

**ESTIMASI PARAMETER REGRESI VARIABEL DUMMY
MENGUNAKAN METODE WEIGHTED LEAST SQUARE**

SKRIPSI

oleh :
RIANG FAUZI
NIM. 07610050



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011**

**ESTIMASI PARAMETER REGRESI VARIABEL DUMMY
MENGUNAKAN METODE WEIGHTED LEAST SQUARE**

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh :
RIANG FAUZI
NIM. 07610050

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011**

**ESTIMASI PARAMETER REGRESI VARIABEL DUMMY
MENGUNAKAN METODE WEIGHTED LEAST SQUARE**

SKRIPSI

oleh:
RIANG FAUZI
NIM. 07610050

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 19 Agustus 2011

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER REGRESI VARIABEL DUMMY MENGUNAKAN METODE WEIGHTED LEAST SQUARE

SKRIPSI

oleh :
RIANG FAUZI
NIM. 07610050

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 12 September 2011

Susunan Dewan Penguji

Tanda Tangan

1. Penguji Utama	:	<u>Sri Harini, M.Si</u> NIP. 19731014 200112 2 002	()
2. Ketua Penguji	:	<u>Evawati Alisah, M.Pd</u> NIP. 19720604 199903 2 001	()
3. Sekretaris Penguji	:	<u>Abdul Aziz, M.Si</u> NIP. 19760318 200604 1 002	()
4. Anggota Penguji	:	<u>Fachrur Rozi, M.Si</u> NIP. 19800527 200801 1 012	()

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : RIANG FAUZI
NIM : 07610050
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Agustus 2011
Yang membuat pernyataan,

Riang Fauzi
NIM. 07610050

MOTTO

be positive,

aura positif akan membuat hati lebih tenang
dan pikiran lebih jernih



PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang,
penulis persembahkan karya kecil ini sebagai bentuk cinta penulis kepada:

ibunda Wahyu Sejati,

ayahanda Moch. Hasyim,

Ariah Sejati,

Rosyid, Yesty, Nawawi, Yoris, Daffa', Sa'ad, dan Rama.



KATA PENGANTAR



Syukur alhamdulillah kehadiran Allah SWT. yang telah melimpahkan rahmat, taufik serta hidayah dan inayah-Nya sehingga skripsi dengan judul “**Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Menggunakan Metode Weighted Least Square**” ini dapat terselesaikan dengan baik.

Sholawat serta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah mengantarkan manusia ke jalan kebenaran.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, pengarahan, dan bantuan dari berbagai pihak. Karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., DSc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan banyak kemudahan, wejangan dan motivasi kepada penulis.
4. Abdul Aziz, M.Si dan Bapak Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan, pengarahan dan motivasi dalam penulisan skripsi.
5. Bapak dan Ibu dosen dan admin jurusan matematika dan staf fakultas yang selalu membantu dan memberikan dorongan semangat semasa kuliah.

6. Kedua orang tua penulis, Wahyu Sejati (almh) dan Moch. Hasyim, yang tidak pernah berhenti memberikan kasih sayang, do'a, dan semangat kepada penulis.
7. Kakak penulis, Ariaah Sejati, yang selalu ada untuk penulis.
8. Saudara-saudara penulis, Rosyid, Yesty, Nawawi, Yoris, Daffa', dan Sa'ad, yang selalu mendukung penulis.
9. Semua teman – teman matematika, terutama angkatan 2007.
10. Semua pihak yang turut membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Penulis mengharapkan masukan, saran, kritik, dan teguran pembaca demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Malang, Agustus 2011

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
HALAMAN MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
ABSTRAK	xii
ABSTRACT	xiii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Metode Penelitian	6
1.7 Sistematika Penulisan	6
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Estimasi Parameter	8
2.1.1 Pengertian Estimasi Parameter	8
2.1.2 Metode Estimasi Least Square	10
2.1.3 Metode Estimasi Weighted Least Square	15
2.2 Regresi Variabel Dummy	17
2.3 Model Regresi dalam Pendekatan Matriks	20

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Regresi Variabel Dummy Model Probit	22
3.2 Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Model Probit.....	23
3.3 Regresi Variabel Dummy Model Logit.....	30
3.4 Estimasi Regresi Variabel Dummy Model Logit.....	34
3.5 Inspirasi dari Al-Qur'an tentang Regresi Variabel Dummy dan Metode Estimasi Weighted Least Square.....	41

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan.....	45
4.2 Saran.....	45

DAFTAR PUSTAKA

ABSTRAK

Fauzi, Riang. 2011. **Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Menggunakan Metode Weighted Least Square**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si.
(II) Fachrur Rozi, M.Si.

Estimasi Parameter merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Dengan estimasi parameter ini kita dapat mengetahui karakteristik parameter suatu populasi. Metode yang paling sering dipakai peneliti untuk mengestimasi parameter adalah Metode *Least Square*. Dengan metode ini akan didapatkan estimator yang tidak bias, konsisten dan efisien. Untuk menggunakan metode ini harus memenuhi asumsi-asumsi yang disebut asumsi klasik. *Least Square* yang memenuhi asumsi-asumsi ini disebut *Ordinary Least Square* (OLS). Namun, pada pelaksanaannya sering kali terjadi penyimpangan asumsi-asumsi ini, salah satunya terjadinya heteroskedastisitas (nilai variansi tidak konstan), sehingga akan dihasilkan estimator yang tidak bias, konsisten namun tidak efisien. Untuk itu estimasi dilakukan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS). Pada penelitian ini diperoleh bentuk estimator dari parameter regresi variable dummy dengan menggunakan metode WLS adalah sebagai berikut:

1. Regresi Variabel Dummy Model Probit

$$\hat{\beta} = \left(X^T (P^{-1})^T P^{-1} X \right)^{-1} X^T (P^{-1})^T P^{-1} N$$

2. Regresi Variabel Dummy Model Logit

$$\hat{\beta} = \left(X^T P^T P X \right)^{-1} X^T P^T P L$$

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menggunakan metode estimasi lain atau mengestimasi parameter regresi variable dummy model yang lain.

Kata kunci: estimasi parameter, model Probit, model Logit, *Weighted Least Square* (WLS)

ABSTRACT

Fauzi, Rieng. 2011. **Parameter Estimation of Dummy Variable Regression Using Weighted Least Square Estimation Method.**

Thesis. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Islamic State University of Maulana Malik Ibrahim Malang.

Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si

(II) Fachrur Rozi, M.Si

Estimating parameter is process use sample information to determine an unknown characteristic of a population. The most popular method for estimating parameters is Least Square Estimation (LSE) method. This method would be obtained estimators are unbiased, consistent and efficient. To use this method, the model must meet the regression classical assumptions. Least Square which met these assumptions is called *Ordinary Least Square* (OLS). However, in practice it often out of these assumptions, one of them is heteroskedastisitas (the variance is not constant), hence the estimators will unbiased, consistent but not efficient. In this case, estimation can be using *Weighted Least Squares* (WLS) method. This study was obtained the estimator of dummy variable regression using WLS are as follows:

1. Dummy Variable Regression Probit Model

$$\hat{\beta} = \left(X^T (P^{-1})^T P^{-1} X \right)^{-1} X^T (P^{-1})^T P^{-1} N$$

2. Dummy Variable Regression Logit Model

$$\hat{\beta} = \left(X^T P^T P X \right)^{-1} X^T P^T P L$$

This research can be developed using other estimating method or other model.

Keywords: parameter estimation, probit model, logit model, *Weighted Least Square* (WLS)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1886. Galton menemukan adanya kecenderungan bahwa orang tua yang memiliki tubuh tinggi memiliki anak yang tinggi, orang tua yang pendek memiliki anak-anak yang pendek. Kendati demikian, diamati juga ada kecenderungan tinggi anak cenderung bergerak menuju rata-rata tinggi populasi secara keseluruhan. Dengan kata lain, ketinggian anak yang tinggi atau orang tua yang amat pendek cenderung bergerak ke arah rata-rata tinggi populasi. Inilah yang disebut hukum Galton mengenai regresi universal (Mudrajat Kuncoro, 2001: 91). Sedangkan analisis regresi dalam pengertian modern adalah studi bagaimana variabel dependen dipengaruhi oleh satu atau lebih variabel independen dengan tujuan untuk mengestimasi nilai rata-rata variabel dependen didasarkan pada nilai variabel independen yang diketahui.

Dalam model regresi ada kalanya variabel tak bebas atau variabel-variabel penjelas bersifat kualitatif, seperti jenis kelamin, ras, warna, agama, kebangsaan, ukuran, afiliasi partai politik, status perkawinan. Variabel kualitatif ini, yang sering dikenal sebagai variabel buatan atau variabel dummy atau variabel boneka, punya beberapa istilah, seperti variabel indikator, variabel biner, variabel kategori, dan variabel dikotomi. Dengan kata lain variabel dummy digunakan untuk mengkuantifikasi data kualitatif.

