

PROYEKSI GEOMETRI FUZZY PADA BIDANG

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD MAHFUD SUYUDI
NIM. 08610034



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012**

PROYEKSI GEOMETRI FUZZY PADA BIDANG

SKRIPSI

Diajukan kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
MOHAMMAD MAHFUD SUYUDI
NIM. 08610034

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

PROYEKSI GEOMETRI FUZZY PADA BIDANG

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD MAHFUD SUYUDI
NIM. 08610034

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 13 Agustus 2012

Pembimbing I,

Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 19720604 199903 2 001

Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PROYEKSI GEOMETRI FUZZY PADA BIDANG

SKRIPSI

Oleh:
MOHAMMAD MAHFUD SUYUDI
NIM. 08610034

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 04 September 2012

Penguji Utama:	<u>H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd</u> NIP. 19710420 200003 1 003
Ketua Penguji:	<u>Abdussakir, M.Pd</u> NIP. 19751006 200312 1 001
Sekretaris Penguji:	<u>Evawati Alisah, M.Pd</u> NIP. 19720604 199903 2 001
Anggota Penguji:	<u>Fachrur Rozi, M.Si</u> NIP. 19800527 200801 1 012

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mohammad Mahfud Suyudi
NIM : 08610034
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Penelitian : Proyeksi Geometri *Fuzzy* pada Bidang

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar hasil karya saya sendiri, bukan merupakan hasil tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Agustus 2012
Yang membuat pernyataan

Mohammad Mahfud Suyudi
NIM. 08610034

MOTTO

*“Tidak ada yang lebih baik daripada diam
Tidak ada musuh yang lebih berbahaya dari pada kebodohan
Tidak ada penyakit yang lebih parah daripada dusta”*

{Imam Ja'far Shodiq bin Ali Zainal Abidin bin Husaen bin Ali bin Abi Tholib}



HALAMAN PERSEMBAHAN

Peneliti Persembahkan Skripsi Ini Untuk:

Ayah dan Ibu tercinta:

Bapak Ahsin Suyudi dan Ibu Nur Aini

Keluarga Peneliti:

*Muhammad Maftuh Suyudi, Musrifatul Muna, Muhammad Sihabuddin, Ati' Sayidatul
Islamiah, Khotimatul Masruroh, serta keluarga besar peneliti.*

Semua Pihak yang Memberikan Dukungan Bagi Peneliti:

*Bapak, Ibu dosen, ustadz, ustadzah, teman-teman dan semua pihak yang telah memberikan
dukungan bagi peneliti dalam mengarungi kehidupan ini.*

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Segala puja dan puji syukur peneliti haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan karunia-Nya kepada peneliti. Berkat taufiq, hidayah, serta inayah-Nya peneliti dapat menyelesaikan penulisan dan penelitian skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Peneliti menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh sebab itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya peneliti sampaikan, terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU., DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, sebagai dosen pembimbing skripsi, yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan arahan selama penulisan skripsi.

5. Fachrur Rozi, M.Si, sebagai dosen pembimbing agama yang telah banyak memberikan bimbingan dan arahan selama penulisan skripsi.
6. Segenap dosen pengajar, terima kasih atas ilmu yang telah diberikan kepada peneliti.
7. Seluruh keluarga peneliti yang senantiasa memberikan do'a dan dukungan yang terbaik bagi peneliti untuk menyelesaikan skripsi ini.
8. Sahabat-sahabat senasib seperjuangan mahasiswa Matematika, terutama angkatan 2008, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
9. Semua pihak yang telah memberikan dukungan kepada peneliti.

Peneliti berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi peneliti secara pribadi. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu 'alaikum Wr.Wb.

Malang, 13 Agustus 2012

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGANTAR	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR SIMBOL	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
المخلص	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Vektor.....	9
2.1.1 Panjang (atau Besaran) Vektor.....	10
2.1.2 Penjumlahan Vektor dan Perkalian Skalar.....	10

2.2	Sistem Koordinat Bidang (R^2)	11
2.3	Geometri Tegas	12
2.3.1	Titik dan Garis	12
2.3.2	Jarak Titik ke Garis	13
2.3.3	Sudut antara Dua Garis.....	15
2.3.4	Teorema Phytagoras	16
2.4	Proyeksi Geometri Tegas	17
3.4.1	Proyeksi Titik ke Garis.....	17
3.4.2	Proyeksi Garis ke Garis.....	21
2.5	Teori Himpunan <i>Fuzzy</i>	23
2.5.1	Konsep Dasar Himpunan <i>Fuzzy</i>	23
2.5.2	Notasi-notasi Himpunan <i>Fuzzy</i>	24
2.5.3	Fungsi Keanggotaan	26
2.5.4	Operasi Dasar Himpunan <i>Fuzzy</i>	27
2.6	Relasi <i>Fuzzy</i>	29
2.6.1	Proyeksi dari Suatu Relasi <i>Fuzzy</i>	30
2.7	Kajian Tentang Waktu Shalat Fardhu	31
BAB III PEMBAHASAN		
3.1	Geometri <i>Fuzzy</i>	35
3.1.1	Titik <i>Fuzzy</i>	35
3.1.2	Garis <i>Fuzzy</i>	36
3.2	Proyeksi Geometri <i>Fuzzy</i>	36
3.2.1	Proyeksi Titik <i>Fuzzy</i> ke Garis <i>Fuzzy</i>	36
3.2.2	Proyeksi Garis <i>Fuzzy</i> ke Garis <i>Fuzzy</i>	43
3.3	Perbedaan Proyeksi Geometri Tegas dan Proyeksi Geometri <i>Fuzzy</i>	64
3.4	Implementasi Konsep <i>Fuzzy</i> dalam Kajian Waktu Shalat.....	65
BAB IV PENUTUP		
4.1	Kesimpulan.....	73
4.2	Saran.....	74

DAFTAR PUSTAKA	75
LAMPIRAN	77



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Vektor \overrightarrow{OP}	9
Gambar 2.2 Penjumlahan Vektor	10
Gambar 2.3 Sistem Koordinat Bidang (R^2).....	11
Gambar 2.4 Jarak Titik ke Garis.....	14
Gambar 2.5 Sudut antara Dua Garis	15
Gambar 2.6 Segitiga Siku-siku.....	16
Gambar 2.7 Proyeksi Titik P ke Garis g	18
Gambar 2.8 Proyeksi Titik $P(2,6)$ ke Garis $g \equiv 4y - 5x + 3 = 0$	20
Gambar 2.9 Proyeksi Garis s ke Garis $g, s \perp g$	21
Gambar 2.10 Proyeksi Garis s ke Garis $g, s \parallel g$	22
Gambar 2.11 Proyeksi Garis s ke Garis g, s Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar g	22
Gambar 2.12 Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy “Bilangan Real yang Dekat dengan 2”	27
Gambar 3.1 Proyeksi Titik Fuzzy \tilde{U} ke Garis Fuzzy \tilde{g}	37
Gambar 3.2 Proyeksi Titik $\tilde{U}(2, 5 0,8)$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0 0,6\}$	43
Gambar 3.3 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy $\tilde{g}, \tilde{s} \perp \tilde{g}$	44
Gambar 3.4 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0 0,7\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y$ $+1 = 0 0,4\}$	51
Gambar 3.5 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy $\tilde{g}, \tilde{s} \parallel \tilde{g}$	51
Gambar 3.6 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = -5 0,3\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y =$ $0 0,6\}$	56
Gambar 3.7 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g}, \tilde{s} Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar \tilde{g}	57
Gambar 3.8 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0 0,4\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1$ $= 0 0,8\}$	64
Gambar 3.9 Kurva Derajat Keanggotaan <i>Sunnah</i>	67
Gambar 3.10 Kurva Derajat Keanggotaan <i>Makruh</i>	69
Gambar 3.11 Kurva Derajat Keanggotaan <i>Mubah</i>	70



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> $\tilde{R} \subset E_1 \times E_2$	30
Tabel 3.1 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Titik \tilde{U} dan Garis \tilde{g}	38
Tabel 3.2 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Titik $\tilde{U}(2,5 0,8)$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0 0,6\}$	42
Tabel 3.3 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , $\tilde{s} \perp \tilde{g}$	45
Tabel 3.4 Tabel Perhitungan w_i	49
Tabel 3.5 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Garis $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0 0,7\}$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0 0,4\}$	49
Tabel 3.6 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , $\tilde{s} \parallel \tilde{g}$	53
Tabel 3.7 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , \tilde{s} Tidak Tegak lurus dan Tidak Sejajar \tilde{g}	58
Tabel 3.8 Tabel Perhitungan w_i	62
Tabel 3.9 Tabel Relasi <i>Fuzzy</i> Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0 0,4\}$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x -$ $2y + 1 = 0 0,8\}$	62

DAFTAR SIMBOL

\perp	= Tegak lurus
\parallel	= Sejajar
\cap	= Irisan (<i>Intersection</i>)
\cup	= Gabungan (<i>Union</i>)
\subset	= Subset
\times	= Hasil kali kartesius
\in	= Anggota
\vec{OP}	= Vektor \vec{OP}
$ \vec{OP} $	= Panjang vektor \vec{OP}
A	= Titik A
\tilde{A}	= Titik <i>fuzzy</i> \tilde{A}
a	= Garis a
\tilde{a}	= Garis <i>fuzzy</i> \tilde{a}
A'	= Hasil proyeksi tegas titik A
a'	= Hasil proyeksi tegas garis a
\tilde{a}'	= Hasil proyeksi <i>fuzzy</i> titik <i>fuzzy</i> \tilde{A} dan garis <i>fuzzy</i> \tilde{a}
\tilde{R}	= Relasi <i>fuzzy</i>
$\mu_{\tilde{a}}$	= Derajat keanggotaan garis <i>fuzzy</i> \tilde{a}
$\mu_{\tilde{R}}$	= Derajat keanggotaan relasi \tilde{R}
$\bigvee_x \mu_{\tilde{R}}(x, y)$	= Harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ yang relatif terhadap variabel x

ABSTRAK

Suyudi, Mohammad Mahfud. 2012. **Proyeksi Geometri Fuzzy pada Bidang**. Skripsi. Program S1 Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (1) Evawati Alisah, M.Pd
(2) Fachrur Rozi, M.Si

Kata Kunci : Geometri *Fuzzy*, Relasi *Fuzzy*, Proyeksi Geometri *Fuzzy*

Geometri *fuzzy* merupakan perkembangan dari geometri tegas, yang mana pada geometri tegas unsur-unsurnya hanya ada dan tidak ada, pada geometri *fuzzy* unsur-unsur tersebut berkembang tidak hanya direpresentasikan dengan ada dan tidak ada, tetapi berkembang dengan ketebalan yang dimiliki oleh masing-masing unsur tersebut.

Proyeksi geometri tegas merupakan pembentukan bayangan suatu unsur geometri yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor, dengan sifat tegak lurus yang diwakili oleh masing-masing unsurnya, pembahasannya difokuskan pada koordinat hasil proyeksi. Sedangkan proyeksi geometri *fuzzy* mempunyai pembahasan yang lebih luas, yang mencakup tentang koordinat hasil proyeksi, keamatan relasi masing-masing unsur dan ketebalan masing-masing unsur tersebut. Penelitian ini dilakukan untuk mendeskripsikan dan menganalisis prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang serta menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang.

Proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{U}(x_{\tilde{u}}, y_{\tilde{u}} | \mu_{\tilde{u}})$ terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, dengan fungsi derajat keanggotaan keamatan relasi $\mu_R(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$ mempunyai hasil proyeksi $\tilde{u}' \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{u}'}\}$, dengan $\mu_{\tilde{u}'}$ merupakan derajat keanggotaan ketebalan garis \tilde{u}' . Sedangkan proyeksi garis *fuzzy* $\tilde{s} \equiv \{Dx + Ey + F = 0 | \mu_{\tilde{s}}\}$ terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$ dengan fungsi derajat keanggotaan keamatan relasi $\mu_R(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ mempunyai hasil $\tilde{s}' \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{s}'}\}$, dengan $\mu_{\tilde{s}'}$ merupakan derajat keanggotaan ketebalan garis \tilde{s}' .

ABSTRACT

Suyudi, Mohammad Mahfud. 2012. **Projection of Fuzzy Geometry on Plane**. Thesis. S1 Department of Mathematics Faculty of Science and Technology State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors : (I) Evawati Alisah, M.Pd, (II) Fachrur Rozi, M.Si

Keywords : Fuzzy Geometry, Fuzzy Relations, Projection of Fuzzy Geometry.

Fuzzy geometry is an outgrowth of crisp geometry, which in crisp geometry elements are exist and not exist, while on fuzzy geometry elements are developed not only represented by exist and not exist, but also by thickness which is owned by each of these elements.

Projection of crisp geometry is the formation of a shadow of geometries element projected on the projectors element, with perpendicular properties which are represented by their respective elemental, the discussion focused on the results of the projection coordinates. While the projection of fuzzy geometry have richer discussion, which includes about coordinates of projection results, the mutual relation of each element and the thickness of each element. This research was conducted to describe and analyzing procedure of projection of fuzzy geometry on plane and explain the differences between Projection of crisp geometry and projection of fuzzy geometry on plane.

Projections of fuzzy point $\tilde{U}(x_{\tilde{u}}, y_{\tilde{u}} | \mu_{\tilde{u}})$ to fuzzy line $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, with function of degree of membership relations $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$, to have result $\tilde{u}' \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{u}'}\}$, with $\mu_{\tilde{u}'}$ is the degree of membership thickness of \tilde{u}' . Projections of fuzzy line $\tilde{s} \equiv \{Dx + Ey + F = 0 | \mu_{\tilde{s}}\}$ to fuzzy line $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, with function of degree of membership relations $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$, to have result $\tilde{u}' \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{u}'}\}$, with $\mu_{\tilde{u}'}$ is the degree of membership thickness of \tilde{u}' .

المخلص

سيودي، محمد محفوظ. ٢٠١٢. توقيع الهندسة الغامضية على فن. أطروحة S1 قسم الرياضيات بكلية العلوم والتكنولوجيا جامعة الدولة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانغ.
المشرفين: (١) عفاوتي علسة، م ف د
(٢) فخر الرازي، م س ي

اصل المسئلة: هندسة الغامضية، متصلة الغامضية، توقيع الهندسة الغامضية

هندسة الغامضية هي متعدى من هندسة العدلية، والتي في هندسة العدلية صورتها من الوجود والعدم، وعلى هندسة الغامضية صورتها متعدى لاتفاسر من الوجود والعدم، لكن متعدى بالغلظة على صورة ذلك.

توقيع الهندسة العدلية حافة بلون الظلة من صورة كمتري يوقع من الواقع، بصفة القيم المستقيم الموكل من الفرد ثعبها، مبحثها مخا صص من توقيعها، وتوقيع الهندسة الغامضية له بحث أوسع منها، المحتوى من توقيعها، المتصلة من الأفراد صورتها، والغلظة من صورتها. وهذا التجاسس للدراسة والتبايون على توقيع الهندسة الغامضية على فن، وتمييز منهما.

توقيع نقطة الغامضية $\tilde{U}(x_{\tilde{u}}, y_{\tilde{u}} | \mu_{\tilde{u}})$ على خط الغامضية $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$ بدرجة الانضمام المتصلة (\tilde{U}, \tilde{G}_i) لها توقيع $\mu_R(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$ بدرجة الانضمام الغلظه (\tilde{u}') .

توقيع خط الغامضية $\tilde{s} \equiv \{Dx + Ey + F = 0 | \mu_{\tilde{s}}\}$ على خط الغامضية $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$ بدرجة الانضمام المتصلة $(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ لها توقيع $\mu_R(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ بدرجة الانضمام الغلظه (\tilde{s}') .

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu merupakan bagian penting dalam kehidupan. Kemajuan peradaban suatu bangsa ditentukan oleh kemajuan tradisi keilmuan bangsa tersebut. Dalam dunia Islam ilmu merupakan syarat utama untuk memperoleh kebahagiaan dunia dan akhirat. Islam sangat memperhatikan, menghormati, dan menjunjung tinggi martabat ilmu dan orang-orang yang memiliki ilmu. Sebagaimana yang diterangkan dalam surat Al-Mujadalah ayat 11.

يٰۤاَيُّهَا الَّذِيْنَ ءَامَنُوْا اِذَا قِيْلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوْا فِى الْمَجٰلِسِ فَاَفْسَحُوْا ۗ يَفْسَحِ اللّٰهُ لَكُمْ ۗ وَاِذَا قِيْلَ
اَنْشُرُوْا فَاَنْشُرُوْا ۗ يَرْفَعِ اللّٰهُ الَّذِيْنَ ءَامَنُوْا مِنْكُمْ ۗ وَالَّذِيْنَ اٰتُوْا الْعِلْمَ دَرَجٰتٍ ۗ وَاللّٰهُ بِمَا تَعْمَلُوْنَ
خَبِيْرٌ

Artinya: “Hai orang-orang beriman apabila dikatakan kepadamu: “Berlapang-lapanglah dalam majlis”, maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan: “Berdirilah kamu”, maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan” (QS Al-Mujadalah:11).

Menurut Ibnu Khaldun ilmu dibagi menjadi dua macam, yaitu: ilmu *naqliyah* dan ilmu *aqliyah*. Ilmu *naqliyah* merupakan ilmu yang berdasarkan otoritas yang berasal dari dalil *naqli* yaitu Al-Qur’an dan As-Sunnah. Sedangkan ilmu *aqliyah* merupakan ilmu yang berdasarkan akal atau dalil rasional seperti ilmu filsafat, matematika, fisika, dan lain-lain. Al-Qur’an sebagai firman Allah telah menyediakan semua petunjuk yang dibutuhkan oleh manusia untuk menjalani kehidupan, baik berupa ilmu-ilmu *aqidah* dan *syari’ah*, maupun ilmu

yang terbentang pada jagad raya ini (Hidayati, 2012). Sebagaimana firman Allah SWT dalam surat Al-Ankabut ayat 49.

