PERSAMAAN FUZZY

SKRIPSI

Oleh:
ELVA RAVITA SARI
NIM. 08610007

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSAMAAN FUZZY

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
ELVA RAVITA SARI
NIM. 08610007

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2012

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSAMAAN FUZZY

SKRIPSI

Oleh:
ELVA RAVITA SARI
NIM. 08610007

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 15 Agustus 2012

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Evawati Alisah, M.Pd	**Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd**
NIP. 19720604 199903 2 001	**NIP. 19770521 200501 2 004**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSAMAAN FUZZY

SKRIPSI

Oleh:
ELVA RAVITA SARI
NIM. 08610007

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 3 September 2012

Penguji Utama:	**Abdussakir, M.Pd** **NIP. 19751006 200312 1 001**	.....
Ketua Penguji:	**H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd** **NIP. 19710420 200003 1 003**	.....
Sekretaris Penguji:	**Evawati Alisah, M.Pd** **NIP. 19720604 199903 2 001**	.....
Anggota Penguji:	**Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd** **NIP. 19770521 200501 2 004**	.....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Elva Ravita Sari

NIM : 08610007

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 14 Agustus 2012

Yang membuat pernyataan,

Elva Ravita Sari

NIM. 08610007

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝ إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝

"Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan,
Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."
(Q.S. Alam Nasyrah/95: 5-6)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

HALAMAN PERSEMBAHAN

بِسْمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحْمَـٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Skripsi ini dipersembahkan sebagai tanda bukti kepada

Bapak M. Sya'roni dan Ibu Nyamik Asih tersayang dan tercinta, yang telah menjembatani antara jurang "yang telah dilakukan" dan "yang harus dilakukan" dengan do'a dan kasih sayang yang tak ternilai harganya

Kakak-kakak Dewi Sayyidatun Ni'mah dan M. Irfan Sazaly serta adik Fachrur Rozi Ali yang selalu memberi motivasi, inspirasi dan kasih sayang yang tulus agar dapat mengasihi diri sendiri, menatap lebih baik dan mengajarkan akan kesungguhan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil 'alamin, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi besar Muhammad SAW sebagai *Uswatun Hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullahu ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu selesainya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan pengarahan dan pengalaman yang berharga.
4. Evawati Alisah, M.Pd selaku dosen pembimbing I dan Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.
5. Seluruh dosen Jurusan Matematika, terimakasih atas seluruh ilmu, nasihat, dan bimbingannya, serta telah mengajarkan arti kehidupan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Bapak, Ibu, dan keluarga tercinta, yang senantiasa memberikan do'a dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu.
7. Sahabat-sahabat Desi Ayu Anisianti, Kurnia Irianti, Shofiatul Inayah, Anang Fakhmi, Oky Dwi Ardian, M. Izzat Ubaidillah, M. Mahfud Suyudi, Tri Wahyudianto yang telah mengajarkan adanya pelangi dalam kehidupan, pengalaman berharga dan kenangan dalam hidup, kebersamaan, tawa dan kebahagiaan, selalu menemani dan memberikan semangat.
8. Teman-teman Matematika angkatan 2008, terima kasih atas do'a serta kenangan yang kalian berikan.
9. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, atas keikhlasan bantuan moral dan spiritual, penulis ucapkan terima kasih.

Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan khususnya ilmu matematika. *Amin Yaa Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 14 Agustus 2012

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
HALAMAN MOTTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR vii
DAFTAR ISI ix
DAFTAR GAMBAR xi
ABSTRAK xii
ABSTRACT xiii
الملخص xiv
BAB I PENDAHULUAN ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.1. Latar Belakang ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.2. Rumusan Masalah ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.3. Tujuan Penelitian ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.4. Batasan Masalah ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.5. Manfaat Penelitian ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.6. Metode Penelitian ..... **Error! Bookmark not defined.**
1.7. Sistematika Penulisan ..... **Error! Bookmark not defined.**
BAB II KAJIAN PUSTAKA ..... **Error! Bookmark not defined.**
2.1. Persamaan Linier ..... **Error! Bookmark not defined.**
2.2. Logika Fuzzy (*Fuzzy Logic*) ..... **Error! Bookmark not defined.**
2.3. Himpunan Fuzzy (*Fuzzy Set*) ..... **Error! Bookmark not defined.**
2.4. Operasi Dasar Himpunan Fuzzy ..... **Error! Bookmark not defined.**
2.5. Fungsi Keanggotaan ..... **Error! Bookmark not defined.**

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.6. α-*cut* .....**Error! Bookmark not defined.**

2.7. Klasifikasi Berdasarkan Fungsi Keanggotaan.....**Error! Bookmark not defined.**

2.8. Operasi Aritmetika Fuzzy.....**Error! Bookmark not defined.**

2.9. Bilangan Fuzzy.....**Error! Bookmark not defined.**

BAB III PEMBAHASAN.....**Error! Bookmark not defined.**

3.1. Persamaan Fuzzy.....**Error! Bookmark not defined.**

3.2. Fuzzy dalam Al-Qur'an.....**Error! Bookmark not defined.**

BAB IV PENUTUP .....**Error! Bookmark not defined.**

4.1. Kesimpulan.....**Error! Bookmark not defined.**

4.2. Saran.....**Error! Bookmark not defined.**

DAFTAR PUSTAKA

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Himpunan Tegas (*Crisp Set*) .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.2. Himpunan Fuzzy .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.3. Grafik dari Fungsi Keanggotaan $\mu_A(x)$**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.4. Representasi Linier Naik .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.5. Representasi Linier Turun .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.6. Kurva Segitiga .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.7. Kurva Trapesium .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.8. Karakteristik Fungsi Kurva-S.....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.9. Karakteristik Fungsi Kurva π .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.10. Karakteristik Fungsi Kurva β .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.11. Karakteristik Fungsi Kurva γ .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.12. Ilustrasi α-*cut* pada Grafik Fungsi Suatu Himpunan Fuzzy A.....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.13. Himpunan Fuzzy Normal dan Subnormal**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.14. Himpunan Fuzzy Konvek dan Himpunan Fuzzy Tak Konvek .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.15. Bilangan Tegas yang Digambarkan dalam Himpunan Fuzzy .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.16. Himpunan Fuzzy Normal dan Konvek dengan *Support* Tidak Terbatas .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.17. Himpunan Fuzzy Konvek dan *Support* Terbatas, Tetapi Tidak Normal.....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2.18. Himpunan Fuzzy Normal dan Konvek dengan *Support* Terbatas .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3.1. Fungsi Keanggotaan Segitiga $(x; a, b, c)$**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3.2. Representasi Logika Fuzzy.....**Error! Bookmark not defined.**

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Sari, Elva Ravita. 2012. **Persamaan Fuzzy.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing: I. Evawati Alisah, M.Pd
II. Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd

Kata Kunci: *Bilangan Fuzzy, Operasi Aritmetika, dan Persamaan Fuzzy.*

Bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari bilangan tegas. Misalkan A adalah himpunan fuzzy dalam semesta himpunan semua bilangan riil R, maka A disebut bilangan fuzzy jika memenuhi empat sifat diantaranya yaitu: himpunan fuzzy normal, mempunyai *support* $S(A)$ yang terbatas, semua A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in [0,1]$ dalam R, dan konveks.

Operasi aritmetika pada bilangan fuzzy dilakukan dengan memanfaatkan α-cut yang berbentuk interval tertutup dengan menggunakan fungsi keanggotaan bentuk segitiga, karena bentuk ini sederhana dan sudah memenuhi syarat keanggotaan bilangan fuzzy, dan sudah mewakili dari representasi fungsi keanggotaan bentuk yang lainnya.

Persamaan fuzzy adalah kombinasi dari bilangan fuzzy dan operasi aritmetika fuzzy. Misalkan A dan B adalah bilangan fuzzy pada semesta R dengan fungsi keanggotaan masing-masing μ_A dan μ_B. $*$ adalah empat operasi aritmetika dasar pada R, maka operasi $A * B$ yaitu $(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$. Selama $(A * B)_\alpha$ adalah interval tertutup untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, dan A dan B adalah bilangan fuzzy, maka $A * B$ juga bilangan fuzzy.

Prosedur penyelesaian persamaan fuzzy yaitu dengan merepresentasikan bilangan fuzzy dalam bentuk α-cut menggunakan fungsi keanggotaan segitiga. Kemudian mengoperasikannya menggunakan operasi aritmetika pada bilangan fuzzy. Penentuan hasil operasi aritmetika pada persamaan fuzzy dilakukan dengan merepresentasikan ulang bilangan fuzzy tersebut dengan α - cut, sehingga didapatkan bilangan fuzzy baru sebagai hasil penyelesaian dari persamaan fuzzy.

Pada skripsi ini hanya memfokuskan pokok bahasan pada persamaan fuzzy. Maka dari itu, disarankan kepada pembaca untuk mengkaji lebih lanjut tentang bentuk aljabar klasik yang lainnya yaitu pertidaksamaan linier yang dikembangkan menjadi pertaksamaan fuzzy. Dapat juga mengkaji lebih lanjut tentang sistem persamaan fuzzy.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Sari, Elva Ravita. 2012. **Fuzzy Equations**. Thesis. Department of Mathematics Faculty of Science and Technology of the State Islamic University Maulana Malik Ibrahim of Malang.
Advisors: I. Evawati Alisah, M.Pd
II. Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd

Keywords: *Fuzzy Numbers, Arithmetic Operations, and Fuzzy Equations*.

Fuzzy numbers is an expansion concept of crisp numbers. To qualify as a fuzzy number, a fuzzy set A on R must possess four properties, they are: A must be a normal fuzzy set, the *support* $S(A)$ must be bounded, A_α must be a closed intervals for all $\alpha \in [0,1]$ on R, and convex.

Arithmetic operations on fuzzy numbers be represented by using α-cut is a closed intervals by using the triangular shapes of membership function, because the shape is simple and has qualified membership of fuzzy numbers, and has represented the representation of the membership functions of the other shapes.

Fuzzy equations is a combination of fuzzy numbers and arithmetic operations on fuzzy numbers. Let A and B denote fuzzy numbers of real numbers R with each membership function μ_A and μ_B. $*$ denote any of the four basic arithmetic operations on R, then $A * B$ by defining its α-cut as $(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$. Since $(A * B)_\alpha$ is a closed interval for each $\alpha \in [0,1]$ and A, B are fuzzy numbers, then $A * B$ is also fuzzy numbers.

The solving procedures of fuzzy equations is fuzzy numbers represented of α-cut using triangular membership functions. Then operate it using arithmetic operations on fuzzy numbers. The determination of the arithmetic operation on fuzzy equation is conducted by reexamining the fuzzy number with α-cut, so that obtain a new fuzzy numbers as the solution of fuzzy equation.

In this thesis focuses only on the subject of fuzzy equations. Therefore, recommended to the reader to examine more about other forms of classical algebraic, which is fuzzy inequalities. Can also learn about the system of fuzzy equations.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

الملخص

ساري, إيلفا رافيتا. ٢٠١٢. **غامض المعادلات**. الأطروحة. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا في الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.
المستشار: (١) ايفاواتى عاليسه، ماجستير في التربية.
(٢) أ رى كو سوما ستوتى، بكالوريوس في العلوم، ماجستير في التربية

الكلمات الرئيسية : أرقام ضبابي، والعمليات الحسابية، غامض المعادلات.

أرقام غامض هو امتداد لمفهوم الأرقام الكلاسيكية. افترض A هي مجموعة غامض في من كل مجموعة من R، ومن ثم دعا A أرقام غامض إذا استوفى الخصائص الأربعة مثل: A هي مجموعة غامض أمر طبيعي ، $S(A)$ هو عبارة عن مجموعة محدودة، A_α هو الفاصل الزمني مغلق للجميع $\alpha \in [0,1]$، و محد ب.

العمليات الحسابية على الأرقام غامض تنفيذها باستخدام تخفيضات α قطع فاصل على شكل مغلق باستخدام الدالة عضوية شكل الثلاثي، لأن الشكل بسيط وأرقام عضوية المؤهلين غامض بالفعل، وأنها تمثل شكلا من أشكال التمثيل وظائف عضوية أخرى.

المعادلة غامض هو مزيج من الأرقام والعمليات الحسابية غامض. لنفترض A و B هي مجموعة أرقام غامض في من كل مجموعة من R مع وظائف عضوية كل μ_A و μ_B . $*$ هل أربع عمليات الحسابية الأساسية على R، ثم $A * B$ العملية هو $(A * B)_\alpha$. طالما $A_\alpha * B_\alpha = (A * B)_\alpha$ هو فاصل زمني مغلق لكل $\alpha \in [٠،١]$، A و B أرقام غامض ، ثم $A * B$ هي أيضا أرقام غامض.

إجراءات التسوية هو تمثيل الأرقام المساواة غامض غامض في قطعة α باستخدام وظائف عضوية الثلاثي. ثم تعمل باستخدام العمليات الحسابية الأساسية، وتحديد نتائج العمليات الحسابية على المعادلة غامض يمثل إعادة القيام به مع تخفيضاتα من الأرقام غامض. نحصل على الأرقام الجديدة غامض نتيجة لإكمال المعادلات غامض.

في هذه الأطروحة يركز فقط على موضوع غامض المعادلات. لذلك، يقترح القارئ لدراسة المزيد عن أشكال أخرى من عدم المساواة الكلاسيكية الخطية الجبرية التي وضعت في غامض عدم المساواة. يمكن أيضا تحقيق المزيد عن نظام المعادلات غامض.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Islam menganjurkan umatnya untuk bersungguh-sungguh dalam menuntut ilmu, baik ilmu agama maupun ilmu pengetahuan. Hal ini bisa dilihat dari adanya beberapa ayat Al-Qur'an yang memotivasi untuk menuntut ilmu. Seperti yang dijelaskan pada surat Al-Mujaadilah ayat 11:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِذَا قِيلَ لَكُمۡ تَفَسَّحُواْ فِي ٱلۡمَجَٰلِسِ فَٱفۡسَحُواْ يَفۡسَحِ ٱللَّهُ لَكُمۡۖ وَإِذَا قِيلَ ٱنشُزُواْ فَٱنشُزُواْ يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖۚ وَٱللَّهُ بِمَا تَعۡمَلُونَ خَبِيرٞ ١١

Artinya: Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.

Ayat di atas tidak menyebutkan secara tegas bahwa Allah akan meninggikan derajat orang yang berilmu namun menegaskan bahwa mereka memiliki derajat-derajat yang lebih tinggi dari yang sekadar beriman. Kaum beriman dibagi menjadi dua kelompok besar, yang pertama sekadar beriman dan beramal saleh, dan yang kedua beriman dan beramal saleh serta memiliki pengetahuan. Derajat kedua kelompok ini menjadi lebih tinggi, bukan saja karena nilai ilmu yang disandangnya, tetapi juga amal dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pengajarannya kepada pihak lain baik secara lisan, atau tulisan maupun dengan keteladanan (Sidik, 2000:8).

Ilmu yang dimaksud dalam ayat di atas bukan saja ilmu agama, tetapi ilmu apapun yang bermanfaat. Disisi lain, juga ditunjukkan bahwa ilmu haruslah menghasilkan *khasyyah* yakni rasa takut dan kagum kepada Allah, yang pada gilirannya mendorong yang berilmu untuk mengamalkan ilmunya serta memanfaatkannya untuk kepentingan makhluk (Shihab:2005:79-80).

Selain itu, di dalam salah satu hadits, Rasulullah SAW bersabda:

مَنْ اَرَادَ الدُّنْيَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ اَرَادَ الآخِرَةَ فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ وَمَنْ اَرَادَهُمَا فَعَلَيْهِ بِالْعِلْمِ (رواه المسلم)

Artinya: Barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup di dunia, maka hendaklah ia mempelajari ilmu. Dan barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup di akhirat, maka hendaklah ia mempelajari ilmu. Dan barang siapa yang menginginkan kebahagiaan hidup dunia dan akhirat, maka hendaklah ia mempelajari ilmu.

Ayat dan hadits di atas menggambarkan betapa pentingnya ilmu pengetahuan dalam hidup dan kehidupan umat manusia. Dalam hadits lain, Nabi bersabda : "Tuntutlah ilmu itu mulai dari buaian sampai dengan liang lahat". Dengan kata lain, menuntut ilmu pengetahuan, dilakukan sepanjang masa, sepanjang hidup ataupun seumur hidup. Menuntut ilmu pengetahuan, selain tidak mengenal waktu, juga tidak mengenal tempat, sampai-sampai Nabi bersabda : "Tuntutlah ilmu itu walaupun di negeri Cina" (Sidik, 2000:12).