Analisis regresi yang digunakan untuk menganalisis variabel terikat dengan data kualitatif (variabel dummy) ada tiga model, antara lain: Model Logit, Probit, dan Tobit. Model Logit dan Probit dapat memberikan informasi yang sama untuk kedua kelompok data, baik yang nilai variabel dependennya 1 maupun yang 0. Misalnya, baik responden yang memiliki rumah atau kendaraan, informasinya sama, yaitu terdiri atas pendapatan. Apabila kita menggunakan contoh lulusan, baik yang lulus (lulus=1) maupun yang tidak (lulus=0), kita memiliki informasi yang sama yaitu IPK, jam belajar, dan tinggal di rumah atau tidak (Wahyu, 2007:23).

Sebelumnya, pada tahun 2010 telah ada penulisan tentang regresi variabel dummy oleh mahasiswa Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, yaitu penulisan regresi variabel dummy dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Sebagai pengembangan dari penulisan sebelumnya yang telah dilakukan maka pada penulisan ini digunakan metode *Least Square Estimation* untuk menganalisis regresi variabel dummy.

Pengembangan penulisan ini terinspirasi dari penggalan ayat dalam Al-Qur'an surat Al Mujaadalah ayat 11 dan surat Az Zumar ayat 9,

... يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ... ﴿١١﴾

Artinya:

“ . . . Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat . . . “
(QS. Al Mujaadalah: 11)

.. قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا يَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ ﴿١٠١﴾

Artinya:

“ . . . Katakanlah: "Adakah sama orang-orang yang mengetahui dengan orang-orang yang tidak mengetahui?" Sesungguhnya orang yang berakallah yang dapat menerima pelajaran.” (QS. Az Zumar: 9)

Dalam penggalan kedua ayat di atas, Allah memotivasi hamba-Nya untuk selalu giat mencari ilmu, untuk selalu menambah dan mengembangkan ilmu yang sudah hamba-Nya miliki. Allah pun berjanji akan meninggikan beberapa derajat hamba-Nya yang dengan ikhlas menimba ilmu, yang tidak pernah puas dengan apa yang sudah dimiliki, tapi terus menggali keilmuannya. Oleh karena itu penulis menggali lebih dalam keilmuannya khususnya tentang estimasi regresi variabel dummy dengan mengembangkan tulisan-tulisan yang ada tentang estimasi regresi variabel dummy.

Least Square Estimation adalah salah satu metode yang sangat populer untuk mengestimasi nilai rata-rata dari variabel acak. Metode ini meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan pengganggu (*galat*) berdasarkan asumsi-asumsi tertentu.

Sebagaimana firman Allah dalam Al-Qur'an Al Jaatsirah ayat 24,

وَقَالُوا مَا هِيَ إِلَّا حَيَاتُنَا الدُّنْيَا نَمُوتُ وَنَحْيَا وَمَا يُهْلِكُنَا إِلَّا الدَّهْرُ وَمَا لَهُم بِذَلِكَ مِنْ عِلْمٍ إِنْ هُمْ إِلَّا يَظُنُّونَ ﴿٢٤﴾

Artinya:

”Dan mereka berkata: "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan

tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja.”(QS. Jaatsirah: 24)

Ayat di atas memberikan penjelasan bahwa konteks estimasi terletak pada hubungan antara kebutuhan manusia akan ilmu pengetahuan dengan keterbatasan manusia dalam memperoleh ilmu pengetahuan itu sendiri. Suatu indikasi bahwa dengan adanya keterbatasan manusia, manusia dituntut untuk melakukan estimasi (pendugaan) terhadap segala sesuatunya sebagai fondasi dalam melakukan pencarian terhadap kebenaran ilmu pengetahuan. Termasuk dalam konteks permasalahan ini adalah melakukan estimasi secara *Least Square* yang dilakukan untuk mengetahui parameter regresi variabel dummy.

Berdasar latar belakang tersebut di atas, maka penulis mengembangkannya melalui penulisan ini dengan judul **“Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Menggunakan Metode *Weighted Least Square*”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah bagaimana bentuk estimasi parameter regresi variabel dummy menggunakan metode *Weighted Least Square*?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui bentuk estimasi parameter regresi variabel dummy menggunakan metode *Weighted Least Square*.

1.4 Batasan Masalah

Agar penulisan skripsi ini sesuai dengan yang dimaksudkan dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka penulis memberikan batasan masalah. Dari tiga model regresi variabel dummy (Probit, Logit dan Tobit), model regresi variabel dummy yang diestimasi adalah model Logit dan Probit karena dua model ini adalah model yang identik, sedangkan model Tobit adalah model yang khusus untuk data tersensor.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi penulis
 - a. Menambah wawasan sehingga penulis mampu menerapkan metode *Least Square* dalam mengestimasi parameter regresi variabel dummy
 - b. Sebagai sarana belajar dan latihan penerapan guna memecahkan masalah dalam kehidupan nyata sebelum terjun langsung ke masyarakat
2. Bagi pembaca
 - a. Sebagai wawasan dan memperdalam pengetahuan tentang penaksiran regresi variabel dummy
 - b. Sebagai acuan dan inspirasi untuk lebih mengembangkan lagi penaksiran regresi variabel dummy, baik konsep maupun aplikasinya

1.6 Metode Penelitian

Penulisan skripsi ini dilakukan dengan pendekatan studi literatur. Studi literatur dilakukan untuk mengkonstruksi model dan mengestimasi parameter regresi variabel dummy.

Beberapa langkah yang harus dilakukan untuk mengestimasi parameter pada regresi variabel dummy, adalah sebagai berikut:

1. Mengkonstruksi model regresi variabel dummy
2. Mengestimasi parameter regresi variabel dummy menggunakan metode *Weighted Least Square* dengan cara sebagai berikut:
 - a. menentukan nilai pembobot,
 - b. mentransformasikan persamaan regresi variabel dummy dalam bentuk persamaan regresi terboboti, dan
 - c. mengestimasi parameter regresi variabel dummy

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini sistematis, maka penulis menyusun sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I. PENDAHULUAN, berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, manfaat, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II. KAJIAN PUSTAKA, berisi hal-hal yang mendasar dalam teori yang dikaji, meliputi: regresi variabel dummy, estimasi parameter

(metode *Least Square Estimation*) dan ayat-ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan regresi, variabel dummy dan estimasi.

BAB III. PEMBAHASAN, berisi pemaparan tentang regresi variabel dummy meliputi konstruksi model regresi variabel dummy (model Probit dan Logit) dan estimasi parameternya serta kajian Al-Qur'an tentang model Probit dan Logit dan metode WLS.

BAB IV. PENUTUP, berisi kesimpulan akhir penelitian dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya yang lebih baik.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Estimasi Parameter

2.1.1 Pengertian Estimasi Parameter

Pendugaan (*estimasi*) adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel, dalam hal ini sampel random, yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan pendugaan ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002:111).

Menurut Yitnosumarto (1990:211-212), pendugaan adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan penduga terhadap data dari semua contoh disebut nilai duga (*estimate*).

Parameter adalah nilai yang mengikuti acuan keterangan atau informasi yang dapat menjelaskan batas-batas atau bagian-bagian tertentu dari suatu sistem persamaan.

Jadi, estimasi (penaksiran) parameter adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Dalam kasus sebuah variabel acak X di asumsikan

berdistribusi normal dengan dua parameternya nilai rata-rata (μ_x) dan varians (σ_x^2), yang mana nilai dari kedua parameter ini tidak diketahui. Untuk menaksir nilai parameter yang tidak diketahui ini, dapat diasumsikan terdapat sampel acak sebesar n dari distribusi probabilitas yang diketahui dan menggunakan sampel tersebut untuk menaksir parameter yang tidak diketahui. Jadi, rata-rata sampel dapat dijadikan sebagai taksiran atas rata-rata populasi dan varians sampel sebagai taksiran atas varians populasi (Gujarati, 2007: 91).

Sebagaimana firman Allah dalam Al-Qur'an surat Ar Ruum ayat 2-4,

غَلِبَتِ الرُّومُ ﴿٢﴾ فِي أَدْنَى الْأَرْضِ وَهُمْ مِمَّنْ بَعْدَ عَلَيْهِمْ سَيِّغْلُبُونَ ﴿٣﴾
 فِي بَضْعِ سِنِينَ ۗ لِلَّهِ الْأَمْرُ مِنْ قَبْلُ وَمِنْ بَعْدُ ۗ وَيَوْمَئِذٍ يَفْرَحُ الْمُؤْمِنُونَ ﴿٤﴾

Artinya:

“Telah dikalahkan bangsa Romawi. Di negeri yang terdekat dan mereka sesudah dikalahkan itu akan menang. Dalam beberapa tahun lagi, bagi Allah-lah urusan sebelum dan sesudah (mereka menang). dan di hari (kemenangan bangsa Rumawi) itu bergembiralah orang-orang yang beriman” (QS. Ar Ruum: 2-4)

Bangsa Romawi adalah satu bangsa yang beragama Nasrani yang mempunyai kitab suci sedang bangsa Persia adalah beragama Majusi, menyembah api dan berhala (musyrik). Kedua bangsa itu saling perang memerangi. Ketika tersiar berita kekalahan bangsa Romawi oleh bangsa Persia maka kaum musyrik Mekah menyambutnya dengan gembira karena berpihak kepada orang musyrikin Persia, sedangkan

kaum muslimin berduka cita karenanya. Kemudian turunlah ayat ini dan ayat yang berikutnya menerangkan bahwa bangsa Romawi sesudah kalah itu akan mendapat kemenangan dalam masa beberapa tahun saja. Hal itu benar-benar terjadi. Beberapa tahun sesudah itu menanglah bangsa Romawi dan kalahlah bangsa Persia. Dengan kejadian yang demikian nyatalah kebenaran Nabi Muhammad s.a.w. sebagai Nabi dan Rasul dan kebenaran Al Qur'an sebagai firman Allah.

Dalam surat Ar-Ruum ayat 4 tersebut terdapat kalimat **في بضع سنين** (dalam beberapa tahun lagi), menurut ahli tafsir kata-kata tersebut ditafsirkan sebagai suatu perkiraan tentang selang waktu yang tidak secara pasti kapan bangsa Romawi akan menang dan selang waktu tersebut antara antara tiga sampai sembilan tahun. Jika kita membaca makna atau tafsir dari ayat tersebut dengan seksama, maka akan terdapat suatu ketidakpastian atau hanya perkiraan saja. Di dalam ayat tersebut tidak secara pasti disebutkan tentang waktunya melainkan suatu pendugaan saja (estimasi).

2.1.2 Metode Estimasi Least Square

Metode estimasi least square merupakan salah satu teknik pendugaan parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Metode yang dikembangkan oleh Carl Friedrich Gauss ini dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata (*central moments*) dari peubah acak. Gauss adalah yang pertama mengaplikasikan perataan

kuadrat terkecil dalam hitungan masalah astronomi sehingga metode least squares ini menjadi populer (Firdaus, 2004: 30).

Misalkan ada persamaan model regresi linier:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon \quad (2.1)$$

dengan sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \cdots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

yang dapat disederhanakan sebagai

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.3)$$

Variabel ε sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS.

Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, *Gauss* telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol

atau

$$E(\varepsilon) = 0 \quad (2.4)$$

Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai X . Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j . Dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2 , yaitu

$$\text{Var}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.5)$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \cdots & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & \text{var}(\varepsilon_2) & \cdots & \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_n, \varepsilon_2) & \cdots & \text{var}(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk

$$\begin{aligned}
Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E[(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))(\varepsilon_j - E(\varepsilon_j))] \\
&= E[\varepsilon_i \varepsilon_j - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)] \\
&= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - 2E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \quad (2.7) \\
&= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \\
&= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) \\
&= \sigma_{ij}
\end{aligned}$$

3. Variabel X dan variabel ε adalah saling tidak tergantung untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned}
Cov(X_i, \varepsilon_i) &= E[(X_i - E(X_i))(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))] \\
&= E[(X_i - \bar{X})(\varepsilon_i - 0)] \\
&= E[(X_i - \bar{X})\varepsilon_i] \quad (2.8) \\
&= (X_i - \bar{X})E(\varepsilon_i) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Dari ketiga asumsi ini diperoleh:

$$E(Y) = X\beta \quad (2.9)$$

dan kovariansi:

$$Cov(Y_i, Y_j) = \sigma_{ij} \quad (2.10)$$

Misalkan sampel untuk Y diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari β adalah dengan membuat $\varepsilon = Y - X\beta$ sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematis yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang Y . Dengan kata lain, X tidak mampu menjelaskan Y .

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter β sehingga

$$S = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \quad (2.11)$$

sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.11) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga S dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} S &= (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \\ &= (Y^T - \beta^T X^T)(Y - X\beta) \\ &= Y^T Y - Y^T X\beta - \beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta \\ &= Y^T Y - Y^T X\beta - Y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta \\ &= Y^T Y - 2Y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta \end{aligned} \quad (2.12)$$

Untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap β ,

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\beta} &= 0 - 2Y^T X + 2\beta^T X^T X \\ &= -2Y^T X + 2\beta^T X^T X \end{aligned} \quad (2.13)$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$\begin{aligned} -2Y^T X + 2\beta^T X^T X &= 0 \\ 2\beta^T X^T X &= 2Y^T X \\ \beta^T X^T X &= Y^T X \\ X^T X\beta &= X^T Y \end{aligned} \quad (2.14)$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.15)$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter β secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square, OLS*) (Aziz, 2010: 16-19).

Metode estimasi least square pada umumnya digunakan pada model linier karena jika digunakan pada model nonlinier lebih sulit untuk diselesaikan dan tidak praktis. Jika digunakan pada model nonlinier, maka perlu dilakukan linierisasi atau ditransformasikan ke dalam bentuk linier terlebih dahulu karena hubungan nonlinier dalam kasus tertentu dapat ditransformasikan menjadi hubungan linier, dengan cara mengubah variabel-variabel yang terkait secara tepat. (Gujarati, 1999: 35)

2.1.3 Metode Estimasi Weighted Least Square

Menurut Wahyu (2007:6), meskipun hasil prediksi dengan menggunakan regresi *Ordinary Least Square* (OLS) didapatkan angka Y_i prediksi diantara 0 dan 1, tetapi tetap tidak terhindar dari masalah heteroskedastisitas. Untuk menghindari masalah heteroskedastisitas ini, dapat diatasi dengan metode WLS atau *Weighted Least Square* yang nantinya juga akan menghasilkan estimator yang bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).

Untuk menjalankan metode WLS, maka harus dicari nilai \hat{Y}_i , untuk kemudian digunakan untuk mencari nilai pembagi w_i . Nilai w_i dihitung dengan formula:

$$w_i = \sqrt{\hat{Y}_i (1 - \hat{Y}_i)} \quad (2.16)$$

Seandainya analisis regresi WLS yang harus digunakan, namun kenyataannya analisis regresi OLS yang dilaksanakan, maka nilai dugaan

yang diperoleh tetap tidak bias tapi tidak lagi memiliki ragam minimum, sebab nilai dugaan yang beragam minimum hanya diperoleh dari analisis yang benar, yaitu melalui analisis WLS. (Norman, 1992: 105-106)

Misalkan digunakan model sebagai berikut:

$$E(Y) = \beta X \quad (2.17)$$

Misalkan pula bahwa

$$\text{Var}(Y) = V\sigma^2 = \begin{bmatrix} 1/w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/w_n \end{bmatrix} \sigma^2 \quad (2.18)$$

Dalam hal ini w_i adalah pembobot yang harus ditentukan. Ini berarti bahwa

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & & & 0 \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & w_n \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Dengan menerapkan hasil-hasil umum diatas, setelah penyederhanaan, maka diperoleh

$$b = \frac{\sum w_i X_i Y_i}{\sum w_i X_i^2} \quad (2.20)$$

Dengan proses penjumlahan dilakukan untuk semua $i = 1, 2, 3, \dots, n$. (Norman, 1992: 105-106)

Konsep metode WLS ini sesungguhnya telah tersirat dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 286,

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا اكْتَسَبَتْ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ
 دُسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ عَلَيْنَا إَصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا رَبَّنَا
 وَلَا تُحْمِلْنَا مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ ۗ وَاعْفُ عَنَّا وَارْحَمْنَا أَنْتَ مَوْلَانَا فَانصُرْنَا
 عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ ﴿٢٨٦﴾

Artinya:

Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya. (mereka berdoa): "Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau hukum Kami jika Kami lupa atau Kami tersalah. Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau bebankan kepada Kami beban yang berat sebagaimana Engkau bebankan kepada orang-orang sebelum kami. Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau pikulkan kepada Kami apa yang tak sanggup Kami memikulnya. beri ma'afilah kami; ampunilah kami; dan rahmatilah kami. Engkaulah penolong Kami, Maka tolonglah Kami terhadap kaum yang kafir." (QS. Al Baqarah: 286)

Allah memberi beban kepada manusia sesuai kadar kemampuannya yang sesungguhnya juga sebagai peringatan kepada manusia untuk berbuat kejahatan sesedikit mungkin sehingga manusia memohon kepada Allah untuk mengampuni dosa-dosa atas kejahatan mereka. Sebagaimana dalam metode WLS yang meminimumkan galat dengan memboboti tiap unsur dalam model dengan nilai bobot yang bergantung kepada setiap observasi.

2.2 Regresi Variabel Dummy

Persamaan regresi, biasanya menggunakan simbol Y untuk variabel tak bebas (*dependent variable*) dan X variabel bebas (*independent variable*). Variabel X bisa lebih dari satu (*multivariate*). Baik X maupun Y bisa berupa variabel kualitatif (Nachrowi, 2004: 167).

Variabel dalam persamaan regresi yang sifatnya kualitatif ini biasanya menunjukkan ada tidaknya (*presence or absence*) suatu “*quality*” atau suatu “*atribute*”, misalnya laki-laki atau perempuan, Jawa atau luar Jawa, sarjana atau bukan, sudah menikah atau masih membujang dan sebagainya. Salah satu metode untuk membuat *kuantifikasi* (berbentuk angka) dari data kualitatif (tidak berbentuk angka) adalah dengan membentuk *variable-variable artificial* yang memperhitungkan nilai-nilai 0 atau 1, 0 menunjukkan ketiadaan sebuah atribut dan 1 menunjukkan keberadaan (kepemilikan) atribut itu. Misalnya, 1 mungkin menunjukkan bahwa seseorang adalah wanita dan 0 mungkin menunjukkan laki-laki, atau 1 mungkin menunjukkan bahwa seseorang adalah sarjana dan 0 menunjukkan bahwa seseorang bukan seorang sarjana. Variabel-variabel yang mengasumsikan nilai-nilai seperti 0 dan 1 ini disebut dengan variabel buatan (*dummy variable*) (Gujarati, 2007:1).

Dummy variable adalah variabel yang digunakan untuk membuat kategori data yang bersifat kualitatif (Nachrowi dan Usman, 2002:171).

Menurut Supranto (2004:175) variabel dummy disebut juga variabel indikator, biner, kategorik, kualitatif, boneka atau variabel dikotomi. Suatu persamaan regresi tidak hanya menggunakan variabel kategorik sebagai variabel bebas, tetapi dapat pula disertai oleh variabel bebas lain yang numerik. Persamaan regresi dengan variabel bebas berupa dummy dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y = \beta_1 + \beta_2 D + \varepsilon \quad (2.21)$$

dimana:

Y : variabel terikat

D : variabel dummy sebagai variabel bebas yang bernilai 1 atau 0

ε : kesalahan random

Variabel dummy bisa saja digunakan pada variabel tak bebas (Y), sehingga Y bernilai 0 atau 1, yang memiliki arti ya atau tidak (bersifat dikotomi). Misalkan pada penelitian partisipasi angkatan kerja pria dewasa sebagai fungsi tingkat pengangguran, pendapatan keluarga, tingkat pendidikan dan lain-lain. Seseorang bisa berada di dalam atau di luar angkatan kerja. Jadi keberadaan orang ini di dalam atau di luar angkatan kerja cuma memiliki dua nilai saja : 1 jika orang ini ada dalam angkatan kerja dan 0 jika tidak.

Variabel kategorik dapat digunakan pada variabel dependen maupun variabel independen. Apabila yang menggunakan data kategorik adalah variabel dependen, maka analisis regresinya tidak dapat menggunakan regresi dengan OLS (Wahyu, 2007: 6).

Persamaan model ini dapat ditulis:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon. \quad (2.22)$$

Model persamaan (2.22) terlihat seperti regresi linear pada umumnya, tapi ternyata bukan, karena koefisien kemiringan β_2 yang menunjukkan tingkat perubahan Y untuk setiap perubahan unit X tidak dapat ditafsirkan, karena Y hanya menggunakan dua nilai, 1 dan 0. Maka persamaan (2.22) disebut dengan model probabilitas linier (LPM, *Linear Probability Model*) karena ekspektasi bersyarat Y bila X diketahui, $E(Y|X)$, bisa ditafsirkan

sebagai probabilitas bersyarat, mengingat kejadian tersebut akan terjadi bila X diketahui, yakni $P(Y = 1|X)$. (Gujarati, 2007: 21)

2.3 Model Regresi dalam Pendekatan Matriks

Model regresi yang paling sederhana adalah model regresi linier. Model regresi linier sederhana terdiri dari satu variabel bebas. Model tersebut dapat digeneralisasikan menjadi lebih dari satu atau dalam k variabel bebas. Persamaan model regresi linier dengan k variabel bebas diberikan sebagai

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon \quad (2.23)$$

Bila pengamatan mengenai Y, X_1, \dots, X_p dinyatakan masing-masing dengan $Y_i, X_{i1}, \dots, X_{ip}$ dan galatnya ε_i , maka persamaan (2.23) dapat dituliskan sebagai

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.24)$$

Dinotasikan dalam bentuk matriks, sehingga menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Menurut Sembiring (1995: 113-114) persamaan (2.24) dapat dinyatakan sebagai

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.26)$$

dimana:

Y : vektor respon $n \times 1$

X : matrik peubah bebas ukuran $n \times k$

β : vektor parameter ukuran $k \times 1$

ε : vektor galat ukuran $n \times 1$

Persamaan matriks (2.26) dikenal sebagai penyajian matrik model regresi linier (*k-variables*).



BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Regresi Variabel Dummy Model Probit

Misalkan persamaan regresi linier dengan model

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan Y_i bernilai 1 atau 0 (biner), dengan nilai 1 menunjukkan terjadinya suatu kejadian dan nilai 0 menunjukkan tidak terjadinya suatu kejadian.

Dalam regresi variabel dummy model probit diasumsikan bahwa Y_i bernilai 1 atau 0 bergantung pada index N_i yang tidak teramati dan yang ditentukan oleh variabel bebas, X_i , sedemikian sehingga semakin besar index N_i , maka semakin besar pula probabilitas suatu kejadian terjadi (Y_i bernilai 1). Kemudian diasumsikan bahwa untuk tiap-tiap i mempunyai titik kritis N_i^* sedemikian sehingga

$$Y_i = 1 \Leftrightarrow N_i \geq N_i^*$$

$$Y_i = 0 \Leftrightarrow N_i < N_i^*$$

Oleh karena itu, index N_i dapat dinyatakan sebagai:

$$N_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i. \quad (3.2)$$

Dengan demikian, β dapat dicari dengan model berikut:

$$N_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (3.3)$$

3.2 Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Model Probit

Persamaan (3.3) dapat ditransformasi ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_0 \\ \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 X_{11} \\ \beta_1 X_{12} \\ \beta_1 X_{13} \\ \vdots \\ \beta_1 X_{1n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_2 X_{21} \\ \beta_2 X_{22} \\ \beta_2 X_{23} \\ \vdots \\ \beta_2 X_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_3 X_{31} \\ \beta_3 X_{32} \\ \beta_3 X_{33} \\ \vdots \\ \beta_3 X_{3n} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \beta_k X_{k1} \\ \beta_k X_{k2} \\ \beta_k X_{k3} \\ \vdots \\ \beta_k X_{kn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \beta_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \beta_1 \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{bmatrix} + \beta_2 \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \\ X_{23} \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} + \beta_3 \begin{bmatrix} X_{31} \\ X_{32} \\ X_{33} \\ \vdots \\ X_{3n} \end{bmatrix} + \dots + \beta_k \begin{bmatrix} X_{k1} \\ X_{k2} \\ X_{k3} \\ \vdots \\ X_{kn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Kemudian dimisalkan

$$N = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (3.3) dapat disederhanakan menjadi

$$N = X\beta + \varepsilon \quad (3.5)$$

Dari persamaan (3.3) diperoleh

$$\varepsilon_i = N_i - \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} \quad (3.6)$$

untuk $N_i = 1$ maka $\varepsilon_i = 1 - \beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \dots - \beta_k X_{ki}$ dengan probabilitas p_i dan

untuk $N_i = 0$ maka $\varepsilon_i = -\beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \dots - \beta_k X_{ki}$ dengan probabilitas $1 - p_i$ sehingga

ε_i mengikuti distribusi Binomial dengan n independen observasi, masing-masing dengan probabilitas p_i untuk sukses dan probabilitas $1 - p_i$ untuk gagal. Misalkan hasil pada usaha ke- j dinyatakan oleh peubah acak Bernoulli u_j dengan peluang sukses dan gagal masing-masing p_i dan $1 - p_i$.

Sehingga banyaknya sukses dalam suatu observasi Binomial dapat ditulis

$$\varepsilon_i = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

dengan rata-rata u ,

$$E(u_j) = 0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i = p_i,$$

sehingga diperoleh rata-rata galat,

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_i) &= E(u_1) + E(u_2) + \dots + E(u_n) \\ &= p_i + p_i + \dots + p_i \\ &= np_i \end{aligned}$$

dan variansi u ,

$$\begin{aligned} \text{var}(u_j) &= E(u_j^2) - (E(u_j))^2 \\ &= (Y_i = 0)^2 P(Y_i = 0|X_i) + (Y_i = 1)^2 P(Y_i = 1|X_i) - (0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i)^2 \\ &= 0^2 \cdot (1 - p_i) + 1^2 \cdot p_i - (0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i)^2 \\ &= 0 + p_i - p_i^2 \\ &= p_i(1 - p_i) \end{aligned}$$

sehingga diperoleh variansi galat,

$$\begin{aligned}\text{var}(\varepsilon_i) &= \text{var}(u_1) + \text{var}(u_2) + \dots + \text{var}(u_n) \\ &= p_i(1-p_i) + p_i(1-p_i) + \dots + p_i(1-p_i) \\ &= np_i(1-p_i).\end{aligned}$$

Karena $\text{var}(\varepsilon_i)$ tergantung pada probabilitas p_i yang berbeda-beda pada setiap individu i , dengan demikian $\text{var}(\varepsilon_i)$ heteroskedastis.

Oleh karena itu estimasi parameter regresi variabel dummy tidak dapat dilakukan dengan menggunakan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) melainkan menggunakan *Weighted Least Square* (WLS).

Untuk mengestimasi parameter model Probit menggunakan WLS, model asli probit (3.8) harus ditransformasi terlebih dahulu ke dalam model Probit Terboboti (*Weighted Probit*) menjadi,

$$\frac{N_i}{\sqrt{w_i}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{w_i}} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\sqrt{w_i}} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sqrt{w_i}} + \beta_3 \frac{X_{3i}}{\sqrt{w_i}} + \dots + \beta_k \frac{X_{ki}}{\sqrt{w_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{w_i}} \quad (3.7)$$

dengan

$$w_i = \frac{p_i(1-p_i)}{Nf_i^2}.$$

dimana

w_i : nilai pembobot pada observasi ke i

p_i : probabilitas sukses pada observasi ke i

N : banyaknya observasi

f_i : fungsi kepadatan peluang i

Untuk memperoleh nilai pembobot w_i , maka terlebih dahulu harus dicari nilai probabilitas, dengan mengestimasi parameter persamaan (3.7) secara metode OLS. Estimasi dilakukan dengan meminimumkan fungsi total kuadrat galat (S),

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\
 &= \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2 \\
 &= [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \varepsilon^T \varepsilon \\
 &= (N - X\beta)^T (N - X\beta).
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Meminimumkan fungsi total kuadrat dengan cara menyamakan turunan pertamanya terhadap β dengan nol,

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{d\beta} &= \frac{d((N - X\beta)^T (N - X\beta))}{d\beta} \\
 0 &= \frac{d((N^T - X^T \beta^T)(N - X\beta))}{d\beta} \\
 &= \frac{d(N^T N - N^T X\beta - X^T \beta^T N + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
 &= \frac{d(N^T N - (N^T X\beta)^T - X^T \beta^T N + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
 &= \frac{d(N^T N - X^T \beta^T N - X^T \beta^T N + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
 &= \frac{d(N^T N - 2X^T \beta^T N + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0 - 2X^T N + X^T X \beta + (\beta^T X^T X)^T \\
&= -2X^T N + X^T X \beta + X^T X \beta \\
&= -2X^T N + 2X^T X \beta \tag{3.9} \\
2X^T X \beta &= 2X^T N \\
X^T X \beta &= X^T N.
\end{aligned}$$

Dari persamaan (3.14) diperoleh estimator

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T N \tag{3.10}$$

sehingga diperoleh $\hat{N}_i = \hat{\beta} X + \varepsilon_i$,

dan $p_i = E(\hat{Y}_i | X_i) = \hat{\beta} X$, maka diperoleh nilai bobot,

$$\begin{aligned}
w_i &= \frac{p_i(1-p_i)}{Nf_i^2} \\
&= \frac{\hat{\beta} X (1 - \hat{\beta} X)}{Nf_i^2}. \tag{3.11}
\end{aligned}$$

Setelah ditemukan nilai bobot, w_i , maka persamaan (3.7) dapat diperoleh,

dan bentuk matriksnya sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \frac{N_1}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{N_2}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{N_n}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_0}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{\beta_0}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{\beta_0}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} + \beta_1 \begin{bmatrix} \frac{X_{11}}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{X_{12}}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{X_{1n}}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} + \beta_2 \begin{bmatrix} \frac{X_{21}}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{X_{22}}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{X_{2n}}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} + \cdots + \beta_k \begin{bmatrix} \frac{X_{k1}}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{X_{k2}}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{X_{kn}}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{w_1}} \\ \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{w_2}} \\ \vdots \\ \frac{\varepsilon_n}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix} = \beta_0 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} + \beta_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{bmatrix} \\
 & + \beta_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} + \dots + \beta_k \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k1} \\ X_{k2} \\ \vdots \\ X_{kn} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Kemudian dimisalkan

$$N = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dan

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \text{ maka } P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix}$$

maka persamaan (3.7) menjadi

$$P^{-1}N = P^{-1}X\beta + P^{-1}\varepsilon \quad (3.12)$$

atau

$$N_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + \beta_3 X_{3i}^* + \dots + \beta_k X_{ki}^* + \varepsilon_i^* \quad (3.13)$$

Kemudian mengestimasi persamaan (3.13) dengan meminimumkan fungsi total kuadrat galat (S^*),

$$\begin{aligned} S^* &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{*2} \\ &= \varepsilon_1^{*2} + \varepsilon_2^{*2} + \varepsilon_3^{*2} + \dots + \varepsilon_n^{*2} \\ &= \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* & \varepsilon_2^* & \varepsilon_3^* & \dots & \varepsilon_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* \\ \varepsilon_2^* \\ \varepsilon_3^* \\ \vdots \\ \varepsilon_n^* \end{bmatrix} \\ &= \varepsilon^{*T} \varepsilon^* \\ &= (N^* - X^* \beta^*)^T (N^* - X^* \beta^*). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Meminimumkan fungsi total kuadrat galat dengan cara menyamakan turunan pertamanya terhadap β^* dengan nol,

$$\begin{aligned} \frac{dS^*}{d\beta^*} &= \frac{d(N^{*T}N^* - X^{*T}\beta^{*T}N^* - X^{*T}\beta^{*T}N^* + X^{*T}\beta^{*T}X^*\beta^*)}{d\beta^*} \\ &= \frac{d(N^{*T}N^* - 2X^{*T}\beta^{*T}N^* + X^{*T}\beta^{*T}X^*\beta^*)}{d\beta^*} \\ &= 0 - 2X^{*T}N^* + X^{*T}X^*\beta^* + (\beta^{*T}X^{*T}X^*)^T \\ &= -2X^{*T}N^* + X^{*T}X^*\beta^* + X^{*T}X^*\beta^* \\ &= -2X^{*T}N^* + 2X^{*T}X^*\beta^* \\ 2X^{*T}X^*\beta^* &= 2X^{*T}N^* \\ X^{*T}X^*\beta^* &= X^{*T}N^*. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dari persamaan (3.15) diperoleh estimator

$$\hat{\beta}^* = (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} N^* \quad (3.16)$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^* &= (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} N^* \\ &= \left((P^{-1} X)^T P^{-1} X \right)^{-1} (P^{-1} X)^T P^{-1} N \\ &= \left(X^T (P^{-1})^T P^{-1} X \right)^{-1} X^T (P^{-1})^T P^{-1} N. \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.3 Regresi Variabel Dummy Model Logit

Dengan menggunakan persamaan regresi linier dengan model

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (3.18)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$ dan Y_i bernilai 1 atau 0 (biner), dengan nilai 1 menunjukkan terjadinya suatu kejadian / keberadaan suatu atribut dan nilai 0 menunjukkan tidak terjadinya suatu kejadian / ketiadaan suatu atribut.

Nilai Y_i yang diharapkan tergantung pada X_i , $E(Y_i|X_i)$, dapat diartikan sebagai probabilitas bersyarat (*conditional probability*) kemungkinan terjadinya Y_i tergantung pada X_i , atau $P(Y_i = 1|X_i)$. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(Y_i|X_i) &= (Y_i = 1) \cdot P(Y_i = 1|X_i) + (Y_i = 0) \cdot P(Y_i = 0|X_i) \\ &= P(Y_i = 1|X_i) + 0 \\ &= P(Y_i = 1|X_i) \\ &= p_i. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Diasumsikan $E(\varepsilon_i) = 0$, untuk mendapatkan estimator tak bias dapat digunakan

$$\begin{aligned}
 E(Y_i | X_i) &= E(\beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i | X_i) \\
 &= E(\beta_0 | X_i) + E(\beta_1 X_i | X_i) + E(\varepsilon_i | X_i) \\
 &= \beta_0 + E(\beta_1 | X_i) E(X_i | X_i) + E(\varepsilon_i | X_i) \\
 &= \beta_0 + \beta_1 X_i + 0 \\
 &= \beta_0 + \beta_1 X_i.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Bila p_i adalah probabilitas bahwa $Y_i = 1$ dan $q_i = 1 - p_i$ adalah probabilitas bahwa $Y_i = 0$, maka variabel Y_i memiliki probabilitas $p_i + 1 - p_i = 1$. Jika probabilitas p_i harus berada antara angka 0 dan 1, maka Y_i mengikuti distribusi probabilitas Bernoulli, dengan syarat

$$0 \leq E(Y_i | X_i) \leq 1. \tag{3.21}$$

Model Logit mengikuti fungsi distribusi logistik, sehingga probabilitas didefinisikan sebagai berikut sebagai berikut:

$$p_i = E(Y_i = 1 | X_i) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i)}} \tag{3.22}$$

Jika $Z = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$, maka diperoleh bentuk fungsi

$$\begin{aligned}
 p_i &= \frac{1}{1 + e^{-Z}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{e^Z}} \\
 &= \frac{1}{\frac{e^Z}{e^Z} + \frac{1}{e^Z}} = \frac{1}{\frac{e^Z + 1}{e^Z}} \\
 &= \frac{e^Z}{e^Z + 1}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

dimana p_i akan berkisar antara 0 dan 1 jika nilai Z berkisar antara $-\infty$ sampai ∞ .

$$\begin{aligned}
 \lim_{Z \rightarrow -\infty} \frac{e^Z}{e^Z + 1} &= \frac{\lim_{Z \rightarrow -\infty} e^Z}{\lim_{Z \rightarrow -\infty} e^Z + \lim_{Z \rightarrow -\infty} 1} \\
 &= \frac{e^{-\infty}}{e^{-\infty} + 1} \\
 &= \frac{\frac{1}{e^\infty}}{\frac{1}{e^\infty} + 1} \\
 &= \frac{1}{e^\infty} \cdot \frac{1}{\frac{1}{e^\infty} + 1} \\
 &= \frac{1}{e^\infty} \cdot \frac{1}{\frac{1 + e^\infty}{e^\infty}} \\
 &= \frac{1}{e^\infty} \cdot \frac{e^\infty}{1 + e^\infty} \\
 &= \frac{1}{1 + e^\infty} \\
 &= \frac{1}{1 + \infty} \\
 &= \frac{1}{\infty} \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{e^Z}{e^Z + 1} &= \frac{\lim_{Z \rightarrow \infty} e^Z}{\lim_{Z \rightarrow \infty} e^Z + \lim_{Z \rightarrow \infty} 1} \\
 &= \frac{e^\infty}{e^\infty + 1} \\
 &= \frac{\infty}{\infty + 1} \\
 &= \frac{\infty}{\infty} \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

Terbukti, jika nilai Z berkisar antara $-\infty$ sampai ∞ , maka p_i akan berkisar antara 0 dan 1.

Bila probabilitas bahwa $Y_i = 1$ adalah $p_i = \frac{e^z}{e^z + 1}$ maka probabilitas bahwa $Y_i = 0$ adalah

$$\begin{aligned} 1 - p_i &= 1 - \frac{e^z}{e^z + 1} \\ &= \frac{e^z + 1}{e^z + 1} - \frac{e^z}{e^z + 1} \\ &= \frac{e^z + 1 - e^z}{e^z + 1} \\ &= \frac{1}{e^z + 1}. \end{aligned} \tag{3.24}$$

Dengan demikian maka rasio probabilitas $Y_i = 1$ dan probabilitas $Y_i = 0$ adalah

$$\begin{aligned} \frac{p_i}{1 - p_i} &= \frac{\frac{e^z}{e^z + 1}}{\frac{1}{e^z + 1}} \\ &= \frac{e^z}{e^z + 1} \times \frac{e^z + 1}{1} \\ &= e^z. \end{aligned} \tag{3.25}$$

Persamaan (3.25) disebut *odd*, yaitu perbandingan antara probabilitas terjadinya suatu peristiwa dengan probabilitas tidak terjadinya suatu peristiwa. Makin besar *odd* ini, makin besar kecenderungan terjadinya suatu peristiwa. Bila *odd* mendekati nol berarti kecenderungan terjadinya suatu peristiwa sangat kecil.

Untuk melinearkan persamaan (3.25) maka persamaan ini di-logaritma-kan, sehingga akan diperoleh model Logit

$$\begin{aligned}
 L_i &= \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \\
 &= \ln e^Z \\
 &= Z \\
 &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

3.4 Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy Model Logit

Persamaan (3.26) dapat ditransformasi ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_0 \\ \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 X_{11} \\ \beta_1 X_{12} \\ \beta_1 X_{13} \\ \vdots \\ \beta_1 X_{1n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_2 X_{21} \\ \beta_2 X_{22} \\ \beta_2 X_{23} \\ \vdots \\ \beta_2 X_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_3 X_{31} \\ \beta_3 X_{32} \\ \beta_3 X_{33} \\ \vdots \\ \beta_3 X_{3n} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \beta_k X_{k1} \\ \beta_k X_{k2} \\ \beta_k X_{k3} \\ \vdots \\ \beta_k X_{kn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \beta_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \beta_1 \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{bmatrix} + \beta_2 \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \\ X_{23} \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} + \beta_3 \begin{bmatrix} X_{31} \\ X_{32} \\ X_{33} \\ \vdots \\ X_{3n} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \beta_k X_{k1} \\ \beta_k X_{k2} \\ \beta_k X_{k3} \\ \vdots \\ \beta_k X_{kn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Kemudian dimisalkan

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (3.26) dapat disederhanakan menjadi

$$L = X\beta + \varepsilon \quad (3.28)$$

Dari persamaan (3.26) diperoleh

$$\varepsilon_i = L_i - \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} \quad (3.29)$$

untuk $L_i = 1$ maka $\varepsilon_i = 1 - \beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \dots - \beta_k X_{ki}$ dengan probabilitas p_i dan

untuk $L_i = 0$ maka $\varepsilon_i = -\beta_0 - \beta_1 X_{1i} - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \dots - \beta_k X_{ki}$ dengan probabilitas $1 - p_i$ sehingga

ε_i mengikuti distribusi Binomial dengan n independen observasi, masing-masing dengan probabilitas p_i untuk sukses dan probabilitas $1 - p_i$ untuk gagal. Misalkan hasil pada usaha ke- j dinyatakan oleh peubah acak Bernoulli u_j dengan peluang sukses dan gagal masing-masing p_i dan $1 - p_i$. Sehingga banyaknya sukses dalam suatu observasi Binomial dapat ditulis

$$\varepsilon_i = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

dengan rataan u ,

$$E(u_j) = 0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i = p_i,$$

sehingga diperoleh rataan galat,

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_i) &= E(u_1) + E(u_2) + \dots + E(u_n) \\ &= p_i + p_i + \dots + p_i \\ &= np_i \end{aligned}$$

dan variansi u ,

$$\begin{aligned}
\text{var}(u_j) &= E(u_j^2) - (E(u_j))^2 \\
&= (Y_i = 0)^2 P(Y_i = 0|X_i) + (Y_i = 1)^2 P(Y_i = 1|X_i) - (0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i)^2 \\
&= 0^2 \cdot (1 - p_i) + 1^2 \cdot p_i - (0 \cdot (1 - p_i) + 1 \cdot p_i)^2 \\
&= 0 + p_i - p_i^2 \\
&= p_i(1 - p_i)
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh variansi galat,

$$\begin{aligned}
\text{var}(\varepsilon_i) &= \text{var}(u_1) + \text{var}(u_2) + \dots + \text{var}(u_n) \\
&= p_i(1 - p_i) + p_i(1 - p_i) + \dots + p_i(1 - p_i) \\
&= np_i(1 - p_i).
\end{aligned}$$

Karena $\text{var}(\varepsilon_i)$ tergantung pada probabilitas p_i yang berbeda-beda pada setiap individu i , dengan demikian $\text{var}(\varepsilon_i)$ heteroskedastis.

Oleh karena itu estimasi parameter regresi variabel dummy tidak dapat dilakukan dengan menggunakan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) melainkan menggunakan *Weighted Least Square* (WLS).

Untuk mengestimasi parameter model Logit menggunakan WLS, model asli Logit (3.26) harus ditransformasi terlebih dahulu ke dalam model Logit Terboboti (*Weighted Logit*) menjadi,

$$\frac{\frac{L_i}{1}}{\sqrt{w_i}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{w_i}} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\sqrt{w_i}} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sqrt{w_i}} + \dots + \beta_k \frac{X_{ki}}{\sqrt{w_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{w_i}} \quad (3.30)$$

$$\sqrt{w_i} L_i = \sqrt{w_i} \beta_0 + \sqrt{w_i} \beta_1 X_{1i} + \sqrt{w_i} \beta_2 X_{2i} + \dots + \sqrt{w_i} \beta_k X_{ki} + \sqrt{w_i} \varepsilon_i$$

dengan

$$w_i = np_i(1 - p_i).$$

dimana

w_i : nilai pembobot pada observasi ke i

p_i : probabilitas sukses pada observasi ke i

n : banyaknya observasi

Untuk memperoleh nilai pembobot w_i , maka terlebih dahulu harus dicari nilai probabilitas, dengan mengestimasi parameter persamaan (3.26) secara metode OLS. Estimasi dilakukan dengan meminimumkan fungsi total kuadrat galat (S),

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \\
 &= \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2 \\
 &= [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
 &= \varepsilon^T \varepsilon \\
 &= (L - X\beta)^T (L - X\beta)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Meminimumkan fungsi total kuadrat dengan cara menyamakan turunan pertamanya terhadap β dengan nol,

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{d\beta} &= \frac{d((L - X\beta)^T (L - X\beta))}{d\beta} \\
0 &= \frac{d((L^T - X^T \beta^T)(L - X\beta))}{d\beta} \\
&= \frac{d(L^T L - L^T X\beta - X^T \beta^T L + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
&= \frac{d(L^T L - (L^T X\beta)^T - X^T \beta^T L + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
&= \frac{d(L^T L - X^T \beta^T L - X^T \beta^T L + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
&= \frac{d(L^T L - 2X^T \beta^T L + X^T \beta^T X\beta)}{d\beta} \\
&= 0 - 2X^T L + X^T X\beta + (\beta^T X^T X)^T \\
&= -2X^T L + X^T X\beta + X^T X\beta \\
&= -2X^T L + 2X^T X \\
2X^T X\beta &= 2X^T L \\
X^T X\beta &= X^T L \tag{3.32}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (3.32) diperoleh estimator

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T L \tag{3.33}$$

sehingga diperoleh $\hat{L}_i = \hat{\beta}X + \varepsilon_i$

dan $p_i = E(\hat{Y}_i | X_i) = \hat{\beta}X$, maka

$$\begin{aligned}
w_i &= np_i(1 - p_i) \\
&= n(\hat{\beta}X)(1 - \hat{\beta}X) \\
&= nX\hat{\beta}(1 - X\hat{\beta}) \tag{3.34}
\end{aligned}$$

Setelah ditemukan nilai bobot, w_i , maka persamaan (3.30) dapat diperoleh,

dan bentuk matriksnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \beta_0 + \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \beta_1 \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ \vdots \\ X_{1n} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \beta_2 \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \beta_k \begin{bmatrix} X_{k1} \\ X_{k2} \\ \vdots \\ X_{kn} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Kemudian dimisalkan

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dan

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{w_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix}$$

maka persamaan (3.30) menjadi

$$PL = PX\beta + P\varepsilon \tag{3.35}$$

atau

$$L_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + \beta_3 X_{3i}^* + \dots + \beta_k X_{ki}^* + \varepsilon_i^* \tag{3.36}$$

Kemudian mengestimasi persamaan (3.36) dengan meminimumkan fungsi total kuadrat galat (S^*),

$$\begin{aligned}
S &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{*2} \\
&= \varepsilon_1^{*2} + \varepsilon_2^{*2} + \varepsilon_3^{*2} + \dots + \varepsilon_n^{*2} \\
&= \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* & \varepsilon_2^* & \varepsilon_3^* & \dots & \varepsilon_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^* \\ \varepsilon_2^* \\ \varepsilon_3^* \\ \vdots \\ \varepsilon_n^* \end{bmatrix} \\
&= \varepsilon^{*T} \varepsilon^* \\
&= (L^* - X^* \beta^*)^T (L^* - X^* \beta^*).
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Meminimumkan fungsi total kuadrat galat dengan cara menyamakan turunan pertamanya terhadap β^* dengan nol,

$$\begin{aligned}
\frac{dS^*}{d\beta^*} &= \frac{d(L^{*T} L^* - X^{*T} \beta^{*T} L^* - X^{*T} \beta^{*T} L^* + X^{*T} \beta^{*T} X^* \beta^*)}{d\beta^*} \\
&= \frac{d(L^{*T} L^* - 2X^{*T} \beta^{*T} L^* + X^{*T} \beta^{*T} X^* \beta^*)}{d\beta^*} \\
&= 0 - 2X^{*T} L^* + X^{*T} X^* \beta^* + (\beta^{*T} X^{*T} X^*)^T \\
&= -2X^{*T} L^* + X^{*T} X^* \beta^* + X^{*T} X^* \beta^* \\
&= -2X^{*T} L^* + 2X^{*T} X^* \beta^* \\
2X^{*T} X^* \beta^* &= 2X^{*T} L^* \\
X^{*T} X^* \beta^* &= X^{*T} L^*.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Dari persamaan (3.38) diperoleh estimator

$$\hat{\beta}^* = (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} L^* \tag{3.39}$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}^* &= (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} L^* \\
&= ((PX)^T PX)^{-1} (PX)^T PL \\
&= (X^T P^T PX)^{-1} X^T P^T PL.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

3.5 Inspirasi dari Al-Qur'an tentang Regresi Variabel Dummy dan Metode Estimasi Weighted Least Square

Sesungguhnya segala ilmu pengetahuan yang ada di bumi ini bersumber dari kitab Al-Qur'an, sebagaimana termaktub di dalamnya,

لَقَدْ كَانَتْ فِي قَصَصِهِمْ عِبْرَةً لِأُولِي الْأَلْبَابِ ۗ مَا كَانَ حَدِيثًا يُفْتَرَىٰ وَلَٰكِن تَصَدِيقَ الَّذِي بَيْنَ يَدَيْهِ وَتَفْصِيلَ كُلِّ شَيْءٍ وَهُدًى وَرَحْمَةً لِّقَوْمٍ يُؤْمِنُونَ ﴿١١١﴾ الْمَرْءُ تِلْكَ آيَاتُ الْكِتَابِ ۗ وَالَّذِي أُنزِلَ إِلَيْكَ مِنْ رَبِّكَ الْحَقُّ وَلَٰكِنَّ أَكْثَرَ النَّاسِ لَا يُؤْمِنُونَ ﴿١١٢﴾

Artinya:

Sesungguhnya pada kisah-kisah mereka itu terdapat pengajaran bagi orang-orang yang mempunyai akal. Al Quran itu bukanlah cerita yang dibuat-buat, akan tetapi membenarkan (kitab-kitab) yang sebelumnya dan menjelaskan segala sesuatu, dan sebagai petunjuk dan rahmat bagi kaum yang beriman. Alif laam miim raa, ini adalah ayat-ayat Al kitab (Al Quran). dan kitab yang diturunkan kepadamu daripada Tuhanmu itu adalah benar: akan tetapi kebanyakan manusia tidak beriman (kepadanya). (QS. Yusuf: 111-112)

Begitu pula dengan ilmu ekonometrika, meski tidak tersuratkan dengan langsung, namun semuanya itu terinspirasi dari Al-Qur'an, dan tugas manusialah untuk menguaknya dengan menggunakan akal yang sudah Allah anugerahkan kepada manusia.

Regresi variabel dummy dan metode *Weighted Least Square* (WLS) yang digunakan dalam penulisan skripsi ini pun terinspirasi dari Al-Qur'an, yaitu Al-Qur'an surat Al Israa ayat 12 dan surat Al Baqarah ayat 286.

وَجَعَلْنَا اللَّيْلَ وَالنَّهَارَ آيَاتَيْنِ ۗ فَمَحْوَنًا آيَةَ اللَّيْلِ وَجَعَلْنَا آيَةَ النَّهَارِ مُبْصِرَةً لِّتَبْتَغُوا فَضْلًا مِّن رَّبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ ۗ وَكُلَّ شَيْءٍ فَصَّلَنَّا تَفْصِيلًا ﴿٢٨٦﴾

Artinya:

Dan Kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda, lalu Kami hapuskan tanda malam dan Kami jadikan tanda siang itu terang, agar kamu mencari kurnia dari Tuhanmu, dan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan. dan segala sesuatu telah Kami terangkan dengan jelas. (QS. Al Israa: 12)

Kaitan dari ayat tersebut dengan regresi variable terletak pada lafadz

ءَايَاتَيْنِ وَالنَّهَارِ اللَّيْلِ وَجَعَلْنَا

siang sebagai dua tanda”. Waktu yang ada di dunia dapat dikategorikan menjadi dua, yaitu waktu siang dan malam. Pada ayat ini juga dianjurkan agar manusia memanfaatkan waktu dengan sebaik-baiknya serta menyuruh manusia mencari kurnia dari Tuhannya, dan dianjurkan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan (ilmu matematika) dan segala sesuatu telah kami terangkan dengan jelas. Dari penjelasan ayat di atas, terdapat dua waktu di dunia ini yang dikategorikan siang dan malam. Pengkategorian waktu ini sesuai dengan konsep model regresi variabel dummy.

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا^ع لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا اكْتَسَبَتْ^ط رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ
 دُسِينَا^ع أَوْ أَحْطَأْنَا^ع رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ عَلَيْنَا إَصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا^ع رَبَّنَا
 وَلَا تُحَمِّلْنَا مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ^ط وَأَعْفُ عَنَّا^ط وَأَغْفِرْ لَنَا^ط وَأَرْحَمْنَا^ع أَنْتَ مَوْلَانَا فَانصُرْنَا
 عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ ﴿١٢﴾

Artinya:

Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya. (mereka berdoa): "Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau hukum Kami jika Kami lupa atau Kami tersalah. Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau bebankan kepada Kami beban yang berat sebagaimana Engkau bebankan kepada orang-orang sebelum kami. Ya Tuhan Kami, janganlah Engkau pikulkan kepada Kami apa yang tak sanggup Kami memikulnya. beri ma'aflah kami; ampunilah kami; dan rahmatilah kami. Engkaulah penolong Kami, Maka tolonglah Kami terhadap kaum yang kafir." (QS. Al Baqarah: 286)

Dalam ayat di atas Allah berjanji untuk tidak akan membebani hamba-Nya di luar batas kesanggupan seorang hamba. Allah memberi pahala untuk setiap usaha kebajikan yang dilakukan manusia, dan memberi dosa/siksa untuk setiap kejahatan. Tiap-tiap manusia akan terbebani sesuai dengan kebajikan dan kejahatan yang ia perbuat. Kemudian manusia memohon kepada Allah untuk tidak disiksa jika meninggalkan kebenaran tanpa sengaja, seperti dihukumnya orang-orang sebelum mereka (yaitu bani Israil), siksa yang tidak sanggup dipikul (yaitu berupa bunuh diri dalam bertaubat, mengeluarkan seperempat harta dalam zakat dan mengorek tempat yang kena najis). Dan mereka meminta dosa-dosa mereka dihapus, memohon ampun kepada Allah karena takut diberi beban yang mereka tidak sanggup menanggungnya (Jalalain, 2008: 161-162).

Dalam ekonometrika, konsep metode WLS dilakukan dengan memboboti tiap unsur dalam model regresi variable dummy dengan nilai bobot yang disesuaikan dengan tiap-tiap observasi dengan tujuan untuk mengecilkan galat sekecil mungkin. Selaras dengan garis besar Al-Qur'an

surat Al Baqarah ayat 286 di atas, Allah memberi beban kepada manusia sesuai kadar kemampuannya yang sesungguhnya juga sebagai peringatan kepada manusia untuk berbuat kejahatan sesedikit mungkin sehingga manusia memohon kepada Allah untuk mengampuni dosa-dosa atas kejahatan mereka.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa bentuk estimator dari parameter regresi variable dummy dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) adalah sebagai berikut:

1. Regresi Variabel Dummy Model Probit

$$\hat{\beta}^* = \left(X^T (P^{-1})^T P^{-1} X \right)^{-1} X^T (P^{-1})^T P^{-1} N$$

2. Regresi Variabel Dummy Model Logit

$$\hat{\beta}^* = \left(X^T P^T P X \right)^{-1} X^T P^T P L$$

dengan

$\hat{\beta}^*$: vektor estimator dengan ordo $k \times 1$

X : matriks variabel bebas dengan ordo $n \times k$

P : matriks nilai pembobot (*weight*) dengan ordo $n \times n$

N : vektor Probit dengan ordo $n \times 1$

L : vektor Logit dengan ordo $n \times 1$

4.2 Saran

Dalam penelitian ini peneliti mengestimasi parameter regresi variabel dummy model Probit dan Logit menggunakan metode *Weighted Least Square*. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan mengestimasi menggunakan

metode estimasi lain atau mengestimasi parameter regresi variabel dummy model yang lain.



DAFTAR PUSTAKA

- Abdi, Herv'e. 2003. Least Squares. *Encyclopedia of Social Sciences Research Methods*. Texas: The University of Texas at Dallas.
- Abdusysykir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Maliki Press.
- Adkins, Lee C. 2010. *Using gretl for Principles of Econometrics, 3rd Edition*. Oklahoma State University.
- Al-Qarni, 'Aidh. 2007. *Tafsir Muyassar*. Jakarta: Qisthi Press.
- Angrist, Joshua D. 2011. Estimation of Limited Dependent Variable Models With Dummy Endogenous Regressors: Simple Strategies for Empirical Practice. *Journal of Business & Economic Statistics*. 19: 2-28.
- Aziz, Abdul. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-Maliki Press.
- Creel, Michael. 2010. *Econometrics*. Barcelona: Department of Economics and Economic History Universitat Autònoma de Barcelona.
- Dudewicz. J Edward, Mishra N. Satya. 1995. *Statistika Matematika Modern*. Bandung: ITB.
- Econometrics Laboratory. 1999. *Regression Analysis Tutorial: Weighted Least Squares*. California: University of California at Berkeley.
- Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Ghoffar, Abdul dan Abu Ihsan al-Atsari. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i
- Greene, William H. (1997). *Econometric Analysis*. New York: Prentice Hall International, Inc.
- Gujarati, Damodar N. 2003. *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill.
- Gujarati, Damodar N. 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika*. (terj.Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangunsong). Jakarta: Salemba Empat.

- Hasan, Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Irianto, Agus. 2006. *Statistik Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media.
- Judge, G.G., W.E. Griffiths, R.C. Hill, T. Lee. 1980. *The Theory and Practice of Econometrics*. New York: John Wiley and Sons.
- Jurusan Matematika. 2010. *Panduan Pengajuan dan Penulisan Skripsi Jurusan Matematika*. Malang: Jurusan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Nachrowi, N. D & Usman, Hardius. 2002. *Penggunaan Teknik Ekonometri*. Jakarta: Raja Grafindo Persada
- Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB.
- Setiawan dan Dwi Endah Kusriani. 2010. *Ekonometrika*. Yogyakarta: C.V ANDI OFFSET.
- Supangat, Andi. 2008. *Statistika dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Walpole, Ronald E. & Myers Raymond H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan terjemahan RK Sembiring*. Bandung: ITB.
- Winarno, W.W. 2007. *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan Eviews*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.
- Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: C.V Rajawali.
- Zunaidatus, Fita. 2010. Analisis Regresi Dummy Variable dengan Model Probit. *Skripsi*. Tidak Diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551345
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Riang Fauzi
NIM : 07610050
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Regresi Variabel Dummy
Menggunakan Metode Weighted Least Square
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	12 Maret 2011	Seminar Proposal	1.
2.	6 Juli 2011	Revisi Bab I	2.
3.	7 Juli 2011	Bab II	3.
4.	16 Juli 2011	Revisi Bab II	4.
5.	1 Agustus 2011	Presentasi Bab II	5.
6.	6 Agustus 2011	Bab III	6.
7.	11 Agustus 2011	Presentasi 1 Bab III	7.
8.	12 Agustus 2011	Presentasi 2 Bab III	8.
9.	13 Agustus 2011	Agama: Bab I dan Bab II	9.
10.	15 Agustus 2011	ACC Keseluruhan	10.
11.	16 Agustus 2011	Agama: Bab III	11.
12.	18 Agustus 2011	Agama: ACC Keseluruhan	12.

Malang, 19 Agustus 2011

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001