بَلْ هُوَ آيَاتٌ بَيِّنَاتٌ فِي صُدُورِ الَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ وَمَا يَجْحَدُ بِآيَاتِنَا إِلَّا الظَّالِمُونَ ﴿٤٩﴾

Artinya: “*sebenarnya, al-Quran itu adalah ayat-ayat yang nyata di dalam dada orang-orang yang diberi ilmu. dan tidak ada yang mengingkari ayat-ayat Kami kecuali orang-orang yang zalim*” (QS. Al-Ankabut:49).

Al-Qur’an sebagai wahyu Allah SWT telah mengisyaratkan perintah untuk mengembangkan ilmu pengetahuan. Sebagaimana ayat pertama yang diturunkan kepada Nabi Muhammad SAW dalam surat Al-Alaq ayat 1.

أَقْرَأْ بِأَسْمِ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ ﴿١﴾

Artinya: “*bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang Menciptakan*” (QS. Al-Alaq:1).

Perintah membaca merupakan betapa pentingnya persoalan itu ditunaikan. Perintah membaca tentu dimaknai luas. Orang yang sanggup melakukan kegiatan membaca, maka akan mendapatkan ilmu yang luas. Dari sini maka akan tampak dengan jelas, hubungan membaca sebagai perintah yang datangnya dari Al-Qur’an dengan ilmu pengetahuan (Suprayogo, 2010).

Matematika sebagai salah satu disiplin ilmu yang mempunyai peran besar dalam perkembangan kehidupan. Matematika merupakan alat untuk memahami suatu permasalahan, baik permasalahan yang terdapat pada matematika maupun permasalahan yang terdapat pada disiplin ilmu lain. Dengan matematika suatu permasalahan dapat dipahami, dianalisis, dan disederhanakan, sehingga masalah tersebut dapat terpecahkan (Purwanto, 1998:1). Alasan mengapa banyak orang yang berminat untuk mempelajari matematika antara lain, pertama karena adanya aplikasi-aplikasi matematika yang dapat dikaitkan dengan bidang mereka, kedua

karena matematika memiliki struktur yang indah dan cantik sehingga dapat dipelajari hanya untuk satu minat saja, dan ketiga merupakan warisan kebudayaan yang tinggi dari satu bangsa (Muhsetyo, dkk., 1985:1).

Geometri adalah cabang matematika yang membahas bentuk, posisi, ukuran relatif (perbandingan) dari angka, dan sifat-sifat unsur ruang dan bidang. Geometri merupakan sains tertua, yang mana pada awalnya mengkaji ukuran panjang, luas, dan volume dari bangun-bangun tertentu (Bawazir, 2012). Termasuk di dalamnya bidang astronomi yang mengkaji letak dan peredaran planet-planet dalam jagad raya. Kajian-kajian tersebut termasuk ke dalam geometri Euclid, yang pertama kali dikembangkan secara aksiomatik oleh Euclid. Kemudian dengan diperkenalkannya konsep transformasi, dianggap sebagai awal pengembangan geometri modern, dengan timbulnya kajian geometri non-Euclid.

Proyeksi merupakan salah satu kajian geometri yang mempunyai pengertian penarikan garis tegak lurus dari unsur yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor (Wahyudin, 2011). Dari sini, proyeksi geometri tegas dapat diaplikasikan dengan teori matematika yang bisa dikatakan modern yaitu *fuzzy*, yang mana dilakukan dengan membawa konsep-konsep yang terdapat dalam *fuzzy logic* ke dalam proyeksi geometri tegas.

Pada dasarnya, peneliti di sini akan mencoba menggabungkan dua konsep matematis, yaitu antara konsep tentang proyeksi geometri tegas dengan teori-teori himpunan *fuzzy*. Teori himpunan *fuzzy* merupakan perluasan dari teori himpunan tegas. Pada teori himpunan tegas, keberadaan suatu elemen pada suatu himpunan A hanya akan memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu menjadi anggota A atau tidak menjadi anggota A . Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar

tingkat keanggotaan suatu elemen (x) dalam suatu himpunan (A), sering dikenal dengan nama derajat keanggotaan dinotasikan dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan tegas, hanya ada dua nilai keanggotaan, yaitu $\mu_A(x) = 1$ untuk x anggota A , dan $\mu_A(x) = 0$ untuk x bukan anggota A . Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi keanggotaan sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan *real* pada interval $[0,1]$, dengan demikian menunjukkan bahwa derajat keanggotaan suatu elemen (x) dalam suatu himpunan (A) tidak hanya ada 0 dan 1, namun juga nilai yang terletak di dalamnya (Kusumadewi, 2002:17). Berdasarkan teori tersebut, titik dan garis yang pada geometri tegas hanya ada dan tidak ada, maka dalam geometri *fuzzy* akan berkembang, titik dan garis tidak hanya direpresentasikan dengan ada dan tidak ada, tetapi berkembang dengan ketebalan yang berbeda.

Penelitian ini menjadi menarik untuk dilakukan, selain karena mengkaji dua konsep ilmu dalam matematika, dengan penelitian ini sedikit atau banyak diharapkan bisa menyumbang pustaka keilmuan untuk penelitian selanjutnya. Karena terdapat dua kajian dalam penelitian ini, yaitu bidang dan ruang, maka peneliti akan mengkaji konsep konsep-konsep dalam bidang. Berdasarkan uraian tersebut dalam penelitian ini peneliti akan mengkaji tentang geometri dan *fuzzy*, dengan mengambil judul skripsi "*Proyeksi Geometri Fuzzy pada Bidang*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah penelitian ini adalah:

1. Bagaimana prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang?

2. Bagaimana perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan dan menganalisis prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang.
2. Menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang.

1.4 Batasan Masalah

Pada penelitian ini peneliti memberikan batasan masalah pada proyeksi geometri *fuzzy* titik terhadap garis dan garis terhadap garis pada bidang (sistem koordinat kartesius dimensi dua).

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Peneliti

Melalui penelitian ini dapat menambah penguasaan materi, sebagai pengalaman dalam melakukan penelitian dan menyusun karya ilmiah dalam bentuk skripsi, serta media untuk mengaplikasikan ilmu matematika.

2. Lembaga

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan referensi dalam pengembangan ilmu matematika khususnya di kalangan mahasiswa jurusan matematika.

3. Pembaca

Sebagai bahan pembelajaran dan pengetahuan mengenai proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research*) yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi yang berasal dari perpustakaan, seperti buku-buku, jurnal, dan lain-lain.

Adapun langkah-langkah yang diambil oleh peneliti dalam penelitian ini adalah:

1. Mempelajari literatur utama dan literatur pendukung yang dijadikan bahan dalam penelitian ini.
2. Diberikan titik *fuzzy* dalam bidang sebagai unsur yang diproyeksikan dan garis *fuzzy* dalam bidang sebagai unsur proyektor.
3. Mencari koordinat hasil proyeksi geometri tegas titik *fuzzy* ke garis *fuzzy*.
4. Mencari derajat keanggotaan relasi antara titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
5. Mencari derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi titik *fuzzy* ke garis *fuzzy*, dengan diketahui derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy*, derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy*, dan derajat keanggotaan relasi antara titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
6. Memberikan contoh beserta solusi proyeksi geometri *fuzzy* titik *fuzzy* ke garis *fuzzy*.
7. Mengulangi langkah poin 3 sampai poin 6 untuk proyeksi garis *fuzzy* ke garis *fuzzy* dengan diberikan garis *fuzzy* dalam bidang sebagai unsur yang

diproyeksikan dan garis *fuzzy* dalam bidang sebagai unsur proyektor, yaitu:

- a. Mencari koordinat hasil proyeksi geometri tegas garis *fuzzy* ke garis *fuzzy*.
 - b. Mencari derajat keanggotaan relasi antara garis *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
 - c. Mencari derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi garis *fuzzy* ke garis *fuzzy*, dengan diketahui derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy* sebagai unsur yang diproyeksikan, derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy* sebagai unsur proyektor, dan derajat keanggotaan relasi antara garis *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
 - d. Memberikan contoh beserta solusi proyeksi geometri *fuzzy* garis *fuzzy* ke garis *fuzzy*.
8. Menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang.
 9. Merumuskan kesimpulan dari hasil analisis.

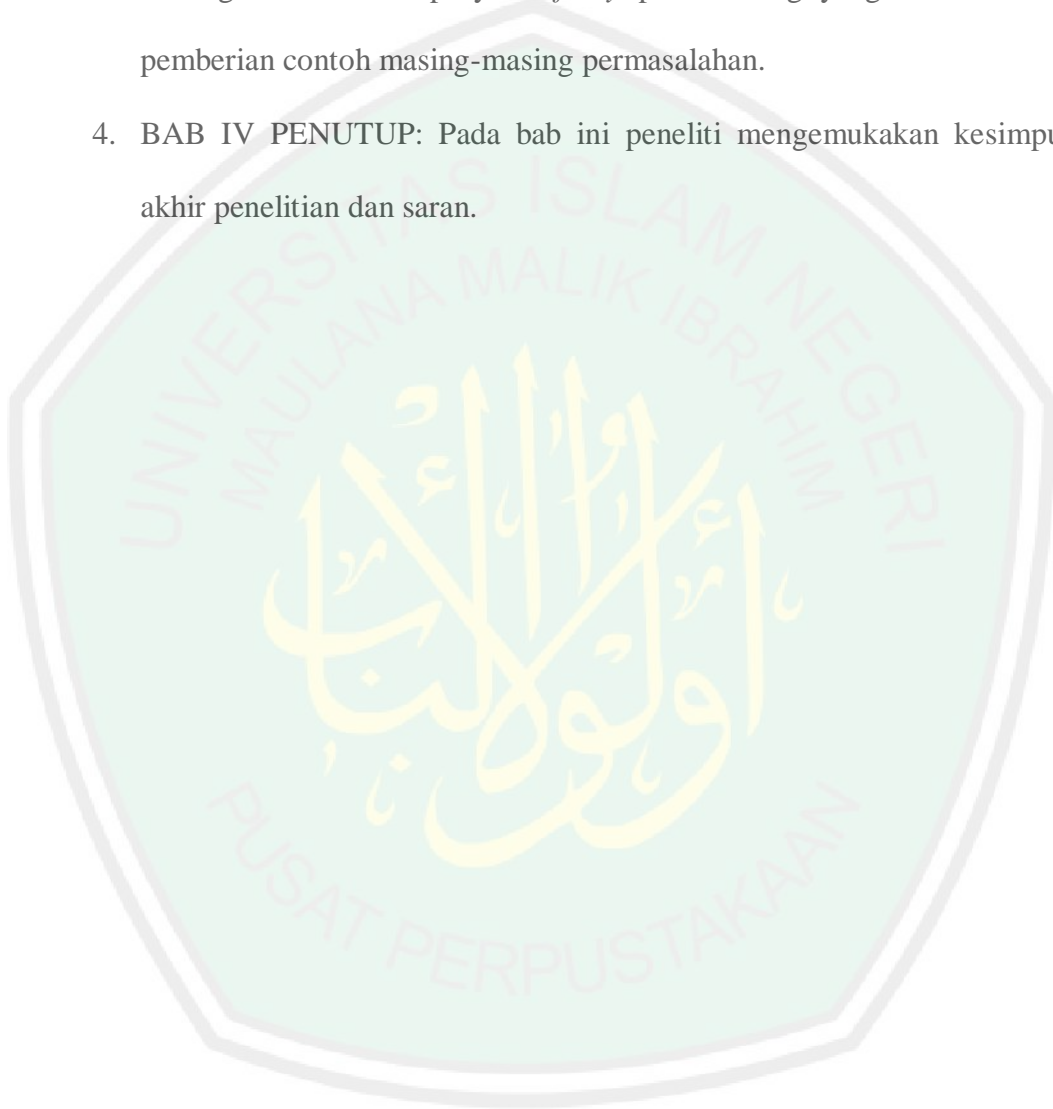
1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah pembaca memahami tulisan ini, peneliti membagi tulisan ini ke dalam empat bab sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN: Pada bab ini peneliti memaparkan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian serta sistematika penulisan.
2. BAB II KAJIAN PUSTAKA: Pada bab ini peneliti mengkaji tentang konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang proyeksi geometri

dengan dalil-dalil tegas, proyeksi geometri dengan *fuzzy logic*, dan lain-lain.

3. BAB III PEMBAHASAN: Pada bab ini peneliti memaparkan pembahasan tentang analisis dari proyeksi *fuzzy* pada bidang yang disertai dengan pemberian contoh masing-masing permasalahan.
4. BAB IV PENUTUP: Pada bab ini peneliti mengemukakan kesimpulan akhir penelitian dan saran.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Vektor

Vektor adalah besaran yang mempunyai besar dan arah, seperti perpindahan (*displacement*), kecepatan, gaya, dan percepatan (Spiegel, 1999:1).



Gambar 2.1 Vektor \vec{OP}

Secara grafis vektor digambarkan oleh sebuah anak panah \vec{OP} yang mendefinisikan arahnya, sedangkan besarnya dinyatakan oleh panjang anak panah. Ujung pangkal O dari anak panah disebut titik asal atau titik pangkal vektor dan ujung kepala P disebut titik terminal.

Sedangkan skalar adalah besaran yang mempunyai besar tetapi tanpa arah, seperti massa, panjang, waktu, suhu, dan sebarang bilangan *real*. Skalar dinyatakan oleh huruf-huruf biasa seperti dalam aljabar elementer. Operasi-operasi dengan skalar mengikuti aturan-aturan yang sama seperti dalam aljabar elementer (Spiegel, 1999:1).

Definisi 1

Jika \vec{v} adalah vektor yang memiliki titik awal dan akhir (v_1, v_2) , maka komponen pembentuk \vec{v} diberikan oleh

$$\vec{v} = (v_1, v_2)$$

Koordinat v_1 dan v_2 disebut komponen \vec{v} . Jika kedua titik awal dan akhir tetap pada asalnya, maka \vec{v} disebut vektor nol (*zero vector*) dan dinotasikan oleh $0 = (0,0)$ (Larson dan Edward, 2010:765).

2.1.1 Panjang (atau Besaran) Vektor

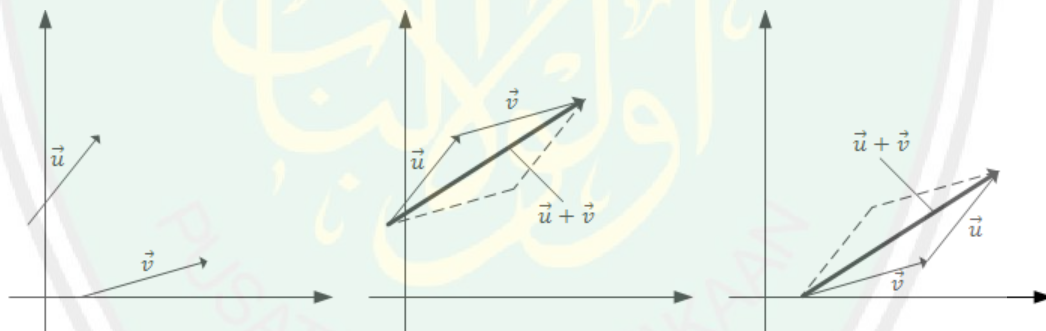
Jika $P(p_1, p_2)$ dan $Q(q_1, q_2)$ merupakan titik awal dan akhir vektor \vec{v} , komponen pembentuk vektor \vec{v} direpresentasikan oleh \overrightarrow{PQ} yaitu $(v_1, v_2) = (q_1 - p_1, q_2 - p_2)$, formula panjang (atau besaran) \vec{v} adalah.

$$|\vec{v}| = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

(Larson dan Edward, 2010:765).

2.1.2 Penjumlahan Vektor dan Perkalian Skalar



Gambar 2.2 Penjumlahan Vektor

Definisi 2

Diberikan vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ dan vektor $\vec{v} = (v_1, v_2)$, dan c skalar, didefinisikan

1. Penjumlahan vektor \vec{u} dan \vec{v} adalah vektor $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$.
2. Perkalian skalar c dan \vec{u} adalah vektor $c\vec{u} = (cu_1, cu_2)$.
3. Bentuk negatif \vec{v} adalah vektor $-\vec{v} = (-1)\vec{v} = (-v_1, -v_2)$

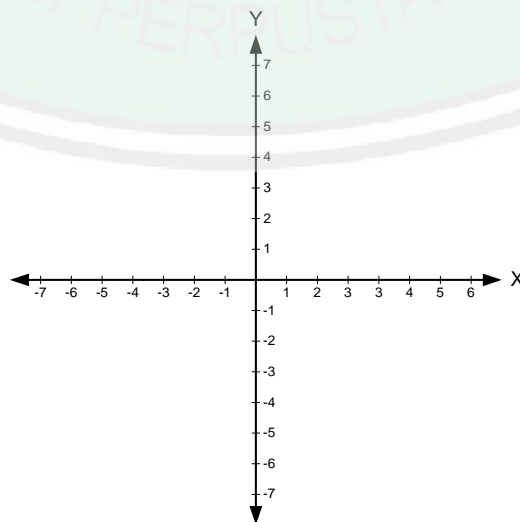
4. Selisih \vec{u} dan \vec{v} adalah

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2), \quad (\text{Larson dan Edward, 2010:766}).$$

2.2 Sistem Koordinat Bidang (R^2)

Berdasarkan konsep perkalian kartesius pada himpunan, maka akan diperoleh pasangan berurutan bilangan *real*. Himpunan semua pasangan berurutan bilangan *real* (x, y) disimbolkan dengan $R \times R$, disingkat R^2 , atau dikenal juga dengan sistem koordinat dimensi dua. Himpunan $R \times R$ dapat dinyatakan sebagai bidang. Pasangan berurutan bilangan *real* dipasangkan tepat satu dengan suatu titik pada bidang.

Untuk menggambar pasangan berurutan dalam bidang, pertama dibuat dua garis bilangan *real* yang berpotongan tegak lurus pada titik 0. Sumbu vertikal disebut sumbu Y dan sumbu horizontal disebut sumbu X . Sumbu X dan Y tidak lain adalah garis bilangan *real* R . Akhirnya diperoleh sistem koordinat yang dikenal dengan sistem koordinat bidang datar, seperti terlihat pada gambar berikut (Abdussakir, 2007:177).



Gambar 2.3 Sistem Koordinat Bidang (R^2)

2.3 Geometri Tegas

2.3.1 Titik dan Garis

Titik dinyatakan dengan noktah, dan diberi nama dengan huruf besar. Contoh: $P(x_p, y_p, z_p)$ (Rich, 2005:2). Titik ditunjukkan atau dilukiskan dengan “•”. Melalui dua titik yang berlainan, dapat dibuat tepat satu garis (Alisah dan Idris, 2009:237).

Garis lurus terbentuk oleh suatu titik yang selalu bergerak ke arah yang sama. Suatu garis lurus dapat diperpanjang ke segala arah secara tidak terbatas (Rich, 2005:2). Garis tidak memiliki batas, baik ke kiri maupun ke kanan, sehingga panjangnya tidak terbatas, dan yang digambar hanya sebagai wakilnya saja. Garis biasanya diberi simbol, yaitu dengan huruf kecil, misalnya: a, b, c, d dan seterusnya (Alisah dan Idris, 2009:237).

Persamaan umum garis dalam dimensi dua, yaitu

$$Ax + By + C = 0 \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

Apabila suatu garis melalui titik P dan Q, maka persamaan garis tersebut adalah

$$\frac{x-x_p}{x_q-x_p} = \frac{y-y_p}{y_q-y_p} \quad \dots \dots \dots (2.3)$$

Selanjutnya persamaan (2.3) dapat diuraikan sebagai berikut

$$y - y_p = \frac{(x-x_p)(y_q-y_p)}{x_q-x_p}$$

$$y - y_p = \frac{xy_q - xy_p - x_p y_q + x_p y_p}{x_q - x_p}$$

$$y = \frac{xy_q - xy_p - x_p y_q + x_p y_p}{x_q - x_p} + y_p$$

$$y = \frac{xy_q - xy_p - x_p y_q + x_p y_p + x_q y_p - x_p y_p}{x_q - x_p}$$

$$y = \frac{xy_q - xy_p - x_p y_q + x_q y_p}{x_q - x_p}$$

$$y = \frac{xy_q - xy_p}{x_q - x_p} + \frac{x_q y_p - x_p y_q}{x_q - x_p}$$

$$y = \left(\frac{y_q - y_p}{x_q - x_p} \right) x + \frac{x_q y_p - x_p y_q}{x_q - x_p}$$

Sehingga

$$y = mx + n, \quad \dots \dots \dots (2.4)$$

Dimana

$$m = \frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}, \quad \dots \dots \dots (2.5)$$

$$n = \frac{x_q y_p - x_p y_q}{x_q - x_p} \quad \dots \dots \dots (2.6)$$

m dinamakan gradien, yaitu perbandingan perubahan ordinat dengan perubahan absis $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$. Vektor arah garis $g \equiv y = mx + n$ adalah $\vec{g} = \vec{i} + m\vec{j}$ (Soebari, 1995:27).

Contoh:

Akan ditentukan persamaan garis g yang melewati titik $P(1,2)$ dan $Q(3,6)$, maka nilai m dan n dapat dicari dengan persamaan (2.5) dan (2.6)

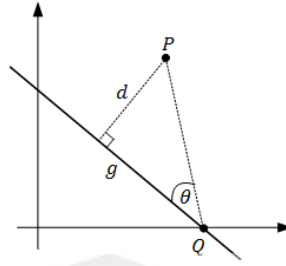
$$m = \frac{6-2}{3-1} = 2$$

$$n = \frac{3 \cdot 2 - 1 \cdot 6}{3-1} = 0$$

Jadi persamaan garis g adalah $g \equiv y = 2x$ atau $g \equiv y - 2x = 0$.

2.3.2 Jarak Titik ke Garis

Jarak titik ke garis merupakan jarak terdekat dari suatu titik ke garis, dengan diketahui koordinat titik dan persamaan garis, jarak titik ke garis dapat dicari dengan asumsi berikut.



Gambar 2.4 Jarak Titik ke Garis

Diberikan titik $P(x_p, y_p)$ dan garis $g \equiv Ax + By + C = 0$, misalkan dicari jarak titik $P(x_p, y_p)$ ke garis $g \equiv Ax + By + C = 0$, terlebih dahulu ditentukan sebarang titik pada garis g . Untuk lebih mudahnya misalkan ambil titik potongnya dengan sumbu X , yaitu $Q(-\frac{C}{A}, 0)$. Dengan demikian $\overrightarrow{QP} = (x_p + \frac{C}{A})\vec{i} + (y_p - 0)\vec{j}$, vektor arah garis g adalah $\vec{g} = \vec{i} + (-\frac{A}{B})\vec{j}$, maka berlaku

$$|\overrightarrow{QP} \times \vec{g}| = |\overrightarrow{QP}| |\vec{g}| \sin \theta$$

$$|\overrightarrow{QP} \times \vec{g}| = |\overrightarrow{QP}| |\vec{g}| \frac{d}{|\overrightarrow{QP}|}$$

$$d = \frac{|\overrightarrow{QP} \times \vec{g}|}{|\vec{g}|}$$

Dimana

$$\begin{aligned} \overrightarrow{QP} \times \vec{g} &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_p + \frac{C}{A} & y_p & 0 \\ 1 & -\frac{A}{B} & 0 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} y_p & 0 \\ -\frac{A}{B} & 0 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} x_p + \frac{C}{A} & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} x_p + \frac{C}{A} & y_p \\ 1 & -\frac{A}{B} \end{vmatrix} k \end{aligned}$$

$$|\overrightarrow{QP} \times \vec{g}| = \left| \frac{Ax_p}{B} + \frac{C}{B} + y_p \right|$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{1 + \left(-\frac{A}{B}\right)^2}$$

$$= \sqrt{A^2 + B^2}$$

Jadi jarak titik P ke garis g adalah

$$d = \frac{|\vec{QP} \times \vec{g}|}{|\vec{g}|}$$

$$d = \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \dots \dots \dots (2.7)$$

(Soebari, 1995:28).

Contoh:

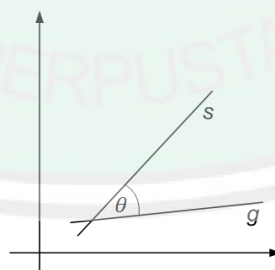
Diberikan titik $P(4,1)$ dan garis $g \equiv x - y - 1 = 0$, untuk mengetahui jarak titik P ke garis g (d), maka dapat dicari dengan persamaan (2.7)

$$\begin{aligned} d &= \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{|1(4) - 1(1) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \\ &= 1,414 \end{aligned}$$

Jadi jarak titik P ke garis g adalah 1,414.

2.3.3 Sudut antara Dua Garis

Sudut antara dua garis dalam dimensi dua dapat dicari dengan asumsi berikut



Gambar 2.5 Sudut antara Dua Garis

Misalkan diberikan dua garis, yaitu garis g dan garis s , seperti gambar di atas, dimana θ merupakan sudut antara garis g dan s , berlaku

$$1. \quad \vec{g} \cdot \vec{s} = |\vec{g}| |\vec{s}| \cos \theta, \quad \cos \theta = \frac{|\vec{g} \cdot \vec{s}|}{|\vec{g}| |\vec{s}|}$$

$$2. \quad |\vec{g} \times \vec{s}| = |\vec{g}||\vec{s}| \sin \theta, \quad \sin \theta = \frac{|\vec{g} \times \vec{s}|}{|\vec{g}||\vec{s}|}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{|\vec{g} \times \vec{s}|}{|\vec{g} \cdot \vec{s}|}$$

Jika $\vec{g} = \vec{i} + m_g \vec{j}$ dan $\vec{s} = \vec{i} + m_s \vec{j}$ adalah vektor arah garis g dan s , maka

$$\vec{g} \cdot \vec{s} = |\vec{g}||\vec{s}| \cos \theta = 1 + m_g m_s$$

$$|\vec{g} \times \vec{s}| = |\vec{g}||\vec{s}| \sin \theta = |m_g - m_s|$$

Jadi

$$\tan \theta = \left| \frac{m_g - m_s}{1 + m_g m_s} \right|$$

Garis g dan garis s saling tegak lurus atau sejajar jika

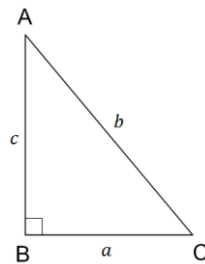
$$g \perp s \text{ jika } m_g m_s = -1 \quad \dots \dots \dots (2.10)$$

$$g \parallel s \text{ jika } m_g = m_s \quad \dots \dots \dots (2.11)$$

(Soebari, 1995:29).

2.3.4 Teorema Pythagoras

Pythagoras adalah seorang ahli matematika dan filsafat berkebangsaan Yunani yang hidup pada tahun 569 – 475 sebelum Masehi. Sebagai ahli matematika, Pythagoras terkenal dengan teorema Pythagoras yang berbunyi, kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain (Sundawa, 2009).



Gambar 2.6 Segitiga Siku-siku

Gambar di atas menunjukkan sebuah segitiga siku-siku ABC dengan panjang sisi miring b , panjang sisi alas a , dan tinggi c . Berdasarkan teorema Pythagoras, dalam segitiga siku-siku tersebut berlaku

$$b^2 = c^2 + a^2 \text{ atau } b = \sqrt{c^2 + a^2}$$

Untuk menentukan panjang sisi-sisi yang lainnya seperti panjang sisi alas a atau tinggi c , digunakan rumus umum teorema Pythagoras.

$$b^2 = c^2 + a^2 \rightarrow c^2 = b^2 - a^2 \text{ atau } c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 \rightarrow a^2 = b^2 - c^2 \text{ atau } a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

Dari uraian tersebut, penulisan teorema Pythagoras pada setiap sisi segitiga siku-siku dapat dituliskan sebagai berikut

$$1. \quad b = \sqrt{c^2 + a^2} \quad \dots \dots \dots (2.12)$$

$$2. \quad c = \sqrt{b^2 - a^2} \quad \dots \dots \dots (2.13)$$

$$3. \quad a = \sqrt{b^2 - c^2} \quad \dots \dots \dots (2.14)$$

(Sundawa, 2009).

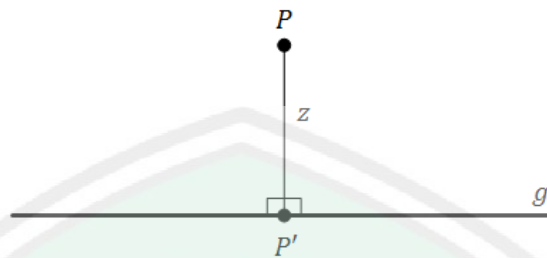
2.4 Proyeksi Geometri Tegas

Proyeksi geometri tegas merupakan penarikan garis tegak lurus dari unsur yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor (Wahyudin, 2011). Pembahasan proyeksi pada bidang ditekankan pada dua hal, yaitu proyeksi titik ke garis, dan proyeksi garis ke garis.

2.4.1 Proyeksi Titik ke Garis

Proyeksi titik ke garis merupakan pembentukan bayangan suatu titik terhadap suatu garis proyektor, dengan syarat garis hubung titik dan titik hasil proyeksinya harus tegak lurus dengan garis proyektor. Sedangkan hasil proyeksi

yang berupa bayangan titik tersebut dapat ditemukan koordinatnya, dengan diketahui koordinat titik yang diproyeksikan dan persamaan garis proyektornya.



Gambar 2.7 Proyeksi Titik P ke Garis g

Misalkan sebuah titik $P(x_p, y_p)$ diproyeksikan ke garis $g \equiv Ax + By + C = 0$, maka akan didapatkan hasil proyeksi titik $P'(x_{p'}, y_{p'})$, yang mana nilai $x_{p'}$ dan $y_{p'}$ dapat ditemukan dengan persamaan berikut.

Misalkan garis z adalah garis yang melalui titik P dan titik P' , maka gradien garis z , (m_z) adalah

$$m_z = \frac{y_{p'} - y_p}{x_{p'} - x_p} \quad \dots \dots \dots (2.15)$$

Sedangkan gradien garis g , (m_g) adalah

$$\begin{aligned} Ax + By + C &= 0 \\ By &= -Ax - C \\ y &= -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \\ m_g &= -\frac{A}{B} \quad \dots \dots \dots (2.16) \end{aligned}$$

Karena titik P' berada pada garis g , maka berlaku

$$\begin{aligned} Ax_{p'} + By_{p'} + C &= 0 \\ Ax_{p'} &= -By_{p'} - C \\ x_{p'} &= \frac{-By_{p'} - C}{A} \quad \dots \dots \dots (2.17) \end{aligned}$$

Karena garis z tegak lurus garis g , maka berlaku persamaan (2.8)

$$m_z \cdot m_g = -1$$

Sehingga

$$\frac{y_{p'} - y_p}{x_{p'} - x_p} \cdot -\frac{A}{B} = -1$$

$$\frac{y_{p'} - y_p}{x_{p'} - x_p} = \frac{B}{A}$$

$$y_{p'} - y_p = \frac{B(x_{p'} - x_p)}{A}$$

$$y_{p'} = \frac{Bx_{p'} - Bx_p + Ay_p}{A} \dots \dots \dots (2.18)$$

Dari persamaan(2.17) dan (2.18), maka

$$y_{p'} = \frac{Bx_{p'} - Bx_p + Ay_p}{A}$$

$$y_{p'} = \frac{B\left(\frac{-By_{p'} - C}{A}\right) - Bx_p + Ay_p}{A}$$

$$y_{p'} = \frac{\left(\frac{-B^2y_{p'} - CB}{A}\right) - Bx_p + Ay_p}{A}$$

$$y_{p'} = \frac{-B^2y_{p'} - CB - ABx_p + A^2y_p}{A^2}$$

$$A^2y_{p'} = -B^2y_{p'} - CB - ABx_p + A^2y_p$$

$$(A^2 + B^2)y_{p'} = -CB - ABx_p + A^2y_p$$

$$y_{p'} = \frac{-ABx_p + A^2y_p - CB}{(A^2 + B^2)} \dots \dots \dots (2.19)$$

Selanjutnya persamaan (2.19) disubstitusikan terhadap persamaan (2.17), sehingga

$$x_{p'} = \frac{-By_{p'} - C}{A}$$

$$x_{p'} = \frac{-B\left(\frac{-ABx_p + A^2y_p - CB}{(A^2 + B^2)}\right) - C}{A}$$

$$x_{p'} = \frac{\left(\frac{AB^2x_p - A^2By_p + CB^2}{A^2 + B^2}\right) - C}{A}$$

$$x_{p'} = \frac{AB^2x_p - A^2By_p + CB^2 - C(A^2 + B^2)}{A(A^2 + B^2)}$$

$$x_{p'} = \frac{AB^2x_p - A^2By_p + CA^2}{A^3 + AB^2} \quad \dots \dots \dots (2.20)$$

Dengan demikian didapatkan hasil proyeksi titik $P'(x_{p'}, y_{p'})$, dengan

$$x_{p'} = \frac{AB^2x_p - A^2By_p + CA^2}{A^3 + AB^2}$$

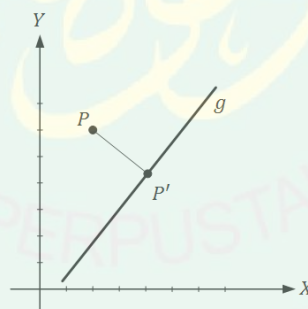
Dan

$$y_{p'} = \frac{-ABx_p + A^2y_p - CB}{(A^2 + B^2)}$$

Contoh:

Misalkan diketahui titik $P(2,6)$ diproyeksikan ke garis $g \equiv 4y - 5x + 3 = 0$. Cari koordinat hasil proyeksi titik $P(x_{p'}, y_{p'})$ ke garis g (titik P').

Penyelesaian:



Gambar 2.8 Proyeksi Titik $P(2,6)$ ke Garis $g \equiv 4y - 5x + 3 = 0$

Nilai dari $x_{p'}$ dan $y_{p'}$ dapat dicari dengan persamaan (2.20) dan (2.19)

$$x_{p'} = \frac{AB^2x_p - A^2By_p + CA^2}{A^3 + AB^2}$$

$$= \frac{(-5 \cdot 4^2 \cdot 2) - ((-5)^2 \cdot 4 \cdot 6) + (3 \cdot (-5)^2)}{(-5)^3 + ((-5) \cdot 4^2)}$$

$$= 3,34$$

$$\begin{aligned}
 y_{p'} &= \frac{-ABx_p + A^2y_p - CB}{(A^2 + B^2)} \\
 &= \frac{-((-5) \cdot 4 \cdot 2) + ((-5)^2 \cdot 6) - (3 \cdot 4)}{(-5)^2 + 4^2} \\
 &= 4,34
 \end{aligned}$$

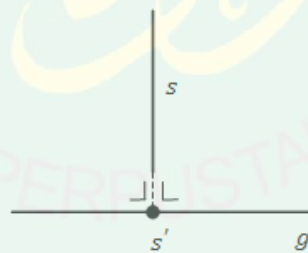
Jadi hasil proyeksi titik $P(3,7)$ ke garis $g \equiv 4y - 5x + 3 = 0$ adalah titik $P(4,95, 5,44)$.

2.4.2 Proyeksi Garis ke Garis

Proyeksi garis ke garis merupakan pembentukan bayangan suatu garis yang diproyeksikan terhadap garis proyektor, dengan sifat tegak lurus yang diwakili oleh masing-masing unsurnya (Stein dan Barchellos, 1992:688).

Misalkan garis s diproyeksikan ke garis g , maka terdapat tiga kemungkinan, yaitu garis s tegak lurus garis g , garis s sejajar garis g , dan garis s tidak tegak lurus dan tidak sejajar garis g .

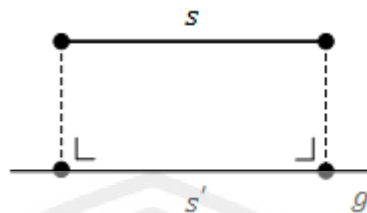
1. Proyeksi Garis s ke Garis g , $s \perp g$



Gambar 2.9 Proyeksi Garis s ke Garis g , $s \perp g$

Kemungkinan ini terjadi ketika perkalian gradien garis s (m_s) dan gradien garis g (m_g) bernilai -1 ($m_s \cdot m_g = -1$) (Soebari, 1995:29). Karena garis s tegak lurus dengan garis g , maka hasil proyeksi atau bayangan yang terbentuk berupa titik, dimana titik tersebut merupakan perpotongan keduanya, sehingga koordinat titik hasil proyeksi (s') dapat dicari dengan menghitung titik potong garis s dan garis g .

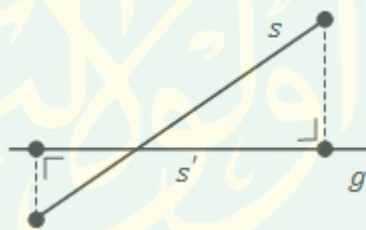
2. Proyeksi Garis s ke Garis g , s Sejajar g



Gambar 2.10 Proyeksi Garis s ke Garis g , $s \parallel g$

Kemungkinan ini terjadi ketika gradien garis s (m_s) sama dengan gradien garis g (m_g) ($m_s = m_g$) (Soebari, 1995:29). Karena garis s sejajar dengan garis g , maka hasil proyeksi atau bayangan yang terbentuk berupa garis s' yang berada di garis g ($s' \in g$), sehingga mempunyai koordinat yang sama dengan garis proyektor, yaitu g .

3. Proyeksi Garis s ke Garis g , s Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar g



Gambar 2.11 Proyeksi Garis s ke Garis g , s Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar g

Untuk kemungkinan terakhir ini, terjadi ketika syarat untuk kedua kemungkinan sebelumnya tidak terpenuhi, yaitu ($m_s \cdot m_g \neq -1$) dan ($m_s \neq m_g$). Untuk hasil proyeksinya seperti pada gambar di atas, yaitu garis s' yang berada di garis ($s' \in g$), sehingga mempunyai koordinat yang sama dengan garis proyektor, yaitu g .

2.5 Teori Himpunan *Fuzzy*

2.5.1 Konsep Dasar Himpunan *Fuzzy*

Secara intuitif himpunan dipahami sebagai suatu kumpulan atau koleksi unsur-unsur (konkret maupun abstrak) yang mempunyai kesamaan sifat tertentu. Suatu himpunan terdefinisi dengan tegas, dalam arti bahwa untuk setiap unsur selalu dapat ditentukan secara tegas apakah unsur tersebut merupakan anggota himpunan itu atau tidak, himpunan seperti ini disebut himpunan tegas. Tetapi dalam kenyataannya tidak semua himpunan dapat terdefinisi secara tegas, misalnya himpunan orang miskin, himpunan mahasiswa pandai, dan lain-lain. Oleh karena itu muncul suatu konsep himpunan yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam suatu himpunan dengan fungsi keanggotaan, konsep himpunan ini disebut dengan himpunan *fuzzy*.

Secara matematis suatu himpunan *fuzzy* A dalam semesta pembicaraan X dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut.

$$A = \{(x|\mu_A(x))|x \in X\} \quad \dots\dots\dots (2.21)$$

Dimana μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* A , yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0,1]$. Apabila semesta X adalah himpunan yang kontinu, maka himpunan *fuzzy* A dinyatakan dengan.

$$A = \int_{x \in X} x|\mu_A(x) \quad \dots\dots\dots (2.22)$$

Dimana lambang \int di sini bukan lambang integral seperti yang dikenal dalam kalkulus, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* A . Apabila semesta X adalah himpunan yang diskrit, maka himpunan *fuzzy* A dinyatakan dengan.

$$A = \sum_{x \in X} x | \mu_A(x) \quad \dots \dots \dots (2.23)$$

Dimana lambang Σ di sini tidak melambangkan operasi penjumlahan seperti yang dikenal dalam aritmatika, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* A (Susilo, 2006:51).

Pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A , demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:6).

2.5.2 Notasi-notasi Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* memiliki dua atribut, yaitu:

1. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: muda, parobaya, tua.
2. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dan sebagainya (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:6).

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *fuzzy*

Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh: umur, suhu, permintaan, dan lain-lain.

2. Himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

Contoh:

- a. Variabel umur, terbagi menjadi tiga himpunan *fuzzy*, yaitu: muda, parobaya, dan tua.
- b. Variabel suhu, terbagi menjadi lima himpunan *fuzzy*, yaitu: dingin, sejuk, normal, hangat, dan panas.

3. Semesta pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan *real* yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh:

- a. Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0, +\infty)$.
- b. Semesta pembicaraan untuk variabel suhu: $[0, 40]$.

4. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan *real* yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan.

Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:8).

Contoh:

- a. Muda = $[0, 45]$.
- b. Parobaya = $[35, 55]$.
- c. Tua = $[45, +\infty)$.

2.5.3 Fungsi Keanggotaan

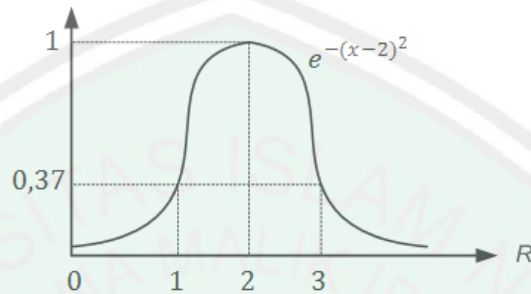
Setiap himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan. Ada beberapa cara untuk menyatakan himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan. Untuk semesta hingga diskrit biasanya dipakai cara daftar, yaitu daftar anggota-anggotas semesta bersama dengan derajat keanggotaannya. Seperti misalnya, dalam semesta $X = \{\text{Rudi, Eny, Linda, Anton, Ika}\}$ yang terdiri dari para mahasiswa dengan indeks prestasi berturut-turut 3,2, 2,4, 3,6, 1,6, 2,8, dinyatakan dengan pasangan terurut $A = \{(x|\mu_A(x))|x \in X\}$, dengan fungsi derajat keanggotaan mahasiswa pandai $\mu_A(x) = \frac{x}{4}$, sehingga himpunan *fuzzy* $\tilde{A} =$ “himpunan mahasiswa yang pandai” dapat dinyatakan dengan cara daftar sebagai berikut

$$\tilde{A} = \{\text{Rudi}|0,8, \text{Eny}|0,6, \text{Linda}|0,9, \text{Anton}|0,4, \text{Ika}|0,7\}$$

Untuk semesta takhingga yang kontinu, cara yang paling sering digunakan adalah cara analitik untuk mempresentasikan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* yang bersangkutan dalam bentuk suatu formula matematis yang dapat disajikan dalam bentuk grafik. Misalkan \tilde{A} adalah himpunan *fuzzy* “bilangan *real* yang dekat dengan 2”.Maka \tilde{A} dapat disajikan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in R} x | e^{-(x-2)^2}$$

Dimana $\mu_{\tilde{A}}(x) = e^{-(x-2)^2}$ fungsi keanggotaan \tilde{A} yang dapat digambarkan dalam bentuk grafik sebagai berikut



Gambar 2.12 Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy “Bilangan Real yang Dekat dengan 2”

Bilangan 2 mempunyai derajat keanggotaan penuh sama dengan 1, yaitu $\mu_{\tilde{A}}(2) = e^{-(2-2)^2} = e^0 = 1$, sedangkan 1 dan 3 mempunyai derajat keanggotaan 0,37, yaitu $\mu_{\tilde{A}}(1) = e^{-(1-2)^2} = e^{-1} = 0,37$, $\mu_{\tilde{A}}(3) = e^{-(3-2)^2} = e^{-1} = 0,37$ (Susilo, 2006:55).

2.5.4 Operasi Dasar Himpunan Fuzzy

Operasi-operasi dasar pada himpunan fuzzy, adalah:

1. Operasi “Dan” (*Intersection*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi *intersection* pada himpunan tegas. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator “Dan” diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Ditunjukkan sebagai $A \cap B$ adalah suatu *fuzzy subset* C dari U sehingga $C = A \cap B$ dan derajat keanggotaannya adalah

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad \dots \dots \dots (2.24)$$

Contoh:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{1|1, 2|0,8, 3|0,2, 4|0,1, 7|0,6\}$$

$$B = \{1|0,1, 2|0,2, 3|0,7, 4|0,7, 5|0,8\}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \min(\mu_A, \mu_B) \\ &= \{1|0,1, 2|0,2, 3|0,2, 4|0,1\} \end{aligned}$$

2. Operasi “Atau” (*Union*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi *union* pada himpunan tegas. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator “Atau” diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar element pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Ditunjukkan sebagai $A \cup B$ adalah suatu *fuzzy subset* D dari U sehingga $D = A \cup B$ dan derajat keanggotaannya adalah

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad \dots \dots (2.25)$$

Contoh:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{1|1, 2|0,8, 3|0,2, 4|0,1, 7|0,6\}$$

$$B = \{1|0,1, 2|0,2, 3|0,7, 4|0,7, 5|0,8\}$$

$$\begin{aligned} A \cup B &= \max(\mu_A, \mu_B) \\ &= \{1|1, 2|0,8, 3|0,7, 4|0,7, 5|0,8, 7|0,6\} \end{aligned}$$

3. Operasi “Tidak” (*Complement*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan tegas. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator “Tidak” diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1. Ditunjukkan sebagai A' (A komplemen) dan derajat keanggotaannya adalah

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A \quad \dots \dots \dots (2.26)$$

(Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25-26).

Contoh:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{1|1, 2|0,8, 3|0,2, 4|0,1, 7|0,6\}$$

$$A' = \{1 - \mu_A\}$$

$$= \{1|0, 2|0,2, 3|0,8, 4|0,9, 5|1, 6|1, 7|0,4, 8|1, 9|1, 10|1\}$$

2.6 Relasi Fuzzy

Relasi fuzzy \tilde{R} antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian fuzzy dari perkalian kartesius $X \times Y$, yaitu himpunan fuzzy

$$\tilde{R} = \{((x, y) | \mu_{\tilde{R}}(x, y)) | (x, y) \in X \times Y\} \quad \dots \dots \dots (2.27)$$

Relasi fuzzy \tilde{R} disebut juga relasi fuzzy pada himpunan (semesta) $X \times Y$. Jika $X = Y$, maka \tilde{R} disebut relasi fuzzy pada himpunan X .

Relasi tegas hanya menyatakan adanya atau tidak adanya hubungan antara elemen-elemen dari suatu himpunan dengan elemen-elemen dari himpunan lainnya, sedangkan relasi fuzzy lebih luas dari itu juga menyatakan derajat eratnya hubungan tersebut (Susilo, 2006: 91).

Contoh:

Misalkan $X = \{31, 78, 205\}$, $Y = \{1, 27, 119\}$, dan \tilde{R} adalah relasi fuzzy "jauh lebih besar" antara elemen-elemen dalam X dengan elemen-elemen dalam Y . Maka relasi \tilde{R} tersebut dapat disajikan sebagai $\tilde{R} = \{(31,1)|0,3, (31,27)|0,1, (31,119)|0, (78,1)|0,5, (78,27)|0,3, (78,119)|0, (205,1)|0,9, (205,27)|0,7, (205,119)|0,4\}$.

2.6.1 Proyeksi dari Suatu Relasi Fuzzy

Misalkan \tilde{R} suatu relasi fuzzy dalam $X \times Y$; $\tilde{R} \subset X \times Y$, kemudian dengan $\bigvee_x \mu_{\tilde{R}}(x, y)$ adalah harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ relatif terhadap variabel x . Proyeksi dari suatu relasi fuzzy didefinisikan sebagai berikut

Definisi 3

Misalkan $\tilde{R} \subset X \times Y$. Himpunan bagian fuzzy $p(\tilde{R}) \subset Y$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y) = \bigvee_x \mu_{\tilde{R}}(x, y) \quad \dots \dots \dots (2.28)$$

Dinamakan proyeksi relasi fuzzy $p(\tilde{R})$ (Djauhari, 1990:55).

Contoh:

Diketahui relasi fuzzy $\tilde{R} \subset E_1 \times E_2$ sebagai berikut

Tabel 2.1 Tabel Relasi Fuzzy $\tilde{R} \subset E_1 \times E_2$

\tilde{R}	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	0,1	0,6	0	0,8	0,9	0,9
x_2	0,2	0,8	1	0,1	0,7	0
x_3	1	0	0,3	1	0	0,3
x_4	0,3	0,1	0,6	0	0,5	0,7

Sumber: Djauhari, 1990:56

Carilah proyeksi relasi \tilde{R} yang relatif terhadap variabel x .

Untuk mencari proyeksi relasi \tilde{R} yang relatif terhadap variabel x , maka digunakan rumus proyeksi suatu relasi fuzzy $\mu_{p(\tilde{R})}(y) = \bigvee_x \mu_{\tilde{R}}(x, y)$. Untuk setiap $y \in E_2$.

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_1) = maks \{0,1, 0,2, 1, 0,3\} = 1$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_2) = maks \{0,6, 0,8, 0, 0,1\} = 0,8$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_3) = maks \{0, 1, 0,3, 0,6\} = 1$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_4) = maks \{0,8, 0,1, 1, 0\} = 1$$

$$\mu_{p(\vec{R})}(y_5) = \text{maks} \{0,9, 0,7, 0, 0,5\} = 0,9$$

$$\mu_{p(\vec{R})}(y_6) = \text{maks} \{0,9, 0, 0,3, 0,7\} = 0,9$$

Jadi proyeksi relasi \vec{R} yang relatif terhadap variabel x adalah

$$\mu_{p(\vec{R})}(y_i) = \{(y_1|1), (y_2|0,8), (y_3|1), (y_4|1), (y_5|0,9), (y_6|0,9)\}.$$

2.7 Kajian tentang Waktu Shalat Fardhu

Shalat merupakan salah satu rukun Islam yang wajib dilaksanakan oleh setiap umat Islam yang memenuhi syarat wajibnya. Selain menjadi kewajiban, shalat juga merupakan tiang agama yang begitu pentingnya hal tersebut dilaksanakan oleh setiap umat Islam, sebagaimana yang dijelaskan dalam sebuah hadits, yang artinya: “Shalat adalah tiang agama, barang siapa menegakkannya maka ia menegakkan agama, dan barang siapa meninggalkannya maka ia meninggalkan agama”. Selain itu shalat juga dapat mencegah kekejian dan kemungkaran sebagaimana firman Allah SWT. Dalam surat Al-Ankabut ayat 45.

أَتْلُ مَا أُوحِيَ إِلَيْكَ مِنَ الْكِتَابِ وَأَقِمِ الصَّلَاةَ ۖ إِنَّ الصَّلَاةَ تَنْهَىٰ عَنِ الْفَحْشَاءِ
وَالْمُنْكَرِ ۗ وَلَذِكْرُ اللَّهِ أَكْبَرُ ۗ وَاللَّهُ يَعْلَمُ مَا تَصْنَعُونَ ﴿٤٥﴾

Artinya: ”bacalah apa yang telah diwahyukan kepadamu, Yaitu Al kitab (Al Quran) dan dirikanlah shalat. Sesungguhnya shalat itu mencegah dari (perbuatan- perbuatan) keji dan mungkar. dan Sesungguhnya mengingat Allah (shalat) adalah lebih besar (keutamaannya dari ibadat-ibadat yang lain). dan Allah mengetahui apa yang kamu kerjakan”(QS. Al-Ankabut:45).

Setiap umat Islam setiap hari diwajibkan menjalankan shalat lima waktu, yaitu *dhuhur*, *‘ashar*, *maghrib*, *isya* dan *shubuh*. Shalat lima waktu tersebut telah ditentukan waktu pelaksanaannya. Sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur’an surat An-Nisa’ ayat 103.

...إِنَّ الصَّلَاةَ كَانَتْ عَلَى الْمُؤْمِنِينَ كِتَابًا مَّوْقُوتًا ﴿١٠٣﴾

Artinya: "...*Sesungguhnya shalat itu adalah fardhu yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman*" (QS. An-Nisa:103).

Berikut penjelasan tentang waktu pelaksanaan shalat:

سُئِلَ رَسُولُ اللَّهِ ﷺ عَنْ وَقْتِ الصَّلَاةِ، فَقَالَ: وَقْتُ صَلَاةِ الْفَجْرِ مَا لَمْ يَطْلُعْ قَرْنُ الشَّمْسِ الْأَوَّلُ، وَوَقْتُ صَلَاةِ الظُّهْرِ إِذَا زَالَتِ الشَّمْسُ عَنْ بَطْنِ السَّمَاءِ مَا لَمْ يَحْضُرِ الْعَصْرُ، وَوَقْتُ صَلَاةِ الْعَصْرِ مَا لَمْ تَصْفُرْ الشَّمْسُ وَيَسْفُطَ قَرْنُهَا الْأَوَّلُ، وَوَقْتُ صَلَاةِ الْمَغْرِبِ إِذَا غَابَتِ الشَّمْسُ مَا لَمْ يَسْفُطِ الشَّفَقُ، وَوَقْتُ صَلَاةِ الْعِشَاءِ إِلَى نِصْفِ اللَّيْلِ

Artinya: "*Rasulullah Shallallahu 'alaihi wa sallam ditanya tentang waktu shalat (yang lima), beliau pun menjawab, "Waktu shalat fajar adalah selama belum terbit sisi matahari yang awal. Waktu shalat dhuhur apabila matahari telah tergelincir dari perut (bagian tengah) langit selama belum datang waktu Ashar. Waktu shalat ashar selama matahari belum menguning dan sebelum jatuh (tenggelam) sisinya yang awal. Waktu shalat maghrib adalah bila matahari telah tenggelam selama belum jatuh syafaq. Dan waktu shalat isya adalah sampai tengah malam."* (HR. Muslim no. 1388).

1. Shalat *dhuhur*

Sholat *dhuhur* adalah sholat yang dikerjakan ketika waktu *dhuhur* telah masuk. Awal waktu *dhuhur* adalah ketika matahari telah bergeser dari tengah langit menuju arah tenggelamnya (barat) (Sulaiman, 2010:61). Para ulama berselisih pendapat mengenai akhir waktu *dhuhur* namun pendapat yang lebih tepat dan merupakan pendapat jumhur/mayoritas ulama adalah hingga panjang bayang-bayang seseorang sama dengan tingginya (masuknya waktu '*ashar*).

2. Shalat '*ashar*

Sholat '*ashar* adalah sholat ketika telah masuk waktu '*ashar*. Awal waktu '*ashar* adalah ketika panjang bayangan sesuatu telah sama dengan tingginya (Sulaiman, 2010:62). Sedangkan untuk akhir waktu '*ashar* adalah ketika matahari tenggelam (masuknya waktu *maghrib*). Sebagaimana dijelaskan dalam hadits yang diriwayatkan dari Jabir bin 'Abdillah RA. ketika Jibril menjadi imam bagi

Nabi Muhammad SAW, yang artinya: “*Jibril mendatangi Nabi shallallahu ‘alaihi was sallam ketika matahari telah tergelincir ke arah tenggelamnya kemudian dia mengatakan, “Berdirilah wahai Muhammad kemudian sholat dhuhur lah. Kemudian ia diam hingga saat panjang bayangan seseorang sama dengan tingginya. Jibril datang kemudian mengatakan, “Wahai Muhammad berdirilah sholat ‘ashar lah”. Kemudian ia diam hingga matahari tenggelam... diantara dua waktu ini adalah dua waktu sholat seluruhnya”.*

3. Shalat *maghrib*

Secara bahasa *maghrib* berarti waktu dan arah tempat tenggelamnya matahari. Sholat *maghrib* adalah sholat yang dilaksanakan pada waktu *maghrib*. Awal waktu sholat *maghrib* adalah ketika matahari telah tenggelam hingga matahari benar-benar tenggelam sempurna (Sulaiman, 2010:62). Sedangkan akhir waktu *maghrib* adalah ketika telah hilang sinar merah ketika matahari tenggelam.

4. Shalat *isyah*

Para ulama sepakat bahwa awal waktu sholat *isyah* adalah jika telah hilang sinar merah di langit. Sedangkan untuk akhir waktu *isyah* para ulama mempunyai pendapat yang berbeda-beda. Pendapat yang tepat menurut Syaukani dalam masalah ini adalah akhir waktu sholat *isyah* yang terbaik adalah hingga setengah malam berdasarkan hadits ‘Abdullah bin ‘Amr sedangkan batas waktu bolehnya mengerjakan sholat *isyah* adalah hingga terbit fajar berdasarkan hadits Abu Qotadah.

5. Shalat *shubuh*

Para ulama sepakat bahwa awal waktu sholat *shubuh* dimulai sejak terbitnya fajar kedua atau fajar shodiq (Sulaiman, 2010:62)., sedangkan untuk

akhir waktu *shubuh* Para ulama juga sepakat bahwa akhir waktu sholat *shubuh* ketika terbitnya matahari.

Shalat dianggap sah dikerjakan apabila telah masuk waktunya. Shalat yang dikerjakan pada waktunya ini memiliki keutamaan sebagaimana ditunjukkan dalam Hadits Abdullah bin Mas'ud RA:

سَأَلْتُ النَّبِيَّ ﷺ: أَيُّ الْعَمَلِ أَحَبُّ إِلَى اللَّهِ؟ قَالَ: الصَّلَاةُ عَلَى وَقْتِهَا. قَالَ: ثُمَّ أَيُّ؟ قَالَ: بِرُّ الْوَالِدَيْنِ. قَالَ: ثُمَّ أَيُّ؟ قَالَ: الْجِهَادُ فِي سَبِيلِ اللَّهِ

Artinya: “Aku pernah bertanya kepada Nabi Shallallahu ‘alaihi wa sallam, “Amal apakah yang paling dicintai oleh Allah?” Beliau menjawab, “Shalat pada waktunya.” “Kemudian amalan apa?” tanya Ibnu Mas’ud. “Berbuat baik kepada kedua orangtua,” jawab beliau. “Kemudian amal apa?” tanya Ibnu Mas’ud lagi. “Jihad fi sabilillah,” jawab beliau.” (HR. Al-Bukhari no. 527 dan Muslim no. 248)

Sebaliknya, bila shalat telah disia-siakan untuk dikerjakan pada waktunya maka hal ini merupakan musibah, sebagaimana dijelaskan dalam Al-Qur’an surat Al-Ma’un ayat 4 dan 5,

فَوَيْلٌ لِلْمُصَلِّينَ ۝ الَّذِينَ هُمْ عَنْ صَلَاتِهِمْ سَاهُونَ ۝

Artinya: “Maka kecelakaanlah bagi orang-orang yang shalat (4). (yaitu) orang-orang yang lalai dari shalatnya (5)” (QS. Al-Ma’un:4-5).

Dari penjelasan di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwasannya waktu pelaksanaan shalat lima waktu dapat dikategorikan dalam empat kriteria, pertama yaitu *sunnah* apabila shalat dilaksanakan tepat waktu atau pada awal waktu, kedua *mubah* apabila shalat dilaksanakan masih dalam waktu shalat tersebut, ketiga *makruh* ketika shalat dilaksanakan pada akhir waktu shalat, dan yang keempat *haram* ketika shalat dilaksanakan di luar waktu shalat tersebut.

BAB III

PEMBAHASAN

Dalam pembahasan ini, peneliti akan menjelaskan tentang geometri *fuzzy* dan proyeksi geometri *fuzzy* pada koordinat bidang, yang meliputi proyeksi titik *fuzzy* ke garis *fuzzy* dan proyeksi garis *fuzzy* ke garis *fuzzy*, serta tentang perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy*.

3.1 Geometri *Fuzzy*

Geometri *fuzzy* merupakan perkembangan dari geometri tegas, yang unsur-unsurnya tidak hanya ada dan tidak ada seperti pada geometri tegas, tetapi juga memiliki ketebalan yang direpresentasikan dengan derajat keanggotaan. Unsur-unsur pada geometri *fuzzy* meliputi titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*. Sebagaimana yang dijelaskan secara eksplisit oleh Djauhari (1990:48), misalkan E_1 dan E_2 adalah dua buah himpunan semesta, himpunan bagian *fuzzy* dari $E_1 \times E_2$ berikut:

$$\tilde{G} = \left\{ \left((x, y) | \mu_g(x, y) \right) | (x, y) \in E_1 \times E_2 \right\}$$

Dinamakan graf *fuzzy*. Dari pengertian tersebut dapat diartikan bahwa graf *fuzzy* terdiri dari titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*.

3.1.1 Titik *Fuzzy*

Titik *fuzzy* merupakan perkembangan dari titik tegas, yang mana pada koordinat bidang (R^2) memiliki koordinat x dan y , titik $U(x_u, y_u)$. Pada geometri *fuzzy*, titik diberikan dengan derajat keanggotaannya, titik *fuzzy* $\tilde{U}(x_u, y_u | \mu_{\tilde{u}})$.

Contoh: $\tilde{U}(2, 3 | 0,5)$, diartikan sebagai titik *fuzzy* \tilde{U} dengan koordinat $(2, 3)$ dan dengan derajat keanggotaan $0,5$.

3.1.2 Garis Fuzzy

Garis *fuzzy* juga merupakan perkembangan garis tegas, pada geometri tegas garis g mempunyai persamaan $g \equiv Ax + By + C = 0$. Sedangkan pada geometri *fuzzy*, garis *fuzzy* diberikan dengan derajat keanggotaannya $\tilde{g} \equiv (Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}})$.

Contoh: $\tilde{g} \equiv (3x + 2y + 1 = 0 | 0,5)$, diartikan sebagai garis *fuzzy* \tilde{g} dengan koordinat $(3x + 2y + 1 = 0)$ dan dengan derajat keanggotaan 0,5.

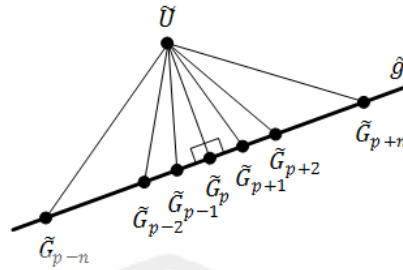
3.2 Proyeksi Geometri Fuzzy

Pada proyeksi geometri *fuzzy* akan dibahas tentang bagaimana prosedur-prosedur untuk mencari hasil proyeksi. Pembahasan tentang proyeksi geometri *fuzzy* terdiri dari dua poin, yaitu proyeksi titik *fuzzy* ke garis *fuzzy*, dan proyeksi garis *fuzzy* ke garis *fuzzy*.

3.2.1 Proyeksi Titik Fuzzy ke Garis Fuzzy

Proyeksi geometri *fuzzy* titik ke garis merupakan perkembangan dari teori proyeksi geometri tegas titik ke garis, yaitu pembentukan bayangan suatu titik terhadap suatu garis proyektor, yang mana titik yang diproyeksikan dan garis proyektor memiliki ketebalan tertentu, yang diwakili oleh derajat keanggotaan.

Pada proyeksi geometri *fuzzy* titik ke garis, hasil proyeksi tidak hanya berupa satu titik seperti pada proyeksi geometri tegas, akan tetapi semua titik pada garis proyektor dengan derajat keanggotaan ketebalan yang dipengaruhi oleh derajat keanggotaan relasi *fuzzy*.



Gambar 3.1 Proyeksi Titik Fuzzy \tilde{U} ke Garis Fuzzy \tilde{g}

Misalkan suatu titik fuzzy $\tilde{U}(x_{\tilde{u}}, y_{\tilde{u}} | \mu_{\tilde{u}})$ diproyeksikan terhadap garis fuzzy $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, untuk mengetahui hasil proyeksinya, dapat dicari dengan langkah-langkah berikut

1. Dicari koordinat hasil proyeksi tegas titik $\tilde{U}(x_{\tilde{u}}, y_{\tilde{u}} | \mu_{\tilde{u}})$ terhadap garis $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, yang didefinisikan dengan $\tilde{G}_p(x_{\tilde{G}_p}, y_{\tilde{G}_p})$ pada garis \tilde{g} . Sesuai dengan persamaan (2.19) dan (2.20), maka nilai $x_{\tilde{G}_p}$ dan $y_{\tilde{G}_p}$ dapat dicari dengan persamaan berikut

$$x_{\tilde{G}_p} = \frac{AB^2x_u - A^2By_u + CA^2}{A^3 + AB^2}$$

$$y_{\tilde{G}_p} = \frac{-ABx_u + A^2y_u - CB}{(A^2 + B^2)}$$

2. Dicari jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_p , dengan v adalah jarak antara titik \tilde{U} dan titik \tilde{G}_p , sesuai dengan persamaan (2.7) maka

$$v = \frac{|Ax_{\tilde{u}} + By_{\tilde{u}} + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

3. Dicari jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_i (titik-titik pada garis \tilde{g} , $\tilde{G}_i \in \tilde{g}$), dengan w_i adalah jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_i sesuai dengan persamaan (2.1) maka

$$w_i = \sqrt{(x_{\tilde{G}_i} - x_{\tilde{U}})^2 + (y_{\tilde{G}_i} - y_{\tilde{U}})^2}$$

4. Dicari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) antara titik \tilde{U} dengan garis \tilde{g} , dengan \tilde{R} merupakan relasi dari titik \tilde{A} ke garis \tilde{g} , ($R \subset \tilde{U} \times \tilde{g}$)

$$\tilde{R} = \{(\tilde{U}, \tilde{G}_i) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) | (\tilde{U}, \tilde{G}_i) \in \tilde{U} \times \tilde{g}\}$$

Derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) merupakan representasi dari seberapa kuat relasi antara titik \tilde{U} dengan garis \tilde{g} . Dengan berasumsi jika jarak antara titik \tilde{U} dengan \tilde{G}_i semakin dekat, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar, demikian sebaliknya jika jarak antara titik \tilde{U} dengan \tilde{G}_i semakin jauh, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin kecil. Agar kekuatan relasi tersebut berada dalam interval $[0,1]$, maka $\mu_{\tilde{R}}$ dapat dicari dengan fungsi keanggotaan berikut

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i - v)^2}$$

Dimana

v = Jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_p

w_i = Jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_i

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel berikut

Tabel 3.1 Tabel Relasi *Fuzzy* Titik \tilde{U} dan Garis \tilde{g}

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	\tilde{G}_{p-1}	\tilde{G}_p	\tilde{G}_{p+1}	...	\tilde{G}_{p+n}
\tilde{U}	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55.

Sehingga diperoleh derajat keanggotaan relasi titik \tilde{U} dengan garis \tilde{g}

$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})), \\ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})) \} \end{aligned}$$

5. Kemudian setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$, dicari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{U}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$, yang didefinisikan dengan $\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$

$$\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|\mu_{\tilde{U}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})|\mu_{\tilde{U}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})),$$

$$((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|\mu_{\tilde{U}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})|\mu_{\tilde{U}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})), \dots,$$

$$((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|\mu_{\tilde{U}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}))\}$$

6. Dicari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$), yang merupakan irisan (*intersection*) dari $\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$ dengan $\mu_{\tilde{g}}$.

Sesuai dengan persamaan (2.24) maka

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n}) = \min(\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{g}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1}) = \min(\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{g}})$$

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_p) = \min(\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{g}})$$

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1}) = \min(\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{g}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}) = \min(\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{g}})$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi sebagai berikut

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})|\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})),$$

$$((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})|\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})), \dots,$$

$$((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}))\}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis $\tilde{u}' \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{U}'}\}$, dengan koordinat $Ax + By + C = 0$, dan dengan $\mu_{\tilde{U}'}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-1})), \\ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ & ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{U}^c}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})) \} \end{aligned}$$

Contoh:

Misalkan diberikan titik *fuzzy* $\tilde{U}(2,5|0,8)$ diproyeksikan terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$. Cari hasil proyeksi dari titik *fuzzy* \tilde{U} terhadap garis *fuzzy* \tilde{g} .

Penyelesaian:

1. Mencari koordinat hasil proyeksi tegas titik $\tilde{U}(2,5|0,8)$ terhadap garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$, dengan persamaan (2.19) dan (2.20), maka didapatkan nilai $x_{\tilde{G}_p}$ dan $y_{\tilde{G}_p}$ adalah

$$\begin{aligned} x_{\tilde{G}_p} &= \frac{(1 \cdot (-1)^2 \cdot 2) - (1^2 \cdot (-1) \cdot 5) + (0 \cdot 1^2)}{1^3 + 1 \cdot (-1)^2} \\ &= 3,5 \\ y_{\tilde{G}_p} &= \frac{-(1 \cdot (-1) \cdot 2) + (1^2 \cdot 5) - (0 \cdot (-1))}{(1^2 + (-1)^2)} \\ &= 3,5 \end{aligned}$$

Jadi didapatkan koordinat hasil proyeksi tegas $\tilde{G}_p(3,5, 3,5)$.

2. Mencari jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_p , yang didefinisikan dengan v .

Sesuai dengan persamaan (2.7), didapatkan

$$\begin{aligned} v &= \frac{|1 \cdot 2 - 1 \cdot 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \\ &= 2,12 \end{aligned}$$

3. Mencari jarak antara titik \tilde{U} dengan titik \tilde{G}_i , misalkan diambil titik-titik pada garis \tilde{g} , yaitu $\tilde{G}_i = G_{p-n}, \dots, (3,3), (3,5, 3,5) (4,4), \dots, G_{p+n}$, sehingga dengan persamaan (2.1), didapatkan

$$\begin{aligned}
 w_{G_{p-n}} &= k \\
 &\vdots \\
 w_{(3,3)} &= \sqrt{(3-2)^2 + (3-5)^2} = 2,24 \\
 w_{(3,5,3,5)} &= 2,12 \\
 w_{(4,4)} &= \sqrt{(4-2)^2 + (4-5)^2} = 2,24 \\
 &\vdots \\
 w_{G_{p+n}} &= k
 \end{aligned}$$

4. Mencari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) dengan fungsi keanggotaan berikut

$$\begin{aligned}
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) &= e^{-(w_i-v)^{\frac{1}{2}}} \\
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n}) &= k \\
 &\vdots \\
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)}) &= e^{-(2,24-2,12)^{\frac{1}{2}}} = 0,707 \\
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_p) &= e^{-(2,12-2,12)^{\frac{1}{2}}} = 1 \\
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)}) &= e^{-(2,24-2,12)^{\frac{1}{2}}} = 0,707 \\
 &\vdots \\
 \mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_{p-ni}) &= k
 \end{aligned}$$

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel berikut

Tabel 3.2 Tabel Relasi *Fuzzy* Titik $\tilde{U}(2,5|0,8)$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	$\tilde{G}_{(3,3)}$	\tilde{G}_p	$\tilde{G}_{(4,4)}$...	\tilde{G}_{p+n}
\tilde{U}	k	...	0,707	1	0,707	...	k

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|0,707), ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|1) \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|0,707), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$

5. Mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{U}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_z

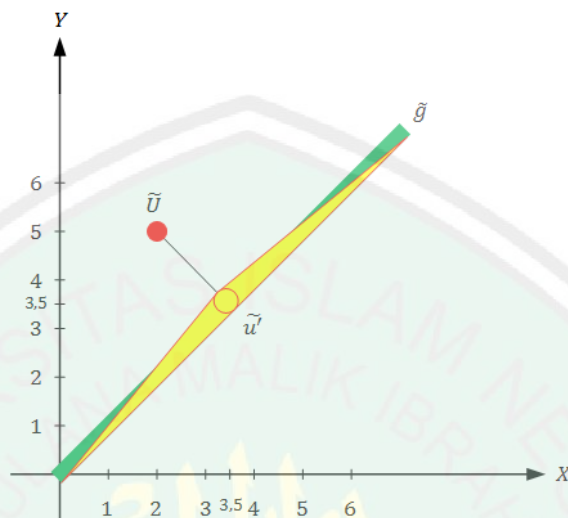
$$\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|0,8 \cdot 0,707), ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|0,8 \cdot 1) \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|0,8 \cdot 0,707), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \\ = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|0,566), ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|0,8) \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|0,566), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$

6. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$) yang merupakan irisan $\mu_z(\tilde{U}, \tilde{G}_i)$ dengan $\mu_{\tilde{g}}$, sesuai dengan persamaan (2.24), maka

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|\min(k, 0,6)), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|\min(0,566, 0,6)), \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|\min(0,8, 0,6))((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|\min(0,566, 0,6)), \dots, \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|\min(k, 0,6))\} \\ = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|0,566), ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|0,6) \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|0,566), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi garis $\tilde{u}' \equiv \{x - y = 0|\mu_{\tilde{U}'}\}$, dengan $\mu_{\tilde{U}'}$ sebagai berikut

$$\mu_{\tilde{U}'}(\tilde{U}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{U}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(3,3)})|0,566), ((\tilde{U}, \tilde{G}_p)|0,6) \\ ((\tilde{U}, \tilde{G}_{(4,4)})|0,566), \dots, ((\tilde{U}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$



Gambar 3.2 Proyeksi Titik $\tilde{U}(2, 5|0,8)$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$

Keterangan:

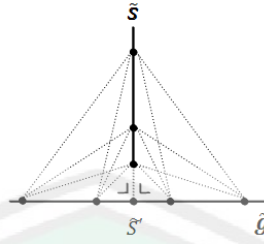
- = Titik yang diproyeksikan, titik $\tilde{U}(2, 5|0,8)$.
- = Garis proyektor, garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$.
- = Garis hasil proyeksi, garis $\tilde{u}' \equiv \{x - y = 0|\mu_{\tilde{U}'}\}$.

3.2.2 Proyeksi Garis *Fuzzy* ke Garis *Fuzzy*

Sebagaimana pada proyeksi geometri tegas garis ke garis, yang mana terdapat tiga bentuk yaitu, garis yang diproyeksikan tegak lurus garis proyektor, garis yang diproyeksikan sejajar garis proyektor, dan garis yang diproyeksikan tidak tegak lurus dan tidak sejajar garis proyektor. Pada proyeksi geometri *fuzzy* garis ke garis permasalahan juga difokuskan pada tiga bentuk tersebut.

Misalkan garis *fuzzy* $\tilde{s} \equiv \{Dx + Ey + F = 0|\mu_{\tilde{s}}\}$ diproyeksikan terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0|\mu_{\tilde{g}}\}$, terdapat tiga kemungkinan, yaitu garis *fuzzy* \tilde{s} tegak lurus garis *fuzzy* \tilde{g} , garis *fuzzy* \tilde{s} sejajar garis *fuzzy* \tilde{g} , dan garis *fuzzy* \tilde{s} tidak tegak lurus dan tidak sejajar garis *fuzzy* \tilde{g} .

1. Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , $\tilde{s} \perp \tilde{g}$



Gambar 3.3 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , $\tilde{s} \perp \tilde{g}$

Kemungkinan ini terjadi ketika perkalian gradien garis \tilde{s} ($m_{\tilde{s}}$) dan gradien garis \tilde{g} ($m_{\tilde{g}}$) bernilai -1 ($m_{\tilde{s}} \cdot m_{\tilde{g}} = -1$) (Soebari, 1995:29). Hasil proyeksinya berupa garis \tilde{s}' yang berada di garis proyektor \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$.

Misalkan suatu garis fuzzy $\tilde{s} \equiv \{Dx + Ey + F = 0 | \mu_{\tilde{s}}\}$ diproyeksikan terhadap garis fuzzy $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$, \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} . Untuk mengetahui hasil proyeksinya, dapat dicari dengan langkah-langkah berikut

- Dicari hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} , karena \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} , maka hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} adalah titik potong garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} .
- Dicari jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , yang disimbolkan dengan v . Karena garis \tilde{s} tegak lurus garis \tilde{g} maka garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} akan berpotongan di suatu titik, karena berpotongan di suatu titik maka v bernilai 0.
- Dicari jarak antara titik $\tilde{S}_i(x_{\tilde{S}_i}, y_{\tilde{S}_i})$, ($\tilde{S}_i \in \tilde{s}$) dengan titik $\tilde{G}_i(x_{\tilde{G}_i}, y_{\tilde{G}_i})$, ($\tilde{G}_i \in \tilde{g}$), dimana w adalah jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i , sesuai dengan persamaan (2.1) maka

$$w_i = \sqrt{(x_{\tilde{G}_i} - x_{\tilde{S}_i})^2 + (y_{\tilde{G}_i} - y_{\tilde{S}_i})^2}$$

- Dicari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , dengan \tilde{R} merupakan relasi dari garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} , ($R \subset \tilde{s} \times \tilde{g}$)

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)\} | (\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) \in \tilde{s} \times \tilde{g}]$$

Dimana

\tilde{S}_i = titik-titik pada garis \tilde{s} , $\{\tilde{S}_i \in \tilde{s}; i = 1, 2, 3, \dots, m\}$

\tilde{G}_i = titik-titik pada garis \tilde{g} , $\{\tilde{G}_i \in \tilde{g}; i = p - n, \dots, p - 2, p - 1, p, p + 1, p + 2, \dots, p + n\}$

Derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) merupakan representasi dari seberapa kuat relasi antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} . Dengan berasumsi jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin dekat, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar, demikian sebaliknya jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin jauh, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin kecil. Agar kekuatan relasi tersebut berada dalam interval $[0,1]$, maka $\mu_{\tilde{R}}$ dapat dicari dengan fungsi keanggotaan berikut

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i - v)^2}$$

Dimana

v = Jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g}

w_i = Jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel berikut

Tabel 3.3 Tabel Relasi Fuzzy Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , $\tilde{s} \perp \tilde{g}$

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	\tilde{G}_{p-1}	\tilde{G}_p	\tilde{G}_{p+1}	...	\tilde{G}_{p+n}
\tilde{S}_1	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+n})$
\tilde{S}_2	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+n})$
\tilde{S}_3	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p+n})$
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p+n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena data di atas terdiri dari n baris dalam satu kolom, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i , sehingga didapatkan satu nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom,

untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i digunakan persamaan (2.28) dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{G}_i) = \tilde{S} \vee \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) &= \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-n}) \} \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) &= \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-1}) \} \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) &= \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_p) \} \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) &= \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+1}) \} \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) &= \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+n}) \} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh derajat keanggotaan relasi garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})) \} \end{aligned}$$

- e. Kemudian setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$, dicari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$

$$\begin{aligned} \mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})) \} \end{aligned}$$

- f. Selanjutnya dicari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$) yang merupakan irisan (*intersection*) dari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan garis proyektor $\mu_{\tilde{g}}$, sesuai dengan persamaan (2.24) maka

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{g}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{g}}) \\ \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{g}}) \\ \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{g}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{g}})\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi sebagai berikut

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}))\}\end{aligned}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis $\tilde{s} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{s}}\}$,

dengan koordinat $Ax + By + C = 0$, dan dengan $\mu_{\tilde{s}}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}))\}\end{aligned}$$

Contoh:

Tentukan hasil proyeksi dari garis fuzzy $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0 | 0,7\}$ terhadap garis fuzzy $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0 | 0,4\}$.

Penyelesaian:

Sebelum mencari hasil proyeksi, terlebih dahulu dilakukan pengecekan apakah permasalahan ini masuk dalam kategori \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} atau dalam kategori yang lain, jika $m_{\tilde{s}} \cdot m_{\tilde{g}} = -1$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} .

$$\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0 | 0,7\} = \{y = -2x + 6 | 0,7\} \Rightarrow m_{\tilde{s}} = -2$$

$$\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0 | 0,4\} = \left\{y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \mid 0,4\right\} \Rightarrow m_{\tilde{g}} = \frac{1}{2}$$

Karena $m_{\tilde{s}} \cdot m_{\tilde{g}} = -1$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} . Sehingga hasil proyeksinya dicari dengan langkah berikut

- a. Mencari hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} terhadap garis \tilde{g} , yaitu titik potong garis \tilde{s} dan garis \tilde{g}

$$\begin{array}{r} 2x + y - 6 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2x + y - 6 = 0 \\ 2x - 4y + 2 = 0 \quad - \\ \hline 5y - 8 = 0 \\ y = 1,6 \end{array}$$

Selanjutnya y disubstitusikan pada salah satu persamaan garis

$$2x + y - 6 = 0$$

$$2x + 1,6 - 6 = 0$$

$$2x - 4,4 = 0$$

$$x = 2,2$$

Jadi titik potong garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} pada $G_p(2,2, 1,6)$.

- b. Mencari jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} (v), karena garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} berpotongan maka $v = 0$.
- c. Mencari jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i yang didefinisikan dengan w_i , dengan mengambil $\tilde{S}_i = (2,2,1,6), (2,2), (1,4), \dots, \tilde{S}_m$, dan $\tilde{G}_i = \tilde{G}_{p-n}, \dots, (1,1), (2,2,1,6), (3,2), \dots, \tilde{G}_{p+n}$, dengan persamaan (2.1), didapatkan

Tabel 3.4 Tabel Perhitungan w_i

w_i	\tilde{G}_{p-n}	...	$\tilde{G}_{(1,1)}$	$\tilde{G}_{(2,2,1,6)}$	$\tilde{G}_{(3,2)}$...	\tilde{G}_{p-n}
$\tilde{S}_{(2,2,1,6)}$	k	...	1,342	0	0,894	...	k
$\tilde{S}_{(2,2)}$	k	...	1,414	0,447	1	...	k
$\tilde{S}_{(1,4)}$	k	...	3	2,683	2,828	...	k
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	k	...	k	k	k	...	k

- d. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i-v)^2}$$

Didapatkan $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ sebagai berikut

Tabel 3.5 Tabel Relasi Fuzzy Garis $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0|0,7\}$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,4\}$

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	$\tilde{G}_{(1,1)}$	$\tilde{G}_{(2,2,1,6)}$	$\tilde{G}_{(3,2)}$...	\tilde{G}_{p-n}
$\tilde{S}_{(2,2,1,6)}$	k	...	0,314	1	0,388	...	k
$\tilde{S}_{(2,2)}$	k	...	0,304	0,512	0,368	...	k
$\tilde{S}_{(1,4)}$	k	...	0,177	0,194	0,186	...	k
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	k	...	k	k	k	...	k

Untuk mendapatkan nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom, maka dicari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i dengan proyeksi relasi \tilde{R} , yaitu $p(\tilde{R}) \subset G_i$, sesuai dengan persamaan (2.28) maka mempunyai fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{G}_i) = \tilde{s} \vee \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) &= \text{maks}\{k, k, k, \dots, k\} = k \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)}) &= \text{maks}\{0,314, 0,304, 0,177, \dots, k\} = 0,314 \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)}) &= \text{maks}\{1, 0,51, 0,194, \dots, k\} = 1 \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)}) &= \text{maks}\{0,388, 0,368, 0,186, \dots, k\} = 0,388 \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) &= \text{maks}\{k, k, k, \dots, k\} = k \end{aligned}$$

- e. Kemudian mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_z

$$\begin{aligned} \mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,7 \cdot 0,314), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,7 \cdot 1), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,7 \cdot 0,388), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \\ &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,22), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,7) \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,27), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \end{aligned}$$

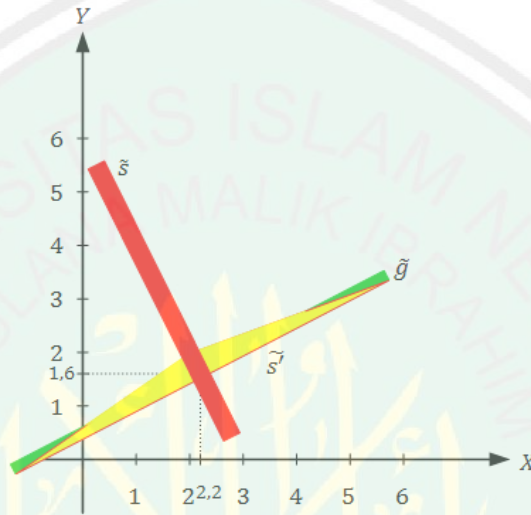
- f. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$) yang merupakan irisan dari $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ dan $\mu_{\tilde{g}}$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|\min(k, 0,4)), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|\min(0,22, 0,4)), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|\min(0,7, 0,4))((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|\min(0,27, 0,4)), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|\min(k, 0,4))\} \\ &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,22), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,4) \end{aligned}$$

$$((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,27), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi garis $\tilde{s}' \equiv \{x - 2y + 1 = 0|\mu_{\tilde{s}'}\}$, dengan

$$\mu_{\tilde{s}'}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,22), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,4) \\ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,27), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\}$$

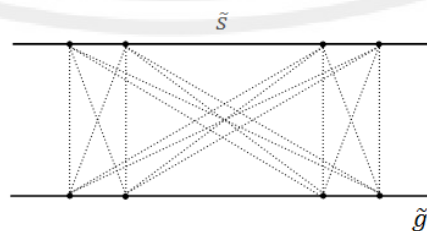


Gambar 3.4 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0|0,7\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,4\}$

Keterangan:

- = Garis yang diproyeksikan, garis $\tilde{s} \equiv \{2x + y - 6 = 0|0,7\}$.
- = Garis proyektor, garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,4\}$.
- = Garis hasil proyeksi, garis $\tilde{s}' \equiv \{x - 2y + 1 = 0|\mu_{\tilde{s}'}\}$.

2. Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , $\tilde{s} \parallel \tilde{g}$



Gambar 3.5 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , $\tilde{s} \parallel \tilde{g}$

Kemungkinan ini terjadi ketika gradien garis \tilde{s} ($m_{\tilde{s}}$) sama dengan gradien garis \tilde{g} ($m_{\tilde{g}}$) ($m_{\tilde{s}} = m_{\tilde{g}}$) (Soebari, 1995:29). Hasil proyeksinya berupa garis \tilde{s}'

yang berada di garis proyektor \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$. Untuk mengetahui hasil proyeksinya, dapat dicari dengan langkah-langkah berikut

a. Dicari hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} terhadap garis \tilde{g} , karena garis \tilde{s} sejajar garis \tilde{g} , maka hasil proyeksinya yaitu garis \tilde{s}' pada garis \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$.

b. Dicari jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , yang disimbolkan dengan v . Karena sejajar, maka v merupakan panjang garis hubung \tilde{s} dengan \tilde{g} , dimana v tegak lurus dengan garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} . Sehingga panjang v dapat dicari dengan persamaan (2,7), dengan mengambil salah satu titik di \tilde{s} , misal $\tilde{S}(x_S, y_S)$, ($\tilde{S} \in \tilde{s}$), dan persamaan garis $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{g}}\}$

$$v = \frac{|Ax_S + By_S + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

c. Selanjutnya dicari jarak antara titik $\tilde{S}_i(x_{\tilde{S}_i}, y_{\tilde{S}_i})$, ($\tilde{S}_i \in \tilde{s}$) dengan titik $\tilde{G}_i(x_{\tilde{G}_i}, y_{\tilde{G}_i})$, ($\tilde{G}_i \in \tilde{g}$), dimana w adalah jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i , sesuai dengan persamaan (2.1), maka

$$w_i = \sqrt{(x_{\tilde{G}_i} - x_{\tilde{S}_i})^2 + (y_{\tilde{G}_i} - y_{\tilde{S}_i})^2}$$

d. Selanjutnya dicari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , dengan \tilde{R} merupakan relasi dari garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} , ($R \subset \tilde{s} \times \tilde{g}$)

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)\} | (\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) \in \tilde{s} \times \tilde{g}]$$

Dimana

\tilde{S}_i = titik-titik pada garis \tilde{s} , $\{\tilde{S}_i \in \tilde{s}; i = 1, 2, 3, \dots, m\}$

\tilde{G}_i = titik-titik pada garis \tilde{g} , $\{\tilde{G}_i \in \tilde{g}; i = p - n, \dots, p - 2, p - 1, p, p + 1, p + 2, \dots, p + n\}$

Derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) merupakan representasi dari seberapa kuat relasi antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} . Dengan berasumsi jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin dekat, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar, demikian sebaliknya jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin jauh, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin kecil. Agar kekuatan relasi tersebut berada dalam interval $[0,1]$, maka $\mu_{\tilde{R}}$ dapat dicari dengan fungsi keanggotaan berikut

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i-v)^2}$$

Dimana

v = Jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g}

w_i = Jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel berikut

Tabel 3.6 Tabel Relasi *Fuzzy* Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , $\tilde{s} \parallel \tilde{g}$

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	\tilde{G}_{p-1}	\tilde{G}_p	\tilde{G}_{p+1}	...	\tilde{G}_{p-n}
\tilde{S}_1	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n})$
\tilde{S}_2	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n})$
\tilde{S}_3	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-n})$
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena data di atas terdiri dari n baris dalam satu kolom, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i , sehingga didapatkan satu nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom, untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i digunakan persamaan (2.28), dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{G}_i) = \bigvee \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-n}) \}$$

⋮

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-1}) \}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_p) \}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+1}) \}$$

⋮

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+n}) \}$$

Karena pada setiap kolom terdapat $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = 1$, yaitu ketika relasi terjadi antara titik \tilde{S}_i dan titik \tilde{G}_i dimana w_i bernilai sama dengan v , sehingga harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i bernilai 1, jadi derajat keanggotaan relasi garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ adalah

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \{ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|1), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})|1), ((\tilde{s}, \tilde{G}_p)|1), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})|1), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|1) \}$$

- e. Sehingga setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = 1$, maka hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_z adalah $\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$

$$\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \{ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|\mu_{\tilde{s}}), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})|\mu_{\tilde{s}}), ((\tilde{s}, \tilde{G}_p)|\mu_{\tilde{s}}), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})|\mu_{\tilde{s}}), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|\mu_{\tilde{s}}) \}$$

- f. Karena $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{\tilde{s}}$, maka derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{s}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$) merupakan irisan (*intersection*) dari derajat keanggotaan ketebalan garis yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dengan derajat

keanggotaan ketebalan garis proyektor $\mu_{\tilde{g}}$, sesuai dengan persamaan (2.24), maka

$$\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) = \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) = \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}})$$

$$\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) = \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}})$$

$$\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) = \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) = \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}})$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis $\tilde{s}' \equiv \{Ax + By + C = 0 \mid \mu_{\tilde{s}^{\tau}}\}$, $\tilde{s}' \in \tilde{g}$, dengan $\mu_{\tilde{s}^{\tau}} = \mu_{\tilde{s}} \cap \mu_{\tilde{g}}$.

Contoh:

Tentukan hasil proyeksi dari garis fuzzy $\tilde{s} \equiv \{x - y = -5 \mid 0,3\}$ terhadap garis fuzzy $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0 \mid 0,6\}$.

Penyelesaian:

Sebelum mencari hasil proyeksi, terlebih dahulu dilakukan pengecekan apakah permasalahan ini masuk dalam kategori \tilde{s} sejajar \tilde{g} atau dalam kategori yang lain, jika $m_{\tilde{s}} = m_{\tilde{g}}$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} sejajar \tilde{g}

$$\tilde{s} \equiv \{x - y = -5 \mid 0,3\} = \{y = x + 5 \mid 0,3\} \Rightarrow m_{\tilde{s}} = 3$$

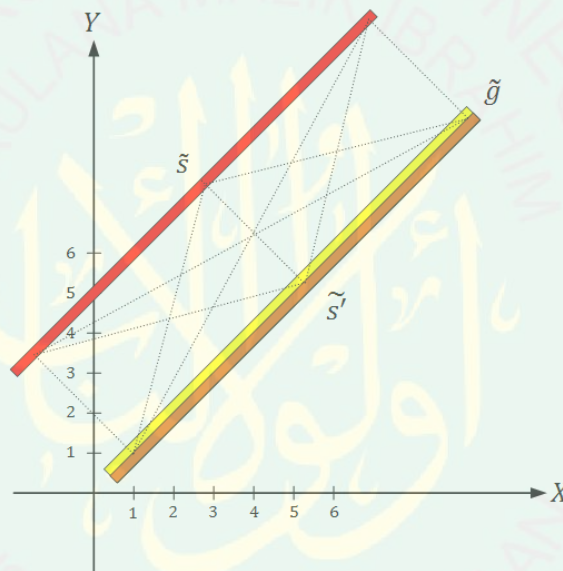
$$\tilde{g} \equiv \{x - y = 0 \mid 0,6\} = \{y = x \mid 0,6\} \Rightarrow m_{\tilde{g}} = 3$$

karena $m_{\tilde{s}} = m_{\tilde{g}}$ maka masuk dalam kategori $\tilde{s} \parallel \tilde{g}$. Sehingga pada permasalahan dalam kategori ini derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$) merupakan irisan (*intersection*) dari derajat keanggotaan

ketebalan garis yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dengan derajat keanggotaan ketebalan garis proyektor $\mu_{\tilde{g}}$

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}'}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) &= \min(\mu_{\tilde{s}}, \mu_{\tilde{g}}) \\ &= \min(0,3, 0,6) \\ &= 0,3\end{aligned}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis $\tilde{s}' \equiv \{x - y = 0|0,3\}$, karena $\tilde{s}' \in \tilde{g}$, dan dengan $\mu_{\tilde{s}'} = \mu_{\tilde{s}} \cap \mu_{\tilde{g}} = 0,3$.

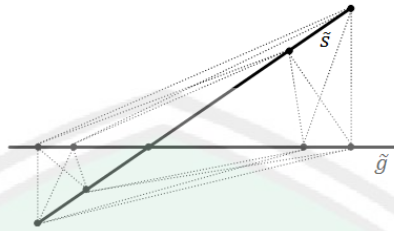


Gambar 3.6 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = -5|0,3\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$

Keterangan:

- = Garis yang diproyeksikan, garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = -5|0,3\}$.
- = Garis proyektor, garis $\tilde{g} \equiv \{x - y = 0|0,6\}$.
- = Garis hasil proyeksi, garis $\tilde{s}' \equiv \{x - y = 0|0,3\}$.

3. Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , \tilde{s} Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar \tilde{g}



Gambar 3.7 Proyeksi Garis Fuzzy \tilde{s} ke Garis Fuzzy \tilde{g} , \tilde{s} Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar \tilde{g}

kemungkinan terakhir ini terjadi ketika syarat untuk kedua kemungkinan sebelumnya tidak terpenuhi, yaitu $(m_s \cdot m_g \neq -1)$ dan $(m_s \neq m_g)$. Hasil proyeksinya berupa garis \tilde{s}' yang berada di garis proyektor \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$. Untuk mengetahui hasil proyeksinya, dapat dicari dengan langkah-langkah berikut.

- Dicari hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} terhadap garis \tilde{g} , untuk hasil proyeksinya yaitu garis \tilde{s}' pada garis \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$.
- Dicari jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , yang disimbolkan dengan v . Karena garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} berpotongan di suatu titik, maka v bernilai 0.
- Selanjutnya dicari jarak antara titik $\tilde{S}_i(x_{\tilde{S}_i}, y_{\tilde{S}_i})$, ($\tilde{S}_i \in \tilde{s}$) dengan titik $\tilde{G}_i(x_{\tilde{G}_i}, y_{\tilde{G}_i})$, ($\tilde{G}_i \in \tilde{g}$), dimana w adalah jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i , sesuai dengan persamaan (2.1), maka

$$w = \sqrt{(x_{\tilde{G}_i} - x_{\tilde{S}_i})^2 + (y_{\tilde{G}_i} - y_{\tilde{S}_i})^2}$$

- Selanjutnya dicari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} , dengan \tilde{R} merupakan relasi dari garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} , ($R \subset \tilde{s} \times \tilde{g}$)

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)\} | (\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) \in \tilde{s} \times \tilde{g}]$$

Dimana

\tilde{S}_i = titik-titik pada garis \tilde{s} , $\{\tilde{S}_i \in \tilde{s}; i = 1, 2, 3, \dots, m\}$

\tilde{G}_i = titik-titik pada garis \tilde{g} , $\{\tilde{G}_i \in \tilde{g}; i = p - n, \dots, p - 2, p - 1, p, p + 1, p + 2, \dots, p + n\}$

Derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) merupakan representasi dari seberapa kuat relasi antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} . Dengan berasumsi jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin dekat, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar, demikian sebaliknya jika jarak antara titik \tilde{S}_i dengan \tilde{G}_i semakin jauh, maka $\mu_{\tilde{R}}$ semakin kecil. Agar kekuatan relasi tersebut berada dalam interval $[0,1]$, maka $\mu_{\tilde{R}}$ dapat dicari dengan fungsi keanggotaan berikut

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i - v)^2}$$

Dimana

v = Jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g}

w_i = Jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel berikut

Tabel 3.7 Tabel Relasi Fuzzy Garis \tilde{s} dan Garis \tilde{g} , \tilde{s} Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar \tilde{g}

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	\tilde{G}_{p-1}	\tilde{G}_p	\tilde{G}_{p+1}	...	\tilde{G}_{p+n}
\tilde{S}_1	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+n})$
\tilde{S}_2	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+n})$
\tilde{S}_3	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_3, \tilde{G}_{p+n})$
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-n})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p+1})$...	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_m, \tilde{G}_{p+n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena data di atas terdiri dari n baris dalam satu kolom, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i , sehingga didapatkan satu nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom,

untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i digunakan persamaan (2.28), dengan fungsi keanggotaan.

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{G}_i) = \tilde{S} \vee \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-n}) \}$$

⋮

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p-1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p-1}) \}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_p), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_p) \}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+1}) \}$$

⋮

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) = \text{maks} \{ \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_1, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_2, \tilde{G}_{p+n}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_n, \tilde{G}_{p+n}) \}$$

Sehingga diperoleh derajat keanggotaan relasi garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} ,

$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \{ & ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ & ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ & ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})) \} \end{aligned}$$

- e. Kemudian setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$, dicari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$.

$$\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \{ ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})),$$

$$((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots,$$

$$((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})) \}$$

- f. Selanjutnya dicari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i))$ merupakan irisan (*intersection*) dari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan garis proyektor $\mu_{\tilde{g}}$, sesuai dengan persamaan (2.24), maka

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}), \mu_{\tilde{g}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}), \mu_{\tilde{g}}) \\ \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_p), \mu_{\tilde{g}}) \\ \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}), \mu_{\tilde{g}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) &= \min(\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}), \mu_{\tilde{g}})\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi sebagai berikut

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}))\}\end{aligned}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis $\tilde{s}^{\tau} \equiv \{Ax + By + C = 0 | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}\}$,

dengan koordinat $Ax + By + C = 0$, dan dengan $\mu_{\tilde{s}^{\tau}}$

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-1})), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_p) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_p)), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+1})), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) | \mu_{\tilde{s}^{\tau}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}))\}\end{aligned}$$

Contoh:

Misalkan diberikan garis *fuzzy* $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0|0,4\}$, dan garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,8\}$. Cari hasil proyeksi dari garis *fuzzy* \tilde{s} terhadap garis *fuzzy* \tilde{g} .

Penyelesaian:

Sebelum mencari hasil proyeksi, terlebih dahulu dilakukan pengecekan apakah permasalahan ini masuk dalam kategori \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} , atau dalam kategori \tilde{s} sejajar \tilde{g} , atau dalam kategori \tilde{s} tidak tegak lurus dan tidak sejajar \tilde{g} , jika $m_{\tilde{s}} \cdot m_{\tilde{g}} = -1$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} tegak lurus \tilde{g} , jika $m_{\tilde{s}} = m_{\tilde{g}}$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} sejajar \tilde{g} . Atau jika $m_{\tilde{s}} \cdot m_{\tilde{g}} \neq -1$ dan $m_{\tilde{s}} \neq m_{\tilde{g}}$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} tidak tegak lurus dan tidak sejajar \tilde{g} .

$$\tilde{s} \equiv \{x - y = 0|0,4\} = \{y = x|0,4\} \Rightarrow m_{\tilde{s}} = 1$$

$$\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,8\} = \left\{y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \middle| 0,8\right\} \Rightarrow m_{\tilde{g}} = \frac{1}{2}$$

karena $m_{\tilde{s}}m_{\tilde{g}} \neq -1$ dan $m_{\tilde{s}} \neq m_{\tilde{g}}$ maka masuk dalam kategori \tilde{s} tidak tegak lurus dan tidak sejajar \tilde{g} , dengan demikian hasil proyeksi dapat dicari dengan langkah-langkah berikut

- Hasil proyeksi tegas garis \tilde{s} ke garis \tilde{g} berupa garis \tilde{s}' pada \tilde{g} , $\tilde{s}' \in \tilde{g}$.
- Mencari jarak terdekat antara garis \tilde{s} dengan garis \tilde{g} (v), karena garis \tilde{s} dan garis \tilde{g} berpotongan maka $v = 0$, garis \tilde{s} berpotongan dengan garis \tilde{g} pada titik $\tilde{G}_p(1,1)$.
- Selanjutnya mencari jarak antara titik \tilde{S}_i dengan titik \tilde{G}_i yang didefinisikan dengan w_i , dengan $\tilde{S}_i = (0,0), (1,1), (2,2), \dots, \tilde{S}_m$, dan $\tilde{G}_i = \tilde{G}_{p-n}, \dots, (0,0,5), (1,1), (2,1,5), \dots, \tilde{G}_{p+n}$. Dengan persamaan (2.1), didapatkan

Tabel 3.8 Tabel Perhitungan w_i

w_i	\tilde{G}_{p-n}	...	$\tilde{G}_{(0,0,5)}$	$\tilde{G}_{(1,1)}$	$\tilde{G}_{(2,1,5)}$...	\tilde{G}_{p-n}
$\tilde{S}_{(0,0)}$	k	...	0,5	1,414	2,5	...	k
$\tilde{S}_{(1,1)}$	k	...	1,118	0	1,118	...	k
$\tilde{S}_{(2,2)}$	k	...	2,5	1,414	0,5	...	k
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	k	...	k	k	k	...	k

Selanjutnya mencari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) = e^{-(w_i - v)^{\frac{1}{2}}}$$

Didapatkan $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ sebagai berikut

Tabel 3.9 Tabel Relasi Fuzzy Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0 | 0,4\}$ dan Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0 | 0,8\}$

\tilde{R}	\tilde{G}_{p-n}	...	$\tilde{G}_{(0,0,5)}$	$\tilde{G}_{(1,1)}$	$\tilde{G}_{(2,1,5)}$...	\tilde{G}_{p-n}
$\tilde{S}_{(0,0)}$	k	...	0,493	0,304	0,205	...	k
$\tilde{S}_{(1,1)}$	k	...	0,347	1	0,347	...	k
$\tilde{S}_{(2,2)}$	k	...	0,205	0,304	0,493	...	k
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
\tilde{S}_m	k	...	k	k	k	...	k

Sumber: Djauhari, 1990:55

Selanjutnya mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$ yang relatif terhadap variabel \tilde{S}_i dengan proyeksi relasi \tilde{R} , yaitu $p(\tilde{R}) \subset G_i$, sesuai dengan persamaan (2.28), maka mempunyai fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{G}_i) = \bigvee \mu_{\tilde{R}}(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n}) = \text{maks} \{k, k, k, \dots, k\} = k$$

\vdots

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(0,0,5)}) = \text{maks} \{0,493, 0,347, 0,205, \dots, k\} = 0,493$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)}) = \text{maks} \{0,304, 1, 0,304, \dots, k\} = 1$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,1,5)}) = \text{maks} \{0,205, 0,347, 0,493, \dots, k\} = 0,493$$

⋮

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n}) = \text{maks} \{k, k, k, \dots, k\} = k$$

- d. Kemudian mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$

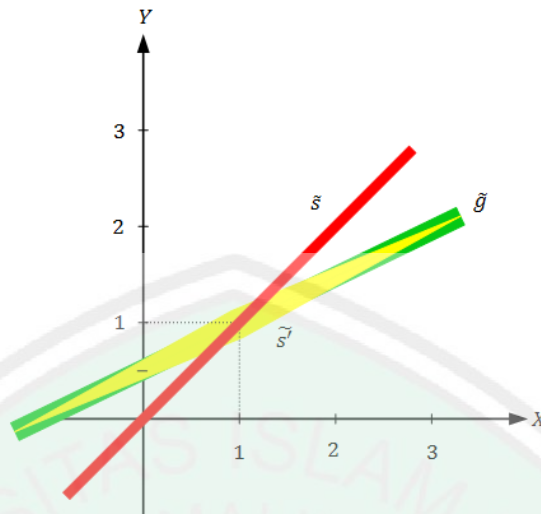
$$\begin{aligned} \mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(0,0,5)})|0,4 \cdot 0,493), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,4 \cdot 1) \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,1,5)})|0,4 \cdot 0,493), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \\ &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,197), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,4) \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,197), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \end{aligned}$$

- e. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{s}^*}(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$) yang merupakan irisan $\mu_z(\tilde{s}, \tilde{G}_i)$ dengan $\mu_{\tilde{g}}$. Sesuai dengan persamaan (2.24), maka

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{s}^*}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})| \min(k, 0,8)), \dots, (\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})| \min(0,197, 0,8)), \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})| \min(0,4, 0,8))((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})| \min(0,197, 0,8)), \dots, \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})| \min(k, 0,8))\} \\ &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,197), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,4) \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,197), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \end{aligned}$$

Jadi didapatkan hasil proyeksi garis $\tilde{s}^* \equiv \{x - 2y + 1 = 0 | \mu_{\tilde{s}^*}\}$, dengan

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{s}^*}(\tilde{s}, \tilde{G}_i) &= \{((\tilde{s}, \tilde{G}_{p-n})|k), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(1,1)})|0,197), ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(2,2,1,6)})|0,4) \\ &\quad ((\tilde{s}, \tilde{G}_{(3,2)})|0,197), \dots, ((\tilde{s}, \tilde{G}_{p+n})|k)\} \end{aligned}$$



Gambar 3.8 Proyeksi Garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0|0,4\}$ ke Garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,8\}$

Keterangan:

- = Garis yang diproyeksikan, garis $\tilde{s} \equiv \{x - y = 0|0,4\}$.
- = Garis proyektor, garis $\tilde{g} \equiv \{x - 2y + 1 = 0|0,8\}$.
- = Garis hasil proyeksi, garis $\tilde{s}' \equiv \{x - 2y + 1 = 0|\mu_{\tilde{s}}\}$.

3.3 Perbedaan Proyeksi Geometri Tegas dan Proyeksi Geometri *Fuzzy*

Proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* mempunyai konsep awal yang sama, yaitu pembentukan bayangan suatu unsur yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor. Dari pengertian tersebut, konsep proyeksi geometri *fuzzy* berkembang lebih luas, sehingga memunculkan perbedaan antara Proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy*.

Pada proyeksi geometri tegas unsur yang diproyeksikan dan unsur proyektor hanya bersifat *bivalued*, yaitu ada dan tidak ada, pembahasan hanya difokuskan pada pencarian koordinat hasil proyeksi. Sedangkan pada proyeksi geometri *fuzzy* unsur geometri bersifat *multivalued*, dengan ketebalan yang berbeda-beda yang direpresentasikan dengan derajat keanggotaan dalam interval

[0,1], pembahasan tidak hanya tentang prosedur pencarian koordinat hasil proyeksi tetapi juga derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi

Selain itu, pada proyeksi tegas terdapat sarat tegak lurus antara unsur yang diproyeksikan dengan unsur proyektor, sehingga hasil proyeksi terbatas pada sarat tersebut. Pada proyeksi geometri *fuzzy* semua anggota unsur proyektor dianggap sebagai hasil proyeksi dengan derajat keanggotaan ketebalan tertentu, yang dipengaruhi oleh derajat keanggotaan keamatan relasi antara unsur yang diproyeksikan dan unsur proyektor.

3.4 Implementasi Konsep *Fuzzy* dalam Kajian Waktu Shalat

Berdasarkan definisi himpunan *fuzzy* suatu himpunan *fuzzy* A yang berisi tentang hukum waktu pelaksanaan shalat, yaitu *sunnah*, *mubah*, *makruh* dan *haram*, dengan semesta pembicaraan X yang mewakili putaran waktu dalam satu hari, dan variabel pelaksanaan waktu shalat yang direpresentasikan dengan x yang merupakan subset dari X . Maka himpunan *fuzzy* pada variabel x di dalam semesta X dikarakteristikan dengan fungsi keanggotaan μ_A yang bernilai dalam interval [0,1] dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$A = \{(x|\mu_A(x))|x \in X\}$$

Konsep himpunan *fuzzy* dalam kajian waktu shalat menggambarkan bahwa hukum pelaksanaan shalat lima waktu tidak hanya *bivalued*, yaitu boleh dan tidak boleh saja, akan tetapi berkembang menjadi *multi value* dalam interval [0,1] yang dikategorikan ke dalam empat hukum, yaitu: *sunnah*, *mubah*, *makruh* dan *haram*, dengan ketentuan jika waktu pelaksanaan shalat masih berada dalam waktunya, maka termasuk dalam kategori diperbolehkan melaksanakan shalat, yang terbagi dalam tiga hukum, yaitu *sunnah*, *mubah* dan *makruh*, dan direpresentasikan

dengan derajat keanggotaan $0 < \mu_A \leq 1$. Sedangkan jika waktu pelaksanaan shalat berada di luar waktunya, maka termasuk dalam kategori tidak diperbolehkan atau *haram*, dan direpresentasikan dengan derajat keanggotaan 0. Oleh karena itu pembahasan difokuskan pada tiga hukum yang berada dalam kategori diperbolehkan.

1. *Sunnah*

Pada dasarnya apabila pelaksanaan shalat dilaksanakan pada awal waktunya memiliki keutamaan seperti yang disunnahkan oleh Rasulullah SAW, semakin mendekati akhir waktu shalat maka keutamaan pelaksanaan shalat semakin kecil atau bahkan tidak mendapatkan keutamaan. Pelaksanaan shalat disunnahkan atau dianjurkan untuk segera dilaksanakan. Dalam banyak hadits disebutkan bahwa Rasulullah SAW menganjurkan untuk menyegerakan shalat, diantaranya hadits Aisyah RA

كُنَّا نِسَاءَ الْمُؤْمِنَاتِ يَشْهَدْنَ مَعَ رَسُولِ اللَّهِ ﷺ صَلَاةَ الْفَجْرِ مُتَعَلِّقَاتٍ بِمُرُوطِهِنَّ، ثُمَّ يَنْقَلِبْنَ إِلَى بُيُوتِهِنَّ حِينَ يَقْضِينَ الصَّلَاةَ لَا يَعْرِفُهُنَّ أَحَدٌ مِنَ الْعَلَسِ

Artinya: “Kami wanita-wanita mukminah ikut menghadiri shalat fajar bersama Rasulullah Shallallahu ‘alaihi wa sallam dalam keadaan berselimut (menyelubungi tubuh) dengan kain-kain kami, kemudian mereka (para wanita tersebut) kembali ke rumah-rumah mereka ketika mereka selesai menunaikan shalat dalam keadaan tidak ada seorang pun mengenali mereka karena waktu ghalas (sisa gelapnya malam).” (HR. Al-Bukhari no. 578 dan Muslim no. 1455)

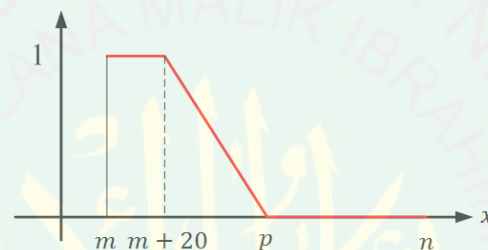
Mengenai hadits di atas imam Ibnu Hajar Al-Asqalani berpendapat: “Hadits ini menunjukkan disunnahkannya bersegera dalam mengerjakan shalat subuh di awal waktu”.

Berdasarkan hadits tersebut peneliti berasumsi bahwa pelaksanaan shalat *subuh* lebih dianjurkan ketika masih gelap atau 20 menit setelah awal waktu shalat *subuh*, selain untuk shalat *shubuh* 20 menit juga dapat dijadikan sebagai kriteria

sunnah untuk pelaksanaan shalat lima waktu, selain masih berada di awal waktu shalat, 20 menit juga sudah cukup digunakan untuk menunggu jamaah. Sehingga fungsi derajat keanggotaan *sunnah* waktu pelaksanaan shalat adalah

$$\mu_{\text{sunnah}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{Untuk } m \leq x < (m + 20) \\ \frac{p-x}{p-(m+20)}, & \text{Untuk } (m + 20) \leq x < p \\ 0, & \text{Untuk } x < m \text{ dan } x \geq p \end{cases}$$

Jika digambarkan dengan kurva, maka derajat keanggotaan *sunnah* waktu pelaksanaan shalat mempunyai bentuk



Gambar 3.9 Kurva Derajat Keanggotaan *Sunnah*

Dimana:

m = awal waktu shalat

n = akhir waktu shalat

p = waktu pertengahan = $\frac{n-m}{2}$

x = waktu pelaksanaan shalat

Semakin besar derajat keanggotaan *sunnah* waktu pelaksanaan shalat maka semakin besar keutamaan atau *fadhilah* yang akan diterima, demikian sebaliknya semakin kecil derajat keanggotaan *sunnah* waktu pelaksanaan shalat semakin kecil pula keutamaannya atau bahkan tidak ada keutamaan.

2. Makruh

Dalam kategori makruh, apabila waktu pelaksanaan shalat semakin mendekati akhir waktu shalat maka kadar kemakruhannya semakin besar, dan

Allah SWT memberikan ancaman bagi orang-orang yang lalai dalam shalatnya, sebagaimana dalam surat Al-Maa'uun ayat 4 dan 5

﴿فَوَيْلٌ لِلْمُصَلِّينَ﴾ ﴿الَّذِينَ هُمْ عَنْ صَلَاتِهِمْ سَاهُونَ﴾

Artinya: “Maka kecelakaanlah bagi orang-orang yang shalat{4}(yaitu) orang-orang yang lalai dari shalatnya{5} (QS. Al-Maa'uun). yang dimaksud orang-orang yang lalai dalam shalatnya ditafsiri oleh sebuah hadits yaitu, Rasulullah SAW bersabda: “mereka yang mengakhirkan shalat dari waktunya”.

Untuk *makruh* peneliti mengambil lima menit dari akhir waktu shalat, karena terdapat kemungkinan apabila pelaksanaan shalat dilaksanakan lima menit sebelum waktu shalat habis maka salam dari shalat tersebut sudah berada di luar waktu shalat tersebut. Akan tetapi shalat tersebut masih dalam kategori sah, sebagaimana dalam sebuah hadits

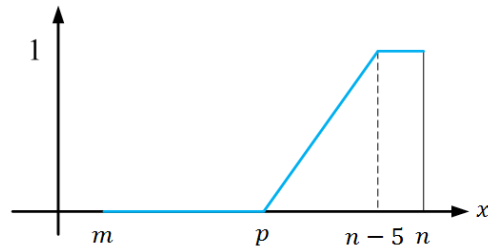
مَنْ أَدْرَكَ مِنَ الصُّبْحِ رَكْعَةً قَبْلَ أَنْ تَطْلُعَ الشَّمْسُ فَقَدْ أَدْرَكَ الصُّبْحَ، وَمَنْ أَدْرَكَ رَكْعَةً مِنَ الْعَصْرِ قَبْلَ أَنْ تَغْرُبَ الشَّمْسُ فَقَدْ أَدْرَكَ الْعَصْرَ

Artinya: “Siapa yang mendapati satu rakaat subuh sebelum matahari terbit maka sungguh ia telah mendapatkan shalat subuh dan siapa yang mendapati satu rakaat ashar sebelum matahari tenggelam maka sungguh ia telah mendapatkan shalat ashar.” (HR. Al-Bukhari no. 579 dan Muslim no. 1373).

Sehingga fungsi derajat keanggotaan *makruh* waktu pelaksanaan shalat adalah:

$$\mu_{\text{makruh}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{Untuk } (n - 5) \leq x < n \\ \frac{x-p}{(n-5)-p}, & \text{Untuk } p \leq x < (n - 5) \\ 0, & \text{Untuk } x < p \text{ dan } x \geq n \end{cases}$$

Jika digambarkan dengan kurva, maka derajat keanggotaan *makruh* waktu pelaksanaan shalat mempunyai bentuk



Gambar 3.10 Kurva Derajat Keanggotaan *Makruh*

Dimana:

m = awal waktu shalat

n = akhir waktu shalat

p = waktu pertengahan = $\frac{n-m}{2}$

x = waktu pelaksanaan shalat

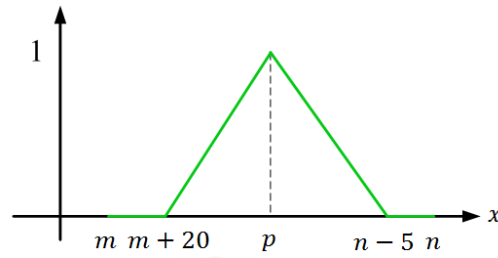
Semakin besar derajat keanggotaan *makruh* waktu pelaksanaan shalat maka semakin besar kadar kemakruhannya, demikian sebaliknya semakin kecil derajat keanggotaan *makruh* waktu pelaksanaan shalat semakin kecil pula kadar kemakruhannya.

3. *Mubah*

Kategori ini dimulai ketika awal masuknya shalat hingga berakhirnya waktu shalat, dimana diperbolehkan melaksanakan shalat dalam waktu tersebut, oleh karena itu representasi kurva segitiga merupakan representasi yang cocok untuk menggambarkan fungsi derajat keanggotaan *mubah*. Sehingga mempunyai fungsi sebagai berikut.

$$\mu_{mubah}(x) = \begin{cases} 0, & \text{Untuk } x < (m + 20) \text{ dan } x > (n - 5) \\ \frac{x-(m+20)}{p-(m+20)}, & \text{Untuk } (m + 20) \leq x < p \\ \frac{(n-5)-x}{(n-5)-p}, & \text{Untuk } p \leq x < (n - 5) \end{cases}$$

Jika digambarkan dengan kurva segitiga, maka derajat keanggotaan *mubah* waktu pelaksanaan shalat mempunyai bentuk



Gambar 3.11 Kurva Derajat Keanggotaan *Mubah*

Dimana:

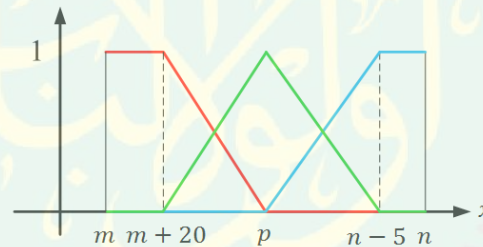
m = awal waktu shalat

n = akhir waktu shalat

p = waktu pertengahan = $\frac{n-m}{2}$

x = waktu pelaksanaan shalat

Sehingga jika ketiga fungsi keanggotaan tersebut di gambar dalam satu grafik, mempunyai bentuk sebagai berikut.



Gambar 3.12 Kurva Derajat Keanggotaan Gabungan

Keterangan:

● = Kurva derajat keanggotaan *sunnah*

● = Kurva derajat keanggotaan *makruh*

● = Kurva derajat keanggotaan *mubah*

Contoh:

Himpunan semesta pembicaraan $X = \{00.01 - 24.00\}$, dan waktu $dhuhur \subset X$, dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut $dhuhur = \{(x | \mu_{dhuhur}(x)) | x \in X\}$. Maka pelaksanaan shalat *dhuhur* pada jam 14.20 WIB

pada hari senin 13 Agustus 2012 (awal waktu *dhuhur* pukul 11.36 WIB dan akhir waktu pukul 14.58 WIB) mempunyai derajat keanggotaan sebagai berikut,

Diketahui:

$$x = 14.20$$

$$m = 11.36$$

$$n = 14.58$$

$$p = 13.17$$

Maka mempunyai derajat keanggotaan,

$$1. \mu_{sunna h} = 0, \text{ karena } x \geq p$$

$$2. \mu_{makru h} = \frac{x-p}{(n-5)-p} = 0,66$$

$$3. \mu_{muba h} = \frac{(n-5)-x}{(n-5)-p} = 0,34$$

Jadi pelaksanaan shalat *dhuhur* pada pukul 14.20 WIB tergolong dalam kategori waktu yang buruk, akan tetapi masih diperbolehkan.

Dari uraian di atas, dapat diambil suatu kesimpulan bahwa waktu pelaksanaan shalat lebih dianjurkan dilaksanakan pada awal waktu terutama 20 menit pada awal waktu shalat, karena mempunyai fadhilah yang lebih besar, dan disarankan untuk tidak mengakhirkan waktu pelaksanaan shalat apabila tidak mempunyai halangan, terutama apabila dikerjakan lima menit sebelum waktu shalat berakhir, karena Allah SWT memberikan ancaman bagi orang-orang yang melalaikan shalatnya. akan tetapi representasi waktu pelaksanaan di atas masih terbatas pada aturan umum waktu shalat, belum termasuk tentang diperbolehkannya shalat *jama'* ketika bepergian, disunnahkannya mengakhirkan shalat *isya'*, dan lain-lain.

Namun demikian penjelasan di atas masih sebatas gambaran menurut asumsi peneliti dengan segala keterbatasan pengetahuan peneliti, sehingga kurang bijaksana apabila penjelasan di atas diterima mentah-mentah. Sehingga peneliti berkesimpulan bahwa hanya dengan dalil yang haq-lah, yang dapat dijadikan pedoman, yaitu Al-Qur'an dan As-Sunnah.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang, yaitu:
 - a. Mencari koordinat hasil proyeksi tegas.
 - b. Mencari derajat keanggotaan relasi masing-masing unsur yang didefinisikan dengan $\tilde{R} = [\{(\tilde{U}, \tilde{G}_i) | \tilde{\mu}_R(\tilde{U}, \tilde{G}_i)\} | (\tilde{U}, \tilde{G}_i) \in \tilde{U} \times \tilde{g}]$ untuk proyeksi titik *fuzzy* \tilde{U} ke garis *fuzzy* \tilde{g} , dan $\tilde{R} = [\{(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) | \mu_R(\tilde{S}_i, \tilde{G}_i)\} | (\tilde{S}_i, \tilde{G}_i) \in \tilde{s} \times \tilde{g}]$ untuk proyeksi garis *fuzzy* \tilde{s} terhadap garis *fuzzy* \tilde{g} .
 - c. Mencari hasil kali derajat keanggotaan unsur yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi masing-masing unsur.
 - d. Mencari hasil proyeksi dengan derajat keanggotaan yang merupakan irisan hasil kali derajat keanggotaan unsur yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi masing-masing unsur dengan derajat keanggotaan unsur proyektor.
2. Perbedaan proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy*, yaitu:
 - a. Unsur-unsur proyeksi, pada proyeksi geometri tegas unsur yang diproyeksikan dan unsur proyektor hanya bersifat *bivalued*, yaitu ada dan tidak ada. Sedangkan pada proyeksi geometri *fuzzy* unsur geometri bersifat *multivalued*, dengan ketebalan yang yang direpresentasikan dengan derajat keanggotaan dalam interval $[0,1]$.

- b. Fokus masalah pada proyeksi geometri tegas pada pencarian koordinat hasil proyeksi, pada proyeksi geometri *fuzzy* berkembang, yaitu pencarian koordinat hasil proyeksi dan derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi tersebut.
- c. Hasil proyeksi geometri tegas terbatas pada sarat tegak lurus antara unsur yang diproyeksikan dengan unsur proyektor, sedangkan hasil proyeksi geometri *fuzzy* merupakan semua anggota unsur proyektor dianggap sebagai hasil proyeksi dengan derajat keanggotaan ketebalan tertentu.

4.2 Saran

Disarankan bagi penelitian berikutnya, untuk membahas proyeksi geometri *fuzzy* pada koordinat polar, bola, silinder, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.
- Alisah, Evawati dan Idris, M. 2009. *Buku Pintar Matematika*. Yogyakarta: Mitra Pelajar.
- Bawazir, Nabih Ibrahim. 2012. *Geometri*. (Online: <http://nabihbawazir.com/geometri/>. Diakses 15 Agustus 2012).
- Djauhari, Maman A. 1990. *Himpunan Kabur*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.
- Hidayati, Zuhriyah. 2012. *Konsep Ilmu dalam Islam*. (Online: http://zuh86.multiply.com/journal/item/78/Konsep_Ilmu_dalam_Islam. Diakses 7 april 2012).
- Kusumadewi, Sri. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kusumadewi, Sri dan Purnomo, Hari. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Larson, Ron dan Edward, Bruce H. 2010. *Calculus*. Belmont: Cengage Learning.
- Muhsetyo, Gatot, Subari, dan Suhadiyono. 1985. *Pengantar Ilmu Bilangan untuk Mahasiswa dan Guru Matematika*. Surabaya: Sinar Wijaya.
- Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.
- Rich, Barnett. 2005. *Geometri*. Jakarta: Erlangga.
- Soebari. 1995. *Geometri Analitik*. Malang: FMIPA IKIP MALANG.
- Spiegel, Murray R. 1999. *Analisis Vektor*. Jakarta: Erlangga.
- Stein, Sherman K. dan Barcellos, Anthony. 1992. *Calculus and Analytic Geometry*. (5th edition). US: Mc. Graw Hill.
- Sulaiman, Rasjid. 2010. *Fiqh Islam*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Sundawa, Dadang. 2009. *Teorema Pythagoras dan Garis-Garis pada Segitiga*. (Online: [http://www.crayonpedia.org/mw/BSE:Teorema Pythagoras dan Garis-Garis pada Segitiga 8.1 \(BAB 5\)](http://www.crayonpedia.org/mw/BSE:Teorema_Pythagoras_dan_Garis-Garis_pada_Segitiga_8.1_(BAB_5)). diakses 7 Mei 2012).
- Suprayogo, Imam. 2010. *Islam dan Ilmu Pengetahuan*. (Online: http://www.imamsuprayogo.com/viewd_artikel.php?pg=922. diakses 14 juli 2012).
- Susilo, Frans. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wahyudin. 2011. *Geometri Ruang (Dimensi 3)*. (Online: <http://suriadilnudi.files.wordpress.com/2011/08/geometri-ruang-edit.ppt>. diakses 13 Agustus 2012).





KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Mohammad Mahfud Suyudi
NIM : 08610034
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Proyeksi Geometri Fuzzy pada Bidang
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Fachrur Rozi, M.Si

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	20 Maret 2012	Konsultasi BAB I	1.	
2	27 Maret 2012	Konsultasi BAB II	2.	
3	12 April 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB I		3.
4	15 Mei 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB II		4.
5	12 Juni 2012	Konsultasi BAB III	5.	
6	19 Juni 2012	Konsultasi BAB III	6.	
7	18 Juli 2012	Konsultasi BAB III	7.	
8	26 Juli 2012	Konsultasi BAB III	8.	
9	06 Agustus 2012	Konsultasi Bab IV	9.	
10	08 Agustus 2012	Konsultasi Kajian Agama Bab III		10.
11	10 Agustus 2012	ACC Kajian Agama		11.
12	11 Agustus 2012	ACC Keseluruhan	12.	

Malang, 13 Agustus 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001