Dari ayat dan hadits di atas dapat memotivasi agar selalu mempergunakan akal dan pikiran untuk membaca alam semesta ini dengan ilmu, karena semakin mengetahui apa yang ada di bumi dan di langit ini

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

akan semakin bertambah kuat iman. Al-Qur'an diturunkan sebagai pedoman bagi seluruh umat manusia. Inilah pedoman untuk membaca fenomena-fenomena yang ada di bumi dan di langit (Sidik, 2000:10).

Kaitan ayat tersebut dengan ilmu pengetahuan yaitu sesungguhnya manusia tidak mengetahui kebenaran yang mutlak atas sesuatu tetapi manusia hanya menduga atau menyangka saja. Pendugaan itu belum jelas kebenarannya. Oleh karena itu, manusia memiliki kewajiban untuk mencari kebenaran itu dengan cara membuktikannya melalui berbagai penelitian (Sidik, 2000:9).

Matematika merupakan suatu ilmu yang berperan sebagai ilmu pengetahuan pembantu bagi ilmu pengetahuan yang lainnya. Matematika sebagai ilmu eksakta dapat digunakan untuk membantu memecahkan suatu masalah dengan rumus atau perhitungan dan dapat dijadikan sebagai alat untuk menyederhanakan penyajian, sehingga mudah untuk difahami, dianalisis dan dipecahkan (Abdussakir, 2007:79-88).

Matematika pada dasarnya berkaitan dengan pekerjaan menghitung, sehingga tidak salah jika kemudian ada yang menyebut ilmu hitung atau *Ilmu Al-Hisab*. Dalam hal hitung-menghitung ini, Allah adalah rajanya. Semua hal yang terdapat di alam semesta ini diciptakan-Nya dengan perhitungan (ukuran) (Abdussakir, 2007:83). Seperti yang dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Al-Qamar ayat 49:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Ayat tersebut menjelaskan bahwa, alam semesta beserta isinya diciptakan oleh Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79-80).

Meskipun mula-mula perkembangan matematika adalah untuk memenuhi kebutuhan praktis, atau mencirikan keadaan yang dapat diamati, seperti pada permulaan mengukur, membilang (menghitung), matematika tidak bergantung pada dunia nyata, tetapi asumsi dasarnya sekaligus diambil dan dipakai di dunia nyata. Matematika berkembang dari hal-hal konkrit menuju ke yang lebih umum dan abstrak (Abdussakir, 2007:18-19).

Aljabar merupakan cabang dari matematika yang tergolong klasik, tetapi dalam perkembangannya memiliki beberapa keunggulan terutama dalam aplikasinya dengan ilmu-ilmu eksak lainnya. Aljabar dasar mencatat sifat-sifat operasi bilangan riil, menggunakan simbol sebagai pengganti untuk menandakan konstanta dan variabel, dan mempelajari aturan tentang ungkapan dan persamaan matematis yang melibatkan simbol-simbol. Persamaan matematis tersebut seperti: $(a)\ 2x - 6 = 4 - 3x$, $(b)\ y^2 + 3y = 4$, dan $(c)\ 2x + 3y = 4xy + 1$. Suatu persamaan disebut persamaan linier dalam suatu variabel jika pangkat tertinggi dari variabel dalam persamaan tersebut adalah 1. Suatu persamaan disebut persamaan kuadrat dalam variabel jika pangkat tertinggi dari variabel tersebut adalah 2. Persamaan (a) adalah persamaan linier dalam satu variabel, persamaan (b) adalah persamaan kuadrat dalam satu variabel, dan persamaan (c) adalah persamaan linier dalam dua variabel. Pada persamaan linear ini berlaku

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

hukum: (1) Ruas kiri dan ruas kanan dapat ditambahkan atau dikurangi bilangan yang sama, dan (2) Ruas kiri dan ruas kanan dapat dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama (Ayres dan Schmidt, 2004:17).

Aljabar ini selanjutnya dinamakan aljabar klasik. Dari sini muncul keinginan untuk mengembangkan persamaan aljabar fuzzy, yang dalam penelitian ini berjudul "**Persamaan Fuzzy**".

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalahnya yaitu bagaimanakah prosedur penyelesaian persamaan fuzzy?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasar rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui prosedur penyelesaian persamaan fuzzy.

1.4. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan masalah dikhususkan pada persamaan linier dengan pembahasan pada persamaan fuzzy menggunakan fungsi keanggotaan segitiga.

1.5. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Bagi Peneliti

   Melalui penelitian ini dapat menambah materi, sebagai pengalaman melakukan penelitian dan menyusun karya ilmiah dalam bentuk Skripsi, serta media untuk mengaplikasikan ilmu matematika yang telah diterima dalam bidang keilmuannya.

2. Bagi Lembaga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sebagai tambahan pustaka untuk rujukan perkuliahan, khususnya materi tentang persamaan fuzzy.

3. Bagi Pembaca

Sebagai bahan pembelajaran dan pengetahuan mengenai persamaan fuzzy.

1.6. Metode Penelitian

Pembahasan penelitian ini menggunakan penelitian kepustakaan. Dalam prosesnya penulis menggunakan literatur pendamping yang berkaitan dengan subpokok bahasan persamaan fuzzy dengan menggunakan logika fuzzy sebagai medannya.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan contoh persamaan fuzzy.
2. Menentukan fungsi keanggotaan bilangan fuzzy dari contoh persamaan fuzzy tersebut.
3. Merepresentasikan bilangan fuzzy dalam bentuk α-cut menggunakan fungsi keanggotaan segitiga.
4. Mengoperasikan bilangan fuzzy bentuk α-cut menggunakan aritmetika pada interval tertutup.
5. Mensubstitusikan nilai α-cut untuk mendapatkan nilai interval.
6. Merepresentasikan ulang bilangan fuzzy dengan α-cut.
7. Mendapatkan bilangan fuzzy baru.
8. Membuat kesimpulan dari pembahasan penelitian.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.7. Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini meliputi beberapa sub bahasan yaitu latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Dalam bab ini dikemukakan hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji, yaitu memuat fungsi keanggotaan, bilangan fuzzy, dan operasi dasar himpunan fuzzy.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi penjelasan tentang persamaan fuzzy dan contoh persamaan fuzzy.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini penulis memberikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil penelitian ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Persamaan Linier

Persamaan linier adalah sebuah persamaan aljabar yang setiap sukunya merupakan konstanta atau perkalian konstanta dengan variabel tunggal. Persamaan ini dikatakan linier karena digambarkan dalam sebuah garis lurus pada bidang xy yang dinyatakan oleh suatu persamaan yang berbentuk

$$a_1x + a_2y = b \tag{2.1}$$

Persamaan ini dinamakan persamaan linier dalam variabel x dan y. Secara umum persamaan linier dengan n variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ didefinisikan dengan

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b \tag{2.2}$$

Dengan $a_1, a_2, \dots, a_n$ dan b adalah konstanta-konstanta riil. Sebuah persamaan linier tidak melibatkan sesuatu hasil kali atau akar variabel. Semua veriabel hanya terdapat sampai dengan derajat pertama dan tidak muncul sebagai argumen untuk fungsi trigonometri, fungsi logaritma, atau fungsi eksponensial (Anton, 2000:17-20).

Contoh 2.1:

Persamaan-persamaan berikut merupakan persamaan linier:

$$x + 2y = 11 \qquad x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 3z + 1 \qquad x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$$

Persamaan-persamaan berikut bukan merupakan persamaan linier:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$x + 2y^2 = 11 \qquad 3x + 2y - z + xz = 4$$

$$y - \sin x = 0 \qquad \sqrt{x_1} + 2x_2 + x_3 = 1$$

2.2. Logika Fuzzy (*Fuzzy Logic*)

Istilah logika fuzzy saat ini digunakan dalam dua pengertian yang berbeda. Dalam pengertian sempit, logika fuzzy adalah suatu sistem logis pada suatu informasi logis yang bertujuan pada suatu formalisasi dari taksiran pemikiran. Dalam pengertian luas, logika fuzzy adalah hampir sinonim dengan teori himpunan fuzzy. Teori himpunan fuzzy pada dasarnya suatu teori dari pengelompokan dengan batas-batas yang tidak tajam. Teori himpunan fuzzy lebih luas dibanding logika fuzzy dalam arti sempit dan memiliki cabang lebih dari satu. Diantara cabang-cabang tersebut adalah aritmetika fuzzy, topologi fuzzy, teori grafik fuzzy, dan analisis data fuzzy (Yudha, 1997:9).

Logika fuzzy merupakan peningkatan dari logika Boolean yang diperkenalkan oleh Dr. Lotfi Zadeh dari Universitas California, Berkeley pada tahun 1965. Dalam logika Boolean menyatakan bahwa segala sesuatu hanya dapat diekspresikan dalam dua nilai, yaitu 0 dan 1, hitam dan putih, atau ya dan tidak. Dalam logika fuzzy memungkinkan nilai keanggotaan antara 0 dan 1, sehingga dalam logika fuzzy mengenal istilah "hitam, keabuan dan putih", atau "sedikit, lumayan dan sangat".

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain:

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional, (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:2).

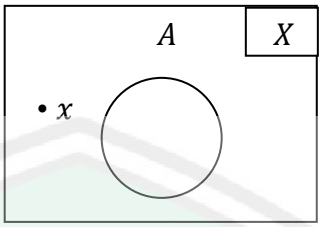
2.3. Himpunan Fuzzy (*Fuzzy Set*)

Konsep dasar teori himpunan fuzzy pertama kali dikenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965. Himpunan fuzzy dapat dikenali dari suatu fungsi yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam semestanya dengan konsep yang merupakan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Fungsi itu disebut fungsi keanggotaan dan nilai fungsinya disebut derajat keanggotaan suatu unsur dalam himpunan tersebut. Derajat keanggotaan dinyatakan dengan suatu bilangan riil dalam interval tertutup (Susilo, 2006:50).

Pada himpunan klasik, keberadaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A, hanya memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu x menjadi anggota A atau x tidak menjadi anggota A. Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A biasa disebut dengan nilai keanggotaan, yang biasa ditulis dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan klasik, nilai keanggotaan hanya

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

memasangkan nilai 0 atau 1 untuk unsur-unsur pada semesta pembicaraan, yang menyatakan anggota atau bukan anggota.



Gambar 2.1. Himpunan Tegas (*Crisp Set*)

Dimana: X = himpunan semesta

A = anggota bagian dari himpunan semesta X

x = anggota X yang dapat atau tidak dapat menjadi anggota himpunan A

$\mu_A(x)$ = fungsi karakteristik dari x pada himpunan A

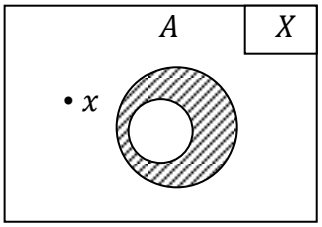
Nilai keanggotaan untuk himpunan A adalah fungsi $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$ dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & jika\ x \in A \\ 0, & jika\ x \notin A\ atau\ x \in A' \end{cases}$$

(Klir dan Yuan, 1995:6).

Fungsi ini, pada himpunan fuzzy diperluas sehingga nilai yang dipasangkan pada unsur-unsur dalam semesta pembicaraan tidak hanya 0 dan 1 saja, tetapi keseluruhan nilai dalam interval $[0, 1]$ yang menyatakan derajat keanggotaan suatu unsur pada himpunan yang dibicarakan. Fungsi ini disebut fungsi keanggotaan, dan himpunan yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan ini disebut himpunan fuzzy. Fungsi keanggotaan himpunan fuzzy A pada himpunan semesta X, dinotasikan dengan μ_A, yaitu:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$



CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Gambar 2.2. Himpunan Fuzzy

dimana: $A = \{x|\mu_A(x)\}$, $x \in A$ dan $A \subset X$. Himpunan fuzzy dalam X ditandai oleh hubungan antara fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ dengan masing-masing anggota di dalam X dan $\mu_A(x)$ merupakan bilangan real dari 0 sampai 1 yang menyatakan keanggotaan dari x dalam A (Klir dan Yuan, 1995:11).

Contoh 2.2:

X= himpunan semesta dari bilangan bulat 0 sampai 10

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$\left.\begin{array}{l} A = \{1/1\,, 2/0.8\,, 3/0.2\,, 4/0.1\} \\ B = \{1/0.1\,, 2/0.2\,, 3/0.7\,, 5/0.8\} \end{array}\right\}, \quad A, B \subset X$$

Dimana $\{1, 2, 3, 4\}$ pada himpunan A dan $\{1, 2, 3, 5\}$ pada himpunan B adalah anggota dari masing-masing himpunan A dan B, sedangkan {1,0.8,0.2,0.1} pada himpunan A dan {0.1,0.2,0.7,0.8} pada himpunan B adalah derajat keanggotaan atau derajat kepercayaan bahwa x adalah anggota himpunan.

2.4. Operasi Dasar Himpunan Fuzzy

1. Operasi "Dan" (*Intersection*)

   A "dan" B merupakan himpunan fuzzy dari X, ditunjukkan sebagai derajat keanggotaan dari $A \cap B$ adalah hasil yang diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antarelemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

   $$\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad x \in X$$

   (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:24).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh 2.3:

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$\mu_A(x) = \{4/0.1\,,3/0.2\,,2/0.8\,,1/1\}$$

$$\mu_B(x) = \{1/0.1\,,2/0.2\,,3/0.7\,,5/0.8\}$$

$$\mu_{A\cap B} = \min[\{4/0.1\,,3/0.2\,,2/0.8\,,1/1\,;1/0.1\,,2/0.2\,,3/0.7\,,5/0.8\}]$$

$$= \{1/0.1\,,2/0.2\,,2/0.8\}$$

2. Operasi "Atau" (*Union*)

   A "atau" B merupakan himpunan fuzzy dari X, ditunjukkan sebagai derajat keanggotaan dari $A \cup B$ adalah hasil yang diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antarelemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu_{A\cup B} = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]\,, \quad x \in X$$

   (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:24).

   Contoh 2.4:

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$\mu_A(x) = \{4/0.1\,,3/0.2\,,2/0.8\,,1/1\}$$

$$\mu_B(x) = \{1/0.1\,,2/0.2\,,3/0.7\,,5/0.8\}$$

$$\mu_{A\cup B} = \max[\{4/0.1\,,3/0.2\,,2/0.8\,,1/1\,;1/0.1\,,2/0.2\,,3/0.7\,,5/0.8\}]$$

$$= \{1/1\,,2/0.8\,,3/0.7\,,4/0.1\,,5/0.8\}$$

3. Operasi "Tidak" (*Complement*)

   Operasi "tidak" A merupakan himpunan fuzzy dari X, ditunjukkan sebagai derajat keanggotaan dari A' (A komplemen) adalah hasil yang diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

(Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

Contoh 2.5:

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$\mu_A = \{4/0.1\,, 3/0.2\,, 2/0.8\,, 1/1\}$$

$$\mu_B = \{1/0.1\,, 2/0.2\,, 3/0.7\,, 5/0.8\}$$

$$\mu_{A'}(x) = \{1/0\,, 2/0.2\,, 3/0.8\,, 4/0.9\,, 5/1\,, \dots, 10/1\}$$

$$\mu_{B'}(x) = \{1/0.9\,, 2/0.8\,, 3/0.3\,, 4/1\,, 5/0.2\,, 6/1\,, \dots, 10/1\}$$

2.5. Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah melalui pendekatan fungsi (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:8).

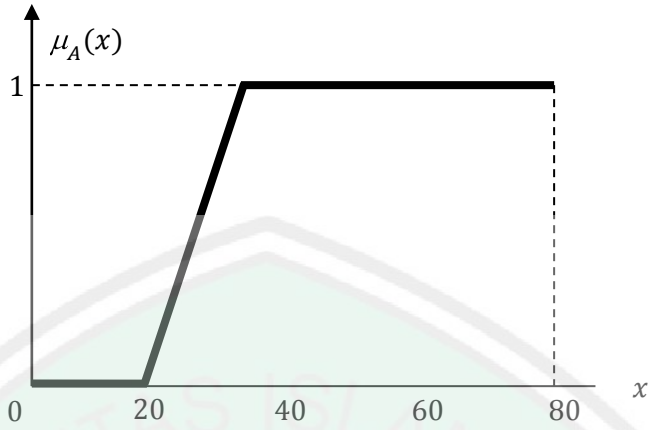
Contoh 2.6:

Misalkan $X = [0, 80]$ adalah semesta pembicaraan dan A adalah himpunan fuzzy pada X yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan berikut:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 20 \\ \dfrac{x - 20}{15}, & 20 < x \leq 35 \\ 1, & x > 35 \end{cases}$$

Maka fungsi keanggotaan tersebut dapat disajikan dalam bentuk grafik sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.3. Grafik dari Fungsi Keanggotaan $\mu_A(x)$

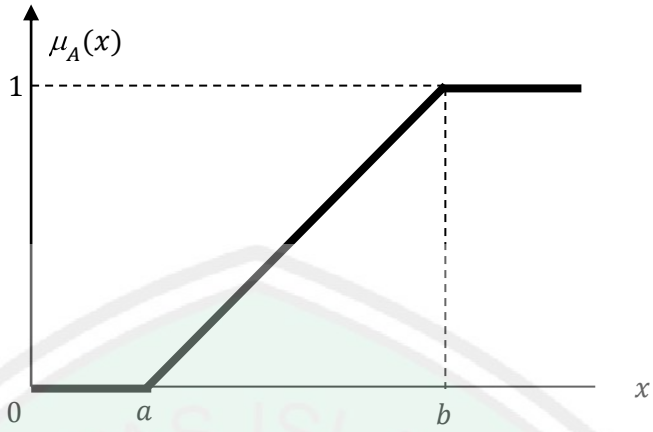
Nilai keanggotaan didapatkan dari beberapa fungsi keanggotaan, dalam buku yang ditulis oleh Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo (2004:8) dijelaskan bahwa ada beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai keanggotaan, yaitu:

1. **Representasi Linier**

   Pada representasi linier, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas.

   Ada dua keadaan himpunan fuzzy yang linier. *Pertama*, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol (0) bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

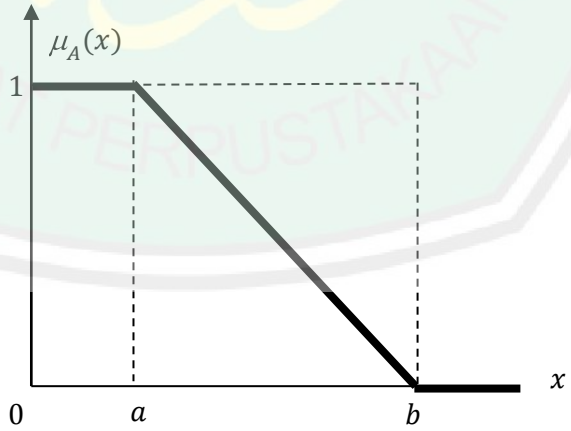


Gambar 2.4. Representasi Linier Naik

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

Kedua, merupakan kebalikan yang pertama. Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.



Gambar 2.5. Representasi Linier Turun

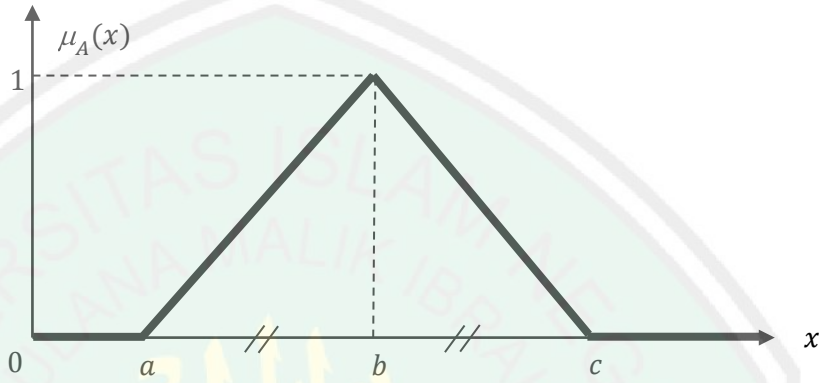
Fungsi keanggotaan:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{(b-x)}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Representasi Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linier) yang ditandai oleh adanya tiga parameter (a, b, c) yang akan menentukan koordinat x dari tiga sudut.



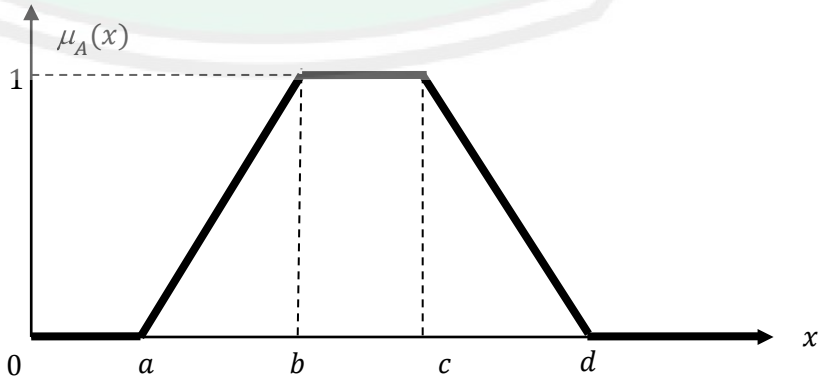
Gambar 2.6. Kurva Segitiga

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b \le x \le c \\ 0, & x \le a \text{ atau } x \ge c \end{cases}$$

3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.



Gambar 2.7. Kurva Trapesium

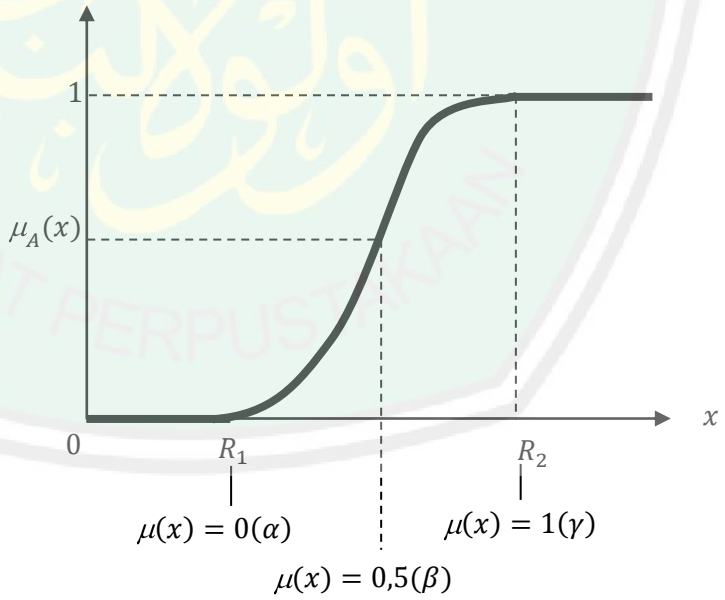
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Fungsi keanggotaan:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & b \le x \le c \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c \le x \le d \\ 0, & x \ge d \end{cases}$$

4. Representasi Kurva-S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau *sigmoid* yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linier. Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan tiga parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infeksi atau *crossover* (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar.



Gambar 2.8. Karakteristik Fungsi Kurva-S

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$S(x,\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0, & x \le \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \alpha \le x \le \beta \\ 1-2\left(\frac{\gamma-x}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \beta \le x \le \gamma \\ 1, & x \ge \gamma \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah:

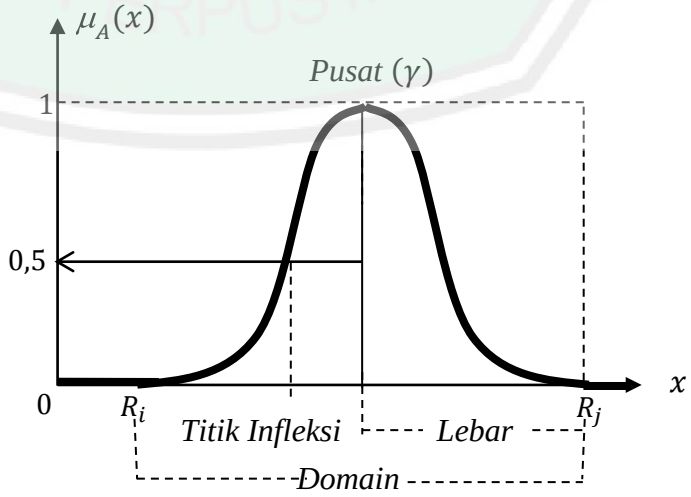
$$S(x,\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 1, & x \le \alpha \\ 1-2\left(\frac{\gamma-x}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \alpha \le x \le \beta \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \beta \le x \le \gamma \\ 0, & x \ge \gamma \end{cases}$$

5. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (*Bell Curve*)

Untuk merepresentasikan bilangan *fuzzy*, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas tiga kelas, yaitu: himpunan *fuzzy* phi, beta, gauss. Perbedaan kurva ini terletak pada gradiennya.

a. Kurva Phi (π)

Kurva π berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β).



Gambar 2.9. Karakteristik Fungsi Kurva π

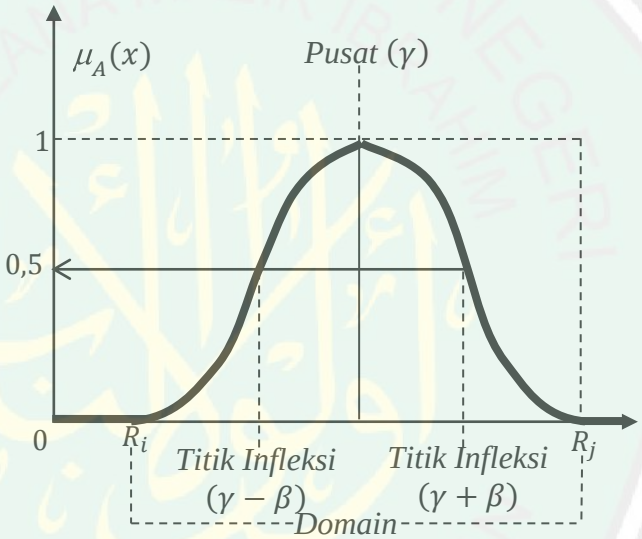
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Fungsi keanggotaan:

$$\pi(x,\beta,\gamma) = \begin{cases} S\left(x;\gamma-\beta,\gamma-\frac{\beta}{2},\gamma\right), & x \le \gamma \\ 1-S\left(x;\gamma,\gamma+\frac{\beta}{2},\gamma+\beta\right), & x > \gamma \end{cases}$$

b. Kurva Beta (β)

Kurva β berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan dua parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β).



Gambar 2.10. Karakteristik Fungsi Kurva β

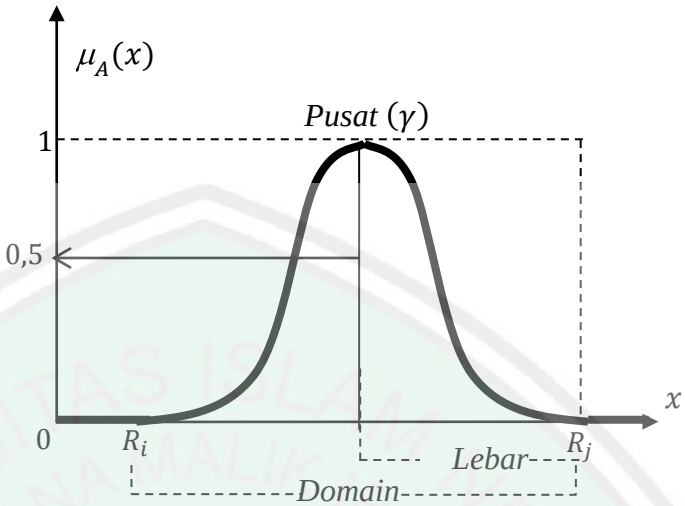
Fungsi keanggotaan:

$$B(x;\gamma,\beta) = \frac{1}{1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^2}$$

c. Kurva Gauss (γ)

Jika kurva phi dan kurva beta menggunakan dua parameter yaitu kurva (γ) dan (β), kurva gauss juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.11. Karakteristik Fungsi Kurva γ

Fungsi keanggotaan:

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2}$$

2.6. *α-cut*

Definisi 2.1:

α-cut adalah himpunan tegas dari himpunan fuzzy A yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari atau sama dengan derajat keanggotaan yang ditentukan yang dapat didefinisikan dengan $A_\alpha = \{x \in A, \mu_A(x) \geq \alpha\}$. Selain itu juga terdapat *strong α-cut*, yakni himpunan dari himpunan fuzzy A yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari derajat keanggotaan yang ditentukan atau dengan kata lain $A'_\alpha = \{x \in A, \mu_A(x) > \alpha\}$ (Dubbois dan Prade, 1980:19).

Contoh 2.7:

Misal diberikan himpunan nilai ujian 7 orang murid di suatu sekolah. Nilai ketujuh murid tersebut adalah 3, 5, 7, 6, 7, 8, 9. Jika digambarkan, maka nilai derajat keanggotaan dari ketujuh murid tersebut dengan kedekatan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pada nilai yang sempurna, yakni 10 adalah $f_x(3) = 0{,}3;$ $f_x(5) = 0{,}5;$ $f_x(7) = 0{,}7;$ $f_x(6) = 0{,}6;$ $f_x(7) = 0{,}7;$ $f_x(8) = 0{,}8;$ $f_x(9) = 0{,}9.$ Jadi $\alpha\text{-}cut$ dari 0,3 adalah $A_{0,3} = \{0{,}3; 0{,}5; 0{,}6; 0{,}7; 0{,}8; 0{,}9\}$ dan $strong\ \alpha\text{-}cut$ dari 0,3 adalah $A'_{0,3} = \{0{,}5; 0{,}6; 0{,}7; 0{,}8; 0{,}9\}$.

Definisi 2.2:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. *Core* dari A adalah himpunan tegas yang memuat semua anggota A yang mempunyai derajat keanggotaan 1 (Sivanandam, Sumathi dan Deepa, 2007:73).

Jadi, *core* dari A adalah $\{x \in A \,|\, \mu_A(x) = 1\}$.

Definisi 2.3:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. *Support* dari A adalah himpunan tegas yang memuat semua anggota A yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol (Klir dan Yuan, 1995:21).

Support dari A sering dinotasikan dengan $S(A)$ atau $Supp(A)$. Berdasarkan definisi *support*, secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$S(A) = \{x \in A \,|\, \mu_A(x) > 0\}$$

Dalam konteks $X = R$, maka *support* dari A, atau $S(A)$, dikatakan terbatas di atas ($bounded\ above$) jika terdapat $r \in R$ sehingga $x \leq r$, untuk setiap $x \in S(A)$. *Support* dari A, atau $S(A)$, dikatakan terbatas di bawah ($bounded\ below$) jika terdapat $r \in R$ sehingga $r \leq x$, untuk setiap $x \in S(A)$. Selanjutnya, $S(A)$ dikatakan terbatas ($bounded$) jika terbatas di atas dan terbatas di bawah (Zhang dan Liu, 2006:6).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Definisi 2.4:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. α-cut pada A adalah himpunan tegas A_α yang didefinisikan dengan

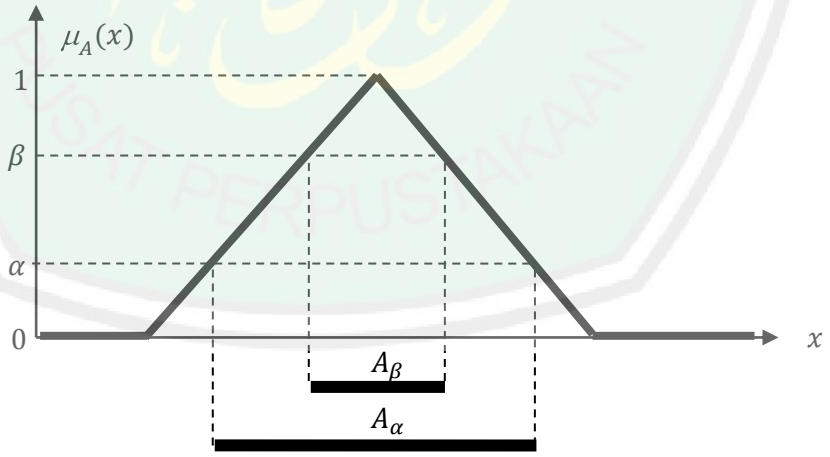
$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in [0,1]$$

Strong $\alpha - cut$ pada A adalah himpunan tegas $A_{\alpha+}$ yang didefinisikan dengan

$$A_{\alpha+} = \{x \mid \mu_A(x) > \alpha\}, \quad \alpha \in [0,1]$$

(Klir dan Yuan, 1995:19).

Guanrong Chen dan Trung Tat Pham (2001:38) juga menyebut α-cut dengan istilah *weak* α-*cut* dan himpunan -*level* α. Huaguang Zhang dan Derong Liu (2006:6) menotasikan α-*cut* dari A dengan A_α. Berikut ini adalah ilustrasi α-cut pada grafik fungsi keanggotaan suatu himpunan fuzzy A.



Gambar 2.12. Ilustrasi α-cut pada Grafik Fungsi Suatu Himpunan Fuzzy A

Jika dikaitkan dengan konsep α-cut, maka *core* dari A adalah $\{x \in A \mid \mu_A(x) = 1\} = A_1$, yaitu 1-$cut$. Karena fakta itulah George J. Klir

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan Bo Yuan (1995:21) mendefinisikan A_1 sebagai *core* dari A. *Support* dari A, $S(A) = \{x \in A \,|\, \mu_A(x) > 0\} = A_{0+}$. Jadi, *support* dari himpunan fuzzy A sama dengan $strong\ 0\text{-}cut$ dari A. Dengan demikian, notasi A_{0+} juga mempunyai makna *support* dari A.

Selanjutnya, misalkan A himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$. Dibentuk himpunan fuzzy baru A_α yang didefinisikan dengan

$$A_\alpha = \{x \in A \,|\, \mu_{A_\alpha}(x) = \alpha \wedge \chi_{A_\alpha}(x)\}$$

maka akan diperoleh bahwa

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} A_\alpha$$

Hal ini mengakibatkan bahwa himpunan fuzzy A telah didekomposisi ke dalam gabungan dari A_α, untuk semua $\alpha \in [0,1]$. Pada himpunan fuzzy A_α yang didefinisikan di atas diperoleh

$$\mu_{A_\alpha}(x) = \alpha \wedge \chi_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} \alpha, & x \in A_\alpha \\ 0, & x \notin A_\alpha \end{cases}$$

Terdapat korespondensi $1-1$ antara $\mu_A(x)$ dengan A_α, untuk $\alpha \in [0,1]$. Dengan demikian, himpunan fuzzy dapat dinyatakan hanya dalam bentuk α-*cut* tanpa menyatakan fungsi keanggotaan (Susilo, 2006:74).

Contoh 2.8:

Himpunan fuzzy A memiliki fungsi keanggotaan sebagai berikut

$$\mu_A(x) = \begin{cases} x-1, & 1 \le x \le 2 \\ 3-x, & 2 \le x \le 3 \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

α - cut dari A untuk $\alpha \in [0,1]$ yaitu dengan menyatakan $\alpha = x - 1$ didapatkan $x = \alpha + 1$, dan $\alpha = 3 - x$ didapatkan $x = 3 - \alpha$, sehingga diperoleh

$$A_\alpha = [\alpha + 1, 3 - \alpha]$$

2.7. Klasifikasi Berdasarkan Fungsi Keanggotaan

Berdasarkan grafik fungsi keanggotaan, himpunan fuzzy dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa klasifikasi berikut, yaitu normal, subnormal, konvek dan takkonvek. Sebelumnya akan diberikan definisi titik *crossover* dan tinggi suatu himpunan fuzzy.

Definisi 2.5:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Titik *crossover* pada A adalah titik yang mempunyai derajat keanggotaan 0.5 (Sivanandam, Sumathi dan Deepa, 2007:74).

Dengan demikian, $x \in A$ disebut titik *crossover* jika $\mu_A(x) = 0.5$.

Definisi 2.6:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Tinggi dari A, dinotasikan dengan $h(A)$, adalah nilai maksimum dari fungsi keanggotaan himpunan A (Sivanandam, Sumathi dan Deepa, 2007:74).

Dengan redaksi yang berbeda George J. Klir dan Bo Yuan (1995:21) mendefinisikan $h(A)$ sebagai derajat keanggotaan terbesar yang dicapai oleh sebarang unsur di A. Secara simbolik, dapat dinyatakan bahwa

$$h(A) = max\{\mu_A(x)\}$$

atau

$$h(A) = sup\{\mu_A(x)\}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Definisi 2.7:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Himpunan fuzzy A disebut normal jika terdapat $x \in A$ sehingga $\mu_A(x) = 1$. Himpunan fuzzy A disebut subnormal $\mu_A(x) < 1$, untuk setiap $x \in A$ (Sivanandam, Sumathi dan Deepa, 2007:75).

Dengan redaksi yang berbeda, George J. Klir dan Bo Yuan (1995:21) mendefinisikan A sebagai himpunan fuzzy normal jika $h(A) = 1$ dan subnormal jika $h(A) < 1$.

Definisi 2.8:

Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada X. Himpunan fuzzy A disebut konvek jika fungsi keanggotaannya monoton naik, atau menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik.

Himpunan fuzzy A disebut tak konvek jika fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, atau tidak menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Sivanandam, Sumathi dan Deepa, 2007:75).

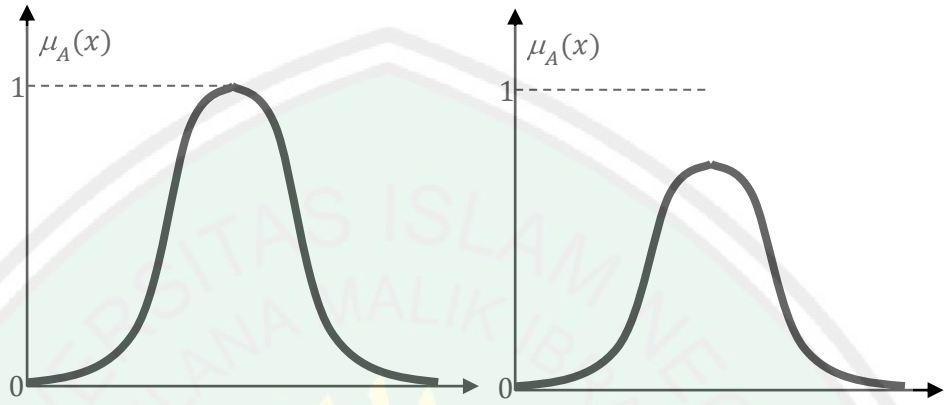
Dengan redaksi yang lebih rumit, Guanrong Chen & Trung Tat Pahm (2007:38) dan George J. Klir dan Bo Yuan (1995:21) menyatakan bahwa himpunan fuzzy A pada semesta $X = R$ disebut konvek jika

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$$

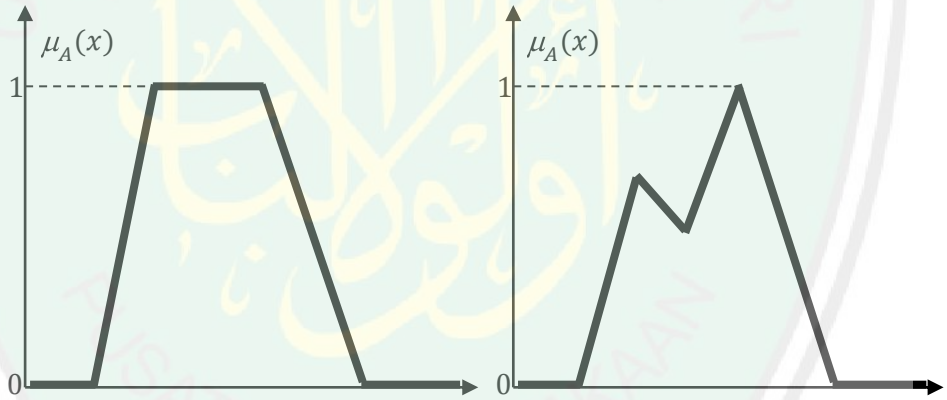
untuk sebarang $x_1, x_2 \in A$ dan $\lambda \in [0,1]$. Dengan kata lain, bahwa himpunan $A \subseteq R$ dikatakan konvek jika semua titik yang terletak pada ruas garis x_1, x_2 juga terletak di A. Sebagai contoh, himpunan $A = [0,2] \cup$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$[3, 5]$ tidak kovek, karena jika diambil $x_1 = 1$ dan $x_2 = 4$ serta $\lambda = 0.4$ maka diperoleh $\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 = 2.8 \notin A$. Sebagai ilustrasi, perhatikan gambar berikut:



Gambar 2.13. Himpunan Fuzzy Normal dan Subnormal



Gambar 2.14. Himpunan Fuzzy Konvek dan Himpunan Fuzzy Tak Konvek

2.8. Operasi Aritmetika Fuzzy

Telah dijelaskan sebelumnya bahwa masing-masing himpunan fuzzy secara utuh dan unik dapat direpresentasikan dalam $\alpha\text{-}cut$, dan $\alpha\text{-}cut$ himpunan fuzzy adalah interval tertutup bilangan riil untuk semua $\alpha \in [0, 1]$. Oleh karena itu, operasi aritmetika pada interval perlu dipahami terlebih dahulu. Operasi aritmetika dasar pada bilangan fuzzy merupakan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

konsep perluasan dari operasi aritmetika dasar pada umumnya, yaitu dengan mengikut sertakan derajat keanggotaannya. Operasi bilangan fuzzy dilakukan dengan memanfaatkan α-cut yang berbentuk interval tertutup.

Misalkan $*$ adalah operasi aritmetika pada interval tertutup (meliputi operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian), maka

$$[a,b] * [c,d] = \{f * g \mid a \leq f \leq b, c \leq g \leq d\}$$

merupakan aturan umum untuk operasi aritmetika pada interval tertutup, kecuali bahwa $[a,b]/[c,d]$ tidak didefinisikan jika $0 \in [c,d]$. Hasil operasi aritmetika pada interval tertutup juga merupakan interval tertutup.

Operasi aritmetika pada interval tertutup $[a,b]$ dan $[c,d]$, dengan $a \leq b$ dan $c \leq d$ didefinisikan sebagai berikut.

1. Penjumlahan

   $$[a,b] + [c,d]$$
   $$= [\min\{a+c, a+d, b+c, b+d\}, \max\{a+c, a+d, b+c, b+d\}]$$
   $$= [a+c, b+d]$$

2. Pengurangan

   $$[a,b] - [c,d]$$
   $$= [\min\{a-c, a-d, b-c, b-d\}, \max\{a-c, a-d, b-c, b-d\}]$$
   $$= [a-d, b-c]$$

3. Perkalian

   $$[a,b] \cdot [c,d] = [\min\{ac, ad, bc, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$$

4. Pembagian

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$[a,b] / [c,d] = [a,b] \cdot \left[\frac{1}{c}, \frac{1}{d}\right]$$

$$= \left[\min\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}, \max\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}\right]$$

dengan syarat $0 \notin [c,d]$

(Klir dan Yuan, 1995:103).

Berikut ini adalah ilustrasi operasi aritmetika pada interval tertutup.

$[3,5] + [2,4] = [3+2, 5+4] = [5,9]$

$[3,5] - [2,4] = [3-4, 5-2] = [-1,3]$

$[3,5].[2,4] = [\min\{3.2, 3.4, 5.2, 5.4\}, \max\{3.2, 3.4, 5.2, 5.4\}] = [6,20]$

$[3,5]/[2,4] = [\min\{3/2, 3/4, 5/2, 5/4\}, max\{3/2, 3/4, 5/2, 5/4\}]$

$= [3/4, 5/2]$

Definisi 2.9:

Misalkan A dan B adalah bilangan fuzzy pada semesta R dengan fungsi keanggotaan masing-masing $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$. Misalkan $*$ adalah empat operasi aritmetika dasar pada R. Didefinisikan operasi $A * B$ dengan menggunakan definisi α-cut, $(A * B)_\alpha$ sebagai persamaan berikut:

$$(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$$

Untuk setiap $\alpha \in [0,1]$ (Klir dan Yuan, 1995:105).

Sehingga $A * B$ dapat ditulis sebagai

$$A * B = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} (A * B)_\alpha$$

dengan

$$(A * B)_\alpha = \alpha \wedge \chi_{(A*B)_\alpha}(x) = \begin{cases} \alpha, & x \in (A * B)_\alpha \\ 0, & x \notin (A * B)_\alpha \end{cases}$$

dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\chi_{(A*B)_\alpha}(x) = \begin{cases} 1, & x \in (A*B)_\alpha \\ 0, & x \notin (A*B)_\alpha \end{cases}$$

Selama $(A*B)_\alpha$ adalah interval tertutup untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, A dan B adalah bilangan fuzzy, maka $A * B$ juga bilangan fuzzy.

Sehingga secara khusus, diperoleh

Penjumlahan : $(A+B)_\alpha = A_\alpha + B_\alpha$

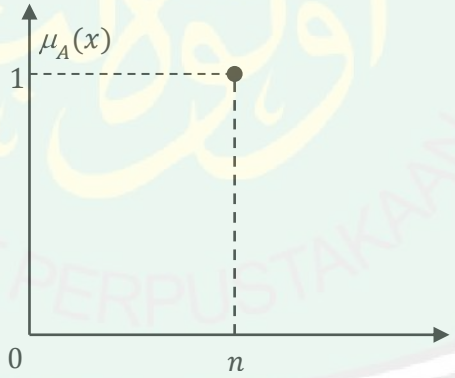
Pengurangan : $(A-B)_\alpha = A_\alpha - B_\alpha$

Perkalian : $(A \cdot B)_\alpha = A_\alpha \cdot B_\alpha$

Pembagian : $(A/B)_\alpha = A_\alpha / B_\alpha$, dengan syarat $0 \notin B_\alpha$.

2.9. Bilangan Fuzzy

Seperti halnya konsep himpunan fuzzy, bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari bilangan tegas. Misal $n \in R$, jika direpresentasikan dalam himpunan fuzzy, maka n mempunyai derajat keanggotaan 1.



Gambar 2.15. Bilangan Tegas yang Digambarkan dalam Himpunan Fuzzy

Jadi, setiap elemen pada bilangan riil dalam konsep himpunan bilangan tegas merupakan elemen yang mempunyai derajat keanggotaan 1 dalam konsep bilangan fuzzy. Selain itu pendukung dari n terbatas, yaitu $[n,n]$, yang tidak lain adalah interval konvek. Karena bilangan fuzzy merupakan perluasan dari bilangan tegas, maka dapat dikatakan bahwa

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

himpunan fuzzy A merupakan bilangan fuzzy jika terdapat minimal satu elemen anggota A yang mempunyai derajat keanggotaan 1 dengan *support* terbatas, dan konvek.

Definisi 2.11:

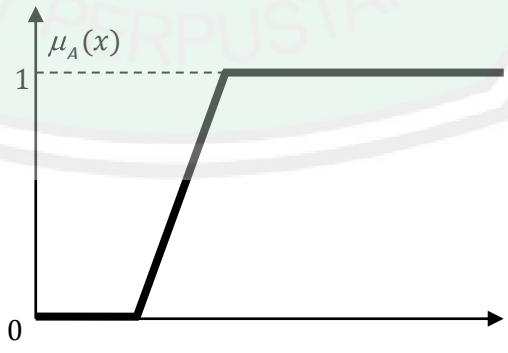
Misalkan A adalah himpunan fuzzy pada R. A disebut bilangan fuzzy jika memenuhi syarat-syarat berikut:

1. A merupakan himpunan fuzzy normal,
2. A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in (0, 1]$, dan
3. $S(A)$, atau A_{0+}, merupakan himpunan terbatas

(Klir dan Yuan, 1995:97).

Syarat bahwa A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in (0, 1]$ sama dengan syarat bahwa A merupakan himpunan konvek. Bilangan fuzzy sebagai himpunan fuzzy normal dan konvek, dan setiap α-*cut* merupakan interval tertutup. Jadi, bilangan fuzzy adalah himpunan konvek, normal, dan merupakan interval tertutup (Chen dan Pham, 2001:42).

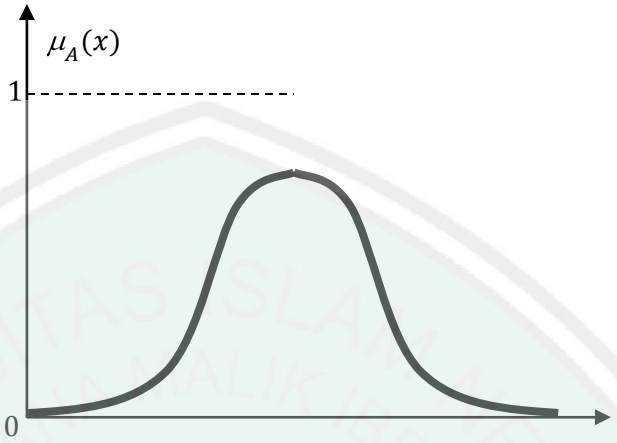
Berikut ini adalah contoh bilangan dan bukan bilangan fuzzy.



Gambar 2.16. Himpunan Fuzzy Normal dan Konvek dengan *Support* Tidak Terbatas

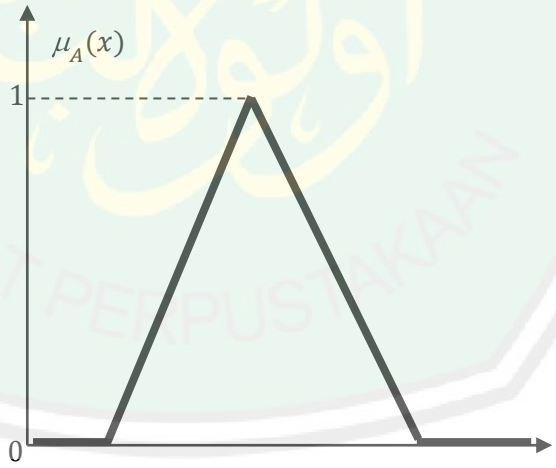
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Gambar di atas merupakan himpunan fuzzy normal dan konvek, tetapi bukan bilangan fuzzy karena *support*-nya tidak terbatas.



Gambar 2.17. Himpunan Fuzzy Konvek dan *Support* Terbatas, Tetapi Tidak Normal

Gambar di atas merupakan himpunan fuzzy konvek dan *support*-nya terbatas, tetapi bukan bilangan fuzzy karena tidak normal.



Gambar 2.18. Himpunan Fuzzy Normal dan Konvek dengan *Support* Terbatas

Gambar di atas merupakan bilangan fuzzy, karena merupakan himpunan normal, konvek, dan *support*-nya terbatas.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari sini dapat dipastikan bahwa fungsi keanggotaan bentuk segitiga, trapesium dan lonceng (Gauss) memenuhi syarat keanggotaan bilangan fuzzy. Akan tetapi fungsi keanggotaan bentuk segitiga merupakan bentuk yang sederhana yang sudah memenuhi syarat keanggotaan bilangan fuzzy, dan ini sudah mewakili dari representasi fungsi keanggotaan bentuk yang lainnya (fungsi keanggotaann yang memenuhi syarat keanggotaan bilangan fuzzy).

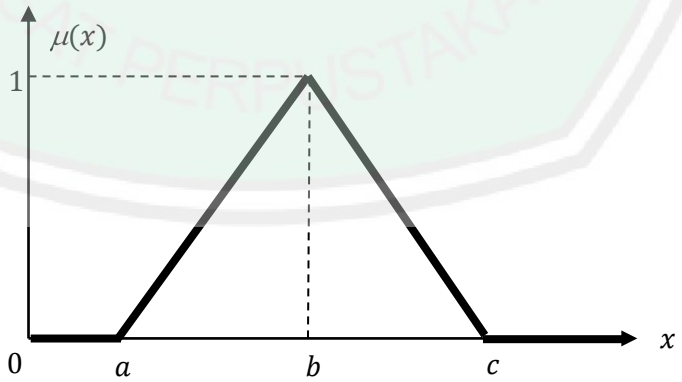
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

Secara umum bilangan fuzzy didefinisikan sebagai himpunan fuzzy dalam semesta himpunan semua bilangan riil R yang memenuhi empat sifat diantaranya yaitu: normal, mempunyai *support* yang terbatas, semua α-cut adalah selang tertutup dalam R, dan konveks.

Suatu bilangan fuzzy bersifat normal jika mempunyai nilai fungsi keanggotaannya sama dengan 1 dan sifat lainnya digunakan untuk dapat mendefinisikan operasi-operasi aritmetika (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) pada bilangan fuzzy. Operasi bilangan fuzzy dilakukan dengan memanfaatkan α-cut yang berbentuk interval tertutup. Misalkan $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ adalah bilangan fuzzy pada semesta R dengan fungsi keanggotaan masing-masing $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$, dan $*$ adalah empat operasi aritmetika dasar pada R. Maka $(A * B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.



Gambar 3.1. Fungsi Keanggotaan Segitiga $(x; a, b, c)$

Fungsi keanggotaan segitiga diperoleh dari persamaan garis dari titik ke titik, yaitu dengan titik $a(a,0)$, $b(b,1)$, dan $c(c,0)$. Untuk titik $a(a,0)$ dan $b(b,1)$ yaitu

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\frac{\mu - \mu_a}{\mu_b - \mu_a} = \frac{x - x_a}{x_b - x_a}$$

$$\frac{\mu - 0}{1 - 0} = \frac{x - a}{b - a}$$

$$\mu = \frac{x - a}{b - a}$$

dan untuk titik $b(b, 1)$ dan $c(c, 0)$ yaitu

$$\frac{\mu - \mu_b}{\mu_c - \mu_b} = \frac{x - x_b}{x_c - x_b}$$

$$\frac{\mu - 1}{0 - 1} = \frac{x - b}{c - b}$$

$$\frac{\mu - 1}{-1} = \frac{x - b}{c - b}$$

$$\mu(c - b) - c + b = b - x$$

$$(c - b)\mu = c - x$$

$$\mu = \frac{c - x}{c - b}$$

Fungsi keanggotaan dari bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ dapat dinyatakan dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x - a}{b - a}, & a \le x \le b \\ \dfrac{c - x}{c - b}, & b < x \le c \\ 0, & x < a \text{ atau } x > c \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} \dfrac{x - d}{e - d}, & d \le x \le e \\ \dfrac{f - x}{f - e}, & e < x \le f \\ 0, & x < d \text{ atau } x > f \end{cases}$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai $\alpha\text{-}cut$ dari bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan segitiga. Dari bilangan $\tilde{A}$, dengan menyatakan

$$\alpha = \frac{x - a}{b - a}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$(b-a)\alpha = x - a$$

diperoleh

$$x = (b-a)\alpha + a$$

dan untuk

$$\alpha = \frac{c-x}{c-b}$$

$$(c-b)\alpha = c - x$$

diperoleh

$$x = c - (c-b)\alpha$$

Dari bilangan $\tilde{B}$, dengan menyatakan

$$\alpha = \frac{x-d}{e-d}$$

$$(e-d)\alpha = x - d$$

diperoleh

$$x = (e-d)\alpha + d$$

dan untuk

$$\alpha = \frac{f-x}{f-e}$$

$$(f-e)\alpha = f - x$$

diperoleh

$$x = f - (f-e)\alpha$$

Jadi bilangan fuzzy $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ pada semesta R dapat ditulis ulang menjadi:

$$A_\alpha = [(b-a)\alpha + a, c - (c-b)\alpha]$$

$$B_\alpha = [(e-d)\alpha + d, f - (f-e)\alpha]$$

Kemudian untuk mendapatkan generalisasi dari masing-masing operasi aritmetika, diberikan contoh fungsi keanggotaan bilangan fuzzy dengan interval 1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

satuan, interval 2 satuan, interval 3 satuan, dan interval n satuan. Contoh pertama operasi aritmetika penjumlahan $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{x}$, dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy dalam R.

1. Operasi aritmetika penjumlahan dengan interval 1 satuan

   Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

   $$\tilde{a} = segitiga(x; a-1, a, a+1)$$

   dan

   $$\tilde{b} = segitiga(x; b-1, b, b+1)$$

   Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

   $$a_\alpha = \big[\big(a-(a-1)\big)\alpha + (a-1), (a+1) - \big((a+1)-a\big)\alpha\big]$$
   $$= [\alpha + a - 1, a + 1 - \alpha]$$

   dan

   $$b_\alpha = \big[\big(b-(b-1)\big)\alpha + (b-1), (b+1) - \big((b+1)-b\big)\alpha\big]$$
   $$= [\alpha + b - 1, b + 1 - \alpha]$$

   Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

   $$x_\alpha = a_\alpha + b_\alpha$$
   $$= [(\alpha + a - 1) + (\alpha + b - 1), (a + 1 - \alpha) + (b + 1 - \alpha)]$$
   $$= [2\alpha + a + b - 2, a + b + 2 - 2\alpha]$$

   untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

   Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a + b - 2$ dan $x = a + b + 2$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a + b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a+b-2, a+b, a+b+2) = \widetilde{a+b}$$

2. Operasi aritmetika penjumlahan dengan interval 2 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-2, a, a+2)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-2, b, b+2)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-2)\big)\alpha + (a-2), (a+2) - \big((a+2)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [2\alpha + a - 2, a + 2 - 2\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-2)\big)\alpha + (b-2), (b+2) - \big((b+2)-b\big)\alpha\big]$$

$$= [2\alpha + b - 2, b + 2 - 2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha + b_\alpha$$

$$= [(2\alpha + a - 2) + (2\alpha + b - 2), (a + 2 - 2\alpha) + (b + 2 - 2\alpha)]$$

$$= [4\alpha + a + b - 4, a + b + 4 - 4\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a + b - 4$ dan $x = a + b + 4$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a + b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a+b-4, a+b, a+b+4) = \widetilde{a+b}$$

3. Operasi aritmetika penjumlahan dengan interval 3 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-3, a, a+3)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-3, b, b+3)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-3)\big)\alpha + (a-3), (a+3) - \big((a+3)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [3\alpha + a - 3, a + 3 - 3\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-3)\big)\alpha + (b-3), (b+3) - \big((b+3)-b\big)\alpha\big]$$

$$= [3\alpha + b - 3, b + 3 - 3\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha + b_\alpha$$

$$= [(3\alpha + a - 3) + (3\alpha + b - 3), (a + 3 - 3\alpha) + (b + 3 - 3\alpha)]$$

$$= [6\alpha + a + b - 6, a + b + 6 - 6\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a + b - 6$ dan $x = a + b + 6$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a + b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a+b-6, a+b, a+b+6) = \widetilde{a+b}$$

4. Operasi aritmetika penjumlahan dengan interval n satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-n, a, a+n)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-n, b, b+n)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-n)\big)\alpha + (a-n), (a+n) - \big((a+n)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [n\alpha + a - n, a + n - n\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-n)\big)\alpha + (b-n), (b+n) - \big((b+n)-b\big)\alpha\big]$$

$$= [n\alpha + b - n, b + n - n\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha + b_\alpha$$

$$= [(n\alpha + a - n) + (n\alpha + b - n), (a + n - n\alpha) + (b + n - n\alpha)]$$

$$= [2n\alpha + a + b - 2n, a + b + 2n - 2n\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a + b - 2n$ dan $x = a + b + 2n$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a + b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a+b-2n, a+b, a+b+2n) = \widetilde{a+b}$$

Dari contoh operasi aritmetika penjumlahan dengan interval 1 sampai n satuan di atas, dapat digeneralisasikan sebagai berikut:

Misalkan bilangan fuzzy $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ di R berturut-turut yaitu

$$\tilde{A} = segitiga(x; a, b, c)$$

dan

$$\tilde{B} = segitiga(x; d, e, f)$$

maka

$$\tilde{A} + \tilde{B} = segitiga(x; a+d, b+e, c+f)$$

Contoh kedua untuk operasi aritmetika pengurangan $\tilde{a} - \tilde{b} = \tilde{x}$, dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy dalam R

1. Operasi aritmetika pengurangan dengan interval 1 satuan

   Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

   $$\tilde{a} = segitiga(x; a-1, a, a+1)$$

   dan

   $$\tilde{b} = segitiga(x; b-1, b, b+1)$$

   Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

   $$a_\alpha = \big[\big(a-(a-1)\big)\alpha + (a-1), (a+1) - \big((a+1)-a\big)\alpha\big]$$

   $$= [\alpha + a - 1, a + 1 - \alpha]$$

   dan

   $$b_\alpha = \big[\big(b-(b-1)\big)\alpha + (b-1), (b+1) - \big((b+1)-b\big)\alpha\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= [\alpha + b - 1, b + 1 - \alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha - b_\alpha$$

$$= [(\alpha + a - 1) - (b + 1 - \alpha), (a + 1 - \alpha) - (\alpha + b - 1)]$$

$$= [2\alpha + a - b - 2, a - b + 2 - 2\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a - b - 2$ dan $x = a - b + 2$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a - b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} - \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a - b - 2, a - b, a - b + 2) = \widetilde{a - b}$$

2. Operasi aritmetika pengurangan dengan interval 2 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a - 2, a, a + 2)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b - 2, b, b + 2)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a - (a - 2)\big)\alpha + (a - 2), (a + 2) - \big((a + 2) - a\big)\alpha\big]$$

$$= [2\alpha + a - 2, a + 2 - 2\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b - (b - 2)\big)\alpha + (b - 2), (b + 2) - \big((b + 2) - b\big)\alpha\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= [2\alpha + b - 2, b + 2 - 2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha - b_\alpha$$

$$= [(2\alpha + a - 2) - (b + 2 - 2\alpha), (a + 2 - 2\alpha) - (2\alpha + b - 2)]$$

$$= [4\alpha + a - b - 4, a - b + 4 - 4\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a - b - 4$ dan $x = a - b + 4$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a - b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} - \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a - b - 4, a - b, a - b + 4) = \widetilde{a - b}$$

3. Operasi aritmetika pengurangan dengan interval 3 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a - 3, a, a + 3)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b - 3, b, b + 3)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a - (a - 3)\big)\alpha + (a - 3), (a + 3) - \big((a + 3) - a\big)\alpha\big]$$

$$= [3\alpha + a - 3, a + 3 - 3\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b - (b - 3)\big)\alpha + (b - 3), (b + 3) - \big((b + 3) - b\big)\alpha\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= [3\alpha + b - 3, b + 3 - 3\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha - b_\alpha$$

$$= [(3\alpha + a - 3) - (b + 3 - 3\alpha), (a + 3 - 3\alpha) - (3\alpha + b - 3)]$$

$$= [6\alpha + a - b - 6, a - b + 6 - 6\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a - b - 6$ dan $x = a - b + 6$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a - b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} - \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a - b - 6, a - b, a - b + 6) = \widetilde{a - b}$$

4. Operasi aritmetika pengurangan dengan interval n satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a - n, a, a + n)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b - n, b, b + n)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a - (a - n)\big)\alpha + (a - n), (a + n) - \big((a + n) - a\big)\alpha\big]$$

$$= [n\alpha + a - n, a + n - n\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b - (b - n)\big)\alpha + (b - n), (b + n) - \big((b + n) - b\big)\alpha\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= [n\alpha + b - n, b + n - n\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha - b_\alpha$$

$$= [(n\alpha + a - n) - (b + n - n\alpha), (a + n - n\alpha) - (n\alpha + b - n)]$$

$$= [2n\alpha + a - b - 2n, a - b + 2n - 2n\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = a - b - 2n$ dan $x = a - b + 2n$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan hasil keduanya $x = a - b$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} - \tilde{b} = \tilde{x}$ adalah:

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

$$= segitiga(x; a - b - 2n, a - b, a - b + 2n) = \widetilde{a - b}$$

Dari contoh operasi aritmetika pengurangan dengan interval 1 sampai n satuan, dapat digeneralisasikan sebagai berikut:

Misalkan bilangan fuzzy $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ di R berturut-turut yaitu

$$\tilde{A} = segitiga(x; a, b, c)$$

dan

$$\tilde{B} = segitiga(x; d, e, f)$$

maka

$$\tilde{A} - \tilde{B} = segitiga(x; a - f, b - e, c - d)$$

Contoh ketiga untuk operasi aritmetika perkalian $\tilde{a} \cdot \tilde{b} = \tilde{x}$, dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy dalam R

1. Operasi aritmetika perkalian dengan interval 1 satuan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-1, a, a+1)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-1, b, b+1)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-1)\big)\alpha + (a-1), (a+1) - \big((a+1)-a\big)\alpha\big]$$
$$= [\alpha + a - 1, a + 1 - \alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-1)\big)\alpha + (b-1), (b+1) - \big((b+1)-b\big)\alpha\big]$$
$$= [\alpha + b - 1, b + 1 - \alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha \cdot b_\alpha$$
$$= \big[\min\big((\alpha+a-1)\cdot(\alpha+b-1), (\alpha+a-1)\cdot(b+1-\alpha), (a+1-\alpha)\cdot(\alpha+b-1), (a+1-\alpha)\cdot(b+1-\alpha)\big), \max\big((\alpha+a-1)\cdot(\alpha+b-1), (\alpha+a-1)\cdot(b+1-\alpha), (a+1-\alpha)\cdot(\alpha+b-1), (a+1-\alpha)\cdot(b+1-\alpha)\big)\big]$$
$$= \big[\min\big((\alpha^2+(a+b-2)\alpha+ab-a-b+1), (-\alpha^2-(a-b-2)\alpha+ab+a-b-1), (-\alpha^2+(a-b+2)\alpha+ab-a+b-1), (\alpha^2-(a+b+2)\alpha+ab+a+b+1)\big), \max\big((\alpha^2+(a+b-2)\alpha+ab-a-b+1), (-\alpha^2-(a-b-2)\alpha+ab+a-b-1), (-\alpha^2+(a-b+2)\alpha+ab-a+b-1), (\alpha^2-(a+b+2)\alpha+ab+a+b+1)\big)\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

2. Operasi aritmetika perkalian dengan interval 2 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-2, a, a+2)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-2, b, b+2)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \left[\big(a-(a-2)\big)\alpha + (a-2), (a+2) - \big((a+2)-a\big)\alpha\right]$$

$$= [2\alpha + a - 2, a + 2 - 2\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \left[\big(b-(b-2)\big)\alpha + (b-2), (b+2) - \big((b+2)-b\big)\alpha\right]$$

$$= [2\alpha + b - 2, b + 2 - 2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha \cdot b_\alpha$$

$$= \big[\min\big((2\alpha + a - 2)\cdot(2\alpha + b - 2), (2\alpha + a - 2)\cdot(b + 2 - 2\alpha), (a + 2 - 2\alpha)\cdot(2\alpha + b - 2), (a + 2 - 2\alpha)\cdot(b + 2 - 2\alpha)\big), \max\big((2\alpha + a - 2)\cdot(2\alpha + b - 2), (2\alpha + a - 2)\cdot(b + 2 - 2\alpha), (a + 2 - 2\alpha)\cdot(2\alpha + b - 2), (a + 2 - 2\alpha)\cdot(b + 2 - 2\alpha)\big)\big]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \big[\min\big((4\alpha^2 + (2a + 2b - 8)\alpha + ab - 2a - 2b + 4), (-4\alpha^2 - (2a - 2b - 8)\alpha + ab + 2a - 2b - 4), (-4\alpha^2 + (2a - 2b + 8)\alpha + ab - 2a + 2b - 4), (4\alpha^2 - (2a + 2b + 8)\alpha + ab + 2a + 2b + 4)\big), \max\big((4\alpha^2 + (2a + 2b - 8)\alpha + ab - 2a - 2b + 4), (-4\alpha^2 - (2a - 2b - 8)\alpha + ab + 2a - 2b - 4), (-4\alpha^2 + (2a - 2b + 8)\alpha + ab - 2a + 2b - 4), (4\alpha^2 - (2a + 2b + 8)\alpha + ab + 2a + 2b + 4)\big)\big]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

3. Operasi aritmetika perkalian dengan interval 3 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-3, a, a+3)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-3, b, b+3)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a - (a-3)\big)\alpha + (a-3), (a+3) - \big((a+3) - a\big)\alpha\big]$$
$$= [3\alpha + a - 3, a + 3 - 3\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b - (b-3)\big)\alpha + (b-3), (b+3) - \big((b+3) - b\big)\alpha\big]$$
$$= [3\alpha + b - 3, b + 3 - 3\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha \cdot b_\alpha$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= [\min((3\alpha + a - 3) \cdot (3\alpha + b - 3), (3\alpha + a - 3) \cdot (b + 3 - 3\alpha), (a + 3 - 3\alpha) \cdot (3\alpha + b - 3), (a + 3 - 3\alpha) \cdot (b + 3 - 3\alpha)), \max((3\alpha + a - 3) \cdot (3\alpha + b - 3), (3\alpha + a - 3) \cdot (b + 3 - 3\alpha), (a + 3 - 3\alpha) \cdot (3\alpha + b - 3), (a + 3 - 3\alpha) \cdot (b + 3 - 3\alpha))]$$

$$= [\min((9\alpha^2 + (3a + 3b - 18)\alpha + ab - 3a - 3b + 9), (-9\alpha^2 - (3a - 3b - 18)\alpha + ab + 3a - 3b - 9), (-9\alpha^2 + (3a - 3b + 18)\alpha + ab - 3a + 3b - 9), (9\alpha^2 - (3a + 3b + 18)\alpha + ab + 3a + 3b + 9)), \max((9\alpha^2 + (3a + 3b - 18)\alpha + ab - 3a - 3b + 9), (-9\alpha^2 - (3a - 3b - 18)\alpha + ab + 3a - 3b - 9), (-9\alpha^2 + (3a - 3b + 18)\alpha + ab - 3a + 3b - 9), (9\alpha^2 - (3a + 3b + 18)\alpha + ab + 3a + 3b + 9))]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

4. Operasi aritmetika perkalian dengan interval n satuan

   Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

   $$\tilde{a} = segitiga(x; a - n, a, a + n)$$

   dan

   $$\tilde{b} = segitiga(x; b - n, b, b + n)$$

   Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

   $$a_\alpha = [(a - (a - n))\alpha + (a - n), (a + n) - ((a + n) - a)\alpha]$$

   $$= [n\alpha + a - n, a + n - n\alpha]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan

$$b_\alpha = \left[\left(b-(b-n)\right)\alpha+(b-n),(b+n)-\left((b+n)-b\right)\alpha\right]$$

$$= [n\alpha+b-n, b+n-n\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = a_\alpha \cdot b_\alpha$$

$$= \big[\min\big((n\alpha+a-n)\cdot(n\alpha+b-n),(n\alpha+a-n)\cdot(b+n-n\alpha),(a+n-n\alpha)\cdot(n\alpha+b-n),(a+n-n\alpha)\cdot(b+n-n\alpha)\big),\max\big((n\alpha+a-n)\cdot(n\alpha+b-n),(n\alpha+a-n)\cdot(b+n-n\alpha),(a+n-n\alpha)\cdot(n\alpha+b-n),(a+n-n\alpha)\cdot(b+n-n\alpha)\big)\big]$$

$$= \big[\min\big((n^2\alpha^2+(na+nb-2n^2)\alpha+ab-na-nb+n^2),(-n^2\alpha^2-(na-nb-2n^2)\alpha+ab+na-nb-n^2),(-n^2\alpha^2+(na-nb+2n^2)\alpha+ab-na+nb-n^2),(n^2\alpha^2-(na+nb+2n^2)\alpha+ab+na+nb+n^2)\big),\max\big((n^2\alpha^2+(na+nb-2n^2)\alpha+ab-na-nb+n^2),(-n^2\alpha^2-(na-nb-2n^2)\alpha+ab+na-nb-n^2),(-n^2\alpha^2+(na-nb+2n^2)\alpha+ab-na+nb-n^2),(n^2\alpha^2-(na+nb+2n^2)\alpha+ab+na+nb+n^2)\big)\big]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Contoh keempat untuk operasi aritmetika pembagian $\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \tilde{x}$, dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy dalam R

1. Operasi aritmetika pembagian dengan interval 1 satuan

   Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-1, a, a+1)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-1, b, b+1)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-1)\big)\alpha + (a-1), (a+1) - \big((a+1)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [\alpha + a - 1, a + 1 - \alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-1)\big)\alpha + (b-1), (b+1) - \big((b+1)-b\big)\alpha\big]$$

$$= [\alpha + b - 1, b + 1 - \alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = \frac{a_\alpha}{b_\alpha} = \Big[\min\Big(\frac{\alpha+a-1}{\alpha+b-1}, \frac{\alpha+a-1}{b+1-\alpha}, \frac{a+1-\alpha}{\alpha+b-1}, \frac{a+1-\alpha}{b+1-\alpha}\Big),$$

$$\max\Big(\frac{\alpha+a-1}{\alpha+b-1}, \frac{\alpha+a-1}{b+1-\alpha}, \frac{a+1-\alpha}{\alpha+b-1}, \frac{a+1-\alpha}{b+1-\alpha}\Big)\Big]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

2. Operasi aritmetika pembagian dengan interval 2 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-2, a, a+2)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-2, b, b+2)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-2)\big)\alpha + (a-2), (a+2) - \big((a+2)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [2\alpha + a - 2, a + 2 - 2\alpha]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan

$$b_\alpha = \left[\left(b-(b-2)\right)\alpha+(b-2),(b+2)-\left((b+2)-b\right)\alpha\right]$$

$$= [2\alpha+b-2, b+2-2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = \frac{a_\alpha}{b_\alpha} = \left[\min\left(\frac{2\alpha+a-2}{2\alpha+b-2}, \frac{2\alpha+a-2}{b+2-2\alpha}, \frac{a+2-2\alpha}{2\alpha+b-2}, \frac{a+2-2\alpha}{b+2-2\alpha}\right),\right.$$

$$\left.\max\left(\frac{2\alpha+a-2}{2\alpha+b-2}, \frac{2\alpha+a-2}{b+2-2\alpha}, \frac{a+2-2\alpha}{2\alpha+b-2}, \frac{a+2-2\alpha}{b+2-2\alpha}\right)\right]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

3. Operasi aritmetika pembagian dengan interval 3 satuan

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-3, a, a+3)$$

dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-3, b, b+3)$$

Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \left[\left(a-(a-3)\right)\alpha+(a-3),(a+3)-\left((a+3)-a\right)\alpha\right]$$

$$= [3\alpha+a-3, a+3-3\alpha]$$

dan

$$b_\alpha = \left[\left(b-(b-3)\right)\alpha+(b-3),(b+3)-\left((b+3)-b\right)\alpha\right]$$

$$= [3\alpha+b-3, b+3-3\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = \frac{a_\alpha}{b_\alpha} = \left[\min\left(\frac{3\alpha+a-3}{3\alpha+b-3}, \frac{3\alpha+a-3}{b+3-3\alpha}, \frac{a+3-3\alpha}{3\alpha+b-3}, \frac{a+3-3\alpha}{b+3-3\alpha}\right),\right.$$

$$\left.\max\left(\frac{3\alpha+a-3}{3\alpha+b-3}, \frac{3\alpha+a-3}{b+3-3\alpha}, \frac{a+3-3\alpha}{3\alpha+b-3}, \frac{a+3-3\alpha}{b+3-3\alpha}\right)\right]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

4. Operasi aritmetika pembagian dengan interval n satuan

   Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{a} = segitiga(x; a-n, a, a+n)$$

   dan

$$\tilde{b} = segitiga(x; b-n, b, b+n)$$

   Dari bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ dapat dinyatakan dalam α-cut untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$a_\alpha = \big[\big(a-(a-n)\big)\alpha + (a-n), (a+n) - \big((a+n)-a\big)\alpha\big]$$

$$= [n\alpha + a - n, a + n - n\alpha]$$

   dan

$$b_\alpha = \big[\big(b-(b-n)\big)\alpha + (b-n), (b+n) - \big((b+n)-b\big)\alpha\big]$$

$$= [n\alpha + b - n, b + n - n\alpha]$$

   Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = \frac{a_\alpha}{b_\alpha} = \left[\min\left(\frac{n\alpha+a-n}{n\alpha+b-n}, \frac{n\alpha+a-n}{b+n-n\alpha}, \frac{a+n-n\alpha}{n\alpha+b-n}, \frac{a+n-n\alpha}{b+n-n\alpha}\right),\right.$$

$$\left.\max\left(\frac{n\alpha+a-n}{n\alpha+b-n}, \frac{n\alpha+a-n}{b+n-n\alpha}, \frac{a+n-n\alpha}{n\alpha+b-n}, \frac{a+n-n\alpha}{b+n-n\alpha}\right)\right]$$

   untuk setiap $\alpha \in [0,1]$.

Contoh 3.1:

Cari penyelesaian persamaan fuzzy $\tilde{7} + \tilde{5} = \tilde{x}$.

Bilangan fuzzy $\tilde{7}$ dan $\tilde{5}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{7} = segitiga(x; 4, 7, 10)$$

dan

$$\tilde{5} = segitiga(x; 3, 5, 7)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari bilangan $\tilde{7}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-4}{3}$ diperoleh $x = 3\alpha + 4$ dan $\alpha = \frac{10-x}{3}$ diperoleh $x = 10 - 3\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{7}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$7_\alpha = [3\alpha + 4, 10 - 3\alpha]$$

Dan dari bilangan $\tilde{5}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-3}{2}$ diperoleh $x = 2\alpha + 3$ dan $\alpha = \frac{7-x}{2}$ diperoleh $x = 7 - 2\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{5}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$5_\alpha = [2\alpha + 3, 7 - 2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = [5\alpha + 7, 17 - 5\alpha], \quad \alpha \in [0,1]$$

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = 7$ dan $x = 17$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = 12$ dan $x = 12$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{7} + \tilde{5} = \tilde{x}$ adalah

$$x = 5\alpha + 7$$

$$\alpha = \frac{x - 7}{5}$$

$$x = 17 - 5\alpha$$

$$\alpha = \frac{17 - x}{5}$$

Berdasarkan interval dan selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{7} + \tilde{5} = \tilde{x}$, representasi $\tilde{x}$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\tilde{x} = \begin{cases} 0, & x \leq 7 \text{ dan } x \geq 17 \\ \frac{x-7}{5}, & 7 \leq x \leq 12 \\ \frac{17-x}{5}, & 12 \leq x \leq 17 \end{cases}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Atau berdasarkan interval, bilangan fuzzy $\tilde{x}$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{x}_\alpha = segitiga(x; 7,12,17) = \widetilde{12}$$

Contoh 3.2:

Cari penyelesaian persamaan fuzzy $\widetilde{15} - \tilde{5} = \tilde{x}$.

Bilangan fuzzy $\tilde{5}$ dan $\widetilde{15}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\widetilde{15} = segitiga(x; 10, 15, 20)$$

dan

$$\tilde{5} = segitiga(x; 3, 5, 7)$$

Dari bilangan $\widetilde{15}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-10}{5}$ diperoleh $x = 5\alpha + 10$ dan $\alpha = \frac{20-x}{5}$ diperoleh $x = 20 - 5\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\widetilde{15}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$15_\alpha = [5\alpha + 10, 20 - 5\alpha]$$

Dan dari bilangan $\tilde{5}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-3}{2}$ diperoleh $x = 2\alpha + 3$ dan $\alpha = \frac{7-x}{2}$ diperoleh $x = 7 - 2\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{5}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$5_\alpha = [2\alpha + 3, 7 - 2\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = [7\alpha + 3, 17 - 7\alpha], \quad \alpha \in [0,1]$$

Ketika $\alpha = 0$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = 3$ dan $x = 17$. Ketika $\alpha = 1$ disubstitusikan ke dalam x_α didapatkan $x = 10$ dan $x = 10$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\widetilde{15} - \tilde{5} = \tilde{x}$ adalah

$$x = 7\alpha + 3$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\alpha = \frac{x-3}{7}$$

$$x = 17 - 7\alpha$$

$$\alpha = \frac{17-x}{7}$$

Berdasarkan interval dan selesaian dari persamaan fuzzy $\widetilde{15} - \tilde{5} = \tilde{x}$, representasi $\tilde{x}$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\tilde{x} = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \text{ dan } x \geq 17 \\ \dfrac{x-3}{7}, & 3 \leq x \leq 10 \\ \dfrac{17-x}{7}, & 10 \leq x \leq 17 \end{cases}$$

Atau berdasarkan interval, bilangan fuzzy $\tilde{x}$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha = segitiga(x; 3,10,17) = \widetilde{10}$$

Contoh 3.3:

Cari penyelesaian persamaan fuzzy $\tilde{3} \cdot \tilde{2} = \tilde{x}$.

Bilangan fuzzy $\tilde{3}$ dan $\tilde{2}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{3} = segitiga(x; 2,3,4)$$

dan

$$\tilde{2} = segitiga(x; -1,2,5)$$

Dari bilangan $\tilde{3}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-2}{1}$ diperoleh $x = \alpha + 2$ dan $\alpha = \frac{4-x}{1}$ diperoleh $x = 4 - \alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{3}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$3_\alpha = [\alpha + 2, 4 - \alpha]$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dan dari bilangan $\tilde{2}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x+1}{3}$ diperoleh $x = 3\alpha - 1$ dan $\alpha = \frac{5-x}{3}$ diperoleh $x = 5 - 3\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{2}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$2_\alpha = [3\alpha - 1, 5 - 3\alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$\begin{aligned} x_\alpha = \big[&\min\big((\alpha+2)\cdot(3\alpha-1), (\alpha+2)\cdot(5-3\alpha), (4-\alpha)\cdot(3\alpha-1), (4-\alpha) \\ &\cdot(5-3\alpha)\big), \max\big((\alpha+2)\cdot(3\alpha-1), (\alpha+2)\cdot(5-3\alpha), (4-\alpha) \\ &\cdot(3\alpha-1), (4-\alpha)\cdot(5-3\alpha)\big)\big] \\ = \big[&\min\big((3\alpha^2+5\alpha-2), (-3\alpha^2-\alpha+10), (-3\alpha^2+13\alpha-4), (3\alpha^2 \\ &-17\alpha+20)\big), \max\big((3\alpha^2+5\alpha-2), (-3\alpha^2-\alpha \\ &+10), (-3\alpha^2+13\alpha-4), (3\alpha^2-17\alpha+20)\big)\big] \\ = &\begin{cases} [-3\alpha^2+13\alpha-4, 3\alpha^2-17\alpha+20], & \alpha \in [0, 0.5] \\ [3\alpha^2+5\alpha-2, 3\alpha^2-17\alpha+20], & \alpha \in [0.5, 1] \end{cases} \end{aligned}$$

Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{3} \cdot \tilde{2} = \tilde{x}$ adalah

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{x}_\alpha = \begin{cases} 0, & x \le -4 \text{ dan } x \ge 20 \\ \dfrac{-13+\sqrt{121-12x}}{-6}, & -4 \le x \le 0 \\ \dfrac{-5+\sqrt{49+12x}}{6}, & 0 \le x \le 6 \\ \dfrac{17-\sqrt{49+12x}}{6}, & 6 \le x \le 20 \end{cases}$$

Contoh 3.4:

Cari penyelesaian persamaan fuzzy $\frac{\tilde{1}}{\tilde{3}} = \tilde{x}$.

Bilangan fuzzy $\tilde{1}$ dan $\tilde{3}$ mempunyai fungsi keanggotaan

$$\tilde{1} = segitiga(x; -1, 1, 3)$$

dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\tilde{3} = segitiga(x; 2, 3, 4)$$

Dan dari bilangan $\tilde{1}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x+1}{2}$ diperoleh $x = 2\alpha - 1$ dan $\alpha = \frac{3-x}{2}$ diperoleh $x = 3 - 2\alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{1}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$1_\alpha = [2\alpha - 1, 3 - 2\alpha]$$

Dari bilangan $\tilde{3}$, dengan menyatakan $\alpha = \frac{x-2}{1}$ diperoleh $x = \alpha + 2$ dan $\alpha = \frac{4-x}{1}$ diperoleh $x = 4 - \alpha$, dapat dinyatakan dalam α-cut dari bilangan $\tilde{3}$ untuk $\alpha \in [0,1]$, yaitu

$$3_\alpha = [\alpha + 2, 4 - \alpha]$$

Dengan menggunakan definisi 2.9 operasi aritmetika pada interval, diperoleh

$$x_\alpha = \left[\min\left(\frac{2\alpha-1}{\alpha+2}, \frac{2\alpha-1}{4-\alpha}, \frac{3-2\alpha}{\alpha+2}, \frac{3-2\alpha}{4-\alpha}\right), \max\left(\frac{2\alpha-1}{\alpha+2}, \frac{2\alpha-1}{4-\alpha}, \frac{3-2\alpha}{\alpha+2}, \frac{3-2\alpha}{4-\alpha}\right)\right]$$

$$= \begin{cases} \left[\frac{2\alpha-1}{\alpha+2}, \frac{3-2\alpha}{\alpha+2}\right], & \alpha \in [0, 0.5] \\ \left[\frac{2\alpha-1}{4-\alpha}, \frac{3-2\alpha}{\alpha+2}\right], & \alpha \in [0.5, 1] \end{cases}$$

Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\frac{\tilde{1}}{\tilde{3}} = \tilde{x}$ adalah

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{x}_\alpha = \begin{cases} 0, & x \le -\frac{1}{2} \text{ dan } x \ge \frac{3}{2} \\ \frac{2x+1}{2-x}, & -\frac{1}{2} \le x \le 0 \\ \frac{4x+1}{x+2}, & 0 \le x \le \frac{1}{3} \\ \frac{3-2x}{x+2}, & \frac{1}{3} \le x \le \frac{3}{2} \end{cases}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.Persamaan Fuzzy

Persamaan fuzzy terdiri dari bilangan fuzzy dan operasi aritmetika pada bilangan fuzzy. Berikut ini adalah karakterisasi sifat dari persamaan fuzzy yang sangat sederhana yaitu $\tilde{a} + \tilde{x} = \tilde{b}$ dan $\tilde{a} \cdot \tilde{x} = \tilde{b}$, dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy yang diketahui, dan $\tilde{x}$ adalah bilangan fuzzy yang merupakan selesaian dari persamaan fuzzy tersebut (Klir dan Yuan, 1995:114).

Misalkan diketahui bilangan fuzzy $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$, dan akan dicari bilangan fuzzy $\tilde{x}$. α - cut dari $\tilde{a}$, $\tilde{b}$, dan $\tilde{x}$ berturut-turut adalah $a_\alpha = [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$, $b_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$, dan $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+]$. Dari persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{x} = \tilde{b}$, dengan menggunakan α - cut diperoleh $[a_\alpha^- + x_\alpha^-, a_\alpha^+ + x_\alpha^+] = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$ untuk $\alpha \in [0,1]$. Jadi $a_\alpha^- + x_\alpha^- = b_\alpha^-$ dan $a_\alpha^+ + x_\alpha^+ = b_\alpha^+$, sehingga $x_\alpha^- = b_\alpha^- - a_\alpha^-$ dan $x_\alpha^+ = b_\alpha^+ - a_\alpha^+$. Agar α - cut dari bilangan fuzzy $\tilde{x}$ adalah $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+] = [b_\alpha^- - a_\alpha^-, b_\alpha^+ - a_\alpha^+]$, maka harus dipenuhi syarat berikut.

a. $b_\alpha^- - a_\alpha^- \leq b_\alpha^+ - a_\alpha^+$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, dan

b. Jika $\alpha \leq \beta$, maka $b_\alpha^- - a_\alpha^- \leq b_\beta^- - a_\beta^- \leq b_\beta^+ - a_\beta^+ \leq b_\alpha^+ - a_\alpha^+$.

Jika kedua syarat tersebut dipenuhi, maka selesaian persamaan fuzzy $\tilde{a} + \tilde{x} = \tilde{b}$ yaitu

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_\alpha$$

Dan untuk persamaan fuzzy $\tilde{a} \cdot \tilde{x} = \tilde{b}$ dimana $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ adalah bilangan fuzzy pada R^+, maka solusi dari persamaan fuzzy harus memenuhi syarat berikut.

a. $b_\alpha^- / a_\alpha^- \leq b_\alpha^+ / a_\alpha^+$ untuk $\alpha \in [0,1]$, dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b. Jika $\alpha \leq \beta$, maka $b_{\alpha}^{-}/a_{\alpha}^{-} \leq b_{\beta}^{-}/a_{\beta}^{-} \leq b_{\beta}^{+}/a_{\beta}^{+} \leq b_{\alpha}^{+}/a_{\alpha}^{+}$.

Jika kedua syarat tersebut terpenuhi, maka selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{a} \cdot \tilde{x} = \tilde{b}$ yaitu

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{x}_{\alpha}$$

(Klir dan Yuan, 1995:115-116).

Contoh 3.5:

Misalkan diberikan persamaan fuzzy

$$\frac{\tilde{4} \cdot \tilde{x} + \tilde{8}}{\tilde{5}} - \tilde{1} = \tilde{3}$$

dengan bilangan fuzzy

$$\tilde{1} = segitiga(0,1,2)$$

$$\tilde{3} = segitiga(-1,3,7)$$

$$\tilde{4} = segitiga(3,4,5)$$

$$\tilde{5} = segitiga(4,5,6)$$

$$\tilde{8} = segitiga(6,8,10)$$

Untuk representasi $\tilde{1}$

$$\alpha = \frac{x - 0}{1 - 0}$$

$$\alpha = \frac{x}{1}$$

$$x = \alpha$$

$$\alpha = \frac{2 - x}{2 - 1}$$

$$\alpha = \frac{2 - x}{1}$$

$$\alpha = 2 - x$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$x = 2 - \alpha$$

Untuk representasi $\tilde{3}$

$$\alpha = \frac{x - (-1)}{3 - (-1)}$$

$$\alpha = \frac{x + 1}{4}$$

$$4\alpha = x + 1$$

$$x = 4\alpha - 1$$

$$\alpha = \frac{7 - x}{7 - 3}$$

$$\alpha = \frac{7 - x}{4}$$

$$4\alpha = 7 - x$$

$$x = 7 - 4\alpha$$

Untuk representasi $\tilde{4}$

$$\alpha = \frac{x - 3}{4 - 3}$$

$$\alpha = \frac{x - 3}{1}$$

$$\alpha = x - 3$$

$$x = \alpha + 3$$

$$\alpha = \frac{5 - x}{5 - 4}$$

$$\alpha = \frac{5 - x}{1}$$

$$\alpha = 5 - x$$

$$x = 5 - \alpha$$

Untuk representasi $\tilde{5}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\alpha = \frac{x-4}{5-4}$$

$$\alpha = \frac{x-4}{1}$$

$$\alpha = x - 4$$

$$x = \alpha + 4$$

$$\alpha = \frac{6-x}{6-5}$$

$$\alpha = \frac{6-x}{1}$$

$$\alpha = 6 - x$$

$$x = 6 - \alpha$$

Untuk representasi $\tilde{8}$

$$\alpha = \frac{x-6}{8-6}$$

$$\alpha = \frac{x-6}{2}$$

$$2\alpha = x - 6$$

$$x = 2\alpha + 6$$

$$\alpha = \frac{10-x}{10-8}$$

$$\alpha = \frac{10-x}{2}$$

$$2\alpha = 10 - x$$

$$x = 10 - 2\alpha$$

Maka representasi $\tilde{1}$, $\tilde{3}$, $\tilde{4}$, $\tilde{5}$, dan $\tilde{8}$ didapatkan $1_\alpha = [\alpha, 2-\alpha]$, $3_\alpha = [4\alpha - 1{,}7 - 4\alpha]$, $4_\alpha = [\alpha + 3{,}5 - \alpha]$, $5_\alpha = [\alpha + 4{,}6 - \alpha]$, dan $8_\alpha = [2\alpha + 6{,}10 - 2\alpha]$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari persamaan fuzzy

$$\frac{\tilde{4}\cdot\tilde{x}+\tilde{8}}{\tilde{5}}-\tilde{1}=\tilde{3}$$

Misal:

$$\frac{\tilde{4}\cdot\tilde{x}+\tilde{8}}{\tilde{5}}=\tilde{r}$$

$$\tilde{4}\cdot\tilde{x}+\tilde{8}=\tilde{s}$$

$$\tilde{4}\cdot\tilde{x}=\tilde{t}$$

Maka,

$$\tilde{r}-\tilde{1}=\tilde{3} \quad (3.1)$$

$$\frac{\tilde{s}}{\tilde{5}}=\tilde{r} \quad (3.2)$$

$$\tilde{t}+\tilde{8}=\tilde{s} \quad (3.3)$$

$$\tilde{4}\cdot\tilde{x}=\tilde{t} \quad (3.4)$$

Untuk persamaan 3.1, dengan menggunakan α - *cut* diperoleh $[r_\alpha^- - (2-\alpha), r_\alpha^+ - \alpha] = [4\alpha - 1, 7 - 4\alpha]$ untuk $\alpha \in [0,1]$. Jadi $r_\alpha^- - (2-\alpha) = 4\alpha - 1$ dan $r_\alpha^+ - \alpha = 7 - 4\alpha$. Sehingga

$$r_\alpha^- = 4\alpha - 1 + (2-\alpha)$$

$$r_\alpha^- = 3\alpha + 1$$

$$r_\alpha^+ = 7 - 4\alpha + \alpha$$

$$r_\alpha^+ = 7 - 3\alpha$$

Kemudian diuji bahwa $r_\alpha^- \le r_\alpha^+$ dan jika $0 \le \alpha \le \beta \le 1$ maka $3\alpha + 1 \le 3\beta + 1 \le 7 - 3\beta \le 7 - 3\alpha$, agar α - *cut* dari bilangan fuzzy $\tilde{r}$ adalah $r_\alpha = [r_\alpha^-, r_\alpha^+]$.

Sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$r_\alpha = [3\alpha + 1{,}7 - 3\alpha]$$

untuk setiap $\alpha \in [0{,}1]$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{r} - \tilde{1} = \tilde{3}$ adalah

$$\tilde{r} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{r}_\alpha = \begin{cases} 0, & x \le 1 \text{ dan } x \ge 7 \\ \dfrac{x-1}{3}, & 1 \le x \le 4 \\ \dfrac{7-x}{3}, & 4 \le x \le 7 \end{cases}$$

Karena $\tilde{r} = \tilde{4}$, maka persamaan 3.2 menjadi $\frac{\tilde{s}}{\tilde{5}} = \tilde{4}$. Dari persamaan $\frac{\tilde{s}}{\tilde{5}} = \tilde{4}$ dengan menggunakan α-cut diperoleh $\left[\frac{s_\alpha^-}{6-\alpha}, \frac{s_\alpha^+}{\alpha+4}\right] = [3\alpha + 1{,}7 - 3\alpha]$ untuk $\alpha \in [0{,}1]$. Jadi $\frac{s_\alpha^-}{6-\alpha} = 3\alpha + 1$ dan $\frac{s_\alpha^+}{\alpha+4} = 7 - 3\alpha$. Sehingga

$$s_\alpha^- = (3\alpha + 1)(6 - \alpha)$$

$$s_\alpha^- = -3\alpha^2 + 17\alpha + 6$$

$$s_\alpha^+ = (7 - 3\alpha)(\alpha + 4)$$

$$s_\alpha^+ = -3\alpha^2 - 5\alpha + 28$$

Kemudian diuji bahwa $s_\alpha^- \le s_\alpha^+$ dan jika $0 \le \alpha \le \beta \le 1$ maka $-3\alpha^2 + 17\alpha + 6 \le -3\beta^2 + 17\beta + 6 \le -3\beta^2 - 5\beta + 28 \le -3\alpha^2 - 5\alpha + 28$, agar α-cut dari bilangan fuzzy $\tilde{s}$ adalah $s_\alpha = [s_\alpha^-, s_\alpha^+]$.

Sehingga

$$s_\alpha = [-3\alpha^2 + 17\alpha + 6, -3\alpha^2 - 5\alpha + 28]$$

untuk setiap $\alpha \in [0{,}1]$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\frac{\tilde{s}}{\tilde{5}} = \tilde{4}$ adalah

$$\tilde{s} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{s}_\alpha = \begin{cases} 0, & x \le 6 \text{ dan } x \ge 28 \\ \dfrac{-17 + \sqrt{361 - 12x}}{-6}, & 6 \le x \le 20 \\ \dfrac{5 - \sqrt{361 - 12x}}{-6}, & 20 \le x \le 28 \end{cases}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Karena $\tilde{s} = \widetilde{20}$, maka persamaan 3.3 menjadi $\tilde{t} + \tilde{8} = \widetilde{20}$. Dari persamaan $\tilde{t} + \tilde{8} = \widetilde{20}$ dengan menggunakan α-cut diperoleh $[t_\alpha^- + (2\alpha + 6), t_\alpha^+ + (10 - 2\alpha)] = [-3\alpha^2 + 17\alpha + 6, -3\alpha^2 - 5\alpha + 28]$ untuk $\alpha \in [0,1]$. Jadi $t_\alpha^- + (2\alpha + 6) = -3\alpha^2 + 17\alpha + 6$ dan $t_\alpha^+ + (10 - 2\alpha) = -3\alpha^2 - 5\alpha + 28$. Sehingga

$$t_\alpha^- = -3\alpha^2 + 17\alpha + 6 - (2\alpha + 6)$$

$$t_\alpha^- = -3\alpha^2 + 15\alpha$$

$$t_\alpha^+ = -3\alpha^2 - 5\alpha + 28 - (10 - 2\alpha)$$

$$t_\alpha^+ = -3\alpha^2 - 3\alpha + 18$$

Kemudian diuji bahwa $t_\alpha^- \leq t_\alpha^+$ dan jika $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$ maka $-3\alpha^2 + 15\alpha \leq -3\beta^2 + 15\beta \leq -3\beta^2 - 3\beta + 18 \leq -3\alpha^2 - 3\alpha + 18$, agar α-cut dari bilangan fuzzy $\tilde{t}$ adalah $t_\alpha = [t_\alpha^-, t_\alpha^+]$.

Sehingga

$$t_\alpha = [-3\alpha^2 + 15\alpha, -3\alpha^2 - 3\alpha + 18]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\tilde{t} + \tilde{8} = \widetilde{20}$ adalah

$$\tilde{t} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{t}_\alpha = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ dan } x \geq 18 \\ \dfrac{-15 + \sqrt{225 - 12x}}{-6}, & 0 \leq x \leq 12 \\ \dfrac{3 - \sqrt{225 - 12x}}{-6}, & 12 \leq x \leq 18 \end{cases}$$

Karena $\tilde{t} = \widetilde{12}$, maka persamaan 3.4 menjadi $\tilde{4} \cdot \tilde{x} = \widetilde{12}$. Dari persamaan $\tilde{4} \cdot \tilde{x} = \widetilde{12}$ dengan menggunakan α-cut diperoleh $[(\alpha + 3) \cdot x_\alpha^-, (5 - \alpha) \cdot x_\alpha^+] = [-3\alpha^2 + 15\alpha, -3\alpha^2 - 3\alpha + 18]$ untuk $\alpha \in [0,1]$. Jadi $(\alpha + 3) \cdot x_\alpha^- = -3\alpha^2 + 15\alpha$ dan $(5 - \alpha) \cdot x_\alpha^+ = -3\alpha^2 - 3\alpha + 18$. Sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$x_{\alpha}^{-} = \frac{-3\alpha^2 + 15\alpha}{\alpha + 3}$$

$$x_{\alpha}^{+} = \frac{-3\alpha^2 - 3\alpha + 18}{5 - \alpha}$$

Kemudian diuji bahwa $x_{\alpha}^{-} \leq x_{\alpha}^{+}$ dan jika $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$ maka $\frac{-3\alpha^2+15\alpha}{\alpha+3} \leq \frac{-3\beta^2+15\beta}{\beta+3} \leq \frac{-3\beta^2-3\beta+18}{5-\beta} \leq \frac{-3\alpha^2-3\alpha+18}{5-\alpha}$, agar $\alpha\text{-}cut$ dari bilangan fuzzy $\tilde{x}$ adalah $x_{\alpha} = [x_{\alpha}^{-}, x_{\alpha}^{+}]$.

Sehingga

$$x_{\alpha} = \left[\frac{-3\alpha^2 + 15\alpha}{\alpha + 3}, \frac{-3\alpha^2 - 3\alpha + 18}{5 - \alpha}\right]$$

untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Sehingga selesaian dari persamaan fuzzy $\frac{\tilde{4}\cdot\tilde{x}+\tilde{8}}{\tilde{5}} - \tilde{1} = \tilde{3}$ adalah

$$\tilde{x} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{x}_{\alpha} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \; dan \; x \geq \frac{18}{5} \\ \frac{x - 15 + \sqrt{x^2 - 66x + 225}}{-6}, & 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{3 - x - \sqrt{x^2 - 66x + 225}}{-6}, & 3 \leq x \leq \frac{18}{5} \end{cases}$$

3.2. Fuzzy dalam Al-Qur'an

Al-Qur'an merupakan sumber hukum pertama orang Islam yang digunakan sebagai landasan atau pedoman dalam menghadapi berbagai persoalan di dunia. Tidak ada sesuatu pun yang diragukan dari padanya (Al-Qur'an). Seperti halnya takdir, di dalam Al-Qur'an sudah dipaparkan dengan jelas.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

لَهُۥ مُعَقِّبَٰتٌ مِّنۢ بَيۡنِ يَدَيۡهِ وَمِنۡ خَلۡفِهِۦ يَحۡفَظُونَهُۥ مِنۡ أَمۡرِ ٱللَّهِۗ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوۡمٖ سُوٓءٗا فَلَا مَرَدَّ لَهُۥۚ وَمَا لَهُم مِّن دُونِهِۦ مِن وَالٖ ١١

Artinya: Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran, di muka dan di belakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah[767]. Sesungguhnya Allah tidak merobah Keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merobah keadaan[768] yang ada pada diri mereka sendiri. dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, Maka tak ada yang dapat menolaknya; dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia.

[767] Bagi tiap-tiap manusia ada beberapa Malaikat yang tetap menjaganya secara bergiliran dan ada pula beberapa Malaikat yang mencatat amalan-amalannya, dan yang dikehendaki dalam ayat ini ialah Malaikat yang menjaga secara bergiliran itu disebut Malaikat Hafazhah.

[768] Tuhan tidak akan merobah Keadaan mereka, selama mereka tidak merubah sebab-sebab kemunduran mereka.

Dari ayat di atas dapat diketahui bahwa takdir sebenarnya ada campur tangan manusia, tidak terjadi begitu saja dan bukan 100% kehendak Allah. Sebenarnya takdir baik atau tidak, nasib baik atau tidak, sebagian besar tergantung pada manusia. Allah sudah memberikan batasan kemampuan kepada manusia, dan untuk selanjutnya tergantung manusia itu sendiri dalam mempergunakannya. Jika manusia melaksanakan setiap pekerjaan yang dibebankan kepadanya dengan usaha yang maksimal maka akan mendapatkan hasil yang maksimal juga, pada konsep fuzzy nilai yang diberikan adalah 1. Begitu juga sebaliknya, yang memberikan nilai 0. Jika

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

manusia melaksanakan tugasnya dengan setengah-setengah, maka ia akan mendapatkan hasil yang setengah juga, antara 0 dan 1. Maka apabila manusia tidak berusaha untuk mendapatkan yang terbaik, itu bukanlah salah takdir (Yuhana, 2007).

Dalam hadits yang diriwayatkan oleh Bukhari Muslim, yang berbunyi

وَإِنْ اقْتَرَبَ إِلَيَّ شِبْرًا اقْتَرَبْتُ مِنْهُ ذِرَا عًا. وَإِنْ اقْتَرَبَ إِلَيَّ ذِرَا عًا اقْتَرَبْتُ إِلَيْهِ بَا عًا. وَإِنْ أَتَانِي يَمْشِي أَتَيْتُهُ هَرْوَلَةً.

Artinya: Jika ia mendekat kepada-Ku satu jengkal maka Aku akan mendekat kepadanya satu hasta. Jika ia mendekat kepada-Ku satu hasta maka Aku akan mendekat kepadanya satu depa. Dan jika ia mendatangi-Ku dengan berjalan maka Aku akan mendatanginya dengan berlari.

Dari hadits di atas dijelaskan bahwa Allah akan mendekat kepada umatnya apabila umatnya mendekat kepada Allah, dalam fuzzy yaitu mendekati 1. Dan jika umatnya menjauhi Allah maka Allah akan lebih jauh kepada umatnya, yaitu mendekati 0. Siapa yang tidak ditolong oleh Allah, dia gagal melaksanakan amanah seperti yang dikehendaki Allah. Allah memang menganjurkan umatnya untuk menyerahkan segala sesuatunya kepada-Nya, namun tidak berarti hanya berdiam diri dan tidak berusaha. Setiap muslim harus bersungguh-sungguh dan berusaha untuk mendapatkan yang terbaik. Segala sesuatu tidaklah semudah dari yang difikirkan, namun juga tidak sesulit itu, dengan ikhtiar dan tawakal mengharapkan ridha Allah swt.

Dalam Islam logika fuzzy dapat diibaratkan dengan syubhat. Sebagaimana yang terdapat dalam sebuah hadist yang diriwayatkan oleh Bukhari dan Muslim, yang berbunyi

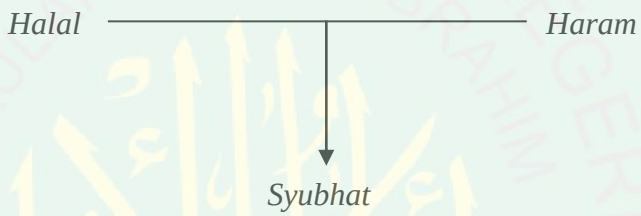
إِنَّ الْحَلاَلَ بَيِّنٌ وَإِنَّ الْحَرَامَ بَيِّنٌ وَبَيْنَهُمَا أُمُوْرٌ مُشْتَبِهَاتٌ

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Artinya: Sesungguhnya yang halal itu sudah terang dan yang haram juga terang, sedangkan antara keduanya terdapat perkara-perkara yang syubhat.

Dari hadits di atas, jika dimaknai dalam logika fuzzy maka halal dapat diartikan dengan angka 1, dan haram dapat diartikan sebagai angka 0. Sedangkan syubhat berada diantara halal dan haram, sehingga nilai syubhat berada antara nilai 1 dan 0.

Syubhat dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 3.2. Representasi Logika Fuzzy

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang matematika, muncul beberapa konsep baru tentang bilangan, antara lain bilangan irrasional, bilangan riil, bilangan kompleks, sampai akhirnya muncul konsep bilangan fuzzy.

Dalam Al-Qur'an surat Ali Imron ayat 7-8 Allah SWT berfirman:

هُوَ ٱلَّذِىٓ أَنزَلَ عَلَيۡكَ ٱلۡكِتَٰبَ مِنۡهُ ءَايَٰتٌ مُّحۡكَمَٰتٌ هُنَّ أُمُّ ٱلۡكِتَٰبِ وَأُخَرُ مُتَشَٰبِهَٰتٌۖ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ فِى قُلُوبِهِمۡ زَيۡغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَٰبَهَ مِنۡهُ ٱبۡتِغَآءَ ٱلۡفِتۡنَةِ وَٱبۡتِغَآءَ تَأۡوِيلِهِۦۖ وَمَا يَعۡلَمُ تَأۡوِيلَهُۥٓ إِلَّا ٱللَّهُۗ وَٱلرَّٰسِخُونَ فِى ٱلۡعِلۡمِ يَقُولُونَ

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ءَامَنَّا بِهِۦ كُلٌّ مِّنْ عِندِ رَبِّنَا ۗ وَمَا يَذَّكَّرُ إِلَّآ أُو۟لُوا۟ ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿٧﴾ رَبَّنَا لَا تُزِغْ قُلُوبَنَا بَعْدَ إِذْ هَدَيْتَنَا وَهَبْ لَنَا مِن لَّدُنكَ رَحْمَةً ۚ إِنَّكَ أَنتَ ٱلْوَهَّابُ ﴿٨﴾

Artinya: "Dia-lah yang menurunkan Al kitab (Al Quran) kepada kamu. di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamaat[183], Itulah pokok-pokok isi Al qur'an dan yang lain (ayat-ayat) mutasyaabihaat[184]. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, Maka mereka mengikuti sebahagian ayat-ayat yang mutasyaabihaat daripadanya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, Padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: "Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyaabihaat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami." dan tidak dapat mengambil pelajaran (daripadanya) melainkan orang-orang yang berakal. (mereka berdoa): "Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau jadikan hati Kami condong kepada kesesatan sesudah Engkau beri petunjuk kepada Kami, dan karuniakanlah kepada Kami rahmat dari sisi Engkau; karena Sesungguhnya Engkau-lah Maha pemberi (karunia)"."

[183] Ayat yang muhkamaat ialah ayat-ayat yang terang dan tegas maksudnya, dapat dipahami dengan mudah.

[184] Termasuk dalam pengertian ayat-ayat mutasyaabihaat: ayat-ayat yang mengandung beberapa pengertian dan tidak dapat ditentukan arti mana yang dimaksud kecuali sesudah diselidiki secara mendalam; atau ayat-ayat yang pengertiannya hanya Allah yang mengetahui seperti ayat-ayat yang berhubungan dengan yang ghaib-ghaib misalnya ayat-ayat yang mengenai hari kiamat, surga, neraka dan lain-lain.

Ayat di atas menerangkan bahwa dalam Al-Qur'an terdapat ayat-ayat yang jelas dan tegas dan ada juga ayat-ayat yang mengandung banyak arti dan tidak dapat ditentukan arti mana yang dimaksud kecuali sudah dikaji secara mendalam dan hanya Allah saja yang tahu maksudnya (*mutasybihat*).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dalam ayat tersebut di atas disebutkan bahwa tidak ada yang mengetahui ta'wilnya kecuali Allah, penggunaan kata ta'wil bermakna mutlak. Jika diintegrasikan dengan pencarian derajat keanggotaan, maka derajat keanggotaan hanya bisa didapatkan jika ada variabel-variabel fuzzy yang nilainya selain 0 dan 1.

Disebutkan dalam hadist shahih, Nabi Muhammad saw bersabda:

انما سمي القلب من تقلبه انما مثل القلب كمثل ر يشة معلقة في أ صل شجرة يقلبها الريح ظهر البطن (رواه احمد،الحديث صحيح)

Artinya: "Sungguh dinamakannya kalbu adalah tidak lain karena mudahnya ia berbolak-balik; perumpamaan kalbu adalah sebagaimana sehelai bulu yang menempel pada batang pohon yang dibolak-balikkan angin. (HR. Ahmad. Hadist shahih)."

Menurut hadist di atas, sesungguhnya hati seseorang itu begitu mudah berbolak-balik. Seperti kurva fungsi keanggotaan yang bisa naik dan bisa turun antara 0 dan 1 tergantung dengan kondisi yang terjadi. Yang dimaksud dari kondisi di sini adalah tingkat keimanan seseorang tersebut berada pada kondisi keimanan yang stabil atau malah sebaliknya, yaitu labil yang mengakibatkan mudah terombang-ambing dikarenakan memang secara fitrah, hati manusia itu mudah berbolak-balik sesuai dengan namanya " kalbu: labil".

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Persamaan fuzzy adalah kombinasi dari bilangan fuzzy dan operasi aritmetika pada bilangan fuzzy. Bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari bilangan tegas yang memenuhi empat sifat diantaranya yaitu: himpunan fuzzy normal, mempunyai *support* yang terbatas, semua α-cut merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in [0,1]$, dan konvek. Dan operasi aritmetika dasar pada bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari operasi aritmetika dasar pada umumnya, yaitu dengan mengikutsertakan derajat keanggotaannya.

Prosedur penyelesaian persamaan fuzzy yaitu dengan merepresentasikan bilangan fuzzy dalam bentuk α-cut menggunakan fungsi keanggotaan segitiga. Kemudian mengoperasikannya menggunakan operasi aritmetika dasar pada bilangan fuzzy. Penentuan hasil operasi aritmetika pada persamaan fuzzy dilakukan dengan merepresentasikan ulang bilangan fuzzy tersebut dengan α-cut, sehingga didapatkan bilangan fuzzy baru sebagai hasil penyelesaian dari persamaan fuzzy.

4.2. Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya membahas pada persamaan fuzzy. Maka dari itu, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji bentuk aljabar klasik yang lainnya, yaitu tentang pertidaksamaan linier yang

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dikembangkan menjadi pertaksamaan fuzzy. Dapat juga mengkaji lebih lanjut tentang sistem persamaan fuzzy.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Anton, Howard. 2000. *Dasar-Dasar Aljabar Linier*. Batam: Interaksara.

Ayres, Frank dan Schmidt, Philip A. 2004. *Schaum's Outline of Theory and Problem's of College Mathematics.* Terjemahan Alit Bondan. Jakarta: Erlangga.

Chen, Guanrong dan Pham, Trung Tat. 2000. *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems*. London: CRC Press.

Dubbois, Deider dan Prade, Henri. 1980. *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*. New York: Academic Press.

Klir, George J. dan Yuan, Bo. 1995. *Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. New Jersey: Prentice Hall International, INC.

Kusumadewi, Sri. 2002. *Analisis dan Desain System Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri dan Purnomo, Hari. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Seputro, Theresia M.H. Tirta. 1989. *Pengantar Dasar Matematika (Logika dan Teori Himpunan)*. Jakarta: Balai Pustaka.

Shihab, M. Quraish. 2005. *Tafsir Al-Mishbah*. Jakarta: Lentera Hati.

Sidik, Muhammad Ansorudin. 2000. *Pengembangan Wawasan Iptek Pondok Pesantren*. Jakarta: Amzah.

Sivanandam, Sumathi dan Deepa. 2006. *Introduction to Fuzzy Logic Using Matlab*. India: Springer.

Susilo, Frans. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Utomo, Tri. 2012. *Operasi Aritmetika Dasar pada Bilangan Fuzzy dan Sifat-Sifatnya.* Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Yudha D, Made. No. 36 Pebruari 1997. *Sistem Fuzzy: Sebuah Kecenderungan*. Science. Hal: 8-9.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Yuhana. 2007. Diakses tanggal 13 Agustus 2012 pukul 20:44 pada http://yuhana.wordpress.com/2007/06/26/jangan-salahkan-taqdir/.

Zadeh, Lotfi A. 2000. *Fuzzy Sets and fuzzy Information-Granulation Theory*. Beijing: Beijing Normal University Press.

Zhang, Huaguang dan Liu, Derong. 2006. *Interval Type-2 Fuzzy Hidden Markov Models*. Hungary: Proc. of IEEE FUZZ Conference, Budapest.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
Jl. Gajahyana No. 50 Malang Telp. (0341) 551354 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : **Elva Ravita Sari**
NIM : **08610007**
Fakultas/ Jurusan : **Sains dan Teknologi / Matematika**
Judul Skripsi : **Persamaan Fuzzy**
Pembimbing I : **Evawati Alisah, M.Pd**
Pembimbing II : **Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd**

No	Tanggal	Hal Yang Dikonsultasikan	Tanda Tangan
1	8 Mei 2012	Konsultasi Bab I	1.
2	25 Mei 2012	Konsultasi Bab II	2.
3	29 Mei 2012	Konsultasi Kajian Agama Bab I	3.
4	26 Juni 2012	Konsultasi Kajian Agama Bab II	4.
5	29 Juni 2012	ACC Bab I dan Bab II	5.
6	24 Juli 2012	Revisi Bab I dan Bab II	6.
7	29 Juli 2012	Konsultasi Bab III dan Bab IV	7.
8	7 Agustus 2012	Revisi Bab III (pembahasan)	8.
9	13 Agustus 2012	Konsultasi Kajian Agama Bab III	9.
10	13 Agustus 2012	ACC Bab III dan Bab IV	10.
11	14 Agustus 2012	Revisi Kajian Agama Bab III	11.
12	15 Agustus 2012	ACC Kajian Agama	12.
13	15 Agustus 2012	ACC Keseluruhan	13.

Malang, 15 Agustus 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG