$

Tabel 3.28: (A_{26}, ∘)

∘	1	r_2	r_5	r_7	r_8	r_9	r_{20}	r_{21}
1	1	r_2	r_5	r_7	r_8	r_9	r_{20}	r_{21}
r_2	r_2	1	r_8	r_{21}	r_5	r_{20}	r_9	r_7
r_5	r_5	r_8	1	r_{20}	r_2	r_{21}	r_7	r_9
r_7	r_7	r_{20}	r_{21}	r_8	r_9	1	r_5	r_2
r_8	r_8	r_5	r_2	r_9	1	r_7	r_{21}	r_{20}
r_9	r_9	r_{22}	r_{20}	r_{23}	r_7	r_8	r_2	r_5
r_{20}	r_{20}	r_{21}	r_9	r_2	r_3	r_5	1	r_8
r_{21}	r_{21}	r_9	r_7	r_5	r_{20}	r_2	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$

$1 \circ r_2 = r_2$

$r_2 \circ 1 = r_2$

$r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$

$r_5 \circ 1 = r_5$

$r_2 \circ r_9 = r_{20}$

$r_2 \circ r_{20} = r_9$

$r_5 \circ r_2 = r_8$

$r_5 \circ r_7 = r_{20}$

$r_5 \circ r_{20} = r_7$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$

$r_7 \circ 1 = r_7$

$r_7 \circ r_9 = 1$

$r_9 \circ r_7 = 1$

$r_2 \circ r_7 = r_{21}$

$1 \circ r_7 = r_7$

$r_2 \circ r_8 = r_5$

$1 \circ r_2 = r_2 \circ 1 = r_2$

$r_{21} \circ 1 = r_{21}$

$r_5 \circ r_8 = r_2$

$r_5 \circ r_{21} = r_8$

$r_8 \circ 1 = r_8$

$r_2 \circ r_2 = 1$

$r_7 \circ r_9 = r_9 \circ r_7 = 1$

$r_5 \circ r_5 = 1$

$r_2 \circ r_5 = r_8$

$r_7 \circ 1 = 1 \circ r_7 = r_7$

$r_7 \circ r_8 = r_8 \circ r_7 = r_9$

$r_2 \circ r_{21} = r_7$

$r_5 \circ r_5 = 1$

$r_5 \circ r_9 = r_{21}$

$r_7 \circ r_2 = r_{20}$

$r_7 \circ r_5 = r_{21}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \circ r_8 = r_8$ $r_7 \circ r_7 = r_8$ $r_7 \circ r_8 = r_9$

$1 \circ r_{21} = r_{21}$ $r_{21} \circ r_{21} = 1$ $r_7 \circ r_{20} = r_5$

$r_7 \circ r_{21} = r_2$ $r_9 \circ r_2 = r_{21}$ $r_9 \circ r_5 = r_{20}$

$1 \circ r_9 = r_9 \circ 1 = r_9$ $1 \circ r_8 = r_8 \circ 1 = r_8$ $1 \circ r_{21} = r_{21} \circ 1 = r_{21}$

$r_{20} \circ r_{20} = 1$ $r_8 \circ r_8 = 1$ $r_8 \circ r_2 = r_5$

$r_8 \circ r_5 = r_2$ $r_8 \circ r_{20} = r_{21}$ $r_8 \circ r_{21} = r_{20}$

$r_9 \circ r_8 = r_7$ $r_9 \circ r_9 = r_8$ $r_9 \circ r_{20} = r_2$

$r_9 \circ r_{21} = r_5$ $r_{20} \circ r_2 = r_7$ $r_{20} \circ r_5 = r_9$

$r_{20} \circ r_7 = r_2$ $r_{20} \circ r_8 = r_{21}$ $r_{20} \circ 1 = r_{20}$

$1 \circ r_{20} = r_{20}$ $r_{20} \circ r_9 = r_5$ $r_{20} \circ r_{21} = r_8$

$r_{20} \circ r_{20} = 1$ $r_{21} \circ r_2 = r_5$ $r_{21} \circ r_5 = r_7$

$r_{21} \circ r_8 = r_{20}$ $r_{21} \circ r_7 = r_8$ $r_{21} \circ r_9 = r_2$

$r_{21} \circ r_{20} = r_8$ $r_{21} \circ r_{21} = 1$ $r_{21} \circ 1 = r_{21}$

3.1.5 Refleksi Yang Membentuk Grup

Berdasarkan tabel cayley di atas terlihat bahwa terdapat simetri lipat yang membentuk grup. Di bawah ini merupakan grup dari simetri lipat-simetri lipat tersebut, yaitu:

1). 1, s_1

Misal B = {1, s_1}

Tabel 3.29: (B, ∘)

∘	1	s_1
1	1	s_1
s_1	s_1	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \circ 1 = 1$ $s_1 \circ 1 = s_1$

$1 \circ s_1 = s_1$ $s_1 \circ s_1 = 1$

$s_1 \circ 1 = 1 \circ s_1 = s_1$ $s_1 \circ s_1 = 1 \circ 1 = 1$

2). 1, s_2

Misal C = {1, s_2}

Tabel 3.30: (C, ∘)

$\circ$	1	s_2
1	1	s_2
s_2	s_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $s_2 \circ 1 = s_2$

$1 \circ s_2 = s_2$ $s_2 \circ s_2 = 1$

$s_2 \circ 1 = 1 \circ s_2 = s_2$ $s_2 \circ s_2 = 1 \circ 1 = 1$

3). 1, s_3

Misal D = {1, s_3}

Tabel 3.31: (D, ∘)

$\circ$	1	s_3
1	1	s_3
s_3	s_3	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $s_3 \circ 1 = s_3$

$1 \circ s_3 = s_3$ $s_3 \circ s_3 = 1$

$s_3 \circ 1 = 1 \circ s_3 = s_3$ $s_3 \circ s_3 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4). 1, s_4

Misal E = {1, s_4}

Tabel 3.32: (E, ∘)

∘	1	s_4
1	1	s_4
s_4	s_4	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_4 \circ 1 = s_4$

$1 \circ s_4 = s_4$ $\qquad$ $s_4 \circ s_4 = 1$

$s_4 \circ 1 = 1 \circ s_4 = s_4$ $\qquad$ $s_4 \circ s_4 = 1 \circ 1 = 1$

5). 1, s_5

Misal F = {1, s_5}

Tabel 3.33: (F, ∘)

∘	1	s_5
1	1	s_5
s_5	s_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_5 \circ 1 = s_5$

$1 \circ s_5 = s_5$ $\qquad$ $s_5 \circ s_5 = 1$

$s_5 \circ 1 = 1 \circ s_5 = s_5$ $\qquad$ $s_5 \circ s_5 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6). 1, s_6

Misal G = {1, s_6}

Tabel 3.34: (G, ∘)

$\circ$	1	s_6
1	1	s_6
s_6	s_6	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $s_6 \circ 1 = s_6$

$1 \circ s_6 = s_6$ $\quad$ $s_6 \circ s_6 = 1$

$s_6 \circ 1 = 1 \circ s_6 = s_6$ $\quad$ $s_6 \circ s_6 = 1 \circ 1 = 1$

7). 1, s_7

Misal H = {1, s_7}

Tabel 3.35: (H, ∘)

$\circ$	1	s_7
1	1	s_7
s_7	s_7	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $s_7 \circ 1 = s_7$

$1 \circ s_7 = s_7$ $\quad$ $s_7 \circ s_7 = 1$

$s_7 \circ 1 = 1 \circ s_7 = s_7$ $\quad$ $s_7 \circ s_7 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

8). 1, s_8

Misal I = {1, s_8}

Tabel 3.36: (I, ∘)

∘	1	s_8
1	1	s_8
s_8	s_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_8 \circ 1 = s_8$

$1 \circ s_8 = s_8$ $\qquad$ $s_8 \circ s_8 = 1$

$s_8 \circ 1 = 1 \circ s_8 = s_8$ $\qquad$ $s_8 \circ s_8 = 1 \circ 1 = 1$

9). 1, s_9

Misal J = {1, s_9}

Tabel 3.37: (J, ∘)

∘	1	s_9
1	1	s_9
s_9	s_9	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_9 \circ 1 = s_9$

$1 \circ s_9 = s_9$ $\qquad$ $s_9 \circ s_9 = 1$

$s_9 \circ 1 = 1 \circ s_9 = s_9$ $\qquad$ $s_9 \circ s_9 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.6 Simetri Putar dan Simetri Lipat Yang Membentuk Grup

Secara keseluruhan, simetri putar dan simetri lipat pada kubus tersebut tidak membentuk grup. Namun, terdapat simetri putar dan simetri lipat tertentu yang membentuk grup yaitu :

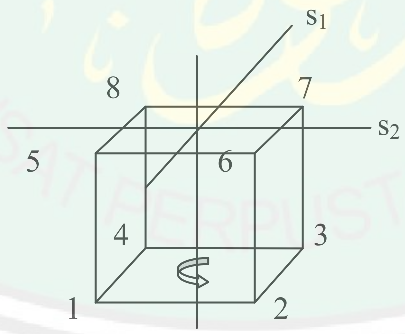
1) 1, r_2, s_1, s_2

Misal $B_1 = \{1, r_2, s_1, s_2\}$

Tabel 3.38 : (B_1, $\circ$)

$\circ$	1	r_2	s_1	s_2
1	1	r_2	s_1	s_2
r_2	r_2	1	s_2	s_1
s_1	s_1	s_2	1	r_2
s_2	s_2	s_1	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_2 adalah simetri putar pada alas.

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan. tersebut sebidang.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

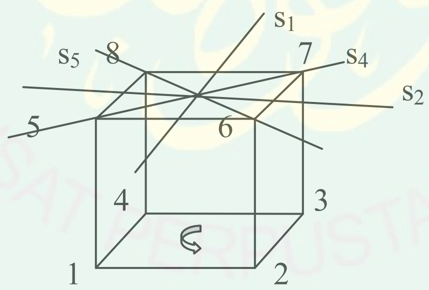
2). 1, r_1, r_2, r_3, s_1, s_2, s_4, s_5

Misal $B_2 = \{1, r_1, r_2, r_3, s_1, s_2, s_4, s_5\}$

Tabel 3.39 : (B_2, ∘)

∘	1	r_1	r_2	r_3	s_1	s_2	s_4	s_5
1	1	r_1	r_2	r_3	s_1	s_2	s_4	s_5
r_1	r_1	r_2	r_3	1	s_5	s_4	s_1	s_2
r_2	r_2	r_3	1	r_1	s_2	s_1	s_5	s_4
r_3	r_3	1	r_1	r_2	s_4	s_5	s_2	s_1
s_1	s_1	s_4	s_2	s_5	1	r_2	r_1	r_3
s_2	s_2	s_5	s_1	s_4	r_2	1	r_3	r_1
s_4	s_4	s_2	s_5	s_1	r_3	r_1	1	r_2
s_5	s_5	s_1	s_4	s_2	r_1	r_3	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_1, r_2, r_3 adalah simetri putar pada alas kubus.

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan.

3). 1, r_5, s_6, s_7

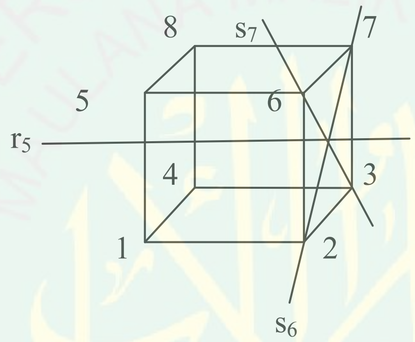
Misal $B_3 = \{1, r_5, s_6, s_7\}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.40 : (B_3 ∘)

∘	1	r_5	s_6	s_7
1	1	r_5	s_6	s_7
r_5	r_5	1	s_7	s_6
s_6	s_6	s_7	1	r_5
s_7	s_7	s_6	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_5 = simetri putar pada samping kubus.

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melelui diagonal bidang yang dirotasikan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

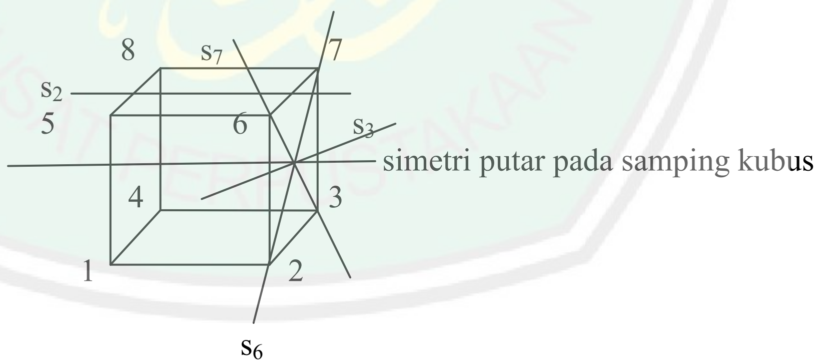
4). 1, r_4, r_5, r_6, s_2, s_3, s_6, s_7

Misal $B_4 = \{1, r_4, r_5, r_6, s_2, s_3, s_6, s_7\}$

Tabel 3.41 : (B_4 ∘)

∘	1	r_4	r_5	r_6	s_2	s_3	s_6	s_7
1	1	r_4	r_5	r_6	s_2	s_3	s_6	s_7
r_4	r_4	r_5	r_6	1	s_7	s_6	s_2	s_3
r_5	r_5	r_6	1	r_4	s_3	s_2	s_7	s_6
r_6	r_6	1	r_4	r_5	s_6	s_7	s_3	s_2
s_2	s_2	s_6	s_3	s_7	1	r_5	r_4	r_6
s_3	s_3	s_7	s_2	s_6	r_5	1	r_6	r_4
s_6	s_6	s_3	s_7	s_2	r_6	r_4	1	r_5
s_7	s_7	s_2	s_6	s_3	r_4	r_6	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_4, r_5, r_6 adalah rotasi-rotasi pada samping kubus.

Rotasi dan refleksi tersebut membentuk grup karena refleksi bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

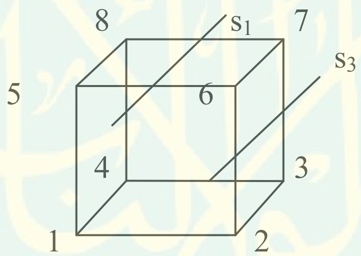
5). 1, r_8, s_1, s_3

Misal $B_5 = \{1, r_8, s_1, s_3\}$

Tabel 3.42 : (B_5, ∘)

∘	1	r_8	s_1	s_3
1	1	r_8	s_1	s_3
r_8	r_8	1	s_3	s_1
s_1	s_1	s_3	1	r_8
s_3	s_3	s_1	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_8 = simetri putar pada depan kubus.

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

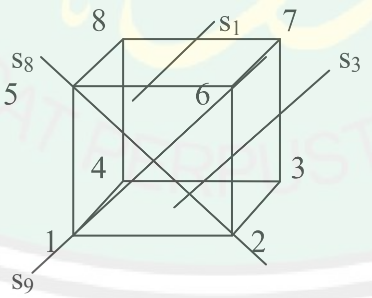
6). 1, r_7, r_8, r_9, s_1, s_3, s_8, s_9

Misal $B_6 = \{1, r_7, r_8, r_9, s_1, s_3, s_8, s_9\}$

Tabel 3.43 : (B_6,∘)

∘	1	r_7	r_8	r_9	s_1	s_3	s_8	s_9
1	1	r_7	r_8	r_9	s_1	s_3	s_8	s_9
r_7	r_7	r_8	r_9	1	s_8	s_9	s_3	s_1
r_8	r_8	r_9	1	r_7	s_3	s_1	s_9	s_8
r_9	r_9	1	r_7	r_8	s_9	s_8	s_1	s_3
s_1	s_1	s_9	s_3	s_8	1	r_8	r_9	r_7
s_3	s_3	s_8	s_1	s_9	r_8	1	r_7	r_9
s_8	s_8	s_1	s_9	s_3	r_7	r_9	1	r_8
s_9	s_9	s_3	s_8	s_1	r_9	r_7	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_7, r_8, r_9 adalah simetri putar pada depan kubus.

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

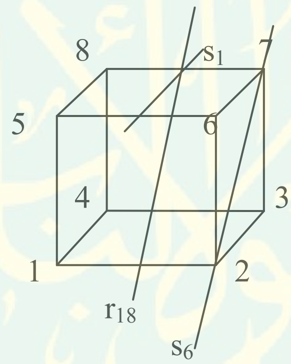
7). 1, r_{18}, s_1, s_6

Misal $B_7 = \{1, r_{18}, s_1, s_6\}$

Tabel 3.44 : (B_7, ∘)

∘	1	r_{18}	s_1	s_6
1	1	r_{18}	s_1	s_6
r_{18}	r_{18}	1	s_6	s_1
s_1	s_1	s_6	1	r_{18}
s_6	s_6	s_1	r_{18}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena s_1 dan r_{18} sebidang, sedangkan r_{18} dan s_6 sejajar.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

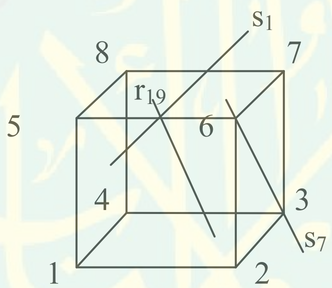
8). 1, r_{19}, s_1, s_7

Misal $B_8 = \{1, r_{19}, s_1, s_7\}$

Tabel 3.45 : (B_8, ∘)

∘	1	r_{19}	s_1	s_7
1	1	r_{19}	s_1	s_7
r_{19}	r_{19}	1	s_7	s_1
s_1	s_1	s_7	1	r_{19}
s_7	s_7	s_1	r_{19}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena s_1 dan r_{19} sebidang, sedangkan r_{19} dan s_7 sejajar.

9). 1, r_{20}, s_2, s_8

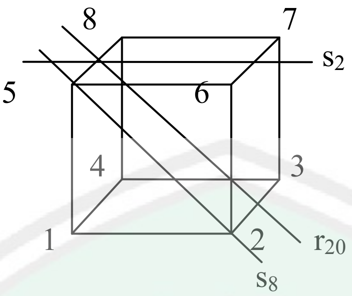
Misal $B_9 = \{1, r_{20}, s_2, s_8\}$

Tabel 3.46 : (B_9, ∘)

∘	1	r_{20}	s_2	s_8
1	1	r_{20}	s_2	s_8
r_{20}	r_{20}	1	s_8	s_2
s_2	s_2	s_8	1	r_{20}
s_8	s_8	s_2	r_{20}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena s_2 dan r_{20} sebidang, sedangkan r_{20} dan s_8 sejajar.

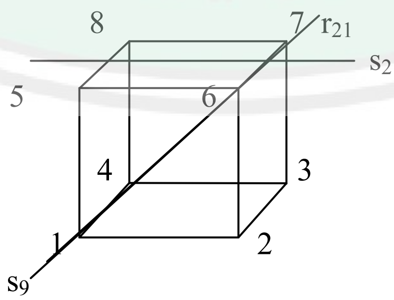
10). 1, r_{21}, s_2, s_9

Misal $B_{10} = \{1, r_{21}, s_2, s_9\}$

Tabel 3.47 : (B_{10}, ∘)

∘	1	r_{21}	s_2	s_9
1	1	r_{21}	s_2	s_9
r_{21}	r_{21}	1	s_9	s_2
s_2	s_2	s_9	1	r_{21}
s_9	s_9	s_2	r_{21}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena s_2 dan r_{21} sebidang, sedangkan r_{21} dan s_9 sejajar.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

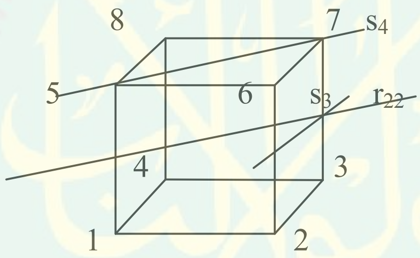
11). 1, r_{22}, s_3, s_4

Misal $B_{11} = \{1, r_{22}, s_3, s_4\}$

Tabel 3.48 : (B_{11}, ∘)

∘	1	r_{22}	s_3	s_4
1	1	r_{22}	s_3	s_4
r_{22}	r_{22}	1	s_4	s_3
s_3	s_3	s_4	1	r_{22}
s_4	s_4	s_3	r_{22}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri bidang tersebut membentuk grup karena s_3 dan r_{22} sebidang, sedangkan r_{22} dan s_4 sejajar.

12). 1, r_{23}, s_3, s_5

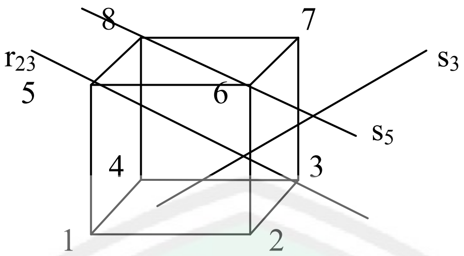
Misal $B_{12} = \{1, r_{23}, s_3, s_5\}$

Tabel 3.49 : (B_{11}, ∘)

∘	1	r_{23}	s_3	s_5
1	1	r_{23}	s_3	s_5
r_{23}	r_{23}	1	s_5	s_3
s_3	s_3	s_5	1	r_{23}
s_5	s_5	s_3	r_{23}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena s_3 dan r_{23} sebidang sedangkan r_{23} dan s_5 sejajar.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup dikarenakan simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan. Sehingga dari uraian tersebut diperoleh teorema:

Teorema

Himpunan simetri putar dan simetri lipat pada kubus yang membentuk grup isomorfik dengan grup dihedral D_8 yakni simetri lipat bidang yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

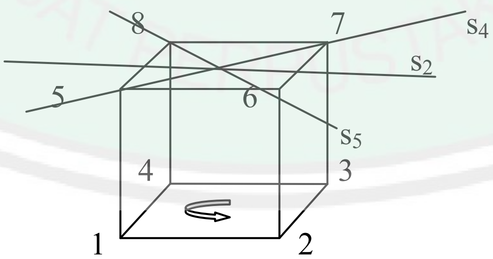
Bukti:

1). 1, r_1,r_2, r_3, s_1, s_2, s_4, s_5

Berdasarkan tabel 3.2 halaman 43, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk simetri putar dan simetri lipat di atas:

$\circ$	1	r_1	r_2	r_3	s_1	s_2	s_4	s_5
1	1	r_1	r_2	r_3	s_1	s_2	s_4	s_5
r_1	r_1	r_2	r_3	1	s_5	s_4	s_1	s_2
r_2	r_2	r_3	1	r_1	s_2	s_1	s_5	s_4
r_3	r_3	1	r_1	r_2	s_4	s_5	s_2	s_1
s_1	s_1	s_4	s_2	s_5	1	r_2	r_1	r_3
s_2	s_2	s_5	s_1	s_4	r_2	1	r_3	r_1
s_4	s_4	s_2	s_5	s_1	r_3	r_1	1	r_2
s_5	s_5	s_1	s_4	s_2	r_1	r_3	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

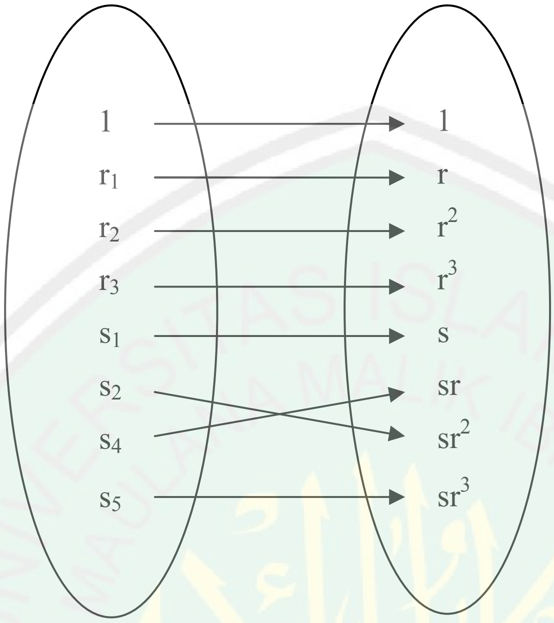


r_1, r_2, r_3 adalah simetri putar-simetri putar pada samping kubus.

Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat dari kubus dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada kubus yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada grup

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dihedral (D_8) sebagai berikut:



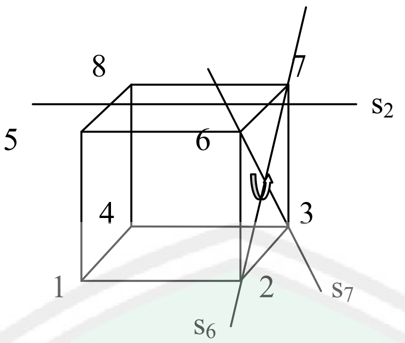
2) 1, r_4, r_5, r_6, s_2, s_3, s_6, s_7

Berdasarkan tabel 3.2 halaman 43, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk rotasi dan refleksi di atas:

∘	1	r_4	r_5	r_6	s_2	s_3	s_6	s_7
1	1	r_4	r_5	r_6	s_2	s_3	s_6	s_7
r_4	r_4	r_5	r_6	1	s_7	s_6	s_2	s_3
r_5	r_5	r_6	1	r_4	s_3	s_2	s_7	s_6
r_6	r_6	1	r_4	r_5	s_6	s_7	s_3	s_2
s_2	s_2	s_6	s_3	s_7	1	r_5	r_4	r_6
s_3	s_3	s_7	s_2	s_6	r_5	1	r_6	r_4
s_6	s_6	s_3	s_7	s_2	r_6	r_4	1	r_5
s_7	s_7	s_2	s_6	s_3	r_4	r_6	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

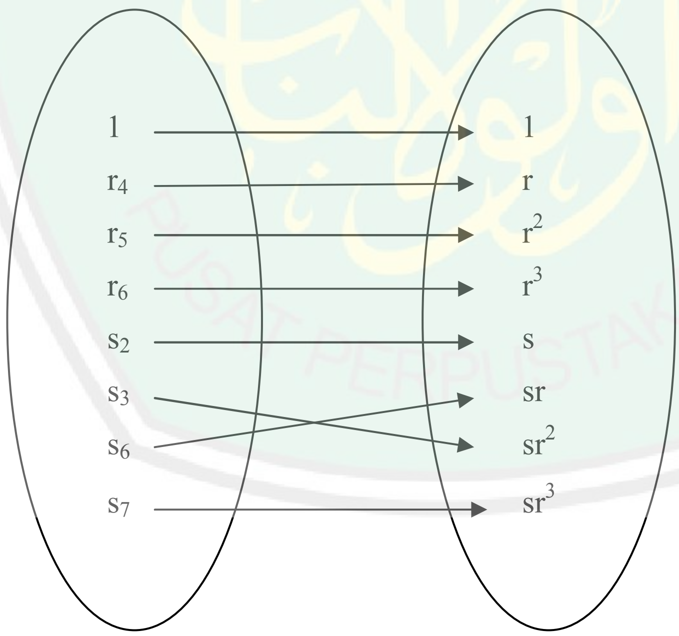
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



83

r_4, r_5, r_6 adalah rotasi-rotasi pada samping kubus

Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat dari kubus dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada kubus yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat padagrup dihedral (D_8) sebagai berikut:



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

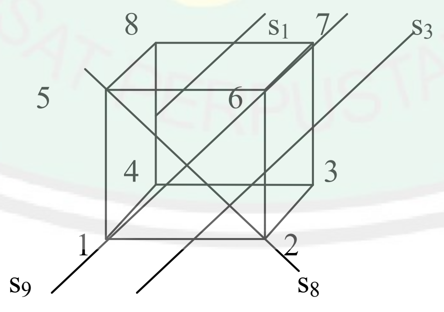
3) 1, r_7, $r_{8,}$ $r_{9,}$ s_1, s_3, s_8, s_9

Berdasarkan tabel 3.2 halaman 43, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk rotasi dan

refleksi di atas:

$\circ$	1	r_7	r_8	r_9	s_1	s_3	s_8	s_9
1	1	r_7	r_8	r_9	s_1	s_3	s_8	s_9
r_7	r_7	r_8	r_9	1	s_8	s_9	s_3	s_1
r_8	r_8	r_9	1	r_7	s_3	s_1	s_9	s_8
r_9	r_9	1	r_7	r_8	s_9	s_8	s_1	s_3
s_1	s_1	s_9	s_3	s_8	1	r_8	r_9	r_7
s_3	s_3	s_8	s_1	s_9	r_8	1	r_7	r_9
s_8	s_8	s_1	s_9	s_3	r_7	r_9	1	r_8
s_9	s_9	s_3	s_8	s_1	r_9	r_7	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

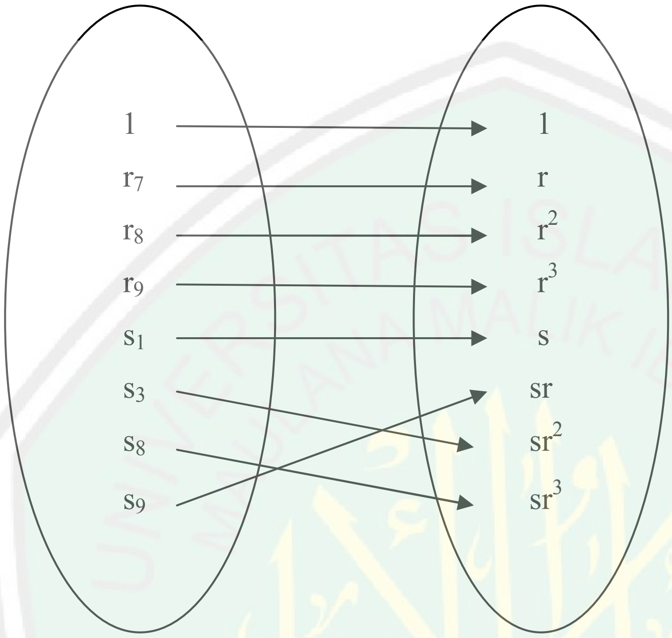


r_7, r_8, r_9 adalah rotasi pada depan kubus

Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat dari kubus dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada kubus yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada grup

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dihedral (D_8) sebagai berikut:

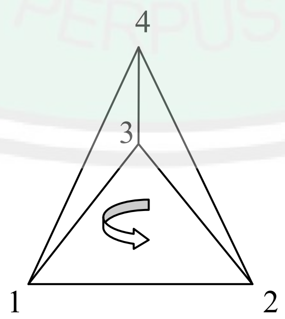


3.2 Limas Segitiga Beraturan

3.2.1 Simetri Putar (Rotasi)

Di bawah ini adalah hasil-hasil rotasi yang dilakukan pada limas segitiga beraturan.

1.Simetri putar pada bidang 123 limas segitiga beraturan



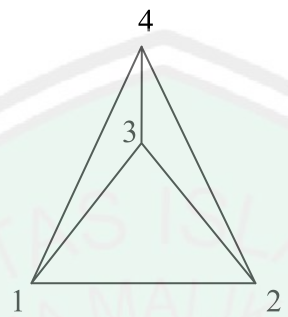
$r_1 = (1\ \ 2\ \ 3)\ (4)$, simetri putar sebesar 120°

$r_2 = (1\ \ 3\ \ 2)\ (4)$, simetri putar sebesar 240°

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

r_3 = (1) (2) (3) (4), simetri putar sebesar 360°

2. Simetri putar pada bidang 124 limas segitiga beraturan

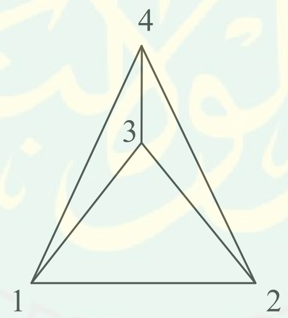


r_4 = (1 2 4) (3), simetri putar sebesar 120°

r_5 = (1 4 2) (3), simetri putar sebesar 240°

r_6 = (1) (2) (3) (4), simetri putar sebesar 360°

3. Simetri putar pada bidang 234 limas segitiga beraturan



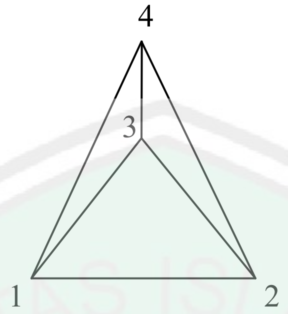
r_7 = (1) (2 3 4), simetri putar sebesar 120°

r_8 = (1) (2 4 3), simetri putar sebesar 240°

r_9 = 1 = (1) (2) (3) (4), simetri putar sebesar 360°

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4. Simetri putar pada bidang 134 limas segitiga beraturan



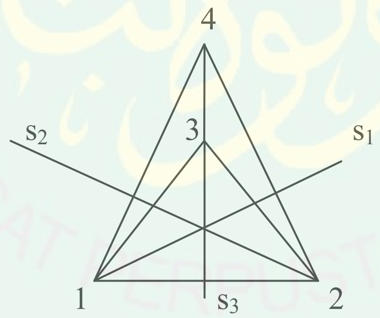
r_{10} = (1 4 3) (2), simetri putar sebesar 120°

r_{11} = (1 3 4) (2), simetri putar sebesar 240°

r_{12} = 1 = (1) (2) (3) (4), simetri putar sebesar 360°

3.2.2 Simetri Lipat (Refleksi)

1) Simetri lipat pada bidang 123



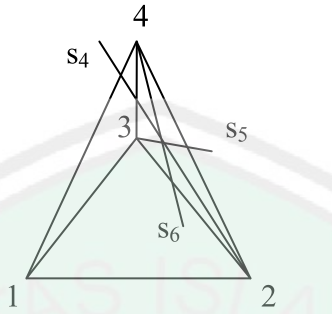
s_1 = (1) (2 3) (4)

s_2 = (1 3) (2) (4)

s_3 = (1 2) (3) (4)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2) Simetri lipat pada bidang 234

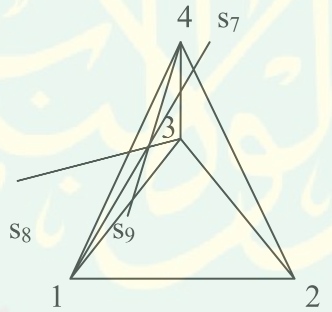


$s_4 = (1)\ (2)\ (3\ 4)$

$s_5 = (1)\ (3)\ (2\ \ 4)$

$s_6 = (1)\ (2\ \ 3)\ (4)$

3) Simetri lipat pada bidang 134

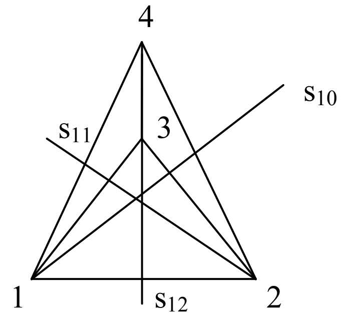


$s_7 = (1)\ (2)\ (3\ 4)$

$s_8 = (1\ \ 4)\ (2)\ (3)$

$s_9 = (1\ \ 3)\ (2)\ (4)$

4) Simetri lipat pada bidang 124



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

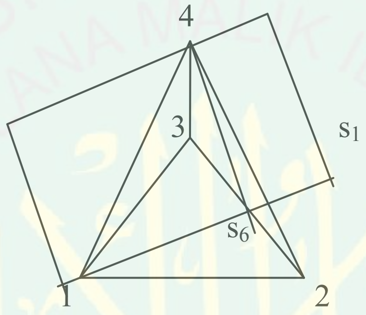
$s_{10} = (1)\ (3)\ (2\ \ 4)$

$s_{11} = (1\ 4)\ (2)\ (3)$

$s_{12} = (1\ \ 2)\ (3)\ (4)$

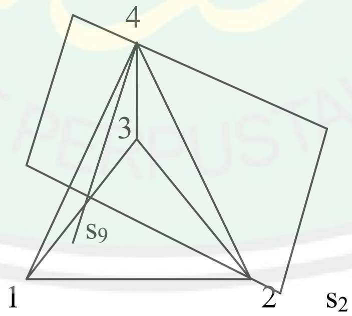
Berdasarkan hasil simetri lipat di atas, dapat diketahui bahwa

a. s_1 tegaklurus dengan s_6



s_1 tegaklurus dengan s_6, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat membentuk grup.

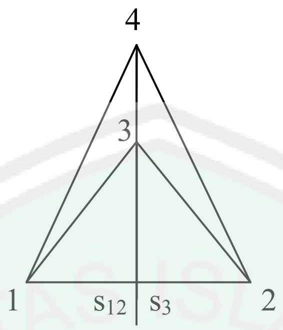
b. s_2 tegaklurus dengan s_9



s_2 tegaklurus dengan s_9, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat membentuk grup.

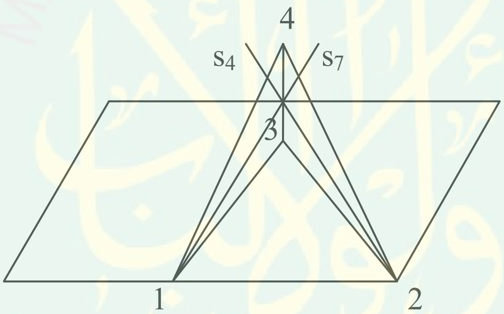
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

c. s_3 tegaklurus dengan s_{12}



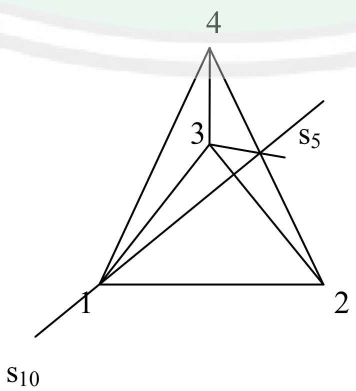
s_3 tegaklurus dengan s_{12}, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat membentuk grup.

e. s_4 tegaklurus dengan s_7



s_4 tegaklurus dengan s_7, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat membentuk grup.

f. s_5 tegaklurus dengan s_{10}

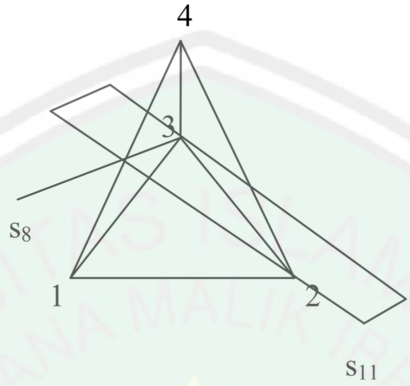


s_3 tegaklurus dengan s_{12}, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

membentuk grup.

f. s_8 tegaklurus dengan s_{11}



s_8 tegaklurus dengan s_{11}, oleh karena itu kedua simetri lipat tersebut dapat membentuk grup.

Berikut merupakan tabel hasil simetri putar dan simetri lipat pada kubus di atas:

Tabel 3.50: Hasil Simetri Putar dan Simetri Lipat

Simetri putar	**Simetri lipat**
r_1 = (1 2 3) (4)	s_1 = (1) (2 3) (4)
r_2 = (1 3 2) (4)	s_2 = (1 3) (2) (4)
r_3 = (1) (2) (3) (4)	s_3 = (1 2) (3) (4)
r_4 = (1 2 4) (3)	s_4 = (1) (2) (3 4)
r_5 = (1 4 2) (3)	s_5 = (1) (3) (2 4)
r_7 = (1) (2 3 4)	s_8 = (1 4) (2) (3)
r_8 = (1) (2 4 3)	
r_{10} = (1 4 3) (2)	
r_{11} = (1 3 4) (2)	

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.2.3 Tabel Cayley

Dengan operasi komposisi untuk simetri putar dan simetri lipat tersebut disajikan pada tabel Cayley berikut:

Tabel 3.51: Tabel cayley

$\circ$	1	r_1	r_2	r_4	r_5	r_7	r_8	r_{10}	r_{11}	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_8
1	1	r_1	r_2	r_4	r_5	r_7	r_8	r_{10}	r_{11}	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_8
r_1	r_1	r_2	1	-	r_{10}	-	r_4	-	r_7	s_3	s_1	s_2	-	-	-
r_2	r_2	1	r_1	r_8	-	r_{11}	-	r_5	-	s_2	s_3	s_1	-	-	-
r_4	r_4	-	r_{11}	r_5	1	r_1	-	r_8	-	-	-	s_8	-	s_3	s_5
r_5	r_5	r_7	-	1	r_4	-	r_{10}	-	r_2	-	-	s_5	-	s_8	s_3
r_7	r_7	-	r_5	r_{11}	-	r_8	1	r_1	-	s_5	-	-	s_1	s_4	-
r_8	r_8	r_{10}	-	-	r_2	1	r_7	-	r_4	s_4	-	-	s_5	s_1	-
r_{10}	r_{10}	-	r_8	r_1	-	r_5	-	r_{11}	1	-	s_4	-	s_8	-	s_2
r_{11}	r_{11}	r_4	-	-	r_7	-	r_2	1	r_{10}	-	s_8	-	s_2	-	s_4
s_1	s_1	s_2	s_3	-	-	s_4	s_5	-	-	1	r_1	r_2	r_5	r_8	-
s_2	s_2	s_3	s_1	-	-	-	-	s_8	s_4	r_2	1	r_1	r_{11}	-	r_{10}
s_3	s_3	s_1	s_2	s_5	s_8	-	-	-	-	r_1	r_2	1	-	r_4	r_5
s_4	s_4	-	-	-	-	s_5	s_1	s_2	s_8	r_8	r_{10}	-	1	r_7	r_{11}
s_5	s_5	-	-		s_3	s_1	s_4	-	-	r_7	-	r_5	r_8	1	r_4
s_8	s_8	-	-	s_3		-	-	s_4	s_2	-	r_{11}	r_4	r_{10}	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

3.2.4 Rotasi Yang Membentuk Grup

Di bawah ini merupakan rotasi-rotasi yang membentuk grup yaitu:

1). 1, r_1, r_2

Misal $C_1 = \{1, r_1, r_2\}$

Tabel 3.52: $(C_1,\circ)$

$\circ$	1	r_1	r_2
1	1	r_1	r_2
r_1	r_1	r_2	1
r_2	r_2	1	r_1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $r_1 \circ 1 = r_1$ $\quad$ $r_2 \circ 1 = 1 \circ r_2 = r_2$

$1 \circ r_1 = r_1$ $\quad$ $r_1 \circ r_2 = 1$ $\quad$ $r_2 \circ r_2 = r_1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$r_1 \circ 1 = 1 \circ r_1 = r_1$ $r_1 \circ r_1 = r_2$ $r_2 \circ 1 = r_2$

$1 \circ r_2 = r_2$ $r_2 \circ r_1 = 1$

$r_1 \circ r_2 = r_2 \circ r_1 = 1 \circ 1 = 1$

2). 1, r_4, r_5

Misal $C_2 = \{1, r_4, r_5\}$

Tabel 3.53: $(C_2,\circ)$

$\circ$	1	r_4	r_5
1	1	r_4	r_5
r_4	r_4	r_5	1
r_5	r_5	1	r_4

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $r_4 \circ 1 = r_4$ $r_5 \circ 1 = 1 \circ r_5 = r_5$

$1 \circ r_4 = r_4$ $r_4 \circ r_5 = 1$ $r_5 \circ r_5 = r_4$

$r_4 \circ 1 = 1 \circ r_4 = r_4$ $r_4 \circ r_4 = r_5$ $r_5 \circ 1 = r_5$

$1 \circ r_5 = r_5$ $r_5 \circ r_4 = 1$

$r_4 \circ r_5 = r_5 \circ r_4 = 1 \circ 1 = 1$

3). 1, r_7, r_8

Misal $C_3 = \{1, r_7, r_8\}$

Tabel 3.54: $(C_3,\circ)$

$\circ$	1	r_7	r_8
1	1	r_7	r_8
r_7	r_7	r_8	1
r_8	r_8	1	r_7

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1 \circ 1 = 1$ $r_7 \circ 1 = r_7$ $r_8 \circ 1 = 1 \circ r_8 = r_8$

$1 \circ r_7 = r_7$ $r_7 \circ r_8 = 1$ $r_8 \circ r_8 = r_7$

$r_7 \circ 1 = 1 \circ r_7 = r_7$ $r_7 \circ r_7 = r_8$ $r_8 \circ 1 = r_8$

$1 \circ r_8 = r_8$ $r_8 \circ r_7 = 1$

$r_7 \circ r_8 = r_8 \circ r_7 = 1 \circ 1 = 1$

4). $1, r_{10}, r_{11}$

Misal $C_4 = \{1, r_{10}, r_{11}\}$

Tabel 3.55: $(C_4,\circ)$

$\circ$	1	r_{10}	r_{11}
1	1	r_{10}	r_{11}
r_{10}	r_{10}	r_8	1
r_{11}	r_{11}	1	r_{10}

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $r_{10} \circ 1 = r_{10}$ $r_{11} \circ 1 = 1 \circ r_{11} = r_{11}$

$1 \circ r_{10} = r_{10}$ $r_{10} \circ r_{11} = 1$ $r_{11} \circ r_{11} = r_{10}$

$r_{10} \circ 1 = 1 \circ r_{10} = r_{10}$ $r_{10} \circ r_{10} = r_{11}$ $r_{11} \circ 1 = r_{11}$

$1 \circ r_{11} = r_{11}$ $r_{11} \circ r_{10} = 1$

$r_{10} \circ r_{11} = r_{11} \circ r_{10} = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.2.5 Refleksi Yang Membentuk Grup

Berdasarkan tabel Cayley di atas terlihat bahwa terdapat refleksi yang membentuk grup. Di bawah ini merupakan grup dari refleksi-refleksi tersebut, yaitu:

1). 1, s_1

Misal $D_1 = \{1, s_1\}$

Tabel 3.56: $(D_1,\circ)$

$\circ$	1	s_1
1	1	s_1
s_1	s_1	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $s_1 \circ 1 = s_1$

$1 \circ s_1 = s_1$ $\quad$ $s_1 \circ s_1 = 1$

$s_1 \circ 1 = 1 \circ s_1 = s_1$ $\quad$ $s_1 \circ s_1 = 1 \circ 1 = 1$

2). 1, s_2

Misal $D_2 = \{1, s_2\}$

Tabel 3.57: $(D_2,\circ)$

$\circ$	1	s_2
1	1	s_2
s_2	s_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\quad$ $s_2 \circ 1 = s_2$

$1 \circ s_2 = s_2$ $\quad$ $s_2 \circ s_2 = 1$

$s_2 \circ 1 = 1 \circ s_2 = s_2$ $\quad$ $s_2 \circ s_2 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3). 1, s_3

Misal $D_3 = \{1, s_3\}$

Tabel 3.58: $(D_3,\circ)$

$\circ$	1	s_3
1	1	s_3
s_3	s_3	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_3 \circ 1 = s_3$

$1 \circ s_3 = s_3$ $\qquad$ $s_3 \circ s_3 = 1$

$s_3 \circ 1 = 1 \circ s_3 = s_3$ $\qquad$ $s_3 \circ s_3 = 1 \circ 1 = 1$

4). 1, s_4

Misal $D_4 = \{1, s_4\}$

Tabel 3.59: $(D_4,\circ)$

$\circ$	1	s_4
1	1	s_4
s_4	s_4	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad$ $s_4 \circ 1 = s_4$

$1 \circ s_4 = s_4$ $\qquad$ $s_4 \circ s_4 = 1$

$s_4 \circ 1 = 1 \circ s_4 = s_4$ $\qquad$ $s_4 \circ s_4 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5). 1, s_5

Misal $D_5 = \{1, s_5\}$

Tabel 3.60: $(D_5,\circ)$

$\circ$	1	s_5
1	1	s_5
s_5	s_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad s_5 \circ 1 = s_5$

$1 \circ s_5 = s_5$ $\qquad s_5 \circ s_5 = 1$

$s_5 \circ 1 = 1 \circ s_5 = s_5$ $\qquad s_5 \circ s_5 = 1 \circ 1 = 1$

6). 1, s_8

Misal $D_6 = \{1, s_8\}$

Tabel 3.61: $(D_6,\circ)$

$\circ$	1	s_8
1	1	s_8
s_8	s_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

$1 \circ 1 = 1$ $\qquad s_8 \circ 1 = s_8$

$1 \circ s_8 = s_8$ $\qquad s_8 \circ s_8 = 1$

$s_8 \circ 1 = 1 \circ s_8 = s_8$ $\qquad s_8 \circ s_8 = 1 \circ 1 = 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.2.6 Rotasi dan Refleksi Yang Membentuk Grup

Secara keseluruhan, simetri putar dan simetri lipat pada limas segitiga beraturan tersebut tidak membentuk grup. Namun, terdapat simetri putar dan simetri lipat tertentu yang membentuk grup yaitu :

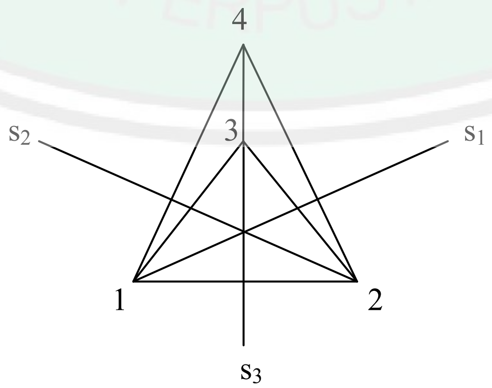
1). $1, r_1, r_2, s_1, s_2, s_3$

Misal $E_1 = \{1, r_1, r_2, s_1, s_2, s_3\}$

Tabel 3.62: $(E_1,\circ)$

$\circ$	1	r_1	r_2	s_1	s_2	s_3
1	1	r_1	r_2	s_1	s_2	s_3
r_1	r_1	r_2	1	s_3	s_1	s_2
r_2	r_2	1	r_1	s_2	s_3	s_1
s_1	s_1	s_2	s_3	1	r_1	r_2
s_2	s_2	s_3	s_1	r_2	1	r_1
s_3	s_3	s_1	s_2	r_1	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



r_1 ,r_2 adalah simetri putar pada bidang 123 dan s_1, s_2, s_3 simetri lipat pada bidang 123.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat-simetri lipatnya memotong setiap sisi dari bidang yang disimetriputarkan.

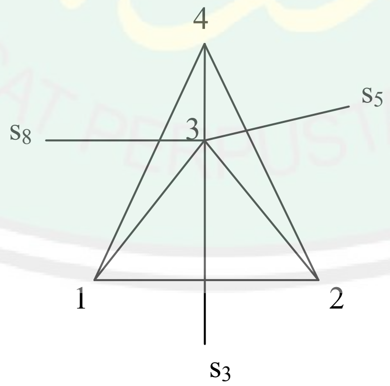
2). 1, r_4, r_5, s_3, s_5, s_8

Misal $E_2 = \{1, r_4, r_5, s_3, s_5, s_8\}$

Tabel 3.63: (E_2,∘)

∘	1	r_4	r_5	s_3	s_5	s_8
1	1	r_4	r_5	s_3	s_5	s_8
r_4	r_4	r_5	1	s_8	s_3	s_5
r_5	r_5	1	r_4	s_5	s_8	s_3
s_3	s_3	s_5	s_8	1	r_4	r_5
s_5	s_5	s_8	s_3	r_5	1	r_4
s_8	s_8	s_3	s_5	r_4	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat-simetri lipatnya memotong setiap sisi dari bidang yang disimetriputarkan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

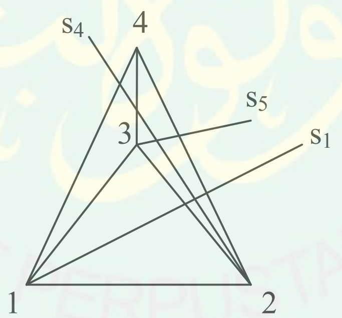
3). 1, r_7, r_8, s_1, s_4, s_5

Misal $E_3 = \{1, r_7, r_8, s_1, s_4, s_5\}$

Tabel 3.64: $(E_3,\circ)$

$\circ$	1	r_7	r_8	s_1	s_4	s_5
1	1	r_7	r_8	s_1	s_4	s_5
r_7	r_7	r_8	1	s_5	s_1	s_5
r_8	r_8	1	r_7	s_4	s_5	s_1
s_1	s_1	s_4	s_5	1	r_7	r_8
s_4	s_4	s_5	s_1	r_8	1	r_7
s_5	s_5	s_1	s_4	r_7	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetrilipat-simetri lipatnya memotong setiap sisi dari bidang yang dirotasikan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

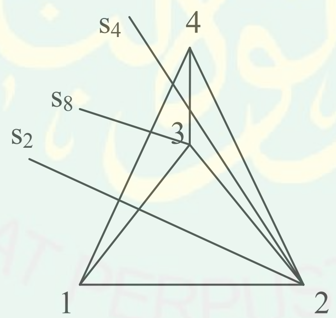
4). 1, r_{10}, r_{11}, s_2, s_4, s_8

Misal $E_4 = \{1, r_{10}, r_{11}, s_2, s_4, s_8\}$

Tabel 3.65: (E_4,∘)

∘	1	r_{10}	r_{11}	s_2	s_4	s_8
1	1	r_{10}	r_{11}	s_2	s_4	s_8
r_{10}	r_{10}	r_{11}	1	s_4	s_8	s_2
r_{11}	r_{11}	1	r_{10}	s_8	s_2	s_4
s_2	s_2	s_8	s_4	1	r_{11}	r_{10}
s_4	s_4	s_2	s_8	r_{10}	1	r_{11}
s_8	s_8	s_4	s_2	r_{11}	r_{10}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Simetri putar dan simetri lipat tersebut membentuk grup karena simetri lipat-simetri lipatnya memotong setiap sisi dari bidang yang disimetriputarkan.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa himpunan simetri putar dan simetri lipat limas segitiga beraturan yang membentuk grup tersebut isomorfik dengan grup dihedral D_6. Sehingga dari uraian tersebut diperoleh teorema:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Teorema

Himpunan simetri putar dan smetri lipati pada limas segitiga beraturan yang membentuk grup isomorfik dengan grup dihedral D_6 yakni simetri lipat-simetri lipatnya memotong setiap sisi dari bidang yang disimetriputarkan.

Bukti:

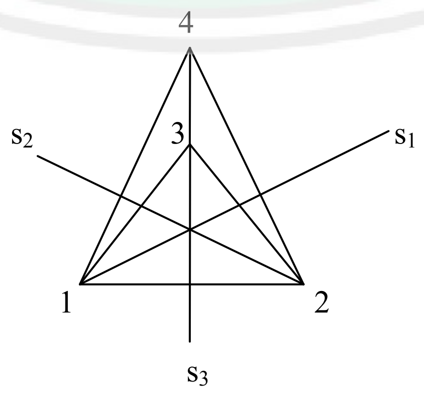
1). 1, r_1, r_2, s_1, s_2, s_3

Berdasarkan tabel 3.51 halaman 92, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk simetri putar dan simetri lipat di atas:

Tabel 3.62: (E_1,∘)

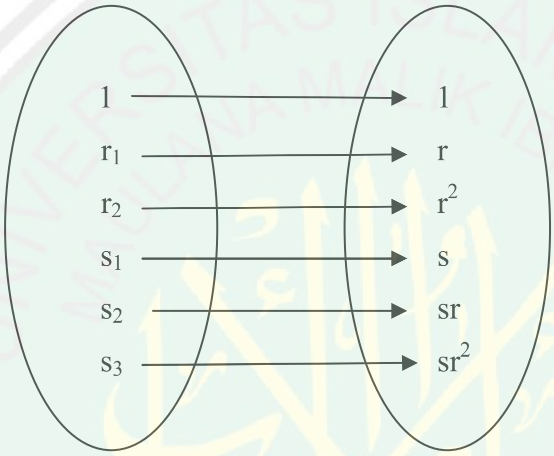
∘	1	r_1	r_2	s_1	s_2	s_3
1	1	r_1	r_2	s_1	s_2	s_3
r_1	r_1	r_2	1	s_3	s_1	s_2
r_2	r_2	1	r_1	s_2	s_3	s_1
s_1	s_1	s_2	s_3	1	r_1	r_2
s_2	s_2	s_3	s_1	r_2	1	r_1
s_3	s_3	s_1	s_2	r_1	r_2	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat limas segitiga beraturan dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada limas segitiga beraturan yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada Dihedral (D_6) sebagai berikut:



2). 1, r_4, r_5, s_3, s_5, s_8

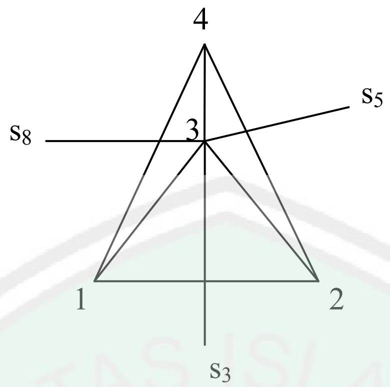
Berdasarkan tabel 3.51 halaman 92, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk simetri putar dan simetri lipat di atas:

Tabel 3.63: (E_2,∘)

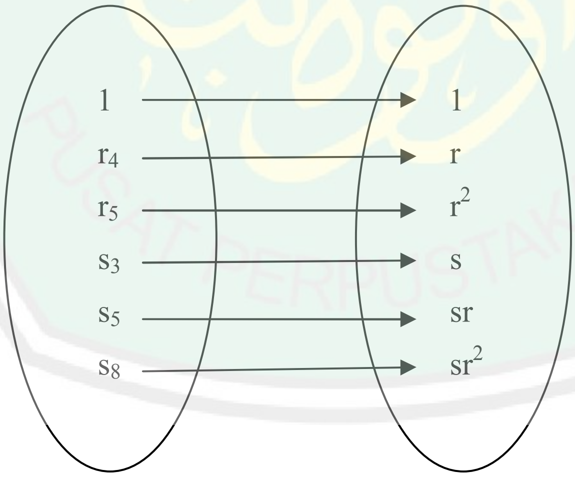
∘	1	r_4	r_5	s_3	s_5	s_8
1	1	r_4	r_5	s_3	s_5	s_8
r_4	r_4	r_5	1	s_8	s_3	s_5
r_5	r_5	1	r_4	s_5	s_8	s_3
s_3	s_3	s_5	s_8	1	r_4	r_5
s_5	s_5	s_8	s_3	r_5	1	r_4
s_8	s_8	s_3	s_5	r_4	r_5	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat limas segitiga beraturan dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada limas segitiga beraturan yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada grup dihedral (D_6) sebagai berikut:



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

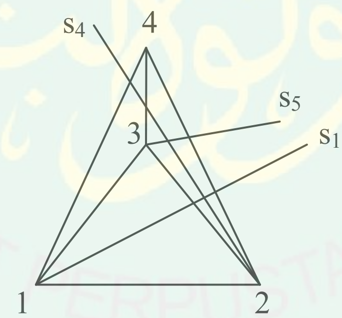
3). 1, r_7, r_8, s_1, s_4, s_5

Berdasarkan tabel 3.51 halaman 92, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk simetri putar dan simetri lipat di atas:

Tabel 3.64: (E_3,∘)

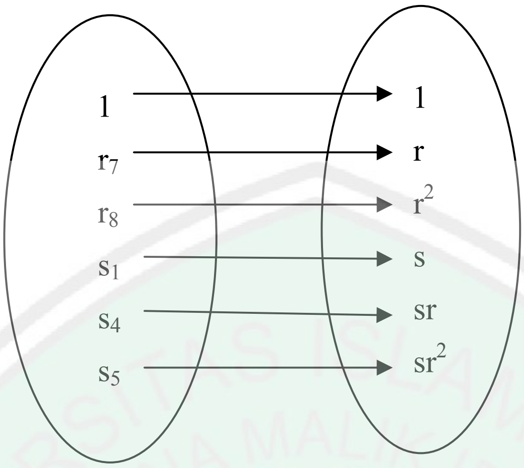
∘	1	r_7	r_8	s_1	s_4	s_5
1	1	r_7	r_8	s_1	s_4	s_5
r_7	r_7	r_8	1	s_5	s_1	s_5
r_8	r_8	1	r_7	s_4	s_5	s_1
s_1	s_1	s_4	s_5	1	r_7	r_8
s_4	s_4	s_5	s_1	r_8	1	r_7
s_5	s_5	s_1	s_4	r_7	r_8	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011



Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat limas segitiga beraturan dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada limas segitiga beraturan yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada Dihedral (D_6) sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



4). 1, r_{10}, r_{11}, s_2, s_4, s_8

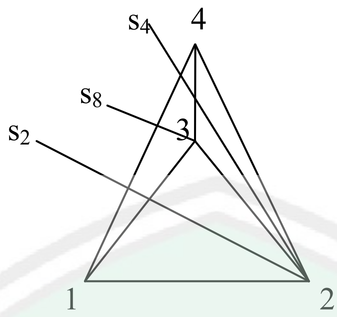
Berdasarkan tabel 3.51 halaman 92, di bawah ini adalah tabel Cayley untuk simetri putar dan simetri lipat di atas:

Tabel 3.65: (E_4,∘)

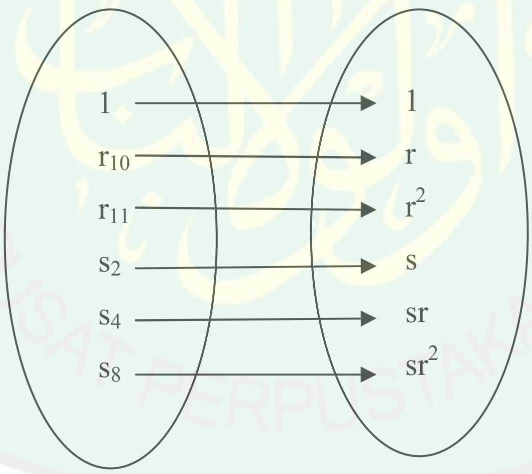
∘	1	r_{10}	r_{11}	s_2	s_4	s_8
1	1	r_{10}	r_{11}	s_2	s_4	s_8
r_{10}	r_{10}	r_{11}	1	s_4	s_8	s_2
r_{11}	r_{11}	1	r_{10}	s_8	s_2	s_4
s_2	s_2	s_8	s_4	1	r_{11}	r_{10}
s_4	s_4	s_2	s_8	r_{10}	1	r_{11}
s_8	s_8	s_4	s_2	r_{11}	r_{10}	1

Sumber, Analisis Penulis: 2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Untuk menunjukkan isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat limas segitiga beraturan dengan grup dihedral maka cukup ditunjukkan ada korespondensi satu-satu antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada limas segitiga beraturan yang membentuk grup dan himpunan dari simetri putar dan simetri lipat pada Dihedral (D_6) sebagai berikut:



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Pada bab sebelumnya telah di bahas tentang isomorfisme antara himpunan simetri putar dan simetri lipat pada kubus dan limas segitiga beraturan dengan grup dihedral. Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pada kubus, simetri putar dan simetri lipat yang membentuk grup adalah simetri lipat yang tegak lurus dan melalui diagonal bidang yang disimetriputarkan. Grup yang terbentuk isomorfik dengan grup dihedral (D_8).
2. Pada limas segitiga beraturan, simetri putar dan simetri lipat yang membentuk grup adalah simetri putar yang memotong setiap sisi dari bidang yang disimetriputarkan. Grup yang terbentuk isomorfik dengan grup dihedral (D_6).

4.2 Saran

Dalam penelitian ini, penulis meneliti dan mencari rotasi dan refleksi yang membentuk grup pada kubus dan limas segitiga beraturan yang isomorfik dengan grup dihedral. Selain bangun ruang tersebut masih banyak bangun ruang lainnya. Oleh karena itu, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik dengan permasalahan ini untuk mengembangkannya dengan meneliti dan mencari grup permutasi yang isomorfik dengan grup dihedral pada bangun ruang lainnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Barnet Rich. 2001. *Outline of Geometry*. London : The Mcgraw-Hill Companies.

Bartle dan Sherbert. 1982. *Introduction to Real Analysis*. Singapore : Singapore for Manufacture and Export.

Dummit David S. 1991. *Abstract Algebra.* Prentice-Hall International : United States of America.

Mustafa Ahmad Al Maragi. 1974. *Tafsir Al Maragi*. Semarang : Toha Putra Semarang.

Muhammad bin Abdullah bin ‘Abdurrahman bin Ishaq Alu Syaikh. 1994. *Lubaabut Tafsiir Min Ibni Katsiir.* Kairo : Mu-assasah Daar al-Hilal.

Raisinghania, M.D dan Aggarwal. 1980. *Modern Algebra.* New Delhi : S.Chand Company.

Wallace D.A.R. 1998. *Groups, Rings, and Fields*. Springer- Verlag.

http://www.oanda.com/confert/fxhistory.

http://www.west line.com.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG